Лабораторная работа № 6. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ ПОСТРОЕНИИ РАЗОМКНУТОГО ТЕОДОЛИТНОГО ХОДА

Задача 1. Вычислить координаты точек разомкнутого теодолитного хода, изображенного на рис. 1. Измеренные углы задаются для всех студентов по нулевому варианту и приведены на рис. 1. Координаты исходных пунктов, конечный дирекционный угол и длины линий задаются по вариантам из табл. 1 преподавателем.

1. Составляем схематический чертеж хода, на котором показываем названия пунктов, значения измеренных горизонтальных углов и длин линий (рис. 1).

2. Решаем обратную геодезическую задачу – по координатам исходных пунктов А и В вычисляем длину и дирекционный угол исходной стороны АВ по следующим формулам:

$$r_{\grave{A}\hat{A}} = \mathrm{arctg} = \frac{Y_{\hat{A}} - Y_{\grave{A}}}{\tilde{O}_{\hat{A}} - \tilde{O}_{\grave{A}}}, \tag{1.1}$$

$$S = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}, \tag{1.2}$$

$$S = \frac{\Delta \tilde{O}}{\cos r}, \tag{1.3}$$

$$S = \frac{\Delta Y}{\sin r}. \tag{1.4}$$

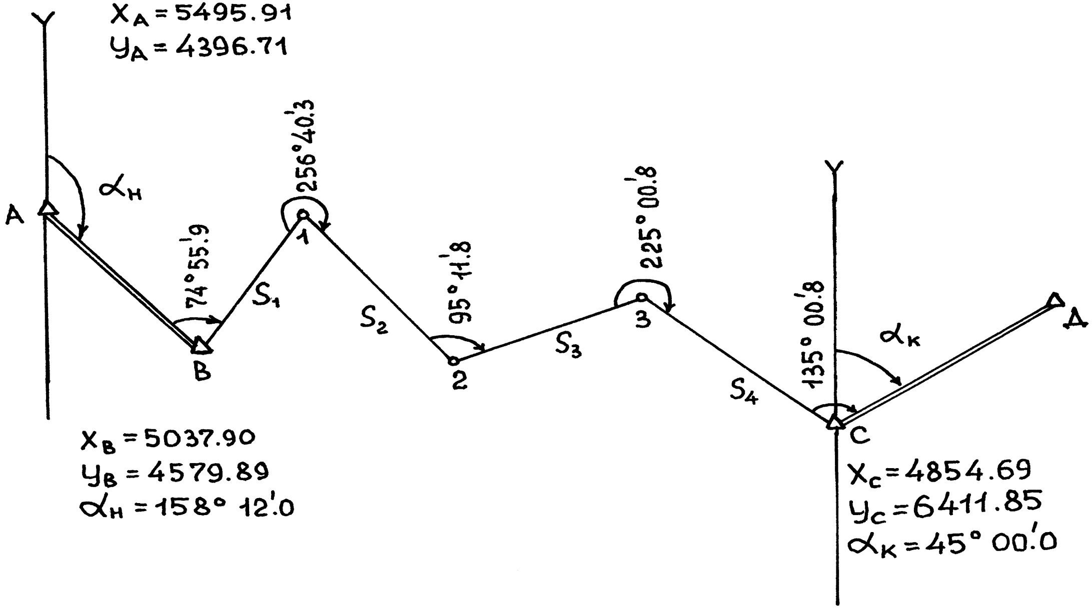

Рис. 1. Схема разомкнутого теодолитного хода

Таблица 1. **Варианты исходных данных для разомкнутого теодолитного хода**

Вариант	S_1	S_2	S_3	S_4	X_A	Y_A	X_B	Y_B	X_C	Y_C	α_{CD}
1	233,69	364,67	330,00	233,63	2453,42	2368,58	2215,43	2450,15	2308,46	3390,31	47°52,8
2	238,27	371,82	336,47	238,21	2440,05	2477,13	2195,38	2554,17	2266,11	3514,85	49°19,2
3	242,86	378,97	342,94	242,79	2422,74	2586,40	2171,17	2658,70	2218,94	3639,35	50°45,6
4	247,44	386,12	349,41	247,37	2401,44	2696,46	2143,67	2763,60	2166,91	3763,66	52 12,0
5	252,02	393,27	355,88	251,95	2376,13	2807,00	2111,94	2868,76	2110,61	3887,61	53 38,4
6	256,60	400,42	362,35	256,54	2346,74	2917,93	2076,26	2974,04	2048,22	4011,03	55 04,8
7	261,19	407,57	368,82	261,12	2313,26	3029,12	2036,60	3079,30	1981,54	4133,76	56 31,2
8	265,77	414,72	375,29	265,70	2275,64	3140,45	1992,93	3184,41	1909,96	4255,62	57 57,6
