Тема 5. МЕТОДЫ И МОДЕЛИ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

Любая экономическая задача управления запасами – это совокупность математических соотношений и уравнений, описывающих рассматриваемый процесс при тех или иных допущениях. Существуют различные системы регулирования запасов в зависимости от исходных параметров. Рассмотрим *классическую задачу экономичного размера заказа*, которую называют *моделью оптимальной партии поставки*. Она используется для оценки объема заказа на определенный товар и включает в себя следующую систему предположений:

а) спрос на товар известен и является постоянным, т.е. определенным, детерминированным. Пусть υ – спрос (потребность), т.е. общий объем поставок товара за период t;

б) нулевой цикл заказа предполагает, что товары будут поставлены без задержки, т.е. заказ выполняется экстренно. При этом отклонения в ту или иную сторону в поступлении заказанной партии недопустимы, а время доставки принимается нулевое;

в) уровень запасов снижается равномерно в соответствии с равномерно поступающими требованиями. Когда все запасы исчерпаны, происходит поставка новой партии товара. Пусть Q – объем заказа (количество единиц);

г) неизменность цены приобретения, т.е. расходы на приобретение единицы товара постоянны, которые обозначим P;

д) дефицит недопустим. Товар должен быть всегда в наличии и потребности покупателей немедленно удовлетворяться.

Исходя из описанных предпосылок графически представим изменение уровня запасов I конкретного товара от начального значения Q в момент поставки до нуля к концу периода (рис. 1).

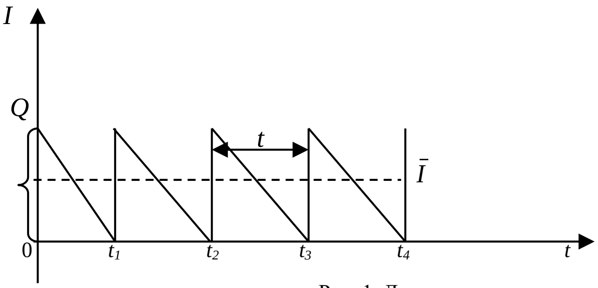

Рис. 1. Динамика изменения запасов во времени.

На графике показано, что уровень запаса снижается с постоянной скоростью от Q до 0. Когда он достигает нулевой отметки, мгновенно происходит поступление новой партии товара и уровень запасов немедленно восстанавливается до величины Q. Далее уровень запасов опять все время снижается и цикл снова повторяется. На графике выделен средний уровень запасов данного товара $\bar{I}$, который равен половине размера заказа $\left(\bar{I} = \dfrac{Q}{2}\right)$. Также показана длина цикла t, т.е. интервал времени между поставками $\left(t = \dfrac{Q}{\upsilon}\right)$.

Решение задачи связано с построением модели, где описываются общие затраты в системе управления запасами. Они складываются из стоимости на приобретение товара, расходов на организацию заказа и хранение запасов. С точки зрения анализа основной модели управления запасами нас не интересуют затраты на приобретение, которые постоянны (на оптимальный размер заказа они не повлияют). Поэтому проанализируем те суммарные издержки, которые складываются из затрат на оформление заказа и затрат на хранение запаса в единицу времени. В данном примере мы выберем период, равный одному году.

В качестве целевой функции примем суммарные годовые затраты системы управления запасами:

$$C = C_3 + C_x,$$

где C_3 – сумма затрат по организации заказа;

C_x – сумма затрат на хранение товаров за период t (год).

Ежегодная стоимость оформления заказа определяется по формуле

$$\tilde{N}_3 = K \cdot n \text{ или } C_3 = K \cdot \frac{\upsilon}{Q},$$

где K – затраты на оформление, связанные с размещением заказа (стоимость заказа одной партии товара), т.е. их постоянная часть;

n – число поставок за анализируемый период t $\left(n = \dfrac{\upsilon}{Q}\right)$.

