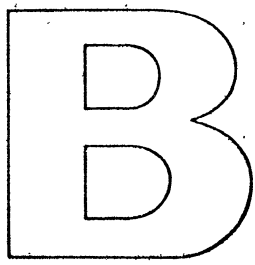


ДЛЯ ВУЗОВ

ТРАКТОРЫ
ТЕОРИЯ

Под общей редакцией д-ра техн. наук,
проф. В.В. ГУСЬКОВА

*Допущено Министерством высшего
и среднего специального образования СССР
в качестве учебника для студентов вузов,
обучающихся по специальности
"Автомобили и тракторы"*

МОСКВА
МАШИНОСТРОЕНИЕ
1988

ББК 39.34
Т65
УДК 629.114.2.001.2 (075.8)

Авторы:

В. В. Гуськов, Н. Н. Велев, Ю. Е. Атаманов, Н. Ф. Бочаров, И. П. Ксеневич, А. С. Солонский

Рецензенты: кафедра «Тракторостроение» Волгоградского политехнического института и д-р техн. наук проф. **М. Н. Коденко**

Тракторы: Теория: Учебник для студентов вузов по
Т65 спец. «Автомобили и тракторы»/В. В. Гуськов, Н. Н. Велев, Ю. Е. Атаманов и др.; Под общ. ред. В. В. Гуськова. — М.: Машиностроение, 1988. — 376 с.: ил.

ISBN 5-217-00100-3

В учебнике, написанном специалистами СССР при участии специалиста НРБ, изложены основные вопросы теории колесных и гусеничных тракторов. Рассмотрено взаимодействие движителей с грунтом, динамика трактора, теория устойчивости и управляемости, плавности хода и проходимости с использованием законов аналитической механики. Даны алгоритмы тягового расчета с применением ЭВМ, изложены вопросы оптимизации параметров тракторов на основе системного подхода.

Т $\frac{3603030000-094}{038\ (01)-88}$ 94—88

ББК 39.34

ISBN 5-217-00100-3 © Издательство «Машиностроение», 1988

В «Основных направлениях экономического и социального развития СССР на 1986—1990 годы и на период до 2000 года» предусматривается ускоренное развитие машиностроительного комплекса, в частности, тракторостроения с повышением надежности машин, улучшением их эксплуатационных качеств и условий работы водителя. Подчеркивается также, что создаваемые машины по технико-экономическим показателям на единицу производительности и другого полезного эффекта должны превосходить лучшие мировые достижения. Кроме того, предусматривается «организовать изготовление новых моделей гусеничных пахотных тракторов, колесных универсально-пропашных и тяжелых промышленных тракторов». При этом намечается существенно улучшить топливную экономичность, снизив удельный расход топлива и смазочных масел на 10—12 % и удельную металлоемкость изделий на 10—15 %.

Осуществление указанных мероприятий для ускорения научно-технического прогресса в области тракторостроения неразрывно связано с подготовкой высококвалифицированных инженеров-конструкторов, имеющих полноценные знания по теории, конструированию и расчету, испытаниям тракторной техники.

Теория трактора как отдельная отрасль науки об эксплуатационных качествах мобильных машин сформировалась в середине 30-х годов, когда начался период бурного развития отечественного тракторостроения. Обобщение разрозненных вопросов теории трактора впервые было сделано Е. Д. Львовым.

Создание в 70—80-х годах высокоэнергонасыщенных тракторов и дальнейшее развитие мирового и отечественного тракторостроения потребовали дальнейшего развития отдельных вопросов теории, особенно в области взаимодействия движителя с грунтом, устойчивости и управляемости, плавности хода трактора, комфорта водителя и тягово-динамического расчета.

Теория трактора — одна из дисциплин, изучающих эксплуатационные качества машин. В ее задачи входят: выбор и характеристика эксплуатационных качеств, исследование влияния, оказываемого на них различными конструктивными и эксплуатационными факторами.

В соответствии с этим в теории трактора рассматриваются законы движения тракторного агрегата, его узлов и деталей

(кинематика трактора и его механизмов); определяются силы и моменты, возникающие при работе агрегата в различных природно-климатических условиях, мощности, сообщаемые механизмами трактора и затрачиваемые на перемещение агрегата и выполнение различных работ (динамика трактора и его механизмов); определяются оптимальные условия эксплуатации агрегата.

В задачи теории трактора также входят изучение принципа построения машин, оптимизация их параметров.

Многообразие почвенно-климатических зон и отраслей народного хозяйства страны обусловило необходимость разработки *типажа* тракторов. Типаж тракторов разбит на *классы*, в каждом из которых имеется основная *базовая* модель или ее *модификации*. В качестве базовой модели трактора в одном или нескольких тяговых классах принимается наиболее универсальная и массовая модель трактора, конструкция которого наиболее полно отвечает требованиям создания на ее основе модификаций различного назначения. За основной классификационный показатель типажа принято *номинальное тяговое усилие* $F_{кр.\ н}$. Остальные параметры трактора обусловлены этим показателем.

Под номинальным тяговым усилием сельскохозяйственного и лесохозяйственного трактора понимается тяговое усилие, которое трактор развивает на стерне средней плотности и нормальной влажности (8—18 %) в зоне максимального значения тягового КПД при эксплуатационной массе, предусмотренной технической характеристикой (для колесных тракторов с балластным грузом) при предельном буксовании (18, 16 и 5 % соответственно для колесных с колесной формулой 4К2, 3К2 и 4К4 и гусеничных).

Тракторные агрегаты работают в различных природно климатических условиях. Требования, предъявляемые к ним, весьма разнообразны. Для удовлетворения этих требований, которые иногда противоречивы, необходимо наличие ряда эксплуатационных качеств, характеризующих в комплексе эффективность работы трактора в тех или иных условиях. Правильный выбор эксплуатационных качеств и их показателей имеет существенное значение для дальнейшего научно-технического прогресса отечественного тракторостроения. Эксплуатационные качества тракторов можно разделить на три основные группы: 1) характеризующие приспособленность трактора к выполнению технологических требований, вытекающих из условий работы, или *технологические* (агротехнические); 2) определяющие производительность и экономичность работы агрегата, или *технико-экономические*; 3) обеспечивающие комфорт водителя и его безопасность, или *общетехнические*.

Технологические (агротехнические) качества представляют собой ряд свойств, связанных в основном с *проходимостью и маневренностью* тракторных агрегатов. В качестве показателей для определения проходимости используют давление на грунт, буксование, агротехнический и дорожный просвет, тип и конструктивные

особенности движителя, габаритную высоту и ширину трактора.

Технико-экономические качества определяются в основном *производительностью и экономичностью тракторного агрегата.* Производительность трактора характеризуется объемом выполненной работы за единицу времени при соблюдении заданных условий технологического процесса и может определяться, например, размером обработанной площади, массой перевозимого груза за единицу времени и др. В соответствии с этим производительность оценивается такими показателями, как мощность двигателя, запас крутящего момента и коэффициента приспособляемости, диапазон тяговых усилий и скоростей движения, тип навесного устройства и вала отбора мощности и т. д.

Экономичность трактора определяется себестоимостью выполненных работ и зависит от следующих показателей: расхода топлива, смазочных материалов и их стоимости, затрат на заработную плату водителей, расходов на техническое обслуживание и ремонт, размеров отчислений на амортизацию и т. д. В теории трактора рассматриваются в основном вопросы топливной экономичности агрегата и ее зависимости от расхода топлива при различных эксплуатационных режимах, потерь, возникающих при движении агрегата, подбора диапазонов и количества передач, других конструктивных и эксплуатационных показателей.

Общетехнические качества связаны в основном с обеспечением *удобства работы и обслуживания, санитарно-гигиенических условий и условий безопасности работы водителя.* Они оцениваются рядом показателей: предельным уровнем шума, вибрации, запыленности, загазованности и микроклиматом в кабине; легкостью обслуживания, готовностью к работе и т. д.

Безопасность работы водителя оценивается предельными углами статической и динамической устойчивости, критическими скоростями движения, тормозными качествами и противопожарной безопасностью (наличием искрогасителей, огнетушителей и др.).

Приведенная классификация эксплуатационных качеств в известной степени условна, так как различные их группы тесно связаны между собой и одни и те же качества могут быть отнесены к нескольким группам. Например, плавность хода может быть отнесена к технологическим качествам, поскольку она влияет на глубину обработки почвы, заделки семян и др.; технико-экономическим, так как обеспечивает надежность, долговечность работы узлов и деталей агрегата и влияет на производительность; общетехническим, поскольку от нее в основном зависит комфорт водителя.

Введение, гл. 3, 6, 8, а также параграфы 1.1, 1.4, 2.2, 2.3, 2.5 — 2.7, 4.1, 4.2, 4.4 — 4.7 написаны В. В. Гуськовым; параграф 1.2, — И. П. Ксеневичем; параграф 4.3 — Н. Н. Велевым; параграф 4.8 — А. С. Солонским; параграфы 1.3, 2.1, 2.4 — совместно В. В. Гуськовым и И. П. Ксеневичем; гл. 5 и 7 — совместно Ю. Е. Атамановым и В. В. Гуськовым; гл. 9 — совместно В. В. Гуськовым и Н. Ф. Бочаровым.

ГЛАВА 1

ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГРУНТОВ

1.1. КЛАССИФИКАЦИЯ ГРУНТОВ И ИХ ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Тягово-сцепные качества, устойчивость и управляемость любой машины проявляются при взаимодействии движителя со средой. Для тракторов средой является грунт, с которым взаимодействует движитель. Верхний слой грунта (0,2 ... 1,5 м) составляет *почва*.

Рассмотрим общие свойства грунтов. К основным свойствам, от которых зависит характер взаимодействия движителя трактора с грунтом, относятся: *структура и механический состав, влажность, плотность, сопротивление сжимающим и сдвигающим нагрузкам.*

По механическому составу различают минеральные грунты и грунты, состоящие в основном из отложений частиц органического вещества.

Минеральные грунты разделяют на ряд категорий. В основу такого различия положены размеры и соотношения двух фракций: глинистой и песчаной. Гранулометрическая классификация по этому признаку оказывается наиболее приемлемой при изучении взаимодействия движителя трактора с грунтом. По этой классификации в зависимости от размера частиц минеральные грунты делят на следующие категории: *песок, супесь, суглинок и глину.* Размеры частиц (мм) приведены ниже.

Галька (камни)	Более 20
Гравелистые частицы (гравий)	20—22
Песок:	
крупный	2—1
средний	1—0,25
мелкий	0,25—0,05
Глина	Менее 0,005

Категория грунтов в зависимости от содержания глинистых частиц (содержание глинистых частиц диаметром менее 0,005 мм в % по массе) следующая.

Грунт:	
глина	Более 30
суглинок	30—10
супесь	10—3
песок	Менее 3

К грунтам, состоящим из отложений частиц органического вещества, следует отнести различные виды торфяно-болотных и

илистых грунтов. По *происхождению* их разделяют на низинные, верховые, переходные; по *ботаническому составу* на *осоковые*, *осоко-тростниковые* и др.; по *влажности* на *неосушенные*, *осушенные* и по мощности залегания, т. е. по толщине слоя.

Следует также отметить, что большинство грунтов, с которыми взаимодействует движитель трактора, имеет слоистую структуру. Верхний слой грунта, так называемый *фон*, включает, как правило, корни растительности и органические отложения. К этим фонам относятся: целина, задерненная пахота или залежь, стерня. В некоторых случаях фон создается в результате обработки грунта рабочими органами машин, например при пахоте, дискованной пахоте и др.

Верхний и подстилающий слои обладают неодинаковыми свойствами. Однако, если толщина верхнего слоя соизмерима с глубиной колеи, образуемой трактором, то с достаточной степенью точности двухслойную структуру можно рассматривать как однослойную.

Механический состав грунта значительно влияет на тягово-сцепные качества трактора. Достаточно сказать, что при одной и той же массе и размерах ходовой системы трактор на глинистом грунте (сухом) может развивать силу тяги в 2 раза и более, чем на грунтах органического происхождения.

Большое влияние на характер взаимодействия движителя трактора с грунтом оказывает *влажность*. Известно, что при различной влажности один и тот же грунт, например глина, в одних условиях представляет собой твердое тело, а в других — пластичное. *Относительная влажность* почвы (массовая доля влаги) определяется отношением массы воды к массе почвы, заключенной в данном объеме. *Абсолютная влажность* почвы (влагосодержание) определяется отношением массы воды к массе сухого вещества в данном объеме.

Влажность, при которой полностью заполнены все поры грунта, называют *полной влагоемкостью*.

В зависимости от изменения влажности грунт может находиться в твердом, пластичном и текущем состояниях. Пластичное состояние грунта обычно определяется влажностями, в зависимости от которых грунт может переходить из текущего состояния в пластичное и из пластичного в твердое. Разность между верхними и нижними пределами пластичности называется числом пластичности. Число пластичности для различных грунтов следующее.

Глина	6—8
Суглинок	7—17
Супесь	1—7
Чернозем:	
среднесуглинистый	16—17
тяжелый глинистый	26—28
Торф:	
неосушенный	7—9
осушенный	8—10

Известно, что прочность грунта зависит от сопротивлений взаимному скольжению и отрыву частиц. При повышенной влажности трение и сцепление частиц грунта существенно уменьшаются.

Следует отметить значение влажности при действии переменных нагрузок, характерных для процесса взаимодействия движителя трактора с грунтом. При приложении к грунту сил вода в нем фильтруется, перемещается из одних пор в другие, сжимая при этом находящийся в них воздух. Причем скорость фильтрации, а следовательно, и напряжения, возникающие в грунте, зависят от времени приложения нагрузок или времени их изменения, как и деформация грунта. Чем кратковременнее приложение сил, тем большей жесткостью обладает грунт.

1.2. СТРУКТУРА ПОЧВ

Особенности взаимодействия с почвой ходовых систем сельскохозяйственных тракторов и машин обусловлены необычными условиями их работы, заключающимися в том, что опорная поверхность является сложнейшей биологической средой, обладающей бесценным свойством — плодородием, т. е. способностью давать урожай. Если не учитывать это обстоятельство и рассматривать почву как среду, обеспечивающую только реализацию тягового усилия трактора и функцию несущего основания, то последствиями такого подхода будут переуплотнение, разрушение структуры почвы, эрозия, ухудшение плодородия и снижение урожайности сельскохозяйственных культур.

Почва — продукт длительных и чрезвычайно сложных процессов, протекающих в природе на протяжении многих тысячелетий. Толщина слоя почвы составляет 20—50 см (в редких, наиболее благоприятных случаях достигает 1,5 м). Почва постоянно реагирует на изменение внешних условий: так, за время только одного дождя с распаханного поля может быть смыт слой почвы толщиной 5—10 см, для восстановления которого требуется около 1000 лет (по расчетам почвоведов, за 100—150 лет образуется слой почвы около 1 см).

Почва состоит из твердой, жидкой, газообразной и живой (почвенной фауны и флоры) частей. От соотношения этих частей зависит плодородие почвы и жизнедеятельность организмов в ней. Твердая часть почвы состоит из частиц разных размеров (мм).

В зависимости от количественного состава различных по размерам фракций изменяется не только минералогический состав почвы, но и ее химические и физико-механические свойства. Например, с дисперсностью связаны способность почвы адсорбировать питательные вещества, газы, пары воды, удерживать определенное количество воды в свободном состоянии. С дисперсностью связаны также комплексы тепловых и воздушных условий в почве. В зависимости от дисперсности образуется та или иная микро- и макроагрегатная структура почвы.

Структурный состав почвы характеризуется *коэффициентом структурности* K (%):

$$K = \frac{\text{количество средних (от 0,25 до 7—10 мм) макроагрегатов}}{\text{сумма мелких (0,25 мм) и крупных (7—10 мм) макроагрегатов}}.$$

Установлено, что чем больше K, тем лучше структура почвы.

Факторы образования микро- и макроагрегатной структуры почвы следующие: 1) биогенные (корневая система растений и различные живые организмы); 2) климатогенные (увлажнение и высыхание, смена температур, замораживание и оттаивание почвы и другие); 3) деятельность человека, связанная с обработкой и другими видами воздействия на почву.

Корневая система растений является фактором повышения коэффициента структурности K. В ряде случаев влияние почвенной фауны и флоры (различных организмов) оказывается более результативным, чем работа рабочих органов сельскохозяйственных орудий, так как последние перерабатывают только пахотный слой, а микроорганизмы могут проникать за пределы этого слоя, иногда на глубину до 1 м и более.

Структурообразование почвы происходит также под влиянием объемных изменений в ней, вызываемых попеременным увлажнением и высыханием, промерзанием и оттаиванием. Морозная зима заметно улучшает структуру почвы: после обработки хорошо промерзшая почва содержит 52 % микроагрегатов оптимальных размеров и лишь 12 % крупных глыб, в то время как почва после мягкой зимы и обработки содержит только 33 % микроагрегатов оптимальных размеров и 29 % глыб.

Известно, что при определенной влажности любая почва приобретает особые свойства, при которых она «готова» к механической обработке. Состояние почвы, при котором механическая обработка наиболее эффективна, получило название физической спелости. При физической спелости почва лучше крошится, а для ее обработки требуются минимальные энергетические затраты.

Наиболее существенно структура почвы сказывается на ее плотности, а также на поровом пространстве, т. е. на объеме пор и распределении их по размерам.

Плотность почвы является существенной характеристикой, от которой зависит комплекс физических условий в почве: водный, воздушный и тепловой режимы, а следовательно, условия биологической деятельности. Поэтому в системе обработки почвы в нашей стране и за рубежом предусматривается прежде всего регулирование плотности почвы.

Установлено, что наивысшей урожайности растения достигают при оптимальной плотности, имеющей различное значение для разных почв и отличающейся от равновесной плотности (плотности естественного сложения) (табл. 1.1).

Таблица 1.1. Плотность (г/см³) почв по Б. А. Доспехову и А. И. Пупонину

Почва	Плотность		
	равновесная	оптимальная для культур	
		зерновых	пропашных
Дерново-подзолистая:			
песчаная связная	1,5—1,6	—	1,4—1,5
супесчаная	1,3—1,4	1,2—1,35	1,1—1,45
суглинистая	1,35—1,50	1,1—1,3	1,0—1,2
Дерново-карбонатная суглинистая	1,4—1,5	1,10—1,25	1,0—1,2
Дерново-глеевая суглинистая	1,4	1,2—1,4	—
Луговая пойменная суглинистая	1,15—1,2	—	1,0—1,2
Болотная (степень разложения торфа 35—40 %)	0,17—0,18	—	0,23—0,25
Серая лесная тяжелосуглинистая	1,4	1,15—1,25	1,0—1,2
Чернозем суглинистый	1,0—1,3	1,2—1,3	1,0—1,3
Каштановая суглинистая	1,20—1,45	1,1—1,3	1,0—1,3
Серозем суглинистый	1,5—1,6	—	1,2—1,4

На почвах легких по механическому составу значение оптимальной плотности выше оптимальной плотности суглинистых и глинистых почв.

Зависимость урожайности различных культур от плотности почвы показана на рис. 1.1; кривые построены по данным вегетационных опытов в сосудах. Например, при уплотнении тяжелосуглинистого чернозема (кривые *1* и *2*) до плотности 1,5—1,6 г/см³ не происходит изменений механического и микроагрегатного состава почвы, удельное содержание гумуса и элементов питания при этом резко возрастает, однако урожайность снижается. Причинами этого являются разрушение макроструктуры, снижение общей пористости и коренное изменение соотношения между порами крупных и малых размеров.

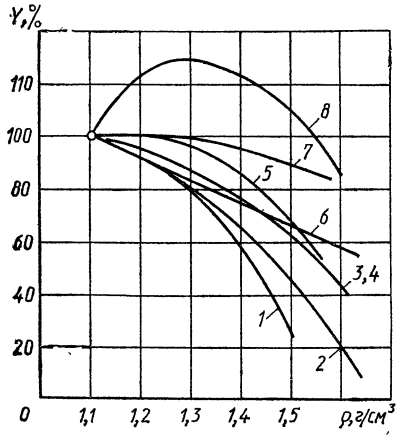


Рис. 1.1. Зависимость урожайности сельскохозяйственных культур от плотности почвы (по И. Б. Ревуту):

1, 2 — соответственно солома овса и овес на мощном тяжелосуглинистом черноземе; *3* — солома овса на каштановой глинистой почве; *4* — зеленая масса кукурузы на дерново-подзолистой суглинистой почве; *5* — овес на каштановой суглинистой почве; *6* — картофель на тяжелосуглинистой почве; *7* — содержание крахмала в картофеле на тяжелосуглинистой почве; *8* — зеленая масса кукурузы на дерново-подзолистой супесчаной почве

Для почв одинакового механического состава повышенная плотность по-разному влияет на урожайность одной и той же

культуры. Например, на супесчаной почве урожай зеленой массы кукурузы (кривая *8*) при плотности 1,45 г/см^3 будет на 28 % выше, чем при плотности 1,1 г/см^3. На суглинистой почве при плотности 1,45 г/см^3 урожай зеленой массы кукурузы (кривая *4*) на 30 % меньше урожая зеленой массы кукурузы на рыхлой почве.

В переуплотненных почвах возникает явление пространственной «тесноты». При этом вследствие возросшего сопротивления почвы ухудшается развитие растений. Например, клубни картофеля при плотности 1,4 г/см^3 деформируются, что сказывается на снижении урожая и содержании крахмала (кривые *6* и *7*). Уплотненная почва представляет собой значительное механическое препятствие для распространения корневых систем растений.

Вследствие высокой плотности корневая система растений (до 80 % и более) находится в верхних слоях почвы (7—10 см), что отрицательно влияет на протекание биологических процессов.

Приведенные данные показывают, что плотность почвы является важным фактором урожая. Можно создать высокий уровень плодородия с помощью минеральных и других удобрений, добиться нормальной водообеспеченности поля, но и в этих случаях чрезмерно высокая плотность не позволит получить высокий урожай. Для поддержания высокого уровня плодородия многих типов почв не следует допускать их переуплотнения, т. е. плотность почвы должна быть 1,25—1,35 г/см^3.

Огромное значение для плодородия почв имеет пористость и состав почвенного воздуха. Как правило, часть пор занята водой и суммарный объем воздушных пор будет значительно меньше. Занятую часть воздухом объема влажной почвы называют *воздухоемкостью*. Если общая пористость составляет 50 %, а занимаемый водой объем 18 %, то воздухоемкость составляет 32 % объема почвы. Соотношение между объемами, занятыми воздухом и водой в почве, является важнейшей характеристикой почвы.

Таким образом, плодородие целиком определяется физическими условиями в почве и зависит от *плотности*, которая в значительной степени определяет *пористость*, содержание влаги, размеры почвенных частиц и пор между ними, размеры микро- и макроагрегатов, количества живых организмов и микроорганизмов. Почва — это биологическая среда, к которой применимы термины «почва живет» и «почва дышит». Для того чтобы эти термины соответствовали действительности, отношение к почве должно быть бережным. При проектировании и эксплуатации сельскохозяйственных тракторов, машин и орудий необходимо руководствоваться принципом, что техника, предназначенная для работы в той или иной среде, должна иметь экологическую совместимость с этой средой.

1.3. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРУНТОВ

Сопротивление грунтов приложенным нагрузкам. При воздействии ходовых органов трактора на грунт в последнем возникают деформации, значение и характер которых обусловлены действием внешних или внутренних сил, вызывающих смещение частиц относительно друг друга, а также изменением среднего расстояния между частицами. Если после устранения внешнего воздействия частицы грунта вернутся в первоначальное положение, то деформация считается *упругой*; если положение частиц после снятия нагрузки отличается от первоначального, то имеет место *остаточная* деформация. Если остаточная деформация равна общей деформации, то имеет место *пластическая* деформация.

Однако реальные грунты не являются чисто упругими и пластическими. Один и тот же грунт при различных условиях деформации проявляет свойства упругости и пластичности. При малых нагрузках деформация прямо пропорциональна им, т. е. грунт в этом случае проявляет себя как упругое тело. При дальнейшем увеличении нагрузки относительный прирост деформации возрастает; в этом состоянии грунт близок к упругопластичным средам. При какой-то предельной нагрузке происходит увеличение деформации без ощутимого возрастания напряжения.

Деформации грунтов, находящихся в естественном состоянии, представляют собой деформации, свойственные только полидисперсным системам при условии, что силы отталкивания приближаются к значениям сил сцепления. Поэтому даже при линейной зависимости между напряжением и деформацией (малые нагрузки) после снятия нагрузки имеют место большие остаточные деформации.