9	270,35	421,67	381,77	270,28	2233,86	3251,75	1945,25	3289,23	1833,49	4376,45	59 24,0
10	274,93	429,02	388,24	274,86	2187,91	3362,91	1893,53	3393,64	1752,13	4496,08	60 50,4
11	284,10	443,32	401,18	284,02	2083,38	3584,22	1777,99	3600,64	1574,82	4731,05	63 43,2
12	288,68	450,47	407,65	288,60	2024,79	3694,08	1714,15	3702,96	1478,90	4846,05	65 09,6
13	293,26	547,63	414,12	293,18	1961,97	3803,22	1646,27	3804,31	1378,19	4959,17	66 36,0
14	297,84	464,78	420,59	297,76	1894,93	3911,50	1574,37	3904,55	1272,71	5070,25	68 02,4
15	302,43	471,93	427,06	302,35	1823,67	4018,77	1498,40	4003,54	1162,50	5179,10	69 28,8
16	307,01	479,08	433,53	306,93	1748,19	4124,89	1418,55	4101,14	1047,62	5285,56	70 55,2
17	311,59	486,23	440,00	311,51	1668,52	4229,73	1334,67	4197,22	928,11	5389,48	72 21,6
18	316,17	493,38	446,47	316,09	1584,67	4333,12	1246,84	4291,63	804,04	5490,68	73 48,0
19	320,75	500,53	452,94	320,67	1496,65	4434,93	1155,10	4384,24	675,45	5588,99	75 14,4
20	325,34	507,68	459,41	325,25	1404,51	4535,02	1059,48	4474,91	542,42	5684,26	76 40,8
21	329,92	514,83	465,88	329,83	1308,27	4633,23	960,02	4563,50	405,03	5776,32	78 07,2
22	334,50	521,98	472,35	334,41	1207,98	2729,43	856,77	4649,89	263,35	5865,02	79 33,6
23	339,08	529,13	478,82	338,99	1103,66	4823,47	749,78	4733,92	117,47	5950,20	81 00,0
24	343,66	536,28	485,29	343,57	995,37	4915,22	639,10	4815,47	-32,53	6031,69	82 26,4
25	348,25	543,43	491,77	348,16	883,15	5004,53	524,79	4894,41	-186,55	6109,35	83 52,8
26	357,41	557,73	504,71	357,32	647,18	5175,29	285,54	5043,93	-506,26	6252,59	86 45,6
27	361,99	564,88	511,18	361,90	523,55	5256,45	160,73	5114,25	-671,73	6317,86	88 12,0
28	366,58	572,03	517,65	366,48	396,24	5334,63	32,56	5181,45	-840,79	6378,72	89 38,4

Значения тригонометрических функций следует вычислять с точностью до пятого знака после запятой, а расхождения в расстояниях, полученных по формулам (1.2–1.4), не должны превышать 3 единиц последнего знака.

Пример решения обратной геодезической задачи приведен в табл. 2.

