



Тема лекции 7. СОЗДАНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЪЕМОЧНОЙ СЕТИ

Вопросы:

- 7.1. Задачи вычислительной обработки и подготовительные работы.
- 7.2. Увязка углов замкнутого теодолитного хода.
- 7.3. Особенности увязки углов разомкнутого теодолитного хода.
- 7.4. Вычисление дирекционных углов. Проверка вычислений.
- 7.5. Вычисление и увязка приращений координат замкнутого теодолитного хода (полигона).
- 7.6. Особенности увязки приращений координат разомкнутого теодолитного хода. Вычисление координат точек хода.

Вопрос 7.1. Задачи вычислительной обработки и подготовительные работы

Вычислительная обработка теодолитных ходов производится для получения координат точек этих ходов.

Обработку результатов полевых измерений начинают с проверки правильности всех записей и вычислений, сделанных в журнале, а также вычислений поправок за наклон сторон теодолитного хода. Если не произвести этих проверок, то нередко погрешности полевых вычислений вскрываются уже после полной обработки ходов, что вызывает необходимость переделывать всю работу заново. Поэтому на проверку полевых вычислений обращается серьезное внимание и предъявляется требование выписывать чернилами средние значения углов и длин линий в соответствующие графы полевого журнала. Неверные результаты зачеркивают одной чертой и сверху пишут правильные.

После проверки журналов, составляют *схематический чертеж* всех ходов, записывают на нем средние значения измеренных горизонтальных углов, горизонтальные проложения. На схематическом чертеже особо отмечают пункты геодезической сети, к которым производилась привязка теодолитных ходов, изображают линии привязки, записывают исходные дирекционные углы, горизонтальные проложения, измеренные при привязке.

Схематический чертеж теодолитных ходов с выписанными на нем значениями измеренных углов необходим для вычисления угловых невязок. Разность между тем, что имеется и тем, что должно быть, называется *невязкой*.

Дальнейшая обработка измерений складывается из следующих действий:

- обработка угловых измерений;
- вычисление дирекционных углов и румбов сторон;

- вычисление и увязка приращений и координат вершин теодолитного хода;
- вычисление координат.

Все вычисления при обработке теодолитного хода производятся в ведомости вычисления координат.

Вопрос 7.2. Увязка углов замкнутого теодолитного хода

Проверив правильность вычислений в полевом журнале, средние значения измеренных углов теодолитного хода вписывают в соответствующую графу ведомости вычисления координат по порядку в направлении хода часовой стрелки. Затем вычисляют сумму углов и записывают ее в этой же графе внизу. Вычислив сумму углов полигона, определяют угловую невязку по формуле:

$$f_{\beta} = \sum \beta_n - \sum \beta_T \quad (7.3)$$

Где $\sum \beta_n$ - сумма измеренных углов (практическая);
 $\sum \beta_T$ - теоретическая сумма углов.

Для *замкнутого теодолитного хода* (полигона) теоретическая сумма углов определяется по формуле:

$$\sum \beta_T = 180^{\circ}(n - 2) \quad (7.4)$$

где n – число измеренных углов.

После определения невязки нужно определить допустима ли она. Допустимую невязку в геодезии устанавливают по правилам теории погрешностей. Так, для углов, измеренных техническим теодолитом Т30, допустимую угловую невязку в полигоне определяют по формуле:

$$f_{\beta_{дон}} = 1' \sqrt{n} \quad , \quad (7.5)$$

или

$$f_{\beta} \leq 1' \sqrt{n}$$

Если невязка в углах получилась больше, чем допустимая, то нужно второй раз проверить вычисление углов в полевом журнале, затем перемерить углы на местности.

Угловую невязку, если она допустима, распределяют на все углы поровну с обратным знаком, т. е. в измеренные углы вводят поправки по формуле:

$$v_{\beta} = \frac{-f_{\beta}}{n} \quad (7.6)$$

Если полученная невязка не делится на n без остатка, тогда в одни углы вводят поправки большие, чем в другие. Так как углы, заключенные между короткими сторонами измеряются с большей погрешностью, чем углы, заключенные между длинными сторонами, то большие поправки вводят в углы, заключенные между короткими сторонами.

