

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ,
НАУКИ И КАДРОВОЙ ПОЛИТИКИ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
ОРДЕНОВ ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

Кафедра высшей математики и физики

ФИЗИКА

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

*Методические указания по решению задач
для студентов, обучающихся по специальностям
6-05-0812-03 «Технический сервис в агропромышленном комплексе», 6-
05-0812-01 «Техническое обеспечение производства
сельскохозяйственной продукции», 05-0811-03 «Мелиорация и водное
хозяйство», 07-0732-01 «Строительство зданий и сооружений», 6-05-
0532-03 «Землеустройство и кадастры»*

Горки
БГСХА
2023

УДК 551.5:63(072)

*Рекомендовано методической комиссией
факультета механизации сельского хозяйства.
Протокол № от 2023 г.*

*Рекомендовано методической комиссией
мелиоративно-строительного факультета.
Протокол № от 2023 г.*

*Рекомендовано методической комиссией
землеустроительного факультета.
Протокол № от 2023 г.*

Авторы:

старший преподаватель *А. В. Цвыр*;
доктор педагогических наук, профессор *В. В. Масич*;
кандидат сельскохозяйственных наук, доцент *Л. Е. Кириленко*;
кандидат педагогических наук, доцент *О. М. Астахова*;
старшие преподаватели *М. П. Подобед*, *Т. М. Чубукова*;

Рецензент:

кандидат физико - математических наук, доцент *Д. В. Шариунов*

Физика. Электromагнетизм: методические указания по решению задач/ *А. В. Цвыр* [и др.]. – Горки : БГСХА, 2024. – 74 с.

Приведены законы и формулы, необходимые для решения задач. Многие законы и формулы сопровождаются пояснениями. Показано решение задач по каждой из тем. Предлагается подборка задач для самостоятельного решения

Для студентов, обучающихся по специальностям 6-05-0812-03 Технический сервис в агропромышленном комплексе, 6-05-0812-01 Техническое обеспечение производства сельскохозяйственной продукции, 05-0811-03 Мелиорация и водное хозяйство, 07-0732-01 Строительство зданий и сооружений, 6-05-0532-03 Землеустройство и кадастры

УДК 551.5:63(072)

© УО «Белорусская государственная
сельскохозяйственная академия», 2022

Введение

Решение задач по различным разделам является необходимой составляющей изучения курса физики и условием выработки у студентов приёмов и навыков, помогающих им в дальнейшем решать конкретные инженерные задачи.

Электромагнетизм – одна из фундаментальных тем физического практикума, имеющих большое значение для изучения последующих разделов физики, а также различных технических дисциплин.

Использование предлагаемых методических материалов позволит студенту в процессе работы усвоить материал и облегчить его понимание, сделать работу студента более комфортной и результативной.

Методические указания содержат основные теоретические положения таких тем как *электростатика, постоянный электрический ток, магнетизм*. Так же, содержатся примеры решения типовых задач с подробными пояснениями, подбор задач для самостоятельного решения, возможный набор вариантов для использования на практических занятиях.

При решении задачи необходимо придерживаться следующего плана:

1. Изучите условие задачи.
2. Запишите условие в буквенных обозначениях (эту запись лучше делать в колонку с левой стороны). Запись условия задачи следует вести тщательно, ничего не пропуская, и записывать также и те величины, числовые значения которых не задаются явно, но о них можно судить по условию задачи.

Например, если в задаче сказано, что тело остановилось, следует записать, что конечная скорость $v = 0$.

Если часть величин отсутствует в условии, они либо сокращаются, либо их значения приведены в таблице физических величин.

3. Выполните схематический чертёж (схему, график, рисунок), поясняющий содержание условия задачи. Хорошо составленный чертёж или рисунок – половина успеха при решении задачи.

4. Проанализируйте физические процессы, происходящие в ситуации, описанной в условии, и выявите те законы, которым подчиняются эти процессы.

Вспомните математическое выражение этих законов.

5. Запишите уравнения законов и решите полученную систему уравнений относительно искомой величины с целью получения ответа в общем виде.

6. Исследуйте полученное решение в общем виде.

7. Выразите все данные, включая табличные, в одной системе (как правило в единицах СИ).

8. Подставьте числовые значения величин в формулу и вычислите результат. Все расчеты надо вести с вполне разумной точностью: в две - три значащие цифры.

9. Оцените разумность и достоверность полученного результата.

1. Электростатика

1.1 Основные формулы

Согласно закону Кулона, сила действующая между двумя точечными зарядами, определяется по формуле

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}$$

где ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость;

ϵ_0 – электрическая постоянная:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м};$$

q_1, q_2 – величины электрических зарядов;

r – расстояние между зарядами.

Закон сохранения электрического заряда

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const},$$

где $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, входящих в

изолированную систему;

n – число зарядов.

Напряженность электрического поля определяется по формуле

$$\vec{E} = \vec{F} / q,$$

где $\vec{F}$ – сила, действующая на точечный положительный заряд q .

Напряженность поля точечного заряда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r^2},$$

где q – заряд, создающий поле;

r – расстояние от точечного заряда до рассматриваемой точки.

Принцип суперпозиции (наложения) электрических полей, согласно которому напряженность $\vec{E}$ результирующего поля, созданного двумя (и более) точечными зарядами, равна векторной (геометрической) сумме напряженностей складываемых полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n$$

В случае двух электрических полей с напряженностями $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ абсолютное значение вектора напряженности

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \alpha} ,$$

где α – угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$.

Напряженность поля точечного диполя в точке, лежащей на оси диполя ($\alpha = 0$), $r \gg l$

$$E = \frac{2ql}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r^3}$$

и в точке, лежащей на перпендикуляре к плечу диполя, восстановленному из его середины ($\alpha = \pi/2$),

$$E = \frac{ql}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3}$$

Механический момент, действующий на диполь с электрическим моментом p , помещенный в однородное электрическое поле с напряженностью $\vec{E}$,

$$\vec{M} = [\vec{p} \cdot \vec{E}] , \text{ или } M = pE \sin \alpha ,$$

где α – угол между направлениями векторов $\vec{p}$ и $\vec{E}$.

Поток Φ вектора напряженности $\vec{E}$ электрического поля, через произвольную поверхность S помещенную в неоднородное поле,

$$\Phi_E = \int_S E \cos \alpha dS, \text{ или } \Phi_E = \int_S E_n dS,$$

где α – угол между вектором напряженности $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к элементу поверхности;

dS – площадь элемента поверхности;

E_n – проекция вектора напряженности на нормаль.

По теореме Остроградского–Гаусса: поток вектора напряженности $\vec{E}$ через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме свободных электрических зарядов $\sum_{i=1}^n q_i$, охватываемых этой поверхностью,

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i ,$$

Вектор электрического смещения (вектор индукции) и напряженность поля для изотропной среды связаны соотношением

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}.$$

Напряженность поля, образованного заряженной бесконечно длинной нитью (цилиндром),

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r},$$

где τ – линейная плотность заряда на нити;

r – расстояние от нити.

Линейная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по нити, к длине нити (цилиндра):

$$\tau = \Delta q / \Delta l.$$

Напряженность поля, создаваемая равномерно заряженной бесконечно протяженной плоскостью,

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда на плоскости.

Поверхностная плотность заряда есть величина, равная отношению заряда, распределенного по поверхности, к площади этой поверхности:

$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}.$$

Напряженность поля, создаваемого двумя параллельными бесконечными равномерно и разноименно заряженными плоскостями, с одинаковой по абсолютному значению поверхностной плотностью σ заряда (поле плоского конденсатора), расстояние между пластинами которого много меньше их линейных размеров

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$$

Потенциал электрического поля есть величина, равная отношению потенциальной энергии к точечному положительному заряду, помещенному в данную точку поля,

$$\varphi = \frac{W}{q_0},$$

или отношению работы сил поля по перемещению точечного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{A}{q_0}.$$

Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда q из одной точки поля, имеющей потенциал φ_1 , в другую, имеющую потенциал φ_2 ,

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

В случае однородного поля

$$A = qEl \cos \alpha,$$

где l – перемещение;

α – угол между направлениями вектора $\vec{E}$ и перемещения $\vec{l}$.

Потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r},$$

где r – расстояние от заряда до данной точки.

Напряженность электрического поля и потенциал связаны соотношением

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi,$$

или для поля обладающего сферической симметрией

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

В случае однородного поля, т.е. поля напряженность которого в каждой точке его одинакова как по абсолютному значению, так и по направлению,

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d},$$

где φ_1 , и φ_2 – потенциал точек двух эквипотенциальных поверхностей;

d – расстояние между этими двумя поверхностями вдоль электрической силовой линии.

Разность потенциалов между обкладками плоского конденсатора:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sigma d / \epsilon \epsilon_0;$$

Потенциал уединенного проводника и его заряд связаны соотношением

$$q = C \varphi ,$$

где C – емкость уединенного проводника.

Емкость уединенного шара (сферы) радиусом R

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 r$$

Емкость плоского конденсатора определяется по формуле

$$C_{пл} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d} ,$$

где S – площадь пластин (каждой пластины);

d – расстояние между ними;

ϵ – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами;

Емкость плоского конденсатора, заполненного n слоями диэлектрика толщиной d_i каждый с диэлектрическими проницаемостями ϵ_i (слоистый конденсатор) ,

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d_1 / \epsilon_1 + d_2 / \epsilon_2 + \dots + d_n / \epsilon_n} .$$

Емкость системы конденсаторов из n элементов C_i :
при параллельном соединении

$$C = \sum_{i=1}^n C_i ;$$

при последовательном соединении

$$1 / C = \sum_{i=1}^n 1 / C_i .$$

Энергия уединенного заряженного проводника (энергия электростатического поля) может быть найдена по одной из следующих формул:

$$W = \frac{1}{2} q \varphi = \frac{1}{2} C \varphi^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} .$$

Энергия W взаимодействия системы точечных зарядов $q_1, q_2, \dots, q_n$ определяется работой, которую эта система зарядов может совершить при удалении их относительно друг друга в бесконечность, и выражается формулой

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i ,$$

где φ_i – потенциал поля, создаваемого всеми $n - 1$ зарядами (за исключением i -го) в точке, где расположен заряд q_1 .

Энергия заряженного конденсатора

$$\frac{1}{2} qU = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C},$$

где C – емкость конденсатора;

U – разность потенциалов на его пластинах.

Энергия электростатического поля конденсатора

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 E^2 V = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 S d}{\varepsilon \varepsilon_0},$$

где $V = S \cdot d$ – объем конденсатора;

$D = \varepsilon \varepsilon_0 E$ – электрическое смещение.

Величина

$$\omega = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2}$$

называется объемной плотностью энергии электрического поля.
(энергия приходящаяся на единицу объема).

Сила притяжения пластин плоского конденсатора

$$F = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} \cdot S = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S (\Delta \varphi)^2}{2d^2} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon \varepsilon_0}.$$

Количественной мерой поляризации диэлектрика является поляризованность (вектор поляризации).

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{\Delta V},$$

где n – число диполей, содержащихся в объеме ΔV диэлектрика;

$\vec{p}_i$ – электрический момент i -го диполя (отдельной i -ой молекулы или атома)

1.2. Примеры решения задач.

Задача 1. Три одинаковых положительных заряда $q_1 = q_2 = q_3 = 1,73$ нКл расположены в вершинах равностороннего

треугольника. Какой величины заряд q_0 нужно поместить в центре треугольника, чтобы система зарядов находилась в равновесии?

Решение.

Все три заряда, расположенных по вершинам треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому для решения задачи достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы один из этих трех зарядов, например, q_1 находился в равновесии. В соответствии с принципом суперпозиции на любой заряд действует каждый из других зарядов независимо от остальных. $\vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_0$ - силы, с которыми соответственно действуют на заряд q_1 , заряды q_2, q_3, q_0 ; $\vec{F}_{2,3}$ - равнодействующая сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$ (рис. 1).

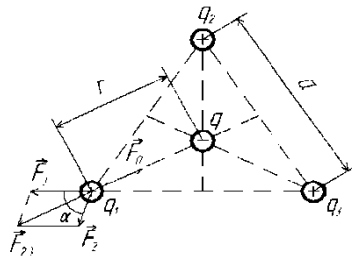


Рис. 1.

$$\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_0 = \vec{F}_{2,3} + \vec{F}_0 = 0 \quad (1)$$

Для равновесия необходимо, чтобы

$$F_{2,3} = F_0 \quad (2)$$

$|F_2| = |F_3|$, так как треугольник равносторонний и заряды равны: $q_2 = q_3$. Из геометрических построений в равностороннем треугольнике

$$r = \frac{a}{\sqrt{3}}, \quad r = \frac{a}{2 \cos 30^\circ} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Равнодействующую $F_{2,3}$ можно определить

$$F_{23} = 2F_2 \cos 30^\circ = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{\epsilon a^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Сила взаимодействия зарядов q_1 и q_0 равна

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q|q_0|}{\epsilon r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q|q_0| \cdot 3}{\epsilon a^2}.$$

Подставив выражения F_0 и $F_{2,3}$ в (2), получим

$$2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{\epsilon a^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q|q_0| \cdot 3}{\epsilon a^2}$$

$$q_0 = \frac{q\sqrt{3}}{3} = \frac{q}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

Подставив в (3) значение q , найдем $|q_0| = 1 \text{ нКл}$.

Равновесие системы зарядов будет неустойчивым.

Ответ: $q_0 = -1 \text{ нКл}$.

Задача 2. В вершинах квадрата со стороной 5 см находятся одинаковые положительные заряды $q = 2 \text{ нКл}$. Определить напряжённость и потенциал электрического поля: 1) в центре квадрата; 2) в середине одной из сторон квадрата.

Решение.

Схема расположения зарядов представлена на рис. 2.

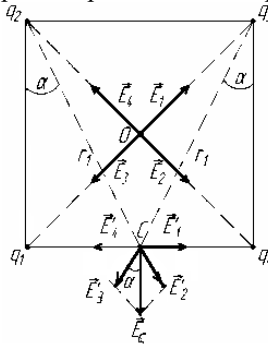


Рис.2.

Так как все заряды равны и точка О (центр квадрата) находится на одинаковом расстоянии от каждого заряда $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, то и напряженность поля создаваемого каждым зарядом равна

$$|E_1| = |E_2| = |E_3| = |E_4| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a^2}, \quad \text{тогда} \quad E_0 = 0, \quad \text{а}$$

$$\text{потенциал} \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \cdot a\sqrt{2}},$$

тогда

$$\varphi_0 = 4\varphi_1 = \frac{2q}{\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} = \frac{q\sqrt{2}}{\pi\epsilon_0 a}.$$

Для точки С $|E'_4| = |E'_1|$ и их равнодействующая равна нулю.

