МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ,
НАУКИ И КАДРОВОЙ ПОЛИТИКИ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
ОРДЕНОВ ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

Кафедра высшей математики и физики

М. П. Подобед, Л. Е. Кириленко, А. В. Цвыр

ФИЗИКА

МЕХАНИКА

Методические указания
для практических занятий и самостоятельной работы
для студентов инженерного профиля

Горки
БГСХА
2023

УДК 621.01(072)

Рекомендовано методическими комиссиями мелиоративно-строительного факультета 13.06.2022 (протокол № 10), землеустроительного факультета 23.06.2022 (протокол № 10) и факультета механизации сельского хозяйства 27.06.2022 (протокол № 10)

Авторы:
старший преподаватель *М. П. Подобед*;
кандидат сельскохозяйственных наук, доцент *Л. Е. Кириленко*;
старший преподаватель *А. В. Цвыр*

Рецензент:
кандидат физико-математических наук, доцент *Д. В. Шаршунов*

Физика. Механика : методические указания для практических занятий и самостоятельной работы / М. П. Подобед, Л. Е. Кириленко, А. В. Цвыр. – Горки : БГСХА, 2023. – 40 с.

Приведены примеры решения типовых задач по разделу «Механика», а также основные формулы и законы, по которым решаются задачи. Имеется большое количество задач для аудиторной и самостоятельной работы.

Для студентов инженерного профиля.

ВВЕДЕНИЕ

Содержание данной методички охватывает один из разделов курса общей физики: «Механика». В ней приведены методические указания по изучению теоретического материала, основные формулы, используемые при решении задач, 11 задач с решениями, 93 задачи для самостоятельного решения, справочные таблицы, рекомендованная литература. Целесообразно использование материала методички при проведении практических занятий и для самостоятельной работы студентами инженерных специальностей дневной и заочной форм обучения. Учебный материал соответствует программе курса общей физики, изучаемого в сельскохозяйственных вузах. Одной из важнейших дисциплин в теоретической и практической подготовке современного инженера является курс физики.

Рекомендуемая литература

1. Д е т л а ф, А. А. Курс физики: в 3 т. / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский, Л. Б. Милковская. – Т. 1. – М.: Высш. шк., 1973-1974.
2. С а в е л ь е в, И. В. Курс общей физики: в 3т. / И. В. Савельев. – Т. 1. – М.: Наука, 1978–1987.
3. З и с м а н, Г. А. Курс общей физики: в 3 т. / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – Т. 1. – М.: Наука 1972.
4. С и в у х и н, А. В. Общий курс физики: в 5 т. / А. В. Сивухин. – Т. 1. – М.: Наука, 1977-1986.
5. Т р о ф и м о в а, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М.: Высш. шк., 1990.
6. Г р а б о в с к и й, Р. И. Курс физики / Р. И. Грабовский. – М.: Высш. шк., 1980.
7. Ч е р т о в, А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М.: Высш. шк., 1981
8. В о л ь к е н ш т е й н, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М.: Наука. 1980.
9. Ф и р г а н г, Э. В. Руководство к решению задач по курсу общей физики / Э. В. Фирганг. – М.: Высш. шк., 1977.
10. С е н а, Л. А. Единицы физических величин и их размерности / Л. А. Сена. – М., 1980.

1 .Структура и содержание механики

1.1 Механика

Кинематика. Основная задача кинематики. Представления о свойствах пространства и времени, лежащие в основе классической (ньютоновской) механики. Физические модели: материальная точка, система материальных точек, абсолютно твердое тело, сплошная среда. Система отсчета, траектория, путь, перемещение. Способы аналитического описания движения и их связь. Степени свободы. Прямолинейное и криволинейное движение. Мгновенная и средняя скорость. Нормальное, тангенциальное и полное ускорение.

Движение точки по окружности. Угловая скорость и угловое ускорение. Связь между линейными и угловыми скоростями и ускорениями.

Динамика. Основная задача динамики. Первый закон Ньютона и понятие инерциальной системы отсчета. Масса. Второй закон Ньютона. Уравнение движения, роль начальных условий, принцип детерминизма. Сила как производная импульса. Третий закон Ньютона. Закон сохранения импульса. Центр инерции (центр масс) механической системы и закон его движения .

Виды сил в механике: силы упругости, силы трения, сила тяготения, сила тяжести. Вес тела.

Механическая работа. Механическая энергия. Работа как количественная мера превращения энергии. Работа силы и ее выражение через криволинейный интеграл. Мощность. Консервативные и неконсервативные силы. Кинетическая энергия механической системы и ее связь с работой внешних и внутренних сил, приложенных к системе. Поле как форма материи. Потенциальная энергия материальной точки во внешнем силовом поле и ее связь с силой, действующей на материальную точку. Понятие о градиенте скалярной функции координат. Потенциальная энергия тела в поле сил тяжести. Потенциальная энергия взаимодействия системы материальных точек. Энергия упруго деформированного тела. Диссипация энергии. Закон сохранения механической энергии.

Динамика вращательного движения. Момент силы. Динамика вращения точки и тела вокруг неподвижной оси. Момент инерции материальной точки и тела. Основной закон динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси. Изменение момента инерции тела при переносе оси вращения: теорема Штейнера

Момент импульса относительно неподвижной точки, оси. Момент импульса твердого тела. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия вращающегося тела. Работа и мощность при вращательном движении.

Применение законов сохранения энергии и момента импульса.

Неинерциальные системы отсчета. Кинематика поступательно движущихся неинерциальных систем отсчета. Кинематика вращающихся систем отсчета. Кориолисово ускорение. Динамика неинерциальных систем отчета. Силы инерции при криволинейном движении. Центробежные силы инерции и силы Кориолиса во вращающихся системах отсчета и их проявления на Земле. Учет и использование сил инерции.

Элементы механики сплошных сред. Общие свойства жидкостей и газов. Идеальная и вязкая жидкость. Стационарное движение идеальной жидкости. Теорема о неразрывности струи. Уравнение Бернулли и следствия из него. Статическое и динамическое давление в потоке и их измерение. Ламинарный и турбулентный режим течения жидкостей. Применение законов гидродинамики.

Элементы специальной теории относительности. Инерциальные системы и механический принцип относительности. Преобразования Галилея. Границы применимости классической механики. Постулаты специальной теории относительности. Преобразование Лоренца. Относительность длин и продолжительности событий. Эффект замедления времени. Релятивистский закон сложения скоростей. Релятивистское выражение для кинетической энергии. Взаимосвязь массы и энергии. Принцип эквивалентности.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Прежде чем приступить к решению задач какого-либо раздела физики, изучите его по учебному пособию. Помните, что если решить задачу не удается, то чаще всего это происходит из-за недостаточно глубоких, формальных знаний теоретического материала. Решение задач принесет наибольшую пользу только в том случае, если студент решает задачи самостоятельно. Решающую роль над задачами играют сила воли и трудолюбие.

Для решения задачи придерживайтесь приведенного ниже плана.

1. Изучить условие задачи.

2. Запишите условие в буквенных обозначениях (эту запись лучше делать в колонку с левой стороны). Запись условия задачи следует вести тщательно, ничего не пропуская, и записывать также и те величины, числовые значения которых не задают явно, но о них можно судить по условию задачи. Например, если в задаче сказано, что тело остановилось, следует записать, что конечная скорость v = 0.

3. Выполнить схематический чертеж (схему, график, рисунок), поясняющий содержание условия задачи. Хорошо составленный чертеж или рисунок – половина успеха при решении задачи.

4. Проанализируйте физические процессы, происходящие в ситуации, описанной в условии, и выявите те законы, которым подчиняются эти процессы. Вспомните математическое выражение этих законов.

5. Запишите уравнения законов и решите полученную систему уравнений относительно искомой величины с целью получения ответа в общем виде.

6. Исследуйте полученное решение в общем виде.

7. Выразите все данные, включая табличные, в одной системе (как правило в единицах СИ). Запишите числовые значения в стандартном виде, т. е. в виде числа $a \cdot 10^n$, где $1 \le a \le 10$

Например: $0{,}00231 = 2{,}31 \cdot 10^{-3}$; $422000 = 4{,}22 \bullet 10^5$

8. Проверь решение путем действия над единицами измерения величин.

9. Подставьте числовые значение величин в формулу и вычислите результат. Все расчеты следует вести с вполне разумной точностью: в две-три значащие цифры.

10. Оцените разумность и достоверность полученного результата.

Если вам не удается сразу решить задачу, попробуйте еще раз изучить соответствующий теоретический материал по учебному пособию, обратив внимание на тонкости вопросов.

Для решения задач по физике недостаточно знать соответствующий закон, нужно еще уметь применять его в конкретных условиях. Всякий физический закон верен лишь при выполнении определенных условий.

