

Тема 7. МЕТОДЫ И МОДЕЛИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ

Оптимизация проекта по ресурсам.

Задача 1. Необходимо распределить трудовые ресурсы во времени, т.е. определить сроки начала и окончания работ так, чтобы с имеющимися трудовыми ресурсами выполнить комплекс проектных работ в минимальный срок.

Исходная информация.

1. В распоряжении руководителя проектных работ имеется $30 + 0,2K$ человек.
2. На перерабатывающем комбинате необходимо выполнить комплекс проектных работ, последовательность которых изображена на сетевом графике (рис. 7.1).

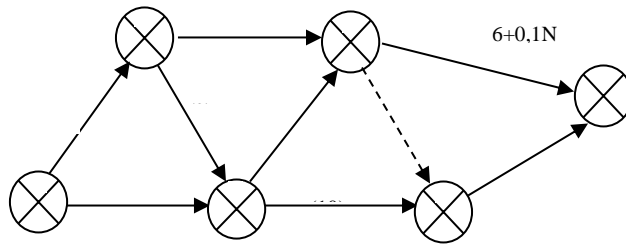


Рис.7.1. Сетевой график выполнения комплекса проектных работ.

3. Над дугами графика приведены продолжительность выполнения работ (t_{ij}) и в скобках – интенсивность потребления ресурса, т.е. необходимое для выполнения работы (i, j) число исполнителей в единице времени (v_{ij}).

На основе приведенной информации необходимо:

1) на сетевом графике рассчитать ранний срок свершения событий:

а) $t_{p(1)} = 0$;

б) $t_{p(j)} = t_{p(i)} + t_{ij}$,

где $t_{p(j)}$ – ранний срок свершения события j (последующего события) (рис. 7.2).

t_{ij} – продолжительность работы (i, j);

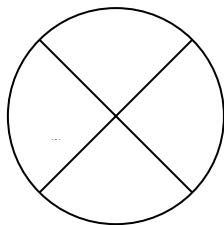


Рис.8.2. Временные параметры событий:

- i – номер события;
- $t_{p(i)}$ – ранний срок свершения события i ;
- $t_{n(i)}$ – поздний срок свершения события i ;
- R_i – резерв времени события i .

в) если какому-то событию j предшествует свершение нескольких событий i , то ранний срок свершения события j определяется как максимальная сумма ранних сроков свершения событий i и продолжительность работ, входящих в событие j (рис. 4.3):

$$t_{p(j)} = \max_{(i,j) \in U_j^+} \{t_{p(i)} + t_{ij}\}, (j = \overline{2, n}).$$

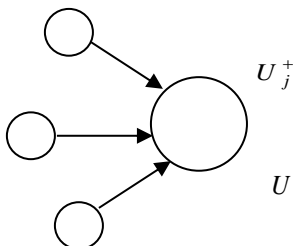


Рис. 7.3. Фрагмент сетевого графика:

U_j^+ – множество всех работ, входящих в событие j .

2) определить продолжительность критического пути (t_{kp}): $t_{kp} = t_{n(n)}$;

3) на сетевом графике рассчитать поздний срок свершения событий:

а) $t_{n(n)} = t_{kp}$, где t_{kp} – продолжительность критического пути;

б) $t_{n(i)} = t_{n(j)} - t_{ij}$, где $t_{n(j)}$ – поздний срок свершения события j (предшествующего события);

в) если нескольким событиям j предшествует свершение одного события i , то поздний срок свершения события i определяется как минимальная разность поздних сроков свершения событий j и продолжительности работ, выходящих из события i (рис. 8.4):

$$t_{n(i)} = \min_{(i,j) \in U_i^-} \{t_{n(j)} - t_{ij}\}, (i = 1, n-1);$$

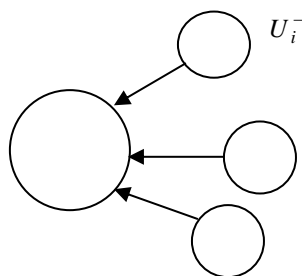


Рис. 7.4. Фрагмент сетевого графика:

U_i^- – множество всех работ, выходящих из события i .

