Лекция 1 «Введение. Кинематика поступательного движения»

1. Предмет и задачи физики.

Физика — наука о простейших формах движения материи и соответствующих им наиболее общих законах природы. Изучаемые физикой формы движения материи (механическая, тепловая, электрическая, магнитная и т.д.) являются составляющими более сложных форм движения материи (химических, биологических и др.), поэтому физика является основой для других естественных наук (астрономия, биология, химия, геология и др.).

Физика — база для создания новых отраслей техники —фундаментальная основа подготовки инженера.

Основным методом исследования в физике является опыт, т. е. наблюдение исследуемого явления в точно контролируемых условиях, позволяющих следить за ходом явления и воссоздавать его каждый раз при повторении этих условий.

Для объяснения экспериментальных данных привлекаются гипотезы. **Гипотеза** — это научное предположение, выдвигаемое для объяснения какого-либо факта или явления и требующее проверки и доказательства для того, чтобы стать научной теорией или законом. Правильность высказанной гипотезы проверяется посредством постановки соответствующих опытов, путем выяснения согласия следствий, вытекающих из гипотезы, с результатами опытов и наблюдений. Успешно прошедшая такую проверку и доказанная гипотеза превращается в научную теорию или закон.

Физическая теория представляет собой систему основных идей, обобщающих опытные данные и отражающих объективные закономерности природы. Физическая теория дает объяснение целой области явлений природы с единой точки зрения.

Физику подразделяют на классическую и квантовую. Начало классической физики было положено И. Ньютоном, сформулировавшим основные законы механики. Завершено развитие классической механики созданием в 1905 г. А. Эйнштейном специальной теории относительности и учитывающей требования этой теории релятивистской механики. Таким образом, классическая механика подразделяется на ньютоновскую и релятивистскую механику. На рубеже 'XIX и XX столетий возникла квантовая физика. Ее начало было положено в 1900 г. М. Планком, выдвинувшим гипотезу квантов.

2. Основные понятия кинематики

Механика — это разделфизики, в котором изучаются закономерностимеханического движения и причины, вызывающие или изменяющие этодвижение.

Механическое движение — это изменение взаимного расположения телили их частей в пространстве с течением времени.

Обычно под механикой понимают классическую механику, в которойрассматриваются движения макроскопических тел, совершающиеся соскоростями, во много раз меньшими скорости света в вакууме.

Законы движения тел со скоростями, сравнимыми со скоростью света ввакууме, изучаются релятивистской механикой.

Квантовая механика изучает законы движения атомов и элементарныхчастиц.

Разделы механики:

Кинематика — изучает движение тел, не рассматривая причины, которыеэто движение обуславливают.

Динамика — изучает законы движения тел и причины, которые вызываютили изменяют это движение.

Статика — изучает законы равновесия системы тел.

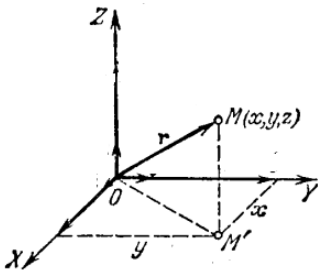
Механика для описания движения тел в зависимости от условийконкретных задач использует разные упрощенные физические модели:

Материальная точка — тело, форма и размеры которогонесущественны в условиях данной задачи.

Движение тел происходит в пространстве и во времени. Поэтому для описания движения материальной точки надо знать, в каких местах пространства эта точка находилась и в какие моменты времени она проходила то или иное положение.

Тело отсчета — произвольно выбранное тело, относительно которого определяется положение остальных тел.

Система отсчета — совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета.



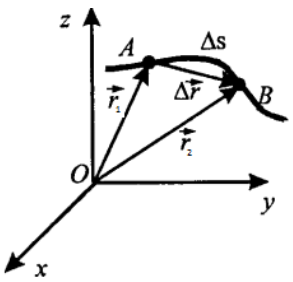
Наиболее употребительная система координат — декартовая —

Положение произвольной точки М характеризуется радиусом-вектором$\vec{r}$, соединяющим начало координат О с точкой М.

Линия, описываемая движущейся материальной точкой (или телом) относительно выбранной системы отсчета называется **траекторией.**

В зависимости от формы траектории движение может бытьпрямолинейным или криволинейным.

Длиной пути точки называется сумма длинвсех участков траектории, пройденных этой точкойза рассматриваемый промежуток времени. Длина пути — скалярная функциявремени.



Перемещение $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ - вектор,проведенный из начального положения движущейсяточки в положение ее в данный момент времени(приращение радиуса-вектора точки зарассматриваемый промежуток времени).

Скорость — это векторная величина, которая опре-

деляет как быстротудвижения, так и его направление в данный момент времени.

Вектором **средней скорости** $\langle \vec{V} \rangle$ заинтервал времени называется отношение приращения радиуса-вектора $\Delta\vec{r}$ точки к промежутку времени Δt

$$\langle \vec{V} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением $\Delta\vec{r}$

Единица измерения скорости — м/с.

Мгновенная скорость — векторная величина, равная первойпроизводной по времени от радиуса-вектора рассматриваемой точки:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории встрону движения. Модуль мгновенной скорости (скалярная величина) равенпервой производной пути по времени:

$$V = \left| \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right| = \frac{ds}{dt}$$

При неравномерном движении модуль мгновеннойскорости с течением времени изменяется. Поэтому можноввести скалярную величину (V) — среднюю скоростьнеравномерного движения (другое название — средняяпутевая скорость).

Длина пути s, пройденного точкой за промежутоквремени от t_1 до t_2 задается интегралом:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} V(t)dt$$

При прямолинейном движении точки направление вектора скоростисохраняется неизменным (траекторией точки является прямая).

Движение точки называется равномерным, если модуль ее скорости неизменяется с течением времени (V = const), для него $s = V \cdot \Delta t$.

3. Движение точки по произвольной плоской кривой.

Ускорение *a*— это векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по модулю и направлению.

Среднее ускорение в интервале времени Δt — векторная величина, равная отношению изменения скорости $\Delta\vec{V}$ к интервалу времени Δt:

$$\langle \bar{a} \rangle = \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$$

Мгновенное ускорение материальной точки — векторная величина,равная первой производной по времени скорости рассматриваемой точки(второй производной по времени от радиуса-вектора этой же точки):

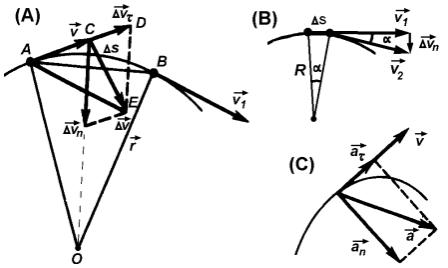
$$\bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \dot{\bar{v}} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \ddot{\bar{r}}$$

Единица измерения ускорения – м/с^2.

В случае движения точки по произвольной плоской кривой вектор ускорения удобно представить в виде суммы двух проекций: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

Тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ характеризует быстроту изменения вектора скорости по модулю (рис А), его величина

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$$



Нормальное (центростремительное) ускорение $\vec{a}_n$ направлено по нормали ктраектории к центру ее кривизны О и характеризуетбыстроту изменения направления вектора скорости точки.

Величинанормального ускорения связана со скоростью V движения по кругу ивеличиной радиуса R(Рис. (В)). Пусть $|\upsilon_1| = |\upsilon_2| = \upsilon$. Тогда для $a \to 0$: $\Delta\upsilon_n = \upsilon \sin\alpha \approx \upsilon \cdot \alpha$, $\Delta s = \upsilon \cdot \Delta t \approx R \cdot \alpha \Rightarrow \alpha \approx \frac{\upsilon \cdot \Delta t}{R}$, отсюда: $\Delta\upsilon_n \approx \frac{\upsilon^2}{R}\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta\upsilon_n}{\Delta t} = \frac{\upsilon^2}{R} \Rightarrow a_n = \frac{d\upsilon_n}{dt} = \frac{\upsilon^2}{R}$

Виды движения:

1) $\vec{a}_\tau = 0$; $\vec{a}_n = 0$ - прямолинейное равномерное движение: $\vec{a} = 0$

2) $\vec{a}_\tau = a = const$, $\vec{a}_n = 0$ - прямолинейное равнопеременное движение. Если $t_0 = 0$, то $\vec{a}_\tau = a = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t - t_0} = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t}$, $\upsilon = \upsilon_0 + at$; $s = \int_0^t (\upsilon_0 + at)dt = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$.

3) $\vec{a}_\tau = 0$, $\vec{a}_n = const = \frac{\upsilon^2}{R}$ - равномерное движение по окружности.

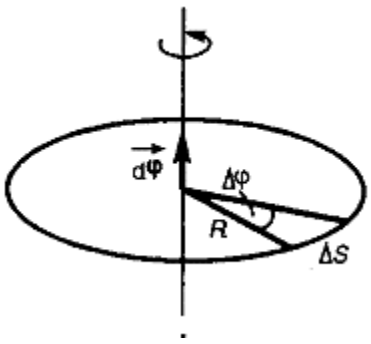
4) $\vec{a}_\tau \neq 0$, $\vec{a}_n \neq 0$ - криволинейное неравномерное движение.

Лекция 2 «Кинематика вращательного движения»

1. Движение точки по окружности. Угловое перемещение, угловая скорость.

При описании вращательного движения удобнопользоваться полярными координатами R и φ,где R — радиус — расстояние от полюса (центравращения) до материальной точки, а φ — полярныйугол (угол поворота).

Элементарные повороты (обозначаются $\Delta\varphi$ или $d\varphi$) можно рассматривать как псевдовекторы.



Угловое перемещение $d\vec{\varphi}$ — векторнаявеличина, модуль которой равен углу поворота, анаправление совпадает с направлением поступательного движения правого винта. (вектор направлен вдоль оси вращения).

Угловая скорость: $\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$.

Угловая скорость является первой производной углового перемещения по времени.

Единица измерения угловой скорости в СИ –*рад/с*. Ее вектор направлен вдоль оси вращения в сторону вектора углового перемещения.

При равномерном вращении по окружности зависимость угла поворота от времени выражается как: $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t$

2. Равнопеременное движение по окружности. Угловое ускорение.

В случае неравномерного движения ωне остается постоянной. Величина, характеризующая скорость изменения угловой скорости называется угловым ускорением и равна:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Угловое ускорение является первой производной угловой скорости по времени или второй производной углового перемещения по времени.

Единица измерения углового ускорения в СИ – $рад/с^2$

В случае вращения тела вокруг неподвижной оси изменение вектора ωобусловлено только изменением его численного значения. При этом вектор $\vec{\varepsilon}$ углового ускорения направлен вдоль оси вращения в ту же сторону, что и $\vec{\omega}$ при ускоренном вращении $\left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} > 0\right)$ и при замедленном $\left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} < 0\right)$ в обратном направлении.

Зависимость угла поворота от времени при равнопеременном движении по окружности описывается зависимостью: $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$.

Зависимость угловой скорости от времени при равнопеременном движении по окружности описывается зависимостью $\omega(t) = \omega_0 + \varepsilon t$.

3. Период и частота обращения. Связь между линейными и угловыми характеристиками.

При равномерном вращении угловая скорость не изменяется с течением времени (ω=*const*). Следовательно $\varphi = \omega \cdot t$. Равномерное движение по окружности можно характеризовать **периодом обращения** T – временем, в течении которого материальная точка совершает один полный оборот (т.е. φ=2π).

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Частота вращения ν – число полных оборотов за время равное периоду.

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Единица частоты вращения – герц (Гц).

Установим связь между угловой и линейной скоростями при движении материальной точки по окружности. Модуль линейной скорости определяется как отношение пройденного пути к промежутку времени, за который этот путь пройден $\upsilon = \frac{s}{\Delta t}$, а при движении по окружности длина пути (длина дуги окружности) выражаетсячерез угол поворота (выраженный в радианах) $s = R \cdot \Delta\varphi$, поэтому

$$\upsilon = \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega .$$

Запишем также выражение для центростремительного (нормального) ускорения, используяпонятие угловой скорости:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\left(R\omega^2\right)}{R} = R\omega^2 .$$

Тангенциальное ускорение точки связано с угловым ускорением:

$$a_\tau = \varepsilon R$$

Лекция 3 «Динамика поступательного движения»

1. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчета. Масса.

Динамикой называется раздел механики, в котором изучается движение тел как результат их взаимодействия. Главная цель динамики заключается в выяснении причин, которые вызывают изменение состояния движения или покоя, а также в установлении количественных зависимостей кинематических характеристик от этих причин.

Основу классической динамики составляют три закона движения, которые сформулированы английским ученым, основоположником современного естествознания, создателем классической физики И. Ньютоном (1643–1727).

Наблюдения показывают, что состояние движения тела может изменяться только в результате воздействия на него других тел. Это изменение состояния зависит как от других тел (характера и величины воздействия), так и от самого тела, его способности реагировать на внешнее воздействие. Для количественной характеристики воздействия вводится понятие **силы.**

Силойназывается количественная мера воздействия одного тела на другое, в результате которого тело изменяет состояние своего движения или деформируется (или имеет место и то и другое одновременно).

Первый закон Ньютона: Существуют такие системы отсчета называемые инерциальными, относительно которых, тело движется прямолинейно и равномерно или покоится, если на него не действуют другие тела или действие других тел скомпенсировано.

Поскольку невозможно полностью исключить воздействие на любое тело других тел, то и строго инерциальных систем в природе не существует. Однако во многих практических задачах инерциальной может считаться система, связанная со звездами или даже с Землей, если на ее суточное вращение можно не обращать внимания.

Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерногопрямолинейного движения называется **инертностью.** Поэтому первый законНьютона называют также **законом инерции**.

Инертность не только отражает свойство тела сохранять состояние покоя или прямолинейного равномерного движения, но и характеризует способность изменять это состояние под действием сил, т.е. приобретать ускорение. Чем больше инертность тела, тем меньше ускорение, приобретаемое телом под действием данной силы.

Для количественной характеристики инертности тел вводится понятие массы. **Масса** – количественная мера инертных и гравитационных свойств тела. В СИ масса измеряется в килограммах (кг), килограмм – одна из основных единиц СИ.

2. Импульс тела. Закон сохранения импульса. Центр масс. Движение центра масс.

Векторная величина $\vec{p}$, равная произведению массы mматериальной точки на ее скорость υ, и имеющая направлениескорости, называется импульсом материальной точки:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}$$

Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется механической системой . Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются внутренними.

Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются внешними.

Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называются замкнутой (или изолированной).

Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы тел не изменяется с течением времени

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i = const .$$

В механике Галилея – Ньютона из –за независимости массы от скорости-импульссистемыможетбытьвыраженчерезскоростьеецентрамасс

Центром масс (или центром инерции) системы материальных точек называется воображаемая точка «С», положение которой характеризует распределение массы этой системы . Ее радиус – вектор равен

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{m},$$

где m_i и r_i соответственно масса и радиус вектор *i*-й материальной точки; *n* – число материальных точек в системе; *m* – суммарная масса всех точек системы.

Скорость центра масс

$$\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i}{m}.$$

Учитывая, что $p_i = m_i \upsilon_i$, а $\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \vec{p}$, можно написать $\vec{p} = m\vec{\upsilon}_C$, т.е. импульс системы равен произведению массы системы на скорость ее центра масс.

Закон движения центра масс: центр масс системы движетсякак материальная точка, в которой сосредоточена масса всейсистемы и на которую действует сила, равная геометрическойсумме всех внешних сил, действующих на систему.

3. Второй закон Ньютона. Сила как производная импульса. Третий закон Ньютона.

Второй закон Ньютона — основной закон динамики поступательногодвижения — отвечает на вопрос, как изменяется механическое движениематериальной точки (тела) под действием приложенных к ней сил.

Второй закон Ньютона:Ускорение*a*, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе F, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе m материальной точки (тела):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Второй закон Ньютона можно переписать в виде:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d(m\vec{\upsilon})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Из выражения видно, что сила является производной импульса по времени.

Более общая формулировка второго закона Ньютона:

Скорость изменения импульса тела равна действующей на тело силе F:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Векторная величина $\vec{F}dt$ называется элементарным импульсом силы за малое время dtee действия. Согласно второму закону Ньютона **изменение импульса материальной точки** равно **импульсу действующей на нее силы**:

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \text{ и } \Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt$$

Третий закон Ньютона : силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки (тела), всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой , соединяющей эти точки (тела):

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

4. Виды сил в механике: силы упругости, силы трения, сила тяготения, сила тяжести. Вес тела.

А) **Силы тяготения** (гравитационные силы).

В системе отсчета связанной с Землей, на всякое тело массой mдействует сила:

$$\vec{F} = m\vec{g},$$

называемая **силой тяжести** — сила, с которой тело притягиваетсяЗемлёй. Под действием силы притяжения к Земле все тела падают одинаковым ускорением g = 9,81м/с^2, называемым ускорением свободногопадения.

Весом тела — называется сила, с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору или подвес.

Сила тяжести действует всегда, а вес проявляется лишь тогда, когдана тело кроме силы тяжести действуют другие силы. Сила тяжести равна весутела только в том случае, когда ускорение тела относительно земли равнонулю. В противном случае $\vec{F} = m(\vec{g} - \vec{a})$,где $\vec{a}$— ускорение тела с опоройотносительно Земли. Если тело свободно движется в поле силы тяготения, то $\vec{a} = \vec{g}$ и вес равен нулю, т.е. тело будет невесомым.

Невесомость — это состояние тела, при котором оно движется толькопод действием силы тяжести.

Б) **Силы упругости**

Силы упругости возникают в результате взаимодействия тел,сопровождающегося их деформацией.

Упругая сила пропорциональна смещению частицы из положенияравновесия и направлена к положению равновесия:

$$F_{упр} = -k\vec{r}$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор, характеризующий смещение частицы изположения равновесия, к — упругость. Примером такой силы является силаупругости деформации пружины при растяжении или сжатии:

$$F_{упр} = -k\Delta x$$

где k — жесткость пружины, Δx - упругая деформация.

З) **Сила трения**

Сила трения скольжения возникает при скольжении данного тела попоповерхности другого:

$$F_{тр} = \mu N,$$

где μ — коэффициент трения скольжения, зависящий от природы исостояния соприкасающихся поверхностей; N — сила нормального давления,прижимающая трущиеся поверхности друг к другу. Сила трения направлена покасательной к трущимся поверхностям в

сторону, противоположнуюдвижению данного тела относительно другого.

Лекция 4 «Механическая работа и мощность. Энергия»

1. Работа как количественная мера превращения энергии. Работа постоянной и переменной силы. Мощность.Консервативные и неконсервативные силы.

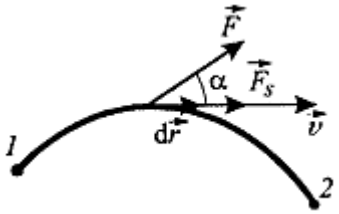
Энергия — это универсальная мера различных форм движения ивзаимодействия. С различными формами движения материи связываютразличные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную,ядерную... Изменение механического движения тела вызывается силами,действующими на него со стороны других тел.

Работа силы — это количественная характеристика процесса обменаэнергией между взаимодействующими телами.

При прямолинейном движении тела под действием постоянной силы F,которая составляет некоторый угол α с направлением перемещения, работаэтой силы равна:

$$A = F_s s = Fs\cos\alpha$$

В общем случае сила может изменяться как помодулю, так и по направлению, поэтому этой формулойпользоваться нельзя. Однако на элементарном (бесконечно малом) перемещении dr можно ввести скалярнуювеличину — **элементарную работу**dA силы F:

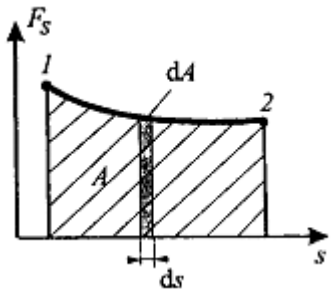


$$dA = \left(\bar{F}\cdot d\bar{r}\right) = F\cos\alpha\cdot ds = F_s ds$$

Работа силы на участке траектории отточки 1 до точки 2 равна алгебраической суммеэлементарных работ на отдельных бесконечно малыхучастках пути:

$$A = \int_1^2 Fds\cos\alpha = \int_1^2 F_s ds$$

Работу можно представить графически как площадь заштрихованной фигуры



Единица измерения работы в СИ – джоуль (Дж) – работа совершаемая силой 1 Н на пути 1 м. 1 Дж = 1 Н·м

Консервативной называют силу, работа которой определяется только начальным и конечным положениями тела и не зависит от формы пути. Консервативными силами являются силы тяготения, упругости. Все центральные силы консервативны. Примером неконсервативных сил являются силы трения.

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие мощности.

$$N = \frac{dA}{dt}$$

Использую понятие элементарной работы мощность можно представить в виде: $N = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{\upsilon}$, т.е. мощность равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости.

Единица мощности — ватт (Вт): 1Вт — мощность, при которой за время1с совершается работа 1Дж: 1Вт=1Дж/с.

2. Кинетическая энергия механической системы и ее связь с работой внешних и внутренних сил, приложенных к системе.

Кинетическая энергия механической системы (К) — это энергия механического движения этой системы. Сила, действуя на покоящееся тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы. Таким образом приращение кинетической энергии частицы на элементарном перемещении равно элементарной работе на том же перемещении:

$$dK = dA$$

Тело массой m, движущееся со скоростью υ, обладает кинетической энергией:

$$dA = \bar{F}d\bar{r} = m\frac{d\bar{\upsilon}}{dt}d\bar{r} = m\bar{\upsilon}\,d\bar{\upsilon} = m\upsilon\,d\upsilon = dK \quad \Rightarrow \quad K = \int_0^{\upsilon} m\upsilon\,d\upsilon = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

Кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела. Поэтому кинетическая энергия:

- является функцией состояния системы;
- всегда положительна;
- неодинакова в разных инерциальных системах отсчета.

Теорема и о кинетической энергии: изменение кинетической энергии тела равно работе внешних сил:

$$A = \Delta K = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$$

В механике под энергией понимают способность системы совершить механическую работу. Если рассматриваемая система совершает положительную работу над внешними телами, то энергия системы уменьшается на величину совершенной работы; если внешние силы совершают положи-

тельную работу над системой, то энергия системы возрастает на величину совершенной работы. Таким образом, энергия и работаявляются близкими взаимосвязанными, но не идентичными понятиями. Так работа является характеристикой физических процессов, а энергия - характеристика состояния системы, причем работа играет роль меры изменения энергии системы.

При изучении различных видов энергии рассматривают два подхода: первый, внешние силы совершают работу над системой, второй – система совершает работу над внешними телами. В обоих случаях изменение энергии равно совершенной работе, что позволяет получать математические выражения для различных форм энергии.

3. Потенциальная энергия материальной точки. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия.

Если тела взаимодействуют между собой, то есть если между ними действуют силы, то в процессе их взаимного движения также может совершаться механическая работа. Следовательно, можно говорить, что взаимодействующие тела обладают энергией. Энергия, обусловленная взаимодействием тел, их взаимным расположением, называется **потенциальной.** Если сила взаимодействия совершает положительную работу, то потенциальная энергия этого взаимодействия уменьшается на величину совершенной работы.

Потенциальное поле — поле, в котором работа, совершаемая силамипри перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, покакой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начальногои конечного положений. Силы, действующие в таких полях, называютсяконсервативными (например, сила тяготения). Если же работа, совершаемаясилой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, тотакая сила называется диссипативной (например, сила трения).

Работа консервативных (потенциальных) сил при элементарномизменении конфигурации системы равна приращению потенциальнойэнергии, взятому со знаком минус, так как работа совершается за счетубыли потенциальной энергии:

$$dA = -dW$$

Поскольку $\vec{F}d\vec{r} = -dW$, то $W = -\int \vec{F}d\vec{r} + const$, отсюда $\vec{F} = -gradW = -\nabla W$, где вектор $gradW = \frac{\partial W}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W}{\partial z}\vec{k}$ называется градиентом скаляра W и обозначается $\nabla W \equiv gradW$. Символ ∇ (“набла”) обозначает символический вектор, называемый оператором Гамильтона или набла-оператором.

Конкретный вид функции W зависит от характера силового поля. Например потенциальная энергия тела массы m на высоте hотносительно уровня земли:

$$W = -\int_0^h \bar{P} d\bar{r} = \int_0^h mgdx = mgh$$

Потенциальная энергия пружины, растянутой на длину *x*:

$$W = \frac{kx^2}{2}$$

Закон всемирного тяготения. Между любыми двумя материальнымиточками действует сила взаимного притяжения, прямопропорциональная произведению масс этих точек и обратнопропорциональная квадрату расстояния между ними:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G = 6.67 10^{-11}Н·м/кг^2 — гравитационная постоянная.

Эта сила называется **гравитационной**, или **силой всемирноготяготения**. Силы тяготения всегда являются силами притяжения инаправлены вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие тела.Гравитационное взаимодействие между телами осуществляется спомощью поля тяготения, или гравитационного поля.На примере гравитационного поля рассмотрим понятия напряженностиполя и потенциала поля.

Напряженность поля тяготения это физическая величина, равнаяотношению силы, действующей со стороны поля на помещенноев него тело (материальную точку), к массе этого тела.

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{m}$$

Напряженность является векторной силовой характеристикойполя тяготения.

В гравитационном поле Земли $\vec{F} = m\vec{g}$, откуда

$$E = g = \frac{F}{m} = \frac{GM}{R^2} = \frac{GM}{(R_3 + h)^2},$$

где R_3 радиус Земли, масса которой *M*,h–расстояние от центра тяжести тела до поверхности Земли.

Работа по перемещению тела с расстояния R_1до расстояния R_2:

$$A = -\int_{R_1}^{R_2} G\frac{mM}{R^2} dR = -m\left(\frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1}\right)$$

Работа не зависит от траектории перемещения, а определяется только начальным и конечным положениями тела.

Следовательно, силы тяготения консервативны, а поле тяготения является потенциальным. Работа консервативных сил равна изменению потенциальной энергии системы с обратным знаком:

$$A = -(W_2 - W_1)$$

Поэтому потенциальная энергия поля сил тяготения:

$$W = -G\frac{mM}{R}.$$

Лекция 5 «Динамика вращательного движения»

1. Момент инерции материальной точки. Теорема Штейнера.

Моментом инерции материальной точки относительно оси вращения- называется произведение массы этой точки на квадратрасстояния от оси:

$$I = mr^2.$$

Единица измерения момента инерции СИ - кг·м^2

Моментом инерции системы (тела) относительно оси вращения называется физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси: $I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$.

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу $I = \int r^2 dm$, где интегрирование производится по объему тела.

Единица измерения момента инерции в СИ – кг·м^2

Момент инерции тела зависит от того, относительно какой оси оно вращается и как распределена масса тела по объему.

Момент инерции некоторых тел, имеющий правильную геометрическую форму относительно оси симметрии:

полый тонкостенный цилиндр радиуса R– $I = mR^2$;

сплошной цилиндр (диск) радиуса R – $I = \frac{1}{2}mR^2$;

прямой тонкий стержень длиной l – $I = \frac{1}{12}ml^2$;

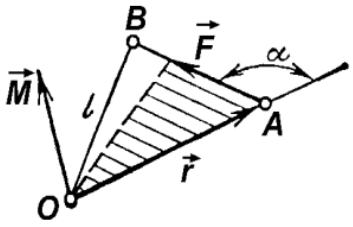
шар радиусом R – $I = \frac{2}{5}mR^2$.

Теорема Штейнера: *момент инерции тела I относительно произвольной оси z равен сумме момента его инерции I_C относительно параллельной оси, проходящей через центр масс C тела, и произведения массы m тела на квадрат расстояния a между осями*:

$$I_z = I_C + ma^2$$

2. Момент силы. Плечо силы.

Моментом силы $\vec{F}$ относительно неподвижной точки О называется физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки О в точку приложения силы, на силу $\vec{F}$:



$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right]$$

Единица измерения момента силы в СИ – Н·м

Модуль момента силы: $\vec{M} = Fr\sin\alpha = Fl$, где $l = r\sin\alpha$ — плечо силы — кратчайшее расстояние между линией действия силы и точкой О; α — угол между $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

Модуль вектора момента силы направлен перпендикулярно плоскости, в которой лежат радиус-вектор $\vec{r}$ и вектор $\vec{F}$ (определяется мнемоническим правилом правого винта).

Моментом силы относительно неподвижной оси z — называется скалярная величина M_z, равная проекции на эту ось вектора $\vec{M}$ момента силы, определенного относительно произвольной точки О данной оси z. Значение момента не зависит от выбора положения точки О на оси z.

Парой сил называются две равные по величине противоположно направленные силы, не действующие вдоль одной прямой. Расстояние между прямыми, вдоль которых действуют силы, называется **плечом пары**.

Суммарный момент пары сил равен $\vec{M} = \left[\vec{r}_1, \vec{F}_1\right] + \left[\vec{r}_2, \vec{F}_2\right]$ Так как $\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right|$ и $\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ то суммарный момент пары сил можно переписать в виде: $\vec{M} = \left[\vec{r}_{1,2}, \vec{F}_1\right]$.

3. **Кинетическая энергия вращающегося тела. Основной закон динамики вращательного движения**

При повороте тела под действием силы $\vec{F}$ на бесконечно малый угол $d\varphi$ точка приложения силы A проходит путь $ds = rd\varphi$ и работа равна:

$dA = F\sin\alpha rd\varphi = M_z d\varphi$

Работа вращения тела идет на увеличение его кинетической энергии:

$$dA = dE_k = d\left(\frac{I_z\omega^2}{2}\right) = I_z\omega d\omega$$

Тогда $M_z d\varphi = I_z\omega d\omega$ или $M_z\dfrac{d\varphi}{dt} = I_z\omega\dfrac{d\omega}{dt}$. Откуда получаем основное уравнение динамики вращательного движения (основной закон динамики вращательного движения):

$$M_z = I_z\varepsilon.$$

В векторном виде : $\vec{M} = I\vec{\varepsilon}$, где I - главный момент инерции тела.

Абсолютно твердое тело вращается около неподвижной оси z проходящей через него. Все точки движутся с одинаковой угловой скоростью ω= const.

Кинетическая энергия тела:

$$E_{k\,\text{вр}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i (\omega r_i)^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = \frac{I_z \omega^2}{2}$$

, где I_z - момент инерции тела относительно оси z.

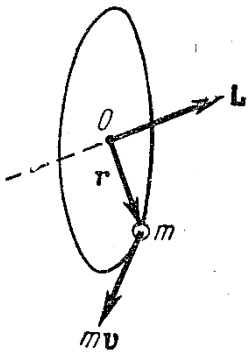
Если тело совершает поступательное и вращательное движения одновременно, то его полная кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

Из сопоставления формул кинетической энергии для поступательного и вращательного движений видно, что мерой инертности при вращательном движении служит момент инерции тела.

4. **Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.**

Моментом импульса материальной точки А, относительно неподвижной точки О, называется физическая величина, определяемая векторным произведением: $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{\upsilon}]$



Введя плечо $l = r\sin\alpha$, модуль вектора момента импульса можно записать:

$$L = m\upsilon l$$

Если материальная точкамассой m движется по окружности радиусом rто ее момент импульса $L = m\upsilon r$.

Поскольку плечо равное *r,* остается постоянным, момент импульса может изменятся только за счет изменения модуля скорости, что возможно если тангенциальная составляющая F_τ силы F, действующей на материальную точку, отлична от нуля:

$$m\frac{d\upsilon}{dt} = F_\tau .$$

Умножив обе части равенства на *r*и внося постоянные величины *m*и *r* под знак производной, получим: $\frac{d}{dt}(m\upsilon r) = F_\tau r$, или $\frac{dL}{dt} = M$, где M – момент силы, действующей на материальную точку, взятый относительно центра окружности.

При вращении абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси каждая точка тела движется по окружности постоянного радиуса r_i со скоростью υ_i перпендикулярной радиусу. Момент импульса отдельной частицы равен $L_{iz} = m_i \upsilon_i r_i$ и направлен по оси в сторону, определяемую правилом правого винта (совпадает с направлением вектора угловой скорости ω). Момент импульса твердого тела относительно оси есть сумма моментов

импульса отдельных частиц: $L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i r_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \omega_i r_i^2 = I_z \omega$. Продифференцировав по времени получим $\frac{dL_z}{dt} = I_z \frac{d\omega}{dt} = I_z \varepsilon = M_z$

В векторной форме: $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ (еще одна форма уравнения динамики вращательного движения).

В замкнутой системе момент внешних сил $M = 0$, следовательно и $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$.

Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени:

$$\vec{L} = const.$$

При вращении твердого тела относительно некоторой оси z закон сохранения момента импульса $\vec{L} = const$ равносилен: $I\omega = const$

Лекция 6 «Неинерциальные системы отсчета»

1.Силы инерции. Характерная особенность сил инерции

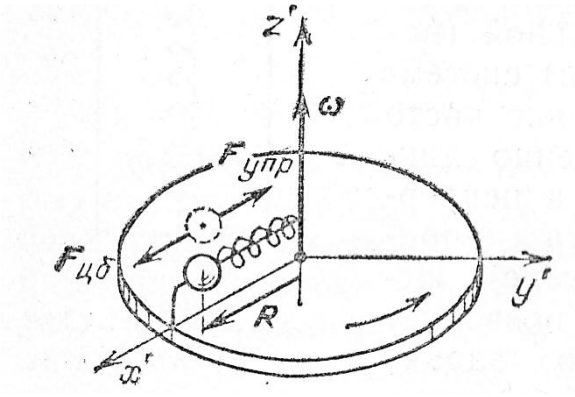
Законы ньютона справедливы только в инерциальных системах отсчета. Несоблюдение законов в неинерциальной системе отсчета можно обнаружить на примере тела, покоящегося в некоторой инерциальной системе. В этом случае тело не испытывает действия сил: *F=0*. Однако в неинерциальной системе, движущейся по отношению к инерциальным системам с ускорением, тело будет иметь ускорение *a* отличное от нуля. Поскольку *F=0*, то равенство *F=ma*не соблюдается.

Рассмотрим две системы отсчета, из которых система К является инерциальной, а система К/ движется относительно системы К с некоторым ускорением a_0и следовательно, неинерциальна. Радиус-векторы показанные на рисунке (стр. 119) связаны соотношением $\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}'$. Двойное дифференцирование по времени этого соотношения приводит к равенству: $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2} + \frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}$ или $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$, где $\vec{a}$ - ускорение частицы в системе К, $\vec{a}_0$ - ускорение системы К/ по отношению к системе К, $\vec{a}'$ - ускорение частицы в системе К/. умножим равенство $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$ на массу частицы m и примем во внимание, что согласно второму закону Ньютона произведение ma дает силу F,с которой действуют на частицу другие тела. В результате получим уравнение $m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_0$. Таким образом, относительно системы К/ частица ведет себя так, как если бы , кроме реальной силы F, на нее действовала дополнительная фиктивная сила $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$. Эта сила **называется силой инерции.**

С учетом понятия силы инерции закон динамики для неинерциальных систем отсчета можно записать в виде. $m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{in}$.

Характерной особенностью сил инерции является их пропорциональность массе тела. В этом отношении силы инерции сходны с гравитационными силами.

2. Неинерциальная вращающаяся система отсчета. Центробежная сила инерции.



Рассмотрим поведение тел в неинерциальной системе отсчета К/ вращающейся относительно инерциальной системы отсчета К с постоянной угловой скоростью ω. Примером может служить диск, с радиально закрепленной направляющей, на которую одет шарик, «привязанный» к оси диска пружиной.

При раскручивании диска шарик растягивает пружину до тех пор, пока упругая сила не станет равной произведению массы шарика на его ускорение

$$\vec{F}_{упр} = -m\vec{a}_n = -m\omega^2\vec{R} \ .$$

Относительно системы К/, связанной с диском, шарик покоится. Это можно объяснить тем, что в системе К/ , кроме силы $F_{упр}$ на шарик действует сила инерции направленная вдоль радиуса от оси вращения диска $\vec{F}_{цб} = m\omega^2\vec{R}$. Силу инерции возникающую при вращении системы отсчета называют **центробежной силой инерции.**

3. Сила Кориолиса.