При взаимодействии движителей тракторов с грунтом последний подвергается смятию, сдвигу в разных направлениях, в результате чего в нем возникают поля *нормальных* и *касательных напряжений*, распространяющихся на глубину и в разные стороны от места приложения нагрузки. От способности грунта выдерживать указанные напряжения зависят глубина колеи, образуемой движителями трактора, и сила сцепления. Поэтому сопротивление грунтов сжатию и сдвигу является основным показателем, влияющим на тягово-сцепные качества машин.

Сопротивление грунтов сжатию. Многочисленные исследования процесса сжатия грунтов с ограниченной возможностью бокового расширения, проведенные при помощи плотномера, показали, что в начальной фазе сжатия деформация увеличивается пропорционально напряжению. На основании этого при расчетах взаимодействия движителей с грунтом иногда считают возможным рассматривать грунты как линейно деформируемые среды. Зависимость между *нормальным напряжением* σ и осадкой штампа h можно выразить формулой

$$\sigma = kh, \qquad (1.1)$$

где k — коэффициент объемного смятия почвы, Н/м^3,

Однако представление о линейной зависимости между напряжением и деформацией является слишком приближенным. Более соответствует фактической зависимости степенная функция, предложенная проф. М. Г. Беккером [3]:

$$\sigma = \left(\frac{k_c}{b} + k_\varphi\right) h^n, \qquad (1.2)$$

где k_c — коэффициент сцепления грунта, Н/м$^{1+n}$; b — наименьший размер штампа, м; k_φ — коэффициент трения грунта, Н/м$^{2+n}$; n — показатель степени.

В этой формуле коэффициенты k_c и k_φ для всех реальных грунтов не зависят от формы штампа и других факторов.

Однако недостатками приведенных линейных и степенной функций являются отсутствие достаточного теоретического обоснования и существенное искажение процесса сжатия почв. Так, линейная функция приводит к якобы непрерывному и беспредельному увеличению сопротивления сжатию при любом значении деформации. Степенная функция имеет, с одной стороны, тот же недостаток, а с другой стороны, она приводит к маловероятному выводу о бесконечно большой интенсивности нарастания напряжения в начале процесса сжатия. Действительно, интенсивность напряжения есть тангенс угла наклона касательной или первая производная напряжения по деформации:

$$\frac{d}{dh}\sigma(h) = \left(\frac{k_c}{b} + k_\varphi\right)\frac{d}{dh}(h^n) = \left(\frac{k_c}{b} + k_\varphi\right) n h^{n-1}.$$

Так как для почв $n < 1$,

$$\frac{d}{dh}\sigma(h) = \frac{(k_c/b + k_\varphi)\, n}{h^{1-n}}.$$

Из полученного выражения следует, что пока деформация сжатия достаточно мала, т. е. процесс сжатия только начинается, интенсивность увеличения напряжения может иметь какое-либо максимальное значение, что не имеет ни логического, ни теоретического объяснения.

Наиболее полно реальные процессы взаимодействия движителя со средой отражает функциональная зависимость, предложенная В. В. Кацыгиным [4]:

$$\sigma = \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0} h, \qquad (1.3)$$

где σ_0 — предел прочности грунта на одноосное сжатие, при котором деформация грунта начинает возрастать без дальнейшего увеличения действующей на опорную площадку вертикальной нагрузки, Па; k — коэффициент объемного смятия грунта, равный тангенсу угла α наклона касательной к кривой в начале координат (рис. 1.2), Н/м^3.

На кривой условно можно выделить три участка, характеризующие особенности взаимодействия между внешними нагрузками и сопротивлением грунта сжатию. На участке *I* форма кривой близка к наклонной прямой; на этом участке в основном проис-

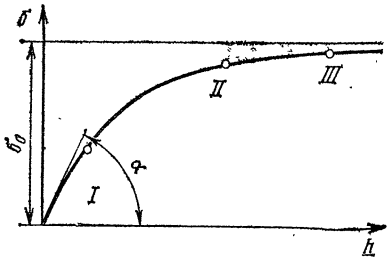


Рис. 1.2. Зависимость нормальных напряжений от деформации

Таблица 1.2. **Предел прочности на одноосное сжатие σ_0 и коэффициент объемного смятия k для минеральных грунтов**

Грунт	Влажность, %	σ_0, МПа	$k \cdot 10^{-7}$, Н/м^3
Супесь:			
целина	14—16	1,29—1,43	0,08—0,11
стерня зерновых	11—13	0,8—0,9	0,07—0,08
слежавшаяся пахота	12—14	0,45—0,66	0,04—0,06
Суглинок легкий:			
целина	13—14	2,42—2,58	0,07—0,10
стерня озимых	12—13	1,43—2,09	0,11—0,19
слежавшаяся пахота	12—13	0,96—1,16	0,10—0,17
Суглинок средний:			
целина	10—11	2,74—3,10	0,11—0,20
стерня зерновых	12—14	1,68—2,27	0,11—0,17
слежавшаяся пахота	16—17	0,68—1,09	0,06—0,11
Суглинок тяжелый:			
целина	19—20	2,49—2,85	0,12—0,18
стерня зерновых	13—16	1,88—2,47	0,10—0,17
слежавшаяся пахота	12—14	0,95—1,28	0,07—0,11
Глина:			
целина	12—15	3,23—4,62	0,13—0,21
слежавшаяся пахота	10—13	1,29—1,91	0,08—0,14

ходит уплотнение грунта. На участке *II* деформация грунта возрастает быстрее, чем внешняя нагрузка; грунт при этом уплотняется и, кроме этого, в нем возникают местные напряжения сдвига; по мере увеличения внешней нагрузки напряжение сдвига становится в ряде мест больше напряжений от сил внутреннего трения и сцепления между частицами грунта, в результате чего возрастание деформации постепенно становится более интенсивным. На участке *III* начинается пластичное течение грунта: массив грунта будет испытывать деформации сдвига; уплотнение грунта прекращается и он выходит из-под опорной поверхности движителя в сторону. При достаточно большой деформации грунта напряжения в грунте достигают значения предела прочности на одноосное сжатие σ_0.

Формула (1.3) является общей функциональной зависимостью между напряжениями сжатия и деформацией. Можно сказать, что формулы (1.1) и (1.2) являются частными случаями формулы (1.3). Например, если разложить гиперболический тангенс в степенной ряд и ограничиться первым членом, то получим формулу (1.1). После несложных преобразований этого ряда, приняв ряд допущений, можно получить формулу (1.2).

В табл. 1.2 приведены значения констант σ_0 и k для минеральных грунтов.

Сопротивление грунтов сдвигу. Основными факторами, определяющими сопротивление грунтов сдвигу, являются *молекуляр-*

ные и *капиллярные силы сцепления*, а также *силы внутреннего трения*. Молекулярные силы сцепления обусловлены сцеплением в точках контакта частиц и поверхностным натяжением воды, находящейся в порах грунта. Можно считать, что они не зависят от нормальной силы. Силы внутреннего трения между частицами возникают вследствие зацепления частиц друг за друга при сдвиге и при действии на грунт только нормальных нагрузок. Силы сцепления характерны в основном для связных грунтов типа глины, суглинка, ила. У грунтов с раздельно зернистым строением, песчаных и супесчаных силы сцепления незначительны, однако эти грунты обладают большими силами внутреннего трения.

В общем случае сопротивление грунтов сдвигу определяется действием обоих факторов, и максимальная сила сдвига в первом приближении может быть найдена из закона Кулона:

$$T = T_0 + N \operatorname{tg} \varphi,$$

где T_0 — молекулярные и капиллярные силы сцепления, Н; N — нормальная нагрузка, Н; φ — угол внутреннего трения грунта.

Зависимость силы сдвига T от нормальной нагрузки N в реальных условиях показана на рис. 1.3. Кривая состоит из участка с большей кривизной и почти прямолинейного. Точка a соответствует нулевому значению нормальной силы. Положение точки a определяется только молекулярными силами сцепления. С увеличением нормальной нагрузки максимальная сила сдвига сначала резко возрастает, а затем интенсивность ее возрастания уменьшается.

При движении трактора с нагрузкой грунтозацепы колеса или гусеницы сдвигают грунт в направлении, обратном движению трактора, и в сторону при повороте. При этом в плоскости взаимодействия движителя с грунтом возникают напряжение сдвига τ и среза $\tau_{ср}$ (рис. 1.4), обусловленные действием внешних сил. С увеличением этих сил напряжения сдвига возрастают до определенного предела, который определяется законом Кулона. Назо-

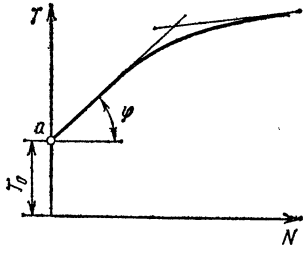


Рис. 1.3. Зависимость силы сдвига от нормальной нагрузки

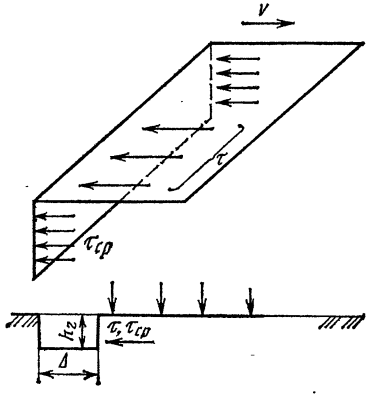


Рис. 1.4. Напряжения, возникающие в грунте при сдвиге его грунтозацепами

вем этот предел силой трения покоя $T_п = T_{max}$ и для его определения воспользуемся упрощенной зависимостью

$$T_п = f_п N,$$

где $f_п$ — коэффициент трения покоя, учитывающий силы трения и сцепления;

$$f_п = \operatorname{tg}\varphi + \frac{T_0}{N}.$$

Разделив силы T_0 и N на площадь A, т. е. $T_0/A = \tau_0$; $N/A = p$, получим следующее выражение для определения коэффициента трения покоя:

$$f_п = \operatorname{tg}\varphi + \frac{\tau_0}{p}, \qquad (1.4)$$

где τ_0 — молекулярные и капиллярные силы сцепления, отнесенные к площади соприкасающихся тел, Па; p — давление, Па.

Как видно из формулы (1.4), коэффициент трения покоя зависит от давления (с увеличением последнего он уменьшается). Иногда коэффициент трения покоя называют коэффициентом внешнего трения.

Когда внешние силы становятся равными силе трения покоя, возникает относительное перемещение. В этом случае имеет место трение скольжения. При этом сила трения скольжения

$$T_{ск} = f_{ск} N,$$

где $f_{ск}$ — коэффициент трения скольжения.

Иногда этот коэффициент называют коэффициентом внутреннего трения. Он также зависит от давления (рис. 1.5). Как видно из рисунка, коэффициенты $f_п$ и $f_{ск}$ уменьшаются с увеличением давления. Это положение можно объяснить следующим образом. В общем случае коэффициент трения — это предел отношения напряжения сдвига к давлению, т. е. $f_{п.ск} = \lim \Delta\tau/\Delta p$. При $\Delta p \to 0$ $f_{п.ск} = \lim \Delta\tau/\Delta p = \infty$.

Если $\Delta p = 0$, то $\Delta\tau \neq 0$ (благодаря силам молекулярного сцепления между поверхностями).

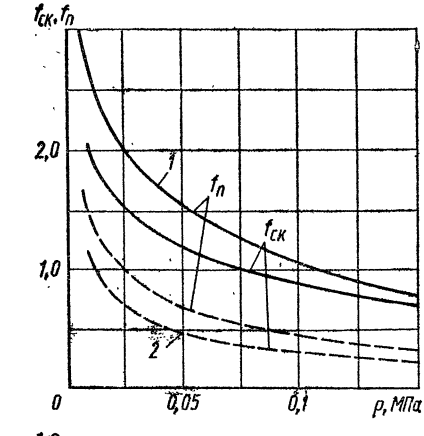


Рис. 1.5. Зависимость коэффициентов трения покоя $f_п$ и скольжения $f_{ск}$ от давления:

1 — суглинок, стерня (абсолютная влажность 14—16 %); *2* — торфяник, стерня (относительная влажность 70—76 %)

Как правило, коэффициент трения покоя $f_п \geqslant f_{ск}$.

Средние значения коэффициента трения покоя и скольжения при $p = 0{,}02 \div 0{,}05$ МПа приведены в табл. 1.3.

При взаимодействии движителя трактора с грунтом имеет

Таблица 1.3. Составляющие коэффициента трения покоя $f_п$ и коэффициент $f_{ск}$ трения скольжения

Наименование грунта	Влажность, %	$f_{ск}$	Составляющие $f_п$	
			τ_0, кПа	tg φ
Супесь:				
целина	12—20	—	1,0	0,87
стерня зерновых	12—20	0,79	1,0	0,81
слежавшаяся пахота	12—20	—	1,0	0,83
Суглинок легкий:				
целина	12—20	0,76	2,5	0,77
стерня зерновых	15—17	0,72	2,5	0,73
слежавшаяся пахота	11—19	0,69	2,5	0,71
Суглинок тяжелый:				
целина	15—20	—	3,0	0,72
стерня зерновых	16—20	0,76	3,0	0,78
слежавшаяся пахота	13—18	—	3,0	0,76
Торфяник:				
целина	76—88	—	3,0	0,72
стерня зерновых	70—76	0,73	2,0	0,75
слежавшаяся пахота	80—84	—	1,0	0,83

место переменный неустановившийся режим перехода относительного покоя к относительному движению. При этом касательные силы на соприкасающихся поверхностях не могут быть определены только как произведение постоянного коэффициента на нормальную силу.

Как показали исследования, сила T изменяется в процессе сдвига поверхностей, т. е. является некоторой функцией их относительного перемещения Δ. Если отнести силы к единице площади соприкасающихся тел, то можно записать следующее равенство:

$$\frac{T}{A} = \tau = f(\Delta),$$

где A — площадь соприкасающихся тел, м^2; τ — напряжение, возникающее в грунте при приложении касательной нагрузки, МПа.

Установлено, что форма кривых сдвига неодинакова для различных грунтов. Например, для плотных грунтов типа суглинка, супеси (рис. 1.6) напряжения сдвига сначала возрастают приблизительно пропорционально смещению, затем пропорциональность нарушается и напряжения сдвига в определенный момент достигают максимального значения

$$\tau_п = \tau_{max} = f_п p.$$

При дальнейшей деформации напряжения сдвига начинают постепенно уменьшаться и асимптотически приближаться к постоянной величине $\tau_{ск} = f_{ск} p$.

Таким образом, при достаточно большом перемещении напряжения сдвига можно считать постоянными и не зависящими от деформации.

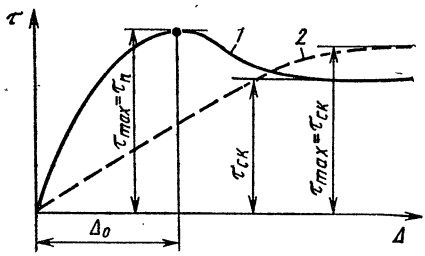


Рис. 1.6. Зависимость напряжений сдвига от деформаций:
1 — плотные грунты; *2* — пластичные грунты

Для пластичных грунтов максимальные напряжения сдвига развиваются при бесконечно большой деформации (рис. 1.6), и кривая не имеет резкого выступа.

Определение закономерностей изменения напряжения сдвига от деформации имеет большое значение для изучения процесса взаимодействия движителя с грунтом. Известно несколько функциональных зависимостей между напряжением сдвига и деформацией. Из них наиболее известны и довольно близко соответствуют реальным условиям формулы проф. М. Г. Беккера [3] и Г. И. Покровского [4].

Для определения напряжений сдвига в зависимости от деформации применительно к разработке теории взаимодействия гусеничного движителя с грунтом М. Г. Беккер предложил использовать уравнение, аналогичное уравнению апериодического колебательного процесса

$$X = B_1 e^{-\alpha_1 t} + B_2 e^{-\alpha t},$$

где B_1, B_2, α_1 и α_2 — показатели, характеризующие колебательный процесс; e — основание натурального логарифма.

Это уравнение, преобразованное М. Г. Беккером, имеет следующий вид:

$$\tau = (\tau_0 + p \operatorname{tg} \varphi)\left\{\exp\left[\left(-k_2 + \sqrt{k_2^2 - 1}\right) k_1 \Delta\right] - \right.$$

$$\left. - \exp\left[\left(-k_2 - \sqrt{k_2^2 - 1}\right) k_1 \Delta\right]\right\},$$

где k_1 и k_2 — эмпирические коэффициенты, определяющие процесс буксования движителя гусеничного трактора; Δ — деформация грунта почвозацепами в направлении, обратном движению.

Несмотря на некоторое соответствие расчетных и фактических напряжений сдвига, формула не может быть применена при расчетах взаимодействия движителя со средой вследствие ряда существенных недостатков. Прежде всего, она громоздка, и затруднено определение эмпирических коэффициентов по предложенной методике. Кроме того, эти коэффициенты лишены определенного смысла. Далее при достаточно большой деформации, когда $\Delta \to \infty$, касательное напряжение сдвига стремится к нулю (при $k_2 > 1$). Этот справедливый для апериодических колебаний вывод противоречит экспериментальным данным процесса сдвига (см. рис. 1.6).

На основании гипотезы Г. И. Покровского о контактной теории прочности грунтов предложена теоретическая формула:

$$\tau = (c_1 e^{c_2 \Delta} + c_3)(1 - e^{c_4 \Delta}), \qquad (1.5)$$

где c_1, c_2, c_3 и c_4 — эмпирические коэффициенты.

Анализируя эту формулу, можно сделать следующие выводы. При достаточно большой деформации напряжение сдвига стремится к постоянному значению. Процесс сдвига имеет две фазы: в первой напряжение увеличивается с возрастанием деформации $\frac{\partial \tau}{\partial \Delta} > 0$, во второй уменьшается $-\frac{\partial \tau}{\partial \Delta} < 0$. Граница между этими стадиями характеризуется моментом разрушения связей в почве. Соответствующая ему сила τ_{max} представляет силу трения покоя.

Таким образом, выводы, полученные из теоретической зависимости, определяемой формулой (1.5), не противоречат экспериментальным данным.

Обобщая особенности формулы (1.5) и используя гиперболические функции, В. В. Кацыгин [4] получил функциональную зависимость между напряжением сдвига и деформацией для плотных грунтов, имеющую следующий вид:

$$\tau = f_{ск} p \left(1 + \frac{f_{пр}}{\operatorname{ch} \frac{\Delta}{k_\tau}}\right) \operatorname{th} \frac{\Delta}{k_\tau}, \qquad (1.6)$$

где $f_{пр}$ — приведенный коэффициент трения; k_τ — коэффициент деформации, м.

Приведенный коэффициент трения является функцией коэффициентов трения покоя и скольжения. Для грунтов нормальной влажности он может быть вычислен по эмпирической формуле:

$$f_{пр} = 2{,}55 \left(\frac{f_п - f_{ск}}{f_{ск}}\right)^{0{,}825}.$$

Коэффициент k_τ пропорционален критической деформации Δ_0 (см. рис. 1.6) и зависит от приведенного коэффициента трения $f_{пр}$:

$$k_\tau = \frac{\Delta_0}{\operatorname{arcch}\left(\frac{1 + \sqrt{1 + f_{пр}^2}}{2 f_{пр}}\right)}.$$

С достаточной точностью для минеральных грунтов нормальной влажности коэффициент k_τ может быть вычислен по формуле $k_\tau = 0{,}4t$ (здесь t — расстояние между почвозацепами звена гусеницы или колеса, м).

Для пластичных грунтов (кривая 2, рис. 1.5), когда $f_п = f_{ск}$ и $f_{пр} = 0$, формула (1.6) имеет вид

$$\tau = f_{ск} p \operatorname{th} \frac{\Delta}{k_\tau}.$$

Эта формула по структуре идентична формуле (1.3), описывающей процесс сжатия.

Сдвиг грунта сопровождается еще и его срезом. При этом появляются напряжения среза $\tau_{ср}$, которые возникают благодаря подрезу боковыми гранями штампа или грунтозацепа высотой $h_г$ (см. рис. 1.4). Характер этих напряжений несколько иной, чем напряжений сдвига. Можно считать в первом приближении, что их значения зависят только от модуля среза $[\tau_{ср}]$ и высоты боковых граней штампа или грунтозацепа колеса или шины. Нормальная сила и деформация не оказывают существенного влияния на напряжения среза.

Как показывают экспериментальные данные [4], модуль среза $[\tau_{ср}]$ изменяется для разных грунтов в следующих пределах: для среднего суглинка (стерни) $[\tau_{ср}] = (1{,}26 \div 1{,}94)\ 10^3$ Н/м для супеси стерни $[\tau_{ср}] = (1{,}5 \div 2{,}6)\ 10^3$ Н/м.

Уплотнение почв. При многократном воздействии движителей, а также почвообрабатывающих машин (орудий) происходит накопление деформаций уплотнения не только в пахотном, но и подпахотном слое почвы. Образовавшаяся в результате так называемая «плужная подошва» препятствует проникновению воды в глубь почвы, что приводит к водной эрозии или заболачиванию почвы в сырую погоду или быстрому ее высыханию и ветровой эрозии при засухе. «Плужная подошва» нарушает капиллярный приток влаги из более глубоких слоев к поверхности и препятствует развитию корневой системы сельскохозяйственных культур. Разрушение «плужной подошвы» с помощью глубокого рыхления или чизелевания существенно улучшает плодородие почвы, однако при этом увеличивается стоимость технологического процесса возделывания культур.

Механическое воздействие движителей на почву не может рассматриваться только как уплотняющее, так как одновременно с этим происходит интенсивное разрушение структуры почвы под влиянием буксования. Кроме уплотнения и разрушения структуры почвы под воздействием движителей, образуются колеи, которые затрудняют выполнение последующих технологических операций обработки почвы, ухудшают работу сельскохозяйственной техники, снижают качество полевых работ, служат искусственным руслом стока воды, приводят к увеличению затрат энергии (топлива), снижают производительность труда. Сопротивление обработке почвы по следу гусеничных тракторов возрастает на 25 %, по следу колесных — на 40 %, тяжелых автомобилей — на 65 % по сравнению с сопротивлением обработки неуплотненных участков [7]. Неуплотненные участки практически не превышают 10—15 % плотности поля, так как в процессе подготовки почвы, посева, ухода за растениями, уборки урожая и остатков различные машины проходят по полю 5—15 раз, суммарная площадь следов движителей этих машин в 2 раза превышает площадь полевого участка, 10—12 % площади поля подвергается воздействию машин от 6 до 20 раз, 65—80 % площади — от 1 до 6 раз.

Для предотвращения негативных последствий механического воздействия движителей на почву анализируются причины переуплотнения почв движителями, разрабатываются методы борьбы с этим явлением и мероприятия, позволяющие ограничить (или снизить) механическое воздействие.

Можно выделить три главных направления решения этой проблемы.

1. *Технологическое*, заключающееся в совершенствовании технологии возделывания сельскохозяйственных культур, включая снижение количества проходов техники по полям, особенно при неблагоприятном состоянии почвы, в разработке рациональных маршрутов движения машин, применении комбинированных и широкозахватных агрегатов, минимальной обработке почвы, устройстве постоянных полос для проезда техники, использовании перегрузочной технологии при взаимодействии с транспортными средствами и др. Эти меры широко используются в отечественной практике в последние годы (индустриальные технологии).

2. *Агрономическое*, заключающееся в повышении способности почвы противостоять уплотняющим и сдвигающим нагрузкам благодаря внесению удобрений (главным образом органических) и соблюдению качественных показателей при обработке почвы, введении дополнительных операций разуплотнения.

3. *Конструкторское*, заключающееся в совершенствовании тракторов, сельскохозяйственных машин и их движителей, способствующих устранению или снижению негативных воздействий на почву. Благодаря этому направлению почву можно предохранить от переуплотнения, что приведет к сохранению ее потенциального и эффективного плодородия и позволит избежать также излишних затрат энергии на почвообработку, которые в настоящее время весьма значительны.

Конструкторское направление является эффективным средством решения проблемы, поскольку относительно легче (и дешевле) предотвратить механическое воздействие движителей на почву, чем затем устранять его последствия.

Основными факторами, определяющими воздействие движителей на почву, как установлено, являются плотность, твердость и структурный состав почвы в следах, а также уплотняемая площадь поля. Например, плотность и твердость почвы в следах движителей существенно зависят от кратности воздействия (числа проходов движителей по одному следу) и скорости движения. Эти факторы необходимо учитывать при выборе параметров движителей новой или модернизированной сельскохозяйственной техники.