Сумма поправок в углы должна точно равняться невязке, взятой с обратным знаком, т.е.

$$\sum v_{\beta} = -f_{\beta} \quad (7.7)$$

Сумма увязанных углов должна равняться теоретической сумме углов.

Вопрос 7.3. Особенности увязки углов разомкнутого теодолитного хода

При увязке углов разомкнутого теодолитного хода с привязкой к пунктам геодезической сети (рис.6.7) в соответствующую графу ведомости вписывают измеренные углы по ходу, либо только правые, либо только левые, начиная и заканчивая примычными углами, измеренными при начальной и конечной точках.

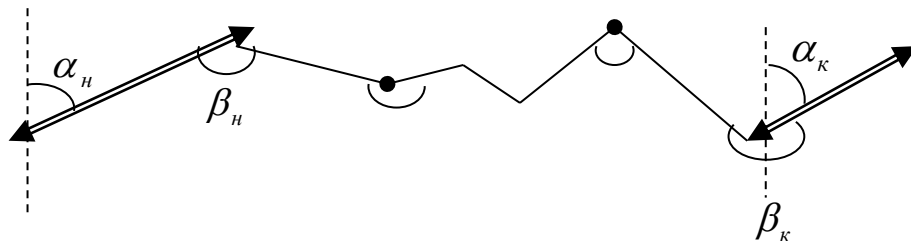


Рис. .7. Схема разомкнутого теодолитного хода

В графу *Дирекционные углы* ведомости вычисления координат вписывают исходные дирекционные углы (α_n, α_k). После этого приступают к увязке углов разомкнутого хода.

Вычислим последовательно дирекционные углы всех сторон хода, используя формулу передачи дирекционного угла на последующую сторону хода (для правых измеренных углов) имеем:

$$\alpha_1 = \alpha_n + 180 - \beta_1$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + 180 - \beta_2 = \alpha_n + 2 * 180 - (\beta_1 + \beta_2)$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + 180 - \beta_3 = \alpha_n + 3 * 180 - (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)$$

.....

$$\alpha_k = \alpha_{n-1} + 180 - \beta_n = \alpha_n + n * 180 - (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots + \beta_n)$$

В общем виде получаем

$$\alpha_k = \alpha_n - n \cdot 180^\circ + \sum \beta_n \quad (7.8)$$

Т.е. *дирекционный угол конечной линии равен дирекционному углу начальной (исходной) линии плюс $n \cdot 180$, минус сумма правых по ходу углов (включая примычные).*

Для левых по ходу углов формула будет иметь вид:

$$\alpha_k = \alpha_n - n \cdot 180^\circ + \sum \beta_l \quad (7.9)$$

Т.е. *дирекционный угол конечной линии равен дирекционному углу начальной (исходной) линии минус $n \cdot 180$, плюс сумма левых по ходу углов (включая примычные).*

Это равенство будет получено в теодолитном ходе, если все углы увязаны. То есть *теоретическая сумма углов в разомкнутом ходе определяется по формуле:*

для правых измеренных углов:

$$\sum \beta_T = \alpha_n - \alpha_k + n \cdot 180^\circ \quad (7.10)$$

а для левых измеренных углов:

$$\sum \beta_T = \alpha_k - \alpha_n + n \cdot 180^\circ \quad (7.11)$$

Это - математическая запись первого геометрического условия в разомкнутом теодолитном ходе.

Угловая невязка в разомкнутом ходе определяется по такой же формуле, как и для замкнутого:

$$f_\beta = \sum \beta_n - \sum \beta_m \quad (7.12)$$

Допустимая угловая невязка для разомкнутого хода, в котором углы измерялись тридцатисекундным теодолитом, определяется по формуле:

$$f_{\beta_{\text{дон}}} = 2' \sqrt{n} \quad (7.13)$$

где n - число углов, включая примычные.