Ежегодная стоимость хранения запасов определяется по формуле

$$C_x = \bar{I} \cdot S \text{ или } C_x = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot S,$$

где $\bar{I}$ – средний уровень запасов;

S – затраты на хранение единицы товара в единицу времени (за год).

Значит, целевую функцию можно записать следующим образом:

$$\tilde{N} = \left(K \cdot \frac{\upsilon}{Q} + \frac{Q}{2} \cdot S \right) \to \min . \quad (1)$$

Первый член в формуле прямо пропорционален, а второй – обратно пропорционален размеру партии. При изменении величины размера партии Q изменяется C как функция Q. Таким образом, неуправляемыми параметрами в целевой функции являются υ, K, S. Это исходные данные для решения задачи. Выберем управляемую переменную Q из условия минимума суммарных затрат. Приравняем к нулю первую производную по Q (необходимый признак экстремума):

$$\frac{dC}{dQ} = -\frac{K\upsilon}{Q^2} + \frac{S}{2} = 0.$$

Отсюда находится оптимальный размер партии заказа:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\upsilon}{S}} . \quad (2)$$

Так как $\frac{d^2C}{dQ^2} > 0$ (достаточный признак экстремума) для всех $Q > 0$, то значение формулы (2) доставляет функции цели (1) абсолютный минимум. Причем данная формула (2) известна как экономичная величина заказа, формула размера оптимальной партии поставки, формула Уилсона.

Далее приведем ряд расчетных характеристик, являющихся оптимальными параметрами системы управления однономенклатурными запасами:

оптимальный средний уровень запаса – $\bar{I}^* = \frac{Q^*}{2}$;

оптимальное число поставок – $n^* = \frac{\upsilon}{Q^*}$;

оптимальный интервал времени между поставками –

$$t^* = \frac{1}{n^*} = \frac{Q^*}{\upsilon}.$$

При этом минимальный размер суммарных затрат составит:

$$C^*_{\min} = \frac{K \cdot \upsilon}{\sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot \upsilon}{S}}} + \frac{S}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot K \cdot \upsilon}{S}} = \sqrt{2 \cdot K \cdot S \cdot \upsilon} = S \cdot Q^* .$$

Таким образом, для того чтобы определить оптимальный размер заказа, необходимо только сравнить затраты, связанные с его организацией и хранением. На графике, представленном на рис. 2, видно, как изменяются издержки в зависимости от размера заказа: 1) расходы на хранение прямо пропорциональны величине партии поставки (размеру заказа); 2) расходы на организацию обратно пропорциональны величине партии поставки (размеру заказа).

Минимальное значение общих затрат находится при равенстве двух видов издержек (точка пересечения их на рис. 2 соответствует оптимальному размеру заказа). Следовательно, целевая функция достигает минимума при рассчитанном размере партии Q^* тогда и только тогда, когда издержки хранения за время цикла равны затратам на организацию заказа. Становится ясно, что любое отклонение объема поставки товаров от оптимальной величины ведет к увеличению затрат. Таким образом, оптимальный размер заказа – это то количество товара, которое необходимо включить в один заказ, с тем чтобы минимизировать общие затраты системы управления запасами и удовлетворить потребности потребителя (покупателя).

Задача 1. Строительная фирма возводит ряд объектов в агропромышленной сфере. Исходя из объема предстоящих работ, потребность в цементе составит 4000 ц в год (υ = 4000). Затраты на оформление одной партии цемента в виде административных расходов равны 80 у.д.е. независимо от заказанного количества (K = 80). Ежегодные затраты на хранение 1 ц цемента, по расчетам планово-экономического отдела, будут составлять 4 у.д.е. (S = 4). Данный показатель специалисты определили следующим образом. Цена покупки 1 ц цемента составляет 16 у.д.е. (P = 16), а затраты на хранение единицы этого товара, по оценкам экономистов, равны 25% в год (i = 0,25). Таким образом, ежегодные издержки $S = i \cdot P$. Требуется определить размер партии, при котором затраты на организацию поставок и хранение будут наименьшими. Сравнить с действующей системой заказа партии 100 ц цемента.