Процесс образования следа под движителем (ведомый режим) состоит из трех фаз. Первая фаза — образование следа вследствие уплотнения почвы. В этой фазе происходит только уплотнение почвы, и зависимость между глубиной следа движителя и нагрузкой практически линейна (см. рис. 1.2, участок *I*). В ана-

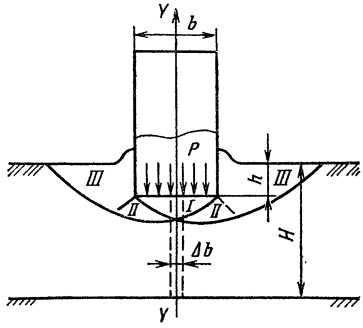


Рис. 1.7. Схема разрушения почвы под движителем трактора

литическом виде эта зависимость выражается уравнением

$$h = \frac{\sigma_0}{k} \operatorname{arcth} \frac{p}{\sigma_0}, \qquad (1.7)$$

где p — давление движителя.

Во второй фазе (см. рис. 1.2, участок *II*) начинает формироваться уплотненное ядро (рис. 1.7, зона *I*), в котором относительное перемещение частичек почвы друг относительно друга отсутствует. Ядро подобно клину, погружаясь вместе с движителем в грунт, не только уплотняет нижележащие слои почвы, но и раздвигает их в стороны. Глубина следа движителя возрастает более интенсивно (см. рис. 1.2, участок *II*) благодаря прогрессирующим сдвигам в почве; линейная связь между глубиной следа движителя и нагрузкой нарушается. При дальнейшем увеличении нагрузки на движитель в почве начинают формироваться переходная зона *II* и зона пассивного предельного состояния *III* (см. рис. 1.7). Сплошные линии, ограничивающие снизу указанные зоны, называют линиями скольжения. В аналитическом виде связь между глубиной следа движителя и нагрузкой во второй фазе выражается в виде

$$h = \frac{\sigma_0}{k} \frac{1}{1 - p/\sigma_0} \operatorname{arcth} \frac{p}{\sigma_0}.$$

В третьей фазе (см. рис. 1.2, участок *III*) деформации под движителем теоретически могут развиваться до бесконечности без увеличения нагрузки, однако практически этого не происходит вследствие наличия близлежащего твердого основания (глубина H) и возрастания объема грунта (почвы), участвующего в процессе (см. рис. 1.7). В этой фазе полностью сформировывается зона *III*, и деформация почвы происходит в основном в результате сдвигов вследствие разрушения почвы по поверхностям скольжения. При этом частицы почвы смещаются в стороны менее напряженных областей, о чем свидетельствуют местные «выпоры» по краям движителя (см. рис. 1.7).

При буксовании движителей (ведущий режим) глубина следа возрастает вследствие дополнительного сдвига почвы в горизонтальном направлении. Увеличение глубины следа [7] предлагается учитывать произведением деформации на величину $1 + \delta/(1 + \delta/2)$, в результате чего выражение для глубины следа после прохода одиночного движителя будет иметь вид

$$h = \frac{\sigma_0}{k} \frac{1}{1 - p/\sigma_0} \frac{1 + \delta}{1 - \delta/2} \operatorname{arcth} \frac{p}{\sigma_0},$$

где δ — коэффициент буксования движителя.

Оценка уплотняемости почв. Нормируемыми показателями являются максимальное давление движителя на почву $p_к$ и нормальное напряжение $\sigma_{0,5}$ на глубине 0,5 м.

Для определения максимального давления (кПа) колесного движителя на почву можно применить следующую зависимость:

$$p_к = \frac{K_2}{K_1} p_{к.\,ср}, \tag{1.8}$$

где $p_{к.\,ср}$ — среднее давление колесного движителя на жесткое основание определяется экспериментально по методике ГОСТ 7057—81; $K_2 = 1{,}5$ — коэффициент продольной неравномерности распределения давления по площади контакта шины; K_1 — коэффициент, зависящий только от наружного диаметра D шины.

Значения K_1 определяют по следующим данным.

Наружный диаметр шины, м	До 0,6	Св. 0,6 до 0,8	Св. 0,8 до 1,0
Коэффициент K_1	1,60	1,40	1,30
Наружный диаметр шины, м	Св. 1,0 до 1,2	Св. 1,2 до 1,5	Св. 1,5
Коэффициент K_1	1,20	1,15	1,10

Максимальное нормальное напряжение (кПа) под одиночным движителем

$$\sigma_{0,5} = 0{,}637 p_{к.\,ср}\left[\operatorname{arctg}\frac{ab}{0{,}5\sqrt{a^2+b^2+0{,}25}} + \right.$$
$$\left. + \frac{0{,}5ab\,(a^2+b^2+0{,}5)}{(a^2+0{,}25)\,(b^2+0{,}25)\sqrt{a^2+b^2+0{,}25}}\right], \tag{1.9}$$

где a и b — половина длины и ширины прямоугольной площади контакта, м; $a = A_{кп}/(2b_к)$; $b = b_к/2$ (здесь $A_{кп}$ — приведенная к условиям работы на почвенном основании площадь контакта шины колеса с почвой, м^2; $A_{кп} = A_к K_1$; $A_к$ — контурная площадь контакта (определяют на жестком основании в соответствии с ГОСТ 26953—86), м^2; $b_к$ — ширина отпечатка контурной площади (определяют измерением наибольшего размера отпечатка в плоскости, перпендикулярной направлению вращения колеса), м.

Зависимость (1.9) используют для определения $\sigma_{0,5}$ под сдвоенными или бóльшим числом шин колесного движителя одной оси, если расстояние между продольными осями шин b_0 равно или больше $2b_к$.

Если $b < 2b_к$, то

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_{кп}}{2\sum_{i=1}^{n} b_{кi}}; \qquad b = \frac{\sum_{i=1}^{n} b_{кi}}{2};$$

$$p_к = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} p_{кi},$$

где n — число шин на одной оси одного борта; $i = 1, 2, \ldots$.

Таким образом, для расчетного определения стандартных показателей $p_к$ и $\sigma_{0,5}$ необходимо найти величины $p_{к.\,ср}$, $A_к$ и $b_к$, так как остальные величины, входящие в формулы (1.8) и (1.9), определяют расчетным путем.

Как известно, среднее давление (кПа) колесного движителя на жесткое основание

$$p_{к.\,ср} = G_к/A_к,$$

где $G_к$ — вертикальная нагрузка на движитель, кН; $A_к$ — площадь контакта шины колеса с почвой, м², $A_к = \frac{\pi}{4} a_к b_к$ (здесь $A_к$ — длина отпечатка контурной площади на жестком основании; $a_к = C_з\sqrt{Dh_ш - h_ш^2}$; $b_к = 2\sqrt{2r'_с h_ш - h_ш^2}$; $h_ш$ — статический прогиб шины при нагрузке $G_к$, м; $r'_с = (b + H)/2{,}5$; м; $r'_с$ — приведенный радиус поперечного сечения шины, м; $H = (D - d)/2$ — высота профиля шины, м; D и b — диаметр и ширина профиля шины, м; $C_з$ — поправочный коэффициент для тракторных шин;

$$C_з = \frac{20{,}5}{11{,}9 + [D/b - (n - 9)/2 - 3]};$$

n — норма слойности.

Уравнение универсальной характеристики шины имеет вид

$$G_к = \frac{h_ш^2}{C_1 + C_2 \dfrac{h_ш}{p_ш + p_0}}, \qquad (1.10)$$

где C_1 и C_2 — постоянные коэффициенты для данной шины; $p_ш$ — давление воздуха в шине; p_0 — условное давление, характеризующее жесткость шины при отсутствии давления воздуха в шине, зависит прежде всего от относительной толщины стенок шины и жесткости материалов; $h_ш$ — статический прогиб; его определяют по полученной из уравнения (1.10) зависимости:

$$h_ш = \frac{C_2 G_к}{2(p_ш + p_0)} + \sqrt{\left[\frac{C_2 G_к}{2(p_ш + p_0)}\right]^2 + C_1 G_к}.$$

Величину p_0 и коэффициенты C_1 и C_2 определяют из зависимости

$$G_к = \frac{p_ш + p_0}{\dfrac{C_1}{h_ш^2} p_ш + \dfrac{C_1}{h_ш^2} p_0 + \dfrac{C_2}{h_ш}}. \qquad (1.11)$$

Из условия существования зависимости (1.11) для нагрузочного ряда любой шины величины p_0, C_1 и C_2 должны удовлетворять следующему условию:

$$\sum_{i=1}^{n} \left[p_{ш_i} - \frac{C_1}{[h_ш]^2} G_{к_i} p_{ш_i} - \left(\frac{C_1}{[h_ш]^2} + \frac{C_2}{[h_ш]}\right) G_{к_i} + p_0\right]^2 \geqslant \min,$$

где $p_ш$ и $G_к$ — внутреннее давление воздуха в шине, кПа, и соответствующая допустимая нагрузка на колесо, кН, определяемые для тракторных шин; $[h_ш]$ — допустимый статический прогиб шины, м; $i = 1, \ldots, N$ (здесь N — число ступеней нагрузки на шину в нагрузочном ряду).

Значение $[h_ш]$ можно ориентировочно определить по известной формуле $[h_ш] = D/2 - r_{ст}$ (здесь $r_{ст}$ — статический радиус).

Последовательно дифференцируя выражения в квадратных скобках по C_1, C_2 и p_0 и приравнивая соответствующие производ-

ные нулю, получаем систему из трех уравнений с тремя неизвестными, откуда определяют C_1, C_2 и p_0:

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} G_{к_i} p_{ш_i}}{[h_ш]^2} C_1 + \left(\frac{C_1 p_0}{[h_ш]^2} + \frac{C_2}{[h_ш]}\right) \sum_{i=1}^{N} G_{к_i} - N p_0 = \sum_{i=1}^{N} p_{ш_i};$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} G_{к_i}^2 p_{ш_i}^2}{[h_ш]^2} C_1 + \left(\frac{C_1 p_0}{[h_ш]^2} + \frac{C_2}{h_ш}\right) \sum_{i=1}^{N} G_{к_i} - p_0 \sum_{i=1}^{N} G_{к_i}^2 p_ш =$$

$$= \sum_{i=1}^{N} G_{к_i} p_{ш_i}^2;$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} G_{к_i}^2 p_{ш_i}}{[h_ш]^2} C_1 + \left(\frac{C_1 p_0}{[h_ш]^2} + \frac{C_2}{[h_ш]}\right) \sum_{i=1}^{N} G_{к_i} - p_0 \sum_{i=1}^{N} G_{к_i} = \sum_{i=1}^{N} G_{к_i} p_{ш_i}.$$

При определении максимального напряжения в почве под единичным гусеничным движителем величины a и b определяют по формулам:

$$a = L_г/2; \quad b = b_г/2,$$

где $L_г$ — приведенная длина опорной поверхности гусеницы; $L_г = L_{ус} + t_г$ (здесь $L_{ус}$ — условная длина участка гусеницы, находящаяся в контакте с основанием, м); $t_г$ — шаг гусеницы, м; $b_г$ — ширина гусеницы, измеренная по внешним ее кромкам, м.

Среднее давление (кПа) единичного гусеничного движителя на почву

$$p_{г.\,ср} = p'_{г.\,ср} K_з,$$

где $p'_{г.\,ср}$ — среднее давление гусеничного движителя на почву; $p'_{г.\,ср} = G_к/A_к$ (здесь $G_к$ — вертикальная нагрузка на движитель, кН; $A_к$ — площадь контакта гусеницы, м^2); $K_з$ — коэффициент заполнения проекции контакта гусеницы с почвой;

$$K_з = A_{г.\,п}/(b_г n t_г)$$

[здесь $A_{г.\,п}$ — площадь проекции участка гусеницы, включающего n ($n \geqslant 3$) полных шагов, на опорную площадку, м^2].

Следует отметить, что процессы сжатия, сдвига и среза грунтов при возможности бокового их выпирания из-под движителя являются очень сложными процессами, требующими дальнейшего изучения. Принятые константы σ_0, k, k_τ, $f_п$, $f_{пр}$ и $\tau_{ср}$ также требуют дальнейшего уточнения.

1.4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТИ ГРУНТОВ

Геометрия поверхности грунтов оказывает большое влияние на динамические и тяговые качества, устойчивость и управляемость трактора. Поверхность грунта можно представить в виде поверхности с неровностями различной высоты и формы.

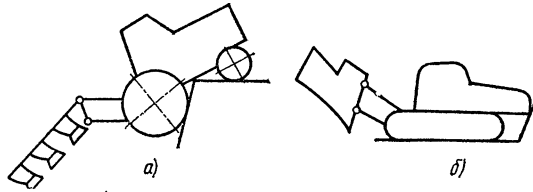


Рис. 1.8. Схема потери проходимости тракторных агрегатов

Если высота и форма неровностей поверхности грунта соизмеримы с размерами трактора или превышают их, то такую поверхность можно отнести к *макропрофилю*. Например, подъемы, уклоны, ложбины и холмы составляют макрорельеф поверхности.

Если высота и форма часто повторяющихся неровностей несоизмеримо меньше размеров трактора, то такую поверхность можно отнести к *микропрофилю*. Например, после вспашки даже исключительно ровного участка остаются продольные борозды, поперечный профиль которых образует более или менее правильную геометрическую форму. Аналогичный микропрофиль формируется при междурядной обработке и уборке пропашных культур, от следов колес комбайнов при уборке зерновых и т. д. Мелкие выбоины дороги, кочки и остатки пней целинной поверхности также можно отнести к микропрофилю.

Макропрофиль поверхности оказывает в основном влияние на проходимость, управляемость и устойчивость тракторного агрегата. Размеры и форма препятствий, вызывающих полную или неполную потерю проходимости машины, весьма разнообразны. Однако можно ограничиться рассмотрением только нескольких типов препятствий. Потеря проходимости может быть вызвана двумя причинами: зависанием машинно-тракторного агрегата на препятствие вследствие недостаточного клиренса (рис. 1.8, *а*) и упором носовой части трактора в препятствие из-за недостаточного угла атаки (рис. 1.8, *б*). Оба случая могут быть при выпуклых или вогнутых профилях, образованных пересекающимися поверхностями.

Препятствие описывается полностью, если приведены все размеры профиля (рис. 1.9). Величины α, h и b обычно укладываются в очень широкий, но ограниченный ряд; сложная форма профиля (рис. 1.9) встречается редко, и это упрощает описание препятствий. Формы препятствий с некоторыми допущениями сведены М. Г. Беккером [4] к комбинации уступа и выступа, т. е. к канаве и насыпи (рис. 1.10). Дальнейшее упрощение препятствий, применяемое при исследованиях проходимости машин, сводится к представлению препятствий в виде прямоугольных канав и балок с размерами h и b.

Поперечная и продольная устойчивость агрегата на склоне определяется углами подъема и склона и будет рассмотрена более подробно в главе, посвященной устойчивости трактора.

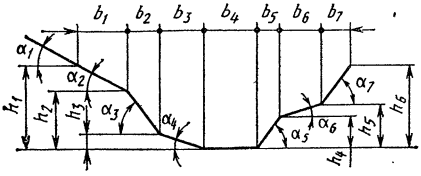


Рис. 1.9. Схема препятствий сложной формы

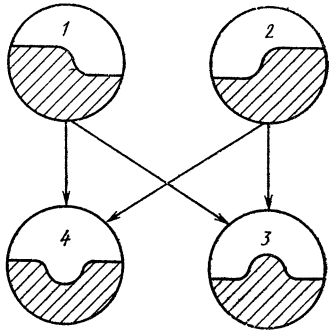


Рис. 1.10. Соотношение между основными конфигурациями поверхностных неровностей:
1 — уступ; *2* — выступ; *3* — насыпь; *4* — канава

Следует отметить, что геометрию поверхности грунта с точки зрения проходимости и устойчивости необходимо увязывать с размерами агрегата.

Микропрофиль поверхности в виде часто повторяющихся неровностей вызывает колебательные процессы в агрегате, что приводит к ухудшению условий работы водителя, увеличению нагруженности деталей и узлов, снижению скорости движения, управляемости и устойчивости.

Как правило, неровности носят случайный характер. Даже такие неровности, как поливные борозды, междурядья, пахотные борозды и другие, которые образованы в результате взаимодействия грунта с рабочими органами, не имеют точных геометрических форм. Это происходит потому, что свойства грунтов на разных участках непостоянны, скорость обработки и характер взаимодействия рабочих органов с грунтом колеблются в некоторых пределах и, кроме того, оказывают влияние атмосферные осадки и др. Грунтовые дороги, стерня, проселочные дороги, микропрофиль которых образуется в результате воздействия случайных факторов, не имеют постоянных характеристик. На рис. 1.11 показан микропрофиль двухлетней залежи.

Для описания характеристик воздействий на тракторы в последнее время широко применяют вероятностные методы — *теорию случайных величин* и для более полной оценки — *теорию случайных функций*.

Движение трактора по микропрофилю можно рассматривать как стационарный случайный процесс [10], который не зависит от того, начнет ли трактор движение по данному микропрофилю с определенной скоростью в настоящий момент или некоторое

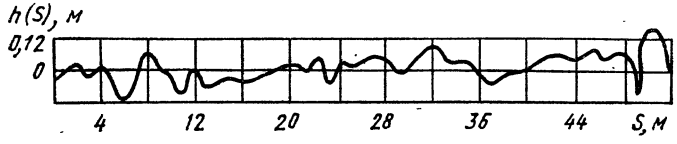


Рис. 1.11. Профилограмма почвы двухлетней залежи

время, например, через 30 мин. Очевидно, колебательный процесс от этого не изменится. В этом случае стационарная случайная функция воздействия зависит от свойств микропрофиля грунта и скорости движения.

В прикладной теории вероятностей случайные величины характеризуются числовыми характеристиками: математическим ожиданием, дисперсией и моментами высших порядков. Математическое ожидание — функция времени, для каждого значения аргумента, равная математическому ожиданию случайной величины. Если дискретная случайная величина H имеет возможные значения $h_1, h_2, \ldots, h_n$ с вероятностями $P_1, P_2, \ldots, P_n$, математическое ожидание

$$M(H) = \frac{h_1P_1 + h_2P_2 + \cdots + h_nP_n}{P_1 + P_2 + \cdots + P_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} h_iP_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i}.$$

Сумма вероятностей всегда равна единице, т. е. $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1$. Тогда

$$M(H) = \sum_{i=1}^{n} h_iP_i.$$

Таким образом, математическое ожидание случайной величины представляет собой сумму произведений всех ее возможных значений на вероятность их появления.

Математическое ожидание непрерывной случайной величины определяется предельным переходом от суммарных дискретных значений к интегралу по всему интервалу значений случайной величины и записывается следующим образом:

$$M(H) = \int_a^b hf(H)\,dh,$$

где a и b — границы интервала интегрирования.

Дисперсия дискретной случайной величины $D(H)$ представляет собой произведение суммарных квадратов отклонений случайной величины от ее математического ожидания на вероятность их появления:

$$D(H) \sum_{i=1}^{n} [h_i - M(H)]^2 P_i.$$

Для непрерывной случайной величины дисперсия

$$D(H) = \int_a^b [h_i - M(H)]^2 f(H)\,dh.$$

В теории случайных процессов для характеристики случайных функций пользуются статистическими характеристиками, которые являются не числами, а функциями, причем функциями неслучайными. Для стационарных случайных процессов такими характеристиками являются корреляционная функция и спектральная плотность (энергетический спектр).

Корреляционную функцию для каждого режима движения определяют по микропрофилю грунта. Эта функция является основной статистической характеристикой во временной области стационарного случайного процесса и отражает основные свойства воздействия: характер неровностей микропрофиля грунта (высоту, форму, длину) и скорость движения трактора.

Корреляционная функция характеризует связь между ординатами случайной функции, смещенными друг относительно друга на время τ. Для непрерывной случайной функции корреляционная функция записывается в следующем виде:

$$R(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} [H(t) - M(H)][H(t+\tau) - M(H)]\,dt, \quad (1.12)$$

где τ — разность моментов времени наблюдения ординаты случайной функции; $2T$ — интервал наблюдения при движении трактора со скоростью v на участке длиной s; $t = s/v$ — текущее значение времени.

Из формулы (1.12) видно, что при нулевом смещении $\tau = 0$ и для некоторого конечного интервала наблюдения $2T$ значение корреляционной функции будет равно дисперсии ординат неровностей: $R(0) = D(H)$.

При $\tau > 0$, но малом значении ординат величины $H(t)$ и $H(t+\tau)$ мало отличаются друг от друга. Следовательно, они связаны, если величина $H(t)$ приняла какое-то значение, величина $H(t+\tau)$ с большей вероятностью примет значение, близкое к нему. При $\tau = 0$ связь наибольшая. При увеличении сдвига τ зависимость ординат $H(t)$ и $H(t+\tau)$ между собой должна ослабевать и, следовательно, значение корреляционной функции должно уменьшиться. Поэтому всегда справедливо неравенство $R(0) \geqslant R(\tau)$.

Если микропрофиль грунта представляет собой гармоническую функцию (например, синусоидальную или косинусоидальную), то корреляционная функция такого микропрофиля представляет собой гармоническую функцию той же частоты.

В этих случаях профиль поля или дороги в первом приближении можно представить изменяющимся по гармоническому закону:

$$h = h_0\left[1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right)\right],$$

где h_0 — половина высоты неровности; x — абсцисса неровности; l — длина неровности.

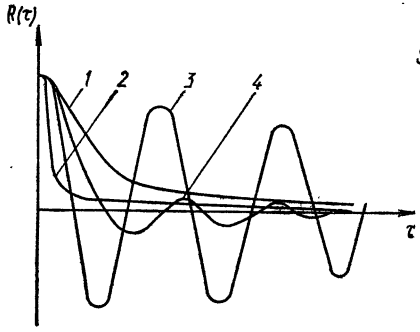


Рис. 1.12. Корреляционные функции случайного микропрофиля грунта

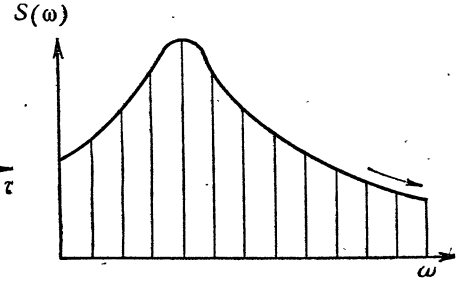


Рис. 1.13. Спектральная плотность случайного микропрофиля грунта

При движении трактора с постоянной скоростью v абсцисса (путь) изменяется по закону $x = vt$, а возмущение, передаваемое от неровности на ходовую систему трактора, по закону

$$h = h_0 [1 - \cos(\nu t)],$$

где $\nu = 2\pi v/l$ — частота возмущения.

Поскольку характеристики неровностей не связаны со скоростью движения трактора, для оценки их состава по длине используют понятия путевой и циклической частоты.

Под циклической частотой понимают количество неровностей, расположенных на участке пути длиной 1 м: $\lambda = 1/l$.

Путевая частота связана с циклической соотношением: $\lambda_s = 2\pi\lambda = 2\pi/l$.

Путевую и циклическую частоты можно представить как частоты возмущений от неровностей пути при движении трактора со скоростью 1 м/с: путевую — в радианах в секунду, циклическую — в герцах.

Из рис. 1.12 видно, что корреляционная функция, выраженная кривой *1*, характеризует случайную функцию без гармонических составляющих, так как значение $R(\tau)$ непрерывно убывает с увеличением значений τ и отсутствуют периодические колебания значений $R(\tau)$. Кривая *2* также не имеет гармонических составляющих, но степень случайности процесса существенно выше, так как значения $R(\tau)$ резко уменьшаются с увеличением значений τ. Кривые *3* и *4* характеризуют процесс, в котором явно присутствуют гармонические составляющие. При этом кривая *3* описывает процесс с малой случайностью и высокой периодичностью, т. е. процесс, близкий к обычному гармоническому процессу. Кривая *4* описывает процесс со случайными и периодическими составляющими.

Построение корреляционной функции для отдельной реализации микропрофиля грунта приведено в работе [10].

Несмотря на большую универсальность и общность корреляционных функций как характеристик случайных процессов, в практических исследованиях также широкое применение находят спектральные характеристики, в частности, спектральная плотность.

Вид корреляционной функции зависит от структуры случайного процесса, а также от того, какие частоты и в каких соотношениях преобладают в его составе.

Спектральная плотность $S(\omega)$ характеризует непрерывный спектр имеющихся частот в данной случайной функции. Если спектральная плотность имеет резко выраженный один максимум (рис. 1.13), то данная случайная функция содержит в основном частоты, близкие к одной частоте, соответствующей максимуму функции. Если спектральная плотность является пологой, случайная функция содержит примерно в равной мере весь спектр частот.

Спектральная плотность и корреляционная функция связаны между собой; первая может быть выражена через вторую следующим образом:

$$S(\omega) = 2\int_0^\infty R(\tau)\cos\omega\tau\, d\tau, \qquad (1.13)$$

где ω — текущая частота процесса.

