«Введение. Кинематика поступательного движения»

1. Предмет и задачи физики.

Физика — наука о простейших формах движения материи и соответствующих им наиболее общих законах природы. Изучаемые физикой формы движения материи (механическая, тепловая, электрическая, магнитная и т.д.) являются составляющими более сложных форм движения материи (химических, биологических и др.), поэтому физика является основой для других естественных наук (астрономия, биология, химия, геология и др.).

Физика — база для создания новых отраслей техники —фундаментальная основа подготовки инженера.

Основным методом исследования в физике является опыт, т. е. наблюдение исследуемого явления в точно контролируемых условиях, позволяющих следить за ходом явления и воссоздавать его каждый раз при повторении этих условий.

Для объяснения экспериментальных данных привлекаются гипотезы. **Гипотеза** — это научное предположение, выдвигаемое для объяснения какого-либо факта или явления и требующее проверки и доказательства для того, чтобы стать научной теорией или законом. Правильность высказанной гипотезы проверяется посредством постановки соответствующих опытов, путем выяснения согласия следствий, вытекающих из гипотезы, с результатами опытов и наблюдений. Успешно прошедшая такую проверку и доказанная гипотеза превращается в научную теорию или закон.

Физическая теория представляет собой систему основных идей, обобщающих опытные данные и отражающих объективные закономерности природы. Физическая теория дает объяснение целой области явлений природы с единой точки зрения.

Физику подразделяют на классическую и квантовую. Начало классической физики было положено И. Ньютоном, сформулировавшим основные законы механики. Завершено развитие классической механики созданием в 1905 г. А. Эйнштейном специальной теории относительности и учитывающей требования этой теории релятивистской механики. Таким образом, классическая механика подразделяется на ньютоновскую и релятивистскую механику. На рубеже 'XIX и XX столетий возникла квантовая физика. Ее начало было положено в 1900 г. М. Планком, выдвинувшим гипотезу квантов.

2. Основные понятия кинематики

Механика — это разделфизики, в котором изучаются закономерностимеханического движения и причины, вызывающие или изменяющие этодвижение.

Механическое движение — это изменение взаимного расположения телили их частей в пространстве с течением времени.

Обычно под механикой понимают классическую механику, в которойрассматриваются движения макроскопических тел, совершающиеся соскоростями, во много раз меньшими скорости света в вакууме.

Законы движения тел со скоростями, сравнимыми со скоростью света ввакууме, изучаются релятивистской механикой.

Квантовая механика изучает законы движения атомов и элементарныхчастиц.

Разделы механики:

Кинематика — изучает движение тел, не рассматривая причины, которыеэто движение обуславливают.

Динамика — изучает законы движения тел и причины, которые вызываютили изменяют это движение.

Статика — изучает законы равновесия системы тел.

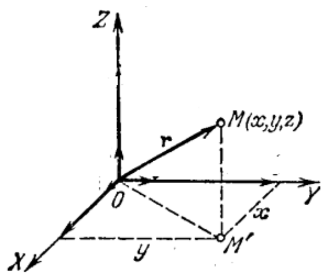
Механика для описания движения тел в зависимости от условийконкретных задач использует разные упрощенные физические модели:

Материальная точка — тело, форма и размеры которогонесущественны в условиях данной задачи.

Движение тел происходит в пространстве и во времени. Поэтому для описания движения материальной точки надо знать, в каких местах пространства эта точка находилась и в какие моменты времени она проходила то или иное положение.

Тело отсчета — произвольно выбранное тело, относительно которого определяется положение остальных тел.

Система отсчета — совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета.



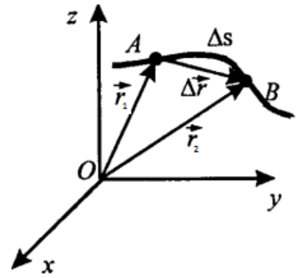
Наиболее употребительная система координат — декартовая —

Положение произвольной точки М характеризуется радиусом-вектором$\vec{r}$, соединяющим начало координат О с точкой М.

Линия, описываемая движущейся материальной точкой (или телом) относительно выбранной системы отсчета называется **траекторией.**

В зависимости от формы траектории движение может бытьпрямолинейным или криволинейным.

Длиной пути точки называется сумма длинвсех участков траектории, пройденных этой точкойза рассматриваемый промежуток времени. Длина пути — скалярная функциявремени.



Перемещение $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ - вектор,проведенный из начального положения движущейсяточки в положение ее в данный момент времени(приращение радиуса-вектора точки зарассматриваемый промежуток времени).

Скорость — это векторная величина, которая определяет как быстротудвижения, так и его направление в данный момент времени.

Вектором **средней скорости** $\langle\vec{V}\rangle$ заинтервал времени называется отношение приращения радиуса-вектора $\Delta\vec{r}$ точки к промежутку времени Δt

$$\langle\vec{V}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением $\Delta\vec{r}$

Единица измерения скорости — м/с.

Мгновенная скорость — векторная величина, равная первойпроизводной по времени от радиуса-вектора рассматриваемой точки:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Вектор мгновенной скорости направлен по касательной к траектории всторону движения. Модуль мгновенной скорости (скалярная величина) равенпервой производной пути по времени:

$$V = \left|\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| = \frac{ds}{dt}$$

При неравномерном движении модуль мгновеннойскорости с течением времени изменяется. Поэтому можновведести скалярную величину (V) — среднюю скоростьнеравномерного движения (другое название — средняяпутевая скорость).

Длина пути s, пройденного точкой за промежутоквремени от t_1 до t_2 задается интегралом:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} V(t)dt$$

При прямолинейном движении точки направление вектора скоростисохраняется неизменным (траекторией точки является прямая).

Движение точки называется равномерным, если модуль ее скорости неизменяется с течением времени (V = const), для него $s = V\cdot\Delta t$.

3. Движение точки по произвольной плоской кривой.

Ускорение *a*— это векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по модулю и направлению.

Среднее ускорение в интервале времени Δt — векторная величина, равная отношению изменения скорости $\Delta\vec{V}$ к интервалу времени Δt:

$$\langle\bar{a}\rangle = \frac{\Delta\bar{\upsilon}}{\Delta t}$$

Мгновенное ускорение материальной точки — векторная величина,равная первой производной по времени скорости рассматриваемой точки(второй производной по времени от радиуса-вектора этой же точки):

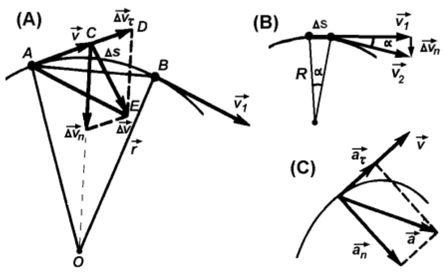
$$\bar{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\bar{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\bar{\upsilon}}{dt} = \dot{\bar{\upsilon}} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} = \ddot{\bar{r}}$$

Единица измерения ускорения – м/с^2.

В случае движения точки по произвольной плоской кривой вектор ускорения удобно представить в виде суммы двух проекций: $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

Тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ характеризует быстроту изменения вектора скорости по модулю (рис А), его величина

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}$$



Нормальное (центростремительное) ускорение $\vec{a}_n$ направлено по нормали ктраектории к центру ее кривизны О и характеризуетбыстроту изменения направления вектора скорости точки.

Величинанормального ускорения связана со скоростью V движения по кругу ивеличиной радиуса R(Рис. (В)). Пусть $|\upsilon_1| = |\upsilon_2| = \upsilon$. Тогда для $a \to 0$: $\Delta\upsilon_n = \upsilon \sin\alpha \approx \upsilon \cdot \alpha$,

$\Delta s = \upsilon \cdot \Delta t \approx R \cdot \alpha \Rightarrow \alpha \approx \dfrac{\upsilon \cdot \Delta t}{R}$, отсюда: $\Delta\upsilon_n \approx \dfrac{\upsilon^2}{R}\Delta t \;\Rightarrow\; \dfrac{\Delta\upsilon_n}{\Delta t} = \dfrac{\upsilon^2}{R} \;\Rightarrow\; a_n = \dfrac{d\upsilon_n}{dt} = \dfrac{\upsilon^2}{R}$

Виды движения:

1) $\vec{a}_\tau = 0$; $\vec{a}_n = 0$ - прямолинейное равномерное движение: $\vec{a} = 0$

2) $\vec{a}_\tau = a = const$, $\vec{a}_n = 0$ - прямолинейное равнопеременное движение. Если $t_0 = 0$, то $\vec{a}_\tau = a = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{t - t_0} = \dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{t}$, $\upsilon = \upsilon_0 + at$; $s = \int\limits_0^t (\upsilon_0 + at)dt = \upsilon_0 t + \dfrac{at^2}{2}$.