Например, второй закон Ньютона в форме $\vec{F} = m\vec{a}$ справедлив, если выполняются следующие условия: движение тела рассматривается по отношению к инерциальной системе отсчета, тело должно быть материальной точкой, масса тела – постоянной, скорость тела должна быть значительно меньше скорости света в вакууме и т. д. При нарушении хотя бы одного из этих условий второй закон Ньютона в записанной форме применять нельзя.

3. ОСНОВЫНЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА МЕХАНИКИ

3.1. Кинематика поступательного и вращательного движения материальной точки и тела

Средняя скорость $\vec{\upsilon} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

В общем случае мгновенная скорость $\vec{\upsilon} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$.

Ускорение $\vec{a} = \dfrac{d\upsilon}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$.

При равномерном прямолинейном движении скорость постоянна:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon} = const, \quad \vec{a} = 0;$$

Модуль перемещения $\Delta r = \upsilon \cdot \Delta t = S$,
где S — пройденный путь за время Δt.

В случае прямолинейного равнопеременного движения $(\vec{a} = \text{const})$

$$\upsilon = \upsilon_0 \pm at, \qquad S = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

При вращательном движении средняя угловая скорость

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

где $\Delta\varphi$ — изменение угла поворота за время Δt.

Мгновенная угловая скорость

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}; \qquad \vec{\varepsilon} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}.$$

Кинематическое уравнение равномерного вращения

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

При равнопеременном вращении (ε =const)

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t; \qquad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2},$$

где φ_0, ω_0 – угловая координата и угловая скорость в момент начала отсчета времени (t=0).

В случае равномерного вращательного движения угловая скорость

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

где T – период вращения (время одного полного оборота).

Частота вращения $n = \dfrac{N}{t}$,

где N — число оборотов, совершаемых телом за время t.

При криволинейном движении вектор скорости в каждой точке траектории совпадает с направлением касательной к траектории в этой же точке.

Ускорение при криволинейном движении разлагают на две составляющие: тангенциальное или касательное ускорение $\vec{a}_\tau$ и нормальное, или центростремительное ускорение $\vec{a}_n$ Тангенциальное ускорение характеризует изменение скорости по величине, оно направлено по касательной к траектории и выражается формулой

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}.$$

Нормальное ускорение характеризует изменение скорости по направлению, оно направлено по нормали к касательной и выражается формулой

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R},$$

где R — радиус кривизны траектории.

Полное ускорение

$$a = \sqrt{a^2_\tau + a_n^2} \quad \text{или} \quad \vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Между линейными и угловыми величинами, характеризующими вращение материальной точки, существует следующая связь:

$$S = \varphi R, \quad \upsilon = \omega R, \quad a_\tau = \varepsilon R; \quad a_n = \omega^2 R .$$

3.2. Динамика поступательного и вращательного движения материальной точки и тела

Второй закон Ньютона в общем случае выражается формулой

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{\upsilon})}{dt},$$

где $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$ – геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку,

N – число сил.

Если масса постоянна, то второй закон Ньютона может быть выражен формулой

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m},$$

где $\vec{a}$ – ускорение.

$\vec{P} = m\vec{\upsilon}$ – импульс тела

Закон сохранения импульса формулируется следующим образом: импульс замкнутой системы есть величина постоянная, т.е.

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{P}_1 = const \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^{N} m_i\vec{\upsilon}_i = const,$$

где i – число материальных точек, входящих в рассматриваемую замкнутую систему.

Для двух взаимодействующих материальных точек этот закон записывается так:

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 ,$$

где $\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_2$ и $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ – скорости точек соответственно до и после их взаимодействия.

В случае переменной массы связь между силой. массой и ускорением выражается уравнением Мещерского:

$$\vec{F} + \vec{\upsilon}\frac{dm}{dt} = m\vec{a},$$

где $\vec{F}$ – действующая сила,

$\vec{\upsilon}$ – скорость присоединяющейся (отделяющейся) массы относительного тела,

$\vec{\upsilon}\frac{dm}{dt}$ – реактивная сила.

Сила, действующая на материальную точку, движущуюся по кривой, может быть разложена на две составляющие: тангенциальную и нормальную.

Тангенциальная составляющая силы

$$F_t = ma_t = m\frac{d\upsilon}{dt} = m \cdot \varepsilon \cdot R,$$

где ε – угловое ускорение,

R – радиус кривизны траектории.

Нормальная состаляющая силы

$$F_n = ma_n = \frac{m\upsilon^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R,$$

где ω – угловая скорость.

Третий закон Ньютона выражается формулой

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},,$$

где $\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{21}$ – силы, с которыми взаимодействуют две материальные точки.

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости $F_{упр} = -kx$,

где k – коэффициент упругости (в случае пружины-- жесткость);

x – абсолютная деформация;

б) сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$,

где g – ускорение свободного падения:

в) сила гравитационного взаимодействия $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$,

где G – гравитационная постоянная,

$m_1 m_2$ – массы взаимодействующих материальных точек;

r – расстояние между ними;

г) сила трения (скольжения) $F = fN$,

где f – коэффициент трения,

N – сила нормального давления;.

Напряженность гравитационного поля (поля тяготения)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{m_0} \quad \text{или} \quad E = G\frac{m}{r^2}.$$

Потенциал поля тяготения

$$\varphi = -G\frac{m}{r}.$$

Напряженность $\vec{E}$ и потенциал φ одной и той же точки поля тяготения связаны между собой соотношением

$$\vec{E} = -grad\ \varphi.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения в общем случае имеет вид

$$\vec{M}dt = d(I\vec{\omega}),$$

где M – момент силы, действующей на тело относительно неподвижной оси в течение времени dt,

I – момент инерции тела относительно той же оси вращения,

$\vec{\omega}$ – угловая скорость,

$I\vec{\omega}$ – момент импульса.

В случае постоянного момента инерции

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon},$$

где $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение.

Момент силы относительно неподвижной точки

$$\vec{M} = \left[\vec{r} \cdot \vec{F}\right].$$

Модуль М равен произведению модуля силы F на плечо l (плечо l – кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы)

$$M = F \cdot l = Fr\sin\alpha$$

α – угол между векторами $\vec{r}$ или $\vec{F}$

Момент инерции: материальной точки $I = m\,r^2$; твердого тела

$$I = \sum_{i\ 1}^{N} \Delta m_i r^2{}_{i,}$$

где r_i – расстояние от элемента массы m_i до оси вращения.

Если тело однородно, т.е. его плотность ρ одинакова по всему объему, то $dm = \rho dV$ и $I = \rho\int$ $I = \rho \int r^2 dV$.

Приведем моменты инерции некоторых тел правильной геометрической формы. Момент инерции сплошного однородного цилиндра (диска) относительно оси, проходящей через центр диска перпендикулярно плоскости основания,

$$I = 1/2mR^2,$$

где m – масса цилиндра, R – его радиус.

Момент инерции однородного шара радиусом R относительно оси, проходящей через его центр,

$$I = 2/5mR^2 .$$

Момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно к его длине l. $I\ 1/12\ ml^2$; тонкого кольца, обруча, трубы и маховика радиуса R и массой m, распределенной по ободу, относительно оси, проходящей через центр перпендикулярной плоскости основания,

$$I = mR^2 \quad .$$

Если для какого-либо тела известен его момент инерции I_0 относительно оси, проходящей через центр инерции, то момент инерции относительно любой оси, параллельной первой, может быть найден по формуле (теорема Штейнера)

$$I = I_0 + md^2 ,$$

где m – масса тела;

d – расстояние от центра инерции тела до оси вращения.

Закон сохранения момента импульса: в общем виде

$$\sum_{i-1}^{N} I_i \vec{\omega}_i = const.$$

для двух тел

$$I_1\dot{\omega}_1 + I_2\dot{\omega}_2 = I_1'\omega_1' + I_2'\dot{\omega}_2' ,$$

I_1', I_2' $\vec{\omega}_1', \vec{\omega}_2'$ – те же величины после взаимодействия;

для одного тела, момент инерции которого может меняться,

$$I_1\dot{\omega}_1 = I_2\dot{\omega}_2,$$

где I_1, I_2 – начальное и конечное значения момента инерции,

$\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2$ – начальная и конечная угловые скорости тела.

3.3. Механическая энергия

Работа постоянной силы $A = F\Delta r \cdot \cos\alpha$,

где α – угол между направлением силы $\vec{F}$ и перемещением $\Delta\vec{r}$.

Работа переменной силы

$$A = \int_a^b F(r)\cos\alpha dr,$$

где a,b – координаты начальной и конечной точек пути.

Работа момента силы M, действующего на вращающееся твердое тело,

$$dA = Md\varphi,$$

где $d\varphi$ – угол поворота тела.