4) на сетевом графике рассчитать резерв времени событий:

$$R_i = t_{n(i)} - t_{p(i)};$$

5) рассчитать временные параметры работ (табл. 7.1).

Т а б л и ц а 7.1. Временные параметры работ

Условные обозначения работ (i, j)	Продолжительность работы, t_{ij}	Ранние сроки		Поздние сроки		Резерв времени работы		
		начало работы, $t_{p.n(i,j)}$	окончание работы, $t_{p.o(i,j)}$	начало работы, $t_{n.n(i,j)}$	окончание работы, $t_{n.o(i,j)}$	полный $R_{n(i,j)}$	свободный $R_{c(i,j)}$	независимый $R_{n(i,j)}$
...

а) ранний срок начала работы (i, j) : $t_{p.n(i,j)} = t_{p(i)}$;

б) ранний срок окончания работы (i, j) : $t_{p.o(i,j)} = t_{p.n(i,j)} + t_{ij}$;

в) поздний срок окончания работы (i, j) : $t_{n.o(i,j)} = t_{n(j)}$;

г) поздний срок начала работы (i, j) : $t_{n.n(i,j)} = t_{n.o(i,j)} - t_{ij}$;

д) полный резерв времени работы (i, j) :

$$1. R_{n(i,j)} = t_{n.o(i,j)} - t_{p.n(i,j)} - t_{ij};$$

$$2. R_{n(i,j)} = t_{n(j)} - t_{p(i)} - t_{ij};$$

$$3. R_{n(i,j)} = t_{n.o(i,j)} - t_{p.o(i,j)};$$

е) свободный резерв времени работы (i, j) :

$$1. R_{c(i,j)} = t_{p(j)} - t_{p(i)} - t_{ij};$$

$$2. R_{c(i,j)} = R_{n(i,j)} - R_{(j)};$$

ж) независимый резерв времени работы (i, j) :

$$1. R_{n(i,j)} = t_{p(j)} - t_{n(i)} - t_{ij};$$

$$2. R_{n(i,j)} = R_{n(i,j)} - R_{(i)} - R_{(j)};$$

б) построить сетевой график в календарной шкале времени по ранним срокам начала и окончания работ (т.е. график Ганта), спроецировать на оси времени (ot) начало и окончание каждой работы, выделив промежутки;

7) построить эпюру интенсивности потребления ресурса (без учета ограничения), просуммировать в промежутках оси времени интенсивность потребления ресурсов.

Если для каждого промежутка суммарная интенсивность потребления ресурсов не превышает наличного количества ресурса, то распределение ресурсов считается удовлетворительным.

8) в противном случае оптимизировать использование ресурсов:

а) все работы, сумма интенсивности использования ресурсов которых не превышает запасов ресурса, оставляем в первоначальном положении;

б) если после прибавления интенсивности использования ресурса какой-нибудь работы окажется, что суммарное потребление ресурсов больше их запасов, то эту работу сдвигают вправо на величину рассматриваемого промежутка;

в) если суммарное потребление ресурсов больше их запасов, а необходимо выполнить несколько работ, то устанавливают очередность их выполнения:

1. В первую очередь выполняются работы, начатые в предыдущем промежутке;
2. Затем те работы, которые имеют наименьший полный резерв времени $R_{n(i,j)}$;
3. Если полные резервы времени для некоторых работ равны, то выполняют сначала ту работу, для которой характерна наименьшая интенсивность использования ресурсов;
4. Если интенсивность использования ресурсов равна, то работы из промежутка выбирают в произвольном порядке;
5. Включение новых работ для выполнения в конкретный промежуток происходит тогда, когда для этого имеются ресурсы, в противном случае работу или работы сдвигают вправо на промежуток;
- 9) с учетом вышеизложенных корректировок построить новый график Ганта и эпюру интенсивности потребления ресурса. Если интенсивность потребления ресурсов не превышает наличного количества ресурса, то задача решена. В противном случае оптимизацию графика повторяем с п. 8;
- 10) найти оптимальное решение задачи, проанализировать его.

Оптимизация проекта по времени (вариант 1).