3) $\vec{a}_\tau = 0$, $\vec{a}_n = const = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ - равномерное движение по окружности.

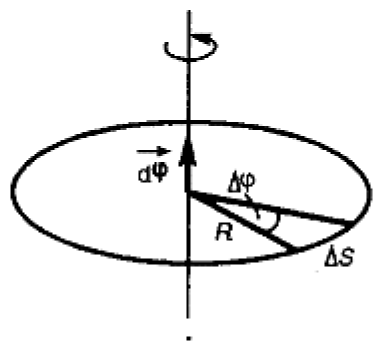
4) $\vec{a}_\tau \neq 0$, $\vec{a}_n \neq 0$ - криволинейное неравномерное движение.

«Кинематика вращательного движения»

1. Движение точки по окружности. Угловое перемещение, угловая скорость.

При описании вращательного движения удобнопользоваться полярными координатами R и φ,где R — радиус — расстояние от полюса (центравращения) до материальной точки, а φ — полярныйугол (угол поворота).

Элементарные повороты (обозначаются $\Delta\varphi$ или $d\varphi$) можно рассматривать как псевдовекторы.



Угловое перемещение $d\vec{\varphi}$ — векторнаявеличина, модуль которой равен углу поворота, анаправление совпадает с направлением поступательного движения правого винта. (вектор направлен вдоль оси вращения).

Угловая скорость: $\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$.

Угловая скорость является первой производной углового перемещения по времени.

Единица измерения угловой скорости в СИ –*рад/с*. Ее вектор направлен вдоль оси вращения в сторону вектора углового перемещения.

При равномерном вращении по окружности зависимость угла поворота от времени выражается как: $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t$

2. Равнопеременное движение по окружности. Угловое ускорение.

В случае неравномерного движения ωне остается постоянной. Величина, характеризующая скорость изменения угловой скорости называется угловым ускорением и равна:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

Угловое ускорение является первой производной угловой скорости по времени или второй производной углового перемещения по времени.

Единица измерения углового ускорения в СИ – *рад/с^2*

В случае вращения тела вокруг неподвижной оси изменение вектора ωобусловлено только изменением его численного значения. При этом вектор $\vec{\varepsilon}$ углового ускорения направлен вдоль оси вращения в ту же сторону, что и $\vec{\omega}$ при ускоренном вращении $\left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} > 0\right)$ и при замедленном $\left(\frac{d\vec{\omega}}{dt} < 0\right)$ в обратном направлении.

Зависимость угла поворота от времени при равнопеременном движении по окружности описывается зависимостью: $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$.

Зависимость угловой скорости от времени при равнопеременном движении по окружности описывается зависимостью $\omega(t) = \omega_0 + \varepsilon t$.

3. Период и частота обращения. Связь между линейными и угловыми характеристиками.

При равномерном вращении угловая скорость не изменяется с течением времени (ω=*const*). Следовательно $\varphi = \omega \cdot t$. Равномерное движение по окружности можно характеризовать **периодом обращения** Т – временем, в течении которого материальная точка совершает один полный оборот (т.е. φ=2π).

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Частота вращения ν – число полных оборотов за время равное периоду.

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Единица частоты вращения – герц (Гц).

Установим связь между угловой и линейной скоростями при движении материальной точки по окружности. Модуль линейной скорости определяется как отношение пройденного пути к промежутку времени, за который этот путь пройден $\upsilon = \frac{s}{\Delta t}$, а при движении по окружности длина пути (длина дуги окружности) выражается через угол поворота (выраженный в радианах) $s = R \cdot \Delta\varphi$, поэтому

$$\upsilon = \frac{R\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega .$$

Запишем также выражение для центростремительного (нормального) ускорения, используяпонятие угловой скорости:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\left(R\omega^2\right)}{R} = R\omega^2 .$$

Тангенциальное ускорение точки связано с угловым ускорением:

$$a_\tau = \varepsilon R$$

«Динамика поступательного движения»

1. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчета. Масса.

Динамикой называется раздел механики, в котором изучается движение тел как результат их взаимодействия. Главная цель динамики заключается в выяснении причин, которые вызывают изменение состояния движения или покоя, а также в установлении количественных зависимостей кинематических характеристик от этих причин.

Основу классической динамики составляют три закона движения, которые сформулированы английским ученым, основоположником современного естествознания, создателем классической физики И. Ньютоном (1643–1727).

Наблюдения показывают, что состояние движения тела может изменяться только в результате воздействия на него других тел. Это изменение состояния зависит как от других тел (характера и величины воздействия), так и от самого тела, его способности реагировать на внешнее воздействие. Для количественной характеристики воздействия вводится понятие **силы.**

Силой называется количественная мера воздействия одного тела на другое, в результате которого тело изменяет состояние своего движения или деформируется (или имеет место и то и другое одновременно).

Первый закон Ньютона: Существуют такие системы отсчета называемые инерциальными, относительно которых, тело движется прямолинейно и равномерно или покоится, если на него не действуют другие тела или действие других тел скомпенсировано.

Поскольку невозможно полностью исключить воздействие на любое тело других тел, то и строго инерциальных систем в природе не существует. Однако во многих практических задачах инерциальной может считаться система, связанная со звездами или даже с Землей, если на ее суточное вращение можно не обращать внимания.

Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью.** Поэтому первый закон Ньютона называют также **законом инерции**.

Инертность не только отражает свойство тела сохранять состояние покоя или прямолинейного равномерного движения, но и характеризует способность изменять это состояние под действием сил, т.е. приобретать ускорение. Чем больше инертность тела, тем меньше ускорение, приобретаемое телом под действием данной силы.

Для количественной характеристики инертности тел вводится понятие массы. **Масса** – количественная мера инертных и гравитационных свойств тела. В СИ масса измеряется в килограммах (кг), килограмм – одна из основных единиц СИ.

2. Импульс тела. Закон сохранения импульса. Центр масс. Движение центра масс.

Векторная величина $\vec{p}$, равная произведению массы mматериальной точки на ее скорость υ, и имеющая направление скорости, называется импульсом материальной точки:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{\upsilon}$$

Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется механической системой . Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются внутренними.

Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются внешними.

Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называются замкнутой (или изолированной).

Закон сохранения импульса: импульс замкнутой системы тел не изменяется с течением времени

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i = const.$$

В механике Галилея – Ньютона из –за независимости массы от скоростиимпульссистемыможетбытьвыраженчерезскоростьеецентрамасс

Центром масс (или центром инерции) системы материальных точек называется воображаемая точка «С», положение которой характеризует распределение массы этой системы . Ее радиус – вектор равен

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{m},$$

где m_i и r_i соответственно масса и радиус вектор i-й материальной точки; n – число материальных точек в системе; m – суммарная масса всех точек системы.

Скорость центра масс

$$\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i}{m}.$$

Учитывая, что $p_i = m_i \upsilon_i$, а $\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \vec{p}$, можно написать $\vec{p} = m\vec{\upsilon}_C$, т.е. импульс системы равен произведению массы системы на скорость ее центра масс.

Закон движения центра масс: центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, действующих на систему.

3. Второй закон Ньютона. Сила как производная импульса. Третий закон Ньютона.

Второй закон Ньютона — основной закон динамики поступательного движения — отвечает на вопрос, как изменяется механическое движение материальной точки (тела) под действием приложенных к ней сил.

Второй закон Ньютона: Ускорение *а*, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе F, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе m материальной точки (тела):

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Второй закон Ньютона можно переписать в виде:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d(m\vec{\upsilon})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Из выражения видно, что сила является производной импульса по времени.

Более общая формулировка второго закона Ньютона:

Скорость изменения импульса тела равна действующей на тело силе F:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Векторная величина $\vec{F}dt$ называется элементарным импульсом силы за малое время dt ее действия. Согласно второму закону Ньютона **изменение импульса материальной точки** равно **импульсу действующей на нее силы**:

$$d\vec{p} = \vec{F}dt \text{ и } \Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt$$

Третий закон Ньютона : силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки (тела), всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой , соединяющей эти точки (тела):

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

4. Виды сил в механике: силы упругости, силы трения, сила тяготения, сила тяжести. Вес тела.

А) **Силы тяготения** (гравитационные силы).