Для решения данной задачи вначале воспользуемся графическим представлением (рис. 3).

Нетрудно заметить, что если размер заказа цемента невелик, то расходы на организацию являются доминирующими. В этом случае заказы подаются часто, но на небольшое количество продукции. Если размер заказа является достаточно большим и основной компонентой становятся издержки хранения, делается небольшое число заказов, размер которых достаточно велик.

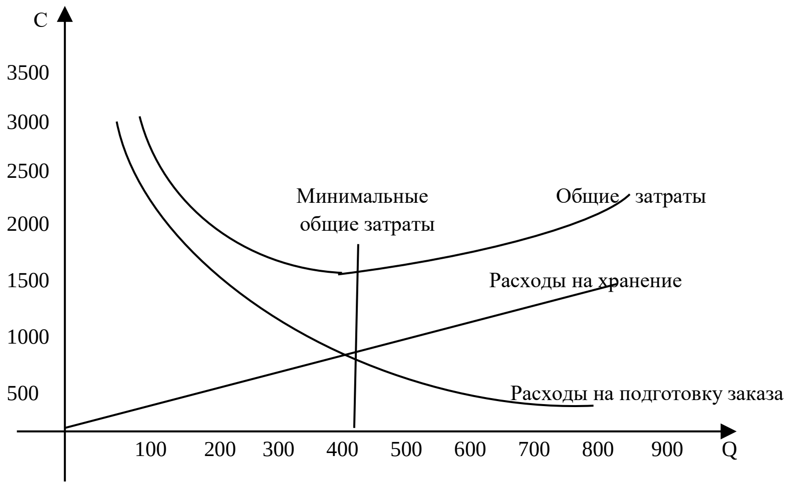

Рис. 3. Издержки запасов в зависимости от размера заказа.

Оптимальная партия $Q^* = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 80 \cdot 4000}{4}} = 400$. Полученный результат говорит о том, что для минимизации затрат размер заказа должен составить 400 ц цемента. Оптимальный интервал между поставками $t^* = \dfrac{400}{4000} = 0{,}1$ года. Учитывая, что в году 365 дней, время между заказами партии цемента будет составлять примерно 37 дней. Оптимальное число поставок $n^* = 10$, т.е. периодичность поставок цемента должна быть 10 раз в год.

При этом минимальный размер суммарных затрат при оптимальных параметрах системы управления однономенклатурными запасами составит:

$$C^*_{\min} = \sqrt{2 \cdot 80 \cdot 4 \cdot 4000} = 1600 \text{ или } C^*_{\min} = 4 \cdot 400 = 1600.$$

Любое отклонение объема поставки цемента от оптимальной величины ведет к увеличению затрат. Например, при действующей системе фактическая поставка партии цемента строительной фирме составляла 100 ц (Q = 100). Значит, годовые затраты по формированию поставок и содержанию запасов $\tilde{N} = 80 \cdot \dfrac{4000}{100} + \dfrac{100}{2} \cdot 4 = 3400$ у.д.е. Если сравнить их с полученными при работе системы управления запасами в оптимальном режиме –1600, то можно сделать вывод, что принятие оптимальной стратегии принесет фирме экономию в размере 1800 у.д.е.

Кроме того, иногда нужно учитывать и тот факт, что в реальной ситуации оптимальный показатель служит в качестве ориентира того, какой размер заказа наиболее экономичен. При этом окончательная партия поставки может определяться с учетом и других факторов. Например, перевозка осуществляется цементовозами, грузоподъемность которых 7 тонн цемента в расчете на один автомобиль. Исходя из этого, для поставки цемента необходимо заказать 6 машин, В этом случае наиболее экономичная партия будет составлять 420 ц (6·70).