Можно получить и обратную зависимость корреляционной функции от спектральной плотности:

$$R(\tau) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S(\omega)\cos\omega\tau\, d\omega. \qquad (1.14)$$

При $\tau = 0$ имеем

$$R(0) = D = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty S(\omega)\, d\omega.$$

Формулы (1.13) и (1.14) называют также прямым и обратным преобразованием Фурье.

В практике применяется и другой способ аппроксимации неровностей пути, состоящий в определении плотности распределения длины, высоты неровностей и расстояния между их вершинами.

Если имеются данные лишь по одному фону, можно в качестве первого приближения использовать понятие относительной вредности сельскохозяйственного фона и определить данные для другого фона [4]. Относительную вредность фона можно найти, если при данной скорости подсчитать отношение среднего квадратичного ускорения для любого фона к ускорению для фона, принятого за основной. Это отношение практически остается постоянным при различных скоростях движения. Поэтому среднее значение указанного отношения можно назвать показателем относительной

вредности фона ρ_n. Показатели относительной вредности фона ρ_n следующие.

Фон:	
стерня озимой пшеницы (движение поперек направления уборки)	1,0
стерня озимой пшеницы (движение вдоль направления уборки)	0,6
грунтовая дорога	0,7
вспаханный луг	0,9
двухлетняя залежь	1,6
стерня кукурузы после уборки на силос (движение вдоль направления уборки)	0,8
паровое поле	1,2

В качестве основного фона принята стерня озимой пшеницы в поперечном направлении относительно участка уборки. Для этого фона $\rho_n = 1$.

Если известно среднее статистическое ускорение $\ddot{z}_m$, то на сидении трактора при движении с некоторой скоростью по одному из фонов легко можно получить среднее квадратичное ускорение $\ddot{z}_n$ при движении с той же скоростью по другому фону:

$$\ddot{z}_n = \ddot{z}_m \frac{\rho_n}{\rho_m}.$$

Таким образом, геометрические свойства поверхности грунтов влияют на тяговые и динамические качества трактора. Макропрофиль поверхности оказывает влияние на проходимость, устойчивость и маневренность агрегата. Макропрофиль характеризуется размерами и формой препятствия. Микропрофиль поверхности вызывает колебательные процессы в агрегате, что приводит к ухудшению условий работы водителя, увеличению нагруженности деталей и узлов, снижению скорости движения. Микропрофиль описывается числовыми характеристиками, принятыми в теории вероятности (математическим ожиданием, дисперсией и моментами высоких порядков), а также статистическими характеристиками (корреляционная функция и спектральная плотность). Если имеются данные только по одному фону, в качестве первого приближения можно использовать коэффициент ρ_u для определения интересующих величин по другим фонам.

ГЛАВА 2

ОБЩАЯ ДИНАМИКА КОЛЕСНЫХ ТРАКТОРОВ

2.1. КОЛЕСНЫЙ ДВИЖИТЕЛЬ

Основные понятия и определения. *Движитель* — это взаимодействующий с грунтом или поверхностью дороги механизм трактора, преобразующий энергию двигателя в полезную работу и обеспечивающий движение трактора и управление им. Движитель сельскохозяйственного трактора может быть колесным, гусеничным и комбинированным.

Колесный движитель имеет управляемые и неуправляемые колеса, которые состоят из ступицы, обода и шины. На современных тракторах используют только эластичные пневматические шины. Колесные движители различаются между собой общим числом колес и числом приводных колес. К приводным колесам в процессе движения трактора при определенных условиях (при включении привода) передается мощность от двигателя; в этом случае приводные колеса являются ведущими. Если мощность на колесо не передается, то оно считается ведомым.

Общее число колес трактора и число приводных колес выражается колесной формулой. Так, формула 4К2 означает, что трактор с четырьмя колесами, из которых два приводных, а формула 4К4 означает, что все колеса приводные. Например, трактор МТЗ-82 имеет колесную формулу 4К4, но при выключении переднего моста его колесная формула имеет вид 4К2.

Чтобы представить движение трактора и работу его движителя в целом, необходимо предварительно рассмотреть качение отдельного колеса и найти основные зависимости между факторами, определяющими условие качения. Эти зависимости могут быть силовыми, связывающими приложенные к колесу силы и моменты, и скоростными, связывающими угловую скорость качения колеса ω со скоростью его поступательного перемещения.

Условия качения колеса определяются взаимодействием его, с одной стороны, с корпусом (рамой) и силовой передачей трактора, а с другой — с поверхностью движения (грунтом, дорогой).

При взаимодействии колеса с корпусом машины и силовой передачей возникает момент $M_к$, приложенный к ступице колеса, и сила, действующая на ось. Последняя может быть разложена на составляющую, перпендикулярную к поверхности движения G, и составляющую, параллельную этой поверхности F (рис. 2.1).

Колесо называется ведущим, если момент $M_к$, приложенный к его ступице со стороны силовой передачи, направлен в сторону

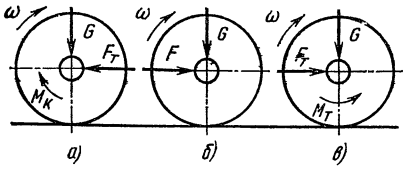


Рис. 2.1. Схема приложения сил и моментов к колесу

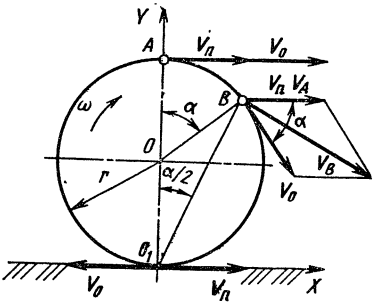


Рис. 2.2. Кинематика качения жесткого колеса

вращения колеса (рис. 2.1, *а*). Колесо называется ведомым, когда момент, приложенный к ступице, равен нулю (рис. 2.1, *б*). Тогда к оси колеса должно быть приложено толкающее усилие $F_т > 0$. Практически момент на ступице никогда не равен нулю, поскольку существует трение в подшипниках колеса или ведущей оси. Однако ввиду сравнительно его малого значения сопротивлением трению пренебрегают.

Если колесо тормозится тем или иным способом, то его называют тормозящим, и к его ступице прикладывается тормозной момент $M_т$ (рис. 2.1, *в*).

Кинематика качения колеса. Рассмотрим качение колеса по плоскости. Обод колеса и плоскость качения абсолютно жесткие. В этом случае обод колеса имеет контакт с плоскостью качения по линии, нормальной плоскости чертежа и проходящей через точку O_1 (рис. 2.2). В реальных условиях вследствие неизбежных деформаций обода колеса и плоскости опорная поверхность колеса отличается от линии контакта и имеет некоторую контактную поверхность.

В зависимости от условий качения колеса мгновенная ось вращения занимает различные положения. При положении мгновенной оси вращения в точке O_1 опорная поверхность колеса остается неподвижной в течение бесконечно малого промежутка времени и абсолютная скорость точки O_1 обода равна нулю.

При положении мгновенной оси вращения ниже точки O_1 опорная поверхность колеса перемещается по направлению движения трактора. Такое перемещение называется *скольжением*.

При положении мгновенной оси вращения выше точки O_1 опорная поверхность колеса перемещается против направления движения трактора. Такое перемещение называется *буксованием*.

Допустим, что качение колеса происходит при отсутствии скольжения и буксования, т. е. мгновенная ось вращения совпадает с опорной линией в точке O_1 (см. рис. 2.2).

Вращение колеса около мгновенной оси вращения O_1 с угловой скоростью ω можно разложить на переносное поступательное движение со скоростью, численно равной произведению ω на радиус обода колеса r, и относительное вращательное движение

колеса с угловой скоростью ω около его геометрической оси O. Вектор скорости точки обода колеса $\mathbf{v}_{\text{п}}$ в переносном поступательном движении направлен в сторону движения и параллелен поверхности; вектор скорости $\mathbf{v}_0$ в относительном движении направлен в сторону вращения колеса касательно к точке обода и численно равен произведению угловой его скорости ω на радиус.

Результирующая скорость любой точки колеса определяется геометрическим сложением векторов скоростей указанной точки в переносном и относительном движениях.

На рис. 2.2 показано графическое определение результирующих скоростей различных точек обода. Результирующая скорость $\mathbf{v}_A$ точки A направлена в сторону движения, параллельно поверхности, и равна сумме векторов $\mathbf{v}_{\text{п}}$ и $\mathbf{v}_0$, а модуль ее равен арифметической сумме модулей векторов, т. е.

$$\mathbf{v}_A = \mathbf{v}_n + \mathbf{v}_0;$$

$$|\mathbf{v}_A| = 2\omega r \cos \alpha/2 = 2\omega r \cos 0 = 2\omega r.$$

Результирующая скорость точки B также равна геометрической сумме скоростей $\mathbf{v}_{\text{п}}$ и $\mathbf{v}_0$, а модуль ее графически определяется диагональю параллелограмма с равными сторонами, т. е.

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_{\text{п}} + \mathbf{v}_0;$$

$$|\mathbf{v}_B| = 2\omega r \cos \alpha/2.$$

Вектор результирующей скорости точки B направлен перпендикулярно к радиусу мгновенной оси вращения.

Результирующая скорость точки O_1 равна нулю, так как для нее угол $\alpha = 180°$; это следует также из понятия о мгновенной оси вращения колеса, на которой в данный момент лежит точка обода O_1.

Определим уравнение движения точки B обода колеса (рис. 2.3). При повороте колеса на угол α его ось переместится из положения O_1 в положение O_2, а точка B обода колеса займет положение B'. Примем за начало координат точку B'. Координата x точки B может быть представлена как сумма расстояний:

$$-x = -AB' + AC$$

или

$$x = AB' - AC.$$

Так как колесо перемещается без скольжения и буксования, расстояние AB' должно быть равно дуге AB, следовательно, равно $r\alpha$. Согласно рис. 2.3 расстояние $AC = r \sin \alpha$.

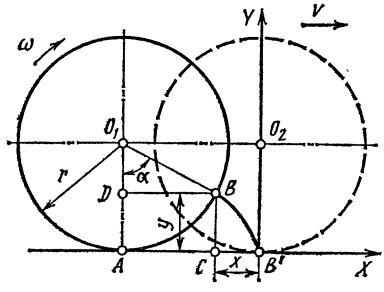


Рис. 2.3. Траектория точки при качении жесткого колеса

Координату точки B можно представить в виде

$$y = CB = AD = A0_1 - D0_1,$$

где $A0_1 = r$; $D0_1 = r\cos\alpha$.

Таким образом, уравнение движения точки B в параметрической форме можно представить в следующем виде:

$$x = r\alpha - r\sin\alpha = r(\alpha - \sin\alpha);$$

$$y = r - r\cos\alpha = r(1 - \cos\alpha).$$

Из уравнений видно, что точка B на ободе колеса описывает циклоиду.

Дифференцируя эти формулы по времени, получаем составляющие скорости точки колеса, параллельные $\mathbf{v}_г$ и перпендикулярные $\mathbf{v}_в$ к поверхности пути при $\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \text{const}$:

$$\mathbf{v}_г = \frac{dx}{dt} = r\omega(1 - \cos\alpha);$$

$$\mathbf{v}_в = \frac{dy}{dt} = r\omega\sin\alpha.$$

Ускорение точки колеса в направлении, параллельном поверхности пути, при равномерном движении колеса

$$a_г = r\omega^2\sin\alpha.$$

Ускорение точки колеса в направлении, перпендикулярном поверхности пути, при равномерном движении колеса

$$a_в = r\omega^2\cos\alpha.$$

Результирующее ускорение определяется геометрическим сложением указанных выше ускорений:

$$a = r\omega^2,$$

т. е. представляет центростремительное ускорение.

При приближении к оси колеса толкающей силы или тормозного момента и при недостаточной связи его обода с поверхностью движения колесо начинает проскальзывать, т. е. путь, пройденный осью колеса при повороте его на угол $\Delta\alpha$, больше дуги вращения, и мгновенная ось вращения перемещается в точку $O_{ск}$ (рис. 2.4, *а*). При приложении к колесу ведущего момента в аналогичных условиях движения и недостаточном сцеплении обода с поверхностью движения колесо начинает пробуксовывать, т. е. дуга поворота колеса становится больше пути, проходимого осью колеса при повороте его на угол $\Delta\alpha$, и мгновенная ось вращения перемещается в точку $O_{бук}$ (рис. 2.4, *б*).

Скольжение и буксование колеса оценивается коэффициентами скольжения ν и буксования δ. Для того чтобы представить их сущность, заменим реальное колесо воображаемым. При скольжении реальное колесо (рис. 2.4, *а*) можно заменить колесом большого радиуса $r_к$, которое катится без скольжения по поверхности, при этом мгновенный центр вращения оси переносится в точку $O_{ск}$. При буксовании (рис. 2.4, *б*) реальное колесо можно заменить колесом меньшего радиуса $r_к$, которое катится без буксования, при этом мгновенный центр вращения переносится в точку $O_{бук}$.

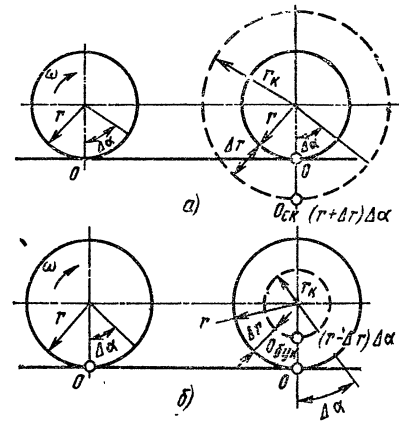


Рис. 2.4. Кинематика качения жесткого колеса со скольжением и буксованием

Таким образом, путь, пройденный осью воображаемого колеса при скольжении,

$$\Delta s = r_к \Delta\alpha = (r + \Delta r)\Delta\alpha.$$

Следовательно, проскальзывание обода колеса относительно поверхности движения равно разности путей, пройденных осью воображаемого и реального колес, т. е.

$$\Delta s - r\Delta\alpha = r_к \Delta\alpha - r\Delta\alpha = (r + \Delta r)\Delta\alpha - r\Delta\alpha = \\ = (r_к - r)\Delta\alpha = \Delta r \Delta\alpha,$$

и коэффициент скольжения ν, равный отношению пути проскальзывания к пути, пройденному осью реального колеса при повороте его на угол $\Delta\alpha$ без скольжения и буксования, определяется следующим выражением:

$$\nu = \frac{(r_к - r)\Delta\alpha}{r\Delta\alpha} = \frac{r_к - r}{r} = \frac{\Delta r}{r}.$$

Откуда

$$r_к = r(1 + \nu).$$

При $\Delta r = 0$ или $r_к = r$ $\nu = 0$, т. е. колесо катится без скольжения.

При $\Delta r \to \infty$ или $r_к - r \to \infty$

$$\lim_{\Delta r \to \infty} \nu = \frac{\Delta r}{r} = \frac{r_к - r}{r} = \infty,$$

т. е. колесо полностью заторможено и скользит по поверхности.

Путь, пройденный осью воображаемого колеса при повороте его на угол $\Delta\alpha$, при буксовании следующий:

$$\Delta s = r_к \Delta\alpha = (r - \Delta r)\Delta\alpha.$$

Буксование

$$r\,\Delta\alpha - \Delta s = r\,\Delta\alpha - r_к\,\Delta\alpha = r\,\Delta\alpha - (r - \Delta r)\,\Delta\alpha =$$
$$= (r - r_к)\,\Delta\alpha = \Delta r\,\Delta\alpha,$$

а коэффициент буксования примем

$$\delta = \frac{(r - r_к)\,\Delta\alpha}{r\Delta\alpha} = 1 - \frac{r_к}{r} = \frac{\Delta r}{r}.$$

Откуда

$$r_к = r\,(1 - \delta).$$

При $r_к = r$ или $\Delta r = 0\,\delta = 0$, т. е. колесо катится без буксования.

При $r_к \to 0$ или $\Delta r \to r$

$$\lim_{\Delta r \to r} \delta = 1 - \frac{r_к}{r} = \frac{\Delta r}{r} = 1,$$

т. е. колесо полностью буксует, а скорость оси реального колеса равна 0.

Таким образом, коэффициент скольжения изменяется в пределах от 0 до ∞, а коэффициент буксования от 0 до 1.

При скольжении или буксовании колеса его точки описывают удлиненные или укороченные циклоиды, и траектория их определяется следующими уравнениями:

$$x = r\,(\alpha - \lambda \sin\alpha);$$
$$y = r\,(1 - \lambda \cos\alpha),$$

где λ — отношение радиусов воображаемого колеса к реальному.

При скольжении $\lambda > 1$, при буксовании $\lambda < 1$.

Учитывая, что при скольжении

$$\lambda = r_к/r = 1 + \nu,$$

получаем следующие траектории точек обода колеса:

$$x = r\,[\alpha - (1 + \nu) \sin\alpha];$$
$$y = r\,[1 - (1 + \nu) \cos\alpha].$$

Учитывая, что при буксовании

$$\lambda = r_к/r = 1 - \delta,$$

уравнения, определяющие траектории точек обода, будут следующими:

$$x = r\,[\alpha - (1 - \delta) \sin\alpha];$$
$$y = r\,[1 - (1 - \delta) \cos\alpha].$$

Действительные скорости $v_д$ поступательного движения геометрической оси колеса можно выразить через коэффициент буксования и скольжения.

Для буксования

$$v_д = r_к\omega = r\omega\,(1 - \delta).$$

При $\delta = 0$ $v_д = r\omega = v_т$ (здесь $v_т$ — так называемая теоретическая скорость движения при отсутствии буксования; при $\delta = 1$ $v_д = 0$). Для скольжения

$$v_д = r_к\omega = r\omega\,(1 + \nu).$$

При $\nu = 0$ $v_д = r\omega = v_т$. При неограниченном возрастании коэффициента скольжения $\nu \to \infty$ угловая скорость $\omega \to 0$. Следовательно, любое увеличение коэффициента скольжения при наличии толкающей силы приводит к уменьшению угловой скорости и действительная скорость движения оси колеса при подобном скольжении всегда равна его теоретической.

Физико-механические свойства пневматической шины. Под действием внешних нагрузок пневматическая шина подвергается различным деформациям, которые связаны между собой. Для удобства изучения условно рассмотрим каждую из деформаций отдельно. Можно выделить четыре вида деформаций шины: *радиальную* (*нормальную*), *окружную* (*тангенциальную*), *поперечную* (*боковую*) *и угловую.*

На рис. 2.5 показана деформация шины под действием приложенной к колесу нагрузки G. Деформация шины выражается в уменьшении расстояния от оси колеса до его опорной поверхности по сравнению со свободным радиусом r_0 ненагруженной шины на величину $h_ш$. При этом между шиной и опорной поверхностью создается площадь контакта, на которую со стороны поверхности действуют нормальные реакции, уравновешивающие передаваемую колесом нагрузку. Величину $h_ш$ изменения высоты профиля шины под нагрузкой называют *нормальной деформацией* шины. Наряду с этим различают радиальные деформации отдельных точек беговой дорожки шины, определяемые как разность между свободным радиусом колеса и радиусом соответствующей точки.

Между нормальной деформацией $h_ш$ и нагрузкой G, действующей на колесо, отсутствует прямая зависимость. По мере возрастания нагрузки увеличение деформации замедляется (рис. 2.6). Однако в пределах реальных нагрузок, действующих со стороны трактора на колесо, можно принять с достаточной степенью

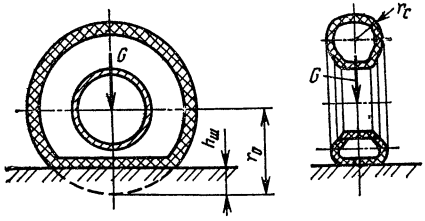


Рис. 2.5. Деформация шины под действием нормальной нагрузки

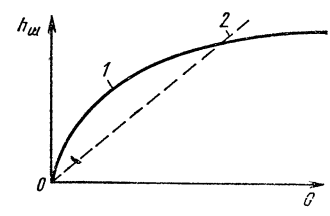


Рис. 2.6. Влияние нормальной нагрузки на деформацию шины:
1 — реальная зависимость $h_ш$ от G;
2 — приближенная зависимость $h_ш$ от G

точности линейную зависимость между G и $h_ш$, которая описывается формулой Хейдекеля:

$$h_ш = \frac{G}{2\pi p_ш \sqrt{r_0 r_c}},$$

где $p_ш$ — давление воздуха в шине, МПа; r_0 — свободный радиус ненагруженного колеса, м; r_c — радиус сечения шины, м (см. рис. 2.5).

Из формулы видно, что деформация шины зависит от давления воздуха в ней (чем меньше давление, тем больше деформация) и от значений радиусов r_0 и r_c, а также от материалов, из которых изготовлена шина, что обусловливает нелинейную часть кривой (рис. 2.6).

Иногда выражение $2\pi p_ш \sqrt{r_0 r_c}$ заменяют величиной $\lambda_н$, которую называют коэффициентом жесткости в нормальном направлении. Тогда

$$h_ш = G/\lambda_н; \quad \lambda_н = G/h_ш.$$

Податливость пневматической шины в окружном направлении значительно меньше, чем в радиальном. Окружные деформации сопутствуют нормальным и возникают одновременно с ними, но главным образом они вызываются действием на колесо крутящих моментов (и окружных сил). Та часть окружной деформации, которая вызвана действием указанных моментов и сил, называется *тангенциальной деформацией*. Тангенциальная жесткость шины $\lambda_т$ характеризуется отношением прикладываемого крутящего момента к вызываемому им углу закрутки шины, т. е. $\lambda_т = M_к/\varphi_ш$. Окружные деформации уменьшают радиус колеса. При этом связь между углом закрутки колеса $\varphi_ш$ и вертикальной деформацией шины $h_т$, вызываемой приложением крутящего момента, можно выразить следующим образом: $h_т = \xi M_к/\lambda_т$ (здесь ξ — коэффициент, показывающий увеличение осадки шины при приложении крутящего момента, м/рад).

Большое значение с точки зрения управляемости машины имеет податливость шины в боковом направлении. Если к вертикально установленному колесу (рис. 2.7), нагруженному радиальной силой и движущемуся в плоскости вращения по направлению, указанному стрелкой v, приложить боковую силу Z, действующую вдоль оси колеса, то это вызовет искажение профиля шины и изменение формы ее контакта с дорогой. Профиль шины искажается не только в зоне контакта, но и за ее пределами. Все эти факторы вызывают так называемый увод шины, который выражается в том, что колесо отклоняется от первоначального направления и начинает двигаться под некоторым углом $\varphi_{ув}$ относительно первоначального направления (стрелка v' на рис. 2.7). Угол $\varphi_{ув}$ называется *углом бокового увода*. Отношение

$$k_{ув} = Z/\varphi_{ув} \qquad (2.1)$$

называют *коэффициентом сопротивления боковому уводу* (Н/град или Н/рад).

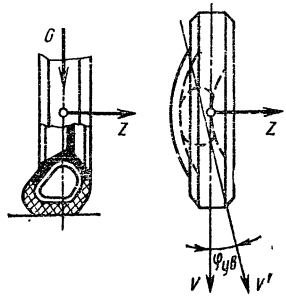


Рис. 2.7. Схема бокового увода шины

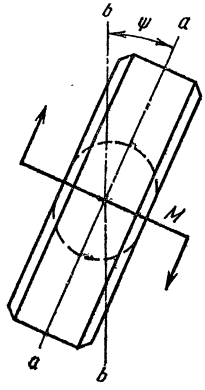


Рис. 2.8. Угловая деформация шины

Основное влияние на сопротивление шин боковому уводу оказывают конструкция, размеры шины и давление воздуха в них; увеличение давления воздуха повышает сопротивление боковому уводу. Сопротивление боковому уводу тракторных шин значительно возрастает при заливке в них воды. Уравнение (2.1), устанавливающее линейную зависимость между углами увода и действующими на колесо боковыми силами, справедливо лишь тогда, когда увод происходит без бокового скольжения шин. Этому соответствуют весьма ограниченные углы увода, не превышающие 3—5° у тракторных шин. При более значительных углах $\varphi_{ув}$ наступает быстро прогрессирующее боковое скольжение шины, которое превращается в занос, когда боковая сила сцепления шины с дорогой используется полностью.

Угловая деформация шины (рис. 2.8) возникает, если к колесу, нагруженному нормальной силой, приложить момент M, параллельный поверхности пути. Угловая деформация проявляется в том, что средняя линия протектора *а—а* отклоняется на некоторый угол ψ от средней линии *b—b* площади контакта шины с дорогой. Отношение момента M к углу ψ характеризует *угловую жесткость шины* k_ψ. Благодаря угловой податливости шины колесо может в некоторых пределах отклоняться от направления движения без заметного проскальзывания элементов протектора по дороге. Однако при дальнейшем увеличении момента начинается скольжение шины, и угол ψ интенсивно возрастает.