В системе отсчета связанной с Землей, на всякое тело массой mдействует сила:

$$\vec{F} = m\vec{g},$$

называемая **силой тяжести** — сила, с которой тело притягивается Землёй. Под действием силы притяжения к Земле все тела падают с одинаковым ускорением g = 9,81м/с^2, называемым ускорением свободного падения.

Весом тела — называется сила, с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору или подвес.

Сила тяжести действует всегда, а вес проявляется лишь тогда, когда на тело кроме силы тяжести действуют другие силы. Сила тяжести равна весу тела только в том случае, когда ускорение тела относительно земли равно нулю. В противном случае $\vec{F} = m(\vec{g} - \vec{a})$,где $\vec{a}$— ускорение тела с опорой относительно Земли. Если тело свободно движется в поле силы тяготения, то $\vec{a} = \vec{g}$ и вес равен нулю, т.е. тело будет невесомым.

Невесомость — это состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести.

Б) **Силы упругости**

Силы упругости возникают в результате взаимодействия тел, сопровождающегося их деформацией.

Упругая сила пропорциональна смещению частицы из положения равновесия и направлена к положению равновесия:

$$F_{упр} = -k\vec{r}$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор, характеризующий смещение частицы из положения равновесия, к — упругость. Примером такой силы является сила упругости деформации пружины при растяжении или сжатии:

$$F_{упр} = -k\Delta x$$

где k — жесткость пружины, Δx - упругая деформация.

З) **Сила трения**

Сила трения скольжения возникает при скольжении данного тела по поверхности другого:

$$F_{тр} = \mu N,$$

где μ — коэффициент трения скольжения, зависящий от природы и состояния соприкасающихся поверхностей; N — сила нормального давления, прижимающая трущиеся поверхности друг к другу. Сила трения направлена по касательной к трущимся поверхностям в сторону, противоположную движению данного тела относительно другого.

Лекция 4 «Механическая работа и мощность. Энергия»

1. Работа как количественная мера превращения энергии. Работа постоянной и переменной силы. Мощность. Консервативные и неконсервативные силы.

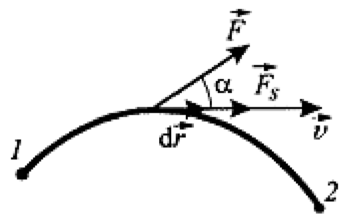
Энергия — это универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную... Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел.

Работа силы — это количественная характеристика процесса обмена энергией между взаимодействующими телами.

При прямолинейном движении тела под действием постоянной силы F,которая составляет некоторый угол α с направлением перемещения, работаэтой силы равна:

$$A = F_s s = Fs\cos\alpha$$

В общем случае сила может изменяться как помодулю, так и по направлению, поэтому этой формулойпользоваться нельзя. Однако на элементарном (бесконечно малом) перемещении dr можно ввести скалярнуювеличину — **элементарную работу**dA силы F:

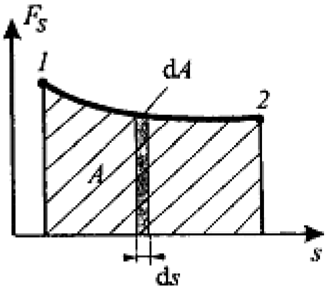


$$dA = \left(\bar{F} \cdot d\bar{r}\right) = F\cos\alpha \cdot ds = F_s ds$$

Работа силы на участке траектории отточки 1 до точки 2 равна алгебраической суммеэлементарных работ на отдельных бесконечно малыхучастках пути:

$$A = \int_1^2 F ds \cos\alpha = \int_1^2 F_s ds$$

Работу можно представить графически как площадь заштрихованной фигуры



Единица измерения работы в СИ – джоуль (Дж) – работа совершаемая силой 1 Н на пути 1 м. 1 Дж = 1 Н·м

Консервативной называют силу, работа которой определяется только начальным и конечным положениями тела и не зависит от формы пути. Консервативными силами являются силы тяготения, упругости. Все центральные силы консервативны. Примером неконсервативных сил являются силы трения.

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие мощности.

$$N = \frac{dA}{dt}$$

Использую понятие элементарной работы мощность можно представить в виде: $N = \dfrac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{\upsilon}$, т.е. мощность равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости.

Единица мощности — ватт (Вт): 1Вт — мощность, при которой за время1с совершается работа 1Дж: 1Вт=1Дж/с.

2. Кинетическая энергия механической системы и ее связь с работой внешних и внутренних сил, приложенных к системе.

Кинетическая энергия механической системы (К) — это энергия механического движения этой системы. Сила, действуя на покоящееся тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы. Таким образом приращение кинетической энергии частицы на элементарном перемещении равно элементарной работе на том же перемещении:

$$dK = dA$$

Тело массой m, движущееся со скоростью υ, обладает кинетической энергией:

$$dA = \bar{F}d\bar{r} = m\frac{d\bar{\upsilon}}{dt}d\bar{r} = m\bar{\upsilon}\,d\bar{\upsilon} = m\upsilon\,d\upsilon = dK \quad \Rightarrow \quad K = \int_0^{\upsilon} m\upsilon\,d\upsilon = \frac{m\upsilon^2}{2}$$

Кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела. Поэтому кинетическая энергия:

- является функцией состояния системы;
- всегда положительна;

- неодинакова в разных инерциальных системах отсчета.

Теорема и о кинетической энергии: изменение кинетической энергии тела равно работе внешних сил:

$$A = \Delta K = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$$

В механике под энергией понимают способность системы совершить механическую работу. Если рассматриваемая система совершает положительную работу над внешними телами, то энергия системы уменьшается на величину совершенной работы; если внешние силы совершают положительную работу над системой, то энергия системы возрастает на величину совершенной работы. Таким образом, энергия и работаявляются близкими взаимосвязанными, но не идентичными понятиями. Так работа является характеристикой физических процессов, а энергия - характеристика состояния системы, причем работа играет роль меры изменения энергии системы.

При изучении различных видов энергии рассматривают два подхода: первый, внешние силы совершают работу над системой, второй – система совершает работу над внешними телами. В обоих случаях изменение энергии равно совершенной работе, что позволяет получать математические выражения для различных форм энергии.

3. Потенциальная энергия материальной точки. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия.

Если тела взаимодействуют между собой, то есть если между ними действуют силы, то в процессе их взаимного движения также может совершаться механическая работа. Следовательно, можно говорить, что взаимодействующие тела обладают энергией. Энергия, обусловленная взаимодействием тел, их взаимным расположением, называется **потенциальной.** Если сила взаимодействия совершает положительную работу, то потенциальная энергия этого взаимодействия уменьшается на величину совершенной работы.

Потенциальное поле — поле, в котором работа, совершаемая силамипри перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, покакой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начальногои конечного положений. Силы, действующие в таких полях, называютсяконсервативными (например, сила тяготения). Если же работа, совершаемаясилой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, тотакая сила называется диссипативной (например, сила трения).

Работа консервативных (потенциальных) сил при элементарномизменении конфигурации системы равна приращению потенциальнойэнергии, взятому со знаком минус, так как работа совершается за счетубыли потенциальной энергии:

$$dA = -dW$$

Поскольку $\vec{F}d\vec{r} = -dW$, то $W = -\int \vec{F}d\vec{r} + const$, отсюда $\vec{F} = -gradW = -\nabla W$, где вектор $gradW = \frac{\partial W}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial W}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial W}{\partial z}\vec{k}$ называется градиентом скаляра W и обозначается $\nabla W \equiv gradW$. Символ ∇ ("набла") обозначает символический вектор, называемый оператором Гамильтона или набла-оператором.

Конкретный вид функции W зависит от характера силового поля. Например потенциальная энергия тела массы m на высоте hотносительно уровня земли:

$$W = -\int_0^h \bar{P}d\bar{r} = \int_0^h mgdx = mgh$$

Потенциальная энергия пружины, растянутой на длину *x*:

$$W = \frac{kx^2}{2}$$

Закон всемирного тяготения. Между любыми двумя материальными точками действует сила взаимного притяжения, прямо пропорциональная произведению масс этих точек и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G = 6.67 10^{-11}Н·м/кг^2 — гравитационная постоянная.

Эта сила называется **гравитационной**, или **силой всемирного тяготения**. Силы тяготения всегда являются силами притяжения и направлены вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие тела. Гравитационное взаимодействие между телами осуществляется с помощью поля тяготения, или гравитационного поля. На примере гравитационного поля рассмотрим понятия напряженности поля и потенциала поля.