Таблица 2. **Решение обратной геодезической задачи**

Порядок действий	Наименование пунктов	1. A 2. B	Порядок действий	Наименование пунктов	r α S
	Y_B	4579,89	3	$\operatorname{tg} r_{AB}$	– 0,39995
	Y_A	4396,71	4	r_{AB}	21°48′,0
1	$\Delta Y = Y_B - Y_A$	+183,18	5	Название румба	ЮВ
	X_B	5037,90	6	α_{AB}	158°12′,0
	X_A	5495,91	7	$S = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$	493,28
2	$\Delta X = X_B - X_A$	-458,01	8	Контроль:	
				$S = \dfrac{\Delta Y}{\sin r_{AB}}$	493,26
			9	$S_{\text{ñð}}$	493,27

Определение исходного дирекционного угла следует выполнять в соответствии с табл. 3.

Таблица 3. **Зависимость между дирекционными углами и румбами сторон**

Четверть	Значение дирекционного угла	Знаки приращений координат		Название румба	Формулы
		ΔX	ΔY		
1	0°–90°	+	+	СВ	$\alpha = r$
2	90°–180°	–	+	ЮВ	$\alpha = 180° - r$
3	180°–270°	–	–	ЮЗ	$\alpha = 180° + r$
4	270°–360°	+	–	СЗ	$\alpha = 360° - r$

В нашем примере ΔX имеет знак минус, а ΔY – знак плюс, следовательно, румб линии АВ – юго-восточный (ЮВ), а дирекционный угол

$$\alpha = 180° - r = 180° - 21°48',0 = 158°12',0.$$

3. Заполняем графы «№ точек», «измеренные углы» и «длины линий» ведомости вычисления координат (табл. 4). В графу «дирекционные углы» и «координаты» выписываем исходные дирекционные углы сторон AB и CD в строках между исходными пунктами и координаты исходных пунктов B и C, заданных по условию задачи.

4. Вычисляем угловую невязку теодолитного хода по формуле

$$f_\beta = \sum \beta_{\text{ïð}} - \sum \beta_{\text{Т}}. \qquad (1.5)$$

где $\sum \beta_{\text{ïð}}$ – сумма всех измеренных углов теодолитного хода (сумма практическая);

$\sum \beta_{\text{Т}}$ – теоретическая сумма углов теодолитного хода.

В разомкнутом ходе она вычисляется по следующим формулам:
для левых по ходу измеренных углов

$$\sum \beta_{\text{Т}} = \alpha_{\text{Ê}} + 180° \times n - \alpha_{\text{Í}} . \qquad (1.6)$$

для правых по ходу измеренных углов

$$\sum \beta_{\text{Т}} = \alpha_{\text{Í}} + 180° \times n - \alpha_{\text{Ê}} , \qquad (1.7)$$

где n – число углов в ходе;

$\alpha_{\text{Í}}$ и $\alpha_{\text{Ê}}$ – соответственно начальный и конечный дирекционные углы.

В нашем примере для левых по ходу углов

$$\sum \beta_{\text{Т}} = 45°00' + 180° \times 5 - 158°12' = 786°48',0.$$

Сумма измеренных углов составит

$$\sum \beta_{\text{ïð}} = 786°49',6.$$

Невязка хода

$$f_\beta = 786°49',6 - 786°48',0 = +1',6.$$

Допустимая угловая невязка вычисляется по формуле

$$f_{\beta\text{äîï}} = \pm 1'\sqrt{n}, \qquad (1.8)$$

где n – число углов.

В данном примере $f_{\beta\text{äîï}} = \pm 1'\sqrt{5} = \pm 2',2.$

Значения $\sum \beta_{\text{ïð}}, \sum \beta_{\text{Т}}, f_\beta, f_{\beta\text{äîï}}$ записываем в ведомости вычисления координат (табл. 4) под измеренными углами.