При движении тела во вращающейся системе отсчета, кроме центробежной силы возникает еще одна сила инерции, называемая **силой Кориолиса** или **кориолисовой силой.**

Рассмотрим диск, вращающийся с постоянной угловой скоростью ω. Пусть по окружности радиуса R равномерно движется привязанная нитью к оси диска материальная точка со скоростью υ' относительно диска.

Линейная скорость точек окружности равна ωR. Скорость частицы относительно неподвижной системы будет равна $\upsilon' + \omega R$.

Ускорение частицы в неподвижной системе :

$$\vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R}\vec{n} = \frac{\left(\upsilon' + \omega R\right)^2}{R}\vec{n} = \frac{\upsilon'^2}{R}\vec{n} + \omega^2 R\vec{n} + 2\upsilon'\omega\vec{n}$$

Произведение массы частицы mна $\vec{a}_n$ дает силу натяжения нити. Следовательно можно написать, что $\vec{F} = ma'_n + m\omega^2 R\vec{n} + 2m\upsilon'\omega\vec{n}$. Отсюда

$ma_n' = \vec{F} - m\omega^2 R\vec{n} - 2m\upsilon'\omega\vec{n}$. Относительно диска, на частицу кроме реальной силы F действуют две дополнительные силы, направленные от оси вращения. Первая из них равна $-m\omega^2 R\vec{n}$ - является центробежной силой инерции $F_{цб}$. Вторая, равная $-2m\upsilon'\omega\vec{n}$, может быть представлена в виде:

$$\vec{F}_K = 2m[\vec{\upsilon}', \vec{\omega}]$$

Силу инерции $\vec{F}_K$ называют **силой Кориолиса**.

Так как кориолисова сила определятся векторным произведением, то:

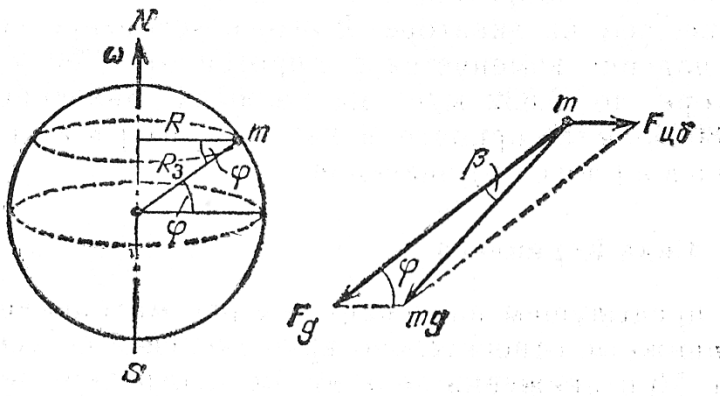
1) сила Кориолиса перпендикулярна вектору ω, т. е. всегда лежит в плоскости вращения;

2) сила Кориолиса перпендикулярна к скорости υ' и, следовательно работы над частицей не совершает. Эта сила может только изменить направление скорости υ', но не ее модуль.

4. Неинерциальность системы отсчета связанной с Землей. Маятник Фуко.

Вследствие суточного вращения Земли, системы отсчета с ней связанные являются неинерциальными. При точных расчетах необходимо учитывать центробежную силу и силу Кориолиса. Центробежная сила максимальна на экваторе, где R=6,38·10^{6}м. За сутки (t=86400 с)Земля поворачивается на угол 2π. Угловая скорость Земли $\omega_з = \frac{2\pi}{86400} = 7,27\cdot10^{-7}\ рад/с$. Модуль центробежной силы инерции действующий на тело массой 1 кг, равен $F_{цб}$=0,0337 Н, что составляет 1/291 часть силы тяжести.

Ускорение свободного падения g есть ускорение тела относительно Земли. Кроме гравитационной силы F_g, с которой Земля притягивает тело, нужно учитывать центробежную силу инерции $F_{цб.}$, модуль которой равен $m\omega_з^2 R_з \cos\varphi$. Следовательно, сила тяжести mg является результирующей сил F_g и $F_{цб.}$



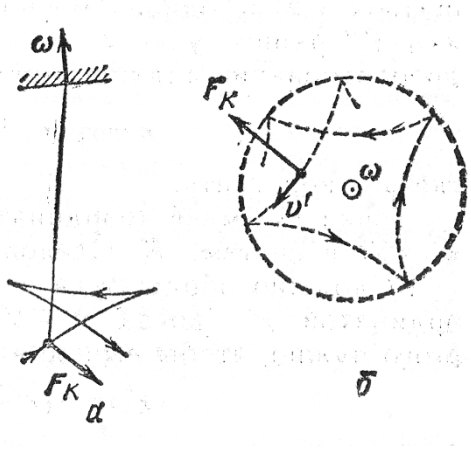
Направление силы mg совпадает с направлением нити, натянутой грузом, которое называется **направлением отвеса** или **вертикальным направлением.**

При движении тел вблизи земной поверхности будет проявляться действие силы Кориолиса. При свободном падении кориолисова сила отклоняет тела к востоку. Это отклонение пропорционально синусу широты местности, и следовательно максимально на экваторе и равно нулю на полюсе. Например, на экваторе при падении с высоты 30 м отклонение составляет 3,6 мм.

Сила Кориолиса действующая на тело, движущееся вдоль меридиана в любом направлении, направлена по отношению движения вправо в семерном полушарии и влево в южном. По этой причине у рек всегда подмывается правый берег в северном полушарии и левый берег в южном полушарии.

Доказательством суточного вращения Земли является вызываемый действием силы Кориолиса поворот плоскости колебаний маятника. Данный опыт был впервые осуществлен Фуко в 1851 г в Париже с маятником длиной 67 м. поэтому маятники, предназначенные для демонстрации суточного вращения Земли называются **маятниками Фуко**.

На рисунке показан маятник находящийся на Северном полюсе. Сила Кориолиса все время направлена вправо по ходу маятника. Плоскость качаний маятника поворачивается относительно земли по часовой стрелке, делая за сутки один оборот. На широте φ плоскость качаний маятника за сутки поворачивается на угол $2\pi\sin\varphi$. На экваторе сила Кориолиса направлена вдоль подвеса и не вызывает поворота плоскости колебаний маятника.



Лекция 7. «Элементы специальной теории относительности»

1. Принцип эквивалентности. Преобразования Галилея

Сопоставим описания движения частицы в инерциальных системах отсчета К и К/, движущихся друг относительно друга с скоростью V. Для простаты выберем оси координат как показано на рис (ст153). Отсчет времени начнем с момента когда начала координат О и О/ совпадали. Координаты x и x' произвольно выбранной точки Р будут связаны соотношением $x = x' + Vt$. При сделанном выборе осей $y = y'$ и $z = z'$. В ньютоновской механике считается, что время во всех инерциальных системах отсчета течет одинаково, поэтому $t = t'$.

Таким образом, получается совокупность уравнений:

$$\begin{cases} x = x' + Vt; \\ y = y'; \\ z = z'; \\ t = t', \end{cases}$$

называемых**преобразованиями Галилея.**

Продифференцировав по времени первое уравнение совокупности получим: $\upsilon_x = \upsilon'_{x'} + V$, где $V = V_x = V_{x'}$. Дифференцирование второго и третьего уравнения совокупности дает: $\upsilon_y = \upsilon'_{y'}$; $\upsilon_z = \upsilon'_{z'}$.

Таким образом: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{V}$. Это уравнение можно рассматривать либо как формулу преобразования скорости частицы от системы К/ к системе К, либо как закон **сложения скоростей.**

Дифференцирование по времени формулы закона сложения скоростей приводит к равенству $\vec{a} = \vec{a}'$. Таким образом ускорения частицы относительно систем К и К/ одинаково.

Сила F, действующая на частицу в системе К, совпадает с силой F', действующей на частицу в системе К'. Это значит, что если выполняется равенство $m\vec{a} = \vec{F}$, то будет выполнятся равенство $m\vec{a}' = \vec{F}'$.

Поэтому полученный результат означает, что **законы механики одинаково формулируются для всех инерциальных систем отсчета**. Это утверждение называется принципом относительности Галилея.

Величины, которые имеют одно и то же числовое значение во всех системах отсчета, называются инвариантными (латинское слово invariants означает «неизменяющийся»).

Инвариантными по отношению к преобразованию координат и времени при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой называются также уравнения, вид которых не изменяется при таком переходе. Сами величины, входящие в уравнение, могут при переходе к другой системе отсчета, меняться, однако формулы, выражающие связь между величинами, остаются неизменными.

Воспользовавшись понятием инвариантности, принцип относительности Галилея можно сформулировать следующим образом: ***уравнения механики инвариантны по отношению к преобразованиям Галилея.***

2. Постулаты специальной теории относительности и следствия из них. Преобразования Лоренца

В 1905 г. А. Эйнштейн создал специальную теорию относительности (СТО), которая представляет собой физическую теорию пространства и времени для случая пренебрежимо слабых гравитационных полей. В основе этой теории лежат два постулата: принцип относительности Эйнштейна и принцип постоянства скорости света.

Эйнштейн распространил механический принцип относительности Галилея на все без исключения физические явления, высказав утверждение, что все законы природы одинаково формулируются для всех инерциальных систем отсчета. Кроме того, Эйнштейн показал, что преобразования Галилея должны быть заменены более общими преобразованиями Лоренца. В соответствии с этим принцип относительности Эйнштейна можно сформулировать в виде: ***уравнения, выражающие законы природы, инвариантны по отношению к преобразованиям Лоренца.***

Принцип постоянства скорости света утверждает, ***что скорость света в вакууме не зависит от движения источников света и, следовательно, одинакова во всех инерциальных системах отсчета.***

Существование предельной скорости приводит к тому, что понятие одновременности, считавшееся в ньютоновской механике абсолютным, в действительности является относительным. В пояснение этого часто приводят следующий пример. Пусть из середины равномерно движущегося поезда испускается вобоих направлениях световой сигнал. В любой инерциальной системе отсчета свет распространяется во всех направлениях с одинаковой **скоростью с**. Поэтому едущий в поезде пассажир отметит, что сигнал достиг головы и хвоста поезда одновременно. Дежурный же по станции отметит, что сигнал достиг хвоста поезда раньше, чем головы.

Из рассмотренного примера следует, что в разных системах отсчета время течет неодинаково.

Пусть имеются инициальные системы отсчета К и К'. Безразлично, какую из них считать неподвижной, а какую движущейся. Предположим, что одна система движется относительно второй со скоростью *V*и происходит какое-то событие. В системе К оно характеризуется значениями координат и времени x, y, z, t; в системе К' — значениями x', y', z', t'. Обозначим $\beta = V/c$.

Формулы, связывающие значения x, y, z, t с значениями x', y', z', t' будут иметь вид :

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\beta^2}},\ y = y',\ z = z',\ t = \frac{t' + \left(V/c^2\right)x'}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}},\ y' = y,\ z' = z,\ t' = \frac{t - \left(V/c^2\right)x}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Эти формулы называются ***преобразованиями Лоренца***.

Из преобразований Лоренца следует, что в направлении движения линейные размеры тела сокращаются. Это явление называется ***лоренцевым*** (или ***фицджеральдовым***) сокращением. Например, для стержня, движущегося в направлении оси проходящей через его концы, длину можно определить как $l = l_0\sqrt{1 - V^2/c^2}$, где l_0 – длина стержня в состоянии покоя, *V*–скорость движения.

3. Релятивистский импульс. Взаимосвязь массы и энергии.

Законы сохранения, как и другие законы природы, должны соблюдаться во всех инерциальных системах отсчета, т. е. быть инвариантными по отношению к преобразованиям Лоренца.

Релятивистское выражение для импульса имеет вид $\vec{p} = \frac{m_0\vec{V}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$, где m_0– масса покоя частицы, т.е. масса, измеренная в тойинерциальной системе отсчета, в которой частица находится впокое.

При $V << c$ релятивистское выражение для импульса переходит в ньютоновское выражение $\vec{p} = m_0\vec{V}$.

Релятивистский импульс системы сохраняется. Закон сохранения релятивистского импульса — следствие однородности пространства.

Законы классической динамики получаются из законов релятивистской динамики в предельном случае $V << c$ Таким образом классическая механика - это механика макротел, движущихся с малыми скоростями (по сравнению со скоростью света в вакууме).

В релятивистской механике под полной энергией подразумевается сумма кинетической энергии и энергии покоя частицы.

Полная энергия частицы определяется как

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Энергия покоя частицы - $E_0 = m_0 c^2$.

Релятивистское соотношение между полной энергией и импульсом тела:

$$E^2 = m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Величина $E^2 - p^2 c^2 = E_0^2$ является инвариантом системы.

В случае, когда масса покоя частицы равна нулю, то $E^2 - p^2 c^2 = 0$.

Следовательно, такая частица может обладать отличными от нуля энергией и импульсом только в том случае, когда она движется со скоростью света. К таким частицам относятся фотоны.

Основной вывод теории относительности — ***пространство и время органически взаимосвязаны и образуют единую форму существования материи — пространство-время.***

Лекция 8 «Элементы механики сплошных сред»

1. Теорема о неразрывности струи. Уравнение Бернулли и следствия из него.

Свойства жидкостей и газов во многом отличаются. Молекулы газа,совершая хаотическое движение, равномерно заполняют весьпредоставленный им объем. В жидкостях, в отличие от газов, среднеерасстояние между молекулами остается практически постоянным. Жидкость,сохраняя объем, принимает форму сосуда, в котором она заключена.

Однако в ряде случаев, когда жидкости и газы можно рассматривать какплошную среду, их поведение описывается одинаковыми законами – законами***гидроаэромеханики***. Поэтому пользуются единым термином "**жидкость**".

В физике используется физическая модель несжимаемой жидкости - ***жидкости, плотность которой всюду одинакова и не меняется со временем***. На каждый элемент поверхности ΔS тела, помещенного в жидкость, состороны молекул жидкости действует сила ΔF направленная перпендикулярноповерхности.

Давлением жидкости называется физическая величина,определяемая нормальной силой, действующей со стороныжидкости на единицу площади:

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

Единица давления — паскаль (Па). 1Па равен давлению, создаваемомусилой 1Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхностиплощадью 1м^2 (1 Па= 1 Н/м2).

Давление при равновесии жидкостей или газов подчиняется **закону Паскаля**: ***Давление в любом месте покоящейся жидкости одинаково по всем направлениям, причем давление одинаково передается по всему объему,занятому покоящейся жидкостью.***

При равновесии жидкости давление по горизонтали всегда одинаково,поэтому свободная поверхность жидкости всегда горизонтальна вдали отстенок сосуда.

Если жидкость несжимаема, то ее плотность не зависит от давления.Тогда при поперечном сечении S столба жидкости, его высоте h и плотности ρ вес $P = \rho gSh$, а давление на нижнее основание изменяется линейно свысотой:

$$p = \frac{P}{S} = \frac{\rho gSh}{S} = \rho gh$$

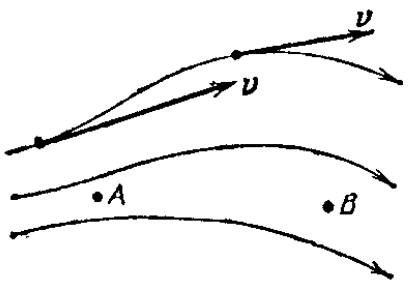
Давление $p = \rho gh$ называется ***гидростатическим давлением.***

Сила давления на нижние слои жидкости будет больше, чем на верхние,поэтому на тело, погруженное в жидкость действует сила, определяемаязаконом **Архимеда**: ***на тело, погруженное в жидкость или газ, действует со стороны этой жидкости (газа) направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (газа)***:

$$F_A = \rho gV$$

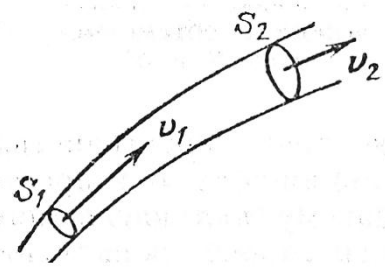
Движение жидкости называется ***течением***, а совокупность частиц движущейся жидкости - ***потоком.***

Графически движение жидкостейизображается с помощью ***линий тока***которые проводятся так, чтокасательные к ним совпадают понаправлению с вектором скоростижидкости в данный момент времени.



Линии тока проводятся так, чтобыгустота их была больше там, где большескорость течения жидкости, и меньшетам, где жидкость течет медленнее. Часть жидкости, ограниченная линиями тока, называется ***трубкой тока.***

Течение жидкости называется ***установившимся*** (или ***стационарным***),если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждойее точке со временем не изменяются.



Рассмотрим трубку тока, выбрав два сечения S_1, и S_2, перпендикулярные направлению скорости v. За время Δt через сечение S проходит объем жидкости

$Sv\Delta t$. Если жидкость несжимаема, то через S_2 за 1с пройдет такой же объем жидкости, что и через S_1:

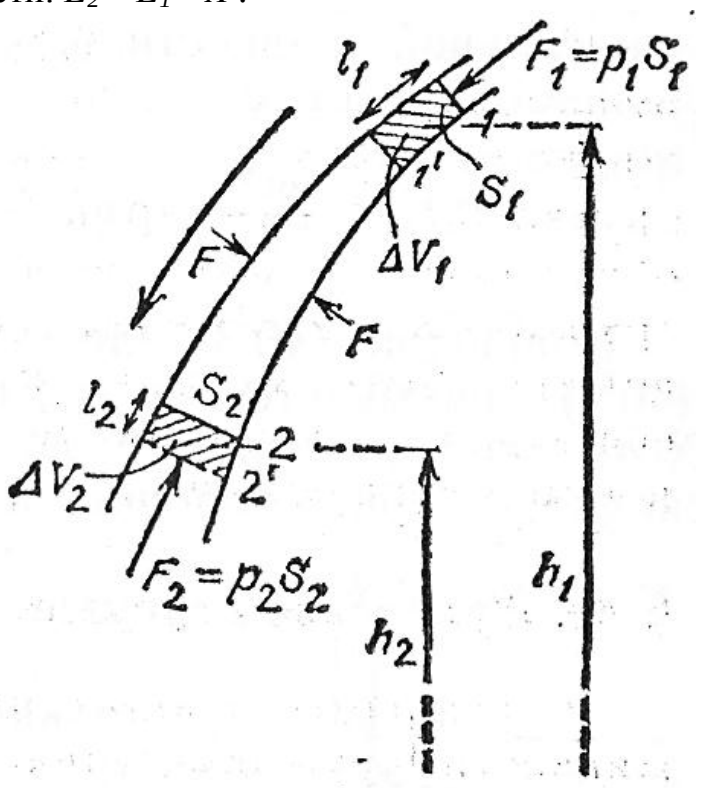
$S_1 v_1 = S_2 v_2$ или $Sv = const$ - ***уравнение неразрывности***.

Теорема о неразрывности струи: *произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока.*

В реальных жидкостях при перемещении слоев жидкости друг относительно друга возникают силы внутреннего трения, тормозящие относительное смещение слоев. Воображаемая жидкость, у которой внутреннее трение полностью отсутствует, называется ***идеальной***. Течение идеальной жидкости не сопровождается диссипацией энергии.

Рассмотрим стационарное течение несжимаемой идеальной жидкости. Выделим объем жидкости, ограниченный стенками узкой трубки тока и перпендикулярными к линиям тока сечениями S_1 и S_2.

По закону сохранения энергии изменение полной энергии жидкости массой m в местах сечений S_1 и S_2 равно работе внешних сил по перемещению этой массы жидкости: $E_2 - E_1 = A$.



$$E_1 = \frac{m\upsilon_1^2}{2} + mgh_1, \quad E_2 = \frac{m\upsilon_2^2}{2} + mgh_2, \quad A = F_1 l_1 + F_2 l_2, \quad l_1 = v_1 \Delta t, \quad l_2 = v_2 \Delta t,$$

$F_1 = p_1 S_1, \quad F_2 = -p_2 S_2 \cdot$ Отсюда:

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 S_1 \upsilon_1 \Delta t = \frac{m\upsilon_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 S_2 \upsilon_2 \Delta t$$

Согласно уравнению непрерывности, объем, занимаемый жидкостью, $\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$. Учитывая, что $m = \rho \Delta V$, где ρ – плотность жидкости получим $\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const$ - ***уравнение Бернулли***.

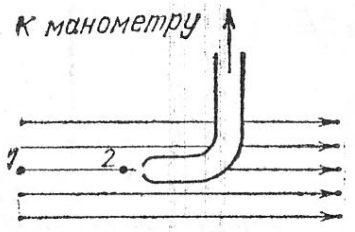
Уравнение Бернулли — выражение закона сохранения энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости.

Из уравнения Бернулли и уравнения неразрывности следует, что при течении жидкости по трубе, имеющей различные сечения, скорость жидкости больше в местах сужения, а статическое давление больше в более широких местах.

2. Статическое и динамическое давления в потоке и их измерение. Ламинарный и турбулентный режимы течения жидкостей.

Уравнение Бернулли было получено для идеальной жидкости, однако оно хорошо выполняется для реальныхжидкостей, у которых внутреннее трение невелико.Для горизонтальной линии тока уравнение Бернулли имеет вид

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2$$

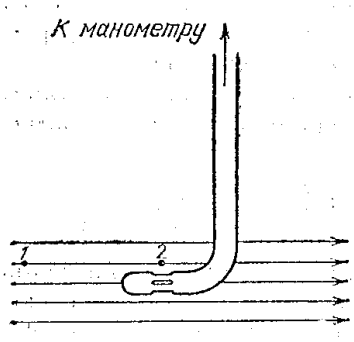
Чтобы измерить давление в текущей жидкости, нужно ввести в нее трубку, соединенную с манометром. (рис.)

Допустим, что в жидкость введена изогнутая манометрическая трубка с входным отверстием, обращенным навстречу потоку. Такая трубка называется трубкой Пито. Трубка нарушает характер движения жидкости. В частности, вдоль линии тока, упирающейся своим концом в центр отверстия трубки, скорость будет изменяться от значения v для невозмущенного потока на большом расстоянии от трубки до нуля непосредственно перед отверстием. Для точек 1 и 2 уравнение Бернулли имеет вид $\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = p_2$.

Здесь p_1 равно давлению p в невозмущенном потоке, p_2 равно давлению $p_{полн}$, измеряемому манометром. Следовательно, манометр покажет давление

$$p_{полн} = p + \frac{\rho v^2}{2}.$$

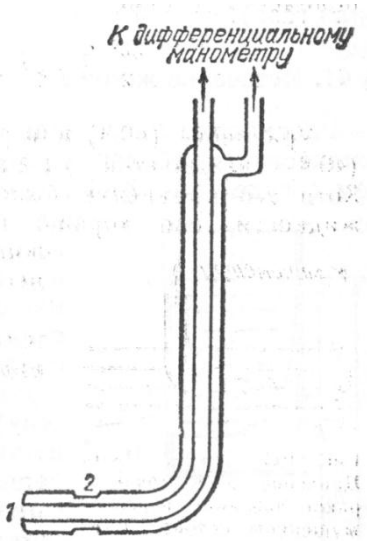
Давление p в невозмущенном потоке называют **статическим**. Давление $p_{полн}$ называют **полным**. Слагаемое $\frac{\rho v^2}{2}$ называют **динамическим** давлением. Трубка Пито измеряет полное давление.

Трубка с закрытым концом и боковыми отверстиями называется **зондом.**



Манометр, присоединенный к зонду показывает статическое давление. Прандтль усовершенствовал трубку Пито, соединив ее с зондом и присоединив к дифференциальному манометру.

Показания манометра дают разность полного и статического давлений, т.е. динамическое давление $\frac{\rho v^2}{2}$. Для заданной плотности жидкости манометр можно проградуировать в значениях скорости. Таким образом, трубка Пито – Прантдаля может служить прибором для измерения скорости течения жидкости или газа.



3. Вязкая жидкость. Распределение скорости движения слоев жидкости в потоке. Ламинарный и турбулентный режимы течения жидкостей

Вязкость — это свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. При перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев.

Более быстрые слои ускоряют более медленные и наоборот, медленные слои тормозят прилегающие к ним быстрые слои. Градиент скорости $\Delta\upsilon/\Delta x$ показывает, как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении x перпендикулярном направлению движения слоев.

Сила внутреннего трения пропорциональна градиенту скорости и рассматриваемой площади поверхности слоя S :

$$F = \eta \left| \frac{d\upsilon}{dx} \right| S$$

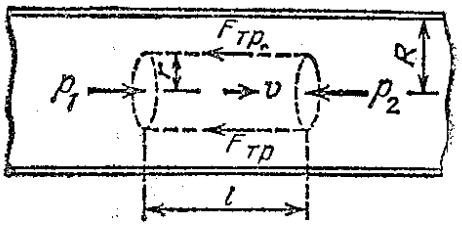
Коэффициент пропорциональности η, зависящий от природы жидкости, называется ***динамической вязкостью*** (или просто вязкостью).

Единица вязкости — паскаль-секунда (Па·с).

Рассмотрим течение жидкости в круглой трубе. Измерения показывают, что при медленном течении скорость частиц жидкости изменяется от нуля в непосредственной близости к стенкам трубы до максимума на оси трубы.

Жидкость при этом оказывается как бы разделенной на тонкие цилиндрические слои,которые скользят друг относительно друга, не перемешиваясь. Такое течение называется ***ламинарным*** или ***слоистым*** (латинское слово *lamina* означает пластинку, полоску).

Найдем закон изменения скорости при течении жидкости в круглой трубе. Выделим воображаем цилиндрический объем жидкости радиуса *r* и длины *l* (рис.).



При стационарном течении этот объем движется без ускорения. Следовательно, сумма приложенных к нему сил равна нулю. В направлениидвижения на жидкость действует сила давления, модуль которой равен $p_1\pi r^2$во встречном направлении— сила давления, модуль которой равен$p_2\pi r^2$. Результирующая сил давления имеет модуль

$$F_{\text{давл}} = (p_1 - p_2)\,\pi r^2$$

(πr^2 — площадь основания цилиндра).

На боковую поверхность действует тормозящая движение сила внутреннего трения, модуль которой равен $F_{\text{тр}} = \eta\left|\frac{d\vec{\upsilon}}{dr}\right|2\pi rl = -\eta\frac{d\upsilon}{dr}2\pi rl$, где $2\pi rl$ - площадь боковой поверхности цилиндра. Скорость убывает с расстоянием от оси трубы, поэтому производная $\frac{d\vec{\upsilon}}{dr}$ отрицательна и ее модуль равен $-\frac{d\upsilon}{dr}$(модуль отрицательного числа равен этому числу, взятому с обратным знаком). Приравняв $F_{\text{давл}}$ и $F_{\text{тр}}$ получим дифференциальное уравнение

$(p_1 - p_2)\,\pi r^2 = -\eta\frac{d\upsilon}{dr}2\pi rl$ из которого $d\upsilon = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l}rdr$. После интегрирования получим $\upsilon = -\frac{p_1 - p_2}{4\eta l}r^2 + C$. Постоянную интегрированияC выбирают из условия того, что скорость течения у стенки трубы (при $r = R$) равна нулю. Это условие выполняется при $C = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}R^2$. Значит,формула зависимости скорости $\upsilon(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}\left(R^2 - r^2\right) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}R^2\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$. Скорость на оси трубы равна $\upsilon_0 = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l}R^2$. С учетом этого формулу скорости можно переписать $\upsilon(r) = \upsilon_0\left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$.Отсюда следует, что при ламинарном течении скорость изменяется с расстоянием от оси трубы по параболическому закону.

При выводе формулы предполагалось, что течение жидкости медленное. Если увеличивать скорость течения, то при достижении определенного значения скорости характер течения резко меняется. Течение становится нестационарным — скорость частиц в каждой точке пространства все время беспорядочно изменяется. Такое течение называется **турбулентным**. При турбулентном течении происходит интенсивное перемешивание жидкости.

Поскольку при турбулентном течении скорость в каждой точке все время меняется, можно говорить только о среднем по времени значении скорости, которая при неизменных условиях течения оказывается постоянной в каждой точке пространства. Профиль средних скоростей для одного из сечений трубы при турбулентном течении показан на рисунке.

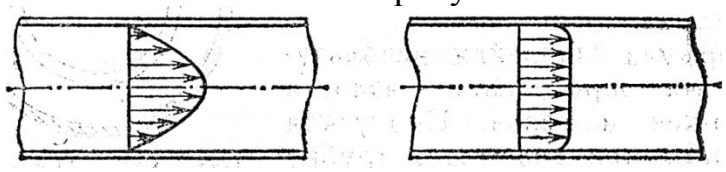


Рис. Профиль скоростей при ламинарном и турбулентном течении.

Количественно переход от одного режима течениях другому характеризуется числом **Рейнольдса**:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho\langle\upsilon\rangle d}{\eta} = \frac{\langle\upsilon\rangle d}{\gamma},$$

$\gamma = \frac{\eta}{\rho}$ – кинематическая вязкость, ρ– плотность жидкости; d– характерный линейный размер, например диаметр трубы.

При малых значениях числа Рейнольдса (R_e<1000) наблюдаетсяламинарное течение, переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в области 1000<R_e<2000, а при R_e=2300 (для гладких труб)течение — турбулентное.

4. Методы определения вязкости жидкости.

1. **Метод Стокса** основан на измерении скорости медленно движущихся вжидкости небольших тел сферической формы.

На шарик, плотностью ρи радиусом *r*, падающий в жидкости вязкостью η и плотностью ρ' вертикально вниз со скоростью *v*, действуют три силы:

сила тяжести $P = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$, сила Архимеда $F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g$ и сила сопротивления $F = 6\pi\eta r\upsilon$. при равномерном движении $P - F_A - F = 0$, откуда

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9\upsilon}$$

2. Метод **Пуазейля**. Этот метод основан на ламинарном течении жидкости в тонком капилляре. Рассмотрим капилляр радиусом R и длиной *l*.

Скорости частиц жидкости в капилляре распределяются по параболическому закону, причем вершина параболы лежит на оси капилляра. За время t из капилляра вытечет жидкость, объем которой

$$V = \int_0^R \upsilon t 2\pi r\, dr = \frac{2\pi\Delta pt}{4\eta l}\int_0^R r(R^2 - r^2)dr = \frac{2\pi\Delta pt}{4\eta l}\left(\frac{r^2R^2}{2} - \frac{r^4}{4}\right) = \frac{\pi R^4 \Delta pt}{8\eta l}$$

Откуда вязкость $\eta = \dfrac{\pi R^4 \Delta pt}{8Vl}$.

Лекция 9. Физические основы термодинамики. Первое начало термодинамики

1. Статистический и термодинамический методы исследования. Термодинамическая система.

Молекулярная физика и термодинамика — разделы физики, в которых изучаются зависимости свойств тел от их строения, взаимодействия между частицами, из которых состоят тела, и характера движения частиц.

Для исследования физических свойств макроскопических систем, применяют два метода: **статистический** (или молекулярно-кинетический) и **термодинамический**.

Статистический метод — это метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующий статистическими закономерностями и средними (усредненными) значениями физических величин, характеризующих всю систему.

Этот метод лежит в основе молекулярной физики — раздела физики, изучающего строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений.

Термодинамический метод — это метод исследования систем из большого числа частиц, оперирующий величинами, характеризующими систему в целом (например, давление, объем, температура) при различных превращениях энергии, происходящих в системе, не учитывая при этом внутреннего строения изучаемых тел и характера движения отдельных частиц.

Этот метод лежит в основе **термодинамики** — раздела физики, изучающего общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями.

Термодинамика имеет дело с **термодинамической системой** — *совокупностью макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами(внешней средой).*

Термодинамические системы, не обменивающиеся с внешней средой ни энергией, ни веществом, называются **замкнутыми.**

Основа термодинамического метода — определение состояния термодинамической системы.

Состояние системы задается **термодинамическими параметрами** (параметрами состояния) — *совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы.* Обычно в качестве параметров состояния выбирают **температуру, давление и объем (*T, P, V*)**.

Параметры состояния системы могут изменяться. Любое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из ее термодинамических параметров, называется термодинамическим процессом. Если для данной системы внешние условия не изменяются и состояние системы с течением времени не меняется, то эта система находится в термодинамическом равновесии.

2. Экспериментальные газовые законы. Уравнение состояния идеального газа

Идеальный газ представляет собой физическую модель, согласно которой:

1) собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;

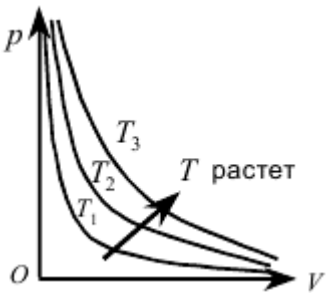
2) между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;

3) столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Поведение идеальных газов подчиняются экспериментально установленным законам Бойля-Мариотта, Гей-Люссака, Шарля, Авогадро, Дальтона.

Закон Бойля-Мариотта. *Для данной массы газа при постоянной температуре T произведение давления p на объем V есть величина постоянная: pV = const.*

Процесс, протекающий при постоянной температуре, называется **изотермическим**. Кривая, изображающая зависимость между p и V, характеризующая свойства вещества при постоянной температуре, называется **изотермой**.



Закон Шарля:*Для данной массы газа при постоянном объеме Vотношение давления p к температуре Тесть величина постоянная*: $\frac{p}{T} = const.$

Процесс, протекающий при постоянном объеме, называется **изохорным**. На диаграмме в координатах (p,T) он изображается прямой, называемой **изохорой**.

Закон Гей-Люссака: *Для данной массы газа при постоянном давлении p отношение объема V к температуре Тесть величина постоянная*: $\frac{V}{T} = const.$

Процесс, протекающий при постоянном давлении, называется **изобарным**. На диаграмме в координатах *(V, T)* этот процесс изображается прямой, называемой **изобарой**.

Закон Авогадро: *моли любых газов при одинаковой температуре и давлении занимают одинаковые объемы*. При нормальных условиях (T_0 = 273,15 K, p_0 = 101325 Па) молярный объем равен $V_M = 22{,}41 \cdot 10^{-3} \frac{м^3}{моль}$

Закон Дальтона*: давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений $p_1, p_2, \ldots, p_n$ входящих в нее газов:*

$$p = p_1 + p_2 + \cdots + p_n$$

Парциальное давление — давление, которое производил бы газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал объем, равный объему смеси при той же температуре.

Уравнением состояния термодинамической системы называется уравнение, которое связывает давление p, объем V и температуру T термодинамической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия: *f(p,V,T)*=0.

Для некоторой постоянной массы газа $\frac{pV}{T} = const$–уравнение Клапейрона.

Для одного моля идеального **уравнение состояния** имеет вид: $pV_M = RT$, где константаR=8,31 Дж/(моль·К) – **универсальная газовая постоянная**.

Если масса газа m, то уравнение состояния идеального газа будет иметь вид $pV = \frac{m}{M}RT$. Уравнение в таком виде так же называют **уравнением Менделеева-Клапейрона**.

Если использовать постоянную Больцмана $k = \frac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}Дж/K$ то уравнение состояния примет вид

$$p = \frac{RT}{V_\mu} = \frac{kN_AT}{V_\mu} = nkT$$

где n – **концентрация молекул** – количество молекул в единице объема.

3. **Внутренняя энергия термодинамической системы. Первое начало термодинамики.**

Внутренняя энергия U — это энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т.д.) и энергия взаимодействия этих частиц.

При переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от пути перехода.

Внутренняя энергия U произвольной массы m идеального газа будет равна:

$$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$$

где i - число степеней свободы — это число независимых переменных, полностью определяющих местоположение и ориентация молекулы в пространстве.