Угловая невязка распределяется также, как в полигоне. Поровну на все углы. Исправленные значения углов вычисляются по формуле:

$$\beta_i = \beta_{i(\text{изм})} + v_i \quad (7.14)$$

Вопрос 7.4. Вычисление дирекционных углов

Для получения координат точек полигона нужно знать дирекционные углы и горизонтальные проложения линий. Зная дирекционный угол одной линии, можно вычислить дирекционные углы всех остальных линий теодолитного хода. Например, пусть имеем замкнутый теодолитный ход из

пяти вершин (рис.6.8), в качестве исходного дирекционного угла пример дирекционный угол линии 1-2, полученный в результате привязки этой линии к пунктам геодезической сети.

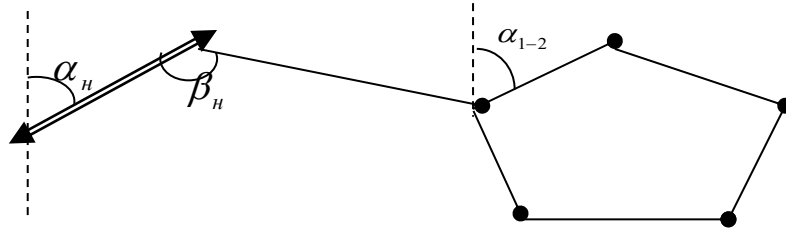


Рис. 7.8. Схема замкнутого теодолитного хода

Дирекционные углы остальных линий полигона вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{2-3} &= \alpha_{1-2} + 180^\circ - \beta_2 \\
 \alpha_{3-4} &= \alpha_{2-3} + 180^\circ - \beta_3 \\
 \alpha_{4-5} &= \alpha_{3-4} + 180^\circ - \beta_4 \\
 \alpha_{5-1} &= \alpha_{4-5} + 180^\circ - \beta_5
 \end{aligned}
 \tag{7.15}$$

Дирекционный угол исходной линии 1-2 можно получить снова, как:

$$\alpha_{1-2} = \alpha_{5-1} + 180^\circ - \beta_5
 \tag{7.16}$$

Эта запись означает, что, имея исходный дирекционный угол и последовательно вычисляя дирекционные углы всех остальных линий, должны получить исходный же дирекционный угол. *Это служит контролем правильности вычисления дирекционных углов.*

После определения дирекционных углов линии, определяют их румбы и записывают в соответствующую графу ведомости по известным формулам:

$$\begin{aligned}
 \text{для СВ} : r &= \alpha \\
 \text{для ЮВ} : r &= 180^\circ - \alpha \\
 \text{для ЮЗ} : r &= \alpha - 180^\circ \\
 \text{для СЗ} : r &= 360^\circ - \alpha
 \end{aligned}
 \tag{7.17}$$

Правильность вычисления румбов, а также дирекционных углов контролируется зависимостью между увязанными углами, меньшими 180° и румбами, выражаемой четырьмя формулами:

1) если буквы названий румбов разные, то угол равен разности румбов (во всех случаях от большего румба отнимают меньший):

$$\beta = r_1 - r_2,$$

$$CB: 70^{\circ}40' \text{ и } ЮЗ: 20^{\circ}10' \quad \beta = 70^{\circ}40' - 20^{\circ}10' = 50^{\circ}30';$$

2) если буквы названий румбов одинаковые, то угол равен 180° минус разность румбов: $\beta = 180^{\circ} - (r_1 - r_2)$,

$$CB: 70^{\circ}40' \text{ и } СВ: 20^{\circ}10' \quad \beta = 180^{\circ} - (70^{\circ}40' - 20^{\circ}10') = 129^{\circ}30';$$

3) если первые буквы названий румбов разные, а вторые одинаковые, то угол равен сумме румбов: $\beta = r_1 + r_2$,

$$CB: 70^{\circ}40' \text{ и } ЮВ: 20^{\circ}10' \quad \beta = 70^{\circ}40' + 20^{\circ}10' = 90^{\circ}30';$$