Т а б л и ц а 4. **Ведомость вычисления координат точек разомкнутого теодолитного хода**

№ точек	Внутренние углы: измеренные °	Внутренние углы: измеренные ′	Внутренние углы: исправленные °	Внутренние углы: исправленные ′	Дирекционные углы °	Дирекционные углы ′	Румбы: название	Румбы °	Румбы ′	Длины линий (гор. прол.) в метрах	Вычисленные приращения ΔX	Вычисленные приращения ΔY	Исправленные приращения ΔX	Исправленные приращения ΔY	Координаты X	Координаты Y
A																
		-0,3			158	12,0										
B	74	55,9	74	55,6							-0,10	+0,04			5037,90	4579,89
		-0,3			53	07,6	СВ	53	07,6	458,22	+274,95	+366,56	+274,85	+366,60		
1	256	40,3	256	40,4							-0,16	+0,06			5312,75	4946,49
		-0,3			129	47,6	ЮВ	50	12,4	715,04	-457,64	+549,41	-457,80	+549,47		
2	95	11,8	95	11,5							-0,14	+0,05			4854,95	5495,96
		-0,3	225		44	59,1	СВ	44	59,1	647,46	+457,94	+457,70	+457,80	+457,75		
3	225	00,8	135	00,5							-0,10	+0,04			5312,75	5953,71
		-0,4			89	59,6	СВ	89	59,6	458,10	+0,05	+458,10	-0,05	+458,14		
C	135	00,8		00,4											5312,70	6411,85
					45	00,0										

$\sum \beta_{\text{ï ð}} = 786^{\circ} 49', 6$

$\sum \Delta \tilde{O} = +275,30$

$\sum S = 2278,82$ $\quad \sum \Delta \tilde{O}_{\text{Т}} = +274,80$ $\quad f_S = \sqrt{0,50^2 + (-0,19)^2} = 0,53$

$\sum \beta_{\text{Ò}} = 786^{\circ} 48', 0$

$f_{\beta} = +1', 6$

$f_X = +0,50$

Контроль:

$\sum \Delta Y = +1831,77$ $\quad \dfrac{f_S}{\sum S} = \dfrac{0,53}{2280} = \dfrac{1}{4300} < \dfrac{1}{2000}$

$\sum \upsilon_{\beta} = 1', 6$

$\sum \Delta Y_T = +1831,96$

$\sum \beta' = 786^{\circ} 48', 0$

$f_Y = -0,19$

5. В случае допустимости угловой невязки хода $(f_\beta \le f_{\beta \text{äîï}})$ распределяем ее поровну на каждый измеренный угол с обратным знаком и получаем поправку в углы:

$$\upsilon_\beta = -\frac{f_\beta}{n}. \tag{1.9}$$

Полученные поправки записываем в ведомости вычисления координат над соответствующими измеренными углами.

Контроль. Сумма поправок должна быть равна невязке хода с обратным знаком

$$\Sigma \upsilon_\beta = -f_\beta. \tag{1.10}$$

В нашем примере

$$\upsilon_\beta = -\frac{(+1',6)}{5} = -0',32.$$

Поскольку значения углов вычисляются с точностью до десятых долей минуты, то поправки в углы целесообразно представить с такой же точностью. Тогда первые четыре угла получат поправки по $-0',3$, а пятый $-0',4$:

$$(-0',3) + (-0',3) + (-0',3) + (-0',3) + (-0',4) = -1',6.$$

С учетом полученных поправок вычисляем исправленные углы по формуле

$$\beta'' = \beta + \upsilon_\beta, \tag{1.11}$$

где β – измеренный угол.

Например, исправленный угол в точке В

$$74°55',9 + (-0',3) = 74°55',6.$$

6. Вычисляем дирекционные углы сторон теодолитного хода по исправленным горизонтальным углам. При этом будем использовать формулы связи между дирекционными углами предыдущей и последующей сторон для левых по ходу измеренных углов:

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i - 180^\circ + \beta_i' . \tag{1.12}$$

Если в выражении (12) сумма $\alpha_i + \beta'_i$ будет меньше 180°, то к ней необходимо прибавить 360°.