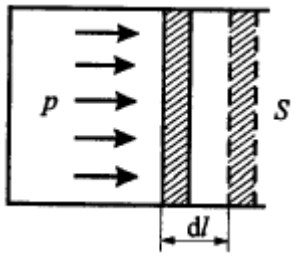
Изменить внутреннюю энергию системы можно двумя способами: совершая над системой работу (например, сжимая газ в цилиндре с помощью поршня) или сообщая системе теплоту (например, нагревая газ в герметичном сосуде).

Изменение внутренней энергии системы $\Delta U = U_2 - U_1$ равно разности между количеством теплоты Q, полученным системой, и работой А, совершенной системой против внешних сил$\Delta U = Q - A$ или $Q = \Delta U + A$.

Первое начало термодинамики: *теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил*.

В дифференциальной форме $-dQ = dU + dA$.

Если находящийся под поршнем в цилиндрическом сосуде, газ, расширяясь, передвигает поршень на расстояние dl, то производит над ним работу $dA = Fdl = pSdl = pdV$, где S — площадь поршня.



Полная работа A, совершаемая газом при изменении его объема от V_1 до V_2 $A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$

Другая формулировка первого начала термодинамики связана с тем, что если система периодически возвращается в первоначальное состояние, исследовательно $\Delta U = 0$, то $A = Q$, т. е. **вечный двигатель первого рода** — периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, — невозможен.

4 Теплоемкость газа. Уравнение Майера.

Удельная теплоемкость вещества c — величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1кг вещества на 1К. Единица удельной теплоемкости — Дж/(кг К). $c = \frac{dQ}{mdT}$

Молярная теплоемкостьC_M – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1моль вещества на 1К. Единица молярной теплоемкости — Дж/(моль К).$C_M = \frac{dQ}{\nu dT}$

Различают теплоемкости (удельную и молярную) при постоянном объеме (c_V и C_V) и при постоянном давлении (c_p и C_P), если в процессе нагревания вещества его объем или давление поддерживаются постоянными.

Из первого начала термодинамики $dQ = dU + dA$. При $V = const$ работа внешних сил dA равна нулю и сообщаемая газу извне теплота идет только на увеличение его внутренней энергии.

$C_V = \frac{dU_M}{dT}$

C_V равна изменению внутренней энергии 1моль газа при повышении его температуры на 1К. Так как $dU_M = \frac{i}{2}RdT$, то $C_V = \frac{i}{2}R$.

Если газ нагревается при $p = const$, то$C_p = \frac{dQ}{\nu dT} = \frac{dU+pdV}{\nu dT} = \frac{dU_M}{dT} + \frac{pdV_M}{dT}$.

Слагаемое $\frac{dU_M}{dT}$ не зависит от вида процесса и всегда равнаC_V.

Дифференцируя уравнение Менделеева-Клапейрона по T при $p = const$ получим $C_p = C_V +$**–уравнение Майера**.

C_p всегда больше C_V на величину универсальной газовой постоянной. Это объясняется тем, что при нагревании газа при постоянном давлении требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа.

Так как $C_V = \frac{i}{2}R$ то $C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R$.

5. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам.

Рассмотрим равновесные процессы, происходящие с термодинамическими системами, при которых один из основных параметров состояния сохраняется постоянным.

Изохорный процесс(*V = const*).

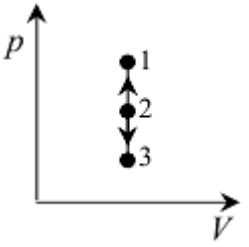


Диаграмма этого процесса — **изохора** — в координатах (*p,V*) изображается прямой, параллельной оси ординат (ось*p*). Процесс 2–1 — изохорный нагрев, процесс 2–3 — изохорное охлаждение.

При изохорном процессе газ не совершает работу над внешними телами (*dA = pdV = 0*) и вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии (*dQ = dU*) . Поскольку $dU_M = C_V dT$, то для произвольной массы газа: $dQ = \frac{m}{M}C_V dT$.

Изобарный процесс*(p = const)*

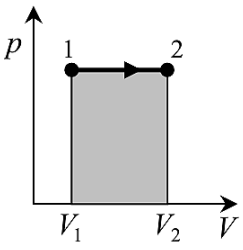


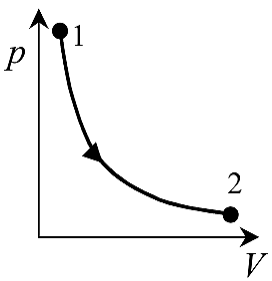
Диаграмма этого процесса —**изобара** — в координатах (*p,V*) изображается прямой параллельной оси абсцисс (ось *V*). При изобарном процессе работа газа при увеличении объема от V_1 до V_2равна:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = p(V_2 - V_1)$$

и определяется площадью заштрихованного прямоугольника.

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона$pV = \frac{m}{M}RT$, получаем$V_2 - V_1 = \frac{m}{Mp}R(T_2 - T_1)$. Отсюда $A = \frac{m}{M}R(T_2 - T_1)$

Физический смысл универсальной газовой постоянной: R численно равна работе изобарного расширения 1моля идеального газа при нагревании его на 1К.



Изотермический процесс (*T= const*)

Диаграмма этого процесса — **изотерма** — в координатах (*p,V*) представляет собой гиперболу. Изотермический процесс описывается законом Бойля-Мариотта (*pV = const*) .

Работа изотермического расширения газа:

$$A=\int_{V_1}^{V_2} pdV=\int_{V_1}^{V_2}\frac{m}{\mu}RT\frac{dV}{V}=\frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1}=\frac{m}{\mu}RT\ln\frac{p_1}{p_2}$$

Так как при *T = const* внутренняя энергия идеального газа не изменяется, то из первого начала термодинамики следует, что*dQ = dA*, то есть все количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы против внешних сил.

Поэтому, для того, чтобы при расширении газа температура не понижалась, к газу в течение изотермического процесса необходимо подводить количество теплоты, эквивалентное внешней работе расширения.

2. Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона. Политропический процесс.

Адиабатическим называется процесс, при котором отсутствует теплообмен между системой и окружающей средой (dQ = 0).

К адиабатическим процессам можно отнести все быстропротекающие процессы (теплообмен не успевает совершиться), например, распространение звука в среде, циклы расширения и сжатия в двигателях внутреннего сгорания, в холодильных установках и т. д.

Из первого начала термодинамики следует, что при адиабатическом процессе $dA = -dU$. Используя $dA = pdV$ и $dU = \frac{m}{M}C_V dT$, получим

$$pdV = -\frac{m}{M}C_V dT \qquad (1)$$

С другой стороны, из$pV = \frac{m}{M}RT$ следует

$$pdV + Vdp = \frac{m}{M}RdT \qquad (2)$$

Разделив (1) на (2) получим

$$\frac{pdV+Vdp}{pdV}=-\frac{R}{C_V}=-\frac{C_p-C_V}{C_V}$$

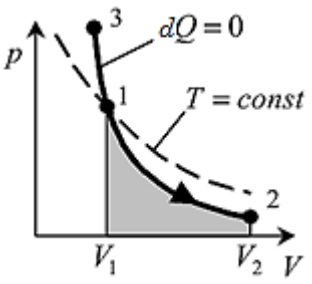
Или$\frac{dp}{p} = -\gamma\frac{dV}{V}$, где $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$–коэффициент Пуассона.

Интегрирование этого уравнения дает

$\ln V^{\gamma} + \ln p = \ln const$, откуда следует **уравнение Пуассона** $pV^{\gamma} = const$ - **уравнение адиабатического процесса**.

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона уравнение Пуассона можно переписать в виде $TV^{\gamma-1} = const$или $T^{\gamma}p^{1-\gamma} = const$.

Диаграмма адиабатического процесса — **адиабата** — в координатах (*p,V*) изображается гиперболой. Адиабата (pV^{γ} = *const*) более крута, чем изотерма (*pV = const*). Это



объясняется тем, что при адиабатическом сжатии 1–3 увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, но и повышением температуры.

Работа газа при адиабатическом процессе

$$A=\frac{p_1V_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]=\frac{RT_1}{\gamma-1}\frac{m}{\mu}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$$

Работа адиабатического расширения 1–2 (заштрихованная площадь) меньше, чем при изотермическом процессе. Это объясняется тем, что при адиабатическом расширении происходит охлаждение газа, тогда как при изотермическом расширении, температура поддерживается постоянной за счет притока извне эквивалентного количества теплоты.

Процесс, в котором теплоемкость остается постоянной ($C = const$) называется **политропическим**.

Рассмотренные выше изохорный, изотермический, изобарный и адиабатический процессы — это частные случаи политропного процесса.

Уравнение политропы $-pV^n = const$, где $n=\frac{C-C_p}{C-C_V}$ **–показатель политропы.**

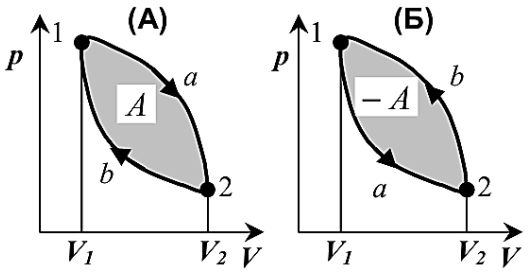
Значения теплоемкости и показателя политропы для разных процессов приведены в таблице.

Процесс	C	n
Адиабатический	$C=0$	$n=\gamma$
Изотермический	$C=\infty$	$n=1$
Изобарический	$C=C_p$	$n=0$
Изохорный	$C=C_V$	$n=\pm\infty$

Теплоемкость при изотермическом процессе бесконечно велика, поскольку $dT = 0$, в то время как $dQ \neq 0$. Теплоемкость при адиабатическом процессе равна нулю, поскольку $dQ = 0$, в то время как $dT \neq 0$.

3. Круговой процесс. Цикл Карно и его к.п.д. для идеального газа. Второе начало термодинамики

Круговым процессом (или **циклом**) называется процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное состояние. На (p,V)-диаграмме цикл изображается замкнутой кривой, где участок 1–2 соответствует расширению, а 2–1 — сжатию газа.



Работа **расширения** A_1 (площадь фигуры $1a2V_2V_11$) положительна: $A_1>0$.

Работа **сжатия** A_2 (площадь фигуры $2b1V_1V_22$) отрицательна: $A_2<0$.

Работа за цикл А определяется площадью, охватываемой замкнутой кривой: $A = A_1+A_2$.

Цикл называется **прямым**, если за цикл совершается положительная работа A>0 (цикл протекает по часовой стрелке — рисунок (А)).

Цикл называется **обратным**, если за цикл совершается отрицательная работа A< 0 (цикл протекает против часовой стрелки — рисунок (Б)).

Термодинамический процесс называется **обратимым**, если он может происходить как в прямом, так и в обратном направлении. Причем, если такой процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в окружающей среде и в этой системе не происходит никаких изменений.

Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является **необратимым.**

Реальные процессы необратимы, в них всегда происходит диссипация (потеря) энергии (из-за трения, теплопроводности и т.д.). Обратимые процессы — это физическая модель — это идеализация реальных процессов.

Прямой цикл используется в тепловых двигателях (совершают работу за счет полученной извне теплоты). Обратный цикл используется в холодильных машинах (за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой).

Тепловой двигатель — это периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет полученной извне теплоты.

Рабочее тело — это тело, совершающее круговой процесс и обменивающееся энергией с другими телами.

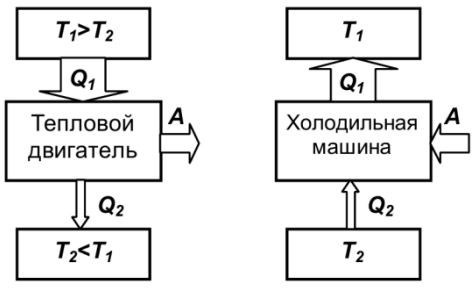
Принцип работы теплового двигателя: от термостата с более высокой температурой T_1, называемого нагревателем, за цикл отнимается количество теплоты Q_1, а термостату с более низкой температурой T_2, называемому холодильником, за цикл передается количество теплоты Q_2, при этом совершается работа $A = Q_1 - Q_2$.

Коэффициент полезного действия (КПД) для теплового двигателя:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

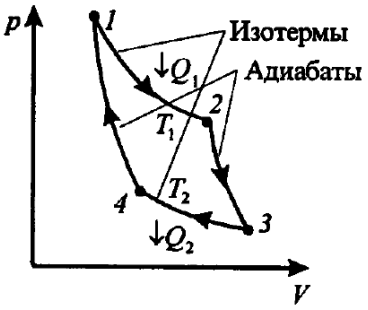
Процесс, обратный происходящему в тепловом двигателе, используется в **холодильной машине**: от термостата с более низкой температурой T_2 за цикл отнимается количество теплоты Q_2 и отдается термостату с более высокой температурой. При этом $Q = Q_1 - Q_2 = A$ или $Q_1 = Q_2 + A$.

Количество теплоты Q_1, отданное системой термостату T_1, больше количества теплоты Q_2, полученного от термостата T_2 на величину работы, совершенной над системой.



Эффективность холодильной машины характеризует холодильный коэффициент η' — отношение отнятой от термостата с более низкой температурой количества теплоты Q_2 к работе A, которая затрачивается на приведение холодильной машины в действие:

$$\eta' = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$$



Наиболее экономичный обратимый круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Рассмотрим прямой цикл Карно, в котором в качестве рабочего тела используется идеальный газ, заключенный в сосуд с подвижным поршнем.

Последовательные термодинамические процессы в цикле Карно 1-изотерма-2-адиабата-3-изотерма-4-адиабата-1:

Изотермическое расширение 1—2 $T = const;\quad V_2 > V_1$	$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = Q_1$
Адиабатическое расширение 2—3 $dQ = 0;\quad T_2 < T_1$	$A_{23} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_2 - T_1)$
Изотермическое сжатие 3—4 $T = const;\quad V_4 < V_3$	$A_{34} = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln\frac{V_4}{V_3} = -Q_2$
Адиабатическое сжатие $dQ = 0;\quad T_1 > T_2$	$A_{41} = -\frac{m}{\mu} C_V (T_1 - T_2) = -A_{23}$

Работа, совершаемая в результате кругового процесса,

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 + A_{23} - Q_2 + A_{23} = Q_1 - Q_2$$

Для адиабат 2–3 и 4–1 уравнения Пуассона$T_1V_2^{\gamma-1} = T_2V_3^{\gamma-1}$, $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_4^{\gamma-1}$, откуда $V_1/V_2 = V_3/V_4$. Используя это, КПД цикла Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} RT_2 \ln\frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

4. Энтропия. Второе и третье начала термодинамики.

Количество тепла dQ, которое должно быть доставлено систем или отнято у неё при переходе от одногосостояния в другое, не определяется однозначно начальным и конечным состояниями, но существенно зависит от способа осуществления этого перехода (dQ не является функцией состояния системы).

Однако, приведенное количество теплоты — отношение теплоты dQ к температуре T системы при бесконечно малых изменениях состояния системы — есть функция состояния системы. В любом обратимом круговом процессе $\oint \frac{dQ}{dT} = 0$.

Следовательно, подынтегральное выражение есть полный дифференциал некоторой функции, которая определяется только начальным и конечным состояниями системы и не зависит от пути, каким система пришла в это состояние.

Энтропией S называется функция состояния системы, дифференциалом которой является dQ/T :$dS = \frac{dQ}{dT}$.

Первое начало термодинамики δQ = dU + δA можно записать в виде TdS=dU+dA, откуда δA = TdS−dU = d(TS) – SdT – dU = −d(U−TS)−SdT = −dF − SdT

Функция F =U − TS является функцией состояния системы и называется **энергией Гельмгольца** или **свободной энергией**.

В замкнутой системе для обратимых процессов ΔS = 0; для необратимых циклов ΔS> 0.

Неравенство Клаузиуса: энтропия замкнутой системы может либо возрастать (в случае необратимых процессов) либо оставаться постоянной (в случае обратимых процессов):

$$\Delta S \geq 0$$

Поскольку dS и dQ имеют один и тот же знак, то по характеру изменения энтропии можно судить о направлении процесса теплообмена. При нагревании тела dQ> 0 и его энтропия возрастает dS> 0, при охлаждении dQ<0 и энтропия тела убывает dS< 0.

Термодинамическая вероятность W состояния тела или системы — это число способов, которыми может быть реализовано данное конкретное термодинамическое состояние (макросостояние). Иначе говоря, это число всевозможных микрораспределений частиц по координатам и скоростям (микросостояний), которыми может быть осуществлено данное макросостояние.

Формула Больцмана:S = klnW, где k — постоянная Больцмана.

Энтропия системы определяется логарифмом числа микросостояний, с помощью которых может быть реализовано данное макросостояние. Энтропия является мерой неупорядоченности системы, — чем больше число микросостояний, реализующих данное макросостояние, тем больше энтропия.

Второе начало термодинамики: *Любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает (закон возрастания энтропии)*.

Первое начало термодинамики выражает закон сохранения и превращения энергии применительно к термодинамическим процессам.

Второе начало термодинамики определяет направление протекания термодинамических процессов, указывая, какие процессы в природе возможны, а какие — нет.

Существуют ещё две формулировки второго начала термодинамики, эквивалентных закону возрастания энтропии:

1)**по Кельвину**: невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу;

2)**по Клаузиусу**: невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к телу более нагретому.

Третье начало термодинамики — теорема Нернста–Планка — постулирует поведение термодинамических систем при нуле Кельвина (абсолютном нуле): энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина.

$$\lim_{T\to 0} S = 0$$

Лекция 11 Основы молекулярно-кинетической теории идеального газа

1. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории.

Пусть в сосуде объемом V находится идеальный газ массой m, состоящий из N молекул массой m_0, движущихся с одинаковыми скоростями υ . Концентрация молекул в газе по определению n = N/V .

Если при соударениях со стенками за время Δt элементарной площадке ΔS стенки сосуда передается импульс ΔP , то **давление** газа, оказываемое им на стенку сосуда $p = \frac{\Delta P}{\Delta S \Delta t}$.

При каждом соударении молекула, движущаяся перпендикулярно стенке, передает ей импульс $2m_0\upsilon$. В среднем по направлению к стенке движется 1/6 часть всех молекул. (Если рассмотреть три взаимно перпендикулярные оси, то в среднем только 1/3 молекул движется вдоль одной из осей и только половина из нихвдоль данного направления.) Поэтому, за время Δt площадки ΔS достигнут $\frac{1}{6}n\Delta S\upsilon\Delta t$ молекул и передадут ей импульс $\Delta P = \frac{1}{3}nm_0\upsilon^2\Delta S\Delta t$

Давление, оказываемое газом на стенку сосуда: $p = \frac{1}{3}nm_0\upsilon^2$.

Если газ в объеме V содержит N молекул, движущихся со скоростями $\upsilon_1, \upsilon_2, \upsilon_3,\ldots,\upsilon_N$, то целесообразно рассматривать среднюю квадратичную скорость, которая определяется как

$$\langle \upsilon_{кв} \rangle^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\upsilon_i^2 = \frac{1}{N}\int_0^{\upsilon_{max}}\upsilon^2 dN_\upsilon$$

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов:

$$p = \frac{1}{3}nm_0\langle \upsilon_{кв} \rangle^2$$

Используя соотношения $n = \frac{N}{V}$и $m = Nm_0$уравнение можно переписать в виде:

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle \upsilon_{кв} \rangle^2$$

$$pV = \frac{1}{3} N 2 \frac{m_0 \langle \upsilon_{кв} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E$$

$$pV = \frac{1}{3} m \langle \upsilon_{кв} \rangle^2$$

$$pV_M = \frac{1}{3} M \langle \upsilon_{кв} \rangle^2$$

Применив к последнему соотношению уравнение Менделеева-Клапейрона получим $RT = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{кв}} \rangle^2$. Откуда $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$ - **средняя квадратичная скорость молекул идеального газа**

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы идеального газа

$$\langle \varepsilon_0 \rangle = \frac{E}{N} = \frac{m_0 \langle \upsilon_{кв} \rangle^2}{2} = \frac{3}{2} kT$$

Отсюда следует, что $\varepsilon_0 = 0$ при T = 0 K — прекращается движение молекул газа.

Молекулярно-кинетическое толкование температуры: термодинамическая температура — есть мера средней кинетической энергии поступательного движения молекул газа.

2. Закон распределения молекул газа по скоростям. Распределение Больцмана

В газе, находящемся в состоянии равновесия при данной температуре, устанавливается некоторое стационарное, не меняющееся со временем распределение молекул по скоростям. Это распределение описывается функцией f(υ), называемой **функцией распределения молекул по скоростям**, которая определяет относительное число молекул, скорости которых лежат в интервале от υ до υ + dυ , т.е

$$\frac{dN(\upsilon)}{N} = f(\upsilon) d\upsilon$$

Закон Максвелла:

$$f(\upsilon) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} \upsilon^2 \exp\left(-\frac{m_0 \upsilon^2}{2kT} \right)$$

Эта функция удовлетворяет условию нормировки: $\int_0^\infty f(\upsilon) d\upsilon = 1$

Скорость, при которой функция распределения молекул идеального газа по скоростям максимальна, называется **наиболее вероятной скоростью** $\upsilon_в$.

Приравняв $\frac{df(v)}{dv}$ к нулю получим $v_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$. С повышением температуры $\upsilon_в$ растет.

Средняя скорость молекулы газа (средняя арифметическая скорость):

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{1}{N}\int_0^\infty \upsilon dN(\upsilon) = \int_0^\infty \upsilon f(\upsilon) d\upsilon = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

В однородном поле тяготения Земли тепловое движение молекул приводит к некоторому стационарному состоянию газа, при котором давление газа с высотой убывает. Давление на высоте h газа с молярной массой M относительно уровня моря, где давление p_0 считается нормальным, равно

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} - \textit{барометрическая формула}$$

Применяя соотношения $p = nkT$, $M = m_0 N_A$, $R = kN_A$ к барометрической формуле получим $n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$.Так как $m_0 gh = W$–потенциальная энергия молекулы в поле тяготения, следовательно $n = n_0 e^{-\frac{W}{kT}}$.

Такое распределение называют **распределением Больцмана** (распределение частиц по значениям потенциальной энергии) для внешнего потенциального поля.

Из него следует, что при постоянной температуре плотность газа больше там, где меньше потенциальная энергия его молекул. Если частицы имеют одинаковую массу и находятся в состоянии хаотического теплового движения, то распределение Больцмана справедливо в любом внешнем потенциальном поле, а не только в поле сил тяжести.

Явления переноса (диффузия, теплопроводность, внутреннее трение)

Явлениями переноса называются необратимые процессы в термодинамически неравновесных системах, в которых происходит пространственный перенос **энергии** (теплопроводность), **массы** (диффузия), **импульса** (внутреннее трение).

Теплопроводность. Если в одной области газа средняя кинетическая энергия молекул больше, чем в другой, то с течением времени вследствие постоянных столкновений молекул происходит процесс выравнивания средних кинетических энергий молекул — выравнивание температур.

Перенос энергии (в форме теплоты) описывается **законом Фурье**:

$$q = -\varkappa \frac{dT}{dz} S,$$

где q – тепловой поток через поверхность S, перпендикулярную оси z, $\frac{dT}{dz}$ – градиент температуры, $\varkappa$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств среды и называемый **теплопроводностью**. Знак “минус” в уравнении отражает тот факт, что теплота течет в направлении убывания температуры.

Для газов $\varkappa = \frac{1}{3}\langle v \rangle \lambda \rho c_V$

Единицей измерения теплопроводности $\varkappa$ в СИ является $\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$.

Диффузия. Явление диффузии заключается в том, что происходит самопроизвольное проникновение и перемешивание частиц двух соприкасающихся газов, жидкостей и даже твердых тел; диффузия сводится к обмену частицами (перенос масс) между этими телами, возникает и продолжается, пока существует градиент плотности.

Перенос массы (диффузия) для химически однородного газа подчиняется **закону Фика**:

$$M = -D\frac{d\rho}{dz}S,$$

гдеD – коэффициент пропорциональности, называемый **коэффициентом диффузии,** $\frac{d\rho}{dz}$ – градиент плотности.

Единицей измерения коэффициента диффузииD в СИ является $\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$

Для газов $D = \frac{1}{3}\langle v\rangle\lambda$

Внутреннее трение. Вследствие хаотического теплового движения молекул происходит обмен молекулами между слоями газа движущимися с различными скоростями, в результате чего импульс слоя, движущегося быстрее, уменьшается, а движущегося медленнее — увеличивается (происходит перенос импульса от одного слоя к другому). Это приводит к торможению слоя, движущегося быстрее, и ускорению слоя, движущегося медленнее. Внутреннее трение описывается **законом Ньютона**:

$$F = \eta\left|\frac{du}{dz}\right|S,$$

где η – коэффициент пропорциональности, называемый **вязкостью,** $\frac{du}{dz}$ - градиент скорости, показывающий как быстро изменяется скорость течения жидкости или газа в направлении перпендикулярном z.

Единицей измерения вязкости η в СИ является Па·с.

Для газов η= $\frac{1}{3}\langle v\rangle\lambda\rho$.

Коэффициенты переноса связаны соотношениями:

$$\eta \approx D\rho, \varkappa \approx \eta c_V \approx D\rho c_V.$$

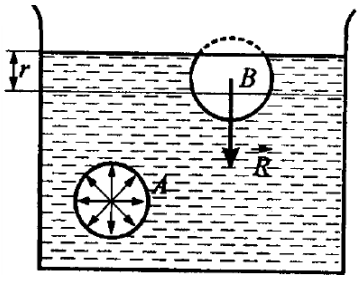
Знак приближенного равенства поставлен в связи с тем, что числовые коэффициенты в перечисленных формулах, равные 1/3, являются приближенными.

44. **Внутренне давление в жидкости. Явление смачивания.**

Жидкость является агрегатным состоянием вещества, промежуточным между газообразным и твердым. В газах нет закономерности во взаимном расположении молекул (хаотическое расположение). В твердых телах наблюдается **дальний порядок** — молекулы образуют кристаллическую решетку. В жидкостях дальний порядок отсутствует, а имеет место **ближний порядок** в расположении молекул — их упорядоченное расположение повторяется на расстояниях, сравнимых с межатомными. Тепловое движение молекулы в жидкости это ее колебание около определенного положения рав-

новесия в течение некоторого времени, после чего молекула скачком переходит в новое положение, отстоящее от исходного на расстояние порядка межатомного.

Радиус r молекулярного действия — расстояние (порядка 10^{-9} м), при котором можно пренебречь силами притяжения между молекулами жидкости. Сфера радиусом r называется **сферой молекулярного действия.**



Силы, действующие на молекулу А внутри объема жидкости со стороны окружающих молекул, в среднем скомпенсированы. Для молекулы В, расположенной на поверхности, равнодействующая сил $\vec{R}$ направлена внутрь жидкости. Результирующие силы всех молекул поверхностного слоя оказывают на жидкость **молекулярное (внутреннее) давление.**

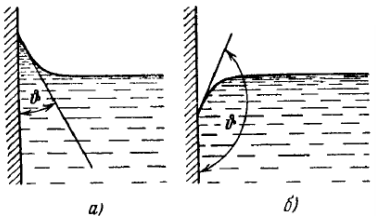
Молекулы поверхностного слоя жидкости обладают большей потенциальной энергией, чем молекулы внутри жидкости. Эта дополнительная энергия, называемая поверхностной энергией, пропорциональна площади поверхности: $\Delta E = \sigma \Delta S$, где σ — поверхностное натяжение.

Единица поверхностного натяжения — ньютон на метр (Н/м) или джоуль на квадратный метр (Дж/м^2).

Смачиванием называется явление искривления свободной поверхности жидкости при соприкосновении жидкости с поверхностью твердого тела. Поверхность жидкости, искривленная на границе с твердым телом, называется мениском.

Линия, по которой мениск пересекается с твердым телом, называется **периметром смачивания.**

Явление смачивания характеризуется краевым углом θ между поверхностью твердого тела и мениском в точках их пересечения (в точках периметра смачивания). Жидкость называется смачивающей твердое тело, если краевой угол острый: $0 \le \theta < \pi/2$ (рис.а) и несмачивающей, если $\pi/2 < \theta < \pi$ (рис.б).



Если $\theta = 0$, смачивание считается идеальным (полным). Случай $\theta = \pi$ – это идеальное (полное) несмачивание.

Если силы притяжения между молекулами твердого тела и жидкости больше, чем силы притяжения молекул жидкости друг к другу, то жидкость будет **смачивающей**. Если молекулярное притяжение в жидкости превышает силы притяжения молекул жидкости к молекулам твердого тела, то жидкость **не смачивает** твердое тело.

. Давление под искривленной поверхностью жидкости. Формула Жюрена

Сферическая **выпуклая** поверхность производит на жидкость дополнительное давление, вызванное силами внутреннего натяжения, направленными внутрь жидкости, $\Delta p = \frac{2\sigma}{R}$, где R – радиус кривизны поверхности сферы.

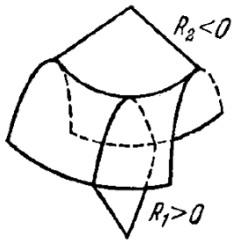
Если поверхность жидкости **вогнутая**, то результирующая сила поверхностного натяжения направлена из жидкости и давление внутри жидкости $\Delta p = -\frac{2\sigma}{R}$.

Избыточное давление внутри мыльного пузыря радиуса R вызывается действием обоих поверхностных слоев тонкой сферической мыльной пленки: $\Delta p = \frac{4\sigma}{R}$.

В общем случае избыточное давление для произвольной поверхности жидкости описывается **формулой Лапласа**:

$$\Delta p = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

где R_1 и R_2 — радиусы кривизны двух любых взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости в данной точке.



Радиус кривизны положителен, если центр кривизны соответствующего сечения находится **внутри** жидкости, и отрицателен, если центр кривизны находится **вне** жидкости.

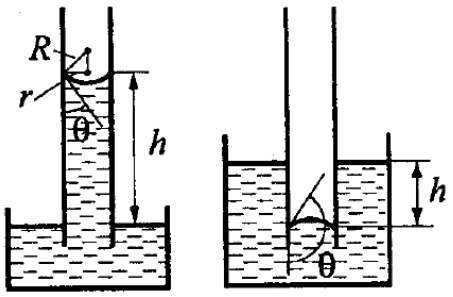
Капиллярами называются узкие цилиндрические трубки с диаметром менее миллиметра.

Капиллярностью называется явление изменения уровня жидкости в капиллярах.

Жидкость в капилляре поднимается или опускается на такую высоту h ,при которой давление столба жидкости (гидростатическое давление) ρgh уравновешивается избыточным давлением Δp :

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho g h$$

Высота поднятия (глубина опускания) жидкости в капилляре определяется по **формуле Жюрена**:



$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R} = \frac{2\sigma}{\rho g r}\cos\Theta,$$

где ρ — плотность жидкости, r — радиус капилляра, R — радиус кривизны мениска, g — ускорение свободного падения.

Высота поднятия (опускания) жидкости в капилляре обратно пропорциональна его радиусу

Уравнение Ван-дер-Ваальса.

При рассмотрении реальных газов необходимо учитывать собственный объем молекул и силы межмолекулярного взаимодействия.

Силы межмолекулярного взаимодействия — короткодействующие — они проявляются на расстояниях менее 10^{-9}м. Сила взаимодействия молекул — это равнодействующая сил притяжения $F_П$ (они преобладают на больших расстояниях) и сил отталкивания F_O (они доминируют на малых расстояниях).

На расстоянии $r = r_0$ эти силы уравновешивают друг друга и F = 0. Таким образом, расстояние r_0 — это **равновесное расстояние** между молекулами, на котором бы они находились в отсутствие теплового движения.

Потенциальная энергия взаимодействия молекул U минимальна в состоянии устойчивого равновесия при $r = r_0$.

Соотношение между Umin и kT является критерием различных агрегатных состояний. Umin определяет работу, которую нужно совершить против сил притяжения, чтобы разъединить молекулы, находящиеся в равновесии($r = r_0$). kT определяет удвоенную среднюю энергию, приходящуюся на одну степень свободы теплового движения молекул.

При U_{min}<<kT**вещество находится в газообразном состоянии**, т.к. тепловое движение молекул препятствует соединению (конденсации) молекул.

При U_{min}>>kT**вещество находится в твердом состоянии**, т.к. тепловой энергии недостаточно, чтобы "оторвать" молекулы друг от друга.

При $U_{min} \approx$ kT**вещество находится в жидком состоянии**, т.к. в результате теплового движения молекулы перемещаются в пространстве, обмениваясь местами, но не расходясь на расстояния, превышающие r_0 .

Внесем в уравнение состояния идеального газа $pV_M = RT$ поправки, учитывающие собственный объем молекул и силы межмолекулярного взаимодействия.

Фактический объем реального газа будет $V_M - b$, где b — объем, занимаемый самими молекулами. Две молекулы радиуса r не могут сблизиться на расстояние меньше 2r, следовательно, для центров двух молекул недоступен сферический объем радиуса 2r . Этот объем b в восемь раз больше объема одной молекулы и в расчете на одну молекулу равен учетверенному объему молекулы.

Учет сил межмолекулярного притяжения осуществляется введением дополнительного давления p′ на газ, называемого **внутренним давлением:**

$p' = \frac{a}{V_M^2}$,где a — постоянная Ван-дер-Ваальса.

Уравнение Ван-дер-Ваальса для моля газа — уравнение состояния реальных газов:

$$\left(p + a/V_M^2\right)\left(V_M - b\right) = RT$$

Дляпроизвольноймассыгаза:

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)\cdot\left(V - \nu b\right) = \nu RT$$

где $\nu = \frac{m}{M}$, $V = \nu V_M$

48. Агрегатное состояние вещества. Фазовые переходы первого и второго рода

И в жидкостях и в твердых телах всегда есть некоторое число молекул, энергия которых достаточна для преодоления притяжения к другим молекулам, и которые способны покинуть поверхность жидкости или твердого тела. Такой процесс для жидкости называется **испарением** (или п**арообразованием**), для твердых тел — **сублимацией** (или **возгонкой**).

Конденсацией называется переход вещества вследствие его охлаждения или сжатия из газообразного состояния в жидкое.

Если число молекул, покидающих жидкость за единицу времени через единичную поверхность, равно числу молекул, переходящих из пара в жидкость, то наступает **динамическое равновесие** между процессами испарения и конденсации. Пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью, называется **насыщенным**.

Плавлением называется переход вещества из кристаллического (твердого) состояния в жидкое. Плавление происходит при определенной, возрастающей с увеличением внешнего давления, температуре плавления $T_{пл}$.

В процессе плавления теплота Q, сообщаемая веществу, идет на совершение работы по разрушению кристаллической решетки, и поэтому $T_{пл} = const$ до расплавления всего кристалла.

Количество теплоты, необходимое для расплавления 1кг вещества, называется **удельной теплотой плавления**.

Если жидкость охлаждать, то процесс пойдет в обратном направлении: сначала температура жидкости понижается, затем при постоянной температуре, равной $T_{пл}$, начинается **кристаллизация**.

Для кристаллизации вещества необходимо наличие **центров кристаллизации** — кристаллических зародышей, которыми могут быть как кристаллики образующегося вещества, так и любые инородные включения.

Если в чистой жидкости нет центров кристаллизации, то она может быть охлаждена до температуры, меньшей температуры кристаллизации, образуя при этом **переохлажденную жидкость**.

Аморфные тела являются переохлажденными жидкостями.

Фазой называется термодинамически равновесное состояние вещества, отличающееся по физическим свойствам от других возможных равновесных состояний того же вещества.

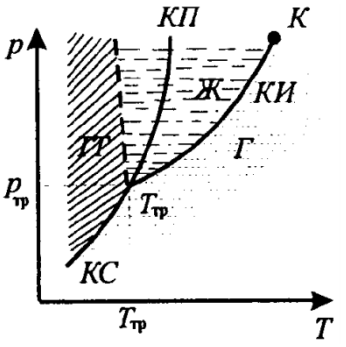
Переход вещества из одной фазы в другую — фазовый переход — всегда связан с качественными изменениями свойств веществ.