Полная работа $$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} Md\varphi$$

Средняя мощность за время Δt

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Мгновенная мощность

$$N = \frac{dA}{dt} = F \cdot \upsilon\cos\alpha,$$

где dA – элементарная работа, совершенная силой F за время dt на малом перемещении dr.

Мгновенная мощность, развиваемая при вращении тела,

$$N = M\omega.$$

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$К = \frac{m\upsilon^2}{2} \text{ или } К = \frac{p^2}{2m}.$$

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижнй оси z,

$$К = \frac{I_z\omega^2}{2} \text{ или } К = \frac{L^2_z}{2I_z}.$$

Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения,

$$К = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

Потенциальная энергия упруго деформированной пружины

$$П = 1/2\ kx^2.$$

Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия

$$П = -G\frac{m_1 m_2}{r}.$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести,

$$П = mgh,$$

где h – высота тела над уровнем, принятым за нулевой .

Потенциал гравитационного поля

$$\varphi = \frac{E_n}{m}.$$

Закон сохранения энергии в механике (для консервативной системы)

$$E = К + П = const \quad \text{или} \quad \Delta(К + П) = 0$$

Работа, совершаемая внешними силами, действующими на тело, и изменение его кинетической энергии связаны соотношением

$$A = \Delta\ К.$$

Скорости шаров массами m_1 и m_2 после абсолютно упругого прямого центрального удара

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1 + 2m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}, \quad \upsilon_2' = \frac{(m_2 - m_1)\upsilon_2 + 2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}.$$

Скорость шаров после абсолютно неупругого прямого центрального удара

$$\vec{\upsilon} = \frac{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2}{m_1 + m_2}.$$

3.4. Элементы специальной теории относительности

В специальной теории относительности рассматриваются только инерциальные системы отсчета. Во всех задачах считается, что оси y, y' и z, z' сонаправлены, а относительная скорость υ_0 "штрихованной" системы координат K' относительно "нештрихованной" K направлена вдоль общей оси $x\,x'$.

Зависимость массы тела от его скорости

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}}, \quad \text{или} \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где m_0 – масса покоя,

β – скорость частицы, выраженная в долях скорости света

$(\beta = \frac{\upsilon}{c})$.

c – скорость распространения электромагнитного излучения.

Релятивистское (Лоренцево) сокращение длины стержня

$$l = l_0\sqrt{1 - \beta^2},$$

где l_0 – длина стрежня в системе координат K', относительно которой. стержень покоится (собственная длина). Стержень параллелен оси x',

l – длина стержня. измеренная в системе К, относительно которой. он движется со скоростью υ.

Релятивистское замедление хода часов

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

где Δt_0 – промежуток времени между двумя событиями, происходящими в одной точке системы K', измеренный по часам этой системы (собственное время движущихся часов),

Δt – промежуток времени между двумя событиями, измеренный по часам системы K.

Релятивистское сложение скоростей

$$\upsilon = \frac{\upsilon' + \upsilon_0}{1 + \upsilon_0 \cdot \upsilon' / c^2},$$

где υ' – относительная скорость (скорость тела относительно системы K),

υ_0 – переносная скорость (скорость системы K' относительно K),

υ – абсолютная скорость (скорость тела относительно системы K).

Релятивистский импульс

$$\vec{p} = m\vec{\upsilon} = \frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{или} \quad p = m_0 c \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Взаимосвязь массы и энергии релятивистской частицы

$$E = mc^2 \quad \text{или} \quad E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя релятивистской частицы.

Частица называется релятивистской, если скорость ее сравнима со скоростью света, и классической, если

$\upsilon < c$.

Полная энергия релятивистской частицы

$$E \quad mc^2 \quad m_0c^2 \cdot K \quad E_0 \cdot K.$$

Кинетическая энергия релятивистской частицы

$$K = (m-m_0)c^2 \quad \text{или} \quad K = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right).$$

Связь между полной энергией, энергией покоя и импульсом релятивистской частицы

$$E^2 - p^2c^2 = m_0^2c^4.$$

Связь кинетической энергии с импульсом релятивистской частицы

$$p^2c^2 = K(K+2m_0c^2).$$

4. Примеры решения задач

Задача 1.

Два автомобиля приближаются к перекрестку по взаимно перпендикулярным траекториям с постоянными скоростями υ_1 и υ_2.

В момент времени, когда первый автомобиль достиг перекрестка, второй находился на расстоянии l_0 от него. Определите минимальное расстояние между автомобилями в процессе их движения.

Решение: Первый способ. В качестве тела отсчета выберем Землю. Движение автомобилей по поверхности Земли на малых по сравнению с радиусом Земли расстояниях можно считать происходящим на плоскости. В этом случае положение каждого из них можно задать двумя координатами. Оси OX и OY направим вдоль дорог в направлении движения автомобилей. За начало отсчета расстояний выберем перекресток, за начало отсчета времени – момент времени пересечения перекрестка первой машинной.

Начальные условия движения автомобилей запишем в виде:

$$\upsilon_{1x} = 0,\ \upsilon_{1y} = \upsilon_1,\ x_{01} = 0,\ y_{01} = 0,$$
$$\upsilon_{2x} = \upsilon_2, \upsilon_{2y} = 0, x_{01} = -l_0, y_{02} = 0,$$

Координаты машин в любой произвольный момент времени определяются уравнениями:

$$x_1 = x_{01} + \upsilon_{1x}t, y_1 = y_{01} + \upsilon_{1y}t,$$
$$x_2 = x_{02} + \upsilon_{2x}t, y_1 = y_{02} + \upsilon_{2y}t,$$

С учетом начальных условий получим:

$$x_1 = 0, x_2 = -l_0 + \upsilon_2 t,\ \ y_1 = \upsilon_1 t, y_2 = 0.$$

Расстояние между точками на плоскости можно выразить через их координаты так:

$$l = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 + y_2)^2}$$

Отсюда расстояние между автомобилями l в любой момент времени равно

$$l = \sqrt{(l_0 - \upsilon_2 \cdot t)^2 + \upsilon_1^2 \cdot t^2}.$$

Исследование этого выражения на минимум можно провести следующим образом,

Возведем обе его части в квадрат:

$$l^2=\left(l_0-\upsilon_2\cdot t\right)^2+\upsilon_1^2\cdot t^2,\ \left(\upsilon_1^2+\upsilon_2^2\right)t^2-2l_0\cdot\upsilon_2\cdot t+\left(l_0^2-l^2\right)=0$$

Полученное выражение является уравнением параболы. Из него следует. что на расстоянии l автомобили будут дважды: в момент времени t_1 и t_2. определяемые формулой:

$$t_{1,2}=\frac{l_0\cdot\upsilon_2\pm\sqrt{l_0^2\cdot\upsilon_2^2-\left(\upsilon_1^2+\upsilon_2^2\right)\left(l_0^2-l^2\right)}}{\upsilon_1^2+\upsilon_2^2}$$

Минимальное значение $l_{\min}$ достигается в случае

$$t_1=t_2=\frac{l_0\cdot\upsilon_2}{\upsilon_1^2+\upsilon_2^2},$$

т.е. при обращении в нуль подкоренного выражения (дискриминанта)

$$l_0^2\cdot\upsilon_2^2-\left(\upsilon_1^2+\upsilon_2^2\right)\left(l_0^2-l_{\min}^2\right)=0.$$

Выразив из этого уравнение $l_{\min}$ получим

$$l_{\min}=\frac{\upsilon_1\cdot l_0}{\sqrt{\upsilon_1^2+\upsilon_2^2}}$$

Решение задачи оказывается более простым, если выбрать другую систему отсчета.

Второй способ. В качестве тела отсчета выберем второй автомобиль, направление координат осей и начальный отсчета времени примем такими же, как и в первом случае. В системе отсчета, связанной со вторым автомобилем, первый автомобиль движется со скоростью $\vec{\upsilon}_{12}$ равной:

$$\vec{\upsilon}_{12}=\vec{\upsilon}_1-\vec{\upsilon}_2,\ \upsilon_{12}=\sqrt{\upsilon_1^2+\upsilon_2^2}$$

Вектор скорости направлен под углом к прямой. соединяющей автомобили в начальный момент времени $t=0$

Кратчайшее расстояние между автомобилями равно длине отрезка перпендикуляра, опущенного из начала координат, в котором находится второй автомобиль, на прямую, по которой движется первый автомобиль. $l_{\min}=l_0\sin\alpha$, $\sin\alpha=\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_{12}}$.Следовательно

$$l_{\min}=\frac{l_0\cdot\upsilon_1}{\sqrt{\upsilon_1^2+\upsilon_2^2}}.$$

Задача 2.

Рассчитайте радиус кривизны траектории точки колеса радиусом R (циклоиды) в ее верхней точке.