7. Контролем правильности вычисления дирекционных углов сторон теодолитного хода является получение значения дирекционного угла конечной стороны хода. В нашем примере измерены левые по ходу углы, поэтому дирекционный угол стороны В–1 хода вычисляем так:

$$\alpha_{В1} = \alpha_{АВ} - 180^\circ + \beta'_i = 158^\circ 12',0 - 180^\circ + 74^\circ 55',6 = 53^\circ 07',6.$$

Аналогично вычисляем дирекционные углы остальных сторон хода и записываем в соответствующую графу ведомости вычисления координат. Конечный дирекционный угол стороны CD

$$\alpha_{CD} = \alpha_{ЗС} - 180^\circ + \beta'_5 = 89^\circ 59',6 - 180^\circ + 135^\circ 00',4 = 45^\circ 00',0.$$

По вычисленным дирекционным углам определяем название румба и его величину. При этом удобно пользоваться табл. 3. Например, для стороны хода 1–2

$$ЮВ: r = 180^\circ - \alpha_{1-2} = 180^\circ - 129^\circ 47',6 = ЮВ: 50^\circ 12',4.$$

8. Вычисляем приращения координат по формулам

$$\left.\begin{aligned} \Delta Х &= S\cos r \\ \Delta Y &= S\sin r \end{aligned}\right\}. \qquad (1.13)$$

Полученные значения приращений записываем в соответствующую графу ведомости вычисления координат с округлением до сотых долей метра. Там же указываем знаки приращений координат, определенные по названию румба из табл. 3. При вычислении приращений координат удобно пользоваться специальными таблицами или микрокалькуляторами.

9. Увязываем приращения координат. Для этого вычисляем невязки приращений координат по осям абсцисс и ординат:

$$\left.\begin{aligned} f_X &= \sum \Delta X - \sum \Delta X_Т \\ f_Y &= \sum \Delta Y - \sum \Delta Y_Т \end{aligned}\right\}, \qquad (1.14)$$

где $\sum \Delta X$ и $\sum \Delta Y$ – вычисленные (практические) суммы приращений координат для всех сторон хода;

$\sum \Delta X_{\text{Т}}$ и $\sum \Delta Y_{\text{Т}}$ – теоретические суммы приращений координат.

Для разомкнутых ходов

$$\left.\begin{aligned} \sum \Delta X_{\text{Т}} = X_K - X_H \\ \sum \Delta Y_{\text{Т}} = Y_K - Y_H \end{aligned}\right\}, \tag{1.15}$$

где X_K, Y_K, X_H, Y_H – соответственно координаты конечной и начальной точек хода.

Для нашего примера начальной является точка В, конечной – точка С, поэтому $\sum \Delta Y_{\text{Т}} = Y_{\text{С}} - Y_{\text{В}}$, $\sum \Delta X_{\text{Т}} = X_{\text{С}} - X_{\text{В}}$. Числовые значения указанных величин, а также $\sum \Delta X$, $\sum \Delta Y$ и невязок f_X, f_Y приведены в табл. 4.

Вычисляем абсолютную линейную невязку хода по формуле

$$f_S = \sqrt{f_X^2 + f_Y^2}, \tag{1.16}$$

и длину хода $\sum S$, а по ним – относительную невязку теодолитного хода

$$\frac{f_S}{\sum S} = \frac{1}{P}, \tag{1.17}$$

где $P = \sum S : f_S$.

Относительная невязка должна удовлетворять следующему неравенству:

$$\frac{1}{P} \le \frac{1}{2000}. \tag{1.18}$$

Для нашего примера результаты вычислений по формулам (1.16–1.18) приведены в табл. 4.