Фазовый переход первого рода — это переход, сопровождающийся поглощением или выделением теплоты (например, плавление, кристаллизация). Он характеризуется постоянством температуры, изменениями энтропии и объема.

Фазовый переход второго рода — переход не связанный с поглощением или выделением теплоты и изменением объема. Он характеризуется постоянством объема и энтропии, но скачкообразным изменением теплоемкости.

Фазовые переходы второго рода связаны с изменением симметрии: выше точки перехода система обладает более высокой симметрией, чем ниже точки перехода.

Примеры фазовых переходов второго рода: переход ферромагнитных веществ при определенных давлениях и температуре в парамагнитное состояние; переход металлов и сплавов при низких температурах в сверхпроводящее состояние; превращение обыкновенного жидкого гелия в сверхтекучий.



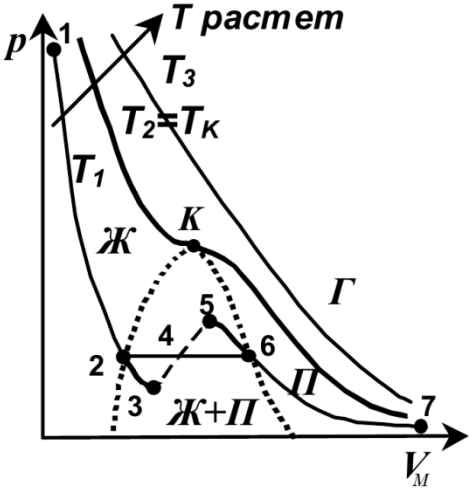
Для наглядного изображения фазовых превращений используется **диаграмма состояния**, на которой в координатах (*p,T*) задается зависимость между температурой фазового перехода и давлением в виде кривых испарения (КИ), плавления (КП) и сублимации (КС), разделяющих поле диаграммы на три области, соответствующие условиям существования твердой (ТТ), жидкой (Ж) и газообразной (Г) фаз. Кривые на диаграмме называются **кривыми фазового равновесия**, каждая точка на них соответствует условиям равновесия двух сосуществующих фаз.

Тройной точкой называется точка, в которой пересекаются кривые фазового равновесия и которая, следовательно, определяет условия(температуру $T_{тр}$ и давление $p_{тр}$) одновременного равновесного сосуществования трех фаз вещества.

Тройная точка воды соответствует температуре 273,16 К (или 0,01°С по шкале Цельсия) и является **основной реперной точкой** для построения термодинамической температурной шкалы.

Изотермы реального газа. Критическая изотерма

Изотерма реального газа представляет собой зависимость молярного объема газа от давления при постоянной температуре.



При высоких температурах ($T>T_k$) изотерма реального газа отличается от изотермы идеального газа только некоторым искажением формы.

При некоторой температуре T_k– **критической температуре** — на изотерме появляется точка перегиба К– **критическая точка**. Соответствующие этой точке объем V_k и давление p_k называются критическими. Изотерма при T_k называется **критической изотермой.** При $T<T_k$ уравнению Ван-дер-Ваальса соответствует кривая 1-2-3-4-5-6-7. Однако, на участке 5–3 сжатие вещества сопровождается уменьшением давления, следовательно в этой области вещество распадается на две фазы – **жидкость** и **пар.**

Истинные докритические изотермы реального газа имеют вид 1–2–6–7 и являются кривыми непрерывного перехода вещества из газообразного состояния (Г) (участок 6–7) в жидкое (Ж) (участок 2–1).

Участок 6–2 соответствует равновесному сосуществованию жидкости и газа. Вещество в газообразном состоянии при температуре ниже критической называется **паром** (П), а пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью, называется **насыщенным** (Ж + П).

Пар при изотермическом сжатии претерпевает процесс сжижения. Газ при температурах $T>T_k$ не может быть превращен в жидкость ни при каком давлении (Г).

При некоторых условиях могут быть реализованы метастабильные состояния 5–6 и 2–3.

Участок 2–3 изображает **перегретую жидкость**, 5–6 — **пересыщенный пар**.

1. Электрический заряд. Дискретность заряда. Закон сохранения электрического заряда. Способы электризации тел. Закон Кулона.

Электрический заряд – это внутреннее свойство тел или частиц, характеризующее их способность к электромагнитным взаимодействиям.

Фундаментальные свойства электрического заряда установленные опытным путем:

1. Существует в двух видах: **положительный** и **отрицательный**. Одноименные заряды отталкиваются, разноименные — притягиваются.
   Носителем отрицательного заряда является электрон, это наименьший заряд, существующий в природе, его называют элементарным зарядом. Установлено, что элементарный заряд $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$Кл . Носителем положительного заряда является элементарная частица – **протон**, его заряд $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$Кл
2. Электрический заряд **инвариантен** — его величина не зависит от системы отсчета, т.е. от того, движется он или покоится.
3. Электрический заряд **дискретен** — заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда e: $q = eN$
4. Электрический заряд **аддитивен** — заряд любой системы тел (частиц) равен сумме зарядов тел (частиц), входящих в систему.
5. Электрический заряд подчиняется **закону сохранения заряда**: *Алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри данной системы*.

Под **замкнутой системой** в данном случае понимают систему, которая не обменивается зарядами с внешними телами.

В электростатике используется физическая модель — **точечный электрический заряд** — заряженное тело, форма и размеры которого несущественны в данной задаче.

Процесс, приводящий к появлению на телах или разных частях одного тела избыточного электрического заряда, называют **электризацией.**

Наэлектризовать тела можно тремя способами:

1. в процессе трения. В этом случае тела заряжаются одинаковым по модулю и противоположным по знаку зарядом. Тело, отдавшее часть электронов, заряжается положительно, а тело, получившее эти электроны, заряжается отрицательно.

2. при соприкосновении с заряженным телом. В этом случае часть электронов переходят на тело, где их недостаток.

3.**по индукции**. Появление заряда противоположного знака на телах, находящихся вблизи заряженных тел.

Закон взаимодействия точечных зарядов – **закон Кулона**: *сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися в вакууме, пропорциональна зарядам q_1 и q_2, и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:*

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Сила $\vec{F}$ направлена попрямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т.е. является центральной, и соответствует притяжению ($F< 0$) в случае разноименных зарядов и отталкиванию ($F> 0$) в случае одноименных зарядов. В векторной форме, сила, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r}$$

где ε_0– электрическая постоянная, относящаяся к числу фундаментальных физических постоянных:$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\,\frac{\Ф}{\text{м}}$ (**Ф**(фарад) – единица электрической емкости).

2 Напряженность электростатического поля. Принцип суперпозиции электростатических полей

Электростатическим полем называется поле, создаваемое неподвижными электрическими зарядами.

Электростатическое поле описывается двумя величинами: **потенциалом** (энергетическая *скалярная* характеристика поля) и **напряженностью** (силовая *векторная* характеристика поля).

Напряженность электростатического поля – векторная физическая величина, определяемся силой, действующей на единичный положительный заряд q_0, помещенный в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Единица напряженности электростатического поля – ньютон на кулон (Н/Кл): 1 Н/Кл =1 В/м, где В (вольт) – единица потенциала электростатического поля.

Напряженность поля точечного заряда в вакууме

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор, соединяющий данную точку поля с зарядом q.

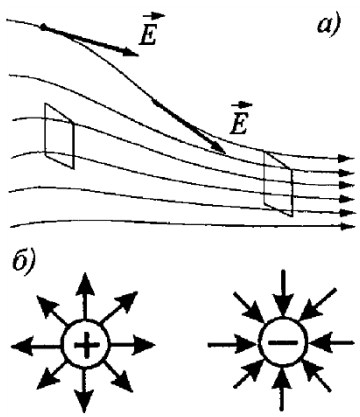
В скалярной форме:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

Направление вектора $\vec{E}$ совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

Если поле создается **положительным** зарядом, то вектор $\vec{E}$ направлен вдоль радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда). Если поле создается **отрицательным** зарядом, то вектор $\vec{E}$ направлен к заряду (притяжение).

Графически электростатическое поле изображают с помощью **линий напряженности** – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{E}$.



Линиям напряженности приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Так как в данной точке пространства вектор напряженности имеет лишь одно направление, то линии напряженности никогда не пересекаются. Для **однородного поля** (когда вектор напряженности в любой точке постоянен по модулю и направлению) линии напряженности параллельны вектору напряженности.

Если поля создаются точечным зарядом, то линии напряженности – радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен, и входящие в него, если заряд отрицателен.

К кулоновским силам применим рассмотренный в механике **принцип независимости действия сил** — результирующая сила, действующая со стороны поля на пробный заряд равна векторной сумме сил, приложенных к нему со стороны каждого из зарядов, создающих электростатическое поле.

Напряженность результирующего поля, создаваемого системой зарядов, также равна геометрической сумме напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

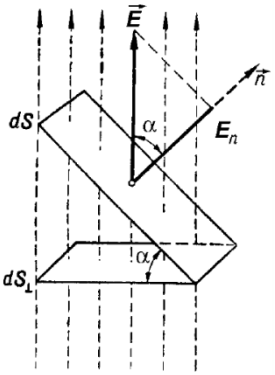
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i$$

Эта формула выражает **принцип суперпозиции** (наложения) электростатических полей. Он позволяет рассчитать электростатические поля любой

системы неподвижных зарядов, представив ее в виде совокупности точечных зарядов.

3 Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме.

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, их проводят с определенной густотой: число линий напряженности, пронизывающих единицу к площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора$\vec{E}$.



Тогда число линий напряженности, пронизывающий элементарную площадку dS, равно $EdScos\alpha = E_n dS$, где E_n– проекция вектора $\vec{E}$на нормаль $\vec{n}$ к площадке dS. (Вектор $\vec{n}$ – единичный вектор, перпендикулярный площадке dS). Величина$d\Phi_E = EdS_\perp = EdScos\alpha = E_n dS = \vec{E}d\vec{S}$**называется потоком вектора напряженности**через площадкуdS. Здесь $d\vec{S} = dS\vec{n}$ – вектор, модуль которого равен dS, а направление вектора совпадает с направлением $\vec{n}$ к площадке.

Поток вектора $\vec{E}$сквозь произвольную замкнутую поверхность S:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \vec{E}\overrightarrow{dS}$$

Вычисление напряженности поля системы электрических зарядов с помощью принципа суперпозиции электростатических полей можно значительно упростить, используя теорему Гаусса, определяющую поток вектора напряженности электрического поля *сквозь произвольную замкнутую поверхность.*

Поток вектора напряженности через сферическую поверхность радиуса r, охватывающую точечный заряд q, находящийся в ее центре

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Этот результат справедлив для любой замкнутой поверхности произвольной формы, охватывающей заряд.

Если замкнутая поверхность не охватывает заряда, то поток сквозь нее равен нулю, так как число линий напряженности, входящих в поверхность, равно числу линий напряженности, выходящих из нее.

Общий случай **произвольной** поверхности, окружающей nзарядов. Согласно принципу суперпозиции напряженность поля$\vec{E}$, создаваемого всеми зарядами, равна сумме напряженностей$\overrightarrow{E_i}$, создаваемых каждым зарядом в отдельности. Поэтому:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S \left(\sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \right) \cdot \overrightarrow{dS} = \sum_{i=1}^{n} \oint_S \vec{E}_i \overrightarrow{dS} = \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} q_i$$

Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме: *поток вектора напряженности электростатического поля в вакууме сквозь произ-*

вольную замкнутую поверхность равен ***алгебраической*** *сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленных на* ε_0.

Если заряд распределен в пространстве с объемной плотностью$\rho = \frac{dq}{dV}$, то теорема Гаусса:

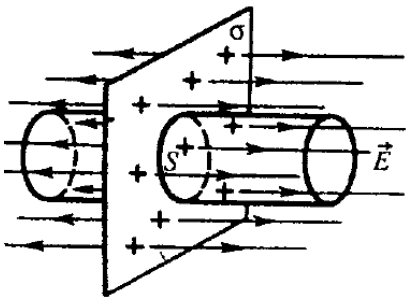
$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho dV$$

4. Применение теоремы Гаусса к расчету напряженности электростатического поля заряженных тел.

1. ***Равномерно заряженная бесконечная плоскость***.

Бесконечная плоскость заряжена с постоянной поверхностной плоскостью $+\sigma = dq/dS$. Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от нее в обе стороны.

В качестве Гауссовой поверхности примем поверхность цилиндра, образующие которого перпендикулярны заряженной плоскости и лежат по разные стороны от нее и на одинаковых расстояниях.



Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности, то поток вектора напряженности через боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания 2*ES*. Заряд, заключенный внутри цилиндра, равен σ*S*. По теореме Гаусса $2ES = \sigma S/\varepsilon_0$, откуда:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

*E*не зависит от длины цилиндра, т.е. *напряженность поля на любых расстояниях одинакова по модулю.* Такое поле называется **однородным.**

2.Рравномерно заряженная бесконечнаянить (цилиндр)

Бесконечная нить(цилиндр радиуса R) заряжена равномерно с линейной плотностью $\tau = \frac{dq}{dl}$.

Линии напряженности будут направлены по радиусам круговых сечений цилиндра с одинаковой густотой во все стороны относительно оси цилиндра.

В качестве Гауссовой поверхности выберем цилиндр радиуса *r* и высотой *l* коаксиальный с заряженной нитью.

Торцы этого цилиндра параллельны линиям напряженности, поэтому поток через них равен нулю.

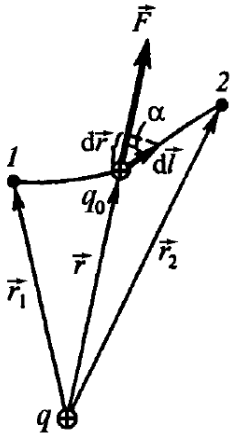
Поток через боковую поверхность равен E2πrl.

По теореме Гаусса (при $r>R$) $2\pi rlE = \frac{\tau l}{\varepsilon_0}$, откуда

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{r}$$

5. Циркуляция вектора напряженности электростатического поля.

Если в электрическом поле точечного заряда qиз точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории перемещается другой точечный заряд q_0, то сила, приложенная к заряду, совершает работу. Работа силы на элементарном перемещении $d\vec{l}$ равна:



$$dA = \vec{F}d\vec{l} = Fdl\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}dl\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}dr$$

Работа при перемещении заряда q_0, из точки 1 в точку 2:

$$A_{12}\int_{r_1}^{r_2} dA = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{qq_0}{r_1} - \frac{qq_0}{r_2}\right)$$

Работа A_{12}не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной и конечно точек

Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является **потенциальным**, а электростатические силы – **консервативными**.

Таким образом, работа перемещения заряда в электростатическом поле по любому замкнутому контуру Lравна нулю: $\oint dA = 0$

Если переносимый заряд **единичный**, то элементарная работа сил поля на пути $d\vec{l}$ равна $\vec{E}d\vec{l} = E_l dl$, где $E_l = Ecos\alpha$ – проекция вектора $\vec{E}$ на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$.

Интеграл $\oint_L \vec{E}d\vec{l} = \oint_L E_l dl$ называется **циркуляцией вектора напряженности** по заданному замкнутому контуру L.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{E}$:

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю $\oint_L \vec{E}d\vec{l} = \oint_L E_l dl = 0$

Силовое поле, обладающее таким свойством, называется **потенциальным**. Эта формула справедлива **только для** электрического поля **неподвижных** зарядов (**электростатического**).

6 Потенциал. Разность потенциалов

В потенциальном поле тела обладают потенциальной энергией и работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии.

Поэтому работу A_{12}можно представить, как разность потенциальных энергий заряда q_0 в начальной и конечной точках заряда q:

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r_2} = W_1 - W_2$$

Потенциальная энергия заряда q_0, находящегося в поле заряда q на расстоянии r от него равна

$$W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r} + const$$

Считая, что при удалении заряда на бесконечность, потенциальная энергия обращается в нуль, получаем: $const = 0$.

Для **одноименных** зарядов потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) **положительна**, для **разноименных** зарядов потенциальная энергия их взаимодействия (притяжения) **отрицательна**.

Если поле создается системой *n*-точечных зарядов, то потенциальная энергия заряда q_0, находящегося в этом поле, равна сумме его потенциальных энергий, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$W = \sum_{i=1}^{n} W_i = q_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

Отношение $\frac{W}{q_0}$ не зависит от пробного заряда q_0и является, энергетической характеристикой поля, называемой **потенциалом**:

$$\varphi = \frac{W}{q_0}$$

Потенциал φ в какой-либо точке электростатического поля есть **скалярная** физическая величина, определяемся потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку. Например, потенциал поля, создаваемого точечным зарядом *q*, равен:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

Набота, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q_0, из точки 1 в точку 2, может быть представлена как

$$A_{12} = W_1 - W_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2) = q_0\Delta\varphi$$

Разность потенциалов двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0}$$

Пользуясь определением напряженности электростатического поля, можем записать работу A_{12}в виде

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}d\vec{l} = \int_1^2 q_0\vec{E}d\vec{l} = q_0\int_1^2 \vec{E}d\vec{l}$$

Отсюда

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_0} = \int_1^2 \vec{E}d\vec{l} = \int_1^2 \vec{E}_l d\vec{l}$$

Если перемещать заряд q_0**из произв ольной точки за пределы поля** (на бесконечность), где потенциальная энергия, а значит и потенциал, равны нулю, то работу сил электростатического поля $A_\infty = q_0\varphi$,откуда

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0}$$

Таким образом**потенциал** – *физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки поля в бесконечность.*

Единица потенциала – вольт (В): 1В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1Кл обладает потенциальной энергией 1Дж (1В = 1Дж/1Кл).

7 Типы диэлектриков и их поляризация

Диэлектриками называются вещества, которые при обычных условиях практически не проводят электрический ток.

Диэлектрик, как и всякое другое вещество, состоит из атомов или молекул, каждая из которых в целом электрически нейтральна.

Если заменить положительные заряды ядер молекул суммарным зарядом $+q$, находящимся в, так сказать, «центре тяжести» положительных зарядов, а заряд всех электронов – суммарным отрицательным зарядом $-q$, находящимся в «центре тяжести» отрицательных зарядов, то молекулы можно рассматривать как *электрические диполи с электрическим моментом*.

Различают три типа диэлектриков.

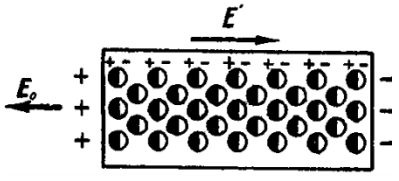
1) **Диэлектрики с неполярными молекулами**, симметричные молекулы которых в отсутствие внешнего поля имеют нулевой дипольный момент (например, N_2, H_2, O_2, CO_2).
2) **Диэлектрики с полярными молекулами**, молекулы которых вследствие ассиметрии имеют ненулевой дипольный момент (например, H_2O, NH_3, SO_2, CO).
3) **Ионные диэлектрики** (например, NaCl, KCl). Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием разных знаков.

Внесение диэлектриков во внешнее электрическое поле приводит к возникновению отличного от нуля результирующего электрического момента диэлектрика.

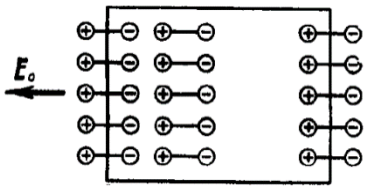
Поляризацией диэлектрика называется процесс ориентации диполей или появления под воздействием электрического поля ориентированных по полю диполей.

Соответственно трем видам диэлектриков различают три вида поляризации.

Электронная или **деформационнаяполяризация** диэлектрика с неполярными молекулами – за счет деформации электронных орбит возникает индуцированный дипольный момент у атомов или



молекул диэлектрика.



Ориентационная или **дипольная поляризация** диэлектрика с полярными молекулами – ориентация имеющихся дипольных моментов молекул по полю (эта ориентация тем сильнее, чем больше напряженность электрического поля и чем ниже температура).

Ионная поляризация диэлектрика с ионными кристаллическими решетками – смещение подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных ионов против поля приводит к возникновению дипольных моментов.

8 Поляризованность. Диэлектрическая проницаемость среды

Если пластину из однородного диэлектрика поместить во внешнее электрическое поле, созданное двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями, то во внешнем электрическом поле диэлектрик объемом *V поляризуется*, т.е. приобретает дипольный момент

$$\vec{p}_V = \sum_i \vec{p}_i$$

где $\vec{P}_i$ – дипольный момент одной молекулы.

Для количественного описания поляризации диэлектрика используется векторная величина – **поляризованность** – которая определяется как дипольный момент единицы объема диэлектрика.

$$\vec{P} = \frac{\vec{P}v}{V} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{V}$$

В случае изотропного диэлектрика поляризованность (для большинства диэлектриков за исключением сегнетоэлектриков) линейно зависит от напряженности внешнего поля.

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

где χ – **диэлектрическая восприимчивость вещества**, характеризующая свойства диэлектрика (положительная безразмерная величина).

Вследствие поляризации на поверхности диэлектрика появляются нескомпенсированные заряды, которые называются **связанными** (в отличие от **свободных** зарядов, которые создают внешнее поле)

Поле $\vec{E}'$ внутри диэлектрика, создаваемое связанными зарядами, направлено против внешнего поля E_0, создаваемого свободными зарядами. Результирующее поле внутри диэлектрика

$$E = E_0 - E'$$

В нашем примере поле, создаваемое двумя бесконечно заряженными плоскостями с поверхностной плотностью зарядов σ':

$$E' = \sigma' / \varepsilon_0 .$$

Поэтому

$$E = E_0 - \sigma' / \varepsilon_0$$

Полный дипольный момент диэлектрической пластинки с толщиной dи площадью грани S: $p_V = PV = PSd$, с другой стороны $p_v = q'd = \sigma' Sd$. Отсюда $\sigma' = P$.

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\chi\varepsilon_0 E}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E .$$

Откуда напряженность результирующего поля внутри диэлектрика равна:

$$E = \frac{E_0}{1+\chi} = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

Безразмерная величина $\varepsilon = 1 + \chi = \frac{E_0}{E}$ называется **диэлектрической проницаемостью среды**. Она характеризует способность диэлектриков поляризоваться в электрическом поле и показывает во сколько раз поле ослабляется диэлектриком.

9 Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике

Напряженность электростатического поля зависит от свойств среды. Кроме того, вектор напряженности $\vec{E}$, переходя через границу диэлектриков, претерпевает скачкообразное изменение, поэтому для описания (непрерывного) электрического поля системы зарядов с учетом поляризационных свойств диэлектриков вводится **вектор электрического смещения** (электрической индукции), который для изотропной среды записывается как

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} = \varepsilon_0 (1+\chi)\vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad (4.9)$$

Единица электрического смещения – Кл/м^2.

Вектор $\vec{D}$ описывает электростатическое поле, создаваемое свободными зарядами (т.е. в вакууме), но при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

Аналогично линиям напряженности, можно ввести линии электрического смещения. Через области поля, где находятся связанные заряды, линии вектора $\vec{D}$ проходят не прерываясь.

Для произвольной замкнутой поверхности Sпоток вектора $\vec{D}$ сквозь эту поверхность

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D}\overrightarrow{dS} = \oint_S D_n dS$$

где D_n – проекция вектора $\vec{D}$ на нормаль $\vec{n}$ к площадке dS.

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике*: поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов.*

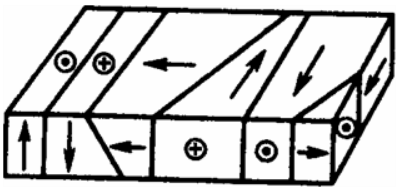
$$\oint_S \vec{D}\overrightarrow{dS} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^{n} q_i$$

Для непрерывного распределения заряда в пространстве с объемной плотностью $\rho = dq / dV$

$$\oint_S \vec{D}\overrightarrow{dS} = \int_V \rho dV$$

Сегнетоэлектрики

Сегнетоэлектриками называются кристаллические диэлектрики, у которых в отсутствие внешнего электрического поля возникает самопроизвольная ориентация дипольных электрических моментов составляющих его частиц



Примеры: сегнетова соль $NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$; титанат бария $BaTiO_3$.

Сегнетоэлектрики состоят из **доменов** – областей с различными направлениями поляризованности.

Температура, выше которой исчезают сегнетоэлектрические свойства – **точка Кюри**.

Для сегнетоэлектриков связь между векторами $\vec{E}$ и $\vec{P}$ нелинейная и наблюдается явление **диэлектрического гистерезиса** – сохранения **остаточнойполяризованности**при снятии внешнего поля.

Пьезоэлектрики– кристаллические диэлектрики, в которых при сжатии или растяжении возникает электрическая поляризация – **прямой пьезоэффект.**

Обратный пьезоэффект – появление механической деформации под действием электрического поля.

10 Электростатическая индукция. Электростатическая защита

Если поместить проводник во внешнее электростатическое поле или его зарядить, то на заряды проводника будет действовать электростатическое поле, в результате чего они начнут перемещаться до тех пор, пока не установится равновесное распределение зарядов, при котором электростатическое поле внутри проводника обращается в нуль $\vec{E} = 0$.

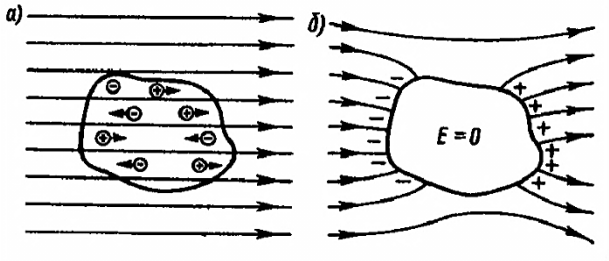
Иначе, если бы поле не было равно нулю, то в проводнике возникло бы упорядоченное движение зарядов без затраты энергии от внешнего источника, что противоречит закону сохранения энергии.

Следствия этого ($\vec{E} = -grad\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = const$):

– потенциал во всех точках проводника **одинаков**;

– поверхность проводника является **эквипотенциальной**;

– вектор $\vec{E}$ направлен по **нормали** к каждой точке поверхности;



При перемещении нейтрального проводника во внешнее поле свободные заряды (электроны и ионы) начнут перемещаться: положительные – по полю, а отрицательные – против поля. На одном конце проводника будет избыток положительных зарядов, на другом – отрицательных. Эти заряды называются **индуцированными**. Процесс будет продолжаться до тех пор, пока напряженность поля **внутри проводника** не станет **равной нулю**, а линии напряженности вне проводника – **перпендикулярными** его поверхности.

Если проводнику сообщить некоторый заряд *q,* то *нескомпенсированные*-заряды располагаются только **на поверхности** проводника, причем $D = \sigma$ и $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$, где σ – поверхностная плотность зарядов, и ε – диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник.

Нейтральный проводник, внесённый в электростатическое поле, разрывает часть линий напряженности; они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных.

Индуцированные заряды распределяются на **внешней** поверхности проводника. Явление перераспределения поверхностных зарядов на проводнике во внешнем электростатическом поле называется **электростатической индукцией**.

11 Электроемкость. Конденсаторы

Рассмотрим **уединенный проводник –** проводник, удаленный от других тел и зарядов. Из опыта следует, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, имеют разные потенциалы.

Физическая величина *C,* равная отношению заряда проводника*q*к его потенциалуφ, называется электрической емкостью этого проводника.

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

Электроемкость уединенного проводника численно равна заряду, который нужно сообщить этому проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу.

Она зависит от формы и размеров проводника и от диэлектрических свойств окружающей среды. Емкости геометрически подобных проводников пропорциональны их линейным размерам.

Пример:**емкость уединенного проводящего шара**:

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Единица электроемкости – фарад (Ф): 1Ф – емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1В при сообщении ему заряда 1Кл. Емкостью 1Ф обладает шар с радиусомR = $9\cdot10^6$км. Емкость земли 0,7 мФ.

Если к проводнику с зарядом *q*приблизить другие тела, то на их поверхности возникнут индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды. Эти заряды ослабляют поле, создаваемое зарядом *q*, тем самым, понижая потенциал проводника и повышая его электроемкость.

Конденсатор – это система из двух проводников (обкладок) с одинаковыми по модулю, но противоположными по знаку зарядами, форма и расположение которых таковы, что поле сосредоточено в узком зазоре между обкладками.

Емкость конденсатора – физическая величина, равная отношению заряда *q*, накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между его обкладками:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}$$

1. Емкость плоского конденсатора (две параллельные металлические пластины площадью *S* каждая, расположенные на расстоянии *d*друг от друга($\sigma = \frac{q}{S}$)):

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

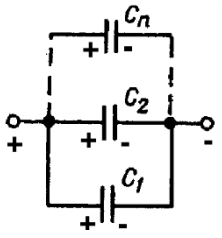
2. Емкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра длиной *l*с радиусамиr_1и r_2 ($\tau = q/l$)):

$$C = \frac{q}{\frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}\ln\frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\frac{r_2}{r_1}}$$

3. Емкость сферического конденсатора (две концентрические сферы с радиусами r_1и r_2):

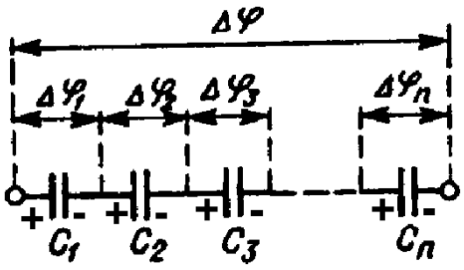
$$C = \frac{q}{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}$$

Соединения конденсаторов



У **параллельно соединенных** конденсаторов C_1, C_2…C_nразность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова $\Delta\varphi$. Полная емкость

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_i}{\Delta\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i\Delta\varphi}{\Delta\varphi} = \sum_{i=1}^{n} C_i$$



У последовательно соединенных конденсаторов C_1, C_2…C_nзаряды qвсех обкладок равны по модулю, а суммарная разность потенциалов:

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^{n} \Delta\varphi_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{C_i} = \frac{q}{C}$$

откуда: $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$

12 Энергия системы неподвижных точечных зарядов и уединенного проводника

Для системы двух зарядов q_1и q_2, находящихся на расстоянии rдруг от друга, каждый их них в поле другого обладает потенциальной энергией

$$W_1 = q_1\varphi_{12} = q_1 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r} = q_2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r} = q_2\varphi_{12} = W_2$$

Поэтому $W = q_1\varphi_{12} = q_2\varphi_{12} = 1/2(q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{12})$. Добавляя последовательно по одному заряду, получим, что энергия взаимодействия системы nнеподвижных точечных зарядов равна

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i\varphi_i ,$$

где φ_i – потенциал, создаваемый в той точке, где находится заряд, всеми зарядами q_i, кроме i-ого.

Элементарная работа внешних сил по перенесению малого заряда dqс обкладки второго конденсатора на обкладку первого:

$$dA = \Delta\varphi dq = \frac{qdq}{C}$$

Работа внешних сил при увеличении заряда конденсатора от 0 до q

$$A = \int_0^q \frac{qdq}{C} = \frac{q^2}{2C}$$

Энергия заряженного конденсатора (используя $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$):

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2}$$

13 Энергия электростатического поля.

В общем случае **электрическую энергию любой системы заряженных неподвижных тел** – проводников и непроводников – можно найти по формуле:

$$W = \frac{1}{2}\int_S \varphi\sigma dS + \frac{1}{2}\int_V \varphi\rho dV ,$$

где σ и ρ – поверхностная и объемная плотности свободных зарядов;

φ – потенциал результирующего поля всех свободных и связанных зарядов в точках малых элементов *dS*и *dV*заряженных поверхностей и объемов. Интегрирование проводится по всем заряженным поверхностям *S*и по всему заряженному объему *V*тел системы.

На примере поля плоского конденсатора выразим энергию поля через его напряженность. Для конденсатора

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S / d \text{ и } \Delta\varphi = Ed$$

Отсюда:

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 Sd = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 V$$

В **однородном** поле конденсатора его энергия распределена равномерно по всему объему поля

$$V = Sd .$$

Объемная плотность энергии электростатического поля плоского конденсатора *w:*

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}ED ,$$

где $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$ – электрическое смещение.

Эта формула является отражением того факта, что электростатическая энергия сосредоточена в электростатическом поле. Это выражение справедливо также и для неоднородных полей.

2 курс 1 семестр

Электрический ток в металлах. Сила тока и плотность тока

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов.

За **направление тока** принимают направление движения положительных зарядов.

Количественной мерой электрического тока служит **сила тока** I - *скалярная физическая величина, равная отношению заряда dq, переносимого сквозь рассматриваемую поверхность за малый промежуток времени, к величине dt этого промежутка*:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Электрический ток называется постоянным, если сила тока и его направление не изменяются с течением времени.

Для постоянного тока: $I = \frac{q}{\Delta t}$, где q — электрический заряд, проходящий за время Δt через поперечное сечение проводника.

Единица силы тока — ампер (А)

Для характеристики направления электрического тока в разных точках рассматриваемой поверхности и распределения силы тока по этой поверхности служит **вектор плотности тока** $\vec{j}$. Сила тока сквозь произвольную поверхность S определяется как поток вектора плотности тока

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$$

где $d\vec{S} = dS\vec{n}$ ($\vec{n}$ – единичный вектор нормали (орт) к площадке dS).

Плотностью электрического тока называется вектор $\vec{j}$, совпадающий с направлением электрического тока в рассматриваемой точке и численно равный отношению силы тока dI сквозь малый элемент поверхности, о**ртогональной** направлению тока, к площади $dS_\perp$ этого элемента:

$$j = \frac{dI}{dS_\perp}$$

Для постоянного тока I, текущего перпендикулярно сечению S проводника:

$$j = \frac{I}{S}$$

Если за время dt через поперечное сечение S проводника переносится заряд $dq = ne\langle v\rangle Sdt$ (где n, e и $\langle v\rangle$ — концентрация, заряд и средняя скорость упорядоченного движения зарядов), то сила тока $I = dq/dt = ne\langle v\rangle S$, а плотность тока: $\vec{j} = ne\langle\vec{v}\rangle$

Единица плотности тока — А/м^2

Электродвижущая сила, физический смысл понятия сторонних сил

Для возникновения и существования электрического тока необходимо:

1) наличие свободных **носителей тока** — заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченно;

2) наличие **электрического поля**, энергия которого должна каким-то образом восполняться.

Если в цепи действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей таким образом, что потенциалы всех точек цепи выравниваются и электростатическое поле исчезает.

Для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет **сил не электростатического происхождения.**

Такие устройства называются **источниками тока.**

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе — за счет механической энергии вращения ротора генератора, в солнечных батареях — за счет энергии фотонов и т.п.

Физическая величина, определяемая работой, которую совершают сторонние силы при перемещении единичного положительного заряда, называется **электродвижущей силой (ЭДС)** *действующей в цепи*:

$$\varepsilon = \frac{A}{q}$$

Эта работа совершается за счет энергии, затрачиваемой в источнике тока, поэтому величину ε, можно назвать электродвижущей силой источника тока, включенного в цепь.

ЭДС, как и потенциал выражается в **вольтах.**

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называется **однородным**. Участок, на котором на носители тока действуют сторонние силы, называется **неоднородным.**

Работа сторонних сил по перемещению заряда q_0 на **замкнутом участке цепи**

$$A = \oint \vec{F}_{\text{стор}}\, \overrightarrow{dl} = q_0 \oint \vec{E}_{\text{стор}}\, \overrightarrow{dl}$$

Отсюда, ЭДС действующая в замкнутой цепи — это циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил:

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_{стор} d\vec{l}$$

Следовательно, для поля сторонних сил циркуляция его напряженности по замкнутому контуру **не равна нулю**. Поэтому поле сторонних сил — **непотенциально.**

ЭДС, действующая на участке 1–2 цепи, равна

$$\varepsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{стор} d\vec{l}$$

Если на заряд q_0 действуют как сторонние силы, так и силы электростатического поля, то результирующая сила

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{стор}} + \vec{F}_e = q_0\left(\vec{E}_{\text{стор}} + \vec{E}\right)$$

Работа результирующей силы по перемещению заряда q_0 на участке 1—2

$$A_{12} = q_0 \int \vec{E}_{стор} d\vec{l} + q_0 \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = q_0 \varepsilon_{12} + q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю, поэтому

$$A == q_0 \varepsilon$$

Напряжением U на участке 1—2 называется физическая величина, численно равная суммарной работе совершаемой электростатическими и сторонними силами по перемещению единичного положительного заряда на данном участке цепи:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q_0} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}$$

Понятие **напряжения** является обобщением понятия разности потенциалов: *напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов, если участок не содержит источника тока* (т.е. на участке не действует ЭДС; сторонние силы отсутствуют)

Интегральная и дифференциальная формы закона Ома. Сопротивление.