Напряженность поля тяготения это физическая величина, равная отношению силы, действующей со стороны поля на помещенное в него тело (материальную точку), к массе этого тела.

$$\bar{E} = \frac{\bar{F}}{m}$$

Напряженность является векторной силовой характеристикойполя тяготения.

В гравитационном поле Земли $\vec{F} = m\vec{g}$, откуда

$$E = g = \frac{F}{m} = \frac{GM}{R^2} = \frac{GM}{(R_3 + h)^2},$$

где R_3 радиус Земли, масса которой M,h–расстояние от центра тяжести тела до поверхности Земли.

Работа по перемещению тела с расстояния R_1до расстояния R_2:

$$A=-\int_{R_1}^{R_2} G\frac{mM}{R^2}dR=-m\left(\frac{GM}{R_2}-\frac{GM}{R_1}\right)$$

Работа не зависит от траектории перемещения, а определяется только начальным и конечным положениями тела.

Следовательно, силы тяготения консервативны, а поле тяготения является потенциальным. Работа консервативных сил равна изменению потенциальной энергии системы с обратным знаком:

$$A=-(W_2-W_1)$$

Поэтому потенциальная энергия поля сил тяготения:

$$W=-G\frac{mM}{R}.$$

«Динамика вращательного движения»

1. Момент инерции материальной точки. Теорема Штейнера.

Моментом инерции материальной точки относительно оси вращения называется произведение массы этой точки на квадрат расстояния от оси:

$$I=mr^2.$$

Единица измерения момента инерции СИ - кг·м^2

Моментом инерции системы (тела) относительно оси вращения называется физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой оси: $I=\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$.

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу $I=\int r^2 dm$, где интегрирование производится по объему тела.

Единица измерения момента инерции в СИ – кг·м^2

Момент инерции тела зависит от того, относительно какой оси оно вращается и как распределена масса тела по объему.

Момент инерции некоторых тел, имеющий правильную геометрическую форму относительно оси симметрии:

полый тонкостенный цилиндр радиуса R– $I=mR^2$;

сплошной цилиндр (диск) радиуса R – $I=\frac{1}{2}mR^2$;

прямой тонкий стержень длиной l – $I=\frac{1}{12}ml^2$;

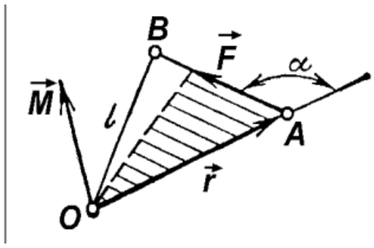
шар радиусом R – $I=\frac{2}{5}mR^2$.

Теорема Штейнера: *момент инерции тела I относительно произвольной оси z равен сумме момента его инерции I_C относительно параллельной оси, проходящей через центр масс С тела, и произведения массы т тела на квадрат расстояния а между осями*:

$$I_z = I_C + ma^2$$

2. Момент силы. Плечо силы.

Моментом силы $\vec{F}$ относительно неподвижной точки О называется физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки О в точку приложения силы, на силу $\vec{F}$:



$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]$$

Единица измерения момента силы в СИ – Н·м

Модуль момента силы: $\vec{M} = Fr\sin\alpha = Fl$, где $l = r\sin\alpha$ — плечо силы — кратчайшее расстояние между линией действия силы и точкой О; α — угол между $\vec{r}$ и $\vec{F}$.

Модуль вектора момента силы направлен перпендикулярно плоскости, в которой лежат радиус-вектор $\vec{r}$ и вектор $\vec{F}$ (определяется мнемоническим правилом правого винта).

Моментом силы относительно неподвижной оси z — называется скалярная величина M_z, равная проекции на эту ось вектора $\vec{M}$ момента силы, определенного относительно произвольной точки О данной оси z. Значение момента не зависит от выбора положения точки О на оси z.

Парой сил называются две равные по величине противоположно направленные силы, не действующие вдоль одной прямой. Расстояние между прямыми, вдоль которых действуют силы, называется **плечом пары**.

Суммарный момент пары сил равен $\vec{M} = [\vec{r}_1, \vec{F}_1] + [\vec{r}_2, \vec{F}_2]$ Так как $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$ и $\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ то суммарный момент пары сил можно переписать в виде: $\vec{M} = [\vec{r}_{1,2}, \vec{F}_1]$.

3. Кинетическая энергия вращающегося тела. Основной закон динамики вращательного движения

При повороте тела под действием силы $\vec{F}$ на бесконечно малый угол $d\varphi$ точка приложения силы A проходит путь $ds = rd\varphi$ и работа равна:

$$dA = F\sin\alpha r d\varphi = M_z d\varphi$$

Работа вращения тела идет на увеличение его кинетической энергии:

$$dA = dE_k = d\left(\frac{I_z\omega^2}{2}\right) = I_z\omega d\omega$$

Тогда $M_z d\varphi = I_z \omega d\omega$ или $M_z \frac{d\varphi}{dt} = I_z \omega \frac{d\omega}{dt}$. Откуда получаем основное уравнение динамики вращательного движения (основной закон динамики вращательного движения):

$$M_z = I_z \varepsilon .$$

В векторном виде : $\vec{M} = I\vec{\varepsilon}$, где I - главный момент инерции тела.

Абсолютно твердое тело вращается около неподвижной оси z проходящей через него. Все точки движутся с одинаковой угловой скоростью ω= const.

Кинетическая энергия тела:

$$E_{k\ \text{вр}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i (\omega r_i)^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^{n} m_i {r_i}^2 = \frac{I_z \omega^2}{2}$$

, где I_z - момент инерции тела относительно оси z.

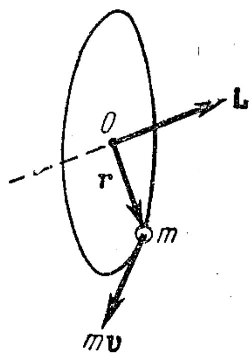
Если тело совершает поступательное и вращательное движения одновременно, то его полная кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\,\omega^2}{2}$$

Из сопоставления формул кинетической энергии для поступательного и вращательного движений видно, что мерой инертности при вращательном движении служит момент инерции тела.

4. **Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.**

Моментом импульса материальной точки А, относительно неподвижной точки О, называется физическая величина, определяемая векторным произведением: $\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{\upsilon}]$



Введя плечо $l = r\sin\alpha$, модуль вектора момента импульса можно записать:

$$L = m\upsilon l$$

Если материальная точкамассой m движется по окружности радиусом rто ее момент импульса $L = m\upsilon r$.

Поскольку плечо равное r, остается постоянным, момент импульса может изменятся только за счет изменения модуля скорости, что возможно если тангенциальная составляющая F_τ силы F, действующей на материальную точку, отлична от нуля:

$$m\frac{d\upsilon}{dt} = F_\tau .$$

Умножив обе части равенства на rи внося постоянные величины mи r под знак производной, получим: $\frac{d}{dt}(m\upsilon r) = F_\tau r$, или $\frac{dL}{dt} = M$, где M – момент силы, действующей на материальную точку, взятый относительно центра окружности.

При вращении абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси каждая точка тела движется по окружности постоянного радиуса r_i со скоростью υ_i перпендикулярной радиусу. Момент импульса отдельной частицы равен $L_{iz} = m_i \upsilon_i r_i$ и направлен по оси в сторону, определяемую правилом правого винта (совпадает с направлением вектора угловой скорости ω). Момент импульса твердого тела относительно оси есть сумма моментов импульса отдельных частиц: $L_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \upsilon_i r_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \omega_i r_i^2 = I_z \omega$.

Продифференцировав по времени получим $\frac{dL_z}{dt} = I_z \frac{d\omega}{dt} = I_z \varepsilon = M_z$

В векторной форме: $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ (еще одна форма уравнения динамики вращательного движения).

В замкнутой системе момент внешних сил $M = 0$, следовательно и $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$.

Закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы сохраняется, т.е. не изменяется с течением времени:

$$\vec{L} = const .$$

При вращении твердого тела относительно некоторой оси z закон сохранения момента импульса $\vec{L} = const$ равносилен: $I\omega = const$

«Неинерциальные системы отсчета»

1.Силы инерции. Характерная особенность сил инерции

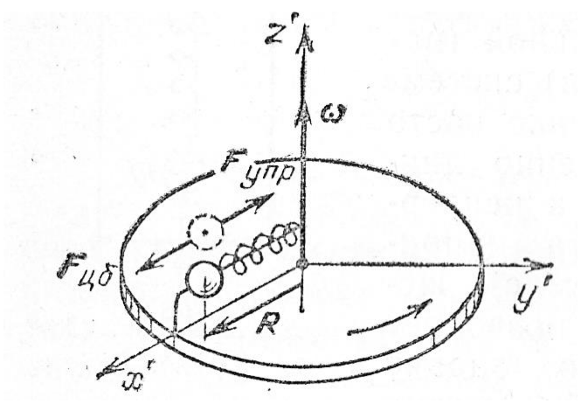
Законы ньютона справедливы только в инерциальных системах отсчета. Несоблюдение законов в неинерциальной системе отсчета можно обнаружить на примере тела, покоящегося в некоторой инерциальной системе. В этом случае тело не испытывает действия сил: $F=0$. Однако в неинерциальной системе, движущейся по отношению к инерциальным системам с ускорением, тело будет иметь ускорение a отличное от нуля. Поскольку $F=0$, то равенство $F=ma$не соблюдается.

Рассмотрим две системы отсчета, из которых система К является инерциальной, а система К$^/$ движется относительно системы К с некоторым ускорением a_0и следовательно, неинерциальна. Радиус-векторы показанные на рисунке (стр. 119) связаны соотношением $\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}\,'$. Двойное дифференцирование по времени этого соотношения приводит к равенству: $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2} + \frac{d^2\vec{r}\,'}{dt^2}$ или $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}\,'$, где $\vec{a}$ - ускорение частицы в системе К, $\vec{a}_0$ - ускорение системы К$^/$ по отношению к системе К, $\vec{a}\,'$ - ускорение частицы в системе К$^/$. умножим равенство $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}\,'$ на массу частицы m и примем во внимание, что согласно второму закону Ньютона произведение ma дает силу F,с которой действуют на частицу другие тела. В результате получим уравнение $m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_0$. Таким образом, относительно системы К$^{/}$ частица ведет себя так, как если бы , кроме реальной силы F, на нее действовала дополнительная фиктивная сила $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$. Эта сила **называется силой инерции.**

С учетом понятия силы инерции закон динамики для неинерциальных систем отсчета можно записать в виде. $m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{in}$.

Характерной особенностью сил инерции является их пропорциональность массе тела. В этом отношении силы инерции сходны с гравитационными силами.

2. Неинерциальная вращающаяся система отсчета. Центробежная сила инерции.



Рассмотрим поведение тел в неинерциальной системе отсчета К$^{/}$ вращающейся относительно инерциальной системы отсчета К с постоянной угловой скоростью ω. Примером может служить диск, с радиально закрепленной направляющей, на которую одет шарик, «привязанный» к оси диска пружиной.

При раскручивании диска шарик растягивает пружину до тех пор, пока упругая сила не станет равной произведению массы шарика на его ускорение

$$\vec{F}_{упр} = -m\vec{a}_n = -m\omega^2\vec{R} \ .$$

Относительно системы К$^{/}$, связанной с диском, шарик покоится. Это можно объяснить тем, что в системе К$^{/}$, кроме силы $F_{упр}$ на шарик действует сила инерции направленная вдоль радиуса от оси вращения диска $\vec{F}_{цб} = m\omega^2\vec{R}$. Силу инерции возникающую при вращении системы отсчета называют **центробежной силой инерции.**

3. Сила Кориолиса.

При движении тела во вращающейся системе отсчета, кроме центробежной силы возникает еще одна сила инерции, называемая **силой Кориолиса** или **кориолисовой силой**.

Рассмотрим диск, вращающийся с постоянной угловой скоростью ω. Пусть по окружности радиуса R равномерно движется привязанная нитью к оси диска материальная точка со скоростью υ' относительно диска.

Линейная скорость точек окружности равна ωR. Скорость частицы относительно неподвижной системы будет равна $\upsilon'+\omega R$.

Ускорение частицы в неподвижной системе :

$$\vec{a}_n=\frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}=\frac{\left(\upsilon'+\omega R\right)^2}{R}\vec{n}=\frac{\upsilon'^2}{R}\vec{n}+\omega^2R\vec{n}+2\upsilon'\omega\vec{n}$$

Произведение массы частицы mна $\vec{a}_n$ дает силу натяжения нити. Следовательно можно написать, что $\vec{F}=m\vec{a}'_n+m\omega^2R\vec{n}+2m\upsilon'\omega\vec{n}$. Отсюда $m\vec{a}'_n=\vec{F}-m\omega^2R\vec{n}-2m\upsilon'\omega\vec{n}$. Относительно диска, на частицу кроме реальной силы F действуют две дополнительные силы, направленные от оси вращения. Первая из них равна $-m\omega^2R\vec{n}$ - является центробежной силой инерции $F_{цб}$. Вторая, равная $-2m\upsilon'\omega\vec{n}$, может быть представлена в виде:

$$\vec{F}_K=2m\left[\vec{\upsilon}',\vec{\omega}\right]$$

Силу инерции $\vec{F}_K$ называют **силой Кориолиса**.

Так как кориолисова сила определятся векторным произведением, то:

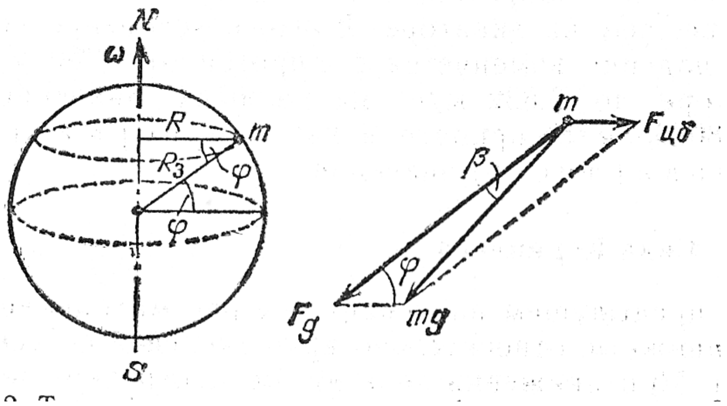
1) сила Кориолиса перпендикулярна вектору ω, т. е. всегда лежит в плоскости вращения;

2) сила Кориолиса перпендикулярна к скорости υ' и, следовательно работы над частицей не совершает. Эта сила может только изменить направление скорости υ', но не ее модуль.

4. Неинерциальность системы отсчета связанной с Землей. Маятник Фуко.

Вследствие суточного вращения Земли, системы отсчета с ней связанные являются неинерциальными. При точных расчетах необходимо учитывать центробежную силу и силу Кориолиса. Центробежная сила максимальна на экваторе, где R=6,38·10^6м. За сутки (t=86400 с)Земля поворачивается на угол 2π. Угловая скорость Земли $\omega_з=\frac{2\pi}{86400}=7,27\cdot10^{-7}\,рад/с$. Модуль центробежной силы инерции действующий на тело массой 1 кг, равен $F_{цб}$=0,0337 Н, что составляет 1/291 часть силы тяжести.

Ускорение свободного падения g есть ускорение тела относительно Земли. Кроме гравитационной силы F_g, с которой Земля притягивает тело, нужно учитывать центробежную силу инерции $F_{цб.}$, модуль которой равен $m\omega_з^2R_з\cos\varphi$. Следовательно, сила тяжести mg является результирующей сил F_g и $F_{цб.}$



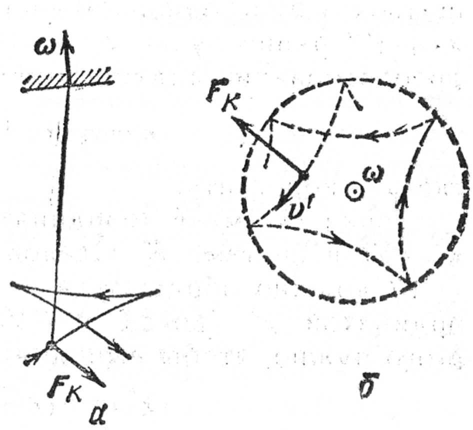
Направление силы mg совпадает с направлением нити, натянутой грузом, которое называется **направлением отвеса** или **вертикальным направлением**.

При движении тел вблизи земной поверхности будет проявляться действие силы Кориолиса. При свободном падении кориолисова сила отклоняет тела к востоку. Это отклонение пропорционально синусу широты местности, и следовательно максимально на экваторе и равно нулю на полюсе. Например, на экваторе при падении с высоты 30 м отклонение составляет 3,6 мм.