4) если первые буквы названий румбов одинаковые, а вторые разные, то угол равен 180° минус сумма румбов: $\beta = 180^{\circ} - (r_1 + r_2)$,

$$СЗ: 20^{\circ}10' \text{ и } СВ: 70^{\circ}40' \quad \beta = 180^{\circ} - (70^{\circ}40' + 20^{\circ}10') = 89^{\circ}10'.$$

Вопрос 6.3.5. Вычисление и увязка приращений координат замкнутого теодолитного хода (полигона)

После увязки углов замкнутого теодолитного хода и определения дирекционных углов и румбов сторон, приступают к вычислению приращений координат. Приращения координат линий определяют по известным формулам и записывают в соответствующие графы ведомости:

$$\Delta X = S * \cos \alpha \tag{7.18}$$

$$\Delta Y = S * \sin \alpha$$

Из геометрии известно, что сумма проекций сторон сомкнутого многоугольника на любую ось равна нулю. Спроектируем все линии полигона (рис.6.9) на оси координат и отметим на них положительные приращения координат и по одну сторону, а отрицательные – по другую.

Из рис.6.9 видно, что по каждой оси сумма положительных приращений координат равна сумме отрицательных приращений координат. Следовательно, теоретически должно быть:

$$\begin{aligned} \sum \Delta x_T &= 0; \\ \sum \Delta y_T &= 0 \end{aligned} \tag{7.19}$$

т.е. алгебраическая сумма приращений координат в полигоне по каждой оси теоретически должна быть равна нулю.

Вследствие ошибок измерения сторон и упрощенного способа распределения угловой невязки суммы вычисленных приращений координат в общем случае не будут равны теоретическим суммам.

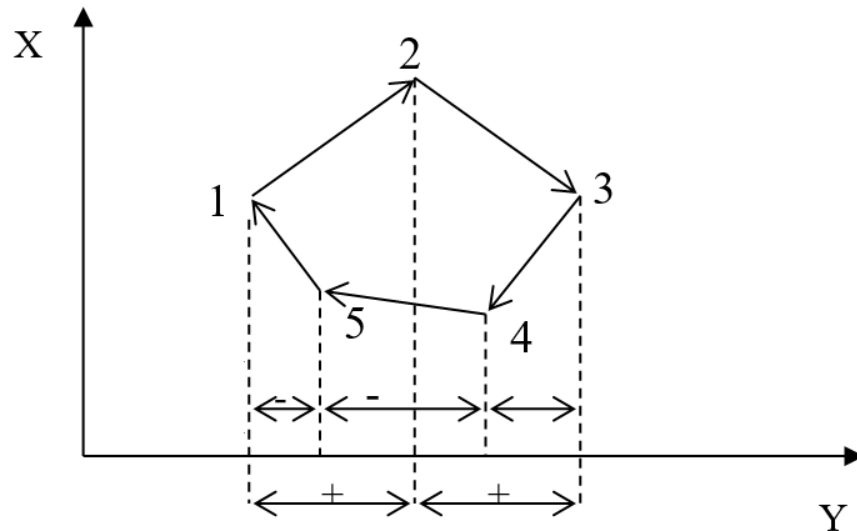


Рис. 7.9.

То есть практическая сумма приращений координат получается не равной теоретической:

$$\sum \Delta x_{\Pi} \neq \sum \Delta x_{T} \neq 0 \quad (7.20)$$

$$\sum \Delta y_{\Pi} \neq \sum \Delta y_{T} \neq 0$$

Возникают *невязки в приращениях координат*, определяемые по формулам:

$$f_x = \sum \Delta x_{\Pi} - \sum \Delta x_{T}; \quad (7.21)$$

$$f_y = \sum \Delta y_{\Pi} - \sum \Delta y_{T}$$

или согласно формуле 6.20 для полигона невязки в приращениях координат равны практической сумме приращений координат:

$$f_x = \sum \Delta x_{\Pi} \quad (7.22)$$

$$f_y = \sum \Delta y_{\Pi}$$

Прежде, чем распределять невязки нужно убедиться в их допустимости. Для этого вычисляют *абсолютную невязку*:

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (7.23)$$

Абсолютная невязка главным образом зависит от периметра полигона. Чем больше периметр, тем большую невязку следует ожидать. Поэтому и допустимость невязки определяют в зависимости от периметра полигона. Для этого определяют относительную невязку в полигоне по формуле:

$$\frac{1}{N} = \frac{f_s}{\sum S_i} \quad (7.24)$$

$\frac{1}{N} \leq \frac{1}{2000}$ - при благоприятных условиях съемки;

$\frac{1}{N} \leq \frac{1}{1500}$ - при средних условиях;

$\frac{1}{N} \leq \frac{1}{1000}$ - при неблагоприятных.

Недопустимая невязка в периметре полигона чаще всего является результатом грубых погрешностей в измерениях линий, если не учтена длина целой ленты, либо во время измерения линии не учтена передача шпилек задним мерщиком переднему, вследствие чего получается просчет в 10 лент, либо отсчет остатка произведен не от того конца ленты.

По величине абсолютной невязки f_s иногда можно предположить, почему именно невязка получилась недопустимой. Если грубая погрешность вкралась в измерение одной линии, то можно определить в какую именно линию она вошла. Для этого вычисляем дирекционный угол невязки:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{f_y}{f_x} \quad (7.25)$$

по знакам невязок f_x и f_y определяют название румба и смотрят в ведомости координат, какая линия имеет близкий к вычисленному румб. Результат измерения этой линии нужно проверить на местности.

Если румбы нескольких линий примерно равны румбу невязки, то надо проверить на местности измерения всех этих линий.

Если грубая погрешность вкралась в измерения нескольких линий с различными румбами, то указанным методом нельзя пользоваться, а надо проверить все измерения линий на местности.

Если *невязка в периметре оказалась допустимой*, то невязки в приращениях координат распределяют с обратным знаком на все приращения координат пропорционально горизонтальным проложениям линий:

$$v_{x_i} = -f_x * S_i / \sum S; \quad v_{y_i} = -f_y * S_i / \sum S \quad (7.26)$$

Контролем правильности вычисления поправок в приращения координат служит равенство: *сумма поправок в приращения координат по каждой оси должна быть равна невязке с обратным знаком*

$$\begin{aligned} \sum v_{\Delta x} &= -f_x \\ \sum v_{\Delta y} &= -f_y \end{aligned} \quad (7.27)$$

Полученные поправки алгебраически прибавляются к соответствующим приращениям координат, получают увязанные приращения:

$$\sum \Delta X_{испр} = \sum (\Delta X_{выч} + v_x) \quad (7.28)$$

$$\sum \Delta Y_{испр} = \sum (\Delta Y_{выч} + v_y) \quad (7.29)$$

Сумма увязанных приращений координат по каждой оси должна равняться теоретической сумме. Для полигона:

$$\sum \Delta X_{испр} = 0 \quad (7.30)$$

$$\sum \Delta Y_{испр} = 0$$

После увязки приращений вычисляют координаты всех точек полигона по формулам:

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X_i \quad (7.31)$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \Delta Y_i$$

Контролем правильности вычисления координат служит то, что, последовательно вычисляя координаты точек полигона, должны получить координаты исходной точки, т.к. сумма увязанных приращений равна нулю.

Вопрос 7.6. Особенности увязки приращений координат разомкнутого теодолитного хода

При вычислительной обработке разомкнутого теодолитного хода, решая последовательно прямую геодезическую задачу, вычислим приращения координат по каждой стороне хода ΔX_i и ΔY_i (рис.6.10).