Следовательно, $\vec{E}_c = \vec{E}_2 + \vec{E}_3$, $|E'_2| = |E'_3| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_1^2}$, где

$$r_1 = \sqrt{a^2 + a^2/4} = a\sqrt{5}/2$$

Воспользовавшись свойствами ромба, найдём

$$E_c = 2|E'_2|\cos\alpha, \quad \text{где} \quad \cos\alpha = \frac{a}{r_1} = \frac{a \cdot 2}{a\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$E_c = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot 4}{5a^2} \cdot \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4q}{\pi\epsilon_0 a^2 5\sqrt{5}}.$$

$$\varphi_c = \varphi'_1 + \varphi'_4 + \varphi'_2 + \varphi'_3$$

$$\text{где} \quad \varphi'_1 = \varphi'_4 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot 2}{a} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a},$$

$$\varphi'_2 = \varphi'_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q \cdot 2}{a\sqrt{5}} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a\sqrt{5}}.$$

Следовательно,

$$\varphi_c = 2 \cdot \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a} + 2 \cdot \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a \sqrt{5}} = \frac{q}{\pi\epsilon_0 a} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right) = 1,45 \frac{q}{\pi\epsilon_0 a}.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$E_0 = 0; \varphi_0 = \frac{2 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{2}}{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \cong 2(\text{кВ});$$

$$E_c = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \sqrt{5}} \approx 10,3(\text{кВ/м})$$

$$\varphi_c = 1,45 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-9}}{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \approx 1,4(\text{кВ})$$

Ответ: $E_0 = 0$; $\varphi_0 = 2\text{кВ}$; $E_c = 10,3\text{кВ}$; $\varphi_c = 1,4\text{кВ}$.

Задача 3. Кольцо из проволоки радиусом $R = 10$ см имеет отрицательный заряд $q = -5$ нКл. Найти напряжённости E электрического поля на оси кольца в точках, расположенных от центра кольца на расстоянии L , равном 10 см. На каком расстоянии L_1 от центра кольца напряжённость E электрического поля будет иметь максимальное значение?

Решение.

Возьмём элемент кольца dl (рис. 3). Этот элемент имеет заряд dq .

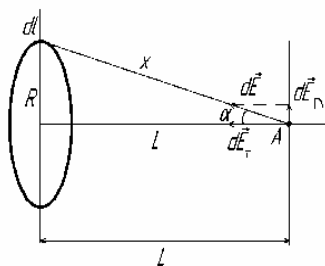


Рис. 3

Напряжённость электрического поля в точке А, созданная этим элементом,

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0\epsilon x^2},$$

где $dq = \tau dl = \frac{q}{2\pi R} \cdot dl$. Она направлена по линии x , соединяющей элемент кольца dl с точкой А. Для нахождения напряжённости поля всего кольца надо векторно сложить $d\vec{E}$ от всех элементов. Вектор $d\vec{E}$ можно разложить на составляющие $d\vec{E}_\tau$ и $d\vec{E}_n$. Составляющие $d\vec{E}_n$ каждых двух диаметрально противоположных элементов взаимно уничтожаются, и тогда

$$E = \int dE_\tau,$$

где $dE_\tau = dE \cos\alpha = dE \cdot \frac{L}{x} = \frac{Ldq}{4\pi\epsilon_0\epsilon x^3}$, следовательно,

$$E = \frac{L}{4\pi\epsilon_0\epsilon x^3} \int dq = \frac{Lq}{4\pi\epsilon_0\epsilon x^3}.$$

Из рис. 3 следует, что $x = \sqrt{R^2 + L^2}$.

Окончательно получим выражение для определения напряжённости электрического поля на оси кольца в виде:

$$E = \frac{Lq}{4\pi\epsilon_0\epsilon (R^2 + L^2)^{3/2}} \quad (1)$$

Выражение (1) – напряжённость электрического поля на оси кольца.

Если $L \gg R$, то $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon L^2}$, то есть на больших расстояниях

заряженное кольцо можно рассматривать как точечный заряд.

Подставляя в (1) числовые значения, получим напряжённости E , равные 0; 1,60; 1,71; 1,60 и 1,15 кВ/м.

Выразим величины x и L через угол α : $R = x \sin \alpha$,
 $L = x \cos \alpha$; и формула (1) примет вид:

$$E = \frac{Lq}{4\pi\epsilon_0\epsilon(x^2 \cos^2 \alpha + x^2 \sin^2 \alpha)^{\frac{3}{2}}} = \frac{Lq}{4\pi\epsilon_0\epsilon x^3} = \frac{q \cdot x \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0\epsilon x^3} =$$

$$= \frac{q \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0\epsilon x^2} = \frac{q \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2}.$$

Для нахождения максимального значения напряжённости E возьмём производную $dE/d\alpha$ и приравняем её к нулю:

$$\frac{dE}{d\alpha} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2} \cdot (-\sin \alpha \cdot \sin^2 \alpha + \cos \alpha \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2} \times$$

$$\times (\cos^2 \alpha \cdot 2 \sin \alpha - \sin^3 \alpha),$$

так как $\frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R^2} \neq 0$, то $(\cos^2 \alpha \cdot 2 \sin \alpha - \sin^3 \alpha) = 0$,

$\sin^3 \alpha = \cos^2 \alpha \cdot 2 \sin \alpha \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha = 2$. Тогда напряжённость электрического поля имеет максимальное значение в точке А, расположенной на расстоянии $L_1 = R / \operatorname{tg} \alpha = R / \sqrt{2} = 7,1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ от центра кольца.

Ответ: $E = 1,6 \text{ кВ/м}$; $L_1 = 7,1 \text{ см}$

Задача 4. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов $U = 800 \text{ В}$. Определить скорость v , приобретенную электроном.

Решение.

По закону сохранения энергии кинетическая энергия E_k , приобретенная зарядом (электроном), равна работе A , совершаемой электрическим полем при перемещении электрона:

$$E_k = A. \quad (1)$$

Работа сил электрического поля при перемещении электрона

$$A = eU, \quad (2)$$

где e – заряд электрона.

$$\text{Кинетическая энергия электрона } E_k = \frac{mv^2}{2}, \quad (3)$$

где m – масса электрона;

v – его скорость.

Подставив в соотношение (1) E_k и A из выражений (2) и (3), получим:

$$1/2mv^2 = eU, \quad \text{откуда} \quad v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}. \quad (4)$$

Выпишем числовые значения величин, входящих в формулу (4), в СИ: $U = 800 \text{ В}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$; $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ (прил. 1).

Вычислим искомую скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 800}{9,11 \cdot 10^{-31}}} \text{ м/с} = 1,68 \cdot 10^7 = 16,8 \text{ Мм/с}.$$

Ответ: $v = 16,8 \text{ Мм/с}$.

Задача 5. К обкладкам плоского конденсатора, заполненного диэлектриком ($\varepsilon = 7$), приложено напряжение $U = 1 \text{ кВ}$. Расстояние между пластинами $d = 5 \text{ мм}$. Определить: 1) напряжённость поля диэлектрике; 2) поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора; 3) поверхностную плотность связанных зарядов на поверхности диэлектрика.

Решение.

Так как электрическое поле между пластинами плоского конденсатора однородное, то

$$U = Ed, \quad E = \frac{U}{d} \quad (1)$$

С другой стороны, напряжённость поля равна $E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$ и $\sigma = \varepsilon\varepsilon_0 E$ (2)

Для определения поверхностной плотности связанных зарядов на поверхности диэлектрика σ' воспользуемся тем, что поверхностная плотность связанных зарядов равна поляризованности P .

$$\sigma' = P = D - \varepsilon_0 E,$$

где $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ - вектор электрического смещения для электрически изотропной среды. Следовательно,

$$\sigma' = \varepsilon\varepsilon_0 E - \varepsilon_0 E = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E \quad (3)$$

Подставив числовые значения в выражения (1), (2), (3), найдём:

$$E = \frac{10^3}{5 \cdot 10^{-3}} = 200 \text{ (кВ/м)},$$

$$\sigma = 7,8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 200 \cdot 10^3 = 12,39 \text{ (мКл/м}^2\text{)},$$

$$\sigma' = (7-1) \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 200 \cdot 10^3 = 10,6 \text{ (мКл/м}^2\text{)}.$$

Ответ: $E = 200 \text{ кВ/м}; \sigma = 12,4 \text{ мКл/м}^2; \sigma' = 10,6 \text{ мКл/м}^2.$

Задача 6. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов $U_1 = 500 \text{ В}$. Площадь пластин $S = 200 \text{ см}^2$, расстояние между ними $d = 1,5 \text{ мм}$. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли парафин ($\varepsilon = 2$). Определить разность потенциалов U_2 между пластинами после внесения диэлектрика. Определить также емкости конденсатора C_1 и C_2 до и после внесения диэлектрика.

Решение

Так как конденсатор отключен от источника напряжения, то при любых изменениях параметров конденсатора будет выполняться закон сохранения заряда

$$q_1 = q_2 = q = \text{const} \quad (1)$$

Из определения электроемкости $C = q/U$ следует

$$C_1 U_1 = C_2 U_2 \quad (2)$$

Емкость конденсатора C_1 и C_2 до и после внесения диэлектрика найдем по формулам:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \text{ и } C_2 = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} = \varepsilon \cdot C_1 \quad (2)$$

Тогда из (2) получаем

$$U_2 = \frac{U_1}{\varepsilon}, \quad U_2 = 250 \text{ В}.$$

Подставив числовые значения в выражение (3), вычислим C_1 и C_2 :

$$C_1 = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{1,5 \cdot 10^{-3}} = 118 \cdot 10^{-12} \text{ (Ф)} = 118 \text{ (пФ)},$$

$$C_2 = 236 \text{ (пФ)}.$$

Ответ: $U_2 = 250 \text{ В}, C_1 = 118 \text{ пФ}, C_2 = 236 \text{ пФ}$

Задача 7. Два заряженных шарика, находящихся на значительном удалении, движутся навстречу друг другу. Их массы и заряды равны соответственно m_1 , m_2 , $+q_1$, $+q_2$. $v_{отн}$. На какое наименьшее расстояние сблизятся шарики, если в начальный момент их относительная скорость равна $v_{отн}$.

Решение.

Полагая систему двух заряженных частиц изолированной, воспользуемся законом сохранения энергии: $W = const$, где W – полная энергия частиц. Последние обладают в каждый момент времени кинетической энергией, а также потенциальной энергией кулоновского взаимодействия.

Когда частицы находятся вдалеке друг друга, то их потенциальной энергией можно пренебречь.

Тогда полная энергия системы равна:

$$W_1 = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2},$$

где v_1 и v_2 – скорости частиц в выбранной системе отсчета.

Так как векторы $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ направлены противоположно, то значения v_1 и v_2 связаны с заданной относительной скоростью $v_{отн}$ соотношением:

$$\vec{v}_{отн} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \text{ или } v_{отн} = |\vec{v}_1 - \vec{v}_2| = v_1 + v_2,$$

При сближении частиц потенциальная энергия их кулоновского взаимодействия (отталкивания), будучи величиной положительной, начнет увеличиваться. Следовательно, суммарная кинетическая энергия частиц станет уменьшаться. Частицы не могут как угодно близко подойти друг к другу, иначе их потенциальная энергия оказалась бы больше полной энергии W_1 , противоречит условию $W = const$.

При наибольшем сближении частиц, когда расстояние между ними равно r_{min} полная энергия равна:

$$W_2 = W_{min} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{min}}, \quad (3)$$

где W_{min} – кинетическая энергия системы.

Чтобы найти $W_{\min}$, учтем, что в момент наибольшего сближения частиц их скорости будут одинаковыми: $\vec{v}_{1\min} = \vec{v}_{2\min} = \vec{v}$. Действительно, когда скорости частиц неодинаковые, расстояние между ними растет или уменьшается и, следовательно, не является минимальным.

Применив к системе закон сохранения импульса, запишем:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v, \quad (4)$$

где $p_1 = m_1 v_1 - m_2 v_2$ - импульс системы удаленных частиц, $p_2 = (m_1 + m_2) v$ - импульс системы при наибольшем сближении. При этом вектор $\vec{v}$ предположительно выбран совпадающим по направлению с вектором $\vec{v}_1$ (очевидно, при подсчете кинетической энергии направление скорости несущественно).

Из уравнения (4) имеем:

$$v = \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)}{m_1 + m_2},$$

тогда для величины $W_{\min}$ получим:

$$W_{\min} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}, \quad (5)$$

Подставив (5) в (3) и приравняв правые части (1) и (3) на основе закона сохранения энергии, а также учитывая (2), найдем:

$$r_{\min} = \frac{q_1 q_2 (m_1 + m_2)}{2\pi \varepsilon_0 m_1 m_2 v_{отн}^2}.$$

Задача 8. Плоский конденсатор, расстояние между пластинами которого $d_1 = 3$ см, заряжен до разности потенциалов $U_1 = 300$ В и отключен от источника. Каким будет напряжение на пластинах конденсатора, если его пластины раздвинуть до расстояния $d_2 = 6$ см?

Решение.

До раздвижения пластин емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d_1}, \quad (1)$$

где ε - диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего пространство между пластинами конденсатора;

ε_0 – электрическая постоянная;
 S – площадь пластин конденсатора.
 Напряжение на пластинах конденсатора

$$U_1 = \frac{q}{C_1}, \quad (2)$$

где q – заряд конденсатора.

Подставляя в выражение (2) значения из формулы (1), находим

$$U_1 = \frac{qd_1}{\varepsilon_0 \varepsilon S}. \quad (3)$$

Аналогично получим напряжение между пластинами после их раздвижения:

$$U_2 = \frac{qd_2}{\varepsilon_0 \varepsilon S}. \quad (4)$$

В выражениях (3) и (4) заряд q одинаков, так как конденсатор отключен от источника напряжения и никаких потерь заряда не происходит.

Разделим выражение (3) и (4) и, произведя сокращения, получим

$$\text{Выполним вычисление: } U_2 = \frac{0,06}{0,03} 300 \text{ В} = 600 \text{ В}.$$

Ответ: $U_2 = 600 \text{ В}$

Задача 9. Плоский конденсатор с площадью $S=50 \text{ см}^2$ и расстоянием между пластинами $d=2 \text{ мм}$ заряжен до разности потенциалов $U=100 \text{ В}$. Диэлектрик – фарфор. Определить энергию поля и объемную плотность энергии поля конденсатора. Дано: $S = 50 \text{ см}^2$; $d = 2 \text{ мм}$; $U = 100 \text{ В}$; $W = ?$; $\omega = ?$

Решение.

Энергия конденсатора может быть определена по формуле

$$W = CU^2/2, \quad (1)$$

где C – емкость конденсатора;

U – разность потенциалов, до которой заряжены его пластины.

Но

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \quad (2)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей про-

странство между пластинами;

ε_0 – электрическая постоянная ($\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м).

Подставив выражение (2) в формулу (1), получим

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d}. \quad (3)$$

Объемная плотность энергии поля конденсатора – физическая величина, определяемая отношением энергии к объему, и поэтому может быть вычислена по формуле

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d S d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon U^2}{2d^2}, \quad (4)$$

где $V = Sd$ – объем пространства между пластинами конденсатора.