В связи с различными деформациями, которым подвергается пневматическая шина, радиус ее не имеет определенного значения, который можно использовать применительно к жесткому колесу. Согласно определениям, данным Д. А. Чудаковым [11], различают следующие радиусы колеса, снабженного пневматической шиной: *свободный* r_0, *статический* $r_{ст}$, *динамический (силовой)* $r_д$ и *радиус качения (кинематический)* $r_к$.

Свободным r_0 называют наружный радиус ненагруженного колеса r_0. Этот радиус может несколько изменяться в зависимости

от давления воздуха в шине, но практически его можно считать величиной постоянной.

Статическим радиусом $r_{ст}$ называют расстояние от оси неподвижного колеса, нагруженного нормальной силой, до плоскости его опоры. При этом должны быть определены значения нагрузки, действующей на колесо, давление воздуха в шине и характеристика опорной поверхности колеса; обычно статический радиус колеса измеряют на твердой поверхности. С увеличением нормальной нагрузки и снижением давления воздуха в шине статический радиус колеса уменьшается.

Динамическим (силовым) радиусом $r_д$ движущегося колеса называют расстояние от оси колеса до горизонтальной составляющей равнодействующей реакций грунта, приложенной к колесу. Когда колесо перемещается с малой скоростью по твердой дороге, почти не оставляя колеи, или по асфальту, динамический радиус примерно равен статическому. В общем случае при движении по деформируемому грунту динамический радиус больше, чем расстояние от оси колеса до недеформируемой поверхности, и меньше расстояния от оси колеса до дна колеи.

Радиусом качения (кинематическим) $r_к$ называют радиус такого воображаемого колеса, которое, вращаясь с заданной угловой скоростью и двигаясь без скольжения и буксования, имеет такую же поступательную скорость, как реальное колесо. Кинематический радиус определяет путь, проходимый колесом за один оборот.

С учетом скольжения или буксования кинематический радиус можно в первом приближении определить по следующим формулам:

режим ведомого колеса

$$r_к = (r_0 - G/\lambda_н)(1 + \nu);$$

режим ведущего колеса

$$r_к = \left(r_0 - \frac{G}{\lambda_н} - \xi\frac{M_к}{\lambda_\tau}\right)(1 - \delta);$$

режим тормозного колеса

$$r_к = \left(r_0 - \frac{G}{\lambda_н} - \xi\frac{M_т}{\lambda_\tau}\right)(1 + \nu),$$

где $\lambda_н$, λ_τ — жесткости шины соответственно в нормальном и тангенциальном направлениях; ν, δ — коэффициенты соответственно скольжения и буксования.

Первый член в скобках правой части отражает силовые связи, а второй — кинематические.

На механические свойства шины, в частности на ее сцепные качества, существенное влияние оказывает рисунок протектора. Особенно важное значение он имеет для тракторов, работающих на слабых грунтах и в горных условиях. Для обеспечения тяговых качеств трактора его шины снабжают специальными выступами — почвозацепами, способствующими обеспечению хорошего сцепле-

ния шин с грунтом и дорогой в продольном и поперечном направлениях и самоочищаемости. Шины горных тракторов должны иметь специальный рисунок протектора, приспособленный к уменьшению сползания трактора со склона.

Итак, движитель определяется колесной формулой, которая показывает общее число колес и количество приводных колес. По характеру взаимодействия с корпусом трактора колеса могут быть ведущими, ведомыми и тормозными. Колеса, снабженные шинами, имеют переменный радиус.

2.2. КАЧЕНИЕ ВЕДОМОГО КОЛЕСА

Общий случай. При качении колес трактора, оборудованных шинами, возможны следующие случаи движения: качение колес по недеформируемой поверхности, т. е. движение трактора по дорогам с твердым покрытием; качение колес по деформируемой поверхности, т. е. движение трактора по естественной поверхности грунта. Рассмотрим общий случай движения колеса по горизонтальной деформируемой поверхности.

Ведомое колесо перемещается под действием силы $F_т$ (рис. 2.9), приложенной к нему со стороны остова трактора и толкающей по направлению движения, указанного стрелкой v. На колесо действует вертикальная сила G, состоящая из вертикальной нагрузки, передаваемой на ось со стороны остова трактора, и веса колеса. При неравномерном переносном движении колеса возникают силы инерции, направленные против движения (при ускоренном движении) и параллельные поверхности пути. Равнодействующая сил инерции $F_{ин}$ равна произведению массы m на ускорение $a = \frac{dv}{dt}$.

При неравномерном относительном вращении колеса около его оси возникает также момент касательных сил инерции $M_{ин}$, равный произведению момента инерции колеса J относительно его геометрической оси на угловое ускорение (замедление) $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$.

Со стороны грунта на колесо действуют реакции, равнодействующая R которых приложена в точке 0_1 опорной поверхности колеса.

При ускоренном движении колеса направление равнодействующей реакции грунта проходит ниже геометрической оси колеса, при замедленном движении — выше указанной оси.

Моментом сил трения в подшипниках колес и сопротивлением воздуха ввиду их незначитель-

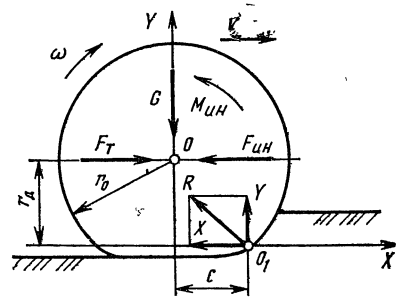


Рис. 2.9. Схема сил, действующих на ведомое колесо, оборудованное шиной

ности пренебрегаем, как и моментом сил междучастичного трения, возникающим при деформации шины.

Разложим равнодействующую реакций грунта на горизонтальную и вертикальную составляющие X и Y. Заметим, что момент касательных сил инерции $M_{ин}$ преодолевается соответствующим изменением горизонтальной составляющей равнодействующей реакции грунта R, а силы инерции — соответствующей частью толкающей силы $F_т$.

Воспользуемся принципом Д'Аламбера и составим следующие уравнения для плоской модели колеса:

$$\sum X = 0; \tag{2.2}$$

$$\sum Y = 0; \tag{2.3}$$

$$\sum M_0 = 0. \tag{2.4}$$

Из уравнений (2.2)—(2.4) имеем

$$F_т = X + m\frac{dv}{dt} = X + F_{ин}; \tag{2.5}$$

$$Y = G;$$

$$Xr_д = Yc + J\frac{d\omega}{dt} = Yc + M_{ин}, \tag{2.6}$$

где $r_д$ — динамический радиус; $Yc = Gc$ — момент $M_{спр}$ сил сопротивления качению колеса по поверхности грунта; c — коэффициент трения качения, который измеряется в единицах длины.

В соответствии с уравнением (2.6) момент сопротивления качению колеса равен сумме моментов сил сопротивления качению колеса по поверхности пути $M_{спр}$ и моментов касательных сил инерции колеса $M_{ин}$.

При равномерном движении колеса по горизонтали ускорения a и ε равны нулю. Поэтому уравнение моментов имеет следующий вид:

$$Xr_д = F_т r_д = M_{спр},$$

т. е. при равномерном движении момент сопротивления колеса относительно его геометрической оси равен моменту силы сопротивления качению колеса по поверхности пути. При этом направление равнодействующей реакции грунта проходит через центр 0 (см. рис. 2.9).

В теории трактора отношение $M_{спр}/r_д$ принято называть *силой сопротивления качению* $F_{спр}$. При установившемся режиме $F_{спр} = X$.

Отношение толкающей силы $F_т$ к нагрузке G при равномерном качении ведомого колеса по горизонтали называют *коэффициентом качения* и обозначают через f.

В соответствии с этим определением получаем следующую формулу:

$$f = \frac{F_т}{G} = \frac{M_{спр}}{Gr_д} = \frac{c}{r_д},$$

т. е. коэффициент качения ведомого колеса равен отношению коэффициента трения качения к динамическому радиусу колеса.

Подставляя в формулу (2.6) выражение X из уравнения (2.5) и умножая обе части полученного равенства на среднюю угловую скорость вращения ω, получаем

$$F_т r_д \omega = M_{спр}\omega + M_{ин}\omega + F_{ин}\omega r_д.$$

Произведение $r_д\omega$ можно считать равным теоретической скорости переносного движения $v_т$ при отсутствии скольжения и буксования.

После соответствующих преобразований получим баланс мощностей

$$F_т v_т = M_{спр}\omega + M_{ин}\omega + F_{ин}v_т,$$

т. е. мощность $F_т v_т$, подводимая к колесу при условии движения по горизонтали, равна сумме следующих мощностей: 1) $M_{спр}\,\omega$, расходуемой на деформацию грунта, на трение между ободом колеса и грунта, на деформацию шины; 2) $M_{ин}\omega$, превращаемой в кинетическую энергию относительно вращательного движения около оси колеса; 3) $F_{ин}v_т$, превращаемой в кинетическую энергию переносного поступательного движения колеса.

При равномерном движении колеса мощность в основном затрачивается на деформацию грунта, т. е.

$$F_т v_т = M_{спр}\omega = X r_д \omega.$$

Качение колеса по естественной поверхности (в отличие от качения по грунтовым дорогам) сопровождается большими деформациями грунта, т. е. образованием колеи h. Глубина колеи зависит от вертикальной нагрузки, параметров колеса, физико-механических свойств грунта и ряда других факторов.

Определим сначала эти зависимости для случая качения жесткого ведомого колеса по деформируемой поверхности, а затем распространим их на случай качения эластичного колеса по той же поверхности.

Качение жесткого ведомого колеса по деформируемой поверхности. Допустим, что центр массы колеса не изменяет положения (при равномерном установившемся движении по горизонтали без скольжения и буксования), а физико-механические свойства грунта описываются несущей способностью σ_0 и коэффициентом объемного смятия k.

Найдем траектории движения частиц грунта под ободом колеса при его качении. При отсутствии проскальзывания грунта относительно его обода частицы грунта будут перемещаться по вектору абсолютной скорости перпендикулярно радиусу-вектору $0A$ в пределах внутреннего угла трения φ грунта (рис. 2.10), т. е. траекториями их движения будут циклоиды, описываемые уравнениями

$$x = s_0 - r(\alpha - \sin\alpha); \qquad (2.7)$$

$$y = r(1 - \cos\alpha), \qquad (2.8)$$

где $s_0 = r\alpha_0$ — постоянная величина.

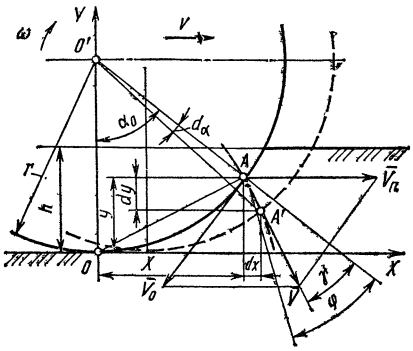


Рис. 2.10. Схема определения траектории перемещения частиц грунта под ободом колеса

При повороте колеса на бесконечно малый угол $d\alpha$ (рис. 2.10) частицы грунта под его ободом переместятся из положения A (глубина колеи y) в положение A' по отрезку циклоиды $AA' = ds$. В пределах бесконечно малых перемещений можно положить $ds^2 = dx^2 + dy^2$ и

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}. \qquad (2.9)$$

Используя уравнение циклоиды, найдем приращения dx и dy:

$$dx = -rd\alpha + r\cos\alpha\, d\alpha = (\cos\alpha - 1)\, rd\alpha; \qquad (2.10)$$

$$dy = r\sin\alpha d\alpha. \qquad (2.11)$$

Подставив в формулу (2.9) значения dx и dy из уравнений (2.10) и (2.11), получим

$$ds = \sqrt{[(\cos\alpha - 1)\, rd\alpha]^2 + (r\sin\alpha\, d\alpha)^2}. \qquad (2.12)$$

Проинтегрировав уравнение (2.12) в пределах от α до α_0, получим формулу для определения траектории движения частиц грунта под ободом колеса:

$$s = \int_{\alpha}^{\alpha_0} 2r\sin\frac{\alpha}{2}d\alpha = 4r\left(\cos\frac{\alpha}{2} - \cos\frac{\alpha_0}{2}\right), \qquad (2.13)$$

где α — текущее значение угла; α_0 — угол охвата опорной поверхности грунта.

Проанализируем полученную формулу (2.13). При $\alpha = \alpha_0$ $s = 0$, т. е. глубина колеи $h = 0$. При $\alpha = 0$, $s = 4r\,(1 - \cos\alpha_0/2) = 8r\sin\alpha_0/4$, и глубина колеи равна h.

Таким образом, в пределах α_0 грунт под ободом колеса сжимается, причем в каждой точке обода деформация направлена по вектору абсолютной скорости в пределах угла φ трения. Если угол φ между вектором абсолютной скорости и нормалью к ободу в данной точке будет больше угла φ трения (рис. 2.10), то частицы грунта в этой части обода будут уплотняться не по вектору абсолютной скорости, а по углу трения и траектории их движения будут представлять собой кривые, близкие к трактриссам. В этой области частицы грунта будут проскальзывать относительно обода. Однако в пределах небольших глубин колеи практически такое явление не наблюдается, и его можно с достаточной степенью точности не учитывать.

Следует также отметить, что грунт восстанавливается на величину Δh (рис. 2.11) благодаря упругим деформациям в об-

ласти контакта левее точки 0. Однако теоретический анализ и подсчеты, по экспериментальным данным [4], скорости восстановления упругих деформаций показали, что уже при скорости 0,5 м/с и более зоной упругого контакта можно пренебречь. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать область контакта обода колес с грунтом в пределах угла α_0 (рис. 2.11) по дуге $0A'$.

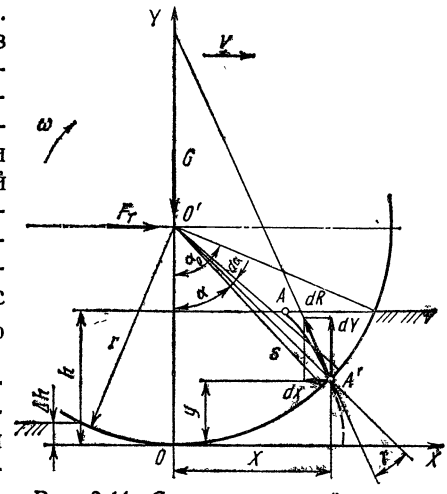


Рис. 2.11. Схема сил, действующих на ведомое колесо с жестким ободом при качении по деформируемому грунту

Элементарная реакция грунта dR, возникающая при движении колеса, приложенная в центре элементарной площадки $dA = br\cos\gamma d\alpha$, пропорциональна нормальному напряжению σ, ширине колеса b и длине дуги $AA' = s$, которая является траекторией движения частиц грунта при образовании колеи:

$$dR = \sigma dA = \sigma br\cos\gamma d\alpha,$$

где γ — угол между касательной к траектории в точке A' и нормалью к ней.

Угол γ зависит от положения мгновенной оси вращения 0 и угла α. При отсутствии скольжения или буксования угол γ зависит только от угла α.

Определим значение γ и $\cos\gamma$. Тангенс угла между касательной к циклоиде и нормалью окружности в точке контакта обода колеса с грунтом

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\psi_2 - \psi_1}{1 + \psi_2\psi_1}, \qquad (2.14)$$

где ψ_1 и ψ_2 — угловые коэффициенты касательной циклоиды и нормали окружности.

Дифференцируя уравнения (2.7) и (2.8), получаем угловой коэффициент касательной циклоиды

$$\psi_1 = \frac{dy}{dx} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha - 1}. \qquad (2.15)$$

Параметрические уравнения окружности в системе координат (рис. 2.11):

$$x = r\sin\alpha; \qquad (2.16)$$

$$y = r(1 - \cos\alpha). \qquad (2.17)$$

После дифференцирования уравнений (2.16) и (2.17) угловой коэффициент нормали ψ_2 можно найти по формуле

$$\psi_2 = -\frac{dy}{dx} = -\operatorname{ctg}\alpha. \qquad (2.18)$$

Подставляя в уравнение (2.14) значения ψ_1 и ψ_2 из формул (2.15) и (2.18), после преобразований имеем

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}.$$

Преобразуя формулу (2.18) и имея в виду, что

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\sin\gamma}{\cos\gamma} = \frac{\sqrt{1-\cos^2\gamma}}{\cos\gamma},$$

после преобразований получаем

$$\cos\gamma = \cos\alpha/2;\ \gamma = \alpha/2.$$

Нормальное напряжение грунта подчиняется закону гиперболического тангенса, т. е.

$$\sigma = \sigma_0 \operatorname{th}\frac{k}{\sigma_0}s,$$

где s определяют по формуле (2.13).

Тогда

$$dR = br\cos\frac{\alpha}{2}\sigma_0 \operatorname{th}\left[\frac{4kr}{\sigma_0}\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha_0}{2}\right)\right]d\alpha.$$

Составляющие элементарной реакции грунта по координатным осям X и Y

$$-dX = br\cos\frac{\alpha}{2}\sigma_0 \operatorname{th}\left[\frac{4kr}{\sigma_0}\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha_0}{2}\right)\right]\sin\alpha\, d\alpha;$$

$$dY = br\cos\frac{\alpha}{2}\sigma_0 \operatorname{th}\left[\frac{4kr}{\sigma_0}\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha_0}{2}\right)\right]\cos\alpha\, d\alpha.$$

Знак минус перед dX свидетельствует о том, что проекция на ось X реакции dR направлена против движения.

Сумма проекций элементарных реакций на ось X представляет собой силу сопротивления качению $F_{\text{спр}}$, т. е.

$$F_{\text{спр}} = X = \int_0^{\alpha_0} br\cos\frac{\alpha}{2}\sigma_0 \operatorname{th}\left[\frac{4kr}{\sigma_0}\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha_0}{2}\right)\right]\sin\alpha\, d\alpha.$$

Соответственно сумма проекций на ось Y равна вертикальной нагрузке G (см. рис. 2.11):

$$G = Y = \int_0^{\alpha_0} br\cos\frac{\alpha}{2}\sigma_0 \operatorname{th}\left[\frac{4kr}{\sigma_0}\left(\cos\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha_0}{2}\right)\right]\cos\alpha\, d\alpha.$$

Для удобства объяснения физических явлений, происходящих при взаимодействии обода ведомого колеса с грунтом, перейдем

к другим пределам интегрирования, имея в виду следующие соотношения при расчете $F_{\text{спр}}$ [пределы интегрирования от 0 до h (см. рис. 2.11)]:

$$d\alpha = \frac{dY}{\sqrt{2ry - y^2}}; \quad \sin\alpha = \frac{1}{r}\sqrt{2ry - y^2};$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{2r - y}{2r}}; \quad \cos\frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{2r - h}{2r}}.$$

Эти соотношения получены следующим образом. Поскольку $\cos\alpha = \frac{r - y}{r}$ (см. рис. 2.10), то, дифференцируя это выражение, получаем $-\sin\alpha d\alpha = -\frac{dY}{r}$. Так как $\sin\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} =$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{r - y}{r}\right)^2} = \frac{1}{r}\sqrt{2ry - y^2},$$

$$d\alpha = \frac{dy}{\sqrt{2ry - y^2}}.$$

Соответственно

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{r - y}{r}}{2}} = \sqrt{\frac{2r - y}{2r}};$$

$$\cos\frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{2r - h}{2r}}.$$

Соответственно при расчете G (пределы интегрирования от 0 до $\sqrt{2rh - h^2}$)

$$d\alpha = \frac{dx}{r\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}}; \quad \cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}};$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}};$$

$$\cos\frac{\alpha_0}{2} = \sqrt{\frac{2r - h}{2r}}.$$

Эти соотношения получены приведенным выше способом при

$$\sin\alpha = x/r.$$

После необходимых преобразований получаем систему уравнений для определения силы $F_{\text{спр}}$ сопротивления качению и глубины h колеи:

$$F_{\text{спр}} = b\sigma_0 \int_0^h \sqrt{\frac{2r-y}{2r}}\,\text{th}\left[\frac{4kr}{\sigma_0}\left(\sqrt{\frac{2r-y}{2r}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}}\right)\right]dy; \qquad (2.19)$$

$$G = b\sigma_0 \int_0^{\sqrt{2rh-h^2}} \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}}}\,\text{th} \times$$

$$\times\left[\frac{4kr}{\sigma_0}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}}\right)\right]dx. \qquad (2.20)$$

Анализируя формулы (2.19) и (2.20), можно отметить, что сила $F_{\text{спр}}$ сопротивления качению и глубина h колеи зависят от вертикальной нагрузки G на колесо, параметров колеса — радиуса r и ширины обода b, а также от физико-механических свойств грунта — предельной несущей способности σ_0 и коэффициента k объемного смятия грунта.

При расчете взаимодействия колеса с грунтом представляет интерес определение плеча c приложения нагрузки и динамического радиуса $r_{\text{д}}$, т. е. координат приложения результирующей реакции R грунта.

Эти величины легко определить, если применить метод расчета момента защемленной балки, нагруженной сосредоточенной силой и распределенной нагрузкой (рис. 2.12). Функции распределения сил $F_{\text{спр}}$ и G по осям можно записать следующим образом, используя формулы (2.19) и (2.20):

$$f(x) = b\sigma_0 \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}}}\,\text{th} \times$$

$$\times\left[\frac{4kr}{\sigma_0}\left(\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}}\right)\right];$$

$$f(y) = b\sigma_0 \sqrt{\frac{2r-y}{y}}\,\text{th}\left[\frac{4kr}{\sigma_0}\left(\sqrt{\frac{2r-y}{y}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}}\right)\right].$$

Тогда $F_{\text{спр}}e = \int f(x)\,x dx$. Поскольку $e = r - r_{\text{д}}$, то

$$r_{\text{д}} = r - \frac{\int f(x)\,x\,dx}{F_{\text{спр}}}$$

или

$$r_{\text{д}} = r - \frac{b\sigma_0 \int_0^{\sqrt{2rh-R^2}} \sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}}} \times \text{th}\left[\frac{4kr}{\sigma_0}\left(\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{r^2}}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}}\right)\right] x\,dx}{F_{\text{спр}}}. \qquad (2.21)$$

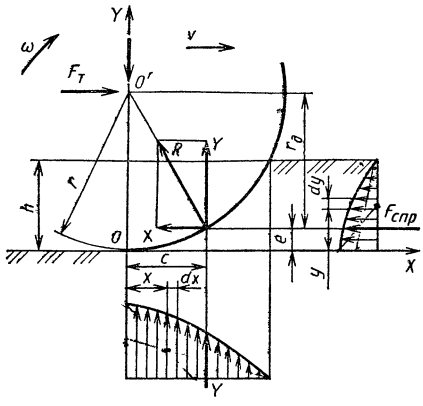


Рис. 2.12. Схема к определению плеча c приложения силы $F_{спр}$ и динамического радиуса $r_д$

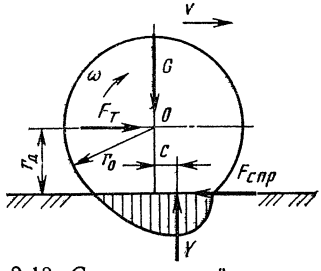


Рис. 2.13. Схема сил, действующих на эластичное колесо при установившемся движении по горизонтальной поверхности

Аналогично $Gc = \int f(y)\, y dy$. Откуда $c = \int f(y)\, y dy / G$. Соответственно

$$c = \frac{b\sigma_0 \int_0^h \sqrt{\frac{2r-y}{2r}}\, \text{th}\left[\frac{4kr}{\sigma_0}\left(\sqrt{\frac{2r-y}{2r}} - \sqrt{\frac{2r-h}{2r}}\right)\right] y\, dy}{G}. \quad (2.22)$$

Если упростить формулы (2.19) и (2.20), допуская, что глубина колеи h по сравнению с радиусом r мала, то можно получить следующие формулы [4] для определения глубины и силы сопротивления качению:

$$h = \sqrt[3]{\frac{G^2}{k^2 b^2 D}}; \quad (2.23)$$

$$F_{спр} = 0{,}5G\sqrt{\frac{G}{kbD^2}}, \quad (2.24)$$

где D — диаметр колеса.

Из формулы (2.24) видно, что сила сопротивления качению жесткого колеса по деформируемой поверхности при равномерном движении по горизонтали пропорциональна вертикальной нагрузке и обратно пропорциональна ширине колеса, диаметру и коэффициенту объемного смятия грунта. Следовательно, для уменьшения сопротивления качению целесообразнее увеличивать диаметр колеса, а не его ширину.