Сила Кориолиса действующая на тело, движущееся вдоль меридиана в любом направлении, направлена по отношению движения вправо в семерном полушарии и влево в южном. По этой причине у рек всегда подмывается правый берег в северном полушарии и левый берег в южном полушарии.

Доказательством суточного вращения Земли является вызываемый действием силы Кориолиса поворот плоскости колебаний маятника. Данный опыт был впервые осуществлен Фуко в 1851 г в Париже с маятником длиной 67 м. поэтому маятники, предназначенные для демонстрации суточного вращения Земли называются **маятниками Фуко**.

На рисунке показан маятник находящийся на Северном полюсе. Сила Кориолиса все время направлена вправо по ходу маятника. Плоскость качаний маятника поворачивается относительно земли по часовой стрелке, делая за сутки один оборот. На широте φ плоскость качаний маятника за сутки поворачивается на угол 2πsinφ. На экваторе сила Кориолиса направлена вдоль подвеса и не вызывает поворота плоскости колебаний маятника.



«Элементы специальной теории относительности»

1. Принцип эквивалентности. Преобразования Галилея

Сопоставим описания движения частицы в инерциальных системах отсчета К и К$^/$, движущихся друг относительно друга с скоростью V. Для простаты выберем оси координат как показано на рис (ст153). Отсчет времени начнем с момента когда начала координат О и О$^/$ совпадали. Координаты x и x' произвольно выбранной точки Р будут связаны соотношением $x = x' + Vt$. При сделанном выборе осей $y = y'$ и $z = z'$. В ньютоновской механике считается, что время во всех инерциальных системах отсчета течет одинаково, поэтому $t = t'$.

Таким образом, получается совокупность уравнений:

$$\begin{cases} x = x' + Vt; \\ y = y'; \\ z = z'; \\ t = t', \end{cases}$$

Называемых **преобразованиями Галилея.**

Продифференцировав по времени первое уравнение совокупности получим: $\upsilon_x = \upsilon'_{x'} + V$, где $V = V_x = V_{x'}$. Дифференцирование второго и третьего уравнения совокупности дает: $\upsilon_y = \upsilon'_{y'}$; $\upsilon_z = \upsilon'_{z'}$.

Таким образом: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}' + \vec{V}$. Это уравнение можно рассматривать либо как формулу преобразования скорости частицы от системы К$^/$ к системе К, либо как закон **сложения скоростей**.

Дифференцирование по времени формулы закона сложения скоростей приводит к равенству $\vec{a} = \vec{a}'$. Таким образом ускорения частицы относительно систем К и К$^/$ одинаково.

Сила F, действующая на частицу в системе К, совпадает с силой F', действующей на частицу в системе К'. Это значит, что если выполняется равенство $m\vec{a} = \vec{F}$, то будет выполнятся равенство $m\vec{a}' = \vec{F}'$.

Поэтому полученный результат означает, что **законы механики одинаково формулируются для всех инерциальных систем отсчета**. Это утверждение называется принципом относительности Галилея.

Величины, которые имеют одно и то же числовое значение во всех системах отсчета, называются инвариантными (латинское слово invariants означает «неизменяющийся»).

Инвариантными по отношению к преобразованию координат и времени при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой называются также уравнения, вид которых не изменяется при таком переходе. Сами величины, входящие в уравнение, могут при переходе к другой системе отсчета, меняться, однако формулы, выражающие связь между величинами, остаются неизменными.

Воспользовавшись понятием инвариантности, принцип относительности Галилея можно сформулировать следующим образом: ***уравнения механики инвариантны по отношению к преобразованиям Галилея.***

2. Постулаты специальной теории относительности и следствия из них. Преобразования Лоренца

В 1905 г. А. Эйнштейн создал специальную теорию относительности (СТО), которая представляет собой физическую теорию пространства и времени для случая пренебрежимо слабых гравитационных полей. В основе этой теории лежат два постулата: принцип относительности Эйнштейна и принцип постоянства скорости света.

Эйнштейн распространил механический принцип относительности Галилея на все без исключения физические явления, высказав утверждение, что все законы природы одинаково формулируются для всех инерциальных систем отсчета. Кроме того, Эйнштейн показал, что преобразования Галилея должны быть заменены более общими преобразованиями Лоренца. В соответствии с этим принцип относительности Эйнштейна можно сформулировать в виде: ***уравнения, выражающие законы природы, инвариантны по отношению к преобразованиям Лоренца.***

Принцип постоянства скорости света утверждает, ***что скорость света в вакууме не зависит от движения источников света и, следовательно, одинакова во всех инерциальных системах отсчета.***

Существование предельной скорости приводит к тому, что понятие одновременности, считавшееся в ньютоновской механике абсолютным, в действительности является относительным. В пояснение этого часто приводят следующий пример. Пусть из середины равномерно движущегося поезда испускается вобоих направлениях световой сигнал. В любой инерциальной системе отсчета свет распространяется во всех направлениях с одинаковой **скоростью с**. Поэтому едущий в поезде пассажир отметит, что сигнал достиг головы и хвоста поезда одновременно. Дежурный же по станции отметит, что сигнал достиг хвоста поезда раньше, чем головы.

Из рассмотренного примера следует, что в разных системах отсчета время течет неодинаково.

Пусть имеются инициальные системы отсчета К и К'. Безразлично, какую из них считать неподвижной, а какую движущейся. Предположим, что одна система движется относительно второй со скоростью *V*и происходит какое-то событие. В системе К оно характеризуется значениями координат и времени x, y, z, t ; в системе К' — значениями x', y', z', t'. Обозначим $\beta = V/c$.

Формулы, связывающие значения x, y, z, t с значениями x', y', z', t' будут иметь вид :

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}, y = y', z = z', t = \frac{t' + \left(V/c^2\right)x'}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, y' = y, z' = z, t' = \frac{t - \left(V/c^2\right)x}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Эти формулы называются ***преобразованиями Лоренца***.

Из преобразований Лоренца следует, что в направлении движения линейные размеры тела сокращаются. Это явление называется ***лоренцевым*** (или ***фицджеральдовым***) сокращением. Например, для стержня, движущегося в направлении оси проходящей через его концы, длину можно определить как $l = l_0\sqrt{1 - V^2/c^2}$, где l_0 – длина стержня в состоянии покоя, *V*– скорость движения.

3. Релятивистский импульс. Взаимосвязь массы и энергии.

Законы сохранения, как и другие законы природы, должны соблюдаться во всех инерциальных системах отсчета, т. е. быть инвариантными по отношению к преобразованиям Лоренца.

Релятивистское выражение для импульса имеет вид $\vec{p} = \frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$, где m_0– масса покоя частицы, т.е. масса, измеренная в той инерциальной системе отсчета, в которой частица находится в покое.

При $V \ll c$ релятивистское выражение для импульса переходит в ньютоновское выражение $\vec{p} = m_0 \vec{V}$.

Релятивистский импульс системы сохраняется. Закон сохранения релятивистского импульса — следствие однородности пространства.

Законы классической динамики получаются из законов релятивистской динамики в предельном случае $V \ll c$ Таким образом классическая механика - это механика макротел, движущихся с малыми скоростями (по сравнению со скоростью света в вакууме).

В релятивистской механике под полной энергией подразумевается сумма кинетической энергии и энергии покоя частицы.

Полная энергия частицы определяется как

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Энергия покоя частицы - $E_0 = m_0 c^2$.

Релятивистское соотношение между полной энергией и импульсом тела:

$$E^2 = m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Величина $E^2 - p^2 c^2 = E_0^2$ является инвариантом системы.

В случае, когда масса покоя частицы равна нулю, то $E^2 - p^2 c^2 = 0$.

Следовательно, такая частица может обладать отличными от нуля энергией и импульсом только в том случае, когда она движется со скоростью света. К таким частицам относятся фотоны.

Основной вывод теории относительности — ***пространство и время органически взаимосвязаны и образуют единую форму существования материи — пространство-время.***

«Элементы механики сплошных сред»

1. Теорема о неразрывности струи. Уравнение Бернулли и следствия из него.

Свойства жидкостей и газов во многом отличаются. Молекулы газа, совершая хаотическое движение, равномерно заполняют весь предоставленный им объем. В жидкостях, в отличие от газов, среднее расстояние между молекулами остается практически постоянным. Жидкость, сохраняя объем, принимает форму сосуда, в котором она заключена.

Однако в ряде случаев, когда жидкости и газы можно рассматривать как сплошную среду, их поведение описывается одинаковыми законами – законами ***гидроаэромеханики***. Поэтому пользуются единым термином "**жидкость**".