Задача 2. Необходимо минимизировать величину дополнительных вложений в отдельные работы проекта, с тем чтобы общий срок его выполнения не превышал $20 + 0,5K$ дней.

Исходная информация.

1. На предприятии необходимо выполнить комплекс работ, последовательность которых изображена на сетевом графике (рис. 7.5).

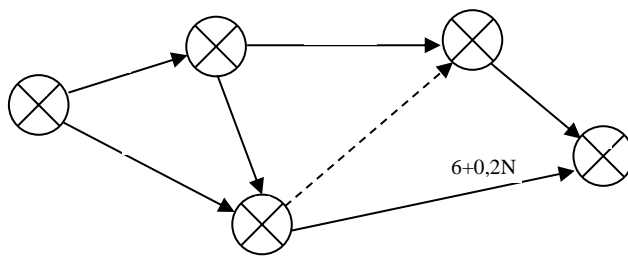


Рис. 7.5. Сетевой график выполнения комплекса работ.

2. Для каждой работы над дугами приведены продолжительность работ (t_{ij}) и в скобках минимально возможное время выполнения работы (d_{ij}).

3. Для каждой работы известны технологические коэффициенты использования дополнительных средств: $K_{12} = 0,4$; $K_{13} = 0,6$; $K_{23} = 0,2$; $K_{24} = 0,3$; $K_{35} = 0,1$; $K_{45} = 0,5$.

На основе приведенной информации необходимо:

- 1) на сетевом графике рассчитать временные характеристики событий согласно п. 1а, 2а, 3а;
- 2) ввести переменные задачи, обозначающие величину дополнительных вложений в работы, время начала и окончания работ;
- 3) составить развернутую экономико-математическую задачу, используя следующую структурную модель.

Требуется найти минимум суммарных затрат дополнительных вложений:

$$F_{\min} = \sum_{(i,j) \in \bar{e}} x_{ij}.$$

При условиях:

1. По времени начала работ проекта –

$$t_{1,j}^H = 0, (1, j) \in \bar{e};$$

2. По времени завершения проекта –

$$t_{n-1,n}^0 \leq t_0, (i, n) \in \bar{e};$$

3. По продолжительности работ –

$$t_{ij}^0 - t_{ij}^H \geq d_{ij}, (i, j) \in \bar{e};$$

4. По сокращению времени продолжительности работ –

$$t_{ij}^0 - t_{ij}^H = t_{ij} - k_{ij}x_{ij}, (i, j) \in \bar{e};$$

5. По последовательности выполнения работ –

$$t_{jr}^H \geq t_{ij}^0, i, j, r \in E;$$

6. Неотрицательность переменных –

$$t_{ij}^H, t_{ij}^0, x_{ij} \geq 0, (i, j) \in \bar{e}.$$

Индексация:

i – номер предыдущего события (начального события работы ij);

j – номер последующего события (конечного события работы ij);

r – номер промежуточного события работы;

n – номер завершающего события работы;

E – множество вершин орграфа;

\bar{e} – множество дуг орграфа.

Неизвестные величины:

x_{ij} – величина дополнительных вложений в работу ij , позволяющая сократить время ее выполнения;

t_{ij}^H – время начала работы ij ;

t_{ij}^0 – время окончания работы ij .

Известные величины:

t_0 – срок выполнения проекта;

d_{ij} – минимально возможное время выполнения работы ij ;

k_{ij} – технологический коэффициент использования дополнительных вложений в работу ij ;

t_{ij} – продолжительность выполнения работы ij .

4) решить экономико-математическую задачу, используя пакеты прикладных программ на персональном компьютере;

5) найти оптимальное решение задачи, проанализировать его;

6) рассчитать временные характеристики оптимизированного сетевого графика;

7) определить эффект от оптимизации сетевого графика.

Оптимизация проекта по времени (вариант 2).

Задача 3. Необходимо минимизировать срок выполнения проекта за счет дополнительных вложений.

Исходная информация.

1. Сетевой график выполнения плановых работ на новый календарный год имеет следующий вид (рис. 7.6).