Закон Ома для однородного участка цепи (не содержащего источника тока): *сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению на концах проводника* (интегральная форма закона Ома)

$$I = \frac{U}{R}$$

Коэффициент R называется **электрическим сопротивлением проводника**.

Единица электрического сопротивления — ом (Ом).

Величина $G = 1/R$ называется электрической проводимостью проводника.

Единица электрической проводимости — сименс (См)

Сопротивление проводника зависит от его размеров и формы, а также от материала из которого проводник изготовлен. Например, для однородного линейного проводника длиной l и площадью поперечного сечения S сопротивление рассчитывается по формуле: $R = \rho \frac{l}{S}$

где коэффициент пропорциональности ρ, характеризующий материал проводника, называется **удельным электрическим сопротивлением**

Единица удельного электрического сопротивления — (Ом·м)

Величина обратная удельному сопротивлению называется **удельной электрической проводимостью вещества** проводника:

$$\gamma = 1/\rho$$

Единица удельной электрической проводимости — сименс на метр (См/м).

Опытным путем было установлено, что для большинства случаев изменение удельного сопротивления а(значит и сопротивления) с температурой описывается линейным законом:

$\rho = \rho_0(1+ \alpha t)$или $R = R_0(1+\alpha t)$

где ρ и ρ_0, R и R_0 — соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при температурах t и 0°С (шкала Цельсия), α — **температурный коэффициент сопротивления**.

На зависимости электрического сопротивления металлов от температуры основано действие **термометров сопротивления**.

Сопротивление многих металлов при очень низких температурах T_k (0,14–20 К (шкала Кельвина)), называемых **критическими**, характерных для каждого вещества, скачкообразно уменьшается до нуля и металл становится абсолютным проводником. Это явление называется **сверхпроводимостью**.

В проводнике $E = U/l$ - напряженность электрического поля, $R = \rho\frac{l}{S}$, $j = \frac{I}{S}$. Из закона Ома получим соотношение $\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho}\frac{U}{l}$, откуда $j = \gamma E$.

В векторной форме соотношение$\vec{j} = \gamma\vec{E}$ называется **законом Ома в дифференциальной форме**. Этот закон связывает плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в той же точке.

Работа и мощность постоянного тока. Закон Джоуля–Ленца в дифференциальной и интегральной форме.

Кулоновские и сторонние силы при перемещении заряда q вдоль электрической цепи совершают работу А.

Рассмотрим однородный проводник с сопротивлением R к концам которого приложено напряжение U. За время dt через сечение проводника переносится заряд $dq = Idt$. Работа по перемещению заряда q_0 между двумя точками поля равна:

$A_{12} = q_0\Delta\varphi$, откуда $dA = Udq = UIdt = I^2Rdt = \frac{U^2}{R}dt$.

Мощность тока: $P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}$

Единицы измерения: ***работы тока*** – Джоуль (Дж), ***мощности тока*** – ватт (Вт)

Внесистемные единицы работы тока: ватт-час (Вт·ч) и киловатт-час (кВт·ч). 1 Вт·ч=3600 Вт·с=3,6·103 Дж. Аналогично: 1 кВт·ч=1000 Вт·ч=3,6·106 Дж

При прохождении тока по проводнику происходит рассеяние энергии вследствие столкновений носителей тока между собой и с любыми другими частицами среды. Если ток проходит по неподвижному проводнику, то вся работа тока *dA* идет на нагревание проводника (выделение теплоты *dQ*).

$$dQ = IUdt = I^2Rdt = \frac{U^2}{R}dt$$

Количество теплоты Q, выделяющееся за конечный промежуток времени от 0 до t постоянным током I во всем объеме проводника, электрическое сопротивление которого равно R, получаем, интегрируя предыдущее выражение:

$$Q = \int_0^t I^2 R dt = I^2 R t$$

Закон Джоуля–Ленца (в интегральной форме): количество теплоты, выделяемое постоянным электрическим током на участке цепи, равно произведению квадрата силы тока на время его прохождения и электрическое сопротивление этого участка цепи.

Закон Джоуля–Ленца (в дифференциальной форме). Вывод:

Выделим в проводнике цилиндрический объем $dV = dSdL$ (ось цилиндрасовпадает с направлением тока). Сопротивление этого объема $R = \rho dl/dS$. По закону Джоуля–Ленца, за время dt в этом объеме выделится теплота

$$dQ = I^2 R dt = \frac{\rho dl}{dS}\left(jdS\right)^2 dt = \rho j^2 dV dt$$

Удельной тепловой мощностью тока *w* называется количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема:

$$w = \frac{dQ}{dV dt} = \rho j^2$$

Используя дифференциальную форму закона Ома $j = \gamma E$ и определение $\gamma = 1/\rho$, получим **закон Джоуля–Ленца в дифференциальной форме**:

$$w = jE = \gamma E^2$$

5. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Правила Кирхгофа для разветвленных электрических цепей.

Рассмотрим неоднородный участок цепи 1—2 на котором присутствуют силы неэлектрического происхождения (сторонние силы).

Общая работа A_{12} сторонних и электростатических сил, совершаемая над носителями тока, равна теплоте Q , выделяющейся на участке. Работа сил, совершаемая при перемещении заряда q_0 :

$$A_{12} = q_0 \varepsilon_{12} + q_0 \Delta\varphi.$$

ЭДС ε_{12}, как и сила тока I , — величина скалярная. Если ЭДС способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении, то $\varepsilon_{12}>0$, если препятствует, то $\varepsilon_{12}< 0$.

За время t в проводнике выделится теплота: $Q = I^2Rt = IR(It) = IRq_0$

Отсюда следует **закон Ома для неоднородного участка цепи** в интегральной форме который является **обобщенным законом Ома**:

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12} \text{ или}$$

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}}{R}.$$

Частные случаи.

1) Если на данном участке цепи источник тока отсутствует, то мы получаем закон Ома для однородного участка цепи:

$I = \frac{U}{R}$

2) Если цепь замкнута ($\Delta\varphi = 0$), то получаем закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

где ε − ЭДС, действующая в цепи,

R− сопротивление внешней цепи,

r− внутреннее сопротивление источника тока.

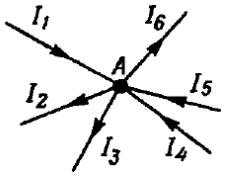
3) Если **цепь разомкнута**, то I = 0 и $\varepsilon_{12}=\varphi_2-\varphi_1$, т.е. ЭДС, действующая в разомкнутой цепи равна разности потенциалов на ее концах.

4) В случае **короткого замыкания** сопротивление внешней цепи R = 0 и сила тока в этом случае ограничивается только величиной внутреннего сопротивления источника тока $I = \varepsilon/r$.

Для определения величин токов в разветвленных электрических цепях пользуются **правилами Кирхгофа.**

Первое правило Кирхгофа — алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_k I_k = 0$$



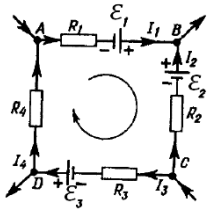
Например, для узла А на рисунке первое правило Кирхгофа $I_1 - I_2 - I_3 + I_4 + I_5 - I_6 = 0$

Второе правило Кирхгофа — в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивление R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС ε_k, встречающихся в этом контуре:

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \varepsilon_k$$

Например, для обхода по часовой стрелке замкнутого контура ABCDA второе правило Кирхгофа имеет вид:

$I_1R_1 - I_2R_2 + I_3R_3 + I_4R_4 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3$



Контактная разность потенциалов. Явления Пельтье и Томсона.

В 1797 г. итальянский физик Вольта опытным путем установил, что при тесном соприкосновении двух разнородных металлов между ними возникает разность потенциалов, зависящая только от их химического состава и температуры (**первый закон Вольты**)

Эта разность потенциалов названа***контактной.*** Под *тесным* соприкосновением подразумевается сближение поверхностей металлов на расстояние порядка размера ячейки кристаллической решетки, что может быть обеспечено, например, путем сварки металлов.

Первой причиной возникновения контактной разности потенциалов является неодинаковость работ выхода электронов из разнородных металлов.

Работа, которую необходимо совершить, чтобы удалить электрон из металла в вакуум, не придав ему кинетической энергии, называется **работой выхода**. Она зависит от химической природы металла, чистоты и обработки поверхности. При контакте двух металлов с разной работой выхода металл, имеющий меньшее значение работы выхода электронов, легче их теряет и заряжается положительно, а металл с большей работой выхода накапливает электроны и заряжается отрицательно. Поэтому первая составляющая контактной разности потенциалов между металлами вследствие этой причины определяется выражением:

$$U' = \frac{A_2 - A_1}{e}$$

где A_1 и A_2 – работа выхода электрона из первого и второго металла;
e – заряд электрона.

Вторая причина появления контактной разности потенциалов обусловлена различием концентраций свободных электронов в металлах. Необходимо хорошо представлять, что вследствие диффузии электроны начнут переходить из одного металла в другой, в результате чего тот из них, в котором концентрация электронов больше, будет их терять и приобретать положительный заряд. Другой металл, имеющий меньшую концентрацию электронов, зарядится отрицательно.

Составляющая контактной разности потенциалов, обусловленная различием концентраций свободных электронов в металлах, зависит от температуры T по закону

$$U'' = \frac{k}{e} T \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}$$

где k – постоянная Больцмана; n_{01} и n_{02} – концентрация свободных электронов соответственно в первом и втором металлах.

Зависимостью контактной разности потенциалов от температуры обусловлено явление, называемое***термоэлектрическим эффектом.***

Суммарная контактная разность потенциалов, обусловленная обеими причинами, будет

$$U = U' + U'' = \frac{A_2 - A_1}{e} + \frac{k}{e} T \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}$$

В XIX веке было обнаружено, что в замкнутой цепи, состоящей из последовательно соединенных разнородных проводников, может возникать электрический ток в тех случаях, если контакты (спаи) между проводниками имеют различную температуру. Такая электрическая цепь называется термопарой. Электрический ток, возникающий в термопаре, называется **термоэлектрическим.**

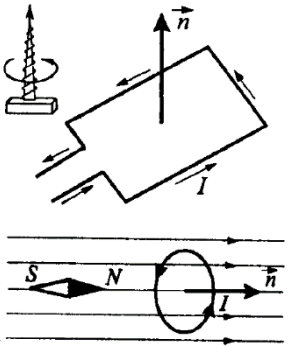
Магнитное поле. Вектор индукции и напряженности магнитного поля.

В 19 веке опытным путем были исследованы законы взаимодействия постоянных магнитов и проводников, по которым пропускался электрический ток. Опыты показали, что подобно тому, как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электростатическое поле, так и в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, которое называется **магнитным.**

Были установлены два экспериментальных факта:

1) магнитное поле действует на движущиеся заряды;
2) движущиеся заряды создают магнитное поле.

При исследовании магнитного поля используется замкнутый плоский контур с током (**рамка с током**), линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле.



Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением нормали $\vec{n}$ к контуру. В качестве положительного направления нормали принимается направление, связанное с током **правилом правого винта** (**правилом буравчика**): *За положительное направление нормали принимается направление поступательного движения правого винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке*.

Магнитное поле оказывает на рамку с током **ориентирующее действие**, поворачивая ее определенным образом. Это свойство используется для выбора направления магнитного поля.

За **направление магнитного поля** в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к свободно подвешенной рамке с током, или направление, совпадающее с направлением силы, действующей на северный полюс (N) магнитной стрелки, помещенный в данную точку поля.

Аналогично тому, как силовая векторная характеристика электростатического поля — напряженность — определялась как сила, действующая на пробный заряд, **силовая характеристика магнитного поля — магнитная индукция** $\overrightarrow{B}$ — определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{M_{max}}{p_m},$$

где $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ – вектор магнитного момента

Графически магнитное поле, так же как электрическое, изображают с помощью **линий магнитной индукции** — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$

Линии магнитной индукции **всегда замкнуты** и охватывают проводники с током, в то время, как линии электростатического поля — разомкнуты (они начинаются на положительных и заканчиваются на отрицательных зарядах).

Различают**макроскопические токи**, т.е. электрические токи, протекающие по проводникам в электрических цепях и **микроскопические токи**, обусловленных движением электронов в атомах и молекулах.

Намагниченность постоянных магнитов является следствием существованием в них микротоков.

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками. Поэтому, при одном и том же макротоке, вектор $\vec{B}$ в различных средах будет иметь разные значения. Магнитное поле макротока описывается **вектором напряженности магнитного поля**$\vec{H}$. В среде магнитное поле макротоков усиливается за счет поля микротоков среды.

Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции: $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$Гн/м – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость среды.

Принцип суперпозиции магнитных полей. Закон Био–Савара–Лапласа.

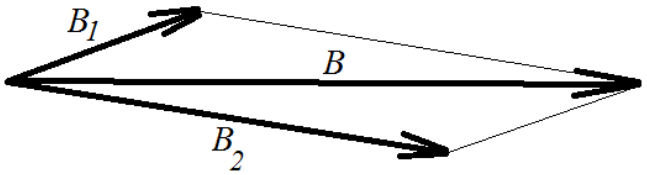
Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ — аналог вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$. Эти величины определяют силовые действия этих полей и зависят от свойств среды.

Аналогом вектора электрического смещения $\vec{D}$ является вектор напряженности $\vec{H}$ магнитного поля.

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив **принцип суперпозиции**: *магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом*.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \cdots + \vec{B}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i$$

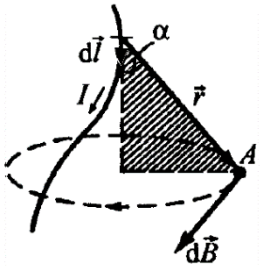
Например для двух векторов $\vec{B}_1$и$\overrightarrow{B_2}$



$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \overrightarrow{B_2}$$

Закон Био-Савара-Лапласа: Элемент проводника $d\vec{l}$,с током *I* создает в некоторой точке *A* индукцию поля:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu I [d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3}$$



где $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный из элемента $d\vec{l}$проводника в точку*A*

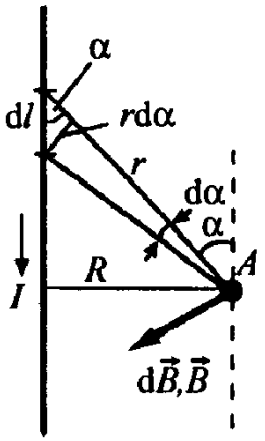
Направление $d\vec{B}$ перпендикулярно $d\vec{l}$ и $\vec{r}$, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Модуль вектора $d\vec{B}$ определяется выражением

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I dl sin\alpha}{4\pi r^2}$$

где α угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

Магнитное поле прямолинейного проводника с током, в центре кругового тока.

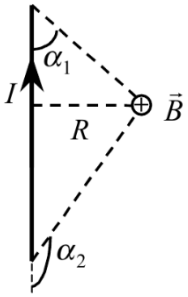
Пусть ток **течет по прямолинейному проводнику** бесконечной длины. В качестве постоянной интегрирования выберем угол α



Из рисунка $r = \frac{R}{sin\alpha}$, $dl = \frac{rd\alpha}{sin\alpha}$. Следовательно $dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r} sin\alpha d\alpha$. Угол α для всех элементов прямого провода изменяется от 0 до π . По принципу суперпозиции:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R} \int_0^{\pi} \sin\alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R}$$

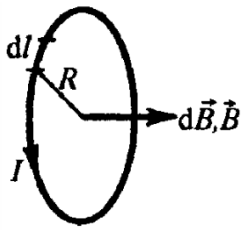
Или, индукция магнитного поля бесконечно длинного прямолинейного проводника с током: $B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi R}$



Если ток течет по отрезку провода, то

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

Пусть ток **протекает по круговому контуру** радиуса R. Найдем индукцию магнитного поля в центре данного витка.



В данном случае сложение векторов можно заменить сложением их модулей, учитывая $sin\alpha = 1, r = R$:

$dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} dl$откуда

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} 2\pi R = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}$$

Можно показать, что на расстоянии r от центра витка вдоль оси витка магнитное поле будет:

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{2} \frac{IR^2}{\left(\sqrt{R^2 + r^2}\right)^3}$$

Сила Ампера. Правило левой руки.

Действие магнитного поля на рамку с током — это пример воздействия магнитного поля на проводник с током. Ампер установил, что сила, с которой магнитное поле действует на элемент проводника dl с током, находящегося в магнитном поле, равна:

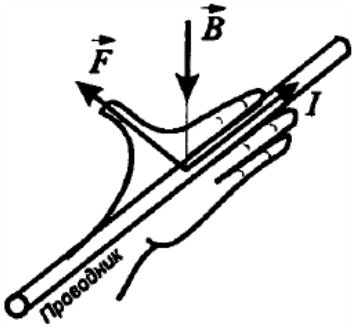
$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]$$

где $d\vec{l}$ — вектор по модулю равный dl и совпадающий по направлению с током, $\vec{B}$ − вектор магнитной индукции

Для прямолинейного отрезка проводника, формулу силы Ампера в скалярном видеможно записать как

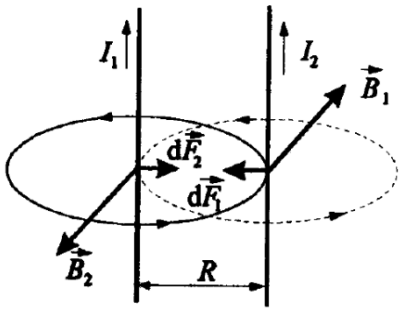
$$F = IBlsin\alpha$$

где α – угол между направлением тока в проводнике и вектором индукции.



Наглядно направление силы Ампера принято определять по **правилу левой руки**: *если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор $\vec{B}$, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы Ампера*.

Взаимодействие параллельных токов.



Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия двух токов.

Два параллельных проводника с токами I_1 и I_2 находятся на расстоянии R друг отдруга. Направление сил $d\vec{F}_1$ и $d\vec{F}_2$, с которыми поля $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$действуют на проводники с токами I_2 и I_1, определяются по правилу левой руки.

$B_1 = \frac{\mu_0 \mu I_1}{2\pi R}$, $dF_1 = I_2 B_1 dl$.

Отсюда $dF_1 = I_2 \frac{\mu_0 \mu I_1}{2\pi R} dl$. Аналогично $B_2 = \frac{\mu_0 \mu I_2}{2\pi R}$, $dF_2 = I_1 B_2 dl$,

$dF_1 = I_1 \frac{\mu_0 \mu I_2}{2\pi R} dl$.

Таким образом,$dF_1 = dF_2 = dF = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2}{2\pi R} dl$

Проводники с токами одинакового направления **притягиваются**, с токами разного направления — **отталкиваются**.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме. Магнитное поле тороида и длинного соленоида

Циркуляцией вектора $\vec{B}$ по заданному замкнутому контуру L называется следующий интеграл по этому контуру:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B_l dl$$

где $d\vec{l}$ — элемент длины контура, направленный вдоль обхода контура; $B_l = B\cos\alpha$ — составляющая вектора $\vec{B}$ в направлении касательной к контуру, с учетом выбранного направления обхода; α — угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$.

Теорема о циркуляции вектора$\vec{B}$ (закон полного магнитного поля в вакууме): *циркуляция вектора $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром*:

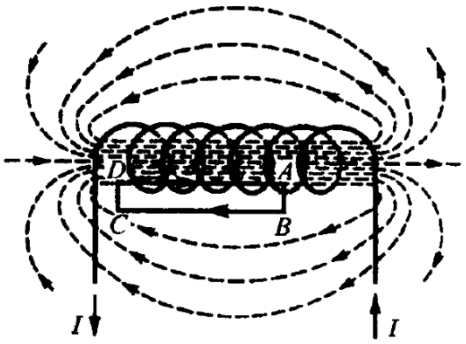
$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k$$

где n — число проводников с токами, охватываемых контуром L произвольной формы.

Эта теорема справедлива только для поля в вакууме, поскольку для поля в веществе надо учитывать молекулярные токи. Каждый ток учитывается столько раз, сколько он охватывается контуром.

Положительным считается ток, направление которого связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта.

С помощью теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$ легко определить индукцию магнитного поля внутри **соленоида** и **тороида**.



Соленоидом называется свернутый в спираль изолированный проводник по которому течет электрический ток. Рассмотрим соленоид длиной *l*, имеющий N витков. Циркуляция вектора $\vec{B}$по замкнутому контуру ABCDA, охватывающему все N витков, равна

$$\oint_{ABCDA} B_l dl = \mu_0 NI$$

На участках AB и CD контур перпендикулярен линиям магнитной индукции, следовательно$B_l = 0$.

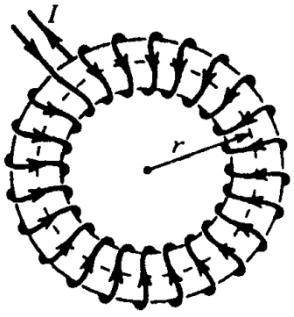
На участке DA контур совпадает с линией магнитной индукции, внутри соленоида поле однородно ($B_l = B$), поэтому

$$\int_{DA} B_l dl = Bl = \mu_0 NI$$

Магнитная индукция (бесконечного) соленоида в вакууме

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$$

Тороидом — называется кольцевая катушка с витками, намотанными на сердечник, имеющий форму тора, по которой течет ток. Магнитное поле отсутствует вне тороида, а внутри его оно является однородным.



Линии магнитной индукции, как следует из соображений симметрии, есть окружности, центры которых расположены на оси тороида.

В качестве контура выберем одну такую окружность

радиуса r . По теореме о циркуляции $B2\pi r = \mu_0 NI$, где N −число витков тороида. Отсюда

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

Поток вектора магнитной индукции. Теорема Гаусса для магнитного поля.

Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через площадку dS называется скалярная физическая величина, равная

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} = B_n dS,$$

где $B_n = Bcos\alpha$ – проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали $\vec{n}$к площадке dS, α–угол между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$, $d\vec{S}$ - вектор, модуль которого равен dS, а направление совпадает с направлением нормали $\vec{n}$ к площадке.

Поток вектора B связывают с контуром по которому течет ток. Положительное направление нормали к контуру связано с направлением тока по правилу правого винта. Поэтому магнитный поток, создаваемый контуром с током **через поверхность, ограниченную им самим**, всегда положителен.

Поток вектора магнитной индукции через произвольную поверхность S:

$$\Phi_B = \int_S \vec{B}\overrightarrow{dS} = \int_S B_n dS$$

Если поле однородно и перпендикулярно ему расположена плоская поверхность с площадью S , то $\Phi = \vec{B}d\vec{S} = BS$

Единица магнитного потока — **вебер** (Вб)

Теорема Гаусса для магнитного поля в вакууме:*Поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю*:

$$\Phi_B = \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала ни конца и являются замкнутыми.

Магнитный поток через поверхность, ограниченную замкнутым контуром, называется **потокосцеплением** Ψ этого контура.

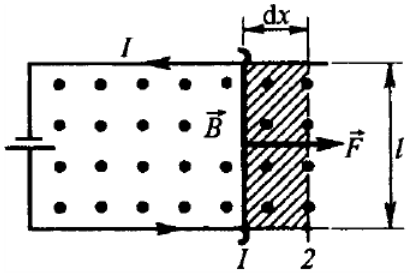
Потокосцепление контура, обусловленное магнитным полем тока в самом этом контуре, называется **потокосцеплением самоиндукции.**

Например, найдем потокосцепление самоиндукции соленоида с сердечником с магнитной проницаемостью μ. Магнитный поток сквозь один виток соленоида площадью S равен Φ_1 = BS . Полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида равен:

$$\Psi = \Phi_1 N = BSN = \frac{\mu_0 \mu NI}{l} SN = \mu_0 \mu \frac{IN^2}{l} S$$

Потокосцепление контура, обусловленное магнитным полем тока, идущего в другом контуре, называется **потокосцеплением взаимной индукции** этих двух контуров.

Работа по перемещения проводника и контура с током в магнитном поле.



Проводник длиной l (он может свободно перемещаться) с током I находится в однородном магнитном поле (см. рисунок). Поле направлено перпендикулярно плоскости рисунка. Сила Ампера $F = IBl$.

Под ее действием проводник переместился из положения 1 в положение 2.

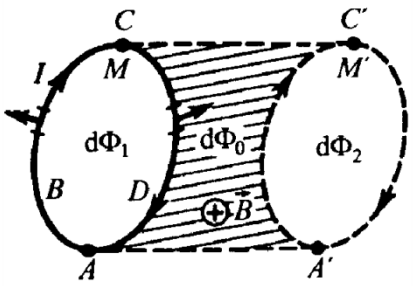
Работа, совершаемая магнитным полем:

$$dA = \vec{F}d\vec{x} = Id\vec{x}\left[\vec{l},\vec{B}\right] = IBldx = IBdS = Id\Phi$$

где $dS = ldx$ — площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле; $BdS = d\Phi$ — поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь. Таким образом,

$$dA = Id\Phi$$

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.



Если в магнитном поле перемещается **контур с током***ABCDA*, то работа сил Ампера будет равна сумме работ по перемещению проводников *ABC* (dA_1) и *CDA* (dA_2), т.е. $dA = dA_1 + dA_2$

При перемещении участка *CDA* силы Ампера направлены в сторону перемещения (образуют с направлением перемещения острые углы), поэтому $dA_2 > 0$

$$dA_2 = I(d\Phi_0 + d\Phi_2)$$

Силы, действующие на участок ABC контура, направлены против перемещения (образуют с направлением перемещения тупые углы), поэтому $dA_1 < 0$

$dA_1 = -I(d\Phi_0 + d\Phi_1)$

В сумме $dA = I(d\Phi_2 + d\Phi_1)$, или $A = I\Delta\Phi$, или $A = I(\Psi_2 - \Psi_1)$

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока, сцепленного с контуром (или на его потокосцепление).

Сила Лоренца. Движение заряженной частицы в магнитном поле.

Так же как и на проводник с током, магнитное поле действует и на отдельный заряд, движущийся в магнитном поле.

Сила, действующая на электрический заряд q, движущийся в магнитном поле $\vec{B}$ *со скоростью* $\vec{v}$, называется **силой Лоренца**:

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}],$$

или в скалярном виде $F = qvBsin\alpha$, где α - угол между$\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Направление силы Лоренца, так же как и силы Ампера, определяется по правилу левой руки. Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы. Поэтому она изменяет только направление этой скорости, не изменяя ее модуля. Следовательно, сила Лоренца работы не совершает. Постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Движение заряда, на который кроме магнитного поля с индукцией Вдействует и электрическое поле с напряженностью Е описывается формулой Лоренца:$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]$

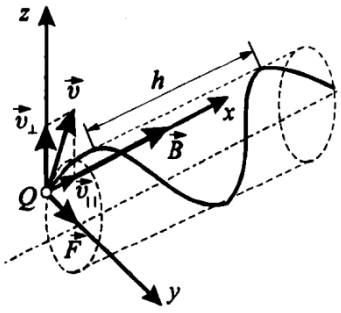
Движение заряженных частиц в магнитном поле: будем считать, что магнитное поле однородно и на частицу не действуют электрические поля. Рассмотрим три возможных случая:

1. Заряженная частица движется в магнитном поле **вдоль линий магнитной индукции** (угол α между векторами $\vec{v}$и $\vec{B}$равен 0 или π).Сила Лоренца равна нулю. Магнитное поле на частицу не действует, и она движется равномерно и прямолинейно.

2. Заряженная частица движется в магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции (угол α = π/2).Сила Лоренца $F = qvB$ постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Частица будет двигаться по окружности радиуса R с центростремительным ускорением$a_{ц} = \frac{v^2}{R}$.

Из второго закона Ньютона $qvB = m\frac{v^2}{R}$получаем радиус окружности $R = \frac{mv}{qB}$и период вращения $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$

3. Заряженная частица движется под углом α к линиям магнитной индукции. Движение частицы можно представить в виде суммы двух движений:



а) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v_{\parallel} = vcos\alpha$;

б) равномерного движения по окружности в плоскости, перпендикулярной полю. Суммарное движение будет движением по спирали, ось которой параллельна магнитному полю. Шаг винтовой линии$h = v_{\parallel}T = vTcos\alpha$ или:

$$h = \frac{2\pi mvcos\alpha}{qB}$$

Если магнитное поле неоднородно и заряженная частица движется под углом к линиям магнитного поля в направлении возрастания поля, то величины

*R*и *h*уменьшаются с ростом $\vec{B}$. На этом основана **фокусировка заряженных частиц** магнитным полем.

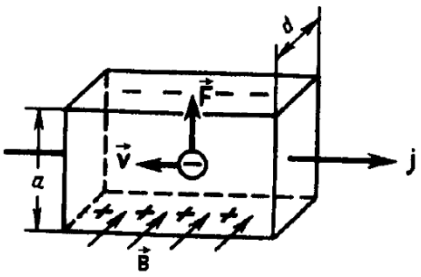
Эффект Холла и его использование в приборах

Эффект Холла — это возникновение электрического поля в проводнике или полупроводнике с током при помещении его в магнитное поле.

Эффект Холла — следствие влияния силы Лоренца на движение носителей тока. В магнитном поле $\vec{B}$ при протекании через проводник тока с плотностью $\vec{j}$ устанавливается электрическое поле с напряженностью

$$\vec{E} = R[\vec{B},\vec{j}],$$

где R – **постоянная Холла.**



Пусть металлическая пластинка с током расположена в магнитном поле перпендикулярном току. Сила Лоренца приводит к повышению концентрации носителей тока — электронов — у верхнего края пластинки. При этом верхний край зарядится отрицательно, а нижний, соответственно — положительно. Стационарное распределение зарядов будет достигнуто, когда действие созданного таким образом электрического поля уравновесит силу Лоренца$eE = e\frac{\Delta\varphi}{a} = evB,$ или $\Delta\varphi = vBa$, где a – ширина пластинки, $\Delta\varphi$ - **поперечная (холловская) разность потенциалов.**

Поскольку$I = jS = nevS(S = ad$ – площадь поперечного сечения пластинки толщиной d и шириной a, n — концентрация электронов, υ — средняя скорость упорядоченного движения электронов), то

$$\Delta\varphi = \frac{I}{nead}Ba = \frac{1}{en}\frac{IB}{d} = R\frac{IB}{d}$$

Знак постоянной Холла $R = \frac{1}{en}$ совпадает со знаком носителей тока, поэтому эффект Холла используют для определения природы носителей тока в веществах и определения их концентрации.

Магнитные моменты атомов. Диамагнетики и парамагнетики

Все вещества, помещенные в магнитное поле, **намагничиваются**, поскольку в любом теле существуют микроскопические токи (микротоки), обусловленные движением электронов в атомах и молекулах.

Для многих целей, в том числе и для объяснения многих магнитных явлений, можно использовать квазиклассическую модель, в которой предполагается, что атом состоит из положительно заряженного ядра, вокруг которого обращаются электроны по круговым или эллиптическим орбитам, подобно планетам солнечной системы (планетарная модель атома).

Такие электроны, обращающиеся по орбитам, представляют собой **замкнутые электрические токи**, и поэтому естественно предположить, что

именно они являются микротоками (существование которых предполагал еще Ампер), ответственными за намагничивание вещества.

Магнитный момент электрона, обусловленный вращением его по орбите, получил название **орбитального**. Вместе с тем электрон обладает еще и собственным магнитным моментом, не зависящим от орбитального и называемым **спиновым.**

Полный магнитный момент атома складывается из векторов орбитальных и спиновых моментов входящих в его состав электронов.

$$\vec{p}_a = \sum \vec{p}_m + \sum \vec{p}_{ms}$$

Всякое вещество является **магнетиком**, т.е. способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничиваться).

Действие магнитного поля на электронную орбиту приводит к **прецессии** этой орбиты, что эквивалентно круговому микротоку.

Так как этот микроток индуцирован внешним магнитным полем, то, согласно правилу Ленца, у атома появляется магнитный момент, направленный **против внешнего поля**.Наведенные составляющие магнитных полей атомов складываются и образуют собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название **диамагнитного эффекта**, а вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля, называются **диамагнетиками** (например, Ag, Au, Cu…).

Так как диамагнитный эффект обусловлен действием внешнего магнитного поля на электроны атомов вещества, то диамагнетизм свойствен всем веществам.

Наряду с диамагнитными веществами существуют и **парамагнитные** — вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле по направлению поля (пример: редкоземельные металлы, Pt, Al…).

У парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга, и молекулы парамагнетиков всегда обладают магнитным моментом (такие молекулы называются **полярными**).

Вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому, в отсутствие магнитного поля, парамагнитные вещества магнитными свойствами не обладают.

При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов атомов (молекул) по полю (полной ориентации препятствует тепловое движение атомов).

Таким образом, парамагнетик намагничивается, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним полем и усиливающим его. Этот эффект называется **парамагнитным**. Если магнитный момент атомов (молекул) велик, то парамагнитные свойства преобладают наддиамагнитными и вещество является **парамагнетиком**.

Намагниченность. Магнитная проницаемость веществ

Для количественного описания намагничения магнетиков вводят векторную величину — намагниченность, определяемую магнитным моментом единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \frac{\sum \vec{p}_a}{V},$$

где $\vec{P}_m = \sum \vec{p}_a$ — магнитный момент магнетика, равный векторной сумме магнитных моментов отдельных молекул.

В несильных полях намагниченность пропорциональна напряженности H поля, вызывающего намагничение. Поэтому, аналогично диэлектрической восприимчивости, можно ввести понятие магнитной восприимчивости вещества χ.

$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$

χ – безразмерная величина.

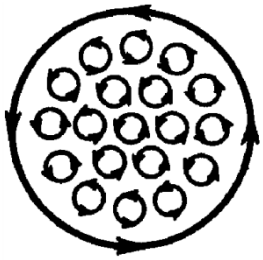
Для диамагнетиков χ отрицательна ($\chi < 0$ поле молекулярных токов противоположно внешнему полю), для парамагнетиков — положительна ($\chi > 0$ поле молекулярных токов совпадает с внешним).

Абсолютное значение магнитной восприимчивости для диа- и парамагнетиков очень мало — порядка $10^{-4} – 10^{-6}$.

Магнитное поле $\vec{B}$ в веществе складывается из двух полей: внешнего поля $\vec{B}_0$, создаваемого намагничивающим током в вакууме, и поля$\vec{B}'$ намагниченного вещества:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}',$$

где$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$



Для описания поля, создаваемого молекулярными токами, рассмотрим магнетик в виде кругового цилиндра сечения S и длины l, внесенного в однородное внешнее магнитное поле с индукцией $\vec{B}_0$ параллельное оси цилиндра. Если рассмотреть любое сечение цилиндра, перпендикулярное его оси, то во внутренних участках сечения магнетика молекулярные токи соседних атомов направлены навстречу друг другу и взаимно компенсируются. Нескомпенсированными будут лишь молекулярные токи, выходящие на поверхность цилиндра.

Магнитную индукцию тока I′, текущего по боковой поверхности цилиндра, вычислим (считая для простоты μ =1) по формуле для соленоида с N =1 (соленоид из одного витка):

$$\vec{B}' = \frac{\mu_0 I'}{l}$$

Магнитный момент этого суммарного тока микротоков внутри магнетика $P = I'S = I' \frac{Sl}{l} = I' \frac{V}{l}$, где V – объем магнетика.