Решение. Ускорение точки А инвариантно в движущихся с постоянной скоростью относительно друг друга системах отсчета; относительно системы отсчета, связанной с осью колеса, оно равно

$a_{\text{цс}_1} = \frac{\upsilon_1^2}{R}$, а относительно Земли $a_{\text{цс}_2} = \frac{\upsilon_2^2}{R_{kp}}$

где υ_1 - скорость этой точки относительно центра колеса O,

υ_2 -скорость этой же точки относительно точки O_1 ,

$R_{кр}$ - радиус кривизны циклоиды в точке A.

Обозначив буквой υ скорость движения центра колеса O, получим: $\upsilon_2 = 2\upsilon$. В соответствие с законом сложения скоростей $\upsilon_1 = 2\upsilon - \upsilon = \upsilon$.

Из инвариантности $a_{n1} = a_{n_2}$ ускорений следует:

$$\frac{\upsilon^2}{R} = \frac{(2\upsilon)^2}{R_{kp}}, \text{ откуда } R_{kp} = 4R.$$

Задача 3.

Два тела массой m_1 и m_2, связанные нитью, лежат на гладкой горизонтальной поверхности. Масса нити m_0. На второе тело действует в горизонтальном направлении сила F. Определите силы, с которыми нить действует на каждое тело. В каком случае эти силы будут равны по модулю? Трением можно пренебречь.

Решение: Изобразим силы, действующие на каждое тело и нить: F_1 и F_2, -силы, с которыми нить действует на тела 1 и 2; F_2' и F_1' - силы, с которыми тела действуют на нить.

Сила тяжести, действует на каждое тело, скомпенсирована силами реакции опоры. Применим второй закон Ньютона для проекций всех сил на направление движения системы тел-ось X:

$$F_1 = m_1 a_{1x}$$

$$F_2' - F_1' = m_0 \cdot a_{0x}$$

$$F - F_2 = m_σ \cdot a_{2x}$$

$F_2' = F_2$, $F_1' = F_1$ (третий закон Ньютона).

Ускорение обоих тел и нити одинаковы: так как нить нерастяжима. Сложив все три уравнения, получим

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_0}$$

Силы F_1 и F_2, с которыми нить действует на тела, определяются следующим образом:

$$F_1 = \frac{F \cdot m_1}{m_1 + m_2 + m_0}$$

$$F_2 = \frac{F\left(m_1 + m_0\right)}{m_1 + m_2 + m_0}$$

Силы F_1 и F_2, равны по модулю в том случае, когда масса нити равна нулю (когда массой нити можно пренебречь по сравнению с массами тел).

Задача 4.

Длинная доска массой M лежит на гладком горизонтальном столе. На доске находится брусок массой m. Коэффициент трения между бруском и доской равен μ.

К бруску приложена сила, параллельная доске, ее модуль зависит от времени по закону $F = at$.

Исследуйте зависимость проекций ускорений бруска и доски на горизонтальную ось от времени действия силы.

Решение: Относительно инерциальной системы отсчета, связанной с Землей, на брусок действует две силы: внешняя сила и сила трения со стороны доски, направленная в сторону, противоположную направлению внешней силы. На доску действует только одна неуравновешенная сила - сила трения со стороны бруска. Силы тяжести, действующие на доску и брусок, уравновешивается упругим силами реакции опор.

Уравнения второго закона Ньютона в проекции на ось ox, направленную параллельно вектору силы, можно записать в виде:

$$F_x + f_{1x} = ma_{1x}$$

$$f_{2x} = Ma_{2x}$$

где $F_x = F, f_{1x} = -f, f_{2x} = f$

Следовательно $F - f = ma_{1x}, f = Ma_{2x}$.

Эти уравнения имеют смысл только при значении $a_{1x} \geq a_{2x}$, так как по условию задачи доска не может двигаться быстрее бруска.
В начале движения ускорения бруска и доски равны между собой, откуда $a_{1x} = a_{2x}$

$$\frac{F-f}{m}=\frac{f}{M}$$

Эти ускорения будут нарастать со временем до тех пор, пока брусок не станет скользить по доске. Обозначим этот момент времени через t_0 . Предельное значение силы F_0, при котором ускорения доски и бруска еще равны, можно определить из условия

$$\frac{F_0-f_0}{m}=\frac{f_0}{M}$$

где $f_0 = \mu mg$ – максимальное значение силы трения покоя, равное силе трения скольжения.

Итак,

$$\frac{F_0-\mu mg}{m}=\frac{\mu mg}{M}, F_0=\mu mg\left(1+\frac{m}{M}\right)$$

Таким образом, до момента времени, равного

$$t_0=\frac{F_0}{a}=\frac{\mu mg}{a}\left(1+\frac{m}{M}\right).$$

Проекции ускорения обоих тел одинаковы и растут по линейному закону:

$$a=a_{1x}=a_{2x}=\frac{F}{m+M}=\frac{at}{m+M}$$

При $t>t_0$ проекции ускорения доски и бруска будут разными. Проекция ускорения доски, достигнув значения , $a_{2x}=\frac{\mu mg}{M}$ останется с течением времени неизменной, в то время как проекция ускорения бруска будет увеличивается со временем по закону

$$a_{1x}=\frac{at-\mu mg}{m}=\frac{a}{m}-\mu g$$

Задача 5.

Брусок массой m_1 0,3 кг лежит на наклонной плоскости, угол при основании которой равен 30 градусов. Коэффициент трения бруска о плоскость равен 0,2. К бруску привязана невесомая и нерастяжимая нить, другой конец которой перекинут через неподвижный блок. К этому концу нити прикреплен груз. Определите ускорение бруска при m_2груза 0,25кг. При каких значениях массы груза брусок покоится?

Решение.

В зависимости от соотношения между величинами m_2, μ, m_1 *и* α , брусок может двигаться с ускорением вверх или вниз по наклонной плоскости или находиться в покое. При этом изменяется не только направление, но и модуль силы трения, так как сила трения может принимать различные значения.

Рассмотрим два предельных случая, когда брусок движется ускоренно вверх и ускоренно вниз по наклонной плоскости. Изобразим силы, действующие на брусок и груз: - силы натяжения нити при ускоренном движении грузов соответственно вверх или вниз по наклонной плоскости силы тяжести, действующие на брусок и груз; сила трения скольжения.

Сила трения скольжения в каждом случае направлена в сторону, противоположную движению бруска. Так как нить нарастяжима, то модули ускорений, с которыми движутся брусок и груз, одинаковы. Вследствие невесомости нити сила натяжения по всей ее длине одинакова. Запишем второй закон Ньютона для проекций сил и ускорений на ось, совпадающую по направлению с ускорением, для случая, когда тело движется вверх по наклонной плоскости:

$$F_1 - m_1\upsilon\sin\alpha - F_{\text{тр}} = m_1 a_1 \quad (1)$$

$$m_2\upsilon - F_1 = m_2 a_1 \quad (2)$$

Учитывая, что сила трения скольжения $F_{т\ р} = \mu N$ где $N = m_1 g\cos\alpha$, получим:

$$F_{\text{тр}} = \mu m_1\upsilon\cos\alpha \quad (3)$$

Складывая уравнения (1) и (2) и заменяя значения силы трения выражением (3), получим:

$$m_2\upsilon - m_1\upsilon\sin\alpha - \mu m_1\upsilon\cos\alpha = (m_1 + m_2)a_1$$

Это выражение можно использовать для расчета ускорения бруска только при условии,
что $a_1 \geq 0$.

Определим минимальную массу груза m_2', при которой брусок еще движется вверх по наклонной плоскости без ускорения (a =0):

$$m_2'\upsilon - m_1\upsilon\sin\alpha - \mu m_1\upsilon\cos\alpha = 0$$

$$m_2' = m_1(\sin\alpha + \mu\cos\alpha).$$

Следовательно, при выполнении условия $m_2 \geq m_1(\sin\alpha + \mu \cos\alpha)$ можно определить искомое ускорение бруска из уравнения (4):

$$a_1 = g\frac{m_2 - m_1\sin\alpha - \mu m_1\cos\alpha}{m_1 + m_2}$$

Рассчитаем числовое значение величины m_2':

$$m_2' = 0{,}30\ \text{кг}\left(\sin 30° + 0{,}2\cdot\cos 30°\right) = 0{,}20\ \text{кг}$$

Сравнивая полученное значение с данными, представленными в условии, делаем вывод, что рассчитать ускорение бруска по формуле можно лишь при значении $m_2 \geq 0{,}2$кг Положим $m = 0{,}25$ к г

$$a_1 = 9{,}81\,{}^{м}\!/\!_{с}\,\frac{0{,}25 - 0{,}30\cdot 0{,}5 - 0{,}20\cdot 0{,}30\cdot\sqrt{3/2}}{0{,}30 + 0{,}25} = 0{,}86\,{}^{м}\!/\!_{с^2}$$

2. Запишем второй закон Ньютона для проекции сил и ускорений на ось, направление которой совпадает с направлением ускорения, для случая, движения тела вниз по наклонной плоскости

$$m_1 g\sin\alpha - F_2' - F_{тр}' = m_1 a_2$$

$$F_2 - m_2 g = m_2 a_2$$

Учитывая, что сила трения скольжения равна $Fmp = \mu m_1 g\cos\alpha$, получим, сложив оба уравнения:

$$m_1 g\sin\alpha - m_2 g - \mu m_1\cos\alpha = \left(m_1 + m_2\right)a_2$$

Полученное выражение можно использовать для расчета ускорения бруска только при условии, что

$a_2 \geq 0$.