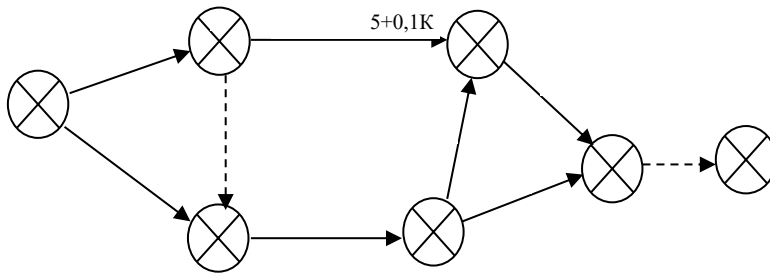


Рис. 7.6. Сетевой график выполнения плановых работ

2. Для каждой работы над дугами приведены продолжительность работ (t_{ij}) и в скобках минимально возможное время выполнения работы (d_{ij}).

3. Для каждой работы известны технологические коэффициенты использования дополнительных средств: $K_{12} = 0,3$; $K_{13} = 0,9$; $K_{25} = 0,1$; $K_{34} = 0,4$; $K_{45} = 0,2$; $K_{46} = 0,7$; $K_{56} = 0,8$.

4. Для сокращения продолжительности работ выделены дополнительные средства в размере $35 + 0,2N$ у.д.е.

На основе приведенной информации необходимо:

1) на сетевом графике рассчитать временные характеристики событий согласно п. 1а, 2а, 3а;

2) ввести переменные, обозначающие неизвестные величины задачи, согласно условным обозначениям вышеизложенной задачи 2;

3) составить развернутую экономико-математическую задачу, используя следующую структурную модель.

Требуется найти минимальный срок выполнения проекта:

$$F_{\min} = t_{n-1,n}^0 \cdot \prod_{(i,j) \in \bar{e}} k_{ij}$$

При условиях:

1. По использованию дополнительных вложений:

$$\sum_{(i,j) \in \bar{e}} x_{ij} \leq B;$$

2. По времени начала работ проекта:

$$t_{1,j}^H = 0, (1, j) \in \bar{e};$$

3. По продолжительности работ:

$$t_{ij}^0 - t_{ij}^H \geq d_{ij}, (i, j) \in \bar{e};$$

4. По сокращению времени продолжительности работ:

$$t_{ij}^0 - t_{ij}^H = t_{ij} - k_{ij} \cdot x_{ij}, (i, j) \in \bar{e};$$

5. По последовательности выполнения работ:

$$t_{jr}^H \geq t_{ij}^0, i, j, r \in E;$$

6. Неотрицательность переменных –

$$t_{ij}^H, t_{ij}^0, x_{ij} \geq 0, (i, j) \in \bar{e}.$$

Условные обозначения те же, как и для вышеизложенной модели задачи 2.

В известные величины добавляют: B – количество дополнительных вложений, выделяемых для сокращения продолжительности работ;

- 4) решить экономико-математическую задачу на персональном компьютере;
- 5) найти оптимальное решение задачи, проанализировать его;
- 6) рассчитать временные характеристики оптимизированного сетевого графика;
- 7) определить эффект от оптимизации сетевого графика.

Оптимизация проекта по стоимости.

Задача 4. Необходимо минимизировать стоимость проектных работ при условии выполнения проекта не более чем за $25 + 0,2N$ дней.

Исходная информация.

1. Сетевой график выполнения работ проекта имеет следующий вид (рис. 7.7).

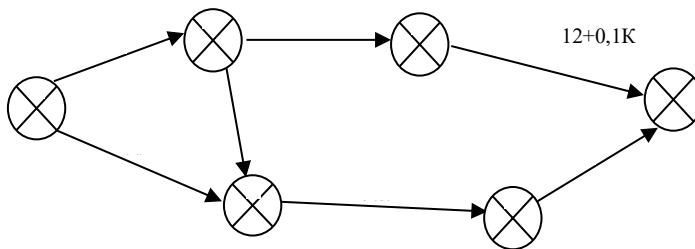


Рис. 7.7. Сетевой график выполнения работ проекта.