Намагниченность магнетика$J = \frac{P}{V} = I' \frac{V}{lV} = \frac{I'}{l}$, следовательно$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}$.

Отсюда $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}) = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu \vec{H}$

Безразмерная величина$\mu = 1 + \chi = \frac{B}{B_0}$называется **магнитной проницаемостью вещества**.

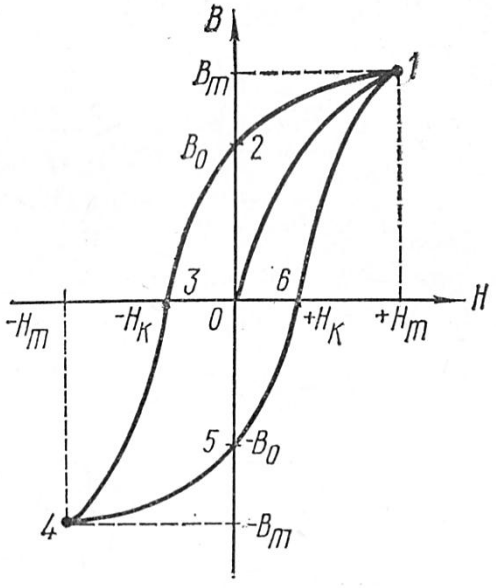
Для диамагнетиков μ<1, для парамагнетиков μ>1.

Ферромагнетики. Магнитный гистерезис

Помимо слабомагнитных веществ — диа- и парамагнетиков, существуют сильномагнитные вещества — **ферромагнетики** — *вещества, обладающие спонтанной намагниченностью*, т.е. они сохраняют намагниченность при отсутствии внешнего магнитного поля

Ответственными за магнитные свойства ферромагнетиков являются нескомпенсированныемагнитные моменты атомов ферромагнетика. При определенных условиях в кристаллах могут возникать силы, выстраивающие магнитные моменты электронов строго параллельно друг другу, что приводит к возникновению намагниченных отдельных областей вещества, называемых **доменами**. Размер доменов порядка 10^{-3} – 10^{-2} см. В пределах каждого домена ферромагнетик спонтанно намагничен до насыщения и обладает некоторым значением магнитного момента. Для различных доменов направление магнитных моментов разное, вследствие чего суммарный момент в отсутствие внешнего магнитного поля равен нулю, т.е. ферромагнетик в целом не намагничен.

При внесении ферромагнетика в магнитное поле происходит ориентация магнитных моментов не отдельных атомов, а целых доменов. Поэтому уже в небольших полях намагниченность достигает больших значений.



При некотором значении напряженности поля все домены будут ориентированы по полю и намагниченность достигнет**насыщения**.

Если в ферромагнетике, намагниченном, например, до состояния насыщения B_m, начнет уменьшаться напряженность поля H, то индукция B тоже будет уменьшаться; однако ее уменьшение происходит не по линии 1-0, а по линии 1-2 графика намагничивания.

При $H = 0$ ферромагнетик не размагничивается полностью: в нем сохраняется***остаточная магнитная индукция*** B_0. Для его полного размагничивания необходимо создать противоположное внешнее поле напряженностью $H = H_к$ эта напряженность называется***коэрцитивной силой***. При дальнейшем увеличении противоположного поля ферромагнетик начнет перемагничиваться (линия *3-4)* и при$H = -H_K$ намагнитится до насыщения в противоположном направлении *($B = -B_m$)*. Затем ферромагнетик можно опять размагнитить (линия *4-5-6)* и вновь перемагнитить до насыщения B_m (линия *6-1)*.Рассмотренное явление отставания изменений магнитной индукции от

изменений напряженности намагничивающего поля называется **манитным гистерезисом**, а замкнутая кривая 1-2-4-5-1 —**петлей гистерезиса**.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, называемая **точкой Кюри**, при которой он теряет свои магнитные свойства.

При нагревании выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик.

Явление электромагнитной индукции. Причины возникновения ЭДС индукции в движущихся и неподвижных проводниках

Фарадей опытным путем открыл **явление электромагнитной индукции**: *в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, называемый* ***индукционным***.

Возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы.

Эта ЭДС называется **электродвижущей силой электромагнитной индукции**.

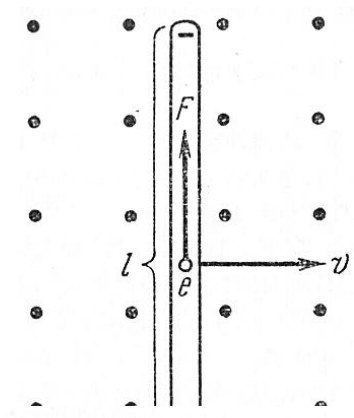
Закон Фарадея: *ЭДС электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром*:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

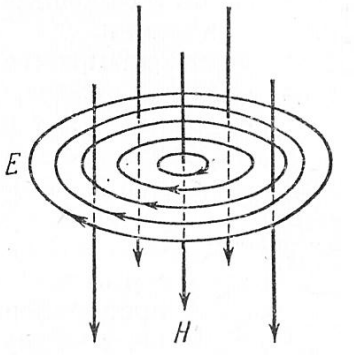
Направление индукционного тока определяется по **правилу Ленца**:*индукционный ток имеет такое направление, что его собственное магнитное поле компенсирует изменение потока магнитной индукции, вызывающее этот ток*.

В случаях движения контура в магнитном поле э. д. с. индукции обусловлена действием лоренцевой силы на заряды, находящиеся в контуре.

Например, участок металлического контура движется со скоростью *V*, пересекая магнитное поле (силовые линии которого, изображенные точками, перпендикулярны плоскости рисунка). Вместе с этим участком движутся находящиеся в нем электроны. Поэтому на каждый электрон *e* будет действовать лоренцева сила F, направленная вверх (учитывая, что электрон заряжен отрицательно). В результате на участке *l* произойдет **разделение зарядов**: свободные электроны переместятся кверху и между концами участка возникнет разность потенциалов, равная **электродвижущей силе индукции**.



В случаях неподвижного контура, находящегося в переменном (нестационарном) магнитном поле, возникновение э. д. с. индукции нельзя объяснить лоренцевой силой, так как она не действует на непо-



движные заряды. Для объяснения природы электродвижущей силы индукции в этих случаях необходимо предположить, как это сделал Максвелл, что переменное магнитное поле $\vec{H}$ создает в пространстве переменное электрическое поле$\vec{E}$ и что силовые линии магнитного поля концентрически охвачены силовыми линиями электрического поля. Такое электрическое поле — с замкнутыми силовыми линиями—называется **вихревым полем**. Силы вихревого электрического поля производят разделение зарядов в проводящем контуре, создавая в нем переменную разность потенциалов, равную **электродвижущей силе индукции**.

Явление самоиндукции. Индуктивность. Индуктивность соленоида.

Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био-Савара-Лапласа **пропорциональна току**. Поэтому сцепленный с контуром магнитный поток пропорционален току в контуре:

$$\Phi = LI,$$

где коэффициент пропорциональности L называется **индуктивностью контура**.

Единица измерения индуктивности – **Генри (Гн)**

Легко получить формулу индуктивности длинного соленоида:

Полный магнитный поток сквозь соленоид

$$\Phi = BSN = \mu\mu_0 \frac{IN}{l} SN = \mu\mu_0 \frac{IN^2}{l} S, \text{ откуда } L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l}$$

где N − число витков соленоида, l − его длина, S − площадь, μ − магнитная проницаемость сердечника.

Индуктивность контура в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится.

При изменении силы тока в контуре будет изменяться и сцепленный с ним магнитный поток, а это, в свою очередь будет индуцировать ЭДС в этом контуре. *Возникновение ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется***самоиндукцией.**

Из закона Фарадея ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_{si} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt},$$

где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к замедлению изменения тока в нем.

Если ток со временем возрастает, то $\varepsilon_{si} < 0$, т.е. ток самоиндукции направлен навстречу току, обусловленному внешним источником, и замедляет его возрастание.

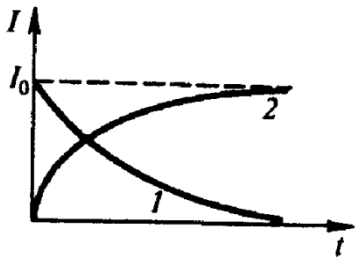
Если ток со временем убывает, то $\varepsilon_{si} > 0$, т.е. ток самоиндукции имеет такое же направление, как и убывающий ток в контуре, и замедляет его убывание.

Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую "инертность".

Ток при замыкании цепи и при ее размыкании

При всяком изменении силы тока в проводящем контуре возникает ЭДС самоиндукции, в результате чего в контуре появляются дополнительные токи, называемые **экстратоками самоиндукции.**

Пусть в цепи сопротивлением R и индуктивностью L под действием внешней ЭДС Θ течет постоянный ток $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$. В момент времени t = 0 **выключим** источник тока. Возникает ЭДС самоиндукции $\varepsilon_{si} = -L\frac{dI}{dt}$, препятствующая уменьшению тока.



Ток в цепи определяется законом Ома $IR = \varepsilon_{si}$, или $IR = -L\frac{dI}{dt}$. Разделяем переменные: $\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L}dt$, и интегрируем по I (от I_0 до I) и по t (от 0 до t):

$\ln\frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L}t$, или

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}},$$ (кривая 1)

где $\tau = \frac{L}{R}$ – постоянная, называемая **временем релаксации** — *время, в течение которого сила тока уменьшается в е раз*.

Таким образом, при выключении источника тока сила тока **убывает по экспоненциальному закону** (а не мгновенно).

При **замыкании цепи** помимо внешней ЭДС ε возникает ЭДС самоиндукции $\varepsilon_{si} = -L\frac{dI}{dt}$, препятствующая возрастанию тока. По закону Ома, $IR = \varepsilon + \varepsilon_{si}$, или $IR = \varepsilon - L\frac{dI}{dt}$ Можно показать, что решение этого уравнения имеет вид:

$$I = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right),$$ (кривая 2)

где $I_0 = \frac{\varepsilon}{R}$ – установившийся ток при$t \to \infty$.

Таким образом, при включении источника тока сила тока **возрастает по экспоненциальному закону** (а не мгновенно).

Энергия магнитного поля. Плотность энергии магнитного поля.

Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем. Магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Энергия магнитного поля равна работе, которую затрачивает ток на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью L , по которому течет ток I .

С данным контуром сцеплен магнитный поток $\Phi = LI$.

При изменении тока на dI магнитный поток изменяется на $d\Phi = LdI$.

Для такого изменения магнитного потока необходимо совершить работу $dA = Id\Phi = LIdI$.

Тогда работа по созданию магнитного потока Ф будет равна:

$$A = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2}.$$

Энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = \frac{LI^2}{2}$$

На примере однородного магнитного поля внутри длинного соленоида выразим энергию магнитного поля через величины, характеризующие это поле в окружающем пространстве:

Индуктивность соленоида: $L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l}$. Отсюда $W = \frac{1}{2}\mu\mu_0 \frac{N^2 S I^2}{l}$.

Магнитная индукция поля соленоида: $B = \mu\mu_0 \frac{NI}{l}$. Отсюда $I = \frac{Bl}{\mu\mu_0 N}$.

По определению вектора напряжённости магнитного поля $B = \mu\mu_0 H$.

Используя эти соотношения $W = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V = \frac{BH}{2} V$, где $V = Sl$–объем соленоида.

Магнитное поле длинного соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия заключена в объеме соленоида и распределена в нем с **объемной плотностью**

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2}.$$

Эти соотношения носят общий характер и справедливы и для неоднородных полей, но только для сред, для которых связь между $\vec{B}$ и $\vec{H}$ линейная (т.е. для пара- и диамагнетиков).

Электромагнитное поле.Ток смещения. Уравнения Максвелла для электромагнитного поля в интегральной форме.

Для объяснения возникновения индукционного тока в неподвижных проводниках (второй опыт Фарадея) Максвелл предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в контуре (**первое основное положение теории Максвелла**).

Электрическое поле $\vec{E}_в$, возбуждаемое переменным магнитным полем, как и само магнитное поле, является **вихревым**.

Суммарное электрическое поле складывается из электрического поля, создаваемого зарядами E_q и вихревого электрического поля $E_В$. Поскольку циркуляция E_q равна нулю, то циркуляция суммарного поля:

$$\oint_L \vec{E}\overrightarrow{dl} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\overrightarrow{dS}.$$

Это — **первое уравнение** системы уравнений Максвелла для электромагнитного поля.

Максвелл предположил, что аналогично магнитному полю и всякое изменение электрического поля вызывает в окружающем пространстве вихревое магнитное поле (**второе основное положение теории Максвелла**).

Поскольку магнитное поле есть основной, обязательный признак всякого тока, то Максвелл назвал переменное электрическое поле **током смещения,** в отличие от тока проводимости, обусловленного движением заряженных частиц.

Плотность тока смещения: $\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$.

Максвелл ввел понятие полного тока, равного сумме токов проводимости и смещения. Плотность полного тока$\vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Максвелл обобщил теорему о циркуляции вектора $\vec{H}$, использовав полный ток:

$$\oint_L \vec{H}\overrightarrow{dl} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \overrightarrow{dS}$$

Обобщенная теорема о циркуляции вектора Н представляет собой **второе уравнение** системы уравнений Максвелла для электромагнитного поля.

Третье уравнение системы уравнений Максвелла для электромагнитного поля это теорема Гаусса для поля $\vec{D}$. Для заряда, непрерывно распределенного внутри замкнутой поверхности с объемной плотностью ρ , это уравнение имеет вид:

$$\oint_S \vec{D}\overrightarrow{dS} = \int_V \rho dV$$

Четвертое уравнение Максвелла — это теорема Гаусса для поля $\vec{B}$

$$\oint_S \vec{B}\overrightarrow{dS} = 0$$

.

Таким образом, **система уравнений Максвелла в интегральной форме**:

$$\begin{cases} \oint_L \vec{E}\overrightarrow{dl} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\overrightarrow{dS}; \\ \oint_S \vec{D}\overrightarrow{dS} = \int_V \rho dV \\ \oint_L \vec{H}\overrightarrow{dl} = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \overrightarrow{dS}; \\ \oint_S \vec{B}\overrightarrow{dS} = 0 \end{cases}$$

Из уравнений Максвелла следует, что:

— **источниками** электрического поля являются либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля;
— магнитные поля могут возбуждатьсялибо движущимися электрическими зарядами (электрическими токами), либо переменными электрическими полями;
— переменное магнитное поле всегда связано с порождаемым им электрическим полем, а переменное электрическое поле всегда связано с порождаемым им магнитным, т.е. электрическое и магнитное поля неразрывно связаны друг с другом — они образуют единое **электромагнитное поле**.

Понятие о колебательных процессах. Амплитуда, круговая (циклическая) частота, фаза гармонических колебаний.

Колебаниями называются движения или процессы, которые обладают определенной повторяемостью во времени.

Колебания сопровождаются попеременным превращением энергии одного вида в энергию другого вида.

Колебания называются **свободными** (или **собственными**), если они совершаются за счет первоначально сообщенной энергии, без дальнейшего внешнего воздействия на колебательную систему (систему, совершающую колебания). Колебания называются **вынужденными**, если они происходят под действием периодически изменяющейся внешней силы.

Гармоническими колебаниями называются колебания, при которых колеблющаяся физическая величина изменяется по закону синуса (или косинуса).

Гармоническое колебание величины s описывается уравнением типа:

$$s = Acos(\omega t + \varphi_0),$$

где: A – **амплитуда колебания** - максимальное значение колеблющейся величины;

ω – **круговая (циклическая) частота**;

φ_0– **начальная фаза колебания** в момент времени t = 0;

$(\omega t + \varphi_0)$**фаза колебания** в момент времени t.

Периодом колебанийT называется наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются состояния колеблющейся системы (совершается одно полное колебание) и фаза колебания получает приращение 2π:

$$\omega(t + T) + \varphi = (\omega t + \varphi) + 2\pi.$$

Откуда $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Частотой колебанийν называется величина обратная периоду колебаний — число полных колебаний, совершаемых в единицу времени:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Единица частоты — герц (Гц)

Скорость и ускорение колеблющейся точки. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение. Энергия гармонических колебаний.

Первая (скорость) и вторая (ускорение) производные по времени от гармонически колеблющейся величины s также совершают гармонические колебания с той же циклической частотой:

$$\dot{s} = \frac{ds}{dt} = -A\omega sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\ddot{s} = \frac{d^2s}{dt^2} = -A\omega^2 cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0 + \pi)$$

Из последнего уравнения видно, что s удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \omega^2 s = 0.$$

Это уравнение называется дифференциальным уравнением гармонических колебаний. Его решение:

$$s = Acos(\omega t + \varphi_0)$$

Если материальная точка совершает прямолинейные гармонические колебания вдоль оси x около положения равновесия принятого, за начало координат то для колеблющейся точки:

Смещение:$x = Acos(\omega t + \varphi_0)$

Скорость: $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega sin(\omega t + \varphi_0)$

Ускорение $a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 cos(\omega t + \varphi_0)$

Сила, действующая на колеблющуюся материальную точку массой m равна $F = ma = -mA\omega^2 cos(\omega t + \varphi_0) = -m\omega^2 x.$

Таким образом, сила пропорциональна смещению материальной точки и направлена в сторону, противоположную смещению (к положению равновесия).

Такая зависимость от смещения характерна для упругих сил и поэтому силы, которые аналогичным образом зависят от смещения, называются **квазиупругими.**

Кинетическая энергия материальной точки:

$$E_К = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} sin^2(\omega t + \varphi_0)$$

Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием квазиупругой силы:

$$E_П = -\int_0^x F dx = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} cos^2(\omega t + \varphi_0).$$

Полная энергия:

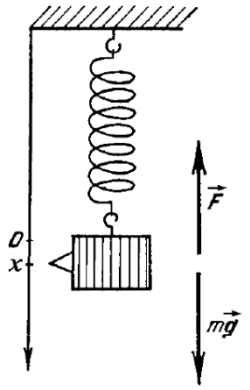
$$E = E_К + E_П = \frac{mA^2\omega^2}{2}.$$

Полная энергия остается постоянной, с течением времени происходит только превращение кинетической энергии в потенциальную и обратно.

Уравнения движения пружинного, физического и математического маятников

Гармоническим осциллятором называется система, совершающая колебания, описываемые дифференциальным уравнением $\frac{d^2s}{dt^2} + \omega^2 s = 0$

Примерами гармонического осциллятора являются пружинный, математический и физический маятники и электрический колебательный контур.



Пружинный маятник — это груз массой m, подвешенный на абсолютно упругой пружине жесткостью *k*и совершающий гармонические колебания под действием упругой силы$F = -kx$.

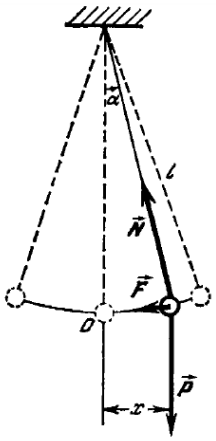
Уравнение движения маятника

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$или $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0.$

Сравнивая это уравнение с уравнением движения гармонического осциллятора $\frac{d^2s}{dt^2} + \omega^2 s = 0$ видим, что пружинный маятник совершает колебания по закону $x = Acos(\omega t + \varphi_0)$ с циклической частотой и периодом:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Математическим маятником называется идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m, подвешенной на невесомой нерастяжимой нити длинной l , и колеблющейся под действием силы тяжести без трения.



Хорошим приближением математического маятника является небольшой тяжелый шарик, подвешенный на тонкой длинной нити.

При малых углах отклонения α можно считать: $x \approx l\alpha.$

Возвращающая сила: $F = Psin\alpha \approx mg\alpha = mg\frac{x}{l}.$

Уравнение движения:

$m\frac{d^2x}{dt^2} = -F = -mg\frac{x}{l}$или $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{l}x = 0.$

Следовательно, движение математического маятника описывается дифференциальным уравнением гармонических колебаний, то есть происходит по закону $x = Acos(\omega t + \varphi_0)$ с частотой и периодом, соответственно:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

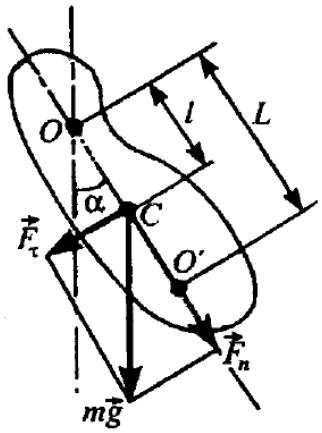
Физическим маятником называется твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг горизонтальной оси подвеса, не проходящей через центр масс тела.

Если физический маятник отклонен из положения равновесия на некоторый угол α, то момент возвращающей силы$M = I\varepsilon = I\frac{d^2\alpha}{dt^2}$.

Можно показать, что уравнением движения физического маятника будет иметь вид:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{I}\alpha = 0,$$

гдеI − момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку подвеса *O*; *l*− расстояние между точкой подвеса и центром масс *C* маятника.



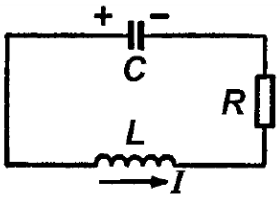
Таким образом, при малых колебаниях физический маятник совершает гармонические колебания $\alpha = Acos(\omega t + \varphi_0)$ с циклической частотой и периодом:

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}}\,T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

где $L = \frac{I}{ml}$ - **приведенная длина** физического маятника.

Приведенная длина физического маятника — это длина такого математического маятника, который имеет такой же период колебаний, что и данный физический маятник.

Электрический колебательный контур. Формула Томсона (вывод)



Электрическим колебательным контуром называется электрическая цепь состоящая из включенных последовательно катушки индуктивностью *L*, конденсатора емкостью *C* и резистора сопротивлением *R*.

По закону Ома для участка цепи$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{si}$или $IR = -\frac{q}{C} - L\frac{dI}{dt}$, где *q*и $(\varphi_1 - \varphi_2) = -\frac{q}{C}$заряд конденсатора и разность потенциалов его обкладок в произвольный момент времени t; R − электрическое сопротивление колебательного контура; ε_{si} − ЭДС самоиндукции в катушке.

Сила тока$I = \frac{dq}{dt}$поэтому дифференциальное уравнение колебаний заряда в колебательном контуре

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0.$$

Идеализированный колебательный контур — колебательный контур, у которого $R = 0$.

Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний заряда в идеализированном контуре:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

Заряд q совершает гармонические колебания по закону:

$q = q_{max}cos(\omega t + \varphi_0)$, где q_{max} - амплитуда колебаний заряда с циклической частотой $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ и периодом $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

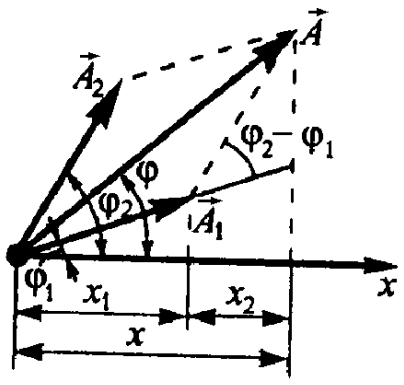
Последнюю формулу называют **формулой Томсона.**

Лекция «Сложение колебаний. Волновые процессы»

1. Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты. Метод векторных диаграмм.

Если система одновременно участвует в нескольких колебательных процессах, то под сложением колебаний понимают нахождение закона, описывающего результирующий колебательный процесс.

Для сложения колебаний$x_1 = A_1cos(\omega t + \varphi_1)$ и $x_2 = A_2cos(\omega t + \varphi_2)$используем метод вращающегося вектора амплитуды (**метод векторных диаграмм**). Так как векторыA_1 иA_2 вращаются с одинаковой угловой скоростью ω, то разность фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$ между ними остается постоянной. Уравнение результирующего колебания будет$x =$ дет$x = x_1 + x_2 = Acos(\omega t + \varphi)$,



где амплитуда A и начальная фаза φ задаются соотношениями:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1 + A_2\cos\varphi_2}$$

Сумма двух гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты есть гармоническое колебание в томже направлении и с той же частотой, что и складываемые колебания.

Амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз складываемых колебаний:

1) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm 2m\pi$, где $(m = 0,1,2,...)$, тогда $A = A_1 + A_2$;
2) $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm(2m+1)\pi$, где $(m = 0,1,2,...)$, тогда $A = |A_1 - A_2|$.

2. Сложение взаимно-перпендикулярных колебаний. Фигуры Лиссажу и их применение

Пусть два гармонических колебания одинаковой частоты ω , происходят во взаимно перпендикулярных направлениях вдоль осей x и y. Для простоты выберем начало отсчета так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю:

$$x = Acos(\omega t), y = Bcos(\omega t + \alpha),$$

где α − разность фаз колебаний, а A и B – их амплитуды. Уравнение траектории результирующего колебания (исключая t из уравнений) есть

уравнение эллипса, произвольно расположенного относительно координатных осей:

$$\frac{x^2}{A^2} - \frac{2xy}{AB}\cos\alpha + \frac{y^2}{B^2} = \sin^2\alpha$$

и такие колебания называются эллиптически поляризованными.

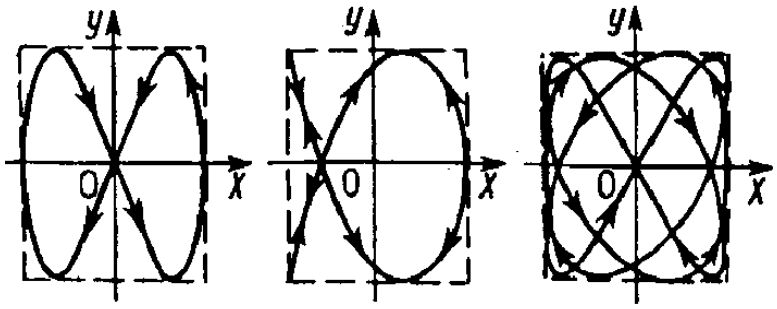
Если разность фаз$\alpha = m\pi$ $(m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots)$, то эллипс вырождается в отрезок прямой: $y = \pm\frac{B}{A}x$, где знак плюс соответствует нулю и четным значениям m, а знак минус – нечетным значениям m.

Результирующее колебание является гармоническим колебанием с частотой ω и амплитудой $\sqrt{A^2 + B^2}$ и совершается вдоль прямой, составляющей с осью *x*угол $\varphi = arctg(\frac{B}{A}\cos(m\pi))$. Такие колебания называются **линейно поляризованными** колебаниями.

Если разность фаз $\alpha = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ $(m = 0, \pm1, \pm2, \pm3, \ldots)$, то в данном случае уравнение траектории принимает вид: $\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$.

Это уравнение эллипса, оси которого совпадают с осями координат, а его полуоси равны соответствующим амплитудам *A* и *B*. Если*A* = *B*, то эллипс вырождается в окружность, и такие колебания называются **циркулярно поляризованными** или колебаниями, **поляризованными по кругу**.

Если взаимно перпендикулярные колебания происходят с циклическими частотам *pω* и *qω*, где *q* и *p* – целые числа: $x = A\cos(p\omega t), \quad y = B\cos(q\omega t + \alpha)$ то значения координат *x* и *y* одновременно повторяются через одинаковые промежутки времени T_0 равные наименьшему общему кратному периодов $T_1 = \frac{2\pi}{p\omega}$и$T_2 = \frac{2\pi}{q\omega}$колебаний вдоль осей *x* и *y*.Траектории замкнутых кривых, которые получаются в этих случаях, называются **фигурами Лиссажу**. Вид этих кривых зависит от соотношения амплитуд, частот и разности фаз складываемых колебаний.



На рисунке показан вид фигур Лиссажу при трех различныхзначениях отношения (2:1, 3:2, 4:3) и разности фаз α = π/2.

3. Затухающие колебания

Затуханием колебаний называется постепенное ослабление колебаний с течением времени, обусловленное потерей энергии колебательной системой. Затухание механических колебаний вызывается главным образом трением.

Затухание в электрических колебательных системах вызывается тепловыми потерями и потерями на излучение электромагнитных волн, а также тепловыми потерями в диэлектриках и ферромагнетиках вследствие электрического и магнитного гистерезиса.

Закон затухания колебаний определяется свойствами колебательных систем.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний имеет вид:

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\delta\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 = 0,$$

где s − колеблющаяся величина,

δ = *const* — коэффициент затухания,

ω_0 − циклическая частота свободных незатухающих колебаний той же колебательной системы (при δ = 0)

В случае малых затуханий ($\delta^2 << \omega_0^2$) решение этого уравнения:

$$s = A_0 e^{-\delta t} cos(\omega t + \varphi_0),$$

где: $A = A_0 e^{-\delta t}$ — **амплитуда затухающих колебаний**;

A_0 – **начальная амплитуда**,

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$– — **циклическая частота затухающих колебаний**.

Промежуток времени $\tau = \frac{1}{\delta}$, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в *e* раз называется**временем релаксации.**

Если *A(t)* и *A(t + T)* — амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающихся на период, то отношение $\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\delta T}$ называется **декрементом затухания,** а его логарифм

$$\theta = ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}$$

называется **логарифмическим декрементом затухания.**

Здесь N — число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз.

Добротностью колебательной системы называется безразмерная величина Q, равная произведению 2π на отношение энергии W(t) колебаний системы в произвольный момент времени t к убыли этой энергии за промежуток времени от t до t + T (за один условный период затухающих колебаний):

$$Q = 2\pi\frac{W(t)}{W(t) - W(t+T)}$$

Энергия *W(t)* пропорциональна квадрату амплитуды *A(t)*, поэтому:

$$Q = 2\pi\frac{A^2(t)}{A^2(t) - A^2(t+T)} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\delta T}} = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\theta}}$$

При малых значениях логарифмического декремента затухания (θ<<1) $1 - e^{-2\theta} \approx 2\theta$, поэтому (принимая $T \approx T_0$)$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N = \frac{\pi}{\delta T} = \frac{\omega_0}{2\delta}$.

Вынужденные колебания. Амплитуда и фаза при вынужденных колебаниях. Резонанс.

Чтобы в реальной колебательной системе получить незатухающие колебания, надо компенсировать потери энергии. Такая компенсация возможна с помощью какого-либо периодически действующего фактора *X(t)*, изменяющегося по гармоническому закону:$X(t) = X_0 cos\omega t$.

В случае механических колебаний таким фактором является вынуждающая сила $F = F_0 cos\omega t$.

В общем виде дифференциальное уравнение вынужденных колебаний имеет вид: $\frac{d^2s}{dt^2} + 2\delta\frac{ds}{dt} + \omega_0^2 = X_0 cos\omega t$

Это уравнение — линейное неоднородное дифференциальное уравнение.

Его решение равно сумме общего решения$s = A_0 e^{-\delta t} cos(\omega t + \varphi_0)$однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения. Можно показать, что частное решение имеет вид$s = Acos(\omega t + \varphi_0)$, где A и φ_0задаются формулами:

$$A = \frac{x_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega^2}}, \quad \varphi = \text{arctg}\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Резонансом называется явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы (или, в случае электрических колебаний, частоты вынуждающего переменного напряжения) к частоте, равной или близкой собственной частоте колебательной системы.

Амплитуда вынужденных колебанийимеет максимум при частоте$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$, которая называется **резонансной частотой.**

$$A_{\text{рез}} = \frac{X_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

В случае малого затухания, когда $\delta^2 \ll \omega_0^2$, резонансная амплитуда $A_{\text{рез}} = \frac{X_0}{2\delta\omega_0} = \frac{\omega_0}{2\delta}\frac{X_0}{\omega_0^2} = Q\frac{X_0}{\omega_0^2}$, где Q — добротность колебательной системы.

Таким образом, добротность характеризует резонансные свойства колебательной системы: чем больше Q, тем больше $A_{\text{рез}}$.

Волны. Уравнение бегущей волны. Уравнение стоячей волны и его анализ

Волновым процессом или **волной** — называется процесс распространения колебаний в сплошной среде.

При распространении волны частицы колеблются около своих положений равновесия, а не перемещаются вслед за волной.

Вместе с волной от частицы к частице передается только состояние колебательного движения и его энергия.

Основным свойством всех волн является **перенос энергии** без переноса вещества.

Продольная волна — волна, в которой частицы среды колеблются в направлении распространения волны.

Поперечная волна — волна, в которой частицы среды колеблются в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Длиной волны λ называется расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе.

Длина волны равна расстоянию, на которое распространяется гармоническая волна за время, равное периоду колебаний T :

$$\lambda = \upsilon T \quad \text{или} \quad \upsilon = \lambda\nu$$

где ν — частота колебаний, υ — скорость распространения волны.

Волновым фронтом называется геометрическое место точек, до которых доходят колебания к определенному моменту времени t .

Волновой поверхностью называется геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

Бегущими волнами называются волны, которые переносят в пространстве энергию.

Важными примерами бегущих волн являются плоская и сферическая волны.

Волна называется **плоской**, если ее волновые поверхности представляют совокупность плоскостей, параллельных друг другу.

Волна называется **сферической**, если ее волновые поверхности имеют вид концентрических сфер. Центры этих сфер называются центром волны.

Рассмотрим поперечную волны, распространяющейся от точки О — начала координат, так что показанные смещения отвечают реальным отклонениям колеблющихся точек от оси X. Будем считать, что источник колебаний, помещенный в точке О, в момент времени t = 0начал совершать гармоническое колебательное движение вдоль оси *y* по закону$y = Asin\omega t$.

Для точки *M* находящейся на расстоянии *x* от источника, начало колебаний отстает от начала колебаний точки О на промежуток времени $\tau = \frac{x}{v}$ где v — скорость распространения волны в рассматриваемой упругой среде.

Если волна распространяется слева на право, то $y_M = Asin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$.

Смещение *y* произвольной точки М в бегущей волне зависит от двух переменных: времени наблюдения t и расстояния до источника*x*.

Учитывая, что $\lambda = \upsilon T$**уравнение бегущей волны** можно представить в виде

$$y = Asin2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Стоячие волны — это волны, образующиеся при наложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу с одинаковыми частотами и амплитудами.

Пусть две плоские бегущие волны с одинаковыми амплитудами и частотами распространяются навстречу друг другу вдоль оси x :

$$y_1 = Asin2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right);$$
$$y_2 = Asin2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right).$$

Уравнение стоячей волны

$$y = y_1 + y_2 = 2Acos2\pi\frac{x}{\lambda}sin\omega t$$

Уравнение показывает, что в точках среды совершаются колебания с частотой ω и амплитудой $2Acos2\pi\frac{x}{\lambda}$, зависящей от координаты хэтих точек. Причем в точках, для которых худовлетворяет условию $cos2\pi\frac{x}{\lambda} = 0$ амплитуда колебаний равна нулю. Т.е. в точках с координатами$x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$колебания отсутствуют. Такие точки называют **узлами волны.** Точки расположенные в середине между узлами, колеблются с наибольшей интенсивностью. Эти точки называются **пучностями волны**. Будучи неподвижной, стоячая волна не переносит энергии.

Скорость распространения электромагнитных волн. Плотность потока энергии (вектор Умова–Пойнтинга).

Электромагнитные волны — это переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве с конечной скоростью.

Фазовая скорость электромагнитной волны:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}},$$

где $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$ – скорость света в вакууме.

Поскольку $\varepsilon\mu > 1$, то $v < c$ — скорость распространения электромагнитных волн в веществе всегда меньше, чем в вакууме.