Определим максимальную массу груза, m_2'' при которой брусок еще движется вниз по наклонной плоскости без ускорения

$$m_1 g\sin\alpha - m_2'' g - \mu m_1 g\cos\alpha = 0$$

$$m_2'' = m_1\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)$$

Следовательно, при выполнении условия $m_2 \leq m_1$(sin α-μcos) можно определить ускорение бруска из уравнения

$$a_2 = g\frac{m_1\sin\alpha - m_2 - \mu m_1\cos\alpha}{m_1 + m_2}$$

Рассчитаем числовое значение величины

$$m_2'' = 0{,}30\cdot\left(\sin 30 - 0{,}2\cos 30\right) = 0{,}10\,кг$$

Сравнивая полученное значение с данными, представленными в условии ,делаем вывод, что рассчитать ускорение бруска по формуле можно лишь при значении $m_2 = 0{,}05$,кг

$$a_2 = 9{,}81\, м/с^2 \frac{0{,}30 \cdot 0{,}50 - 0{,}05 - 0{,}20 \cdot 0{,}30 \cdot \sqrt{3/2}}{0{,}05 + 0{,}30} = 1{,}4\, м/с^2$$

3. При выполнении условия

$$m_1 (\sin\alpha + \mu\cos\alpha) > m_2 > m_1 (\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

брусок не будет двигаться ни вниз, ни вверх по наклонной плоскости. Т.е. будет находиться в покое.

Задача 6.

Докажите теорему Штейнера для системы, состоящей из двух материальных точек, вращающихся вокруг оси, перпендикулярно прямой, соединяющей эти точки.

Решение. Рассмотрим систему, состоящую из двух материальных точек 1, 2 массами m_1 и m_2. Относительно ост вращения, проходящей через центр масс такой системы перпендикулярно прямой, соединяющей точки, момент инерции системы равен: $I_0 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$ *(1)*

Где r_1 и r_2 – соответственно расстояния от точек 1 и 2 до центра масс систем . Момент инерции этой же системы относительно оси, проходящей параллельно первой, но смещенной на расстояние d, равен

$I = m_1 (r_1 + d)^2 + m_2 (r_2 - d)^2$ *(2)*

Проведя преобразования, получим:

$I = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2) + (m_1 + m_2) d^2 + 2d (m_1 r_1 - m_2 r_2)$ (3) .Так как точка О является центром масс системы материальных точек, то согласно определению цента масс выполняется соотношение: $m_1 r_1 = m_2 r_2$ *(4)*

Подставляем выражение (1) и (4) в (3), получим:

$I = I_0 + (m_1 + m_2) d^2$. Что и требовалось доказать.

Задача 7.

Вследствие действия приливов, вызванных притяжением Луны и Солнца, продолжительность суток на Земле увеличивается за $\Delta t = 100\, лет$ на $\Delta T = 0{,}001 с$.Определите приливную силу трения. Землю можно считать однородным шаром массой $6 \cdot 10^{24}$ кг и радиусом $6{,}4 \cdot 10^6$ м.

Решение. Из основного уравнения динамики вращательного движения следует, что момент силы трения

$$M_{тр} = I\varepsilon$$

Момент инерции Земли $I=0,4mR^2$.Изменение угловой скорости земли равно: $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T} - \frac{2\pi}{T+\Delta T} \approx \frac{2\pi\Delta T}{T^2}$, а угловое ускорение

$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{2\pi\Delta T}{T^2\Delta t}$, где $\Delta t = 100 лет = 100\cdot 365\cdot 24\cdot 3600 c$. Момент приливной силы трения равен:

$$M_{тр} = F_{тр}R$$

Подставив значения момента инерции Земли I, углового ускорения и момент приливной силы трения $M_{тр}$ в основное уравнение динамики вращательного движения, получим:

$$0,4mR^2\frac{2\pi\Delta T}{T^2\Delta t} = F_{тр}R$$

Отсюда

$$F_{тр} = \frac{0,8\pi mR\Delta T}{T^2\Delta t}$$

Проведём вычисления, найдём

$$F_{тр} = \frac{0,8\cdot 3,14\cdot 6\cdot 10^{24}\cdot 6,4\cdot 10^6\cdot 0,001}{(24\cdot 3600)^2\cdot 100\cdot 365\cdot 24\cdot 3600}H \approx 4\cdot 10^9 H$$

Задача 8.

Цилиндр скатывается без проскальзывания с наклонной плоскости с углом при основании α. Рассчитайте ускорение цента масс цилиндра.

Решение. На цилиндр действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_т$. Запишем уравнение второго закона Ньютона в проекциях на ось X и основного уравнения вращательного движения цилиндра относительного движения цилиндра относительно его цента масс:

$ma = mg\sin\alpha - F_{тр} \quad I\varepsilon = M$

Но для сплошного диска $I = mr^2/2$, а угловое ускорение $\varepsilon = a/r$. Итак:

$$ma = mg\sin\alpha - F_{тр} \quad \frac{mr^2}{2}\cdot\frac{a}{r} = F_{тр}r.$$

Решение задачи упрощается, если записать уравнение вращательного движения относительно точки А, точки касания цилиндра и поверхности:

$$(I_0 + mr^2)\frac{a}{r} = mgr\sin\alpha$$

Откуда сразу следует, что $a = \frac{2}{3} g \sin\alpha$

Задача 9.

Покажите, что потенциальная энергия тела в поле тяготения равна П= $\left(-G\frac{mM}{r}\right)$.

Решение. Действительно, изменение потенциальной энергии при перемещении тела на расстояние $\Delta r\left(r_1 = r + \Delta r до\ r^2 = r\right)$ равно $\Delta П = -G\frac{mM}{r+\Delta r} - \left(-G\frac{mM}{r}\right) = GmM\frac{\Delta r}{r\left(r+\Delta r\right)}$. Тогда сила тяготения $F = -\lim\limits_{\Delta r\to 0}\frac{\Delta П}{\Delta r} = -G\frac{mM}{r^2}$.

Это выражение соответствует закону всемирного тяготения; следовательно, наше предположение о виде зависимости потенциальной энергии от расстояния между взаимодействующими телами справедливо. Знак минус означает, что проекция силы тяготения на радиус-вектор имеет противоположный знак, т.е. мы имеем дело с силой притяжения.

Задача 10.

Автомобиль движется равноускорено по горизонтальной дороге и достигает скорости υ. Одинакова ли работа, совершаемая двигателем при разгоне из состояния покоя до скорости $\frac{\upsilon}{2}$ и от скорости $\frac{\upsilon}{2}$ до υ?

Решение. Будем считать, что за счет работы, совершаемой двигателем, увеличивается кинетическая энергия автомобиля: $A = \Delta K$
Следовательно, на первом участке разгона двигателем совершает работу A_1, равную

$$A_1 = \Delta K = \frac{m\left(\frac{\upsilon}{2}\right)^2}{2} - 0 = \frac{m\upsilon^2}{8}.$$

На втором участке работа равна: $A_2 = \frac{m\upsilon^2}{2} - \frac{m(\frac{\upsilon}{2})^2}{2} = \frac{3m\upsilon^2}{8}$

Отношение работ на указанных участках разгона равно: $A_1{:}A_2=1{:}3$, т.е. чем больше скорость, тем большую работу должен совершить двигатель, чтобы поддерживать ускорение движения постоянным.

Задача 11.

Определить импульс электрона, обладающего кинетической энергией 5 МэВ.

Решение. Импульс частицы определяется по формуле $p = m_0 c\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}$

но так как в условия задачи дана не скорость электрона, а его кинетическая энергия, то решение в общем виде сведется к отысканию формулы, выражающий импульс непосредственно через кинетическую энергию.