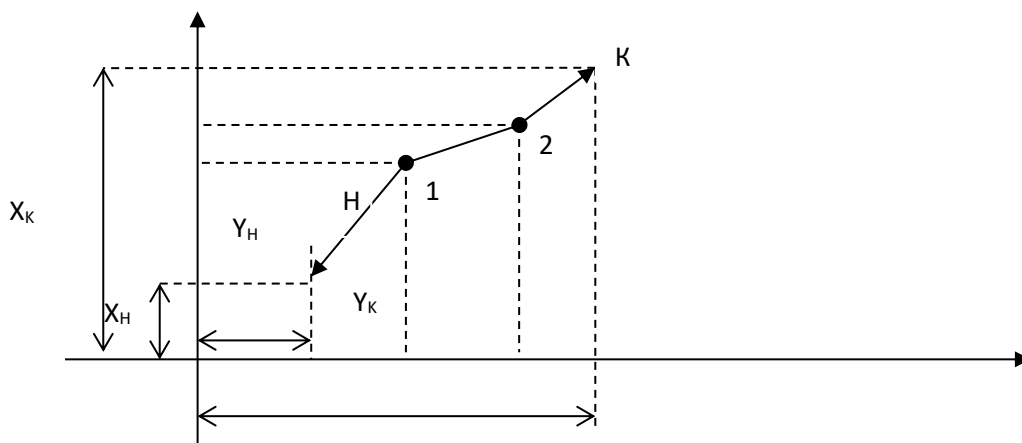


Рис. 7.10

Координаты пунктов хода получим по формулам:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_{нач}; & Y_1 &= Y_{нач}; \\ X_2 &= X_1 + \Delta X_1; & Y_2 &= Y_1 + \Delta Y_1; \\ &----- \\ X_{n-1} &= X_{n-2} + \Delta X_{n-2}; & Y_{n-1} &= Y_{n-2} + \Delta Y_{n-2}; \\ X_{нач} &= X_{n-1} + \Delta X_{n-1}; & Y_{нач} &= Y_{n-1} + \Delta Y_{n-1}. \end{aligned} \quad (7.32)$$

Сложим эти равенства и получим для приращений ΔX_i :

$$(X_1 + X_2 + \dots + X_{n-1}) + X_{нач} = X_{нач} + (X_1 + X_2 + \dots + X_{n-1}) + \sum \Delta X_i$$

После приведения подобных членов имеем:

$$X_{кон} = X_{нач} + \sum \Delta X_i$$

или

$$\sum \Delta X_i = X_{кон} - X_{нач} \quad (7.33)$$

Аналогичная формула для суммы приращений ΔY имеет вид:

$$\sum \Delta Y_i = Y_{кон} - Y_{нач} \quad (7.34)$$

Получились еще два условия (7.33) и (7.34), которые называются *координатными*. Суммы приращений координат, подсчитанные по этим формулам, называются теоретическими суммами приращений. Вследствие ошибок измерения сторон и упрощенного способа распределения угловой невязки суммы вычисленных приращений координат в общем случае не будут равны теоретическим суммам; возникают невязки в приращениях координат:

$$f_x = \sum \Delta X_{выч} - \sum \Delta X_i \quad (7.35)$$

$$f_y = \sum \Delta Y_{выч} - \sum \Delta Y_i$$

по которым вычисляют абсолютную невязку хода:

$$f_s = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (7.36)$$

и затем относительную невязку хода:

$$\frac{1}{N} = \frac{f_s}{\sum S_i} \quad (7.37)$$

Относительная невязка разомкнутого теодолитного хода не должна превышать 1/1000, а при коротком ходе и при плохих условиях измерений относительную невязку допускают до 1/700.

Если относительная невязка в разомкнутом ходе допустима, то ее распределяют пропорционально длинам сторон.

$$v_{x_i} = -f_x * S_i / \sum S \quad (7.38)$$

$$v_{y_i} = -f_y * S_i / \sum S$$

После вычисления поправок в приращения вычисляют увязанные приращения и контролируют их сумму:

$$\sum \Delta X_{испр} = \sum \Delta X_T \quad (7.39)$$

$$\sum \Delta Y_{испр} = \sum \Delta Y_T$$

Затем последовательно вычисляют координаты точек хода. Должны получить исходные координаты конечной точки хода, что служит *контролем* правильности вычисления координат.