Запишем числовые значения величин, входящих в (4), в СИ:
 $S = 50 \cdot 10^{-4}$ м; $\varepsilon = 5$; $d = 2 \cdot 10^{-3}$ м.

Вычислим искомые величины по формулам (3) и (4):

$$W = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 50 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж} = 5,54 \cdot 10^{-7} \text{ Дж} = 554 \text{ нДж};$$

$$\omega = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^4}{2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3} = 5,54 \cdot 10^{-2} \text{ Дж/м}^3 = 55,4 \text{ мДж/м}^3.$$

Ответ: $W = 554 \text{ нДж}$; $\omega = 55,4 \text{ мДж/м}^3$.

Задача 10. Материальная точка массой 10^{-7} кг, имеющая заряд 1 мкКл, имеет скорость 3000 м/с. На какое минимальное расстояние она может приблизиться к точечному заряду величиной 10 мкКл?

Решение.

Поскольку электростатическое поле, создаваемое зарядом q_0 , потенциально, то при движении в нем разряда q выполняется закон сохранения полной механической энергии:

$$W_1 + \frac{mv_1^2}{2} = W_2, \quad (1)$$

где W_1 и W_2 – потенциальные энергии заряда q в электростатическом поле заряда q_0 в начальный момент и в момент максимального сближения с источником поля.

Используем следующее выражение для потенциальной энергии через потенциал поля $\varphi(r)$:

$$W = q \varphi(r), \quad \varphi(r) = \frac{kq_0}{r}.$$

Можно считать, что в начальный момент заряд находится бесконечно далеко от q_0 , поэтому $\varphi(r_1) = 0$. Подставляя в формулу (1) выражение для W_2 с учетом $\varphi(r_2)$, получаем уравнение для определения r_2 :

$$\frac{mv_1^2}{2} = k \frac{qq_0}{r_2}.$$

Откуда находим:

$$r_2 = \frac{2kqq_0}{mv_1^2}.$$

Подставляем числовые значения и получаем: $r_2 = 0,2$ м.

Ответ: $r_2 = 0,2$ м.

Задача 11. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин 30 см^2 получил заряд 10^{-9} Кл. Определить ускорение электрона, пролетающего через такой конденсатор. Как изменится напряжённость поля, если заполнить конденсатор парафином?

Решение

На электрон пролетающий конденсаторе действует сила (рис. 4) со стороны электростатического поля:

$$F = eE \quad (1)$$

где e – заряд электрона;

E – напряжённость электростатического поля между обкладками конденсатора.

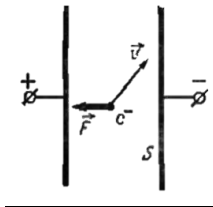


Рис. 4.

Ускорение можно найти пользуясь вторым законом Ньютона:

$$a = \frac{F}{m} \quad (2)$$

Подставив выражение (1) в выражение (2) получим:

$$a = \frac{eE}{m} \quad (3)$$

Напряженность поля E определяется как: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$ (4). Учитывая,

что поверхностная плотность заряда σ обкладок конденсатора $\sigma = \frac{q}{S}$ получим:

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S} \quad (5)$$

Решая совместно (3) и (4) найдем:

$$a = \frac{qe}{S \varepsilon_0 \varepsilon m}.$$

Подставляем числовые значения и получаем:

$$a = \frac{10^{-9} \text{ Кл} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \times \text{Н} \times \text{м}^2}{30 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ Кл} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} = 6,62 \cdot 10^{15} \text{ м/с}^2$$

Если пространство между обкладками заполнить парафином ($\varepsilon = 7$), то из формулы (5) видно, что напряженность уменьшится в семь раз: $\frac{E_1}{E_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S d}{d \varepsilon_0 \varepsilon_1 S} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = 7$

Ответ: $a = 6,62 \cdot 10^{15} \text{ м/с}^2$

Задача 12. Плоский воздушный конденсатор с пластинами площадью 200 см^2 и расстоянием между ними 3 мм заряжен до напряжения 1200 В и отключен от источника (рис. 5). Расстояние между пластинами увеличивают в два раза. Какое

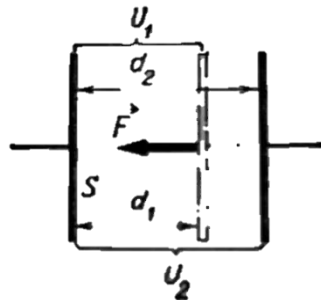


Рис. 5

напряжение будет на конденсаторе? Чему равна проделанная работа? С какой силой взаимодействовали пластины?

Решение

Так как конденсатор отключен от источника тока, то заряд на обкладках конденсатора остается постоянным:

$$q = C_1 U_1 = C_2 U_2 \quad (1)$$

$$\text{Отсюда: } U_2 = \frac{C_1 U_1}{C_2} \quad (2).$$

$$\text{Емкость плоского конденсатора определяют как } C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \quad (3).$$

Из формул (2) и (3) следует;

$$U_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U_1 d_2}{d_2 \varepsilon_0 \varepsilon S} = \frac{d_2 U_1}{d_1} = \frac{2d_1}{d_1} U_1 = 2U_1 = 2 \cdot 1200 \text{ В} = 2400 \text{ В}.$$

Работу определим как разность энергий конденсатора после и до раздвигания пластин:

$$A = \frac{C_2 U_2^2}{2} - \frac{C_1 U_1^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S \cdot 4U_1^2}{2d_1 \cdot 2} - \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U_1^2}{d_1 \cdot 2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U_1^2}{2d_1} = \frac{8,44 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot 200 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 1200^2 \text{ В}^2}{H \cdot \text{м}^2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}} =$$

$$= 4,25 \cdot 10^{-5} \text{ Дж};$$

Силу взаимодействия определим как:

$$F = qE_1 = q \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\sigma^2 S}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\varepsilon_0^2 \varepsilon^2 E^2 S}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon U_1^2 S}{2d_1^2} =$$

$$= \frac{8,84 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot 1200^2 \text{ В}^2 \cdot 200 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2}{H \cdot \text{м}^2 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2} = 1,416 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$$

Ответ: $U_2 = 2400 \text{ В}$, $A = 4,25 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$, $F = 1,416 \cdot 10^{-2} \text{ Н}$.

Задача 13. Два одинаковых шарика на нитях равной длины подвешены в одной точке. Когда их заряжают одноименными зарядами, нити расходятся на какой-то угол. Какова должна быть плотность материала шариков, чтобы этот угол не изменился при погружении системы в глицерин.

Решение

На шарики находящиеся в воздухе действуют три силы: сила тяжести mg , сила кулоновского взаимодействия F_k и сила натяжения

нити T (рис. 6, а). При погружении шариков в глицерин появляется ещё одна сила – сила Архимеда F_A (рис. 6, б).

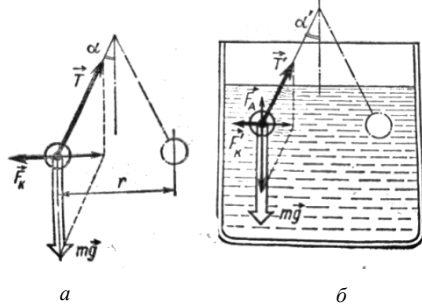


Рис. 6

Из проекций сил имеем: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_k}{mg}$; $\operatorname{tg} \alpha' = \frac{F_k'}{mg - F_A}$.

Так как угол расхождения нитей не изменяется то $\frac{F_k}{mg} = \frac{F_k'}{mg - F_A}$ (1).

Сила кулоновского взаимодействия в двух случаях равна

$F_k = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2}$ (2) и $F_k' = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon' r^2}$ (3). Решая совместно выражения

(1), (2) и (3) получим:

$$\frac{\frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r^2}}{mg} = \frac{\frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon' r^2}}{mg - F_A} \text{ или } \frac{1}{mg \varepsilon} = \frac{1}{(mg - F_A) \varepsilon'}. \text{ Преобразовав последнее}$$

выражение, имеем:

$$mg \varepsilon = (mg - F_A) \varepsilon' \quad (4)$$

Массу шарика m представим как $m = \rho V$ (5) а силу Архимеда F_A

как $F_A = \rho' g V$ (6). Тогда из уравнений (4), (5) и (6) следует:

$$\rho V g \varepsilon = (\rho V g - \rho' g V) \varepsilon' \text{ или } \rho \varepsilon = (\rho - \rho') \varepsilon' \quad (7).$$

Решая уравнение (7) относительно неизвестной величины получим:

$$\rho = \frac{\rho' \varepsilon'}{\varepsilon' - \varepsilon}.$$

Подставляя табличные значения, найдем значение плотности шарика:

$$\rho = \frac{1260 \cdot 2}{2 - 1} = 2520 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Ответ: $\rho = 2520 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Задача 14. Два металлических шара радиусами 3 и 12 см имеют заряды соответственно $5 \cdot 10^{-8}$ Кл и $12 \cdot 10^{-8}$ Кл. Их соединяют тонкой проволокой. В какую сторону начнут двигаться заряды? Какие заряды установятся на каждом шаре после достижения равновесия? Каков будет установившийся потенциал?

Решение

После соединения шаров проводником (рис. 7) начнется процесс перераспределения зарядов до выравнивания потенциалов их поверхностей.

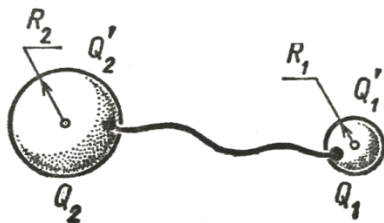


Рис. 7

Согласно закону сохранения заряда:

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2 \quad (1)$$

Потенциалы поверхности шаров до соединения

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1} \quad (2);$$

$$\varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon R_2} \quad (3)$$

После соединения потенциалы шаров станут одинаковыми:

$$\varphi'_1 = \frac{q'_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1} = \varphi'_2 = \frac{q'_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon R_2} = \varphi \quad (4)$$

Из выражений (1) и (2) получим два уравнения с двумя неизвестными:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{q'_1}{R_1} = \frac{q'_2}{R_2}; \\ q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2 \end{array} \right.$$

Преобразуем первое:

$$\frac{q'_1}{R_1} = \frac{q'_2}{R_2}, \frac{q'_1 + q'_2}{q_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2};$$

$$\frac{q'_1 + q'_2}{q'_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

Отсюда

$$q'_2 = \frac{(q_1 + q_2)R_2}{R_1 + R_2} = \frac{17 \cdot 10^{-8} \text{ Кл} \cdot 0,12 \text{ м}}{0,12 \text{ м}} = 13,6 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

Аналогично

$$\frac{q'_1}{q'_1 + q'_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Откуда

$$q'_1 = \frac{(q_1 + q_2)R_1}{R_1 + R_2} = \frac{17 \cdot 10^{-8} \text{ Кл} \cdot 0,03 \text{ м}}{0,15 \text{ м}} = 3,4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

Установившийся потенциал

$$\varphi = \frac{q'_1 + q'_2}{C_1 + C_2} = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon(R_1 + R_2)} = \frac{17 \cdot 10^{-8} \text{ Кл} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2}{4\pi \cdot 8,84 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2 \cdot 0,15 \text{ м}} = 1,02 \cdot 10^4 \text{ В}$$

Ответ: $q'_1 = 3,4 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$ $q'_2 = 13,6 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$, $\varphi = 1,02 \cdot 10^4 \text{ В}$

1.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Сила F взаимодействия между двумя точечными зарядами $q_1 = 2 \text{ нКл}$ и $q_2 = 1 \text{ нКл}$, расположенными в воде, равно $0,5 \text{ мН}$. На каком расстоянии находятся заряды?

2. Двум шарикам одного размера и равной массы $m = 30 \text{ мг}$ сообщили по равному одноименному заряду. Какой заряд q был сообщен каждому шарiku, если сила взаимного отталкивания зарядов уравнивала силу взаимного притяжения шариков по закону тяготения Ньютона? Шарики рассматривать как материальные точки.

3. Четыре одинаковых заряда $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 1 \text{ нКл}$ расположены по вершинам квадрата. Какой отрицательный заряд надо поместить в

центре квадрата, чтобы его притяжение уравновесило силы взаимного отталкивания зарядов?

4. Тонкое кольцо радиусом $R = 10$ см несет равномерно распределенный заряд $q = 0,1$ мкКл. На перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его середины, находится точечный заряд $q_1 = 10$ нКл. Определить силу F , действующую на точечный заряд q_1 со стороны заряженного кольца, если он удален от центра кольца на $l = 20$ см.

5. На шелковой нити подвешен шарик массой $m = 0,1$ г, несущий на себе заряд Q . Если на расстоянии $r = 7$ см ниже шарика поместить такой же заряд, то сила натяжения уменьшится в два раза. Найти заряд шарика.

6. Два разноименных точечных заряда притягиваются в вакууме на расстоянии $r = 10$ см с такой же силой, как и в керосине. Определить, на каком расстоянии располагаются заряды в керосине.

7. Два точечных заряда $q_1 = 10$ нКл и $q_2 = -8$ нКл расположены на расстоянии $d = 20$ см друг от друга. Найти силу, действующую на заряд $q = 2$ нКл, расположенный посередине между зарядами q_1 и q_2 .

8. На каком расстоянии друг от друга следует поместить два одноименных точечных заряда в воде, чтобы они отталкивались с такой же силой, с какой эти заряды отталкиваются в вакууме на расстоянии $r_1 = 9$ см?

9. Какую разность потенциалов должен пройти электрон, чтобы приобрести скорость $v = 20$ Мм/с?

10. Расстояние d между зарядами $q_1 = 100$ нКл и $q_2 = 50$ нКл равно 10 см. Определить силу F , действующую на заряд $Q_3 = 1$ нКл, отстоящий на $r_1 = 8$ см от заряда q_1 и на $r_2 = 6$ см от заряда q_2 .

11. Два точечных заряда $q_1 = 1,6$ нКл и $q_2 = 0,4$ нКл расположены на расстоянии $d = 12$ см один от другого. Где надо поместить третий положительный заряд q , чтобы он оказался в равновесии?

12. Электрон влетел в однородное поле с напряженностью $E = 20$ кВ/м в направлении его силовых линий. Начальная скорость электрона $v_0 = 1,2$ Мм/с. Найти ускорение, приобретаемое электроном в поле, и скорость через $t = 0,1$ нс.

13. Два заряда $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = -3$ нКл находятся на расстоянии $l = 20$ см друг от друга. Найти напряженность и потенциал в точке поля, расположенной на продолжении линии, соединяющей заряды на расстоянии $r = 10$ см от первого заряда.

14. На заряд $q_1 = 1$ нКл, находящийся в поле точечного заряда q на расстоянии $r = 10$ см от него, поле действует с силой $F = 3$ мкН. Определить напряженность и потенциал в точке, где находится заряд q_1 . Найти также значение заряда q .

15. Два заряда $q_1 = 30$ нКл и $q_2 = -30$ нКл расположены на расстоянии $l = 25$ см друг от друга. Найти напряженность и потенциал в точке, лежащей на прямой, соединяющей заряды, на расстоянии $r = 5$ см от первого заряда.