Установим связь между импульсом и полной энергией частицы. Полная энергия E частицы прямо пропорциональна ее массе, т. е.

$$E = mc^2$$

(1)

Зависимость массы от скорости определяется по формуле

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (2)$$

Заменим массу m в формуле (1) ее выражением (2) и, приняв во внимание, что произведение m_0c^2 есть энергия покоя E_0 частицы, получим

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (3)$$

Возведем обе части равенства (3) в квадрат, тогда

$$E^2 = \frac{E_0^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

откуда

$$E^2 - \left(E\beta\right)^2 = E_0^2 \quad (4).$$

Очевидно, что

$$E\beta = mc^2\frac{\upsilon}{c} = m\cdot\upsilon\cdot c = pc$$

Поэтому равенство (4) можно переписать в виде:

$$E^2 - p^2c^2 = E_0{}^2$$

Откуда

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - E_0^2} = \frac{1}{c}\sqrt{(E - E_0)(E + E_0)}$$

Разность между полной энергией и энергией покоя есть кинетическая энергия K частицы:

$$E - E_0 = K$$

Легко убедиться, что $E+E_o=K-E_o$. Поэтому искомая связь между импульсом и кинетической энергией частицы выразится формулой

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{K(K + 2E_0)}$$

Вычисления удобно произвести в два приема: сначала найти числовое значение радикала во внесистемных единицах, а затем перейти к вычислению в единицах СИ. Таким образом,

$$p = \frac{\sqrt{K(K + 2E_0)}}{c} = \frac{\sqrt{5(5 + 2\cdot 0{,}51)}}{c} = \frac{5{,}5\,МэВ}{c} = \frac{5{,}5\cdot 1{,}6\cdot 10^{-13}\,Дж}{3\cdot 10^8\,м/с} =$$

$$= 2{,}93\cdot 10^{-21}\,кг\cdot м/с$$

5. Условия задач

1. Координата точки изменяется по закону $x = 3 + 5t$. Путь s, пройденный точкой за время t = 2 с, будет равен?

2. По оси X движутся две точки, координаты которых меняются по законам $x_1 = -3 + 2t$ и $x_2 = 4 - 5t$. Точки встретятся в момент времени t равный?

3. Два автомобиля движутся во взаимно перпендикулярных направлениях. Один автомобиль имеет скорость υ_1 = 54 км/ч, а другой – υ_2 = 108 км/ч. Каков модуль относительной скорости υ автомобилей?

4. В течение первых t_1 = 5 ч поезд двигался со средней скоростью υ_1 = 60 км/ч, а затем в течение t_2 = 4 ч – со средней скоростью υ_2 = 15 км/ч. Средняя скорость поезда за все время движения, равна?

5. Автомобиль прошел три четверти пути со скоростью υ_1 = 60 км/ч, а оставшуюся часть пути со скоростью υ_2 = 80 км/ч. Средняя скорость υ автомобиля на всем пути равна? км/ч.
6. Велосипедист ехал из одного города в другой. Половину пути он проехал со скоростью υ_1 = 12 км/ч. Далее половину оставшегося времени движения он ехал со скоростью υ_2 = 6 км/ч, а затем до конца шел пешком со скоростью υ_3 =4 км/ч. Средняя скорость велосипедиста на всем пути равна?
7. Двигаясь с ускорением a = 5 м/с^2, тело на пути s = 600 м увеличило свою скорость в 4 раза. Начальная скорость υ_0 тела равна?
8. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, прошло за время t = 6 с расстояние, l = 450 м. За какое время t_2 оно прошло последние l_2 = 150 м пути?
9. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, прошло за время t = 4 с путь l = 4,8 м. Какой путь оно прошло за четвертую секунду?
10. Из одной точки в одном направлении движутся два тела: одно равномерно со скоростью, модуль которой υ_1 = 16 м/с, другое – без начальной скорости с ускорением, модуль которого a_2 = 4 м/с^2. Второе тело догонит первое через время равное?
11. Если тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, за десятую секунду проходит путь s_1 = 38 м, то за тринадцатую секунду движения оно пройдёт путь s_2, равный**?** м
12. Небольшое тело вращается с постоянной угловой скоростью на расстоянии R = 5 м от оси вращения с частотой ν = 0,5 Гц. За время t = 1 мин тело пройдет путь, равный?
13. Вал диаметром d = 20 см при вращении делает один оборот за время t = 0,4 с. Линейная скорость точек на поверхности вала равна:
14. Точка на вращающемся с постоянной скоростью колесе за время t = 2 с поворачивается на угол $\Delta\varphi$ = 80 рад. Если модуль скорости движения точки υ = 28,8 км/ч, то расстояние R от оси вращения до точки равно?
15. Линейная скорость точек обода вращающегося диска равна υ = 3 м/с, а точек, находящихся на l = 10 см ближе к оси вращения, υ_1 = 2 м/с. Чему равна частота ν вращения диска?
16. Два шкива радиусами R_1 и R_2 = 0.5R_1 соединены ременной передачей. Если период вращения первого шкива T_1 = 1 с. то частота ν_2 вращения второго шкива равна?

17. Волчок, вращающийся с угловой скоростью ω = 62,8 рад/с, свободно падает со стола высотой h = 1,25 м. Сколько оборотов совершит за время падения волчок?
18. Точка движется по окружности с постоянной скоростью υ = 15 м/с. Вектор скорости изменяет направление на угол φ = 60° за время t = 3,14 с. Центростремительное ускорение a точки равно? м/с^2.
19. Период вращения тела, равномерно двигающегося по окружности, составляет T = 4 с, радиус вращения R = 2 м. Модуль центростремительного ускорения a тела равен?
20. Вал совершает N = 1200 оборотов за время Δt = 1 мин. Если диаметр обода вала d = 0,3 м, то линейная скорость υ, точек обода вала равна?
21. Определить скорость v и полное ускорение a точки момент времени t 2 с, если она движется по окружности радиусом R 1 м согласно уравнению S $At + Bt^2$, где A = 8 м/с; B = 1 м/с^2; S – криволинейная координата, отсчитанная от некоторой точки, принятой за начальную, вдоль окружности.
22. Определить полное ускорение a в момент t 3 с точки, находящейся на ободе колеса радиусом R 0,5 м, вращающегося согласно уравнению φ $At + Bt^3$, где A = 2 рад/с; B = 0,2 рад/с.
23. Барабан молотилки вращается так, что зависимость числа его оборотов от времени задается уравнению $\nu = A + Bt^2$, где A = 3 с$^{-1}$; B = 1,5 с$^{-3}$. Сколько сделает оборотов барабан через t 5 с от начала вращения?
24. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = At + Bt^2$, где A = 3 м/с; B = 1м/с^2. Найти скорость v и ускорение a точки в момент времени t_1= 0 и t_2 = 3 с. Каковы среднее значения скорости v_x и ускорения a_x за первые 3 с движения?
25. Диск радиусом R = 0,2 м вращается согласно $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где A = 3 с рад; B = –1 рад/с; C = 0,1 рад/с^2. Определить тангенциальное a_τ нормальное a_n и полное a ускорение точек на окружности диска для момента времени t = 10 с.
26. Санки массой m = 6 кг, находящиеся на горизонтальной поверхности, тянут за веревку, прилагая к ней силу, модуль которой F = 20 Н, направленную вверх под углом α = 30° к горизонту. Определите модуль ускорения санок, если коэффициент трения μ = 0,13.

27. Модуль ускорения, с которым брусок скользит вниз по наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\alpha = 30^0$ при коэффициенте трения $\mu = 0,2$, равен?

28. На нити, которая выдерживает натяжение $F_н$ $30\ Н$, поднимают груз массой $m = 2$ кг из состояния покоя вертикально вверх. Если движение груза равноускоренное, то за время $t = 2$ с груз можно поднять на высоту h, равную?

29. Через блок с неподвижной осью перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 8$ кг. Во время движения грузов сила натяжения нити равна? Н.

30. К потолку лифта, движущегося равноускоренно, на невесомой пружине ($k = 440$ Н/м) подвешен груз массой $m = 1,2$ кг, покоящийся относительно кабины лифта. Если во время движения длина пружины на $\Delta l = 3$ см больше ее длины в недеформированном состоянии, то проекция ускорения a_y лифта на ось Оу равна?

31. Автомобиль массой $m = 2,0$ т, двигающийся равномерно и прямолинейно по горизонтальному участку дороги, со скоростью, модуль которой $v_0 = 72$ км/ч, начинает тормозить. Если модуль силы трения колес о полотно дороги $F_{тр} = 10$ кН (приложение 2), то путь s от момента начала торможения до полной остановки равен? м.

32. На концах нити, перекинутой через блок с неподвижной осью, подвешены два тела массами $m = 0,49$ кг каждое. На одно из тел положили дополнительный груз Δm и тела пришли в движение. Если каждое из тел за $t = 4$ с прошло путь $s = 1,6$ м, то масса дополнительного груза Δm, равна? г.

33. Цилиндр радиуса $R = 78$ см, расположенный вертикально, вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью $\omega = 8,0$ рад/с. На внутренней поверхности цилиндра находится небольшое тело, вращающееся вместе с цилиндром. При какой минимальной величине коэффициента трения скольжения между телом и поверхностью цилиндра тело не будет скользить вниз?