2. Для каждой работы над дугами приведены нормальная (t_{ij}) (или наибольшая) продолжительность работ D_{ij} и в скобках минимальная продолжительность работ d_{ij} (т.е. срочный режим выполнения работ).

3. Затраты на выполнение отдельных работ находятся в обратной зависимости от продолжительности их выполнения. Так, срочному режиму выполнения работ (d_{ij}) соответствуют наибольшие затраты средств C_{ij} , а наибольшей продолжительности работ (D_{ij}) – наименьшие затраты средств c_{ij} (табл. 7.2).

Таблица 7.2. Параметры сетевого графика

Параметры	Работы						
	(1, 2)	(1, 3)	(2, 3)	(2, 4)	(3, 5)	(4, 6)	(5, 6)
d_{ij} – срочный режим выполнения работы ij	2	5	6	5	9	$7+0,1K$	4
C_{ij} – наибольшие затраты средств на выполнение работы ij	60	40	90	60	40	$80 + 0,2N$	70
D_{ij} – наибольшая продолжительность выполнения работы ij	6	9	15	8	11	$12 + 0,1K$	10
c_{ij} – наименьшие затраты средств на выполнение работы ij	20	15	30	35	25	$50 + 0,2N$	40
h_{ij} – коэффициент дополнительных затрат							

На основе приведенной информации необходимо:

- 1) на сетевом графике рассчитать временные характеристики событий согласно п. 1а, 2а, 3а;
- 2) рассчитать коэффициент дополнительных затрат для каждой работы, который показывает, на сколько увеличится стоимость работы (i, j) при уменьшении ее продолжительности на единицу времени:

$$h_{ij} = \frac{C_{ij} - c_{ij}}{D_{ij} - d_{ij}};$$

3) рассчитать минимальную и максимальную стоимость проекта:

$$F_{\min} = \sum_{(i,j) \in \bar{e}} c_{ij},$$

$$F_{\max} = \sum_{(i,j) \in \bar{e}} C_{ij};$$

- 4) ввести переменные, обозначающие неизвестные величины задачи;
- 5) составить развернутую экономико-математическую задачу, используя следующую структурную модель.

Требуется найти минимальную стоимость проекта:

$$F_{\min} = \sum_{(i,j) \in \bar{e}} [C_{ij} - h_{ij}(t_{ij}^0 - t_{ij}^H - d_{ij})]$$

При условиях:

1. По времени начала работ проекта – $t_{1,j}^H = 0, (1, j) \in \bar{e}$;
2. По времени завершения проекта – $t_{n-1,n}^0 \leq t_0, (i, n) \in \bar{e}$;
3. По предельной продолжительности работ – $d_{ij} \leq t_{ij}^0 - t_{ij}^H \leq D_{ij}, (i, j) \in \bar{e}$;
4. По последовательности выполнения работ – $t_{jr}^H \geq t_{ij}^0, i, j, r \in E$;
5. Неотрицательность переменных – $t_{ij}^H, t_{ij}^0 \geq 0, (i, j) \in \bar{e}$.

Индексация:

i – номер предыдущего события (начального события работы ij);

j – номер последующего события (конечного события работы ij);

r – номер промежуточного события работы;

n – номер завершающего события работы;

E – множество вершин орграфа;

\bar{e} – множество дуг орграфа.

Неизвестные величины:

t_{ij}^H – время начала работы ij ;

t_{ij}^0 – время окончания работы ij .

Известные величины:

t_0 – срок выполнения проекта;

d_{ij} – минимально возможное время выполнения работы ij ;

C_{ij} – наибольшие затраты средств на выполнение работы ij ;

h_{ij} – коэффициент дополнительных затрат, показывающий увеличение стоимости работы ij при уменьшении ее продолжительности на единицу времени;

D_{ij} – наибольшая продолжительность выполнения работы ij .

6) решить экономико-математическую задачу, используя пакеты прикладных программ на персональном компьютере;

7) найти оптимальное решение задачи, проанализировать его;

8) рассчитать временные характеристики оптимизированного сетевого графика;

9) определить эффект от оптимизации сетевого графика.