16. Расстояние r между двумя точечными зарядами $Q_1 = 1$ нКл и $Q_2 = -30$ нКл равно 20 см. Найти напряженность и потенциал в точке, лежащей посередине между зарядами.

17. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами $Q_1 = 50$ нКл и $Q_2 = 100$ нКл. Расстояние между зарядами $l = 10$ см. Где и на каком расстоянии от первого заряда находится точка, в которой напряженность поля равна нулю?

18. Заряд $Q = 1$ нКл перемещается под действием сил поля из одной точки поля в другую, при этом совершается работа $A = 0,2$ мкДж. Определить разность потенциалов этих точек поля.

19. Два заряда $Q_1 = 3$ нКл и $Q_2 = 1,2$ нКл находятся на расстоянии $l = 10$ см друг от друга. Найти напряженность поля на протяжении линии, соединяющей заряды, на расстоянии $r = 6$ см от второго заряда. Определить также напряженность в этой точке, если второй заряд отрицательный.

20. Электрон, начальная скорость которого $v_0 = 1$ Мм/с, влетел в однородное электрическое поле с напряженностью $E = 100$ В/м так, что начальная скорость электрона противоположна напряженности поля. Найти энергию электрона по истечении времени $t = 10$ нс.

21. Два точечных заряда $Q_1 = 1$ мкКл и $Q_2 = 2$ мкКл находятся на расстоянии $r_1 = 40$ см. Какую работу надо совершить, чтобы сблизить их до расстояния $r_2 = 20$ см?

22. Поле создано точечным зарядом Q . В точке, отстоящей от заряда на расстоянии $r = 30$ см, напряженность $E = 2$ кВ/м. Определить потенциал φ в этой же точке и заряд Q .

23. Заряд $Q_1 = 10$ нКл создает электрическое поле. Какую работу совершат силы этого поля, если оно переместит заряд $Q_2 = 1$ нКл вдоль силовой линии из точки, находящейся от заряда на расстоянии $r_1 = 8$ см, до расстояния $r_2 = 1$ м?

24. В поле точечного заряда Q_1 из точки, отстоящей на расстоянии $r_1 = 5$ см от этого заряда, движется вдоль силовой линии заряд $q = 1$

мкКл. Определить заряд q_1 , если при перемещении заряда q на расстояние $l = 5$ см полем совершена работа $A = 1,8$ мДж.

25. Расстояние r_1 между двумя точечными зарядами $q_1 = 10$ нКл и $q_2 = 3$ нКл равно 30 см. Определить работу, которую надо совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния $r_2 = 10$ см.

26. Заряженная капля жидкости массой $m = 0,01$ г находится в равновесии в поле горизонтально расположенного плоского конденсатора. Расстояние между пластинами конденсатора $d = 4$ мм, разность потенциалов между ними $U = 200$ В. Определить заряд капли.

27. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин $S = 100$ см² и расстоянием между ними $d = 2$ мм заряжен до разности потенциалов $U = 400$ В. Найти энергию поля конденсатора.

28. Заряженная частица с начальной скоростью, равной нулю, пройдя некоторую разность потенциалов, приобрела скорость $v = 2$ Мм/с. Какую разность потенциалов прошла частица, если удельный заряд ее (отношение заряда к массе) $\frac{q}{m} = 47 \frac{\text{МКл}}{\text{кг}}$?

29. Разность потенциалов на пластинах плоского конденсатора $U = 300$ В. Площадь каждой пластины $S = 100$ см² и заряд $Q = 10$ нКл. Определить расстояние между пластинами.

30. Между пластинами плоского конденсатора находится плотно прилегающая к ним эбонитовая пластинка. Конденсатор заряжен до разности потенциалов $U = 60$ В. Какой будет разность потенциалов, если вытащить эбонитовую пластинку из конденсатора?

31. Плоский конденсатор с расстоянием между пластинами $d = 0,5$ см заряжен до разности потенциалов $U = 300$ В. Определить объемную плотность энергии w поля конденсатора, если диэлектрик – слюда.

32. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = 120$ В. Площадь каждой пластины $S = 100$ см², расстояние между ними $d = 3$ мм. Между пластинами находится воздух. Найти заряд каждой пластины.

33. Конденсатору, емкость которого $C = 0,5$ мкФ, сообщен заряд $Q = 3$ нКл. Определить энергию поля конденсатора.

33. Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный по площади заряд с поверхностными плотностями $\sigma_1 = 1 \text{ нКл/м}^2$ и $\sigma_2 = 3 \text{ нКл/м}^2$.

Определить напряженность E поля: 1) между пластинками; 2) вне пластин. Построить график изменения напряженности вдоль линии, перпендикулярной пластинам.

2. Постоянный электрический ток

2.1 Основные формулы

Сила тока численно равна заряду, проходящему через поперечное сечение S проводника в единицу времени

$$I = \frac{q}{t},$$

где q – заряд, переносимый через поперечное сечение проводника;
 t – время прохождения заряда.

Плотность электрического тока $j = \frac{dI}{dS_n}$, или $\vec{j} = en < \vec{v} >$,

где $dS_n = dS \cos(\vec{j} \wedge \vec{n})$;

$< \vec{v} >$ – средняя скорость упорядоченного движения носителей заряда и их концентрация n .

Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

где σ – удельная проводимость вещества проводника, а в интегральной форме для участка цепи, не содержащего ЭДС,

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление вещества проводника.

Удельное сопротивление металлов зависит от температуры t^0C :

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t),$$

где ρ_0 – удельное сопротивление при 0^0C ;

α – температурный коэффициент сопротивления (для электролитов и полупроводников температурный коэффициент α отрицателен).

Сопротивление соединения проводников:

последовательно $R = \sum_{i=1}^n R_i$;

параллельно $1/R = \sum_{i=1}^n 1/R_i$.

где R_i – сопротивление i -го проводника;

n – число проводников.

Закон Ома:

для неоднородного участка цепи $I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm E_{12}}{R} = U/R$;

для однородного участка цепи ($E_{12}=0$) $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = U/R$;

для замкнутой цепи $\varphi_1 = \varphi_2$, тогда $I = E/R$.

Здесь $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка цепи;

E_{12} – ЭДС источников тока, входящих в участок;

U – напряжение на участке цепи;

R – сопротивление цепи (участка цепи);

E – ЭДС всех источников тока цепи.

Закон Джоуля–Ленца выражает количество теплоты, выделяемое на участке цепи при прохождении по нему тока I за время t ($I = \text{const}$)

$$Q = I^2 R t.$$

Если других эффектов, кроме нагревания проводников, не возникает, то количество выделяемой теплоты подсчитывается по формуле

$$Q = IU t = \frac{U^2}{R} t.$$

Закон Джоуля–Ленца в дифференциальной (локальной) форме

$$\omega = \rho j^2 = \rho (E/\rho)^2 = \sigma E^2,$$

где ω – объемная плотность тепловой мощности тока;

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ – удельная электрическая проводимость.

Мощность, развиваемая током на рассматриваемом участке цепи,

$$P = IU = (\varphi_1 - \varphi_2) I + EI.$$

Мощность, выделяемая во внешней цепи,

$$P_{\text{вн}} = UI = (E - Ir)I = EI - I^2r,$$

где EI – полная мощность;

I^2r – расходуемая во внутренней части цепи.

Первое правило Кирхгофа. Алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле, равна нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

Второе правило Кирхгофа. В любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжений ($U = \pm IR$) на всех участках контура равна алгебраической сумме ЭДС в контуре:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^k E_i,$$

где I_i – сила тока на i – м участке;

R_i – активное сопротивление на i – м участке;

E_i – ЭДС источника на i – м участке;

k – число участков, содержащих источники тока;

n – число участков, содержащих активное сопротивление.

Контактная разность потенциалов на границе двух металлов с концентрацией свободных электронов n_1 и n_2 (по классической электронной теории) состоит из внутренней и внешней:

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} - \frac{A_1 - A_2}{e},$$

где k – постоянная Больцмана;

T – температура спая;

e – заряд электрона;

A_1, A_2 – работы выходов свободного электрона из металлов.

Термоэлектродвижущая сила, возникающая в термопаре,

$$E = \alpha (T_1 - T_2),$$

где α – удельная термо-ЭДС. $\alpha = \frac{k}{e} \ln(n_1 / n_2)$;

$(T_1 - T_2)$ разность температур спаев термопары.

2.2 Примеры решения задач

Задача 1. Определить заряд, прошедший по проводу с сопротивлением $r = 3 \text{ Ом}$ при равномерном нарастании напряжения на концах провода от $U_0 = 2 \text{ В}$ до $U = 4 \text{ В}$ в течение времени $t = 20 \text{ с}$.

Решение.

Так как сила тока в проводе изменяется, то воспользоваться для подсчета заряда формулой $q=It$ нельзя. Поэтому возьмем дифференциал заряда

$$dq=Idt \quad (1)$$

и проинтегрируем

$$q=\int_0^t Idt. \quad (2)$$

Выразив силу тока по закону Ома, получим

$$q=\int_0^t \frac{U}{r} dt. \quad (3)$$

Напряжение U в данном случае, переменное. В силу равномерности нарастания оно может быть выражено формулой

$$U = U_0 + Ct. \quad (4)$$

где C – коэффициент пропорциональности.

Подставив это выражение U в формулу (3), найдем

$$q = \int_0^t \left(\frac{U_0}{r} + \frac{Ct}{r} \right) dt = \frac{U_0}{r} \int_0^t dt + \frac{C}{r} \int_0^t t dt.$$

Проинтегрировав, получим

$$q = \frac{U_0 t}{r} + \frac{Ct}{2r} = \frac{t}{2r} (2U_0 + Ct). \quad (5)$$

Значение коэффициента пропорциональности C найдем из формулы (4), если примем, что при $t=20 \text{ с}$, $U=4 \text{ В}$:

$$C = \frac{U - U_0}{t} = \frac{4 \text{ В} - 2 \text{ В}}{20 \text{ с}} = 0,1 \text{ В/с}$$

Подставив числовые значения в выражение (5), получим

$$q = \frac{20}{2 \cdot 3} (2 \cdot 2 + 0,1 \cdot 20) \text{ Кл} = 20 \text{ Кл}.$$

Ответ : $q = 20 \text{ Кл}$

Задача 2. Между пластинками конденсатора площадью 250 см^2 каждая находится 375 см^3 водорода. Концентрация ионов в газе составляет $5,3 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$. Какое напряжение нужно приложить к пластинам, чтобы получить ток силой 2 мкА ? Подвижность ионов: положительных $U_+ = 5,4 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$, отрицательных $U_- = 7,4 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

Решение.

Напряжение U на пластинах конденсатора связано с напряженностью E электрического поля и расстоянием d между пластинами соотношением

$$U = Ed. \quad (1)$$

Напряженность поля может быть найдена из выражения плотности тока $\delta = qn_0 (U_+ - U_-) E$.

Отсюда

$$E = \frac{\delta}{qn_0(U_+ + U_-)} = \frac{I}{qn_0(U_+ + U_-)S}.$$

Так как объем пространства, заключенного между пластинами, равен Sd , то

$$d = \frac{V}{S}.$$

Подставив выражения E и d в формулу (1), получим

$$U = \frac{I V}{qn_0(U_+ + U_-)S^2} \quad (2)$$

Произведем вычисления:

$$U = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 3,75 \cdot 10^{-4}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 5,3 \cdot 10^{13} (5,4 + 7,4) \cdot 10^{-4} \cdot 6,25 \cdot 10^{-4}} \text{ В} = 110 \text{ В}$$

Ответ: $U = 110 \text{ В}$

Задача 3. Какой заряд пройдет по проводнику, если в течение $t = 10,0 \text{ с}$ сила тока уменьшилась равномерно от $I_0 = 10 \text{ А}$ до $I = 5 \text{ А}$?

Решение.

1) Величина заряда dq , проходящего через поперечное сечение проводника за время dt , связана с силой тока соотношением $I = \frac{dq}{dt}$.

Если в эту формулу вместо элементарных величин dq и dt подставить конечные значения q и t , то получим среднее значение силы тока I_{cp} за время t , т.е. $I_{cp} = q/t$. Отсюда искомый заряд

$$q = I_{cp} t.$$

Поскольку сила тока в цепи изменялась равномерно, т.е. являлась линейной функцией времени, в качестве среднего значения I_{cp} можно взять среднее арифметическое между начальным и конечным значениями силы тока за время t . Следовательно,

$$q = (I_0 + I) t/2 = 75 \text{ Кл}$$

Задача 4. Определить плотность тока в медной проволоке длиной $l = 10 \text{ м}$, если разность потенциалов на её концах $\varphi_1 - \varphi_2 = 12 \text{ В}$.

Решение.

Плотность тока, определяемую формулой $j = \frac{dI}{dS}$, найдём, выразив силу тока I по закону Ома для однородного участка цепи.

Тогда с учётом $R = \rho \frac{l}{S}$ получим

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2) S / \rho \cdot l$$

Отсюда плотность тока

$$j = \frac{dI}{dS} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\rho \cdot l} \quad (1)$$

К этому результату можно прийти, применив закон Ома в дифференциальной форме,

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}, \quad (2)$$

предварительно выразив напряжённость электрического поля внутри однородного проводника через разность потенциалов на концах проводника и его длину:

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2) / l$$

Подставив это значение E в (2) и учитывая, что $\sigma = 1/\rho$, снова получим ответ (1).

Взяв из справочных таблиц значение удельного сопротивления меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ и выполнив вычисление по формуле (1), найдём: $j = 7 \cdot 10^7 \text{ А/м}^2$.

Задача 5. В цепи (рис. 8) амперметр показывает силу тока $I = 1,5 \text{ А}$. Сила тока I_1 через сопротивление R_1 равна $0,5 \text{ А}$. Сопротивление $R_2 = 2 \text{ Ом}$, $R_3 = 3 \text{ Ом}$. Определить сопротивление R_1 , а также силу токов I_2 и I_3 , протекающих через сопротивление R_2 и R_3 .

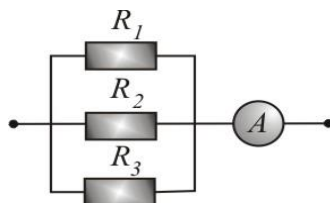


Рис. 8

Решение

Обозначим на схеме направление тока для каждого элемента (рис. 9).

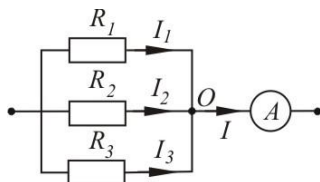


Рис 9.

Для узла O запишем первое правило Кирхгофа:

$$I_1 + I_2 + I_3 = I. \quad (1)$$

Сопротивления R_1 , R_2 и R_3 соединены параллельно, поэтому напряжения на них одинаковы:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2, \quad (2)$$

$$I_2 R_2 = I_3 R_3. \quad (3)$$

Решим систему уравнений (1) – (3) относительно I_2 , I_3 и R_1 .