34. Гирька массой $m = 100$ г, привязанная к резиновому шнуру, вращается с угловой скоростью $\omega = 10$ рад/с по окружности в горизонтальной плоскости так, что шнур составляет угол $\alpha = 60°$ с вертикалью. Если жесткость шнура $k = 40$ Н/м, то его длина в нерастянутом состоянии равна? см.

35. Свободно падающий шарик массой m = 200 г ударился о пол со скоростью υ_1 = 5 м/с и подпрыгнул на высоту h = 80 см. Модуль изменения импульса $|\Delta\vec{p}|$ шарика при ударе равен?

36. Пуля массой m_1 = 20 г, летящая горизонтально, пробивает насквозь доску, подвешенную на невесомой нити. Скорость пули до удара равна υ_1 = 900 м/с. После – υ_1' = 100 м/с, масса доски m_2 = 4 кг. Скорость доски υ_2 сразу после вылета из нее пули равна?

37. Навстречу мальчику, бегущему со скоростью υ_1 = 4 м/с, движется тележка, скорость которой υ_2 = 3 м/с. Масса мальчика m_1 = 50 кг, масса тележки m_2 = 80 кг. Мальчик вскакивает на тележку. Скорость тележки с мальчиком будет равна?

38. В платформу с песком, стоящую на горизонтальных рельсах, попадает снаряд, летящий горизонтально со скоростью υ_1 = 300 м/с под углом α = 60° к направлению рельсов, и застревает в ней. Отношение массы платформы к массе снаряда равно 29. Платформа начинает двигаться со скоростью υ, равной?

39. Маленький шарик массой m = 0,3 кг подвешен на легкой нерастяжимой нити длиной l = 90 см, которая разрывается при силе натяжения $F_н$ 6 Н. Шарик отведен от положения равновесия и отпущен. Когда шарик проходит положение равновесия, нить обрывается, и шарик тут же абсолютно неупруго сталкивается с бруском массой M = 1,5 кг, лежащем неподвижно на гладкой горизонтальной поверхности стола. Скорость u бруска после удара равна? дм/с

40. Человек, находящийся в лодке, переходит с ее носа на корму. Масса человека m_1 = 60 кг, масса лодки m_2 = 90 кг. Если длина лодки L = 3 м, то расстояние s, на которое переместится лодка, равно? дм.

41. Тележка с песком массой M = 400 кг движется по горизонтальным рельсам со скоростью υ_1 = 3 м/с. Вертикально падающий со скоростью υ = 1 м/с камень массой m = 200 кг попадает в песок и движется вместе с тележкой. Скорость тележки υ_2 после падения камня будет равна?

42. На тонкой пластинке лежит шар массой m_1 = 200 г. Снизу вертикально вверх в шар стреляют пулей массой m_2 = 10 г со скоростью υ = 450 м/с. Пуля пробивает пластину и шар, в результате чего шар поднимается на высоту h_1 = 20 м. Высота, на которую поднимется пуля, равна? м.

43. Два тела, летящие в одном направлении со скоростями υ_1 = 2 м/с и υ_2 = 5 м/с, после абсолютно неупругого удара стали двигаться как

единое целое со скоростью υ = 2,5 м/с. Отношение масс $\frac{m_1}{m_2}$ этих тел равно?

44. Конькобежец массой m_1 = 85 кг, стоя на коньках на льду, бросает камень массой m_2 = 5 кг со скоростью υ_2 = 8 м/с под углом α = 30° к горизонту. Конькобежец после броска приобретает скорость υ_1 примерно равную?

45. Два шара движутся по гладкой горизонтальной плоскости вдоль одной прямой. Первый шар имеет массу m_1 = 0,5 кг и скорость υ_1 = 10 м/с, а второй – массу m_2 = 1 кг и скорость υ_2 = 5 м/с. После того, как первый шар догонит второй, происходит упругий удар и скорость первого шара уменьшается до величины $\upsilon_1^{/}$ = 8 м/с. В результате скорость второго шара после удара составит?

46. Тело движется прямолинейно. Под действием постоянной силы F = 4 Н импульс тела за время t = 2 с увеличился и стал равен p_2 = 20 кг·м/с. Первоначальный импульс p_1 тела был равен?

47.Из пушки массой m_1 = 10 т вылетает со скоростью υ_2 = 500 м/с в горизонтальном направлении снаряд массой m_2 = 15 кг. Если пушка откатывается после выстрела на s = 1,4 м, то коэффициент трения μ между пушкой и горизонтальной поверхностью равен?

48.Тело массой m_1 = 3 кг движется навстречу второму телу массой m_2 = 1 кг и не упруго сталкивается с ним. Скорости тел непосредственно перед ударом составляли υ_1 = 2 м/с и υ_2 = 4,5 м/с. Если коэффициент трения μ = 0,05, то время движения тел после удара равно? мс.

49. Измельчительный барабан косилки измельчителя КУФ-1,8 вращается с частотой ν = 960 об/мин. Вычислить кинетическую энергию барабана, считая его полым, если его масса равна 1300кг и диаметр 600 мм.

50. Момент инерции барабана сепаратора «Урал-3» равен I = 9150 кг · м^2. Барабан вращается от электромотора с частотой ν =10000 об/мин. При кратковременном отключении тока частота вращения снизилась до ν_2 = 3000 об/мин. Какую работу совершили за это время силы трения?

51. Двум одинаковым маховикам, находящимся в покое, сообщили одинаковую угловую скорость ω = 63 рад/с и предоставили их самим себе. Под действием сил трения первый маховик остановился через 1 мин, а второй сделал до полной остановки N = 360 об. У какого маховика тормозящий момент был больше и во сколько раз?

52. Колесо, вращавшееся с частотой ν = 1500 об/мин, при торможении остановилось через 30 с. Найти угловое ускорение и число оборотов колеса с момента начала торможения до остановки.
53. Диск массой m = 2 кг катится без скольжения по горизонтали плоскости со скоростью v = 4 м/с. Найти кинетическую энергию диска.
54. Сплошной диск радиусом R = 15 см, и массой m = 2 кг вращается с частотой ν = 1200 об/мин около оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости. Определить момент инерции диска и его кинетическую энергию.
55. Диск радиусом R = 20 см и массой m = 5 кг вращается с частотой ν = 8 об/с около оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости. При торможении диск остановится через 4 с. Определить тормозящий момент.
56. Для взаимодействия ускорений на организм животных кролик массой m = 2,5 кг был посажен в центр горизонтальной платформы диаметром D = 1,5 м и массой M = 12 кг. Платформу привели во вращение так, что она делает ν = 15 об/мин. Как измениться частота вращения платформы, если кролик перейдет от центра к краю?
57.Маховик, с моментом инерции I = 45 кг $\cdot$ м^2, начинает вращаться и за время t = 5 с его угловая скорость возрастает до ω = 62,8 рад/с. Определить момент силы, действующей на маховик.
58. Маховик с моментом инерции I = 60 кг $\cdot$ м^2 начинает вращаться под действием момента силы M = 120 Н $\cdot$ м. Определить угловую скорость, которую маховик будет иметь через время t = 5 с.
59. Молотильный барабан вращается с частотой $\nu = 20\ с^{-1}$. Момент инерции барабана I = 30 кг $\cdot$ м^2. Определить момент силы, под действием которого барабана остановится за время t = 200 с.
60.Диск радиусом R = 30 см и массой m = 10 кг вращается с частотой . $\nu = 5\ с^{-1}$. Какой момент силы следует приложить, чтобы диск остановился за время t = 10 с?
61. Маховое колесо с моментом инерции I = 300 кг $\cdot$ м^2 вращается с частотой . $\nu = 25\ с^{-1}$. Какой тормозящий момент надо приложить к колесу, чтобы оно остановилось через 1 мин после начала торможения.
62. Снаряд m = 20 кг имеет вид цилиндра радиусом R = 5 см. Он летит со скоростью v = 300 м/с и вращается вокруг оси с частотой $\nu = 200\ с^{-1}$. Вычислить кинетическую энергию снаряда.