Очевидно, что

$$\frac{1}{4300} < \frac{1}{2000}.$$

Выполнение неравенства (1.18) позволяет заключить, что все линейные и угловые измерения выполнены качественно и можно приступить к вычислению поправок в приращения координат. Значения $\sum S$, $\sum \Delta X$, $\sum \Delta Y$, $\sum \Delta X_T$, $\sum \Delta Y_T$, f_X, f_Y, f_S, $\dfrac{f_S}{\sum S}$ записываем в ведомость вычисления координат (табл. 4).

Допустимые невязки f_X и f_Y приращений координат распределяем пропорционально длинам сторон хода. При этом поправки в приращения с округлением до сотых долей метра вычисляем по формулам

$$\left.\begin{aligned} V_{\Delta X_i} &= -\frac{f_X}{\sum S} S_i \\ V_{\Delta Y_i} &= -\frac{f_Y}{\sum S} S_i \end{aligned}\right., \tag{1.19}$$

где S_i – длина стороны, в приращения которой вычисляются поправки.

Например, в данном случае $\sum S$ = 2278,22 м, а длина стороны между пунктами В и 1 равна 458,22 м. Учитывая правила действий с приближенными числами, округляем эти значения до 2280 и 460. Тогда поправки в приращения координат стороны В–1 хода будут равны:

$$V_{\Delta X_1} = \frac{-f_X}{\sum S} S_1 = \frac{(-0{,}50)}{2280} 460 = -0{,}10 \text{ ì };$$

$$V_{\Delta Y_1} = \frac{-f_Y}{\sum S} S_1 = \frac{(+0{,}19)}{2280} 460 = +0{,}04 \text{ ì }.$$

Поправки записываем в ведомость (табл. 4) над вычисленными приращениями и выполняем контроль: суммы поправок приращений координат по осям координат должны равняться невязкам приращений f_X и f_Y с обратным знаком.

В нашем примере по оси абсцисс

$$\sum V_{\Delta X} = (-0{,}10) + (-0{,}16) + (-0{,}14) + (-0{,}10) = -0{,}50 \text{ ì }.$$

10. Вычисляем исправленные приращения координат по следующим формулам:

$$\left.\begin{aligned} \Delta X_i' &= \Delta X_i + V_{\Delta X_i} \\ \Delta Y_i' &= \Delta Y_i + V_{\Delta Y_i} \end{aligned}\right\}. \tag{1.20}$$

Например, исправленные приращения координат стороны В−1 хода будут равны:

$$\left.\begin{aligned} \Delta X_1' &= +274,95 - 0,10 = +274,85 \\ \Delta Y_1' &= +366,56 + 0,04 = +366,60 \end{aligned}\right\}. \tag{1.21}$$

11. Вычисляем координаты точек 1, 2 и т. д.

$$X_1 = 5037,90 + 274,85 = 5312,75\ \text{ì}\ ;$$

$$Y_1 = 4579,89 + 366,60 = 4946,49\ \text{ì}\ ;$$

$$X_2 = 5312,75 + (-457,80) = 4854,95\ \text{ì}\ ;$$

$$Y_2 = 4946,49 + 549,47 = 5495,96\ \text{ì}\ .$$

Контролем правильности вычислений координат точек хода является получение координат конечной (исходной) точки С по координатам последней определяемой точки. В нашем примере

$$\left.\begin{aligned} X_C &= X_3 + \Delta X_3' = 5312,75 + (-0,05) = 5312,70\ \text{ì} \\ Y_C &= Y_3 + \Delta Y_3' = 5953,71 + 458,14 = 6411,85\ \text{ì} \end{aligned}\right\}.$$

Вычисленные координаты точек теодолитного хода записываем в соответствующую графу ведомости вычисления координат (табл. 4). В результате выполнения задачи каждый студент должен представить:

а) схему хода в масштабе 1:10000, построенную по координатам исходных пунктов, измеренным углам и линиям, на которой указать исходные дирекционные углы, длины линий, углы;

б) решение обратной геодезической задачи в соответствии с табл. 4;

в) ведомость вычисления координат точек разомкнутого теодолитного хода (см. табл. 4).