Из (1) выражаем I_2 :

$$I_2 = I - I_1 - I_3 \quad (4)$$

и подставляем в (3)

$$(I - I_1 - I_3) R_2 = I_3 R_3. \quad (5)$$

Из уравнения (5) находим I_3 :

$$I_3 = \frac{(I - I_1) \cdot R_2}{R_2 + R_3};$$

$$I_3 = \frac{(1,5 - 0,5) \cdot 2}{2 + 6} = 0,25 \text{ A.}$$

Из уравнения (4) вычисляем I_2 :

$$I_2 = 1,5 - 0,5 - 0,25 = 0,75 \text{ A.}$$

Из уравнения (2) находим R_1 :

$$R_1 = \frac{I_2 R_2}{I_1}.$$

$$R_1 = \frac{0,75 \cdot 2}{0,5} = 3 \text{ Ом.}$$

Ответ: $I_2 = 0,75 \text{ A}$, $I_3 = 0,25 \text{ A}$, $R_1 = 3 \text{ Ом}$.

Задача 6. Когда к источнику тока подключили резистор сопротивлением $R_1 = 5 \text{ Ом}$, то сила тока стала $I_1 = 1 \text{ A}$, а когда подключили резистор сопротивлением $R_2 = 15 \text{ Ом}$, то $I_2 = 0,5 \text{ A}$. Определить ЭДС источника тока, его внутреннее сопротивление и ток короткого замыкания.

Решение.

Запишем закон Ома для замкнутой цепи для каждого резистора:

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r}; \\ I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r}. \end{cases} \quad (1)$$

Решаем систему относительно r и $\mathcal{E}$:

$$\begin{cases} I_1(R_1 + r) = \mathcal{E}; \\ I_2(R_2 + r) = \mathcal{E}; \end{cases} \quad (2)$$

$$I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r).$$

Отсюда получаем

$$r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1};$$

$$r = \frac{1 \cdot 5 - 0,5 \cdot 15}{0,5 - 1} = 5 \text{ Ом}.$$

Зная величину внутреннего сопротивления r , найдем ЭДС источника тока, используя, например, первое уравнение системы (2):

$$\varepsilon = I_1(R_1 + r) = 1(5 + 5) = 10 \text{ В}.$$

Ток короткого замыкания

$$I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r};$$

$$I_{\text{кз}} = \frac{10}{5} = 2 \text{ А}.$$

Ответ: $\varepsilon = 10 \text{ В}$, $r = 5 \text{ Ом}$, $I_{\text{кз}} = 2 \text{ А}$.

Задача 7. В схеме, изображенной на рис. 10, $\varepsilon_1 = 1 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 1,3 \text{ В}$, $r_1 = 3 \text{ Ом}$, $r_2 = 5 \text{ Ом}$ и $R = 7 \text{ Ом}$. Найти разность потенциалов между точками A и B , B и C , C и A .

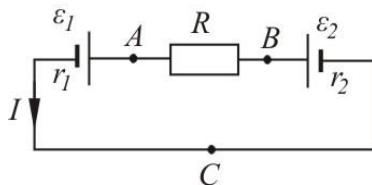


Рис. 10

Решение

Так как источники подключены последовательно одноименными полюсами, то по закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{R + r_1 + r_2},$$

$$I = \frac{1,3 - 1}{7 + 3 + 5} = 0,02 \text{ А}.$$

Разность потенциалов:

$$\begin{cases} \varphi_A - \varphi_B = -IR; \\ \varphi_B - \varphi_C = \varepsilon_2 - Ir_2; \\ \varphi_C - \varphi_A = -\varepsilon_1 - Ir_1; \end{cases} \quad \begin{cases} \varphi_A - \varphi_B = -0,02 \cdot 7 = -0,14 \text{ В}; \\ \varphi_B - \varphi_C = 1,3 - 0,02 \cdot 5 = 1,2 \text{ В}; \\ \varphi_C - \varphi_A = -1 - 0,02 \cdot 3 = -1,06 \text{ В}. \end{cases}$$

Ответ: $\varphi_A - \varphi_B = -0,14 \text{ В}$; $\varphi_B - \varphi_C = 1,2 \text{ В}$; $\varphi_C - \varphi_A = -1,06 \text{ В}$.

Задача 8. Вольфрамовая нить электрической лампы при температуре $t_1 = 2000^\circ\text{C}$ имеет сопротивление $R_1 = 204 \text{ Ом}$. Определить ее сопротивление при температуре $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $\alpha = 4,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Учитывая зависимость сопротивления R от температуры t , запишем систему уравнения для двух температур

$$R_1 = R_0(1 - \alpha t_1); \quad (1)$$

$$R_2 = R_0(1 - \alpha t_2). \quad (2)$$

Разделим уравнение (1) на уравнение (2):

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2},$$

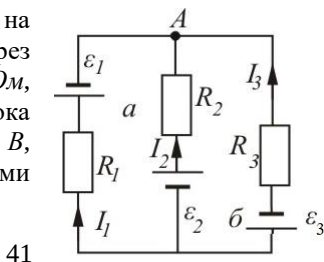
откуда

$$R_2 = R_1 \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1};$$

$$R_2 = 204 \cdot \frac{1 + 4,6 \cdot 10^{-3} \cdot 20}{1 + 4,6 \cdot 10^{-3} \cdot 2000} = 20 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_2 = 20 \text{ Ом}$.

Задача 9. В цепи, изображенной на рис. 11, найти токи через сопротивления $R_1 = 2 \text{ Ом}$, $R_2 = 4 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$. ЭДС источников тока равны соответственно $\varepsilon_1 = 1 \text{ В}$, $\varepsilon_2 = 3 \text{ В}$, $\varepsilon_3 = 5 \text{ В}$. Внутренними



41

Рис. 11

сопротивлениями источников пренебречь.

Решение

Для решения задачи воспользуемся правилами Кирхгофа.

1. Возле каждого сопротивления указываем величину и направление тока (направление выбираем произвольно);
2. Запишем первое правило Кирхгофа для узла А

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0; \quad (1)$$

3. Цепь состоит из двух контуров, обозначенных *a* и *б*. Для контура *a* второе правило Кирхгофа при выбранном направлении обхода по часовой стрелке имеет вид

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 = -\varepsilon_1 - \varepsilon_2. \quad (2)$$

Для контура *б* с тем же направлением обхода

$$I_2 R_2 - I_3 R_3 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (3)$$

Решаем систему уравнений (1) – (3) методом исключения неизвестных. Из уравнения (1) получаем

$$I_1 = -(I_2 + I_3). \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2), получаем

$$\begin{aligned} (I_2 + I_3)R_1 - I_2 R_2 &= -\varepsilon_1 - \varepsilon_2; \\ I_2 R_2 + I_3 R_1 + I_2 R_2 &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2; \\ I_2(R_1 + R_2) + I_3 R_1 &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Умножив выражение (3) на R_1 , а выражение (5) на R_3 , и сложив полученные выражения, получаем

$$I_2 R_1 R_2 + I_2 (R_1 + R_2) R_3 = (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) R_1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) R_3.$$

Отсюда находим I_2 :

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) \cdot R_1 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}; \\ I_2 &= \frac{(3+5) \cdot 2 + (1+3) \cdot 2}{2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2} = 1,2 \text{ А}. \end{aligned}$$

Из выражения (5) находим I_3 :

$$I_3 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - I_1 \cdot (R_1 + R_2)}{R_1};$$

$$I_3 = \frac{1+3-1,2 \cdot (2+4)}{2} = -1,6 \text{ A}.$$

Из выражения (4) получаем

$$I_1 = -(I_2 + I_3) = -(1,2 - 1,6) = 0,4 \text{ A}.$$

Так как $I_3 < 0$, то реальное направление I_3 противоположно указанному на рисунке, а направления токов I_1 и I_2 совпадают с указанными.

Ответ: $I_1 = 0,4 \text{ A}$; $I_2 = 1,2 \text{ A}$; $I_3 = 1,6 \text{ A}$.

Задача 10. Полезная мощность, выделяемая во внешней части цепи, достигает наибольшего значения 5 Вт при силе тока 5А. Найти внутренне сопротивление и ЭДС источника тока.

Решение

По закону Джоуля - Ленца, полезная мощность, выделяемая во внешней части цепи с сопротивлением R ,

$$P = I^2 R. \quad (1)$$

Учитывая, что, по закону Ома для замкнутой цепи, сила тока

$$I = \varepsilon / (R + r),$$

перепишем уравнение (1):

$$P = \varepsilon^2 R / (R + r)^2. \quad (2)$$

Мощность, выделяемая во внешней части цепи, максимальна ($P = P_{\max}$) при выполнении условия

$$\frac{dP}{dR} = 0. \quad (3)$$

Дифференцированием уравнения (2) находим внешнее сопротивление $R_{\max}$, при котором мощность максимальна:

$$\frac{d}{dR} \left[\frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2} \right] = \frac{\varepsilon^2 (R + r)^2 - \varepsilon^2 R \cdot 2(R + r)}{(R + r)^4} = 0;$$

$$(R+r)^2 - 2R(R+r) = 0; (R+r)(R+r-2R) = 0;$$

$$R+r-2R=0; R=R_{\max}=r.$$

Подставим $R_{\max}$ в уравнение (1) и (2): $P_{\max} = I_{\max}^2 r$, откуда

$$r = P_{\max} / I_{\max}^2; r = (5/5^2) \text{ Ом} = 0,2 \text{ Ом}.$$

тогда

$$P_{\max} = \varepsilon^2 r / (4r^2) = \varepsilon^2 / (4r), \text{ откуда}$$

$$\varepsilon = \sqrt{4rP_{\max}} = \sqrt{\frac{4P_{\max}}{I_{\max}^2}} = 2 \frac{P_{\max}}{I_{\max}}; \varepsilon = 2 \frac{5}{5} \text{ В} = 2 \text{ В}.$$

Ответ: $\varepsilon = 2 \text{ В}$.

Задача 11. Определить скорость u (мкм/ч), с которой растёт слой никеля над полоской поверхности металла при электролизе, если плотность тока j , протекающего через электролит, равна 30 А/м. Никель считать двухвалентным.

Решение

Для решения задачи воспользуемся объединённым законом Фарадея

$$m = \frac{1}{F} \frac{M}{Z} It. \quad (1)$$

Будем считать, что электролитическое осаждение никеля идёт равномерно по всей поверхности металла. Тогда массу m выделившегося за время t никеля можно выразить через плотность ρ , площадь S поверхности металла и толщину h слоя никеля:

$$m = \rho \cdot S \cdot h. \quad (2)$$

Силу тока I выразим через плотность тока и площадь поверхности металла:

$$I = j \cdot S. \quad (3)$$

Подставив в формулу (1) выражения для массы (2) и силы тока (3), получим

$$\rho \cdot h = \frac{1}{F} \frac{M}{Z} jt. \quad (4)$$

При неизменной плотности тока нарастание слоя никеля будет происходить с постоянной скоростью u , определяемой отношением

толщины слоя, наращенного за некоторый интервал времени, к этому интервалу ($u = h/t$). Тогда из формулы (4) следует

Выпишем значения величин, выразив их в единицах СИ:
 $F = 9,65 \cdot 10^4$ Кл/моль, $M = 58,7 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $Z = 2$, $j = 30$ А/м²,
 $\rho = 8,8 \cdot 10^3$ кг/м³

Подставим числовые значения и произведём вычисления:

$$u = \frac{58,7 \cdot 10^{-3} \cdot 30}{9,65 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 8,8 \cdot 10^3} \text{ м/с} = 1,04 \cdot 10^{-9} \text{ м/с} = 3,74 \text{ мкм/ч.}$$

Ответ: $u = 3,74$ мкм/ч.

2.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Определить заряд q , прошедший по проводнику сопротивлением $R = 2$ Ом за одну минуту при напряжении на концах проводника $U_0 = 4$ В.

2. Сколько витков нихромовой проволоки диаметром $d = 1$ мм надо намотать на фарфоровый цилиндр радиусом $r = 2,5$ см, чтобы получить печь сопротивлением $R = 40$ Ом?

3. Через графитовый проводник в форме параллелепипеда длиной $l = 3$ см и площадью поперечного сечения $S = 30$ мм² идет ток силой $I = 5$ А. Найти падение напряжения на концах графитового проводника.

4. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление $R = 40$ Ом. Масса медной проволоки $m = 3,41$ кг. Какой длины l и какого диаметра d проволока намотана на катушке?

5. Два сопротивления 480 Ом и 320 Ом включены последовательно в цепь 220 В. Определить общее сопротивление, величину тока в цепи и напряжение на зажимах сопротивлений.

6. Ток короткого замыкания источника тока с ЭДС 12 В составляет 40 А. Найти сопротивление, которое необходимо подключить во внешнюю цепь, чтобы получить от этого источника ток 1 А.

7. Аккумулятор с внутренним сопротивлением 1 Ом подключен для зарядки к сети напряжением 12,5 В. Найти ЭДС аккумулятора, если при зарядке через него проходит ток 0,5 А.

8. Два элемента с ЭДС 1,6 и 2 В и внутренними сопротивлениями 0,3 и 0,9 Ом соответственно соединены последовательно и замкнуты

на внешнее сопротивление 6 Ом. Найти падение напряжения внутри каждого из элементов.

9. Три резистора, сопротивления которых $r_1 = 12$ Ом, $r_2 = 4$ Ом, $r_3 = 10$ Ом, соединены параллельно. Общая сила тока в цепи $I = 0,3$ А. Найти силу тока, идущего через сопротивление r_3 .

10. Два источника тока, э.д.с. которых $E_1 = 1,6$ В и $E_2 = 2$ В, а внутренние сопротивления $r_1 = 0,3$ Ом и $r_2 = 0,2$ Ом, соединены последовательно и дают во внешнюю цепь силу тока $I = 0,4$ А. Определить сопротивление внешней цепи.

11. Два элемента с одинаковыми э.д.с. $E = 1,6$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0,2$ Ом и $r_2 = 0,8$ Ом соединены параллельно и включены во внешнюю цепь, сопротивление которой $r = 0,64$ Ом. Найти силу тока в цепи.

12. Батареи имеют ЭДС $\varepsilon_1 = 2$ В и $\varepsilon_2 = 4$ В и $\varepsilon_3 = 6$ В, сопротивления $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 6$ Ом и $R_3 = 8$ Ом (рис. 12). Найти токи I_i во всех участках цепи.

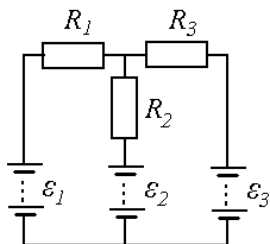


Рис. 12.

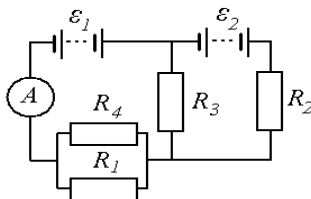


Рис. 13

13. Батареи имеют ЭДС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 100$ В, сопротивления $R_1 = 20$ Ом, $R_2 = 10$ Ом, $R_3 = 40$ Ом и $R_4 = 30$ Ом (рис. 13). Найти показания амперметра.