63. Определите угловое ускорение махового колеса диаметром $D = 3$ см и массой m 5 кг, к которому приложен вращающий момент M 0,2 Н · м.
64. Диск радиусом R 20 см и массой m 5 кг вращается с частотой $\nu = 10$ с ^{1}. Какой тормозящий момент следует приложить к диску, чтобы он остановился через 5 с после начала торможения?
65. Маховик с моментом инерции $I = 40$ кг · м^2 вращается под действием момента силы $M = 160$ Н · м. Определить время, в течение которого угловая скорость возрастает до $\omega = 18.8$ рад/с.
66. Однородный стержень массой $m = 1$ кг и длиной $l = 1$ м может вращаться в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через его середину. Какое угловое ускорение получит этот стержень под действием вращающегося момента $M = 0.1$ Н · м?
67. Определить угловую скорость махового колеса в виде сплошного диска радиусом $R = 10$ см и массой $m = 5$ кг, если под действием тормозящего момента $M = 2$ Н · м он остановился через 5 с после начало торможения.
68. Диск массой $m = 15$ кг и радиусом $R = 20$ см по инерции с частотой $\nu = 10$ с ^{1}. Через 5 с после начала торможения диск остановился. Найти момент тормозящей силы.
69. Груз массой $m = 1000$ г подвешен к вертикальной невесомой пружине. Если потенциальная энергия пружины П= 100 мДж (см.приложение 2), то жесткость пружины k, равна, Н/м.
70. Тонкая пластинка массой $m = 4$ кг лежит на горизонтальном столе. В центре пластинки укреплена легкая пружинка жесткостью $k = 100$ Н/м. Чтобы на пружине равномерно поднять пластинку на высоту $h = 1$ м от поверхности стола нужно совершить работу равную? Дж.
71. Два тела массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 5$ кг движутся навстречу друг другу с одинаковыми по модулю импульсами. Если скорость первого тела до удара равна $\upsilon_1 = 3$ м/с, то его кинетическая энергия K_1 после неупругого удара составит?
72. Для того чтобы шарик, подвешенный на нерастяжимой и невесомой нити, мог сделать полный оборот в вертикальной плоскости, ему в нижнем положении сообщили минимально возможную скорость $\upsilon_{min} = 10$ м/с. Длина нити L при этом равна?
73. Два шарика, массы которых $m_1 = 200$ г и $m_2 = 300$ г, подвешены на одинаковых нитях длиной $L = 50$ см. Шарики соприкасаются. Первый шарик отклонили от положения равновесия на угол $\alpha = 90°$ и

отпустили. После абсолютно неупругого соударения шарики поднимутся на высоту h, равную?

74. Два тела массами m_1 = 50 г и m_2 = 150 г связаны нитью. Между ними находится сжатая пружина, концы которой к грузам не прикреплены. Энергия сжатой пружины равна П = 2,7 Дж. Если нить пережечь, то первое тело приобретет скорость υ_1, равную? м/с.

75. Человек прыгает в воду с высоты 10 м. На какую глубину он бы при этом погрузился, если бы можно было пренебречь силами сопротивления воздуха и воды? Масса человека 60 кг, объем его тела 66 л.

76. Груз массой m = 5 кг подвешен к потолку на упругом резиновом шнуре жесткостью k = 250 Н/м. Если грузу ударом сообщить скорость, модуль которой υ_0 = 2 м/с, направленную вертикально вверх, то максимальная высота h_{max} подъема груза, отсчитанная от его начального положения, будет равна?

77. Тело бросают вертикально вверх со скоростью υ_0 = 20 м/с. Отношение кинетической энергии тела к его потенциальной энергии $\frac{К}{П}$ на высоте h = 10 м от точки бросания составит?

78. Тележка массой m_1 = 50 кг движется со скоростью υ_1 = 2 м/с по гладкой горизонтальной поверхности. На тележку с высоты h = 20 см падает груз массой m_2 = 50 кг и остается на ней. Количество теплоты Q, выделившееся при столкновении, равно?

79. Пластилиновая пуля массой m_1 = 9 г летит горизонтально со скоростью υ_1 = 20 м/с и попадает в груз, неподвижно висящий на нити длиной l = 40 см. Если в результате этого груз с прилипшей к нему пулей отклоняется от вертикали на угол $\alpha = 60°$ от вертикали, то масса m_2 груза равна?

80. На невесомой нерастяжимой нити длиной L = 72 см висит небольшой шар массой M = 43,6 г. Пуля массой m = 2,4 г, летящая горизонтально со скоростью υ_0, попадает в шар и застревает в нем. Если скорость пули была направлена вдоль диаметра шара, то шар совершит полный оборот по окружности в вертикальной плоскости при минимальном значении модуля скорости υ_0 пули, равно? м/с

81.Два шара подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. Первый шар отводят из положения равновесия и отпускают. После упругого удара шары поднимаются на одинаковую высоту. Если масса первого шара m_1 = 300 г, то масса второго m_2 составляет? г.

82. В цилиндрический сосуд налито h_1 = 30 см воды и h_2 = 50 см нефти. Плотность воды ρ_1 = 1,0 г/см^3, плотность нефти ρ_2 = 0,8 г/см^3. Гидростатическое давление р жидкостей на дно сосуда равно.? кПа. (см.приложение 2).

83. Полый шар плавает в воде, погрузившись на 1/5 своего объема. Если объем шара $V_ш$ = 1 дм^3, плотность материала шара $\rho_ш$ = 2500 кг/м^3, плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, то объем полости равен. см^3.

84. В двух одинаковых сообщающихся сосудах находится ртуть (ρ = 13600 кг/м^3). В один из сосудов налили слой воды (ρ_1 = 1000 кг/м^3) высотой h_1 = 21,6 см, а в другой – слой масла (ρ_2 = 800 кг/м^3) высотой h_2 = 10 см. Разность уровней ртути Δh в сосудах составит? мм.

85. В цилиндрическом сосуде с водой ($\rho_в$ = 1000 кг/м^3) плавает льдинка ($\rho_л$ = 900 кг/м^3), притянутая нитью ко дну. Площадь дна сосуда S = 100 см^2. Когда льдинка растаяла, уровень воды понизился на Δh = 1 см. До таяния льда сила натяжения нити была равна? Н.

86. Плотность воды ρ_1 = 1 г/см^3, плотность пробки ρ_2 = 0,2 г/см^3. Пробковый шарик, подвешенный в воздухе к невесомой пружине, растягивает ее на Δl_1 = 1 см. Если эта пружина, закрепленная на дне, будет удерживать тот же шарик в воде так, чтобы он полностью был погружен в воду, то она растянется на Δl_2, равное? см.

87. Электрон движется со скоростью υ =0,6с. Определить релятивистский импульс p электрона. (см.приложение 1)

88. Какую скорость должно иметь движущееся тело, чтобы его продольные размеры уменьшились в 2 раза?

89. Фотонная ракета движется относительно Земли со скоростью υ =0,6 с. Во сколько раз замедлится ход времени в ракете с точки зрения земного наблюдателя?

90. При какой относительной скорости движения сокращение длины движущегося тела составляет 25%?

91. Какую долю скорости света должна составлять скорость частицы, чтобы ее кинетическая энергия была равна ее энергии покоя?

92. Во сколько раз релятивистская масса m электрона, обладающего кинетической энергией K=1,53 МэВ, больше массы покоя m_o?(см. приложение 1)

93. Какую скорость β (в долях скорости света) нужно сообщить частице, чтобы ее кинетическая энергия была равна удвоенной энергии покоя?

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Основные физические постоянные

Атомная единица массы и энергия, ей эквивалентная 1(а.е.м.) c^2	$1,66\cdot 10^{\;27}\,кг$, $931.5 МэВ - 1,492\cdot\ 10^{-10} Дж$
Гравитационная постоянная	$G = 6,672\cdot 10^{11}\,\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}$
Масса покоя электрона и энергия, ей эквивалентная m_ec^2	$0,9109\cdot 10^{\;30}\,кг = 5,485803\,а.е.м.,$ $0,51\,МэВ = 1,503301\cdot 10^{-14}\,Дж$
Отношение заряда электрона к его массе	$\frac{e}{m} = 1,758805\cdot 10^{11}\,\frac{Кл}{кг}$
Скорость света в вакууме	$c = 2,997924\cdot 10^{8}\,\frac{м}{с}$
Стандартное ускорение свободного падения	$g = 9,80665\,\frac{м}{с^2}$

Приложение 2

Приставка		Множитель	Приставка		Множи-тель
Наименование	Обозначение		Наименова-ние	Обозначе-ние	
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^{9}	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^{3}	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^{1}	атто	а	10^{-18}

Содержание

Учебное издание

Подобед Марина Павловна
Кириленко Людмила Еруслановна
Цвыр Андрей Васильевич

ФИЗИКА

МЕХАНИКА

Методические указания
для практических занятий и самостоятельной работы

Редактор *Н. Н. Пьянусова*
Технический редактор *Н. Л. Якубовская*
Корректор *Е. В. Ширалиева*

Подписано в печать 29.09.2023. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Ризография. Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л. 2,32. Уч.-изд. л. 2,14.
Тираж 60 экз. Заказ 1610.

УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия».
Свидетельство о ГРИИРПИ № 1/52 от 09.10.2013.
Ул. Мичурина, 13, 213407, г. Горки.

Отпечатано в УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия».
Ул. Мичурина, 5, 213407, г. Горки.