Электромагнитные волны являются **поперечными**: векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ напряженностей электрического и магнитного полей волны взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярнойвектору $\vec{v}$ скорости распространения

Объемная плотность энергии*w*электромагнитной волны складывается из объемных плотностей w_e и w_m электрического и магнитного полей:

$$w = w_e + w_m = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0\mu H^2}{2}$$

Плотность потока энергии$S = w = EH$

Вектор $\vec{S}$ плотности потока энергии электромагнитной волны называется **вектором Умова-Пойтинга.**

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$$

Вектор S направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению

распространения волны. Скалярная величина I, равная модулю среднего значения вектора Умова-Пойтинга, называется интенсивностью волны:

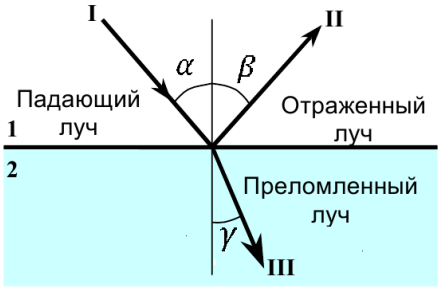
$$I = \left|\langle \vec{S} \rangle\right|$$

Интенсивность волны численно равна энергии, переносимой волной за единицу времени сквозь единицу площади поверхности, нормальной к направлению распространения волны. Интенсивность синусоидальной волны пропорциональна квадрату ее амплитуды .

Показатель преломления света. Закон отражения и преломления света. Явление полного внутреннего отражения

Оптика — раздел физики, который изучает природу света, световые явления и взаимодействие света с веществом.
В зависимости от круга рассматриваемых явлений оптику делят на г**еометрическую, волновую, квантовую**(корпускулярную).

Закон прямолинейного распространения света — свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.
Световой луч — линия, вдоль которой переносится световая энергия. В однородной среде лучи света представляют собой прямые линии.



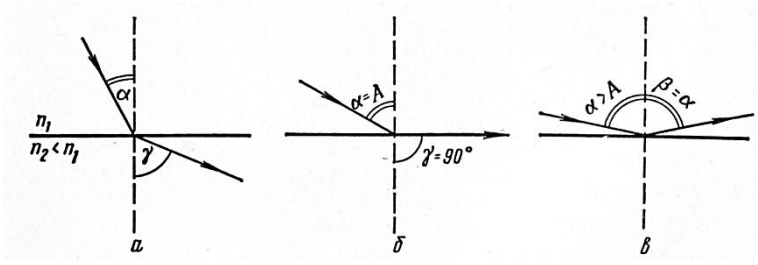
Закон отражения — отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения; угол отражения равен углу падения: $\alpha = \beta$
Закон преломления — луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела двух сред в точке падения, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных сред:

$$\frac{sin\alpha}{sin\gamma} = n_{21}$$

где n_{21}— **относительный показатель преломления** второй среды относительно первой, который равен отношению абсолютных показателей преломления двух сред$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$.

Абсолютным показателем преломления среды называется величина n, равная отношению скорости электромагнитных волн в вакууме *c* к их фазовой скорости*v* в среде$n = \frac{c}{v}$.

Если свет распространяется из среды с большим показателем преломления n_1 (оптически более плотной) в



среду с меньшим показателем преломления n_2 (оптически менее плотную) ($n_1 > n_2$) (например, из стекла в воздух или из воды в воздух), то $\frac{n_1}{n_2} > 1$. Следовательно, угол преломления γ больше угла падения α. Увеличивая угол падения, при некотором предельном угле $\alpha_{пр}$ угол преломления окажется равным $\pi/2$. При углах падения $\alpha > \alpha_{пр}$ весь падающий свет **полностью отражается**.

При углах падения $\alpha_{пр} > \alpha > \pi/2$ луч не преломляется, а полностью отражается в первую среду, причем интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы.

Это явление называется **полным внутренним отражением света**.

Предельный угол определяется соотношением: $sin\alpha_{пр} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$

Явление полного отражения используется в призмах полного отражения и световодах (оптоволокно).

Линзы. Построение изображений в линзах.

Линзой называется прозрачное тело, ограниченное с двух сторон криволинейной поверхностью. (В частном случае одна из поверхностей может быть плоской).

По внешней форме линзы делятся на

1) двояковыпуклые; 2) плосковыпуклые;

3) двояковогнутые; 4) плосковогнутые;

5) выпукло-вогнутые.

Линза называется **тонкой**, если ее толщина значительно меньше, чем радиусы кривизны R_1 и R_2 обеих поверхностей. На оптических схемах линзы обычно обозначают двунаправленной стрелкой.

Радиус кривизны $R > 0$ для выпуклой поверхности; $R < 0$ для вогнутой.

поверхности; $R < 0$ для вогнутой.

Прямая проходящая через центры кривизны поверхностей линзы называется **главной оптической осью**.

Оптическим центром линзы (обычно обозначается O) называется точка, лежащая на главной оптической оси и обладающая тем свойством, что лучи проходят сквозь нее не преломляясь.

Побочными оптическими осями называются прямые, проходящие через оптический центр линзы и не совпадающие с главной оптической осью.

Фокусом линзы называется точка, лежащая на главной оптической оси, в которой пересекаются лучи параксиального (приосевого) светового пучка, распространяющиеся параллельно главной оптической оси.

Фокальной плоскостью называется плоскость, проходящая через фокус линзы перпендикулярно ее главной оптической оси.

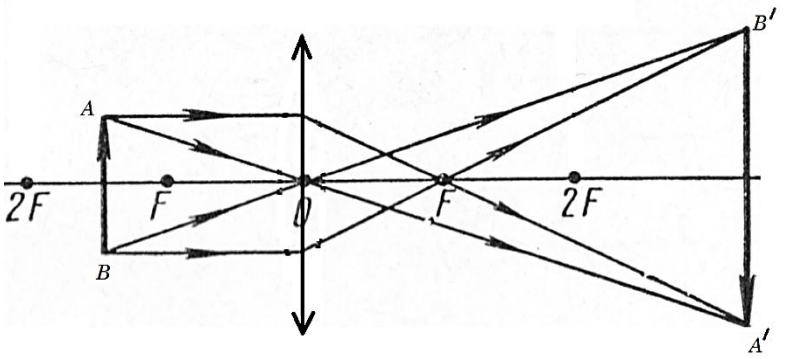
Фокусным расстояниемF называется расстояние между оптическим центром линзы O и ее фокусом.Фокусное расстояние зависит от радиусов кривизны поверхностей R_1,R_2 и от относительного показателя преломления материала линзы n_{21}:

$$\frac{1}{F} = (n_{21} - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Формула тонкой линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$, где a и b — расстояния от линзы до предмета и его изображения.

Величина $D = \frac{1}{F}$ называется оптической силой линзы. Ее единица — **диоптрия** (дптр) — оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1м.

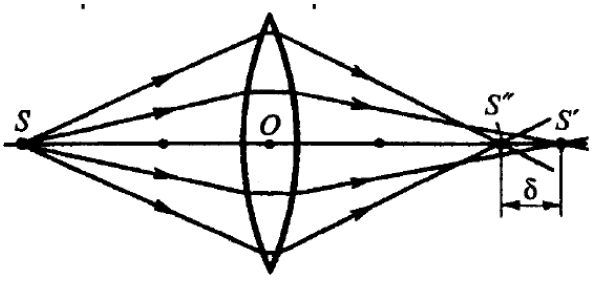
Линзы с положительной оптической силой являются **собирающими**, с отрицательной — **рассеивающими**.



Изображение предмета, даваемое линзой, можно получить непосредственным геометрическим построением, не прибегая к расчету по формулам. Для этого достаточно провести от каждой из крайних точек предмета по два луча. Один луч должен быть параллельным оптической оси (проходит через фокус после преломления в линзе), другой — центральным (не преломляется линзой). Пересечение двух таких лучей дает изображение крайней точки предмета.

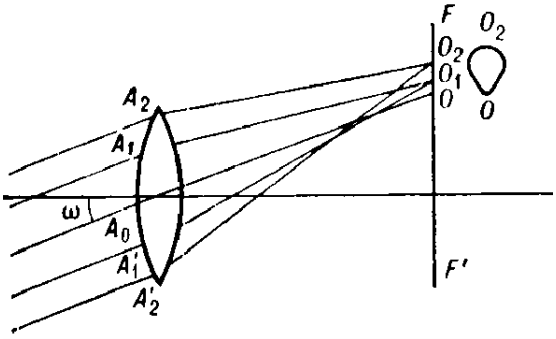
Недостатки оптических систем.

В реальных оптических системах используются пучки, отличающиеся от параксиальных, показатель преломления линз зависит от длины волны падающего света, а сам свет немонохроматичен. Искажения оптического изображения которые возникают при этом называются **аберрациями**.



Сферическая аберрация. Фокус S″ для лучей, более удаленных от оптической оси чем параксиальные, находится ближе, чем фокус S′ параксиальных лучей. В результате изображение светящейся точки имеет вид расплывчатого пятна.

Сферическая аберрация является частным случаем астигматизма

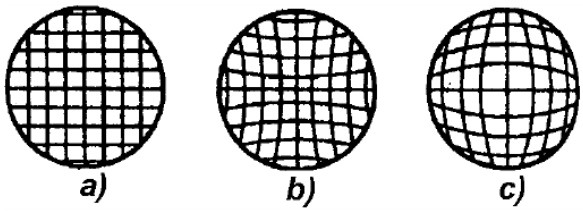


Кома. Если через оптическую систему проходит широкий пучок от точечного источника света, расположенного не на оптической оси, то получаемое изображение этой точки будет в виде освещенного пятна неправильной формы.

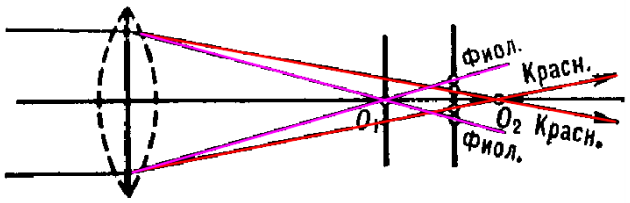
Астигматизм. Погрешность, обусловленная неодинаковостью кривизны оптической поверхности в разных плоскостях

сечения падающего на нее светового пучка.

Дисторсия. Погрешность, при которой при больших углах падения лучей на линзу линейное увеличение для точек предмета, которые находятся на разных расстояниях от главной оптической оси, несколько различается. В результате нарушается геометрическое подобие между предметом (например, прямоугольная сетка) и его изображением (рисунок (b) — подушкообразная дисторсия, (c) — бочкообразная дисторсия).



Хроматическая аберрация. При падении на оптическую систему белого света отдельные составляющие его монохроматические лучи фокусируются в разных точках (наибольшее фокусное расстояние имеют красные лучи, наименьшее — фиолетовые), поэтому изображение размыто и по краям окрашено.



Интерференция света. Условия образования интерференции световых волн. Условия минимума и максимума интерференции световых волн.

Интерференция света — сложение в пространстве двух или нескольких когерентных световых волн, при котором в разных его точках получается усиление или ослабление амплитуды результирующей волны.

Пусть в данной точке *M* две монохроматические волны с циклической частотой ω возбуждают два колебания, причем до точки *M* одна волна прошла в среде с показателем преломления n_1 путь s_1 с фазовой скоростью υ_1 , а вторая — в среде n_2 путь s_2 с фазовой скоростью υ_2

$$x_1 = A_1 \cos\omega\left(t - \frac{s_1}{\upsilon_1}\right), \quad x_2 = A_2 \cos\omega\left(t - \frac{s_2}{\upsilon_2}\right)$$

Амплитуда результирующего колебания: $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2cos\delta$

Интенсивность результирующей волны ($I \sim A^2$):

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}cos\delta$$

Разность фаз δколебаний, возбуждаемых в точке M , равна

$$\delta = \omega\left(\frac{s_2}{\upsilon_2} - \frac{s_1}{\upsilon_1}\right) = \omega\left(\frac{s_2}{c/n_2} - \frac{s_1}{c/n_1}\right) = \frac{\omega}{c}(s_2n_2 - s_1n_1) = \frac{2\pi\nu}{c}(L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta$$

Произведение геометрической длины пути s световой волны в данной среде на показатель преломления этой среды n называется оптической длиной пути $L = sn$.

Разность $\Delta = L_2 - L_1 = s_2n_2 - s_1n_1$ оптических длин проходимых волнами путей называется **оптической разностью хода**.

Условие интерференционного максимума:

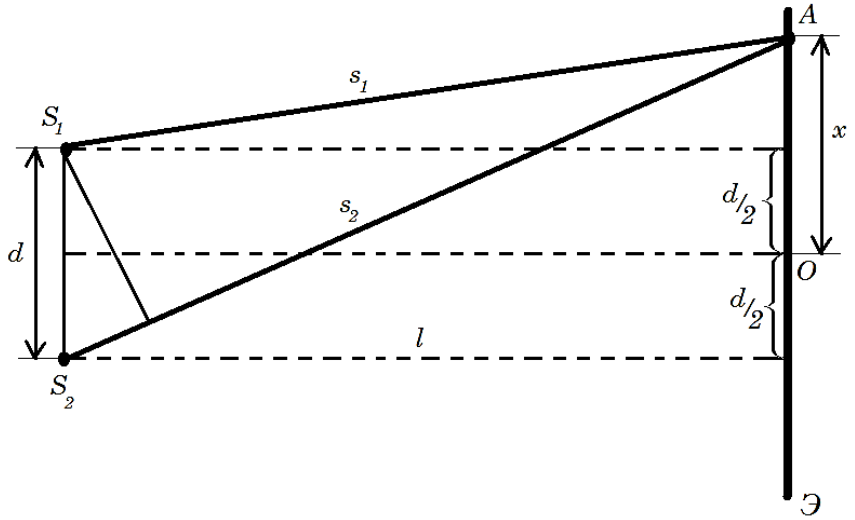
Если оптическая разность хода Δ равна целому числу длин волн в вакууме (четному числу полуволн)$\Delta = \pm m\lambda_0 = \pm 2m\frac{\lambda_0}{2}(m = 0, 1, 2, \ldots)$, то $\delta = \pm 2m\pi$и колебания, возбуждаемые в точке М, будут происходить в **одинаковой фазе**.

Условие интерференционного минимума.

Если оптическая разность хода Δ равна нечетному числу полуволн $\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}(m = 0, 1, 2, \ldots)$ то $\delta = \pm(2m+1)\pi$и колебания, возбуждаемые в точке М, будут происходить в противофазе.

Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

В качестве когерентных источников света рассмотрим две щели S_1 и S_2 находящиеся на расстоянии d друг от друга. Экран Э параллелен щелям и находится от них на расстоянии $l >> d$.



Интенсивность в произвольной точке A определяется разностью хода $\Delta = s_2 - s_1$, где $s_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2$, $s_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2$, откуда $s_2^2 - s_1^2 = 2xd$или $\Delta = s_2 - s_1 = \frac{2xd}{s_2 + s_1}$. Из $l \gg d$следует$s_2 + s_1 \approx 2l$, поэтому $\Delta = \frac{xd}{l}$

Положение максимумов:$\frac{xd}{l} = \pm m\lambda_0$ или $x = \pm m\frac{l}{d}\lambda_0(m = 0, 1, 2, \ldots)$

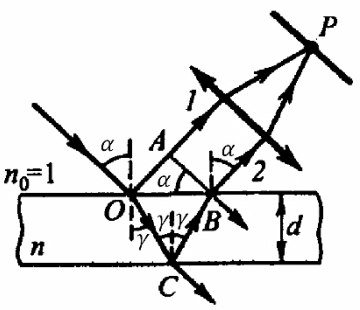
Положение минимумов: $\frac{xd}{l} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$ или $x = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{l}{d}\lambda_0(m = 0, 1, 2, \ldots)$

Расстояние Δx между двумя соседними максимумами (минимумами) называется **шириной интерференционной полосы**

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda_0$$

Интерференционная картина представляет собой чередование на экране светлых и темных полос, параллельных друг другу.

Интерференция света в тонких пленках. Просветление оптики.



Пусть из воздуха (n_0 =1) на плоскопараллельную прозрачную пластинку с показателем преломления n и толщиной d под углом α падает плоская монохроматическая волна. В точке О луч частично отразится (1), а частично преломится, и после отражения на нижней поверхности пластины в точке С выйдет из пластины в точке В (2). Лучи 1 и 2 когерентны и параллельны. С помощью собирающей линзы их можно свести в точке Р.

Необходимо отметить важную особенность отражения электромагнитных волн (и, в частности, оптических лучей) при падении их на границу раздела двух сред из среды с меньшей диэлектрической проницаемостью (а, значит и меньшим показателем преломления): **при отражении света от более плотной среды (n_0<n) фаза изменяется на π**. Изменение фазы на π равносильно **потере полуволны при отражении**.

С учетом этого, оптическая разность хода: $\Delta = n(OC + CB) - \left(OA - \frac{\lambda_0}{2}\right)$.

Используя $sin\alpha = nsin\gamma$, $OC = CB = \frac{d}{cos\gamma}$ и $OA = OBsin\alpha = 2d\text{tg}\gamma sin\alpha$, запишем $\Delta - \frac{\lambda_0}{2} = 2d\frac{n}{cos\gamma} - 2dn\text{tg}\gamma sin\gamma = 2dn\left(\frac{1}{cos\gamma} - \frac{sin^2\gamma}{cos\gamma}\right) = 2dncos\gamma =$
$= 2d\sqrt{n^2 - sin^2\alpha}$

В точке Р будет **интерференционный максимум**, если

$$2d\sqrt{n^2 - sin^2\alpha} + \frac{\lambda_0}{2} = 2m\frac{\lambda_0}{2}(m = 0, 1, 2, \dots)$$

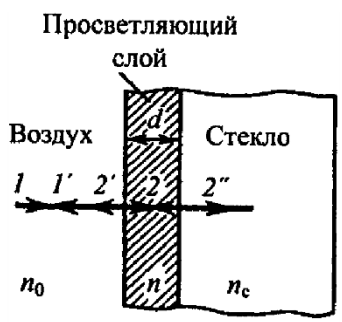
В точке Р будет **интерференционный минимум**, если

$$2d\sqrt{n^2 - sin^2\alpha} + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}(m = 0, 1, 2, \dots)$$

Таким образом, для данных $\lambda_0 d$ и n каждому наклону α лучей соответствует своя интерференционная полоса. Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку под одинаковыми углами, называются **полосами равного наклона.**

На явлении интерференции основано **просветление оптики**. Дело в том, что в сложных оптических системах (объективы, перископы и т.п.) значительная часть световой энергии отражается от поверхностей линз, что заметно снижает яркость и контрастность изображения.

Но, если на границах сред создать условия, при которых интерференция отраженных лучей 1’ и 2" дает минимум интенсивности отраженного света, то при этом интенсивность света, прошедшего через оптическую систему будет максимальна. Этого можно добиться, например, нанесением на поверхность линз тонких пленок с показателем преломления



$n_o < n < n_c$, причем $n = \sqrt{n_o n_c}$. В этом случае амплитуды когерентных лучей 1’ и 2" будут одинаковы, а условие минимума для отраженных лучей будет$2nd = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$.

При m = 0 оптическая толщина пленки nd удовлетворяет условию

$$dn = \frac{\lambda}{4}$$

и происходит гашение отраженных лучей. Для каждой длины волны λ должна быть своя толщина пленки d . Поскольку этого добиться невозможно, обычно оптику просветляют для длины волны λ = 550 нм, к которой наиболее чувствителен глаз человека.

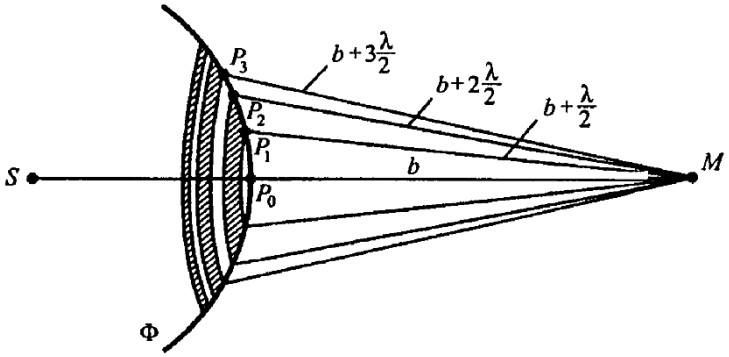
Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля.

Дифракцией называется*огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути*, или в более широком смысле — *любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики*.

Дифракцию объясняет принцип Гюйгенса — именно вторичные волны огибают препятствия на пути распространения первичных волн.

Френель дополнил принцип Гюйгенса представлением о когерентности вторичных волн и их интерференции.

Согласно **принципу Гюйгенса-Френеля**, *световая волна, возбуждаемая каким-либо источником S, может быть представлена как результат суперпозиции (сложения) когерентных вторичных волн, излучаемых вторичными (фиктивными) источниками* — бесконечно малыми элементами любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S.



Рассмотрим в произвольной точке M амплитуду световой волны, распространяющейся в однородной среде из точечного источника S. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, заменим действие источника S действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности Ф, являющейся поверхностью фронта волны, идущей из S (поверхность сферы с центром S). Разобьем волновую поверхность Ф на кольцевые зоны (**зоны Френеля**) такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до M отличались на λ/2.

Тогда, обозначив амплитуды колебаний от 1-й, 2-й, … m-й зон через A_1, A_2, … A_m (при этом $A_1 > A_2 > A_3 > \ldots$), получим амплитуду результирующего колебания: $A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \ldots$

При таком разбиении волновой поверхности на зоны оказывается, что амплитуда колебания A_m от некоторой m-й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

Тогда результирующая амплитуда в точке М будет

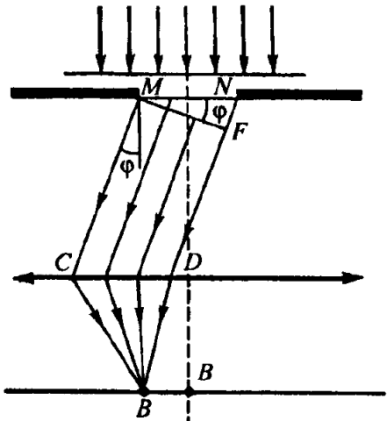
$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \ldots = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2} = \left(\xrightarrow[m>>1]{}\right) = \frac{A_1}{2}$$

т.к. при m >>1 $A_1 >> A_m$

Радиус внешней границы m - й зоны Френеля$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}$. При a = b= 10см и λ = 500 нм радиус первой зоны r_1 = 0,158 мм. Следовательно, распространение света от S к М происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль SM , т.е. прямолинейно.

Таким образом, принцип Гюйгенса-Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

Дифракция Фраунгофера на одной щели и на дифракционной решетке.



Дифракция Фраунгофера наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызывающего дифракцию. Параллельный пучок лучей обычно создают, помещая точечный источник света в фокусе собирающей линзы. Дифракционную картину с помощью второй собирающей линзы, установленной за препятствием, фокусируют на экран.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера плоской монохроматической волны на одной бесконечно длинной щели шириной $a = MN$. Оптическая разность хода между крайними лучами *MC* и *ND*:

$$\Delta = NF = asin\alpha$$

Разобьем открытую часть волновой поверхности MN на зоны Френеля, параллельные ребру М щели. Ширина каждой зоны выбирается так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна $\lambda/2$, поэтому на ширине щели уместится $\frac{\Delta}{\frac{1}{2}\lambda}$зон.

Все точки волнового фронта в плоскости щели имеют одинаковую фазу и амплитуду колебаний. Поэтому суммарная интенсивность колебаний от двух любых соседних зон Френеля равна нулю. Следовательно:

1. если **число зон Френеля четное**, то:$asin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2} (m = 1, 2, 3, \ldots)$

- условие дифракционного минимума

2. если **число зон Френеля нечетное**, то $asin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}(m = 1, 2, 3, \dots)$

- условие дифракционного максимума,

соответствующего действию одной некомпенсированной зоны Френеля.

Одномерная дифракционная решетка — система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками.

Распределение интенсивности в дифракционном спектре каждой щели определяется направлением дифрагированных лучей и дифракционные картины, создаваемые каждой щелью будут одинаковыми.

Суммарная дифракционная картина есть результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей — в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

Если a — ширина каждой щели; b— ширина непрозрачных участков между щелями, то величина $d = a + b$ называется **постоянной (периодом) дифракционной решетки.**

В общем случае, если дифракционная решетка состоит из N щелей, то:

условие главных максимумов: $dsin\varphi = \pm m\lambda$ (m =1,2,3,…)

условие главных минимумов: $asin\varphi = \pm m\lambda$ (m =1,2,3,…)

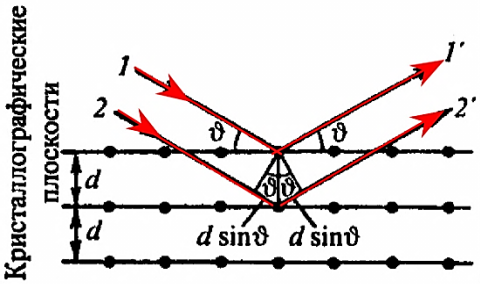
между двумя главными максимумами располагается $N-1$ дополнительных минимумов, разделенных вторичными максимумами, создающими слабый фон.

Условие дополнительных минимумов: $dsin\varphi = \pm m'\frac{\lambda}{N}$, (где m′ может принимать все целочисленные значения, кроме 0, N, 2N,… при которых данное условие переходит в условие главных максимумов).

Исследование структуры кристаллов

Дифракция света так же наблюдается на пространственных (трехмерных) решетках — пространственных образованиях, в которых элементы структуры подобны по форме, имеют геометрически правильное и периодически повторяющееся расположение, а также постоянные (периоды) решеток, соизмеримые с длиной волны электромагнитного излучения.

Кристаллы, являясь трехмерными пространственными образованиями с постоянной решетки порядка 10^{-10}м, могут быть использованы для наблюдения дифракции рентгеновского излучения ($\lambda \approx 10^{-12} \div 10^{-8}$ м).



Представим кристалл в виде параллельных кристаллографических плоскостей, отстоящих друг от друга на расстоянии d. Пучок па-

раллельных монохроматических лучей (1, 2) падает под **углом скольжения** ϑ (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки, которые становятся источниками когерентных вторичных волн (1’ и 2’), интерферирующих между собой. **Максимумы интенсивности** будут наблюдаться в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе: $2dsin\vartheta = m\lambda$ (m =1,2,3,…) — формула Вульфа–Брэггов.

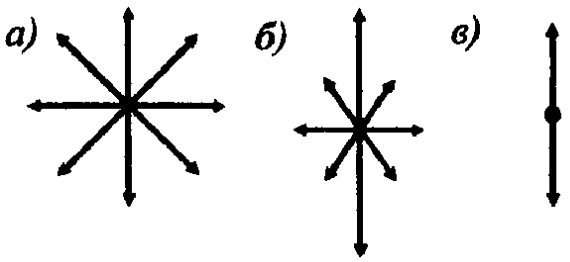
Эта формула используется в:

1) **рентгеноструктурном анализе** — если известнаλ рентгеновского излучения, то, наблюдая дифракцию на кристаллической структуре неизвестного строения и измеряя ϑ и m, можно найти d, т.е. определить структуру вещества;

2) **рентгеновской спектроскопии** — если известнаd, то измеряя ϑ и m, можно найти длину волны λ падающего рентгеновского излучения.

Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Закон Малюса

При действии света на вещество основное значение имеет электрическая составляющая электромагнитного поля световой волны, поскольку именно она оказывает основное действие на электроны в атомах вещества. Поэтому, для описания закономерностей поляризации будем рассматривать только световой вектор — вектор напряженности электрического поля.



Свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества независимо излучающих атомов. Поэтому все ориентации вектора $\vec{E}$ будут равновероятны. Такой свет называется **естественным** (рис. (а)).

Поляризованным светом называется свет, в котором направления колебания вектора $\vec{E}$ каким-либо образом упорядочены.

Частично поляризованный свет (рис. (б)) — свет с преимущественным направлением колебаний вектора Е.

Плоскополяризованный свет — свет в котором вектор $\vec{E}$ колеблется только в одной, проходящей через луч плоскости.

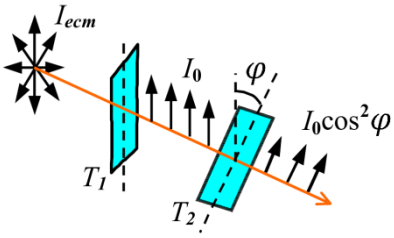
Эта плоскость называется **плоскостью поляризации.**

Если концы вектора Е с течением времени описывают в плоскости, перпендикулярной лучу, окружность или эллипс, то свет называется **циркулярно** или **эллиптически поляризованным.**

Естественный свет можно преобразовать в плоскополяризованный, используя так называемые **поляризаторы**, пропускающие колебания только

определенного направления. В качестве поляризаторов используются среды, анизотропные в отношении колебаний $\vec{E}$.

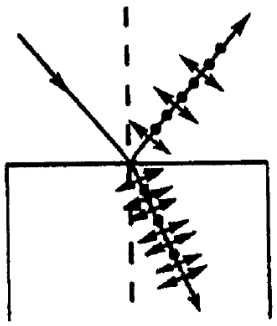
Если после первого поляризатора T_1на пути плоскополяризованного света поместить второй поляризатор T_2 (**анализатор**), интенсивность I света, прошедшего через анализатор, меняется в зависимости от угла φ по закону Малюса:



$$I = I_0 cos^2\varphi,$$

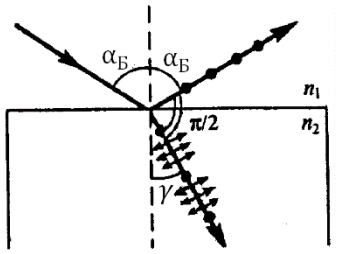
где I_0 – интенсивность света прошедшего через поляризатор T_1; I - интенсивность света прошедшего через анализатор T_2; φ – угол между плоскостями поляризации поляризатора и анализатора.

Поляризация света при отражении. Закон Брюстера.



Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков, то отраженный и преломленный лучи являются частично поляризованными.

В отраженном луче преобладают колебания перпендикулярные плоскости падения, а в преломленном — колебания, лежащие в плоскости падения. Если угол падения равен **углу Брюстера**, который определяется соотношением$tg\alpha_Б = n_{21}$ то отраженный луч является **плоскополяризованным**.



Преломленный луч в этом случае поляризуется максимально но не полностью.

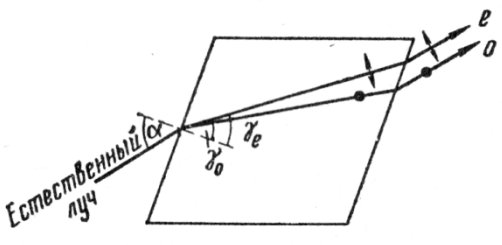
При этом отраженный и преломленный лучи **взаимно перпендикулярны**:

$tg\alpha_Б = \frac{sin\alpha_Б}{cos\alpha_Б} = n_{21}$, $\frac{sin\alpha_Б}{sin\gamma} = n_{21} \Rightarrow cos\alpha_Б = sin\gamma$или $\alpha_Б + \gamma = \frac{\pi}{2}$

Двойное лучепреломление. Поляроиды и поляризационные призмы.

Двойное лучепреломление — это способность прозрачных кристаллов (кроме оптически изотропных кристаллов кубической системы) раздваивать каждый падающий на них световой пучок. Это явление объясняется особенностями распространения света в анизотропных средах.

Если на кристалл направить узкий пучок света, то из кристалла выйдут два пространственно разделенных луча параллельных друг другу и падающему лучу.



Даже в том случае, когда пучок падает на кристалл нормально, преломленный пучок разделяется на два:

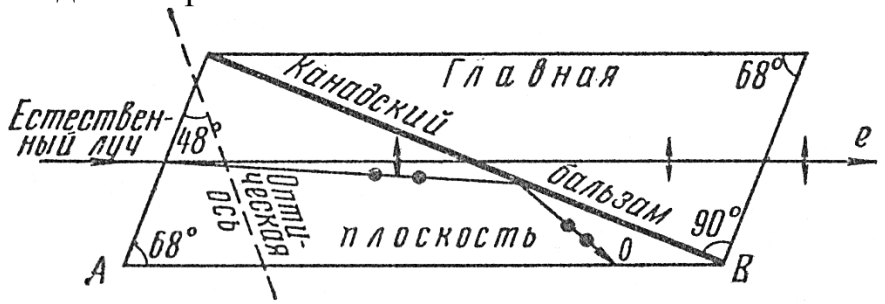
один из них является продолжением первичного (называется **обыкновенным** (о)), а второй отклоняется (называется **необыкновенным** (е)).

Направление в оптически анизотропном кристалле, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления, называется **оптической осью кристалла**. Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла называется**главной плоскостью кристалла**.

о- и е-лучи плоскополяризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях: колебания светового вектора в о-луче происходят **перпендикулярно** главной плоскости, в е-луче — в **главной плоскости**. о-луч распространяется по всем направлениям кристалла с одинаковой скоростью $\upsilon_0 = c/n_0$: показатель преломления n_0 для него есть величина постоянная. е-лучи распространяются по различным направлениям с разными скоростями $\upsilon_e = c/n_e$:показатель преломления n_e необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча.

Явление двойного лучепреломления используется при изготовлении поляризационных приспособлений: поляризационных призм и поляроидов.

Например, в призме Николя — двойной призме из исландского шпата, склеенной канадским бальзамом (n = 1,55) — обыкновенный луч (n_0 = 1,66) испытывает полное отражение (так как канадский бальзам для него среда оптически менее плотная), а плоскополяризованный необыкновенный луч (n_e = 1,51) выходит из призмы.



Двоякопреломляющие кристаллы обладают свойством **дихроизма** — различного поглощения света в зависимости от ориентации электрического вектора световой волны. Дихроичные кристаллы используются при производстве **поляроидов** — *тонких пластиковых пленок, в которые вкраплены кристаллики веществ с сильно выраженным дихроизмом (например, герапатит)*

— такие пленки уже при толщине ~0,1 мм полностью поглощают обыкновенные лучи видимой области спектра, являясь в таком тонком слое совершенным поляризатором

Искусственная оптическая анизотропия.Вращение плоскости поляизации.

В оптически изотропных веществах возможно индуцировать искусственную оптическую анизотропию под воздействием:

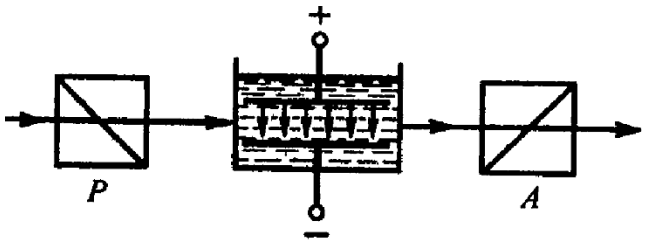
1) одностороннего сжатия или растяжения;

2) электрического поля (эффект Керра);

3) магнитного поля (эффект Коттона-Муттона).

При этом индуцированная оптическая ось совпадает с направлением деформации, электрического или магнитного полей.

Эффект Керра — *оптическая анизотропия веществ под действием электрического поля* — объясняется различнойполяризуемостью молекул вещества по разным направлениям.



Если приложить разность потенциалов к ячейке Керра — кювете с исследуемой жидкостью, которая размещена между скрещенными поляризатором P и анализатором A, и в которую помещены пластины конденсатора — то жидкость становится двоякопреломляющей и свет проходит через анализатор. Разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей: $n_e - n_0 = B\lambda_0 E^2$, где λ_0 — длина волны света в вакууме, E — напряженность электрического поля, B — постоянная Керра, которая зависит от температуры, длины волны света и природы вещества.

Эффект **Коттона-Муттона** — магнитный аналог эффекта Керра — *возникновение оптической анизотропии у некоторых изотропных веществ при помещении их в сильное внешнее магнитное поле*. При этом $n_e - n_0 = C\lambda_0 H^2$,

где H — величина напряженности внешнего магнитного поля, C — постоянная Коттона-Муттона, которая зависит от температуры, длины волны света и природы вещества.

Некоторые вещества (например, кварц, сахар, скипидар), называемые оптически активными, обладают способностью вращать плоскость поляризации. Угол поворота плоскости поляризации $\varphi = \alpha d$, где d — толщина слоя вещества, α — удельное вращение — угол поворота плоскости поляризации слоем оптически активного вещества единичной толщины. При этом

$$\alpha \sim \lambda_0^{-2}$$

— закон Био (λ_0 — длина волны света в вакууме). Для растворов угол φ зависит еще и от концентрации *c* раствора: $\varphi = \alpha c d$

Если между скрещенными поляризатором P и анализатором A поместить оптически активное вещество, то поле зрения анализатора просветляется.