14. Два элемента с одинаковыми ЭДС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 2$ Ом замкнуты на внешнее сопротивление R (рис. 10). Через элемент с ЭДС ε_1 течет ток $I_1 = 1$ А. Найти сопротивление R и ток I_2 , текущий через элемент с ЭДС ε_2 . Какой ток I течет через сопротивление R ?

15. ЭДС источников тока $\varepsilon_1 = 2,1$ В и $\varepsilon_2 = 1,9$ В, сопротивления $R_1 = 45$ Ом, $R_2 = 10$ Ом и $R_3 = 10$ Ом (рис. 14). Найти токи I_i во всех участках цепи. Внутренние сопротивления источников тока пренебрежимо малы.

16. Два элемента с одинаковыми ЭДС $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 2 \text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1 \text{ Ом}$ и $r_2 = 2 \text{ Ом}$ замкнуты на внешнее сопротивление R (рис. 15). Через элемент с ЭДС ε_1 течет ток $I_1 = 1 \text{ А}$. Найти сопротивление R и ток I_2 , текущий через элемент с ЭДС ε_2 . Какой ток I течет через сопротивление R ?

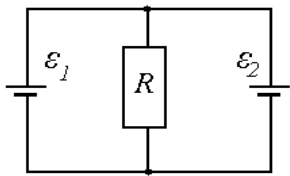


Рис. 14

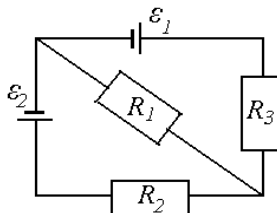


Рис. 15

17. Э.д.с. батареи $E = 50 \text{ В}$, внутреннее сопротивление $r = 3 \text{ Ом}$. Найти силу тока в цепи и напряжение, под которым находится внешняя цепь, если ее сопротивление $r_1 = 17 \text{ Ом}$.

18. Какое добавочное сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, рассчитанной на напряжение $U_1 = 120 \text{ В}$ и мощность $N = 60 \text{ Вт}$, чтобы она давала нормальный накал при напряжении $U_2 = 220 \text{ В}$? Сколько метров нихромовой проволоки диаметром $d = 0,5 \text{ мм}$ понадобится на изготовление такого сопротивления?

19. Какой длины нужно взять никелиновую проволоку сечением $S = 0,05 \text{ мм}^2$ для устройства кипятильника, в котором за время $t = 15 \text{ мин}$ можно вскипятить воду объемом $V = 1 \text{ л}$, взятую при температуре $t_1 = 10^\circ\text{C}$? Напряжение в сети $U = 110 \text{ В}$, к.п.д.

кипятильника $\eta = 60 \%$, удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

20. Определить мощность и силу тока, потребляемую электродвигателем, приводящим в действие насосную установку, снабжающую водой животноводческую ферму с суточным расходом воды объемом $V = 30 \text{ м}^3$. Вода подается на высоту $h = 20 \text{ м}$. К.п.д. установки $\eta = 80 \%$, напряжение в сети $U = 220 \text{ В}$, двигатель работает $t = 6 \text{ ч}$ в сутки.

21. В медном проводе длиной $l = 2 \text{ м}$ и площадью поперечного сечения $S = 0,4 \text{ мм}^2$ идет ток. При этом в каждую секунду выделяется

теплота $Q = 0,35$ Дж. Сколько электронов проходит через поперечное сечение этого проводника за время $t = 1$ с?

22. Определить температуру почвы, в которую помещена термопара железо – константан с постоянной $k = 50 \frac{\text{мкВ}}{^{\circ}\text{C}}$, если стрелка включенного в цепь термопары гальванометра с ценой деления 1 мкА и сопротивлением $r = 10 \text{ Ом}$ отклоняется на 40 делений. Второй спай термопары погружен в тающий лед. Сопротивлением термопары пренебречь.

23. Термопара с сопротивлением $r_1 = 6 \text{ Ом}$ и постоянной $k = 0,05 \frac{\text{мВ}}{\text{К}}$ подключена к гальванометру с сопротивлением $r_2 = 14 \text{ Ом}$ и чувствительностью $I = 10^{-8} \text{ А}$. Определить минимальное изменение температуры, которое позволяет определить эта термопара.

24. Сила тока I в цепи, состоящей из термопары с сопротивлением $r_1 = 4 \text{ Ом}$ и гальванометра с сопротивлением $r_2 = 80 \text{ Ом}$, равна 26 мкА при разности температур спаев $\Delta t = 50^{\circ}\text{C}$. Определить постоянную термопары.

25. Термопара медь – константан сопротивлением $r_1 = 12 \text{ Ом}$ присоединена к гальванометру сопротивлением $r_2 = 108 \text{ Ом}$. Один спай термопары находится при температуре $t_1 = 22^{\circ}\text{C}$, другой помещен в стог сена. Сила тока в цепи $I = 6,25 \text{ мкА}$. Постоянная термопары $k = 43 \frac{\text{мкВ}}{^{\circ}\text{C}}$. Определить температуру сена в стоге.

26. Сила тока I в цепи, состоящей из термопары с сопротивлением $r_1 = 14 \text{ Ом}$ и гальванометра с сопротивлением $r_2 = 80 \text{ Ом}$, равна 26 мкА при разности температур спаев $\Delta t = 50^{\circ}\text{C}$. Определить постоянную термопары.

27. К аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 0,01 \text{ Ом}$ подключен резистор с сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$. Вольтметр дает одинаковые показания как при последовательном, так и при параллельном подключении к резистору. Найдите сопротивление вольтметра R_v .

28. Два элемента ($\varepsilon_1 = 1,2 \text{ В}$, $r_1 = 0,1 \text{ Ом}$; $\varepsilon_2 = 0,9 \text{ В}$, $r_2 = 0,3 \text{ Ом}$) соединены одноимёнными полюсами. Сопротивление R соединительных проводов равно $0,2 \text{ Ом}$. Определить силу тока I в цепи.

29. Электрический кипятильник, работающий от сети с напряжением 220 В и имеющий мощность 1 кВт, за 12 мин нагревает 1,5 кг воды на 88 К. Чему равен к.п.д. нагревателя?

30. Сопротивление обмотки электрочайника 16 Ом. Определить промежуток времени, в течение которого закипит в нем 0,6 кг воды, имеющей начальную температуру 10 °С, если к.п.д. 60 % и напряжение в сети 120 В?

31. Требуется изготовить нагревательную спираль для электрической плитки мощностью 0,50 кВт, предназначенной для включения в цепь напряжением 220 В. Сколько (в метрах) нужно взять для этого нихромовой проволоки диаметром 0,40 мм?

32. Определить количество вещества ν и число атомов N двухвалентного металла, отложившегося на катоде электролитической ванны, если через раствор в течение времени $t=5$ мин шел ток силой $I=2$ А.

3. Магнетизм

3.1 Основные формулы

Магнитное поле. Сила, действующая на заряд, движущийся со скоростью $\vec{v}$ в магнитном поле (сила Лоренца)

$$\vec{F}_л = q[\vec{v} \cdot \vec{B}], \text{ или } F_л = qvB \sin \alpha,$$

где α – угол, образованный вектором скорости $\vec{v}$ движущейся частицы и вектором $\vec{B}$ индукции магнитного поля.

При совместном действии электрического и магнитного полей сила, действующая на заряд, определяемая по формуле Лоренца:

$$\vec{F}_л = q\vec{E} + q[\vec{v} \cdot \vec{B}].$$

Равновесная (холловская) разность потенциалов в эффекте Холла

$$\Delta\varphi = R_x \frac{IB}{d},$$

где R_x – постоянная Холла;

I – сила тока;

B – индукция магнитного поля;

d – линейный размер проводника или полупроводника в направлении вектора $\vec{B}$.

Сила, действующая на элемент тока $Id\vec{l}$, помещенный в магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ (сила Ампера)

$$d\vec{F} = [Id\vec{l} \cdot \vec{B}], \quad \text{или} \quad dF = BIdl \sin \alpha,$$

где α – угол между вектором $\vec{B}$ и $d\vec{l}$.

На контур с током, помещенный в однородное магнитное поле, действует вращающий момент

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}], \quad \text{или} \quad M = p_m B \sin \alpha,$$

где $\vec{p}_m$ – магнитный момент контура с током,

$$\vec{p}_m = IS\vec{n};$$

I – сила тока в контуре;

S – площадь, охватываемая контуром;

$\vec{n}$ – единичный вектор внешней нормали к поверхности S , ограниченной контуром с током;

α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Если контур с током находится в неоднородном магнитном поле, то кроме вращающего момента, на него действует сообщающая ему поступательное движение ponderomotorная сила

$$F = p_m \frac{dB}{dx} \cos \alpha,$$

где $\frac{dB}{dx}$ – градиент индукции поля;

α – угол между $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$.

Потенциальная энергия (механическая) контура с током в магнитном поле

$$W_{\Pi} = -\vec{p}_m \vec{B}, \quad \text{или} \quad W_{\Pi} = -p_m B \cos \alpha.$$

Отношение магнитного момента $\vec{p}_m$ к механическому L (моменту импульса) заряженной частицы, движущейся по круговой орбите

$$p_m/L = 1/2Q/m,$$

где q – заряд частицы;

m – масса частицы.

По закону Био – Савара – Лапласа элемент тока $Id\vec{l}$ в точке пространства с радиус-вектором $\vec{r}$, проведенным от элемента тока, создает в данной точке магнитное поле с индукцией

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi r^3} [Id\vec{l} \cdot \vec{r}], \text{ или } dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl,$$

где μ – относительная магнитная проницаемость;

$$\mu_0 – \text{магнитная постоянная, } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma_H}{\text{м}};$$

α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

Согласно принципу суперпозиции магнитных полей магнитная индукция $\vec{B}$ результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \dots, \vec{B}_n$ складываемых полей, т.е.

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i, \text{ или } \vec{B} = \int d\vec{B}.$$

В частном случае наложения двух полей

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

а абсолютное значение вектора магнитной индукции

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha},$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Магнитная индукция $\vec{B}$ связана с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля в изотропной однородной среде соотношением

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}.$$

Индукция магнитного поля прямого проводника с током конечной длины в произвольной точке вычисляется по формуле

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2),$$

где r_0 – кратчайшее расстояние от точки до проводника;

φ_1, φ_2 – углы, образованные прямыми, проведенными из рассматриваемой точки к концам проводника, с направлением тока, проходящего через проводник.

При симметричном расположении концов проводника относительно точки, в которой определяется магнитная индукция $\cos \varphi_2 = \cos \varphi_1 = \cos \varphi$ и, следовательно,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{I}{r_0} \cos\varphi.$$

Для бесконечно длинного прямого проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}.$$

Величина индукции магнитного поля в центре кругового тока радиусом R

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu\mu_0 p_m}{2\pi R^3},$$

где p_m – магнитный момент контура с током: $p_m = IS$

Индукция магнитного поля в точке, лежащей на оси кругового тока на расстоянии h от его центра,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\mu\mu_0 p_m}{2\pi(R^2 + h^2)^{3/2}}$$

Индукция магнитного поля в точке, лежащей на оси соленоида,

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} nI(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1),$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида
 $n = N/L$;

α_2, α_1 – углы образованные положительным направлением оси соленоида (по направлению вектора $\vec{B}$ в соленоиде) и радиус-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концам соленоида.

Для бесконечно длинного соленоида

$$B = \mu\mu_0 nI.$$

Сила взаимодействия двух прямых бесконечно длинных параллельных проводников с токами I_1 и I_2 , находящихся на расстоянии d друг от друга, рассчитанная на отрезок проводника длиной l , выражается формулой

$$F = \frac{\mu\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \cdot l.$$

Циркуляция вектора индукции $\vec{B}$ магнитного поля вдоль замкнутого контура, охватывающего ток I , выражается формулой (закон полного тока).

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \oint_L B dl \cos(\vec{dl} \wedge \vec{B}) = \mu_0 I.$$

Если контур охватывает n токов, то

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i,$$

где $\sum_{i=1}^n I_i$ – алгебраическая сумма токов, охватываемых контуром.

Магнитный поток Φ через плоский контур площадью S :

а) в случае однородного поля

$$\Phi = BS \cos \alpha, \text{ или } \Phi = B_n S,$$

где α – угол между вектором нормали $\vec{n}$ к плоскости контура и вектором магнитной индукции $\vec{B}$;

B_n – проекция вектора $\vec{B}$ на нормаль $\vec{n}$ ($B_n = B \cos \alpha$);

б) в случае неоднородного поля

$$\Phi = \int_S B_n dS,$$

где интегрирование ведется по всей площади S , так как магнитные силовые линии замкнуты, то поток через любую замкнутую поверхность

$$\oint_S B_n dS = 0.$$

Потокоцепление, т.е. полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида или тороида,

$$\Psi = N\Phi,$$

где Φ – магнитный поток через один виток;

N – число витков соленоида или тороида.

Эта формула верна для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу витков.

Работа силы Ампера при перемещении проводника с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi,$$

где $d\Phi$ – магнитный поток сквозь поверхность dS , которую прочерчивает проводник при его малом перемещении.

Электромагнитная индукция. Явление электромагнитной индукции заключается в том, что в проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле, возникает индуцированное электрическое поле, энергетической мерой которого служит ЭДС.. электромагнитной индукции. Величина ЭДС. индукции определяется по формуле (закон Фарадея – Максвелла)

$$E_i = - \frac{d\Psi}{dt},$$

где Ψ – потокосцепление, т.е. поток, пронизывающий площадь сечения катушки, умноженный на число витков катушки, $\Psi = BSN = \Phi N$.

Частные случаи применения основного закона электромагнитной индукции:

разность потенциалов U на концах проводника длиной l , движущегося со скоростью v в однородном магнитном поле

$$U = B l v \sin \alpha,$$

где α – угол между направлениями векторов скорости $\vec{v}$ и магнитной индукции $\vec{B}$;

электродвижущая сила индукции E_i , возникающая в рамке, содержащей N витков, площадью S , при вращении рамки с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B

$$E_i = BNS \omega \sin \omega t,$$

где ωt – мгновенное значение угла между вектором $\vec{B}$ и вектором нормали $\vec{n}$ к плоскости рамки.

Если ЭДС создается в замкнутом проводящем контуре сопротивлением R , то в нем возникает мгновенный ток

$$i = E_i / R.$$

Направление индукционного тока определяется правилом Ленца.

Полный заряд, протекающий по контуру за все время изменения магнитного потока,

$$\Delta Q = \int_0^t i dt = 1/R \int d\Psi = \frac{DF}{R}.$$

Потокосцепление контура

$$\Psi = L I$$

где L – индуктивность контура.

При изменении силы тока в контуре изменяется также и магнитный поток Φ сквозь поверхность, очерченную контуром, вследствие чего в нем индуцируется ЭДС самоиндукции, определяемая по формуле (в отсутствии ферромагнетиков):

$$E_s = - \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt},$$

где L – индуктивность (коэффициент самоиндукции) контура.