В физике используется физическая модель несжимаемой жидкости - ***жидкости, плотность которой всюду одинакова и не меняется со временем***. На каждый элемент поверхности ΔS тела, помещенного в жидкость, со стороны молекул жидкости действует сила ΔF направленная перпендикулярно поверхности.

Давлением жидкости называется физическая величина, определяемая нормальной силой, действующей со стороны жидкости на единицу площади:

$$p = \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

Единица давления — паскаль (Па). 1Па равен давлению, создаваемому силой 1Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1м^2 (1 Па= 1 Н/м2).

Давление при равновесии жидкостей или газов подчиняется **закону Паскаля**: ***Давление в любом месте покоящейся жидкости одинаково по всем направлениям, причем давление одинаково передается по всему объему, занятому покоящейся жидкостью.***

При равновесии жидкости давление по горизонтали всегда одинаково, поэтому свободная поверхность жидкости всегда горизонтальна вдали от стенок сосуда.

Если жидкость несжимаема, то ее плотность не зависит от давления. Тогда при поперечном сечении S столба жидкости, его высоте h и плотности ρ вес $P = \rho g S h$, а давление на нижнее основание изменяется линейно с высотой:

$$p = \frac{P}{S} = \frac{\rho g S h}{S} = \rho g h$$

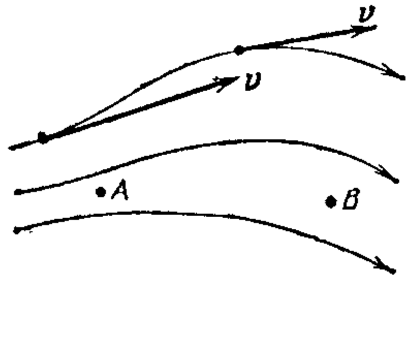
Давление $p = \rho g h$ называется ***гидростатическим давлением***.

Сила давления на нижние слои жидкости будет больше, чем на верхние, поэтому на тело, погруженное в жидкость действует сила, определяемая **законом Архимеда**: ***на тело, погруженное в жидкость или газ, действует со стороны этой жидкости (газа) направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (газа)***:

$$F_A = \rho g V$$

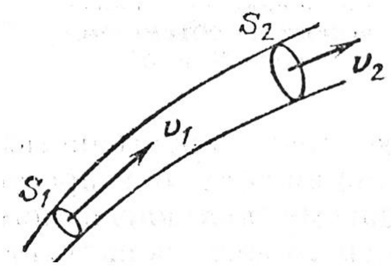
Движение жидкости называется ***течением***, а совокупность частиц движущейся жидкости - ***потоком***.

Графически движение жидкостей изображается с помощью ***линий тока*** которые проводятся так, что касательные к ним совпадают по направлению с вектором скорости жидкости в данный момент времени.



Линии тока проводятся так, чтобы густота их была больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее. Часть жидкости, ограниченная линиями тока, называется ***трубкой тока***.

Течение жидкости называется ***установившимся*** (или ***стационарным***), если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.



Рассмотрим трубку тока, выбрав два сечения S_1, и S_2, перпендикулярные направлению скорости v. За время Δt через сечение S проходит объем жидкости $Sv\Delta t$. Если жидкость несжимаема, то через S_2 за 1с пройдет такой же объем жидкости, что и через S_1:

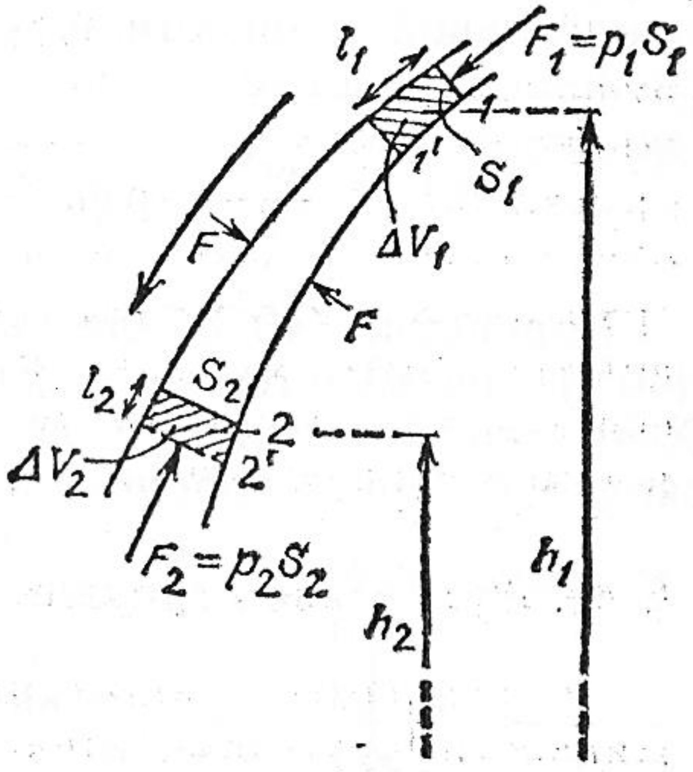
$S_1v_1 = S_2v_2$ или $Sv = const$ - ***уравнение неразрывности***.

Теорема о неразрывности струи: *произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока.*

В реальных жидкостях при перемещении слоев жидкости друг относительно друга возникают силы внутреннего трения, тормозящие относительное смещение слоев. Воображаемая жидкость, у которой внутреннее трение полностью отсутствует, называется ***идеальной***. Течение идеальной жидкости не сопровождается диссипацией энергии.

Рассмотрим стационарное течение несжимаемой идеальной жидкости. Выделим объем жидкости, ограниченный стенками узкой трубки тока и перпендикулярными к линиям тока сечениями S_1 и S_2.

По закону сохранения энергии изменение полной энергии жидкости массой m в местах сечений S_1 и S_2 равно работе внешних сил по перемещению этой массы жидкости: $E_2 - E_1 = A$.



$$E_1 = \frac{m\upsilon_1^2}{2} + mgh_1, \quad E_2 = \frac{m\upsilon_2^2}{2} + mgh_2, \quad A = F_1 l_1 + F_2 l_2, \quad l_1 = v_1 \Delta t, \quad l_2 = v_2 \Delta t,$$

$F_1 = p_1 S_1, \quad F_2 = -p_2 S_2$. Отсюда:

$$\frac{m\upsilon_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 S_1 \upsilon_1 \Delta t = \frac{m\upsilon_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 S_2 \upsilon_2 \Delta t$$

Согласно уравнению непрерывности, объем, занимаемый жидкостью, $\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$. Учитывая, что $m = \rho \Delta V$, где ρ – плотность жидкости получим $\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const$ - ***уравнение Бернулли***.

Уравнение Бернулли — выражение закона сохранения энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости.

Из уравнения Бернулли и уравнения неразрывности следует, что при течении жидкости по трубе, имеющей различные сечения, скорость жидкости больше в местах сужения, а статическое давление больше в более широких местах.

2. Статическое и динамическое давления в потоке и их измерение. Ламинарный и турбулентный режимы течения жидкостей.

Уравнение Бернулли было получено для идеальной жидкости, однако оно хорошо выполняется для реальных жидкостей, у которых внутреннее трение невелико. Для горизонтальной линии тока уравнение Бернулли имеет вид

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2$$

Чтобы измерить давление в текущей жидкости, нужно ввести в нее трубку, соединенную с манометром. (рис.)

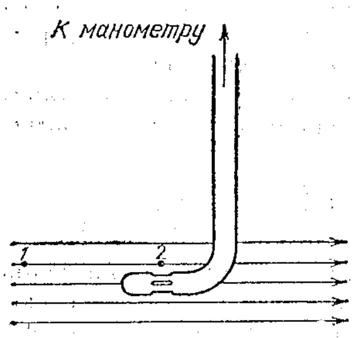
Допустим, что в жидкость введена изогнутая манометрическая трубка с входным отверстием, обращенным навстречу потоку. Такая трубка называется трубкой Пито. Трубка нарушает характер движения жидкости. В частности, вдоль линии тока, упирающейся своим концом в центр отверстия трубки, скорость будет изменяться от значения v для невозмущенного потока на большом расстоянии от трубки до нуля непосредственно перед отверстием. Для точек 1 и 2 уравнение Бернулли имеет вид $\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = p_2$.