Поворачивая анализатор можно определить угол φ, при котором поле зрения вновь становится темным — угол поворота плоскости поляризации оптически активным веществом. В зависимости от направления вращения, оптически активные вещества разделяются на **право-** и **левовращающие**. В первом случае плоскость поляризации, если смотреть навстречу лучу, смещается по часовой стрелке, во втором — против.

Оптическая активность обусловливается: 1) строением молекул вещества (их асимметрией); 2) особенностями расположения частиц в кристаллической решетке.

Эффект Фарадея — *вращение плоскости поляризации в оптически неактивных телах помещенных во внешнее магнитное поле*. Угол поворота плоскости поляризации $\varphi = VHd$, где H — напряженность внешнего магнитного поля, d — толщина образца, V — постоянная Верде, зависящая от природы вещества и длины волны света.

Характеристики теплового излучения. Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа. Закон Стефана-Больцмана.

Тепловое излучение совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (внутренней энергии) и свойственно всем телам при температурах выше 0K. Тепловое излучение равновесно — тело в единицу времени поглощает столько же энергии, сколько и излучает.

Количественной характеристикой теплового излучения служит**спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность) тела**$R_{\nu,T}$ — мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины. ($dW^{изл}_{\nu,\nu+d\nu}$ — энергия электромагнитного излучения, испускаемого за 1с (мощность излучения) с площади 1м^2 поверхности тела в интервале частот от ν до $(\nu + d\nu)$. **Её единица — джоуль на метр в квадрате**.Испускательную способность можно представить в виде функции длины волны:

$$R_{\nu,T} = R_{\lambda,T}\frac{d\lambda}{d\nu} = R_{\lambda,T}\frac{\lambda^2}{c}$$

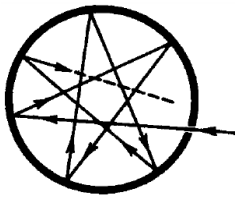
Интегральная по ν энергетическая светимость: $R_T = \int_0^\infty R_{\nu,T}\,d\nu$.

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется **спектральной поглощательной способностью**$A_{\nu,T}$, показывающей, какая доля энергии, $dW_{\nu,\nu+d\nu}$, приносимой за единицу времени на единицу площади тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от ν до ν + dν, поглощается телом:

$$A_{\nu,T} = \frac{dW^{погл}_{\nu,\nu+d\nu}}{dW_{\nu,\nu+d\nu}}$$

Тело, способное поглощать при любой температуре всё падающее на него излучение любой частоты называется **абсолютно черным телом.**

Спектральная поглощательная способностьабсолютно черного тела для всех частот и температур равна единице$A_{\nu,T} = 1$.



Абсолютно черных тел в природе нет, однако такие тела, как сажа и черный бархат в определенном интервале частот близки к ним. Идеальной моделью черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием O, внутренняя поверхность которой зачернена. Луч, попавший внутрь такой полости, полностью поглощается.

Закон Кирхгофа: *отношение испускательной и поглощательной способностей тела не зависит от природы тела и является универсальной для всех тел функцией частоты и температуры* $r_{\nu,T}$:

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}.$$

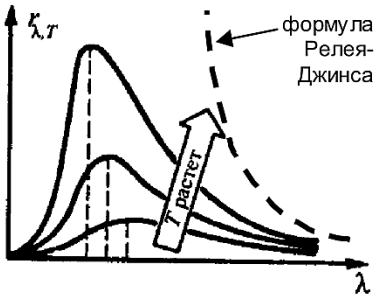
Для черного тела $A_{\nu,T} = 1$, поэтому универсальная функция Кирхгофа $r_{\nu,T}$ есть спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность) черного тела. Нахождение явной зависимости $r_{\nu,T}$ от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения.

Закон Стефана-Больцмана:*энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры*:

$$R_e = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^{2}К^4) – постоянная Стефана-Больцмана.

Закон смещения Вина. Формула Релея–Джинса. Ультрафиолетовая катастрофа.



Закон Стефана-Больцмана ничего не говорит о спектральном составе излучения черного тела. Положение максимума в спектре его излучения описывается экспериментальным **законом смещения Вина**: *длина волны* λ_{max}*, при которой излучательная способность* $r_{\lambda,T}$ *черного тела максимальна, обратно пропорциональна его термодинамической температуре*:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T},$$

где $b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м · К – постоянная Вина.

Применяя к тепловому излучению классический закон равнораспределения энергии по степеням свободы Рэлей и Джинс получили выражение для зависимости испускательной способности черного тела $r_{\nu,T}$ от частоты света:

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\langle\varepsilon\rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT$$

Однако попытка получить закон Стефана-Больцмана из этой формулы приводит к абсурдному результату — R_e неограниченно растет, достигая чрезвычайно больших значений в ультрафиолете, — который получил название "**ультрафиолетовая катастрофа**":

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T}\,d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2}\int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty$$

Формула Рэлея-Джинса согласуется с экспериментом только в области малых частот и больших температур. В области больших частот хорошо описывает эксперимент **формула Вина** (**закон излучения Вина**):

$$R_{\nu,T} = C_1\nu^3 e^{-\frac{C_2\nu}{T}},$$

где C_1 и C_2 – константы.

Корпускулярно-волновой дуализм. Дифракция электронов. Гипотеза де Бройля. Соотношение неопределенностей Гейзенберга.

Квантовая механика, созданная для описания свойств квантовых объектов, основывается на предположении Луи де Бройля о том, что так же как свету присущи одновременно свойства частицы (корпускулы) и волны (двойственная корпускулярно-волновая природа света), так и электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также волновыми свойствами.

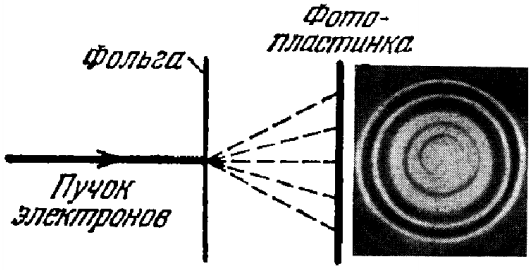
Каждому объекту присущи как корпускулярные характеристики — энергия E и импульс p, так и волновые характеристики — частота ν и длина волны λ.

Соотношения между корпускулярными и волновыми характеристиками частиц такие же как для фотонов: $E = h\nu = h\omega$ и $p = h\lambda$.

Таким образом, любой частице, обладающей импульсом (в том числе и частице, в отличие от фотона, обладающей массой покоя), сопоставляется волновой процесс с длиной волны, определяемой по **формуле де Бройля**:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Гипотеза де Бройля была подтверждена экспериментально в опытах по дифракции электронов на монокристаллах металлов — естественных дифракционных решетках — и на металлических пленках.



Даже в случае чрезвычайно слабых пучков, когда каждый электрон проходил препятствие независимо от других электронов пучка, формировалась дифракционная картина как в проходящем, так и в отраженном пучке электронов.

Полная энергия частицы определяется частотой волн де Бройля с помощью соотношения

$$E = h\nu$$

Таким образом, корпускулярно–волновой дуализм — универсальное свойство материи.

Это свойство существенным образом проявляется только для микрообъектов. Для макроскопических тел длины волн де Бройля исчезающе малы (так, например, частице массой 1г, движущейся со скоростью 1м/с, соответствует длина волны де Бройля с $\lambda = 6{,}62 \cdot 10^{-31}$м) и волновыми эффектами пренебрегают.

Двойственная корпускулярно-волновая природа микрочастиц определяет еще одно необычное, с точки зрения классических представлений, свойство микрообъектов — невозможно одновременно точно определить координату и импульс частицы.

В самом деле, поскольку каждой частице соответствует волновой процесс, то неопределенность "местоположения" частицы порядка длины волны де

Бройля $\Delta x \approx \lambda$ и классическое понятие траектории теряет смысл. Для макроскопических объектов длины волн де Бройля исчезающе малы, поэтому для них применимо понятие траектории движения.

В общем случае это свойство микрообъектов называется **соотношением неопределенностей Гейзенберга**:

Микрочастица не может иметь одновременно определенную координату (x,y,z) и определенную соответствующую проекцию импульса (p_x, p_y, p_z), причем неопределенности этих величин удовлетворяют соотношениям

$$\Delta x \Delta p_x \geq h, \quad \Delta y \Delta p_y \geq h, \quad \Delta z \Delta p_z \geq h$$

т.е. произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка h.

Соотношение неопределенностей — квантовое ограничение применимости классической механики к микрообъектам.

Для микрочастицы не существует состояний, в которых ее координаты и соответствующие им проекции импульса имели бы одновременно точные значения.

Для неопределенности энергии ΔE некоторого состояния системы и промежутка времени Δt, в течение которого это состояние существует, также выполняется соотношение неопределенностей:

$$\Delta E \Delta t \geq h$$

Следовательно, система, имеющая среднее время жизни Δt, не может быть охарактеризована определенным значением энергии; разброс энергии $\Delta E = \frac{h}{\Delta t}$ возрастает с уменьшением времени жизни системы и частота излученного фотона также должна иметь неопределенность $\Delta \nu = \Delta E/h$, т.е. спектральные линии должны иметь конечную ширину: $\delta \nu = \nu \pm \Delta E/h$.

Волновая функция и ее статистический смысл. Стационарное уравнение Шрёдингера.

Интенсивность волн де Бройля в данной точке пространства связана с числом частиц, попавших в эту точку, о чем свидетельствуют опыты по дифракции микрочастиц. Поэтому волновые свойства микрочастиц требует статистического (вероятностного) подхода к их описанию.

Для описания поведения квантовых систем вводится **волновая функция** (другое название — **пси-функция**) Ψ(x,y,z,t). Она определяется таким образом, чтобы вероятность dw того, что частица находится в элементе объема dV была равна:

$$dw = |\Psi^2| dV$$

Физический смысл имеет не сама функция Ψ, а квадрат ее модуля $|\Psi|^2$, которым задается интенсивность волн де Бройля. Величина $|\Psi|^2$ имеет смысл **плотности вероятности** $\rho_w = \frac{dw}{dV} = |\Psi|^2$, а сама волновая функция Ψ имеет смысл **амплитуды вероятности**. **Условие нормировки вероятностей** получается из того, что вероятность существования частицы где-либо в простран-

стве равна единице ($\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 \, dV = 1$ интеграл вычисляется по всему бесконечному пространству).

Основное уравнение нерелятивистской квантовой механики (общее уравнения Шредингера**)** имеет вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x,y,z,t)\cdot\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t},$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$; m – масса частицы; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа; $i = \sqrt{-1}$ - мнимая единица; U(x,y,z,t) — потенциальная функция частицы в силовом поле, в котором она движется; Ψ(x,y, z,t) — искомая волновая функция частицы.

Важным частным случаем общего уравнения Шредингера, является **уравнение Шредингера для стационарных состояний**, в котором исключена зависимость Ψ от времени и, поэтому, значения энергии этих состояний являются фиксированными (не изменяются со временем).

В этом случае силовое поле, в котором движется частица, стационарно, т.е. функция $U = U(x,y,z)$ не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U\cdot\Psi = E\cdot\Psi \quad \text{или} \quad \Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\cdot\Psi = 0,$$

где E – полная энергия частицы.

Физический смысл имеют только регулярные волновые функции — конечные, однозначные и непрерывные вместе со своими первыми производными. Эти условия выполняются только при определенном наборе Е. Эти значения энергии называются **собственными**. Решения, которые соответствуют собственным значениям энергии, называются **собственными функциями.**

Собственные значения Е могут образовывать как **непрерывный**, так и **дискретный ряд**. В первом случае говорят о **непрерывном** (или сплошном) **спектре**, во втором — о **дискретном спектре**.

Вынужденное и спонтанное излучение. Оптические квантовые генераторы (лазеры).

Рассмотрим два квантовых состояния с энергиями E_1 и E_2

1. **Поглощение**. Если атом находится в основном состоянии 1, то под действием внешнего излучения может осуществиться вынужденный переход в возбужденное состояние 2, приводящий к поглощению излучения.

2. **Спонтанное излучение**. Атом, находясь в возбужденном состоянии 2, может спонтанно (без внешних воздействий) перейти в основное состояние, испуская при этом фотон с энергией $h\nu = E_2 - E_1$. Процесс испускания фотона возбужденным атомом без внешних воздействий называется **спонтанным излучением**. Чем больше вероятность спонтанных переходов, тем

меньше среднее время жизни атома в возбужденном состоянии. Так как спонтанные переходы взаимно не связаны, то спонтанное излучение некогерентно.

3. **Вынужденное излучение**. А. Эйнштейн для объяснения наблюдавшегося на опыте термодинамического равновесия между веществом и испускаемым и поглощаемым им излучением постулировал, что помимо поглощения и спонтанного излучения должен существовать третий, качественно иной тип взаимодействия. Если на атом, находящийся в возбужденном состоянии 2, действует внешнее излучение с частотой, удовлетворяющей условию $h\nu = E_2 - E_1$, то возникает **вынужденный (индуцированный) переход** в основное состояние 1 с излучением фотона той же энергии $h\nu = E_2 - E_1$ дополнительно к тому фотону, под действием которого произошел переход. Таким образом, в процесс вынужденного излучения вовлечены два фотона: первичный фотон, вызывающий (стимулирующий) испускание излучения возбужденным атомом, и вторичный фотон, испущенный атомом.

Вынужденное излучение (вторичные фотоны) тождественно вынуждающему (первичным фотонам): оно имеет такую же частоту, фазу, поляризацию, направление распространения. Следовательно, вынужденное излучение строго когерентно с вынуждающим излучением, т.е. испущенный фотон неотличим от фотона, падающего на атом.

Испущенные фотоны, двигаясь в одном направлении и встречая возбужденные атомы, стимулируют вынужденные переходы: происходит размножение фотонов.

Для того чтобы происходило усиление излучения, необходимо, чтобы интенсивность вынужденного излучения превышала интенсивность поглощения фотонов. А для этого необходимо, чтобы заселенность возбужденного состояния (число атомов в возбужденном состоянии) была больше, чем заселенность основного состояния (число атомов в основном состоянии). Такое термодинамически неравновесное состояние называется **состоянием с инверсией населенностей.**

Процесс перевода системы в состояние с инверсией населенностей называется **накачкой** (осуществляется оптическими, электрическими и другими способами).

Инверсная среда, в которой происходит усиление падающего на нее пучка света, называется **активной**. Закон Бугера $I = Ie^{-\alpha x}$ для таких сред имеет отрицательный коэффициент поглощения.

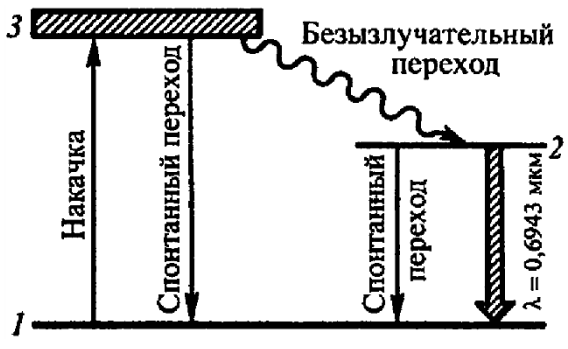
Эффект усиления излучения в активных средах используется в оптических квантовых генераторах, или лазерах (Light Amplification of Stimulated Emission of Radiation — LASER).

Лазеры подразделяются:

— по типу активной среды (твердотельные, газовые, полупроводниковые и жидкостные);

— по методам накачки (оптические, тепловые, химические, электроионизационные и др.);

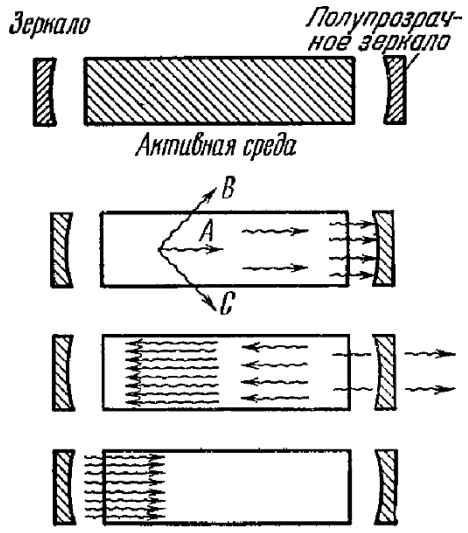
— по режиму генерации (непрерывного или импульсного действия).



Первый твердотельный лазер — рубиновый (длина волны излучения 0,6943 нм) — работает по **трехуровневой схеме**: накачка кристалла рубина (Al_2O_3 с примесью (~0,03%) Cr^{3+}) переводит атомы хрома в возбужденное короткоживущее состояние 3 (переход 1→3), с которого происходит безызлучательный переход в долгоживущее (метастабильное) состояние 2 — происходит "накопление" атомов хрома на уровне 2.

При достаточной мощности накачки их концентрация на уровне 2 будет гораздо больше, чем на уровне 1, т.е. возникает инверсная населенность уровня 2. (Спонтанные переходы 3→1 в данной системе незначительны).

Каждый фотон, случайно родившийся при спонтанном переходе 2→1, может породить в активной среде лавину вторичных фотонов.



Для многократного усиления лазерной генерации используется оптический резонатор — в простейшем случае — пара обращенных друг к другу параллельных зеркал на общей оптической оси, между которыми помещается активная среда (кристалл или кювета с газом). Фотоны B и C, движущиеся под углами к оси кристалла или кюветы, выходят из активной среды через боковую поверхность. Фотоны A, движущиеся вдоль оптической оси, после многократного отражения от зеркал и усиления в активной среде, выходят через полупрозрачное зеркало, создавая строго направленный световой пучок когерентных фотонов.

Свойства лазерного излучения:

1. Временная и пространственная когерентность. Время когерентности $\tau \sim 10^{-3}$ с, что соответствует длине когерентности $l = c\tau \sim 10^5$ м, что на семь порядков выше, чем для обычных источников света.

2. Строгая монохроматичность ($\Delta\lambda$ <10−11м).

3. Большая плотность потока энергии (характерные величины ~10^{10} Вт/м^2)

4. Очень малое угловое расхождение пучка (в 10^4 раз меньше, чем у традиционных оптических осветительных систем, например у прожектора).

Заряд, размер и масса атомного ядра. Массовое и зарядовое число. Плотность ядерного вещества. Свойства и природа ядерных сил. Дефект массы и энергия связи ядер.

Ядром называется центральная часть атома, в которой сосредоточена практически вся масса атома и его положительный электрический заряд.

В экспериментах Резерфорда по прохождению α-частиц через металлическую фольгу было обнаружено, что атомные ядра имеют размеры порядка 10^{-14}—10^{-15} м, в то время как линейные размеры атомов примерно 10^{-10} м.

Атомное ядро состоит из элементарных частиц — **протонов (p)** и **нейтронов (n)**, которые считаются двумя зарядовыми состояниями одной частицы — **нуклона** (от лат. nucleus — ядро). Протон имеет положительный электрический заряд, равный по абсолютной величине заряду электрона.

Нейтрон не имеет электрического заряда. Массы нуклонов:

$$m_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}\,\text{кг} \approx 1836 m_e$$

$$m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27}\,\text{кг} \approx 1839 m_e$$

Общее число нуклонов в атомном ядре A называется **массовым числом.**

Заряд ядра равен величине Ze, где e — заряд протона, Z — **зарядовое число** ядра, равное числу протонов в ядре (совпадает с порядковым номером химического элемента в Периодической системе элементов — атомным номером).

Ядро химического элемента X с атомным номером Z и массовым числом A обозначается ${}^{A}_{Z}X$

Поскольку атом нейтрален, то заряд ядра определяет число электронов в атоме, от которого зависит их распределение по состояниям в атоме, а следовательно, зависят химические свойства атома.

Изотопами называются ядра с одинаковым атомным номером Z (зарядом или числом протонов), но разными A (т.е. разным числом нейтронов $N = A - Z$).

Изобарами называются ядра с одинаковым массовым числом A, но разными Z.

Изотонами называются ядра с одинаковым числом нейтронов $N = A - Z$.

Размер ядра характеризуется радиусом ядра, имеющим условный смысл ввиду размытости границ ядра. Эмпирическая формула для радиуса ядра

$$R = R_0 \sqrt[3]{A}$$

где$R_0 = (1{,}3 \div 1{,}7) \cdot 10^{-15}$ м, может быть истолкована как пропорциональность объема ядра числу нуклонов в нем. Следовательно, **плотность ядерного вещества** примерно одинакова для всех ядер (≈10^{17} кг/м^3).

Поскольку большинство ядер устойчиво, то между нуклонами существует особое ядерное (сильное) взаимодействие — притяжение, которое обеспечивает устойчивость ядер, несмотря на отталкивание одноименно заряженных протонов.

Энергией связи ядра $E_{св}$ называется физическая величина, равная работе, которую надо совершить, чтобы расщепить ядро на составляющие его нуклоны, не сообщая им кинетической энергии.

Из закона сохранения энергии следует, что при образовании ядра должна выделяться такая же энергия, какую нужно затратить при расщеплении ядра на составляющие его нуклоны. Энергия связи ядра является разностью между энергией всех нуклонов в ядре и их энергией в свободном состоянии.

Энергия связи нуклонов в атомном ядре:

$$E_{\text{св}} = mc^2 = [Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{Я}}]c^2 = [Zm_{\text{Н}} + (A-Z)m_n - M_{\text{а}}]c^2$$

где m_p, m_n, $m_{\text{Я}}$ — соответственно массы протона, нейтрона и ядра; $m_{\text{Н}}$ – масса атома водорода ^1_1H; $M_{\text{а}}$ — атомная масса данного вещества.

Масса Δm, соответствующая энергии связи:

$$\Delta m = \frac{E_{\text{св}}}{c^2} = Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{Я}}$$

называется **дефектом массы ядра**. На эту величину уменьшается масса всех нуклонов при образовании из них ядра.

Удельной энергией связи называется энергия связи, приходящаяся на один нуклон: $\Delta\varepsilon_{\text{св}} = \frac{E_{\text{св}}}{A}$

Она характеризует устойчивость (прочность) атомных ядер, т.е. чем больше $\Delta\varepsilon_{\text{св}}$, тем прочнее ядро.

Радиоактивность: альфа-, бета- и гамма-излучение атомных ядер. Закон радиоактивного распада. Период полураспада. Активность вещества

Радиоактивность была открыта в 1896 г. французским физиком Анри Беккерелем при изучении люминесценции солей урана. Оказалось, что урановые соли без внешнего воздействия (самопроизвольно) испускали излучение неизвестной природы, которое засвечивало изолированные от света фотопластинки, ионизовало воздух, проникало сквозь тонкие металлические пластинки, вызывало люминесценцию ряда веществ. Таким же свойством обладали и вещества содержащие полоний $^{210}_{84}Po$ и радий $^{226}_{88}Ra$.

Обнаруженное излучение было названо радиоактивным излучением, а само явление испускания радиоактивного излучения — радиоактивностью.

Различаются **естественная** и **искусственная** радиоактивности.

Естественной радиоактивностью называется радиоактивность, наблюдающаяся у существующих в природе неустойчивых изотопов.

Искусственной радиоактивностью называется радиоактивность изотопов, полученных в результате ядерных реакций.

Радиоактивное излучение бывает трех типов: α -, β - и γ -излучение.

Состав α -, β - и γ -лучей был установлен по их отклонению в магнитном поле.

α-Излучение отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает высокой ионизирующей способностью и малой проникающей способностью (α -лучи поглощаются слоем алюминия толщиной 0,05 мм).

α-Излучение представляет собой **поток ядер гелия** — заряд α -частицы равен $+2e$, а масса совпадает с массой ядра изотопа гелия ^4_2He.

β-Излучение также отклоняется электрическим и магнитным полями; его ионизирующая способность на два порядка меньше чем ионизирующая способность α -лучей, а проникающая способность, напротив, гораздо больше (поглощается слоем алюминия толщиной 2–3 мм), чем у α -частиц.

β - Излучение представляет собой **поток быстрых электронов** $^0_{-1}e$ (β^- − распад) или **позитронов** $^0_{+1}e$ (β^+ − распад).

γ -Излучение не отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает относительно слабой ионизирующей способностью и очень большой проникающей способностью (например, проходит слой свинца толщиной 5 см), при прохождении через кристаллы обнаруживает дифракцию.

γ -Излучение представляет собой коротковолновое электромагнитное излучение с чрезвычайно малой длиной волны $\lambda < 10^{-10}$ м и, вследствие этого, ярко выраженными корпускулярными свойствами, т.е. является потоком частиц — γ -квантов (фотонов).

Радиоактивным распадом называется естественное радиоактивное превращение ядер, происходящее самопроизвольно. Ядро, испытывающее радиоактивный распад, называется материнским; возникающее дочернее ядро, как правило, оказывается возбужденным, и его переход в основное состояние сопровождается испусканием γ -фотона. Т.о. гамма-излучение — основная форма уменьшения энергии возбужденных продуктов радиоактивных превращений.

Самопроизвольный распад атомных ядер подчиняется **закону радиоактивного распада** $N = N_0 e^{-\lambda t}$, где N_0 — число ядер в данном объеме вещества в начальный момент времени $t = 0$, N — число ядер в том же объеме к моменту времени t , λ — постоянная распада, имеющая смысл вероятности распада ядра за 1с и равная доле ядер, распадающихся в единицу времени.

Интенсивность процесса радиоактивного распада характеризуют две величины: (1) период полураспада $T_{1/2}$ и (2) среднее **время жизни τ радиоактивного ядра**

Период полураспада $T_{1/2}$ — время, за которое исходное число радиоактивных ядер в среднем уменьшается вдвое.

Среднее время жизни τ для всех первоначально существовавших ядер $\tau = \frac{1}{\lambda}$.

Активностью А нуклида в радиоактивном источнике называется число распадов, происходящих с ядрами образца в 1 с: $A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N$.

Единица активности — **беккерель (Бк)**: 1Бк — активность нуклида, при которой за 1с происходит один акт распада. Внесистемная единица активности нуклида в радиоактивном источнике — **кюри (Ки)**: 1 Ки=$3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк.

Ядерные реакции. Реакция деления ядер и термоядерные реакции

Ядерные реакции — это превращения атомных ядер при взаимодействии с элементарными частицами (в том числе и с γ -квантами) или друг с другом.

Символически реакции записываются в виде

$$X + a \to Y + b, \text{ или } X(a, b)\, Y$$

где X и Y — исходное и конечное ядра, a и b — бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) в ядерной реакции частицы.

В любой ядерной реакции выполняются законы сохранения электрических зарядов и массовых чисел: сумма зарядов (и массовых чисел) ядер и частиц, вступающих в ядерную реакцию, равна сумме зарядов (и сумме массовых чисел) конечных продуктов (ядер и частиц) реакции. Выполняются также законы сохранения энергии, импульса и момента импульса.

Ядерные реакции могут быть как **экзотермическими** (с выделением энергии) так и **эндотермическими** (с поглощением энергии).

Ядерные реакции классифицируются:

1) **по роду участвующих в них частиц** — реакции под действием нейтронов; заряженных частиц; γ -квантов;

2) **по энергии вызывающих их частиц** — реакции при малых, средних и высоких энергиях;

3) **по роду участвующих в них ядер** — реакции на легких (A < 50) ;средних (50 < A <100) и тяжелых (A >100) ядрах;

4) **по характеру происходящих ядерных превращений** — реакции с испусканием нейтронов, заряженных частиц; реакции захвата (в случае этих реакций составное ядро не испускает никаких частиц, а переходит в основное состояние, излучая один или несколько γ -квантов).

Первая в истории ядерная реакция была осуществлена Резерфордом при бомбардировке ядра азота α -частицами:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{4}_{2}\mathrm{He} \to ^{18}_{9}\mathrm{F} \to ^{17}_{8}\mathrm{O} + ^{1}_{1}p$$

Реакции деления ядра.

Тяжелое компаунд-ядро, возбужденное при резонансном захвате нейтрона, может разделиться на две приблизительно равные части (реакция деления тяжелых ядер). Образовавшиеся части называются **осколками деления**. Неустойчивость тяжелых ядер обусловлена взаимным отталкиванием большого числа протонов, находящихся в ядрах.

Пример реакции деления:

$$^{235}_{92}\mathrm{U} + ^{1}_{0}n \to ^{139}_{54}\mathrm{Xe} + ^{95}_{38}\mathrm{Sr} + 2^{1}_{0}n$$

Деление тяжелого ядра на два осколка сопровождается выделением энергии порядка 1 МэВ на каждый нуклон. Это следует из того, что удельная энергия связи для ядер средней массы составляет примерно 8,7 МэВ, в то время как для тяжелых ядер она равна 7,6 МэВ.

Наряду с реакцией деления тяжёлых ядер энергетически возможным оказывается и обратный процесс — синтез лёгких ядер, то есть слияние ядер лёгких элементов (расположенных в начале периодической таблицы) с образованием более тяжёлого ядра.

Чтобы началось слияние ядер, их нужно сблизить вплотную — чтобы вступили в действие ядерные силы. Для такого сближения нужно преодолеть кулоновское отталкивание ядер, резко возрастающее с уменьшением расстояния между ними. Это возможно лишь при очень большой кинетической энергии ядер, а значит — при очень высокой температуре (в десятки и сотни миллионов градусов). Поэтому реакция ядерного синтеза называется **термоядерной реакцией.**

Пример термоядерной реакции слияния ядер дейтерия и трития (тяжёлого и сверхтяжёлого изотопов водорода), в результате которой образуется ядро гелия и нейтрон:

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}\mathrm{n}$$

Эта реакция протекает с выделением энергии, равной 17,6 МэВ.

Термоядерные реакции служат источником ещё большего количества энергии, чем реакции деления ядер.

Неуправляемая термоядерная реакция осуществляется при взрыве водородной бомбы. Сначала взрывается встроенная атомная бомба — это нужно для создания высокой температуры на первой ступени термоядерного взрыва. При достижении необходимой температуры в термоядерном горючем бомбы начинаются реакции синтеза, и происходит взрыв собственно водородной бомбы.

Использование методов ядерной физики в промышленности и сельскохозяйственном производстве. Атомная энергетика

В природе имеется три изотопа урана и тория, которые могут служить ядерным топливом или сырьем для его получения:

1) ${}^{235}_{92}U$ — в естественном уране его содержится примерно 0,7%;

2) ${}^{238}_{92}U$ – в естественном уране его содержится примерно 99,3% — используется для получения трансуранового элемента плутония по схеме:

$$^{238}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{239}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\beta^-} {}^{239}_{93}\mathrm{Np} \xrightarrow{\beta^-} {}^{239}_{94}\mathrm{Pu}$$

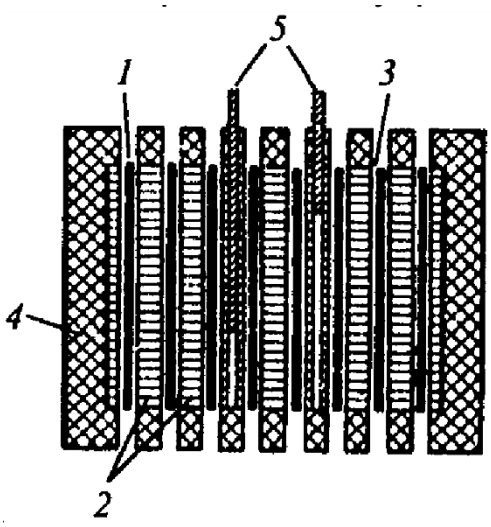
3) ${}^{232}_{90}Th$ - служит сырьем для получения искусственного ядерного топлива ${}^{233}_{92}U$ по схеме:

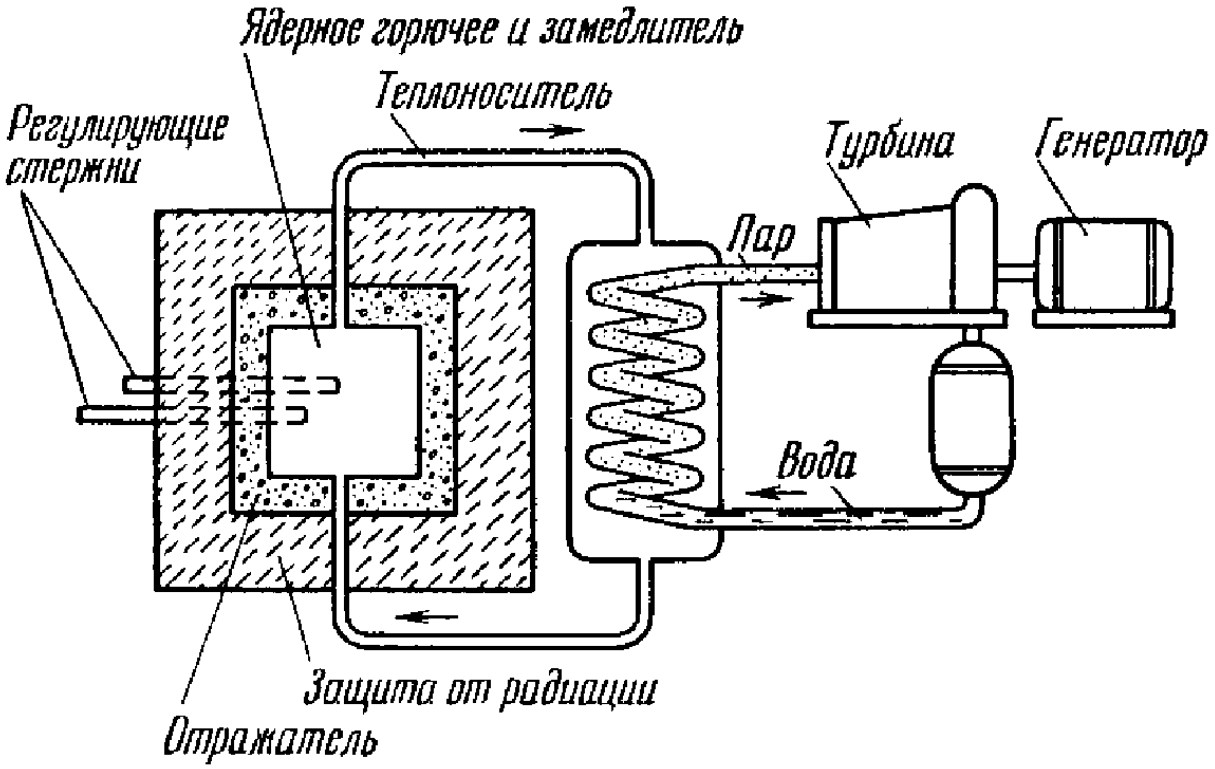
$$^{232}_{90}\mathrm{Th} + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{233}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\beta^-} {}^{233}_{91}\mathrm{Pa} \xrightarrow{\beta^-} {}^{233}_{92}\mathrm{U}$$

Ядерным реактором называется устройство, в котором осуществляется и поддерживается управляемая цепная реакция деления.

Рассмотрим схему реактора на медленных нейтронах. В активной зоне реактора расположены тепловыделяющие элементы (твэлы) 1 и замедлитель 2 (в нем нейтроны замедляются до тепловых скоростей). Твэлы представляют собой блоки из делящегося материала, заключенные в герметичную обо-

лочку, слабо поглощающую нейтроны. За счет энергии, выделяющейся при делении ядер, твэлы разогреваются, а поэтому для охлаждения они помещаются в поток теплоносителя 3. Активная зона окружена отражателем 4, уменьшающим утечку нейтронов. Поддержание стационарного режима реактора производится с помощью управляющих стержней 5 из материалов, сильно поглощающих нейтроны, например из бора или кадмия. Теплоносителем в реакторе служит вода, жидкий натрий и др. Теплоноситель в парогенераторе отдает свое тепло пару, который поступает в паровую турбину.





Турбина вращает электрический генератор, ток от которого поступает в электрическую сеть.