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где n – число витков на единицу длины, $n = N/L$;

V – объем соленоида, $V = S \cdot L$.

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей активным сопротивлением R и индуктивностью L :

$$а) I = E / R (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \text{ (при включении ЭДС.)}$$

где E – ЭДС. источника тока;

$E/R = I_0$ – максимальное значение силы тока в цепи;

t – время, прошедшее с момента размыкания цепи.

$$б) I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} \text{ (при отключении ЭДС.)}$$

где I_0 – сила тока в цепи при $t=0$;

t – время, прошедшее с момента размыкания цепи.

Энергия магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью L ,

$$W_M = 1/2 \cdot LI^2.$$

Энергия магнитного поля соленоида

$$W = \frac{1}{2 \mu \mu_0} B^2 V.$$

Плотность энергии однородного магнитного поля соленоида

$$w_M = \frac{W_M}{V} = 1/2 \cdot \mu\mu_0 H^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu\mu_0} = 1/2 (B \cdot H).$$

Магнитное поле в веществе. Намагниченность однородного изотропного магнетика

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^n \frac{\vec{p}_{mi}}{\Delta V}$$

где p_{mi} – магнитный момент i -й молекулы (атома);

n – число молекул в объеме.

Молярная намагниченность однородного изотропного магнетика

$$\vec{J}_m = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_{mi}}{m/M} = \frac{m}{\rho} \vec{J},$$

где m – масса магнетика;

M – молярная масса;

ρ – плотность магнетика.

Удельная намагниченность однородного изотропного магнетика

$$\vec{J}_{уд} = \frac{\sum_{i=1}^n p_{mi}}{m} = 1/\rho \cdot \vec{J}.$$

Магнитная восприимчивость однородного изотропного магнетика

$$\chi = J/H$$

где H – напряженность магнитного поля.

Молярная магнитная восприимчивость однородного изотропного магнетика

$$\chi_m = J_m / H = M\chi / \rho$$

Удельная магнитная восприимчивость однородного изотропного магнетика

$$\chi_{уд} = \frac{J_{уд}}{H} = \chi / \rho.$$

Связь магнитной восприимчивости с магнитной проницаемостью $\mu = 1 + \chi$.

Намагниченность при насыщении в случае однородного изотропного магнетика

$$\vec{J}_{нас} = n\vec{p}_m,$$

где n – концентрация молекул, атомов с магнитным моментом $\vec{p}_m$.

Магнитная индукция $\vec{B}$, напряженность $\vec{H}$ и намагниченность $\vec{J}$ в изотропном магнетике связаны соотношением

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}),$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

Закон полного тока для магнитного поля в веществе

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0(I_{\text{макро}} + I_{\text{микро}})$$

где $I_{\text{макро}}$ и $I_{\text{микро}}$ – алгебраическая сумма макро и микротоков сквозь поверхность, натянутую на замкнутый контур L .

Алгебраическая сумма сил микротоков связана с циркуляцией вектора намагнитченности соотношением

$$I_{\text{микро}} = \oint_L \vec{j} d\vec{l}.$$

Уравнения Максвелла в интегральной форме:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0,$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{j} d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S},$$

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV.$$

3.2 Примеры решения задач

Задача 1. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут в одном направлении токи силой $I=60$ А каждый, расположены на расстоянии $d=10$ см друг от друга. Определить индукцию магнитного поля в точке, отстоящей от одного проводника на расстоянии $r_1=5$ см и от другого на расстоянии $r_2=12$ см.

Решение

Для нахождения индукции $\vec{B}$ магнитного поля в указанной точке А (рис. 1) определим направления векторов индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически (по правилу параллелограмма), т.е.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Абсолютное значение индукции B может быть найдено по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}, \quad (1)$$

где α - угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

Значения индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ выражается соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки А, в которой мы вычисляем индукцию поля:

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi r_1); \quad B_2 = \mu_0 I / (2\pi r_2);$$

Подставляя B_1 и B_2 в формулу (1) и вынеся $\mu_0 I / (2\pi)$ за знак корня, получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos a}. \quad (2)$$

Задача 2. Согнутый проводник имеет вид равностороннего треугольника со стороной 10 см (рис. 16). По проводнику течет ток 12 А. Определить индукцию магнитного поля в центре треугольника.

Решение

Магнитное поле треугольного контура с током можно рассматривать как суперпозицию трех полей, созданных токами трех сторон. Соответственно магнитная индукция $\vec{B}_0$ результирующего поля в точке О будет равна векторной сумме трех составляющих:

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3, \quad (1)$$

где индексы 1, 2, 3 соответствуют трем сторонам треугольника.

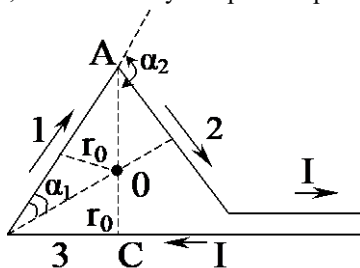


Рис. 16

В точке О все три вектора магнитной индукции перпендикулярны к плоскости рисунка и направлены “от нас”. Кроме этого, из симметрии расположения токов относительно центра О видно, что модули этих векторов равны между собой, а потому из (1) имеем:

$$B_0 = 3B_1. \quad (2)$$

Магнитная индукция поля, образованного отрезком прямолинейного проводника с током, определяется формулой:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (3)$$

где α_1 – угол между направлением тока и радиус-вектором, проведенным от начала отрезка к точке O , α_2 – угол между направлением тока и радиус-вектором, проведенным от конца отрезка к точке O .

В равностороннем треугольнике: $r_0 = \frac{1}{3} AC = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$.

После подстановки этих значений в (3), получим:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot 6}{a\sqrt{3}} \cdot 2 \cos 30^\circ,$$

$$B_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{4\pi} \cdot \frac{12 \cdot 6}{0,1 \cdot \sqrt{3}} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ Тл.}$$

Ответ: $B_0 = 3B_1 = 2,16 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$

Задача 3. Электрон, влетев в однородное магнитное поле со скоростью 10^6 м/с, стал двигаться по окружности. Определить магнитную индукцию поля и магнитный момент, созданный круговым движением электрона. Радиус круговой траектории равняется 2 см.

Решение

Траектория движения электрона в магнитном поле становится круговой тогда, когда его скорость направлена под прямым углом к силовым линиям поля. На рис. 17 поле изображено крестиками, а это означает, что вектор $\vec{B}$ направлен “от нас” перпендикулярно к плоскости рисунка.

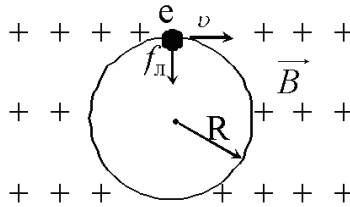


Рис. 17.

Двигаясь слева направо, электрон под действием силы Лоренца изменяет направление движения, и его траектория становится круговой. По второму закону Ньютона сила Лоренца сообщает электрону центростремительное ускорение a_n , при этом по закону Ньютона

$$F = ma_n, \quad (1)$$

а по формуле Лоренца:

$$F = Bev \sin \alpha. \quad (2)$$

Из (1) и (2) имеем:

$$Bev \sin \alpha = ma_n. \quad (3)$$

В нашем случае $\alpha = 90^\circ$ и $\sin \alpha = 1$, центростремительное ускорение $a_n = v^2/R$, где R - радиус кривизны траектории. Учитывая это, из (3) получим:

$$B = \frac{ma_n}{ev} = \frac{mv}{eR},$$

$$B = \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} 2 \cdot 10^{-2}} = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ Тл} = 0,28 \text{ мТл}.$$

Магнитный момент контура с током P_m определяется по формуле:

$$P_m = IS, \quad (4)$$

где S - площадь круга, ограниченного контуром. По определению сила тока равна заряду, который за одну секунду проходит через поперечное сечение проводника. В нашем случае сила тока будет равна элементарному заряду e , умноженному на частоту его появления в любой из точек траектории, то есть на количество оборотов за единицу:

$$I = en = e \frac{v}{2\pi R} . \quad (5)$$

Подставив (5) и $S = \pi R^2$ в выражение (4), получим

$$P_m = \frac{ev}{2\pi R} \cdot \pi R^2 ;$$

$$P_m = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{2} = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

Ответ: $B = 0,28 \text{ мТл}$; $P_m = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

Задача 4. В однородном магнитном поле с индукцией 0,2 Тл вращается рамка, на которой намотано 100 витков провода. Площадь рамки 400 см^2 , частота вращения 10 об/с. Определить максимальное значение ЭДС, возникающей в обмотке рамки при условии, что ось вращения перпендикулярна к вектору индукции магнитного поля, как показано на рис. 18.

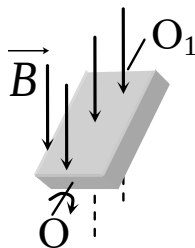


Рис. 18.

Решение

При вращении рамки изменяется магнитный поток через ее площадь, поэтому в каждом витке индуцируется ЭДС, суммарное значение которой определяется с помощью закона Фарадея:

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (1)$$

поскольку $\Phi = Bs \cos \alpha$, а $\alpha = \omega t$, где $\omega = 2\pi n$ - угловая скорость, то $d\Phi/dt = -Bs\omega \sin \omega t$. Подставив это выражение в (1), получим:

$$\varepsilon_i = NBs\omega \sin \omega t . \quad (2)$$

Очевидно, что максимальное значение будет каждый раз при достижении функцией синуса значения единицы. Из (1) имеем:

$$\varepsilon_{\max} = NBS\omega = 2\pi nNDBS.$$

$$\varepsilon_{i\max} = 2 \cdot 3,14 \cdot 10^2 \cdot 0,2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 10 = 50,24 \text{ В.}$$

Ответ: при вращении рамки в однородном магнитном поле в ней возникает синусоидальная ЭДС индукции $\mathcal{E} = \varepsilon_{\max} \sin \omega t$, максимальное значение которой $\varepsilon_{i\max} = 50,24 \text{ В}$.

Задача 5. Обмотка соленоида имеет 1000 витков, плотно прилегающих друг к другу. Ток 8 А в обмотке создает магнитный поток 4 мкВб. Определить индуктивность соленоида и энергию его магнитного поля.

Решение

Полный поток магнитный индукции соленоида, который принято называть потокоцеплением, определяется формулой

$$\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i, \quad W = \frac{L_S I^2}{2}. \quad (1)$$

В случае, когда витки намотаны плотно друг к другу, потокоцепление соленоида равно произведению магнитного потока через площадь одного витка на число витков. В этом же случае потокоцепление прямо пропорционально силе тока в соленоиде

$$\Psi = \Phi N = L_S I, \quad (2)$$

где L_S – индуктивность соленоида.

Из (2) имеем:

$$L_S = \frac{\Phi N}{I}; \quad L_S = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3}{8} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Гн.}$$

Энергия магнитного поля находится по формуле (1):

$$W = \frac{L_S I^2}{2}; \quad W = \frac{5 \cdot 10^{-4} \cdot 64}{2} = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ Дж.}$$

Ответ: $L_S = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Гн}$; $W = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ Дж} = 16 \text{ мДж}$.

Задача 6. Катушка индуктивности, сопротивление обмотки которой 2 Ом, подключается к источнику тока с ЭДС 8 В. Через 0,01 с

сила тока в цепи достигла 1 А. Определить индуктивность катушки. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение

При наличии индуктивности в цепи ток замыкания зависит от времени по формуле:

$$I = I_0 \left(1 - e^{\frac{-R}{L}t} \right) \quad (1)$$

Из-за явления самоиндукции сразу же после замыкания цепи возникает ЭДС самоиндукции, создающая экстраток замыкания. По правилу Ленца экстраток будет препятствовать увеличению тока в цепи, а это значит, что ток не может мгновенно достичь своего установившегося значения I_0 : Записанная выше формула (1) свидетельствует о том, что ток будет приближаться к значению I_0 по экспоненциальному закону. Сила установившегося тока в цепи определяется по закону Ома:

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}. \quad (2)$$

Из равенств (1) и (2) получаем:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}} \right), \text{ или } \varepsilon - IR = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{Rt}{L}}};$$

$$e^{\frac{Rt}{L}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - IR}. \quad (3)$$

После логарифмирования (3) и простых преобразований получим:

$$L = \frac{Rt}{\ln \frac{\varepsilon}{\varepsilon - IR}};$$

$$L = \frac{2 \cdot 0,01}{\ln \frac{8}{8 - 2 \cdot 1}} = 0,07 \text{ Гн.}$$

Ответ: $L = 0,07 \text{ Гн.}$

3.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Два длинных прямых параллельных проводника, по которым текут в противоположных направлениях токи $I_1 = 0,2$ А и $I_2 = 0,4$ А, находятся на расстоянии $l = 14$ см. Найти индукцию магнитного поля в точке, расположенной между проводниками на расстоянии $r = 4$ см от первого из них.

2. По двум длинным прямым параллельным проводникам в одном направлении текут в противоположных направлениях токи $I_1 = 1$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояние между проводами $l = 40$ см. Найти индукцию магнитного поля в точке, находящейся посередине между проводниками.

3. Определить напряженность и индукцию магнитного поля у стенки длинной электронно-лучевой трубки диаметром $d = 6$ см, если через сечение электронного шнура проходит 10^{18} электронов в 1 с. Считать электронный шнур тонким и центральным.

4. По двум длинным проводникам, расположенным параллельно на расстоянии $l = 15$ см друг от друга, текут в противоположных направлениях токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 5$ А. Определить индукцию магнитного поля в точке, расположенной на расстоянии $r = 5$ см от первого проводника на продолжении отрезка прямой, соединяющего проводники.

5. Два параллельных длинных проводника с токами силой $I = 2$ А, текущими в противоположных направлениях, расположены на расстоянии $l = 15$ см друг от друга. Определить индукцию магнитного поля в точке, лежащей между проводниками, на расстоянии $r = 3$ см от второго проводника.

6. По двум длинным прямым параллельным проводникам текут в одном направлении токи $I_1 = 2$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояние между проводниками $l = 12$ см. Найти индукцию магнитного поля в точке, лежащей на отрезке прямой, соединяющей проводники, на расстоянии $r = 2$ см от первого проводника.

7. Два длинных прямых параллельных проводника, по которым текут в противоположных направлениях токи $I_1 = 0,2$ А и $I_2 = 0,4$ А, расположены на расстоянии $l = 12$ см друг от друга. Определить индукцию магнитного поля в точке, лежащей в середине отрезка прямой, соединяющего проводники.

8. Индукция B магнитного поля в центре проволочного кольца радиусом $R = 20$ см, по которому течет ток, равна 4 мкТл. Найти разность потенциалов на концах кольца, если его сопротивление $r = 3,14$ Ом.

9. Из проволоки длиной $l = 3,14$ м и сопротивлением $r = 2$ Ом сделали кольцо. Определить индукцию магнитного поля в центре кольца, если на концах провода создана разность потенциалов $U = 1$ В.