Качение эластичного ведомого колеса по недеформируемой поверхности. Под эластичным колесом в дальнейшем будем понимать колесо, оборудованное шиной. Допустим, что эластичное колесо равномерно перемещается по горизонтальной недеформируемой поверхности, т. е. по дороге с твердым покрытием (рис. 2.13). Оно нагружено вертикальной силой G и равномерно движется на горизонтальном участке под действием толкающей силы $F_т$. Направление движения на рисунке показано стрелкой.

При качении колеса передние элементы шины, вступающие в контакт с дорогой, нагружаются и деформируются, а задние — разгружаются и восстанавливают форму, выходя из контакта. Если бы шина обладала идеальной эластичностью, энергия, затраченная на деформацию в одной части ее окружности, полностью возвращалась бы колесу при восстановлении формы шины в другой части окружности. Элементы шины, восстанавливая свою форму, оказывали бы за счет накопленной энергии давление на дорогу и создавали бы момент, способствующий качению колеса. Однако в действительности ввиду трения внутри шины и площади контакта шины с дорогой часть энергии, затраченной на деформацию шины, обратно не возвращается и переходит в теплоту, которая рассеивается в окружающем пространстве. Вследствие этого эпюра нормальных реакций, действующих на катящееся колесо, имеет вид, показанный на рис. 2.13. В передней половине площади контакта шины с дорогой нормальные реакции больше, чем в задней. Такой характер эпюры приводит к тому, что при качении эластичной шины по недеформирующейся поверхности равнодействующая Y нормальных реакций V сдвигается вперед от вертикали, проходящей через ось колеса, как это было установлено выше по отношению к жесткому колесу, перемещающемуся по деформирующейся почве. Чем больше потери в шине, тем больше смещение c реакции Y и момент сопротивления качению $M_{\text{спр}} = Yc = Gc$.

Вращающий момент, необходимый для преодоления сопротивления качению, создается парой сил, образуемой силой $F_{\text{т}}$ и горизонтальной реакцией дороги $F_{\text{спр}}$. В рассматриваемом случае реакция $F_{\text{спр}}$ представляет собой в основном силу трения между колесом и дорогой и внутри шины.

Основное влияние на потери в шине оказывают следующие факторы: масса деформируемых элементов шины, жесткость покрышки и давление воздуха в шине. При увеличении массы затраты энергии на внутреннее трение в шине возрастают. Аналогичное влияние оказывает повышение жесткости покрышки. Снижение давления воздуха увеличивает деформацию шины и замедляет восстановление ее формы, поэтому на дорогах с твердым покрытием слишком низкое давление воздуха в шинах увеличивает сопротивление качению.

Для определения сопротивления качению эластичного колеса по недеформируемой поверхности при установившемся режиме существует несколько зависимостей. Одна из них [4], наиболее верно отражающая реальные условия взаимодействия колеса с дорогой, имеет следующий вид:

$$F_{\text{спр}} = \frac{\gamma_{\text{ш}} u_{\text{ш}} \lambda_{\text{н}} h_{\text{ш}}^2}{4\pi r_{\text{д}}}, \qquad (2.25)$$

где $\gamma_{\text{ш}}$ — коэффициент пропорциональности; для существующих тракторных шин при давлении воздуха в них $p_{\text{ш}} = (80 \div 250)$ кПа $\gamma_{\text{ш}} = 0{,}12 \div 0{,}15$, при-

чем верхний предел относится к шинам низкого давления, а нижний — к шинам высокого давления; $u_ш$ — коэффициент, определяющий соотношение между работой, затраченной при однократном сжатии шины и за один ее оборот:

$$u_ш = \frac{\pi h_ш (2r_0 - h_ш)}{r_0^2 \left(\frac{\pi\alpha}{180^\circ} - \sin\alpha\right)};$$

$$\alpha = 2\arccos\frac{r_0 - h_ш}{r_0};$$

$\lambda_н$ — жесткость шины; для тракторных шин при $p_ш$ = (80÷250) кПа $\lambda_н$ = = (17÷38) 10^4 Н/м.

Нормальную деформацию шины $h_ш$ подсчитывают по формуле Хейдекеля. Если подставить в формулу (2.25) значение $h_ш$ из формулы Хейдекеля и произвести некоторые упрощения, то получим следующее выражение для определения сопротивления качению эластичного колеса по недеформируемой поверхности:

$$F_{спр} = \gamma_ш \frac{G}{4\pi p_ш^2 r_0^3 r_c \left(\frac{\pi\alpha}{180^\circ} - \sin\alpha\right)}.$$

Таким образом, сопротивление качению эластичного колеса по недеформируемой поверхности пропорционально нормальной нагрузке в кубе и обратно пропорционально номинальному радиусу в кубе, квадрату внутреннего давления и радиусу сечения шины.

Качение эластичного ведомого колеса по деформируемой поверхности. При качении эластичного колеса по грунту имеет место деформация грунта и шины. Затраты мощности на деформацию грунта по сравнению с затратами на деформацию шины значительнее в общем балансе потерь на качение колеса. Как показывают исследования, затраты мощности на деформацию шины составляют не более 5—6 % общей мощности, затрачиваемой на качение эластичного колеса по грунту.

Вследствие деформации шины и грунта эластичное колесо образует бóльшую опорную поверхность, чем жесткое колесо такого же размера. Следовательно, нормальная нагрузка распределяется на большую площадь, и эластичное колесо образует меньшую колею, чем жесткое. Значение опорной поверхности колеса в основном зависит от давления воздуха в шине: чем меньше давление, тем больше опорная поверхность.

Однако снижение давления воздуха в шине имеет ряд отрицательных факторов. При снижении давления в направляющих колесах несколько увеличивается податливость шины в боковом направлении, что ухудшает управляемость трактора. Поэтому в направляющих колесах должно быть повышенное давление по сравнению с давлением в ведущих колесах. В ряде случаев снижение давления ограничивается допустимым значением нормальной деформации шины, поскольку ее отношение к высоте

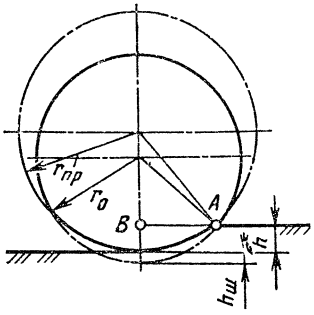


Рис. 2.14. Схема определения приведенного к жесткому колесу диаметра эластичного колеса

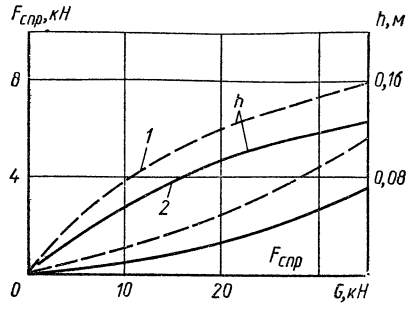


Рис. 2.15. Зависимость силы сопротивления качению и глубины колеи от нормальной нагрузки:
1 — жесткое колесо; *2* — эластичное колесо

профиля шины, равной $2r_c$ (относительная деформация), определяет срок службы шины. Чем ниже применяемое давление воздуха, тем больше при прочих равных условиях радиальные деформации шины и меньше допускаемая для них грузоподъемность.

На тракторах применяют эластичные колеса с давлением воздуха в шине (80÷110) кПа для ведущих и (180÷250) кПа для ведомых (направляющих) колес.

Для определения сопротивления качению эластичных колес по деформируемой поверхности существует ряд зависимостей. Рассмотрим одну из них.

Как показали исследования В. В. Гуськова [4] и ряда других ученых, например, М. Г. Беккера [3], опорная поверхность эластичного колеса при качении его по грунту близка к цилиндрической. Следует вывод, что пневматическое колесо можно условно заменить жестким, имеющим увеличенный диаметр. В этом случае для определения глубины колеи и сопротивления качению эластичного колеса, возникающего в результате деформации грунта, можно воспользоваться формулами (2.23) и (2.24) или формулами (2.19) и (2.20), подставив в них вместо D или r приведенные к эластичному колесу диаметр жесткого колеса $D_{пр}$ и его радиус $r_{пр}$.

Замена диаметра эластичного колеса приведенным диаметром жесткого осуществляется в соответствии со схемой на рис. 2.14. Длина отрезка AB для эластичного и эквивалентного ему жесткого колеса

$$AB = \sqrt{r_0^2 - (r_0 - h - h_ш)^2} = \sqrt{r_{пр}^2 - (r_{пр} - h)^2}$$

или

$$2r_0(h + h_ш) - (h + h_ш)^2 = 2r_{пр}h.$$

Преобразовав выражение, получим

$$D_{пр} = \frac{D_0(h+h_ш) - h_ш(2h + h_ш)}{h} = D_0 + \frac{h_ш}{h}(D_0 - 2h - h_ш). \quad (2.26)$$

Так как второй член правой части формулы (2.26) больше нуля и $D_0 > 2h + h_ш$, то $D_{пр}$ всегда больше D_0. При $h_ш \to 0$ эластичное колесо приближается к жесткому. Такой случай имеет место при качении эластичного колеса с большим давлением воздуха в шине по переувлажненному грунту.

На рис. 2.15 показаны результаты расчетов силы сопротивления качению $F_{спр}$ и глубины h колеи эластичного колеса 13,6R38 ($p_ш = 0{,}8 \cdot 10^5$ Па) и эквивалентного ему жесткого ($D_0 = 1{,}57$ м и $b = 0{,}32$ м) для различных нагрузок G по стерне суглинка нормальной влажности ($\sigma_0 = 2{,}6$ МПа и $k = 0{,}14 \cdot 10^7$ Н/м^3).

Силу сопротивления качению и глубину колеи для жесткого колеса определяли по формулам (2.23) и (2.24), прогиб шины и приведенный радиус (диаметр) — по формуле Хейдекеля и (2.26), силу сопротивления качению и глубину колеи для эластичного колеса — по формулам (2.23) и (2.24) с учетом замены r_0 на $r_{пр}$.

Из рис. 2.15 видно, что по сравнению с жестким эластичное колесо одинакового с ним размера образует более мелкую колею и сила сопротивления качению его в 1,4—1,7 раза меньше.

Таким образом, сопротивление качению колеса, оборудованного шиной, в различных грунтовых условиях и на дорогах с твердым покрытием при установившемся движении зависит главным образом от вертикальной нагрузки, параметров и физико-механических свойств шины, давления воздуха в ней и свойств грунта. С точки зрения снижения затрат энергии на колееобразование целесообразнее увеличивать не ширину, а диаметр колеса, поскольку в знаменателе формулы (2.24) диаметр приведен в квадрате, а ширина колеса — в первой степени. С этой же точки зрения следует уменьшать давление воздуха в шине, но в разумных пределах, обеспечивающих боковую жесткость, грузоподъемность и продолжительный срок службы шины.

При движении по дорогам с твердым покрытием следует повышать давление воздуха в шине для уменьшения сопротивления качению.

2.3. РАБОТА ВЕДУЩЕГО КОЛЕСА

Общий случай. Рассмотрим неравномерное движение ведущего колеса по горизонтальной деформируемой поверхности (рис. 2.16). В соответствии со схемой качение колеса вызывается ведущим моментом $M_к$, приложенным к его оси. Со стороны остова трактора на колесо действуют: реактивная сила $F_т$, представляющая собой сопротивление, оказываемое остовом машины толкающему ее колесу, и вертикальная нагрузка G, включающая часть веса остова, приходящегося на колесо, и вес колеса. Реактивные силы, действующие со стороны грунта на колесо, представлены равнодействующей R, которая приложена в точке A опорной поверхности колеса.

При неравномерном относительном вращении колеса около его оси возникает также момент касательных сил инерции $M_{ин}$,

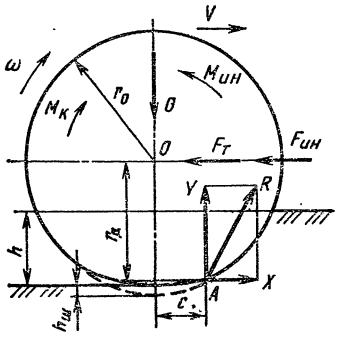


Рис. 2.16. Схема сил и моментов, действующих на ведущее колесо, оборудованное шиной

равный произведению момента инерции колеса J относительно его геометрической оси на угловое ускорение (замедление) $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ относительно вращательного движения.

При неравномерном переносном движении колеса возникают силы инерции, направленные против движения (при ускоренном движении) и параллельные поверхности пути. Равнодействующая сил инерции $F_{ин}$ равна произведению массы m на ускорение $a = \frac{dv}{dt}$.

Разложим равнодействующую реакций грунта на вертикальную составляющую Y и горизонтальную составляющую X. Вертикальная составляющая Y представляет собой сумму элементарных нормальных реакций грунта, а горизонтальная составляющая X — сумму тангенциальных реакций грунта, направленных в сторону движения. Иногда X называют толкающей силой или толкающей реакцией.

В связи с деформациями почвы и радиальными деформациями шины, происходящими при движении колеса, вертикальная реакция почвы Y смещается относительно оси колеса вперед на некоторое расстояние c.

Заметим, что в отличие от ведомого колеса, где горизонтальная составляющая равнодействующей реакций грунта направлена против движения и является силой сопротивления качению, у ведущего колеса эта реакция направлена по движению и является силой тяги.

Воспользуемся принципом Д'Аламбера и составим следующие уравнения для плоской модели колеса:

$$\sum X = 0; \tag{2.27}$$

$$\sum Y = 0; \tag{2.28}$$

$$\sum M_0 = 0. \tag{2.29}$$

Из уравнений (2.27)—(2.29) имеем

$$X = F_т + m\frac{dv}{dt} = F_т + F_{ин};$$

$$Y = G;$$

$$M_к = Xr_д + Yc + J\frac{d\omega}{dt} = Xr_д + M_{спр} + M_{ин}, \tag{2.30}$$

где $Yc = Gc$ — момент сил сопротивления качению ведущего колеса $M_{спр}$ вследствие образования колеи; c — коэффициент трения качения ведущего колеса, который измеряется в единицах длины; $F_т$ — реактивная сила.

Необходимо отметить, что в уравнении (2.30) следовало бы учесть момент сил междучастичного трения, возникающего при радиальных и тангенциальных деформациях шины.

Для упрощения изложения потери мощности вследствие упругого гистерезиса шины условно учитываются в дальнейшем как часть мощности, теряемой при качении колеса.

При установившемся движении $X = F_т$, т. е. сумма тангенциальных реакций почвы, возникающих при взаимодействии ведущего колеса с грунтом, равна реактивной силе $F_т$, и $M_к = F_т r_0 + M_{спр}$, т. е. подводимый к колесу ведущий момент равен сумме моментов силы сопротивления остова машины толкающему ее колесу и момента сопротивления вследствие образования колеи.

Разделим обе части уравнения (2.30) на динамический радиус колеса:

$$\frac{M_к}{r_д} = X + G\frac{c}{r_д} + \frac{M_{ин}}{r_д} = F_к.$$

Отношение $M_к/r_д$ назовем *касательной силой тяги* $F_к$, а отношение коэффициента трения качения c к динамическому радиусу — *коэффициентом качения ведущего колеса*, т. е. $f_к$.

Отношение касательной силы тяги колеса к вертикальной нагрузке назовем *коэффициентом сцепления* $\varphi_{сц}$, т. е. $\varphi_{сц} = F_к/G$. Соответственно $F_к = \varphi_{сц}G$. При качении ведущего колеса по грунту коэффициент сцепления всегда меньше единицы. Следовательно, максимальная касательная сила тяги колеса всегда меньше веса, приходящегося на него.

Произведем оценку баланса мощности, подводимой к ведущему колесу при качении его по деформируемой поверхности. Умножая обе части уравнения моментов на угловую скорость колеса ω, получаем следующий баланс мощностей:

$$M_к\omega = Xr_д\omega + M_{спр}\omega + M_{ин}\omega = F_к v_т. \qquad (2.31)$$

Как было установлено ранее, качение ведущего колеса по грунту всегда сопровождается его буксованием, что характеризуется уменьшением скорости в переносном движении, и действительная скорость движения колеса равна $v_д = v_т(1 - \delta)$ [здесь $v_т$ — теоретическая скорость движения, равная произведению угловой скорости на радиус качения (кинематический)]. С некоторым приближением можно заменить кинематический радиус динамическим. Тогда $v_т = \omega r_д$ и $v_д = \omega r_д(1 - \delta)$.

Следует учесть следующее обстоятельство. Если при движении с буксованием (при $\omega = \text{const}$) теоретическая скорость переносного поступательного движения уменьшается, то относительная скорость вращательного движения остается неизменной. Следовательно, затраты мощности на относительное вращение колеса не зависят от буксования, и они пропорциональны моментам инерции вращающихся масс.

Имея в виду это обстоятельство, учтем пробуксовку колеса, для чего в уравнение (2.31) добавим и отнимем сумму членов,

отражающих переносное поступательное движение, умноженных на действительную поступательную скорость $v_д$, т. е. $\pm\left(F_т + F_{ин} + \frac{M_{спр}}{r_д}\right) v_д$:

$$P = M_к\omega = Xr_д\omega + M_{спр}\omega + M_{ин}\omega \pm \left(F_т + F_{ин} + \frac{M_{спр}}{r_д}\right) v_д.$$

С учетом того, что $X = F_т + F_{ин}$ и $\omega = v_т/r_д$, получим

$$P = M_к\omega = \left(F_т + F_{ин} + \frac{M_{спр}}{r_д}\right)(v_т - v_д) +$$

$$+ M_{спр}\omega(1 - \delta) + F_{ин}v_д + M_{ин}\omega + F_тv_д.$$

Следовательно, мощность, сообщаемая ведущему колесу, в рассматриваемом случае равна сумме следующих мощностей:

1) теряемой на буксование колеса: $\left(F_т + F_{ин} + \frac{M_{спр}}{r_д}\right)(v_т - v_д)$;

2) расходуемой на качение колеса, т. е. на образование колеи и упругий гистерезис шины: $M_{спр}\omega(1 - \delta)$;

3) превращаемой в кинетическую энергию переносного поступательного движения $F_{ин}v_д$;

4) превращаемой в кинетическую энергию вращательного движения колеса около его оси $M_{ин}\omega$;

5) передаваемой остову трактора $F_тv_д$.

При установившемся движении, когда $F_к = F_т + M_{спр}/r_д$, баланс мощности имеет вид

$$M_к\omega = F_к(v_т - v_д) + M_{спр}\omega(1 - \delta) + F_тv_д.$$

В результате потерь на качение и буксование мощность, подводимая ведущим колесом к остову трактора, меньше мощности, подводимой к колесу. Назовем отношение указанных мощностей коэффициентом полезного действия колеса и обозначим его через $\eta_к$. В соответствии с этим определением

$$\eta_к = \frac{F_тv_д}{M_к\omega}.$$

При установившемся движении $M_к = F_кr_д$. Следовательно,

$$\eta_к = \frac{F_т}{F_к}\frac{v_д}{v_т}.$$

Отношение $F_т/F_к$ можно рассматривать как КПД, учитывающий потери на качение колеса вследствие образования колеи, а отношение $v_д/v_т$ — как КПД, учитывающий потери на буксование. Обозначим первый коэффициент через $\eta_{к.\,спр}$, а второй через $\eta_{кб}$, представим общий КПД ведущего колеса в следующем виде:

$$\eta_к = \eta_{к.\,спр}\eta_{кб}.$$

Между величиной буксования δ и КПД $\eta_{к\delta}$, учитывающим буксование, имеется зависимость

$$\eta_{к\delta} = \frac{v_0}{v_т} = \frac{\omega r_д (1 - \delta)}{\omega r_д} = 1 - \delta,$$

где $0 \leqslant \delta \leqslant 1$.

Раздельная оценка потерь на качение и буксование является в известной степени условной. В действительности, как показывают экспериментальные данные [4], вместе с увеличением буксования возрастает также сопротивление качению. Чем меньше прочность грунта, на котором работают ведущие колеса, тем интенсивнее это проявляется. Зависимость сопротивления качению от буксования объясняется тем, что буксование уменьшает связь между частицами грунта, в результате чего увеличивается глубина погружения колес в грунт и соответственно возрастают затраты энергии на образование колеи.

Рассмотрим процесс взаимодействия ведущего колеса с грунтом. Как и в случае с ведомым колесом, сначала рассмотрим случай качения жесткого ведущего колеса по деформируемой поверхности.

Качение жесткого ведущего колеса по деформируемой поверхности. При анализе явления качения жесткого ведущего колеса по деформируемой поверхности примем следующие допущения:

1) колесо движется в установившемся режиме по горизонтальной поверхности; 2) грунт является однородным и его физико-механические свойства описываются пределом прочности на одноосное сжатие σ_0 и коэффициентом объемного смятия k; из первого допущения следует, что центр масс не изменяет положения; второе допущение позволяет учитывать только пластические деформации грунта; упругие деформации ввиду их малости не учитываются.

Как уже отмечалось, при приложении к оси ведущего колеса крутящего момента его качение сопровождается буксованием, т. е. проскальзыванием обода относительно грунта в направлении, обратном движению. При этом мгновенный центр вращения смещается по вертикали к центру колеса (рис. 2.17).

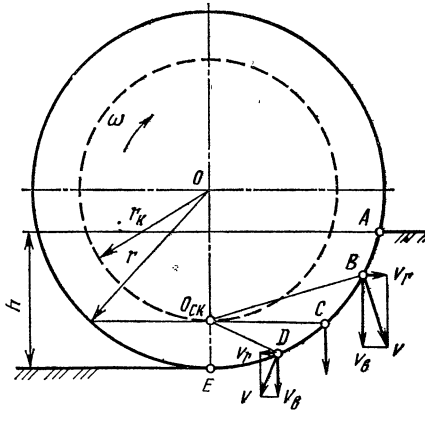


Рис. 2.17. Качение эластичного колеса с буксованием

Как было выяснено ранее, качение такого вида можно представить в виде качения без буксования колеса с условным (ки-

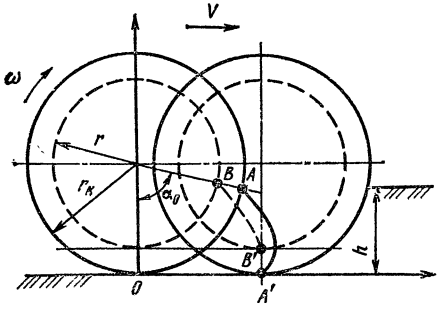


Рис. 2.18. Траектории точек обода (вместо r следует читать $r_к$, а вместо $r_к - r$)

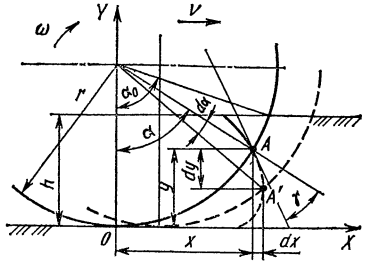


Рис. 2.19. Схема к определению траекторий точек обода ведущего колеса

нематическим) радиусом $r_к$. Поверхность контакта колеса с деформируемой поверхностью можно разбить на две зоны. Точки контакта, расположенные на дуге AC, будут перемещаться по вектору абсолютной скорости v и иметь горизонтальные перемещения, направленные в сторону движения колеса. Возникающие на этом участке реакции грунта направлены в сторону, противоположную направлению движения оси колеса. Точка приложения равнодействующей этих реакций расположена в пределах участка AC.

Точки поверхности контакта, находящиеся на дуге CE, будут иметь горизонтальные перемещения, направленные в сторону, противоположную направлению движения оси колеса, и, следовательно, горизонтальная реакция будет направлена в сторону движения колеса. Точка приложения равнодействующей горизонтальных составляющих реакций грунта на этом участке должна находиться в пределах дуги CE.

Следовательно, в зависимости от режима качения колеса и положения мгновенной оси вращения поверхность его контакта с грунтом можно разбить на зоны, в которых характер взаимодействия колеса с основанием будет различным.

Исследования явления качения колеса по грунту [4] позволили установить, что поверхность контакта ведущего колеса с грунтом состоит в основном из двух зон: *зоны сцепления*, когда на некоторой части поверхности контакта отсутствуют относительные перемещения обода колеса относительно основания; к этой зоне в основном относится поверхность AC обода колеса; *зоны буксования*, когда поверхность контакта колеса проскальзывает относительно поверхности грунта в противоположную сторону; к этой зоне в основном относим поверхность CE; линия $CO_{ск}$ может служить условной границей этих зон (рис. 2.17).

При повороте условного колеса на угол α_0 точка B займет положение B' (рис. 2.18). При этом кривая BB' будет траекторией точки B, т. е. циклоидой, описываемой уравнениями (2.7) и (2.8). Точка A, находящаяся на ободе колеса, при повороте его на

угол α займет положение A'. Кривая AA' будет траекторией этой точки.