Здесь p_1 равно давлению p в невозмущенном потоке, p_2 равно давлению $p_{полн}$, измеряемому манометром. Следовательно, манометр покажет давление

$$p_{полн} = p + \frac{\rho v^2}{2}.$$

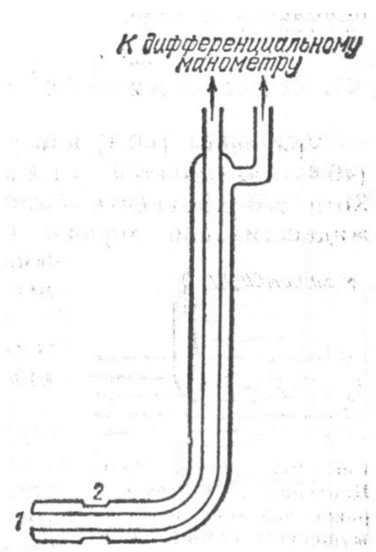
Давление p в невозмущенном потоке называют **статическим**. Давление $p_{полн}$ называют **полным**. Слагаемое $\frac{\rho v^2}{2}$ называют **динамическим** давлением. Трубка Пито измеряет полное давление.

Трубка с закрытым концом и боковыми отверстиями называется **зондом**.



Манометр, присоединенный к зонду показывает статическое давление. Прандтль усовершенствовал трубку Пито, соединив ее с зондом и присоединив к дифференциальному манометру.

Показания манометра дают разность полного и статического давлений, т.е. динамическое давление $\frac{\rho v^2}{2}$. Для заданной плотности жидкости манометр можно проградуировать в значениях скорости. Таким образом, трубка Пито – Прантдаля может служить прибором для измерения скорости течения жидкости или газа.



3. Вязкая жидкость. Распределение скорости движения слоев жидкости в потоке. Ламинарный и турбулентный режимы течения жидкостей

Вязкость — это свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. При перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев.

Более быстрые слои ускоряют более медленные и наоборот, медленные слои тормозят прилегающие к ним быстрые слои. Градиент скорости $\Delta\upsilon/\Delta x$

показывает, как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении x перпендикулярном направлению движения слоев.

Сила внутреннего трения пропорциональна градиенту скорости и рассматриваемой площади поверхности слоя S :

$$F = \eta \left|\frac{d\upsilon}{dx}\right| S$$

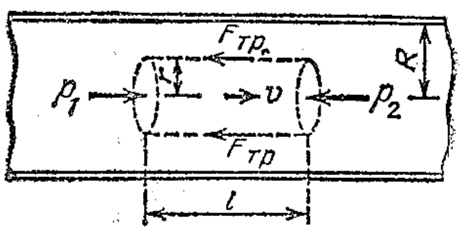
Коэффициент пропорциональности η, зависящий от природы жидкости, называется ***динамической вязкостью*** (или просто вязкостью).

Единица вязкости — паскаль-секунда (Па·с).

Рассмотрим течение жидкости в круглой трубе. Измерения показывают, что при медленном течении скорость частиц жидкости изменяется от нуля в непосредственной близости к стенкам трубы до максимума на оси трубы.

Жидкость при этом оказывается как бы разделенной на тонкие цилиндрические слои, которые скользят друг относительно друга, не перемешиваясь. Такое течение называется ***ламинарным*** или ***слоистым*** (латинское слово *lamina* означает пластинку, полоску).

Найдем закон изменения скорости при течении жидкости в круглой трубе. Выделим воображаем цилиндрический объем жидкости радиуса r и длины l (рис.).



При стационарном течении этот объем движется без ускорения. Следовательно, сумма приложенных к нему сил равна нулю. В направлении движения на жидкость действует сила давления, модуль которой равен $p_1\pi r^2$во встречном направлении— сила давления, модуль которой равен$p_2\pi r^2$. Результирующая сил давления имеет модуль

$$F_{давл} = (p_1 - p_2)\,\pi r^2$$

(πr^2 — площадь основания цилиндра).

На боковую поверхность действует тормозящая движение сила внутреннего трения, модуль которой равен $F_{тр} = \eta\left|\frac{d\vec{\upsilon}}{dr}\right| 2\pi r l = -\eta\frac{d\upsilon}{dr}2\pi r l$, где $2\pi r l$ - площадь боковой поверхности цилиндра. Скорость убывает с расстоянием от оси трубы, поэтому производная$\frac{d\vec{\upsilon}}{dr}$ отрицательна и ее модуль равен $-\frac{d\upsilon}{dr}$ (модуль отрицательного числа равен этому числу, взятому с обратным знаком). Приравняв $F_{давл}$ и $F_{тр}$ получим дифференциальное уравнение

$(p_1 - p_2)\,\pi r^2 = -\eta\frac{d\upsilon}{dr}2\pi r l$ из которого $d\upsilon = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r dr$. После интегрирования получим$\upsilon = -\frac{p_1 - p_2}{4\eta l} r^2 + C$. Постоянную интегрирования C выбирают из условия того, что скорость течения у стенки трубы (при $r = R$)

равна нулю. Это условие выполняется при $C=\frac{p_1-p_2}{4\eta l}R^2$. Значит, формула зависимости скорости $\upsilon(r)=\frac{p_1-p_2}{4\eta l}\left(R^2-r^2\right)=\frac{p_1-p_2}{4\eta l}R^2\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$. Скорость на оси трубы равна $\upsilon_0=\frac{p_1-p_2}{4\eta l}R^2$. С учетом этого формулу скорости можно переписать $\upsilon(r)=\upsilon_0\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$.Отсюда следует, что при ламинарном течении скорость изменяется с расстоянием от оси трубы по параболическому закону.

При выводе формулы предполагалось, что течение жидкости медленное. Если увеличивать скорость течения, то при достижении определенного значения скорости характер течения резко меняется. Течение становится нестационарным — скорость частиц в каждой точке пространства все время беспорядочно изменяется. Такое течение называется **т у р б у л е н т н ы м** . При турбулентном течении происходит интенсивное перемешивание жидкости.

Поскольку при турбулентном течении скорость в каждой точке все время меняется, можно говорить только о среднем по времени значении скорости, которая при неизменных условиях течения оказывается постоянной в каждой точке пространства. Профиль средних скоростей для одного из сечений трубы при турбулентном течении показан на рисунке.

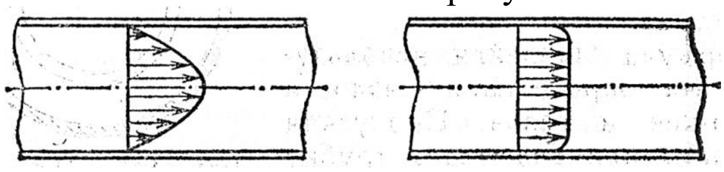


Рис. Профиль скоростей при ламинарном и турбулентном течении.

Количественно переход от одного режима течения к другому характеризуется числом **Рейнольдса**:

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho\langle\upsilon\rangle d}{\eta}=\frac{\langle\upsilon\rangle d}{\gamma}$$

,

$\gamma=\frac{\eta}{\rho}$ – кинематическая вязкость, ρ– плотность жидкости; d– характерный линейный размер, например диаметр трубы.

При малых значениях числа Рейнольдса (R_e<1000) наблюдается ламинарное течение, переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в области 1000<R_e<2000, а при R_e=2300 (для гладких труб)течение — турбулентное.

4. Методы определения вязкости жидкости.

1. **Метод Стокса** основан на измерении скорости медленно движущихся вжидкости небольших тел сферической формы.

На шарик, плотностью ρи радиусом *r*, падающий в жидкости вязкостью η и плотностью ρ' вертикально вниз со скоростью *v*, действуют три силы:

сила тяжести $P = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$, сила Архимеда $F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho' g$ и сила сопротивления $F = 6\pi\eta r\upsilon$. при равномерном движении $P - F_A - F = 0$, откуда

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9\upsilon}$$

2. Метод **Пуазейля**. Этот метод основан на ламинарном течении жидкости в тонком капилляре. Рассмотрим капилляр радиусом R и длиной *l*.

Скорости частиц жидкости в капилляре распределяются по параболическому закону, причем вершина параболы лежит на оси капилляра. За время t из капилляра вытечет жидкость, объем которой

$$V = \int_0^R \upsilon t 2\pi r\, dr = \frac{2\pi\Delta pt}{4\eta l}\int_0^R r(R^2 - r^2)dr = \frac{2\pi\Delta pt}{4\eta l}\left(\frac{r^2 R^2}{2} - \frac{r^4}{4}\right) = \frac{\pi R^4 \Delta pt}{8\eta l}$$

Откуда вязкость $\eta = \frac{\pi R^4 \Delta pt}{8Vl}$.