10. На концах проволочного кольца радиусом $R = 20$ см и сопротивлением $r = 12$ Ом разность потенциалов $U = 3,6$ В. Определить индукцию магнитного поля в центре кольца.

11. На обмотке очень короткой катушки с числом витков $N = 5$ и радиусом $R = 10$ см течет ток силой $I = 2$ А. Определить индукцию магнитного поля в центре катушки.

12. Проволочное кольцо сопротивлением $r = 5$ Ом включено в цепь так, что разность потенциалов на его концах $U = 3$ В. Индукция магнитного поля в центре кольца $B = 3$ мкТл. Определить радиус кольца.

13. Из медной проволоки длиной $l = 6,28$ м и площадью поперечного сечения $S = 0,5$ мм² сделано кольцо. Чему равна индукция магнитного поля в центре кольца, если на концах проволоки разность потенциалов $U = 3,4$ В?

14. Соленоид длиной $l = 10$ см и сопротивлением $r = 30$ Ом содержит $N = 200$ витков. Определить индукцию магнитного поля соленоида, если разность потенциалов на концах обмотки $U = 6$ В.

15. По проводу соленоида течет ток силой $I = 2$ А. При этом внутри соленоида индукция магнитного поля $B = 1,26$ мТл. Определить число витков на 1 м длины соленоида.

16. Соленоид сопротивлением $r = 6$ Ом имеет $N = 1000$ витков. Напряжение на концах обмотки $U = 12$ В. Найти длину соленоида, если индукция его магнитного поля $B = 3,78$ мТл.

17. Соленоид намотан из проволоки сопротивлением $r = 32$ Ом. При напряжении на концах проволоки $U = 3,2$ В индукция внутри соленоида $B = 628$ мкТл. Определить число витков соленоида на 1 м длины.

17. Прямой провод длиной $l = 12$ см, по которому течет ток $I = 0,5$ А, помещен в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 45^\circ$ к силовым линиям поля. Найти индукцию магнитного поля, если на провод действует сила $F = 4,23$ мН.

18. Соленоид сделан из проволоки сопротивлением $r = 64$ Ом. При напряжении $U = 1,6$ В на концах проволоки индукция магнитного поля внутри соленоида $B = 31,4$ мкТл. Определить число витков соленоида на 1 м длины.

19. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,04$ Тл помещен прямой проводник длиной $l = 15$ см. Найти силу тока в проводнике, если направление тока образует угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением индукции поля и на проводник действует сила $F = 10,3$ мН.

20. На прямой проводник с током $I = 0,1$ А в однородном магнитном поле с индукцией $B = 60$ мТл действует $F = 2$ мН. Определить длину проводника, если он расположен под прямым углом к линиям индукции магнитного поля.

21. Прямой проводник длиной $l = 10$ см, по которому течет ток $I = 10$ А, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 40$ мкТл. На проводник действует сила $F = 20$ мкН. Определить угол между направлениями поля и тока.

22. Как изменится сила, действующая на проводник с током в однородном магнитном поле, если угол между направлениями поля и тока изменится с $\alpha = 30^\circ$ до $\alpha = 60^\circ$?

23. На прямой проводник с током $I = 0,2$ А в однородном магнитном поле с индукцией $B = 50$ мТл действует сила $F = 1,5$ мН. Найти длину l проводника, если угол между ним и линиями индукции $\alpha = 60^\circ$.

24. По двум длинным параллельным проводникам текут одинаковые токи. Расстояние между ними $l = 10$ см. Определить силу тока, если проводники взаимодействуют с силой $F = 0,02$ Н на каждый метр длины.

25. Два длинных проводника расположены параллельно на расстоянии $l = 20$ см друг от друга. По проводникам текут токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 5$ А. Определить силу взаимодействия проводников, приходящуюся на каждый метр длины.

26. Какой силы ток следует пропустить по двум длинным параллельным проводникам, чтобы между ними действовала сила $F = 0,2$ мН на каждый метр длины? Расстояние между проводниками $d = 40$ см.

27. По двум длинным параллельным проводникам текут токи $I_1 = 5$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояние между проводниками $r_1 = 10$ см. Определить силу взаимодействия, приходящуюся на 1 м длины проводника. Как изменится эта сила, если проводники раздвинуть на расстояние $r_2 = 30$ см?

28. Рамка площадью $S = 6$ см² помещена в однородное магнитное поле с индукцией $B = 3$ мТл. Определить максимальный вращающий момент, действующий на рамку, если в ней течет ток силой $I = 2$ А.

29. Определить вращающий момент, действующий на виток с током силой $I = 5$ А, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $B = 3$ мТл, если плоскость витка составляет угол $\beta = 60^\circ$ с направлением линии индукции поля. Площадь витка $S = 10$ см².

30. На виток с током силой $I = 10$ А, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $B = 20$ мТл, действует вращающий момент $M = 10^{-3}$ Н·м. Плоскость витка параллельна силовым линиям поля. Определить площадь витка.

31. Протон движется по окружности радиусом $R = 2$ мм в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл. Какова кинетическая энергия протона?

32. Определить площадь короткой катушки, имеющей $N = 100$ витков тонкого провода, если при токе $I = 0,8$ А в однородном магнитном поле с индукцией $B = 5$ мТл максимальный вращающий момент, действующий на катушку, составляет $M = 1,6 \cdot 10^{-3}$ Н·м.

33. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 1$ кВ, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 2$ мТл под углом $\alpha = 45^\circ$. Определить силу, действующую на электрон.

34. Электрон движется по окружности со скоростью $v = 2 \cdot 10^6$ м/с в однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ мТл. Вычислить радиус окружности.

35. Протон влетел в однородное магнитное поле, индукция которого $B = 20$ мТл, перпендикулярно силовым линиям поля и описал дугу радиусом $R = 5$ см. Определить импульс протона.

36. Электрон влетел в однородное магнитное поле, индукция которого $B = 200$ мкТл, перпендикулярно силовым линиям поля и описал дугу окружности радиусом $R = 4$ см. Определить кинетическую энергию электрона.

37. Протон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, движется параллельно длинному прямому проводу на расстоянии $R = 2$ мм от него. Какая сила действует на протон, если по проводу идет ток $I = 10$ А?

38. В соленоиде объемом $V = 500$ см³ с плотностью обмотки $n = 10^4$ витков на метр при увеличении силы тока наблюдалась э.д.с. самоиндукции $E = 1$ В. Каковы скорость изменения силы тока и магнитного потока в соленоиде? Сердечник соленоида немагнитный.

39. Определить магнитный поток в соленоиде длиной $l = 20$ см, сечением $S = 1$ см², содержащим $N = 500$ витков при токе силой $I = 2$ А. Сердечник немагнитный.

40. Круговой проволочный виток площадью $S = 50$ см² находится в однородном магнитном поле. Магнитный поток, пронизывающий виток, $\Phi_m = 1$ мВб. Определить индукцию магнитного поля, если плоскость витка составляет угол $\beta = 30^\circ$ с направлением линий индукции.

41. Альфа-частица, имеющая скорость $v = 10^7$ м/с, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 1$ Тл перпендикулярно направлению магнитного поля. Определить радиус траектории частицы.

42. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл находится плоская рамка. Плоскость рамки составляет угол $\beta = 30^\circ$ с линиями индукции поля. Магнитный поток, пронизывающий рамку, $\Phi_m = 10^{-4}$ Вб. Определить площадь рамки.

43. Магнитный поток Φ_m , пронизывающий замкнутый контур, возрастает с 10^{-2} до $6 \cdot 10^{-2}$ Вб за промежуток времени $\Delta t = 0,001$ с. Определить среднее значение э.д.с. индукции, возникающей в контуре.

44. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл равномерно с частотой $n = 10$ с⁻¹ вращается рамка, площадь которой $S = 100$ см². Определить мгновенное значение э.д.с., соответствующее углу $\beta = 45^\circ$ между плоскостью рамки и силовыми линиями поля.

45. В катушке при изменении силы тока от $I_1 = 0$ до $I_2 = 2$ А за время $\Delta t = 0,1$ с возникает э.д.с. самоиндукции $E_c = 6$ В. Определить индуктивность катушки.

46. Индуктивность катушки $L = 10,5$ Гн. Определить э.д.с. самоиндукции, если за время $\Delta t = 0,1$ с сила тока в катушке, равномерно изменяясь, уменьшилась с $I_1 = 25$ А до $I_2 = 20$ А.

47. Плоский конденсатор с площадью пластин $S = 100$ см², разделенных слоем парафинированной бумаги толщиной $d = 0,01$ мм, и катушка образуют колебательный контур. Частота колебаний в контуре $\nu = 1$ кГц. Какова индуктивность катушки контура?

48. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с площадью пластин $S = 50$ см² каждая, и катушки индуктивности $L = 1$ мкГн резонирует на длину волны $\lambda = 20$ м. Определить расстояние между пластинами конденсатора.

49. Колебательный контур состоит из плоского конденсатора с площадью пластин $S = 50$ см², разделенных слюдой толщиной $d =$

0,1 мм, и катушки индуктивностью $L = 10^{-3}$ Гн. Определить период колебаний в контуре.

50. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 1$ мГн и конденсатора переменной емкости. При какой емкости контур резонирует с колебаниями, имеющими частоту $\nu = 10$ кГц?

51. На какую длину волны будет резонировать контур из катушки индуктивностью $L = 4$ мкГн и конденсатора емкостью $C = 1$ мкФ?

52. Колебательный контур состоит из катушки индуктивностью $L = 0,01$ Гн и конденсатора емкостью $C = 1$ мкФ. Определить частоту колебаний в контуре.

53. На какую длину волны будет резонировать контур, содержащий индуктивность $L = 60$ мГн и емкость $C = 0,02$ пФ?

54. Какова емкость в колебательном контуре индуктивностью $L = 50$ мГн, если частота контура $\nu = 1$ кГц?

55. По прямолинейному проводу длиной 0,05 м, помещенному в однородное магнитное поле, индукция которого 1,26 Т, идет ток силой 1 А. На провод действует сила $5 \cdot 10^{-2}$ Н. Определить угол между направлениями поля и тока.

56. На проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле под углом 17° к силовым линиям, действует сила $3 \cdot 10^{-2}$ Н. Определить индукцию магнитного поля, если длина проводника 3 м, сила тока 20 А.

57. Протон влетает в однородное магнитное поле со скоростью $2 \cdot 10^7$ м/с под углом 45° к направлению поля. Определить индукцию магнитного поля, если на протон действует сила $3,7 \cdot 10^{-14}$ Н.

58. Электрон движется в магнитном поле, индукция которого 2 мТ, по окружности радиусом $2 \cdot 10^{-2}$ м. Определить скорость электрона.

59. Замкнутый контур в виде рамки площадью 50 см^2 равномерно вращается в магнитном поле, делая 14 об/с. При этом в контуре индуцируется максимальная ЭДС, равная 8,78 мВ. Определить индукцию магнитного поля, в котором вращается контур. Ось вращения контура перпендикулярна полю.

60. Катушка длиной 30 см и площадью поперечного сечения 10 см^2 имеет 300 витков. Определить силу тока в катушке, если магнитный поток через площадь ее поперечного сечения равен 4 мВб.

61. Вычислить коэффициент самоиндукции катушки длиной 80 см и площадью поперечного сечения 20 см^2 , содержащей 1000 витков.

62. Соленоид с железным сердечником имеет 200 витков. При силе тока 2,5 А магнитный поток в железе составляет $6 \cdot 10^{-4}$ Вб. Найти энергию магнитного поля в железе.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Основные физические величины

Физическая величина	Обозначение	Числовые значения
Ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м ² ·кг ⁻²
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Молярная газовая постоянная	R	$8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Заряд электрона, протона	e	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса электрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса протона	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27}$ кг
Постоянная Фарадея	F	$9,65 \cdot 10^4 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{моль}}$
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8$ м/с
Постоянная Стефана–Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$
Постоянная Вина	b	$2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Постоянная Ридберга	R	$1,1 \cdot 10^7$ м ⁻¹
Молярный объем газа при нормальных условиях	V_μ	$22,4 \cdot 10^{-3}$ м ³
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м

Приложение 2

Плотность жидкостей при 20°C, кг/м³

Вода	10^3	Ртуть	$1,36 \cdot 10^4$
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$	Спирт	$8,0 \cdot 10^2$
Касторовое масло	$9,6 \cdot 10^2$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$

Приложение 3

Удельная (массовая) теплота сгорания топлива, 10^{-7} Дж/кг

Бензин.	4,6	Керосин	4,6	Спирт	2,9
---------	-----	---------	-----	-------	-----

Приложение 4

Молярная масса и относительная молекулярная масса газов

Газ	Молярная масса $M, 10^{-3}$ кг/моль	Относительная молекулярная масса M_r
Азот	28	28
Водород	2	2
Воздух	29	29
Гелий	4	4
Кислород	32	32
Углекислый газ	44	44

Приложение 5

Удельное сопротивление веществ, 10^{-8} Ом · м

Алюминий.....	2,8	Медь.....	1,7
Графит.....	39,0	Никелин.....	40
Железо.....	11	Нихром.....	100
Константан.....	50		

Приложение 6

Относительная диэлектрическая проницаемость

Вода.....	81	Слюда.....	7
Воздух.....	1,0006	Стекло.....	6
Керосин.....	2	Фарфор.....	5
Парафин.....	2	Эбонит.....	3

Литература.

1. Наркевич, И. И. Физика / И. И. Наркевич, Э. И. Волмянский, С. И. Лобко. – Мн.: Высш. шк., 2004. – 679 с.
2. Трофимова, Т. И. Краткий курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 2000. – 352 с.
4. Савельев, И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1988. – Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – 480 с.
5. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – СПб.: Книжный мир, 2003. – 327 с.
6. Ветрова, В. Т. Сборник задач по физике: с индивидуальными заданиями: учеб. пособие для вузов / В. Т. Ветрова. – М.: Высшая школа, 1991. – 386 с.
7. Наркевич, И. И. Физика для втузов. Электричество и магнетизм. Оптика. Строение вещества: учеб. пособие / И. И. Наркевич [и др.]. – Мн.: Высш. шк., 1992.
8. Калашников, С. Г. Электричество / С. Г. Калашников. – М.: Наука, 1977.
9. Савельев, И. В. Сборник вопросов и задач по общей физике / И. В. Савельев. – М.: Наука, 1982.
10. Чертов, А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М.: Высш. шк., 1981.
11. Сена, Л. А. Единицы физических величин и их размерности / Л. А. Сена. – М.: Наука, 1988.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Электростатика	5
1.1 Основные формулы	5
1.2 Примеры решения задач	10
1.3 Задачи для самостоятельного решения	28
2 Постоянный электрический ток.....	32
2.1 Основные формулы	32
2.2 Примеры решения задач	35
2.3 Задачи для самостоятельного решения	45
3 Магнетизм	49
3.1 Основные формулы	49
3.2 Примеры решения задач	57
3.3 Задачи для самостоятельного решения	63
Приложения.....	70
Литература	72