Составим уравнение движения точки A. За начало координат примем точку 0. Тогда координаты x и y точки A

$$x = s_0 - (r_к\alpha - r \sin \alpha); \tag{2.32}$$

$$y = r (1 - \cos \alpha), \tag{2.33}$$

где $s_0 = r_к\alpha_0$ — постоянная величина.

Поскольку $r_к = r (1 - \delta)$ (здесь δ — коэффициент буксования), формулы (2.32) и (2.33) примут вид:

$$x = r_к\alpha_0 - r [(1 - \delta) \alpha - \sin \alpha]; \tag{2.34}$$

$$y = r (1 - \cos \alpha). \tag{2.35}$$

При повороте колеса на бесконечно малый угол $d\alpha$ (рис. 2.19) частицы грунта под ободом переместятся из положения A (глубина колеи y) в положение A' по дуге $AA' = ds$. В пределах бесконечно малых перемещений можно положить $ds^2 = dx^2 + dy^2$ или $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$.

Используя уравнения (2.34) и (2.35), найдем приращения dx и dy:

$$dx = -r (1 - \delta)\, d\alpha + r \cos \alpha d\alpha = [\cos \alpha - (1 - \delta)]\, r d\alpha;$$

$$dy = r \sin \alpha d\alpha.$$

Таким образом,

$$ds = \sqrt{[\cos \alpha - (1 - \delta)]^2 + \sin^2 \alpha}\, r\, d\alpha.$$

Произведя необходимые преобразования, получаем

$$ds = r \sqrt{1 - 2(1 - \delta) \cos \alpha + (1 - \delta)^2}\, d\alpha =$$

$$= r \sqrt{1 - 2\eta_\delta \cos \alpha + \eta_\delta^2};$$

$$s = \int_0^{\alpha_0} r \sqrt{1 - 2\eta_\delta \cos \alpha + \eta_\delta^2}\, d\alpha. \tag{2.36}$$

Элементарная реакция грунта dR, возникающая при качении ведущего жесткого колеса, приложенная в центре элементарной площадки $dA = br \cos \gamma d\alpha$, пропорциональна нормальному напряжению σ, ширине колеса b и длине дуги AA' (рис. 2.20), которая является траекторией движения частиц грунта при взаимодействии его с колесом:

$$dR = \sigma dA = \sigma br \cos \gamma d\alpha,$$

где γ — угол между касательной к траектории в точке A' и нормалью к ней.

Угол γ зависит от режима качения ведущего колеса (буксований) и угла α.

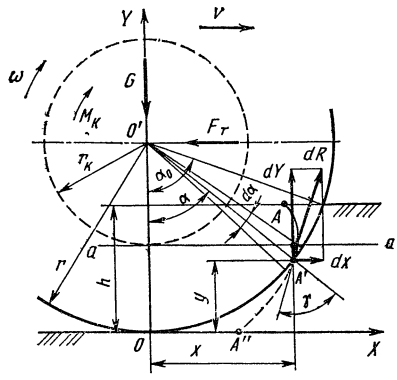


Рис. 2.20. Схема сил, действующих на ведущее колесо с жестким ободом при качении по деформируемому грунту

Определим значение угла γ и $\cos\gamma$. Поскольку

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{\psi_1 - \psi_2}{1 + \psi_1\psi_2}, \qquad (2.37)$$

угловой коэффициент касательной циклоиды после дифференцирования уравнений (2.34) и (2.35)

$$\psi_1 = \frac{dy}{dx} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha - (1-\delta)}, \qquad (2.38)$$

где ψ_1 и ψ_2 — угловые коэффициенты касательной траектории AA' и нормали окружности.

Параметрическое уравнение окружности в системе координат (рис. 2.20)

$$x = r\sin\alpha;$$
$$y = r(1 - \cos\alpha). \qquad (2.39)$$

После дифференцирования уравнений (2.39) угловой коэффициент нормали ψ_2 можно найти по формуле

$$\psi_2 = -\frac{dx}{dy} = -\operatorname{ctg}\alpha. \qquad (2.40)$$

Подставляя в уравнение (2.37) значения ψ_1 и ψ_2 из формулы (2.38) и (2.40), после преобразований имеем

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{1 - (1-\delta)\cos\alpha}{(1-\delta)\sin\alpha}. \qquad (2.41)$$

Преобразуя формулу (2.41) и имея в виду, что $\operatorname{tg}\gamma = \sin\gamma/\cos\gamma$, получаем

$$\cos\gamma = \frac{(1-\delta)\sin\alpha}{\sqrt{1 - 2(1-\delta)\cos\alpha + (1-\delta)^2}};$$

$$\gamma = \arccos\frac{(1-\delta)\sin\alpha}{\sqrt{1 - 2(1-\delta)\cos\alpha + (1-\delta)^2}}.$$

Нормальное напряжение подчиняется закону гиперболического тангенса, т. е.

$$\sigma = \sigma_0 \operatorname{th}\frac{k}{\sigma_0}s,$$

где s определяют по формуле (2.36).

Тогда

$$dR = \frac{br\sigma_0 (1-\delta)\sin\alpha}{\sqrt{1-2(1-\delta)\cos\alpha+(1-\delta)^2}} \times$$

$$\times \operatorname{th}\left[\frac{k}{\sigma_0}\int_0^{\alpha_0} r\sqrt{1-2(1-\delta)\cos\alpha+(1-\delta)^2}\,d\alpha\right] d\alpha.$$

Составляющие элементарной реакции грунта по координатным осям X и Y

$$dX = \frac{br\sigma_0 (1-\delta)\sin\alpha}{\sqrt{1-2(1-\delta)\cos\alpha+(1-\delta)^2}} \times$$

$$\times \operatorname{th}\left[\frac{k}{\sigma_0}\int_0^{\alpha_0} r\sqrt{1-2(1-\delta)\cos\alpha+(1-\delta)^2}\,d\alpha\right] \sin\alpha\, d\alpha;$$

$$dY = \frac{br\sigma_0 (1-\delta)\sin\alpha}{\sqrt{1-2(1-\delta)\cos\alpha+(1-\delta)^2}} \operatorname{th} \times$$

$$\times \left[\frac{k}{\sigma_0}\int_0^{\alpha_0} r\sqrt{1-2(1-\delta)\cos\alpha+(1-\delta)^2}\,d\alpha\right] \cos\alpha\, d\alpha.$$

Следует отметить, что на участке от поверхности грунта до линии a—a (см. рис. 2.20) равнодействующая проекций элементарных реакций на ось X направлена против движения и представляет собой силу сопротивления качению. На участке ниже линии a—a и до дна колеи сумма проекций направлена в сторону движения и представляет собой толкающую реакцию X. Равнодействующая проекций реакций на ось X по глубине h колеи представляет собой касательную силу $F_к$ тяги, т. е.

$$F_к = br\sigma_0 \int_0^{\alpha_0} \frac{(1-\delta)\sin\alpha}{\sqrt{1-2(1-\delta)\cos\alpha+(1-\delta)^2}} \times$$

$$\times \operatorname{th}\left[\frac{k}{\sigma_0}\int_0^{\alpha_0} r\sqrt{1-2(1-\delta)\cos\alpha+(1-\delta)^2}\,d\alpha\right] \sin\alpha\, d\alpha. \quad (2.42)$$

Соответственно сумма проекций на ось Y равна вертикальной нагрузке G (см. рис. 2.20):

$$G = br\sigma_0 \int_0^{\alpha_0} \frac{(1-\delta)\sin\alpha}{\sqrt{1-2(1-\delta)\cos\alpha+(1-\delta)^2}} \times$$

$$\times \operatorname{th}\left[\frac{k}{\sigma_0}\int_0^{\alpha_0} r\sqrt{1-2(1-\delta)\cos\alpha+(1-\delta)^2}\,d\alpha\right] \cos\alpha\, d\alpha. \quad (2.43)$$

Решая систему уравнений (2.42) и (2.43), определяем значение касательной силы $F_к$ тяги и глубины колеи при заданных значе-

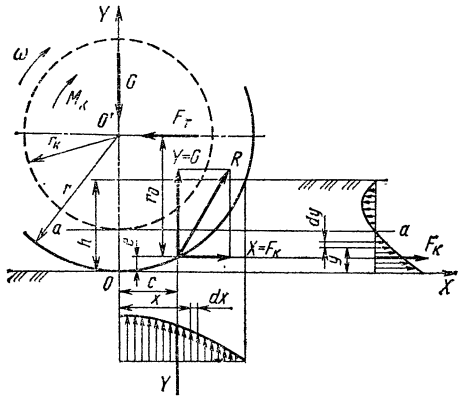


Рис. 2.21. Схема к определению координат приложения равнодействующей R реакций грунта

ниях режима работы ведущего колеса (буксование), моментов и сил, приложенных к колесу ($M_к$ и G), параметров колеса (r и b) и физико-механических свойств грунта (σ_0 и k).

Найдем координаты точки приложения равнодействующей, необходимые при определении момента сопротивления качению, равного $M_{спр} = Yc = Gc$, и динамического радиуса $r_д$ (рис. 2.21). Для удобства расчетов перейдем к другим пределам интегрирования, т. е. вместо от 0 до α_0 будет от 0 до h для функции X и от 0 до $\sqrt{2rh - h^2}$ для функции Y. При этом аналогично предыдущему [см. формулы (2.19) и (2.20)] следует учитывать, что для функции X

$$\cos\alpha = \frac{r-y}{r}; \quad \sin\alpha = \frac{1}{r}\sqrt{2ry - y^2}; \quad d\alpha = \frac{dy}{\sqrt{2ry - y^2}};$$

для функции Y

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - x^2/r^2}; \quad \sin\alpha = x/r;$$

$$d\alpha = \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2/r^2}}.$$

С учетом изложенного

$$r_д = r - \frac{b\sigma_0 \int_0^{\sqrt{2hr-h^2}} \frac{(1-\delta)x}{\sqrt{1 - 2(1-\delta)\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}} + (1-\delta)^2}} \text{th} \times}{\times \left[\frac{k}{\sigma_0} \int_0^{\sqrt{2hr-h^2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}}} \sqrt{1 - 2(1-\delta)\sqrt{1 - \frac{x^2}{r^2}} + (1-\delta)^2}\, dx\right] \times x\, dx}{F_к};$$

$$c = \frac{b\sigma_0 \int_0^h \frac{(1-\delta)\sqrt{2ry-y^2}}{r\sqrt{1-2(1-\delta)\left(\frac{r-y}{y}\right)+(1-\delta)^2}}\,\mathrm{th}\times \left[\frac{k}{\sigma_0}\int_0^h \frac{1}{r\sqrt{2ry-y^2}}\sqrt{1-2(1-\delta)\left(\frac{r-y}{r}\right)+(1-\delta)^2}\,dy\right] y\,dy}{G}.$$

Качение эластичного ведущего колеса по деформируемой поверхности. При рассмотрении взаимодействия эластичного ведущего колеса с грунтом примем допущения, аналогичные качению жесткого ведущего колеса. При установившемся режиме касательная сила $F_к$ тяги колеса равна сумме тангенциальных реакций грунта, направленных в сторону движения (рис. 2.22).

Как известно, эластичное тракторное колесо для улучшения сцепления с грунтом оборудуют грунтозацепами, типовое расположение которых для ведущего колеса показано на рис. 2.23. В этом случае процесс взаимодействия такого колеса с грунтом отличается от качения ведущего жесткого колеса. При взаимодействии ведущего колеса с грунтом действуют силы трения между опорной поверхностью шины и грунтом; силы, возникающие при упоре грунтозацепов шины в грунт; силы, возникающие при срезе грунтового кирпича боковыми гранями грунтозацепов. На дорогах с твердым покрытием основное значение имеют силы трения. На рыхлых грунтах значение сил сдвига и среза возрастает и во многих случаях является определяющим.

При движении ведущего колеса его грунтозацепы сдвигаются и срезают грунт в направлении, обратном движению. Упор грунто-

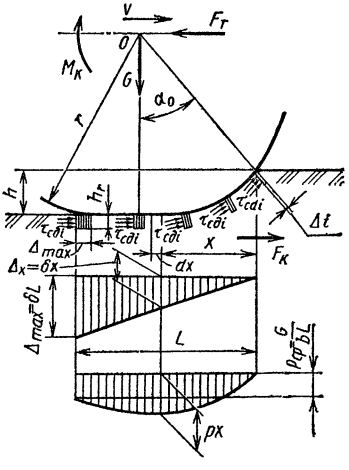


Рис. 2.22. Схема вывода касательной силы тяги эластичного колеса

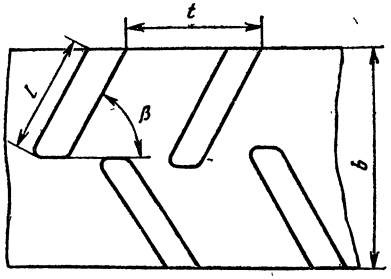


Рис. 2.23. Расположение грунтозацепов на беговой дорожке шины

зацепов в грунт, сдвиг и срез грунтовых кирпичей, зажатых между ними, возможны только при полном использовании сил трения, т. е. когда имеется пробуксовка колеса.

Теоретически передача ведущего момента обязательно должна сопровождаться буксованием, в результате чего ось колеса как бы перемещается на соответствующее расстояние назад. В этом главным образом заключается физическая сущность буксования ведущих колес на деформируемой поверхности и причина снижения их поступательной скорости. Дополнительное незначительное снижение поступательной скорости ведущих колес обусловливается тангенциальными деформациями шин. Благодаря эластичности шины в окружном направлении участки ее, приближающиеся при качении колеса к площадке контакта шины с грунтом, под действием ведущего момента сжимаются, вследствие чего путь, проходимый колесом за один оборот, уменьшается.

Из сказанного выше следует, что сцепление опорной поверхности колеса с грунтом происходит за счет сил трения, возникающих между шиной и грунтом, и силы сдвига и среза грунтовых кирпичей, зажатых между грунтозацепами. При установившемся движении колеса ($v = \text{const}$) сдвиг и срез грунтовых кирпичей происходит в основном в периоды выхода последнего грунтозацепа опорной поверхности колеса из грунта (см. рис. 2.22). В этот момент нагрузка от вышедшего из зацепления грунтозацепа перераспределяется на остальные, находящиеся в зацеплении. Все грунтозацепы сдвигаются и срезают грунт на одинаковую величину Δ_i, причем первый сдвигает грунт на Δ_i, второй на $\Delta_i + \Delta_i = 2\Delta_i$, третий на $\Delta_i + \Delta_i + \Delta_i = 3\Delta_i$ и т. д. Поскольку первый грунтозацеп пройдет все стадии зацепления от входа в грунт до выхода из него, наибольший сдвиг и срез грунта при выходе его из зацепления равен $\Delta_{max} = n\Delta_i$ (здесь n — число грунтозацепов в зацеплении опорной поверхности колеса с грунтом).

С другой стороны, наибольший сдвиг и срез грунта можно представить как произведение коэффициента буксования δ на длину опорной поверхности колеса L, т. е. $\Delta_{max} = \delta L$.

Исследования [4] показали, что распределение деформации сдвига и среза грунтовых кирпичей в контакте опорной поверхности колеса с грунтом можно представить в виде треугольника (см. рис. 2.22).

Напряжения сдвига $\tau_{сд\,i}$, возникающие в грунте при воздействии на него грунтозацепами, возрастают и при Δ_0 достигают максимума $\tau_п$ (см. рис. 1.6), после чего они убывают и при полном срезе грунтового кирпича достигают постоянного значения $\tau_{ск}$. В то же время напряжение $\tau_{ср}$, возникающее при срезе грунтового кирпича боковыми гранями грунтозацепа высотой $h_г$, можно в первом приближении считать не зависящим от деформации.

Таким образом, касательная сила тяги ведущего эластичного колеса, оборудованного грунтозацепами, равна сумме сил трения и реакций сдвига и среза на каждом грунтозацепе.

Как уже отмечалось в гл. 1, зависимость напряжения сдвига от деформации хорошо объясняет формула (1.6), предложенная В. В. Кацыгиным. Используем эту зависимость для вывода формулы касательной силы тяги колеса при сдвиге грунта. Для упрощения вывода заменим опорную поверхность с большим радиусом кривизны (в пределах контакта с грунтом) горизонтальной поверхностью (см. рис. 2.22) с длиной контакта L. При этом предположим, что реакции сдвига параллельны этой плоскости и колесо движется при установившемся режиме.

Суммарную деформацию грунтозацепов, равную в начале зацепления нулю и достигающую в конце значения $\Delta_l = \delta L$, как было показано выше, можно представить в виде треугольника. Тогда деформация грунта на расстоянии x (см. рис. 2.22) от начала зацепления равна $\Delta_x = \delta x$.

Касательная сила тяги колеса, необходимая для преодоления сдвига грунта,

$$F_{\text{к. сд}} = \int_0^L \tau_x \, dA = \int_0^L b\tau_x \, dx, \qquad (2.44)$$

где dA — элементарная площадка опорной поверхности колеса, равная $dA = bdx$; b — ширина грунтозацепа колеса; $b = 2l \cos \beta$ [здесь l — длина боковой грани грунтозацепа; β — угол, характеризующий положение грунтозацепа на колесе (рис. 2.23), при $\beta = 90°$ $b = 22l$]; dx — длина элементарной площадки.

В общем случае τ_x зависит от нормального давления p_x, деформации грунта, его физико-механических свойств, параметров колеса. Из них переменными являются нормальное давление и деформация сдвига, т. е.

$$\tau_x = f(p_x \Delta_x).$$

Подставляя формулы (1.6) в уравнение (2.44), получаем

$$F_{\text{к. сд}} = \int_0^L b f_{\text{ск}} p_x \left(1 + \frac{f_{\text{пр}}}{\operatorname{ch} \frac{\Delta_x}{k_\tau}}\right) \operatorname{th} \frac{\Delta_x}{k_\tau} \, dx.$$

Заменяя $\Delta_x = \delta x$, имеем

$$F_{\text{к. сд}} = \int_0^L b f_{\text{ск}} p_x \left(1 + \frac{f_{\text{пр}}}{\operatorname{ch} \frac{\delta x}{k_\tau}}\right) \operatorname{th} \frac{\delta x}{k_\tau} \, dx,$$

где $p_x = f(G, x)$.

Определим вторую составляющую касательной силы тяги, возникающую при срезе грунтовых кирпичей боковыми гранями грунтозацепа:

$$F_{\text{к. ср}} = \sum_1^n \tau_{\text{ср}} h_{\text{г}} = 2\tau_{\text{ср}} \frac{h_{\text{г}} L}{t},$$

где n — число грунтозацепов на опорной поверхности шины; $h_г$ — высота грунтозацепа; t — шаг грунтозацепа (см. рис. 2.22 и 2.23).

Как видно из формулы, часть касательной силы тяги, необходимая для преодоления напряжений среза, зависит от высоты $h_г$ и шага t грунтозацепа, длины площади контакта L и модуля среза $\tau_{ср}$.

Общая касательная сила тяги колеса

$$F_к = F_{к.\,сд} + F_{к.\,ср} = \int_0^L bf_{ск}p_x\left(1 + \frac{f_{пр}}{\operatorname{ch}\frac{\delta x}{k_\tau}}\right)\operatorname{th}\frac{\delta x}{k_\tau}\,dx + 2\tau_{ср}\frac{h_г L}{t}. \tag{2.45}$$

Длина площади контакта (см. рис. 2.22)

$$L = r\alpha_0 + \sqrt{2rh}, \tag{2.46}$$

где $\alpha_0 = \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{2rh - h^2}{r - h}}$; h —глубина колеи; глубину колеи можно рассчитать по уравнениям (2.42) и (2.43); при этом в этих уравнениях следует заменить радиус r жесткого колеса на радиус приведенного колеса в соответствии с формулой (2.26).

Как видно из формулы (2.45), касательная сила тяги эластичного колеса, необходимая для преодоления сил трения, сдвига и среза грунта, зависит от нормальной нагрузки G, действующей на колесо, параметров колеса (b, r, $h_г$, t), физико-механических свойств грунта ($f_{ск}$, $f_п$, k_τ, k, σ_0) и режима движения (коэффициента буксования δ).

Многочисленными исследованиями установлено, что давление на площади контакта шины с грунтом распределяется неравномерно. Однако в литературе освещаются в основном вопросы, связанные с эпюрами распределения нормального напряжения в грунте под площадью контакта. Они позволяют скорее судить о качественных соотношениях распределения давления и не дают количественных закономерностей.

Если принять в первом приближении, что давление p_x распределено равномерно, т. е. $p_x = p_{ср} = G/bL$, то

$$F_{к.\,сд} = \frac{f_{ск}k_\tau bp_{ср}}{\delta}\left[\ln\operatorname{ch}\frac{\delta L}{k_\tau} - f_{пр}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\frac{\delta L}{k_\tau}} - 1\right)\right].$$

Подставив в формулу $p_{ср} = G/(bL)$, получим

$$F_{к.\,сд} = \frac{f_{ск}k_\tau G}{\delta L}\left[\ln\operatorname{ch}\frac{\delta L}{k_\tau} - f_{пр}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\frac{\delta L}{k_\tau}} - 1\right)\right];$$

$$F_к = \frac{f_{ск}k_\tau G}{\delta L}\left[\ln\operatorname{ch}\frac{\delta L}{k_\tau} - f_{пр}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\frac{\delta L}{k_\tau}} - 1\right)\right] + 2\tau_{ср}\frac{h_г L}{t}. \tag{2.47}$$

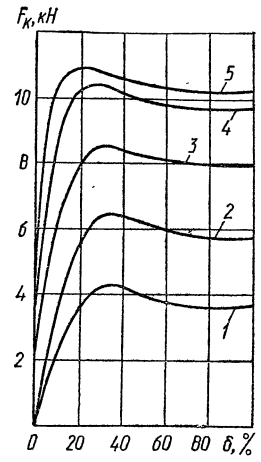


Рис. 2.24. Зависимость касательной силы тяги колеса 13,6R38 ($p_ш$ = 800 кПа) от коэффициента буксования на стерне легкого суглинка:
1 — $F_к$ = 5 кН; *2* — $F_к$ = 10 кН; *3* — $F_к$ = 15 кН; *4* — $F_к$ = 25 кН; *5* — $F_к$ = 35 кН

Проанализируем зависимость касательной силы $F_к$ от режима качения колеса, т. е. от коэффициента буксования (рис. 2.24). Коэффициенты трения покоя $f_п$ и скольжения $f_{ск}$ ($k = 10 \cdot 10^7$ Н/м^3, $k_τ$ = 0,052 м, $τ_{ср}$ = 1,7 кПа) определяем в зависимости от давления (см. рис. 1.5). Длину L площади контакта рассчитываем по формуле (2.46). Давление p принимаем осредненным: $p = G/(bL)$.

Из рис. 2.24 видно, что касательная сила тяги возрастает, пока коэффициент буксования не достигнет определенного значения, после чего она начинает уменьшаться. Уменьшение касательной силы тяги при большом буксовании объясняется тем, что грунтовые кирпичи срезаются, защемляются между грунтозацепами и вращаются вместе с колесом. Поскольку значения напряжения сдвига при скольжении меньше максимальных (напряжений покоя), следовательно, и касательная сила тяги колеса меньше.

При этом следует уточнить понятие «буксование». Под ним следует понимать взаимодействие движителя трактора с опорной поверхностью, сопровождающееся снижением скорости переносного поступательного движения, изменением касательной силы тяги, обусловленное нестабильностью состояния поверхности и тягового сопротивления агрегатируемых машин.

Буксование, при котором развивается максимальная касательная сила тяги, находится в пределах 22—24 %. Это довольно близко к экспериментальным данным. Интересно отметить, что с увеличением нагрузки на колесо максимальная касательная сила тяги развивается при меньшем буксовании. Отсюда вытекает вывод о том, что чем больше нагрузки на колесо, тем меньшее буксование можно допустить. Следовательно, для более тяжелых тракторов допустимое буксование должно быть меньше, чем для легких (исходя из получения максимальных тягово-сцепных качеств).

Проанализируем зависимость касательной силы тяги колеса от вертикальной нагрузки. Для этого проведем расчет касательной силы тяги для колеса 13,6R38 при работе его на стерне суглинка нормальной влажности (рис. 2.25).

Максимальная касательная сила тяги колеса при различных вертикальных нагрузках сначала интенсивно возрастает пропорционально нагрузке, затем ее увеличение становится замедленным. Поэтому целесообразнее нагружать колесо до определенного

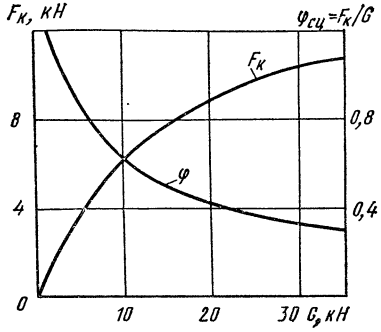


Рис. 2.25. Зависимость тяговых качеств колеса 13,6R38 ($p_ш$ = 800 кПа) от вертикальной нагрузки

предела, когда еще сохраняется пропорциональность между вертикальной нагрузкой и касательной силой тяги. Для данного колеса предел пропорциональности будет при $G = 12 \div 15$ кН. Снижение интенсивности возрастания касательной силы тяги колеса в зависимости от нагрузки объясняется тем, что силы трения, сдвига и среза, действующие на площади контакта колеса с грунтом, увеличиваются не прямо пропорционально нагрузке или давлению. Из рис. 2.25 также видно, что коэффициент сцепления $\varphi_{сц} = F_к/G$ колеса уменьшается с возрастанием вертикальной нагрузки. При $G \to 0$ $\varphi_{сц} \to \infty$. Это объясняется тем, что хотя вертикальная нагрузка отсутствует, но развивается минимальная касательная сила тяги колеса вследствие сил молекулярного трения.

Итак, качение ведущего колеса по грунтовой поверхности всегда сопровождается буксованием, т. е. потерей скорости движения, на что затрачивается дополнительная энергия. Тангенциальная реакция, возникающая при взаимодействии ведущего колеса с грунтом, всегда направлена по движению колеса. Тяговые качества колеса, определяемые тангенциальными реакциями грунта и моментом сопротивления качению, зависят от вертикальной нагрузки, параметров колеса, физико-механических свойств грунта и буксования. Установлено, что максимальная касательная сила тяги колеса развивается не при полном буксовании его, а при буксовании, равном 22—24 %.

2.4. ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ КОЛЕСА НА СКЛОНЕ

При качении колеса (жесткого или эластичного) на склоне (по деформируемой или недеформируемой поверхности) имеет место *качение нестабилизированного и стабилизированного колес*. Примером качения нестабилизированного колеса может быть качение колес обычного равнинного или низкоклиренсного трактора, когда продольная плоскость колеса расположена нормально к поверхности и под углом $90° - \alpha$ к горизонтальной плоскости (рис. 2.26, *а*).

Под стабилизацией колеса на склоне понимается перемещение его в поперечной плоскости до установки остова трактора в вертикальном положении относительно горизонтальной плоскости (рис. 2.26, *б*). Сюда относится качение колес специального крутосклонного трактора. В этом случае продольная плоскость колеса

в определенных пределах угла склона всегда перпендикулярна к горизонтальной и образует с поверхностью угол 90° — α. Качение колеса в стабилизируемом режиме достигается при помощи специальных стабилизирующих устройств, устанавливаемых на крутосклонном тракторе.

При качении нестабилизированного эластичного колеса на склоне под действием боковой составляющей нагрузки G_z пятно контакта шины с поверхностью склона искажается и принимает форму искривленного эллипса. Точка приложения равнодействующей реакций почвы смещается на величину e от продольной плоскости симметрии колеса. При этом возникает боковой увод шины, оцениваемый коэффициентом $k_{ув}$. Можно считать с достаточной степенью точности, что смещение e прямо пропорционально боковому уводу шины $k_{ув}$.

В поперечной плоскости $Y0'Z$ на колесо действует реактивный момент от остова трактора $M_{ост}$, численно равный опрокидывающему моменту $M_{оп}$:

$$M_{ост} = M_{оп} = G(e\cos\alpha + r_{д\alpha}\sin\alpha) =$$
$$= R(e\cos\alpha + r_{д\alpha}\sin\alpha) = R_z r_{д\alpha} + R_y e, \qquad (2.48)$$

где $r_{д\alpha}$ — динамический радиус нестабилизированного колеса при качении его по склону.

Составляющая реакция грунта R_z препятствует сползанию колеса под действием составляющей нагрузки G_z. Нормальная к поверхности составляющая реакции грунта R_y воспринимает нагрузку G_y, т. е. $R_z = G_z$ и $R_y = G_y$.

В продольной плоскости при качении колеса на склоне при неустановившемся режиме на колесо действуют силы и моменты, аналогичные случаю движения колес на равнине (см. рис. 2.9 и 2.16 для ведомого и ведущих колес).

Поскольку можно считать, что площадь контакта нестабилизированного колеса на склоне при прочих равных условиях остается примерно такой же, как и при качении колеса по горизонтальной поверхности, а искажается только ее форма (рис. 2.26, *а*), в первом приближении для подсчета сил и моментов, действующих на колесо в продольной плоскости при работе на склоне, можно

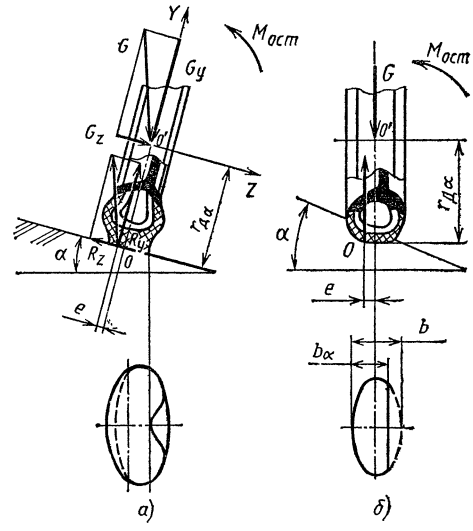


Рис. 2.26. Качение колеса на склоне

использовать формулы, приведенные в параграфах 2.2 и 2.3 для ведомого и ведущего колес. Следует иметь в виду, что если для правого и левого колеса трактора, работающего на равнине, нормальные нагрузки примерно равны, то при работе на склоне происходит перераспределение этих нагрузок: на колесо, находящееся ниже по склону, действует бóльшая нагрузка, чем на верхнее. Перераспределение нагрузок прямо пропорционально углу склона.

Кроме того, надо учесть то обстоятельство, что при качении нестабилизированного эластичного колеса на склоне имеют место значительные радиальные и тангенциальные деформации, на что расходуется значительно больше энергии, чем при качении того же колеса по горизонтальной поверхности. Для учета сопротивлений нестабилизированного эластичного колеса на склоне, возникающих вследствие деформации шины, можно использовать формулу, предложенную Е. А. Омельяновым:

$$F_{\text{спр2}} = BG_y \sqrt[3]{\frac{G_y}{p_{\text{ш}} D_{\text{пр}}^2}},$$

где B — коэффициент, зависящий от конструкции шины.

Учитывая, что сила сопротивления качению колеса за счет деформации грунта на равнине определяется формулой (2.24), получаем формулу для определения сопротивления качению эластичного нестабилизированного колеса в ведомом режиме:

$$F_{\text{спр}\,\alpha} = F_{\text{спр1}} + F_{\text{спр2}} = 0{,}5G_y \sqrt[3]{\frac{G_y}{kbD_{\text{пр}}^2}} + BG_y \sqrt[3]{\frac{G_y}{p_{\text{ш}} D_{\text{пр}}^2}},$$

где $D_{\text{пр}}$ — приведенный диаметр эластичного колеса; $p_{\text{ш}}$ — давление воздуха в шине; b — ширина колес; G_y — нормальная нагрузка; k — коэффициент объемного смятия грунта.

При качении стабилизированного колеса на склоне поверхность пятна контакта не только искажается по форме, но и уменьшается по ширине на величину ($b - b_\alpha$). Достаточно сказать, что по экспериментальным данным при крутизне склона более 20° в контакте с грунтом остается менее половины ширины колеса. Вследствие этого изменяются эпюра давлений по контакту, тяговосцепные качества колеса, а также профиль шины, однако в меньшей степени, чем профиль шины не стабилизированного колеса. На рис. 2.26, *б* показано изменение профиля шины в зависимости от угла склона. Поэтому формулы для определения сопротивления качению и касательной силы эластичного колеса при работе его на склоне требуют уточнения.

Следует отметить то обстоятельство, что искажение формы и размеров контакта ведет к смещению равнодействующей реакций грунта R в поперечной плоскости на величину e вверх по склону. Вследствие этого в поперечной плоскости возникает опрокидывающий момент $M_{\text{оп}} = Ge = Re$. Однако этот момент будет значи-

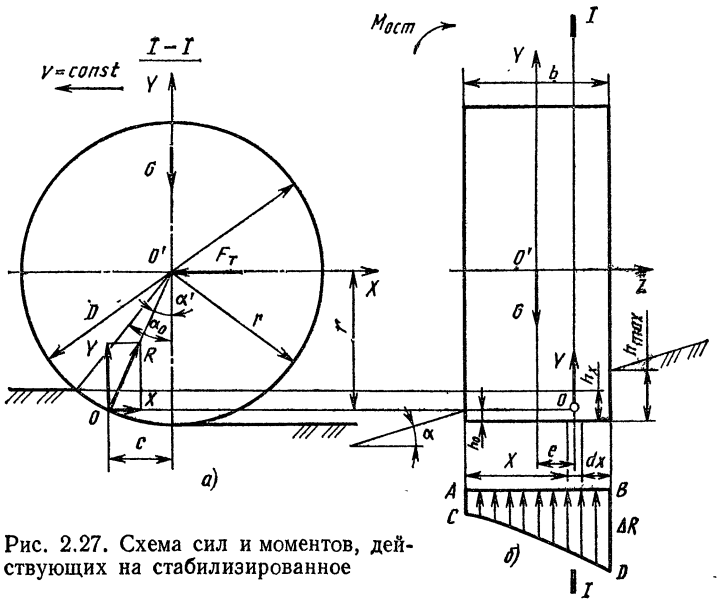


Рис. 2.27. Схема сил и моментов, действующих на стабилизированное

тельно меньше, чем момент нестабилизированного колеса при работе на склоне [см. формулу (2.48)].

Для трактора со стабилизированными в поперечной плоскости колесами можно считать, что нагрузка на правые и левые колеса распределяется примерно равномерно (если не учитывать действия опрокидывающего момента).

Рассмотрим качение ведомого жесткого стабилизированного колеса по деформируемой поверхности склона. Предположим, что колесо движется под действием толкающей силы $F_т$ в установившемся режиме, т. е. $v = \text{const}$. Трением в подшипниках ступицы колеса пренебрегаем ввиду его малости. На колесо действует нормальная к горизонту вертикальная нагрузка G (рис. 2.27). Со стороны грунта на него действуют реакции, равнодействующая R которых приложена в точке O.

Разложим равнодействующую реакций грунта на составляющие по осям X и Y (рис. 2.27, *а*). Произведение Yc представляет собой момент сопротивления качению колеса $M_{спр}$, т. е. $M_{спр} = Yc = Xr_{дα}$. Составляющая равнодействующей реакций грунта X представляет собой силу сопротивления качению за счет образования колеи. Кроме того, на колесо в поперечной плоскости действует реактивный момент $M_{ост}$ от веса остова трактора, удерживающий колесо от опрокидывания под действием пары сил G и Y, т. е. $M_{ост} = M_{оп} = Ye = Ge$.

Из рис. 2.27, *б* видно, что глубина колеи по ширине колеса b после его прохода не остается постоянной по сравнению с глубиной колеи при качении колеса по горизонтальной поверхности

или качении нестабилизированного колеса на склоне. Смещение e реакции Y в поперечной плоскости зависит от многих факторов и в первую очередь от вертикальной нагрузки, параметров колеса и физико-механических свойств грунта. Можно предположить, что точка 0 приложения равнодействующей реакций грунта R (а также ее вертикальная составляющая Y и горизонтальная составляющая X) будет располагаться в центре тяжести эпюры $ABCD$ реакций грунта ΔR, действующих в плоскости $I—I$ (см. рис. 2.27, *б*).

С некоторым приближением эпюру реакций грунта $ABCD$ можно заменить трапецией. Тогда

$$e = \frac{b}{6h_{\max}}(h_{\max} - h_0).$$

При $h_0 = 0$ эпюра реакций грунта ΔR принимает вид треугольника и $e = b/6$.

Следует также отметить, что вследствие смещения равнодействующей реакций грунта R от плоскости симметрии колеса на величину e, кроме опрокидывающего момента, возникает момент увода колеса $M_{\text{ув}} = Xe$, действующий в плоскости $X0Z'$. Этот момент так же, как и опрокидывающий, уравновешивается реактивным моментом от веса остова трактора $M_{\text{ост}}$. Момент увода вызывает боковой увод колеса вниз по склону.

Поскольку значение реакций грунта ΔR по ширине колеса непостоянно,

$$R = \int_0^{\alpha_0}\int_0^{b} \sigma\, dA, \tag{2.49}$$

где α_0 — угол охвата контактной поверхности колеса; по ширине колеса его значение переменно; $dA = rd\alpha\, dx$.

Используя методику определения равнодействующей реакций грунта, возникающей при качении жесткого ведомого колеса по горизонтальной деформируемой поверхности (см. параграф 2.2), для сечения $I—I$ уравнение (2.49) можно записать в следующем виде:

$$dX = dF_{\text{спр}} = \frac{1}{2} kh_x^2\, dx; \tag{2.50}$$

$$dY = dG = kh_x \sqrt{2rh_x}\, dx, \tag{2.51}$$

где

$$h_x = h_0 + x \operatorname{tg} \alpha.$$

Подставляя значение h_x в уравнения (2.50) и (2.51), получаем

$$X = F_{\text{спр}} = \frac{1}{2} k \int_0^{b} (h_0 + x \operatorname{tg}\alpha)^2\, dx; \tag{2.52}$$

$$Y = G = k \int_0^{b} (h_0 + x \operatorname{tg}\alpha) \sqrt{2r\,(h_0 + x \operatorname{tg}\alpha)}\, dx. \tag{2.53}$$

Решая уравнения (2.52) и (2.53), найдем

$$F_{\text{спр}} = \frac{1}{2} kbh_0^2 + \frac{1}{2} kh_0 b^2 \operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{6} kb^3 \operatorname{tg}^2\alpha; \qquad (2.54)$$

$$G = \frac{2}{5} \frac{k\sqrt{D}}{\operatorname{tg}\alpha} \left[(h_0 + b \operatorname{tg}\alpha)^{\frac{5}{2}} - h_0^{\frac{5}{2}} \right]. \qquad (2.55)$$

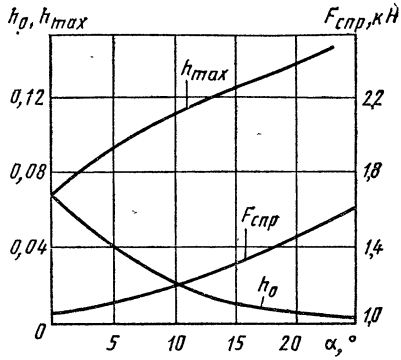


Рис. 2.28. Зависимость силы сопротивления качению жесткого колеса от угла склона

Решая совместно уравнения (2.54) и (2.55), можно определить силу сопротивления качению колеса $F_{\text{спр}}$ на склоне вследствие образования колеи, а также глубины колеи h_0 и $h_{\max}$ ($h_{\max} = h_0 + b \operatorname{tg}\alpha$).

Как видно из уравнений (2.54) и (2.55), сила сопротивления качению жесткого колеса по деформируемой поверхности склона зависит, кроме других факторов, и от угла склона. На рис. 2.28 показаны зависимости силы сопротивления качению колеса $F_{\text{спр}}$ ($D = 1{,}57$ м, $b = 0{,}32$ м) вследствие образования колеи, а также глубины колеи h_0 и $h_{\max}$ от угла склона при движении по стерне суглинка, $k = 0{,}1 \cdot 10^7$ Н/м^3 при $G = \text{const} = 10$ кН. Из рис. 2.28 видно, что при $\alpha = 0$ глубина колеи равна 0,076 м, что соответствует качению этого колеса по горизонтали. При увеличении угла склона сила сопротивления качению колеса возрастает, причем увеличивается также максимальная глубина колеи, а h_0 снижается.

При $h_0 = 0$ и $b_\alpha < b$ (см. рис. 2.26, *б*) формулы (2.54) и (2.55) имеют следующий вид:

$$F_{\text{спр}} = \frac{1}{6} \frac{k}{\operatorname{tg}\alpha} h_{\max}^3; \qquad (2.56)$$

$$G = \frac{2}{5} \frac{k\sqrt{D}}{\operatorname{tg}\alpha} h_{\max}^{\frac{5}{2}};$$

$$h_{\max} = \sqrt[5]{\left(\frac{5}{2} \frac{G \operatorname{tg}\alpha}{k\sqrt{D}} \right)^2}. \qquad (2.57)$$

Подставляя значения $h_{\max}$ из формулы (2.52) в формулу (2.56), получаем

$$F_{\text{спр}} = \frac{1}{6} kb_\alpha \left(\frac{5}{2} \frac{G \operatorname{tg}\alpha}{k\sqrt{D}} \right)^{4/5}.$$

Поскольку $b_\alpha = h_{\max}/\operatorname{tg}\alpha$,

$$F_{\text{спр}} = \frac{5}{12} \sqrt[5]{\frac{5}{2} \frac{G^6 \operatorname{tg}\alpha}{kD^3}}.$$

При качении ведомого эластичного стабилизированного колеса по деформируемой поверхности склона, кроме сил сопротивления качению вследствие образования колеи, необходимо учитывать потери энергии на нормальную и тангенциальную деформации шины. Поэтому формулы для определения сопротивления качению эластичного колеса по склону в ведомом режиме имеют вид:

при $b_\alpha = b$

$$F_{\text{спр}} = \frac{1}{2} kbh_0^2 + \frac{1}{2} kh_0 b^2 \operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{6} kb^3 \operatorname{tg}^2\alpha + B\sqrt[3]{\frac{G^4}{p_{\text{ш}} D_{\text{пр}}^2}}; \tag{2.58}$$

$$G = \frac{2}{5}\frac{k\sqrt{D}}{\operatorname{tg}\alpha}\left[(h_0 + b\operatorname{tg}\alpha)^{5/2} + h_0^{5/2}\right];$$

при $b_\alpha < b$ и $h_0 = 0$

$$F_{\text{спр}} = \frac{5}{12}\sqrt[5]{\frac{5}{2}\frac{G^6 \operatorname{tg}\alpha}{kD_{\text{пр}}^2}} + B\sqrt[3]{\frac{G^4}{p_{\text{ш}} D_{\text{пр}}^2}}; \tag{2.59}$$

$$h_{\max} = \sqrt[5]{\frac{25}{4}\frac{G^2 \operatorname{tg}^2\alpha}{k^2 D_{\text{пр}}}},$$

где $D_{\text{пр}}$ — диаметр, приведенный к жесткому диаметру эластичного колеса.

Рассмотрим равномерное качение стабилизированного ведущего эластичного колеса по деформируемой поверхности склона (рис. 2.29). В соответствии со схемой качение колеса вызывается ведущим моментом $M_{\text{к}}$, приложенным к его оси. Со стороны остова трактора на колесо действуют: реактивная сила $F_{\text{т}}$ (сопротивление, оказываемое остовом машины толкающему колесу); вертикальная нагрузка G, включающая как часть веса остова машины, приходящегося на колесо, так и вес колеса и реактивный

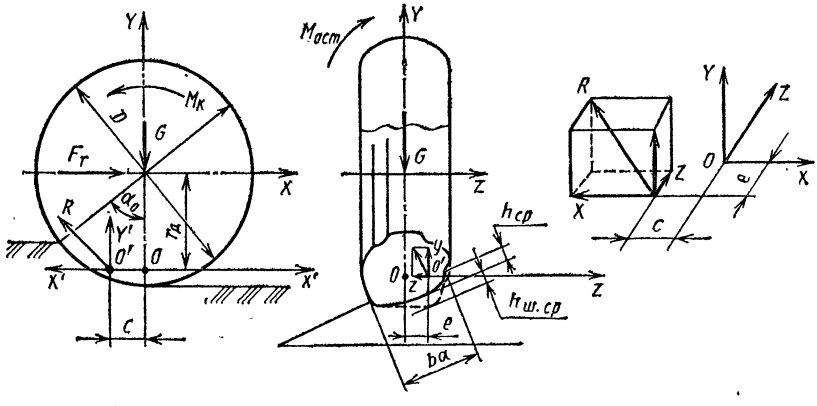


Рис. 2.29. Схема сил и моментов, действующих на стабилизированное ведущее эластичное колесо на склоне

момент $M_{ост}$ от веса остова трактора, препятствующий опрокидыванию и сползанию колеса. Реактивные силы, действующие со стороны грунта на колесо, представлены реакцией R, приложенной в точке O'.

Разложим равнодействующую реакций грунта на составляющие X, Y и Z. Тогда в плоскости YOZ действует опрокидывающий момент $M_{оп} = Ye - Zr_д$, воспринимаемый остовом трактора. В плоскости YOX действуют момент сопротивления колеса $M_{спр} = Yc$ и момент $Xr_д$. Эти моменты в сумме составляют ведущий момент $M_к$. В плоскости XOZ действует момент увода колеса $M_{ув} = Xe$, воспринимаемый остовом трактора.

Для определения касательной силы тяги колеса $F_к = M_к/r_д$ используем формулу (2.45), в которую вместо b и L необходимо подставить реальную ширину колеса b_α и длину контакта колеса L_α.

С учетом этих замечаний формула для определения касательной силы тяги эластичного колеса на склоне имеет вид

$$F_к = \int_0^{L_\alpha} b_\alpha f_{ск} p_x \left(1 + \frac{f_{пр}}{\operatorname{ch}\frac{\delta x}{k_\tau}}\right) \operatorname{th}\frac{\delta x}{k_\tau} dx + 2\tau_{ср}\frac{h_г L_\alpha}{t}, \quad (2.60)$$

где b_α можно подсчитать по следующей формуле:

$$b_\alpha = \frac{b}{2} + r\sin\left[\arccos\left(1 - \frac{h_{ср} + h_{ш.\,ср}}{r} - \alpha_0\right)\right],$$

где $h_{ср}$ — средняя глубина колеи; $h_{ш.\,ср}$ — средний прогиб шины при одновременном действии тангенциальных и вертикальных нагрузок.

В первом приближении можно принять, что длина L_α контакта стабилизированного эластичного колеса на склоне не отличается от длины L контакта эластичного колеса при движении его по горизонтальной поверхности. Тогда из формулы (2.60) следует, что касательная сила тяги при прочих равных условиях прямо пропорциональна ширине пятна контакта колеса. Как было установлено ранее, ширина пятна контакта колеса с увеличением склона уменьшается. Следовательно, касательная сила тяги стабилизированного эластичного колеса уменьшается с увеличением склона, что ведет к ухудшению тяговых качеств трактора при работе на склоне.

Итак, качение любых колес по деформируемой поверхности склона сопровождается увеличенным, по сравнению с качением по горизонтали, сопротивлением качению вследствие образования колеи и искажения формы поперечного сечения шины. Тяговые качества эластичных колес в ведущем режиме также ухудшаются. Кроме того, возникают силы и моменты, ведущие к сползанию и опрокидыванию колеса.

2.5. КАЧЕНИЕ ЭЛАСТИЧНОГО КОЛЕСА С УВОДОМ

Рассмотрим качение эластичного колеса при приложении к нему боковой силы Z (рис. 2.30). При этом колесо движется в установившемся режиме по горизонтальной поверхности. В этом случае на колесо действует нормальная нагрузка G, толкающее усилие или реакция остова трактора $F_т$, крутящий момент $M_к$. Элементарные реакции, действующие в пятне контакта колеса с грунтом, приведем к двум результирующим реакциям грунта, параллельным осям координат: $X = F_к$ касательной реакции (силе сопротивления качению $F_{спр}$), параллельной оси X, боковой реакции $Z = F_б$, параллельной оси Z, и нормальной реакции $Y = G$, параллельной оси Y. Точка E пересечения реакции Y с контактной площадкой располагается на некотором расстоянии c от оси Z и на расстоянии n от оси X. Если плоскость качения колеса перпендикулярна к поверхности грунта, профиль шины симметричен и на колесо не действуют боковые силы, то $n = 0$. У ведомого и ведущего колес точка приложения реакции Y сдвинута относительно оси Z в сторону движения колеса. Расстояние n в этом случае считается положительным.

Реакция $F_б$ приложена на некотором расстоянии e от оси Z. У ведомого колеса при небольших и средних значениях боковой силы реакция смещена назад относительно оси Z. Расстояние e в этом случае считается отрицательным. У ведущего колеса, а также у ведомого при больших боковых силах плечо e равно нулю или имеет положительное значение.

Сила $F_к$ ($F_{спр}$) в общем случае приложена на некотором расстоянии d от оси X. При прямолинейном движении, если плоскость качения колеса перпендикулярна к поверхности грунта, профиль шины симметричен и на колесо не действуют боковые силы, плечо $d = 0$. При криволинейном движении колеса сила $F_к$ ($F_{спр}$) смещается от оси в сторону, противоположную размещению

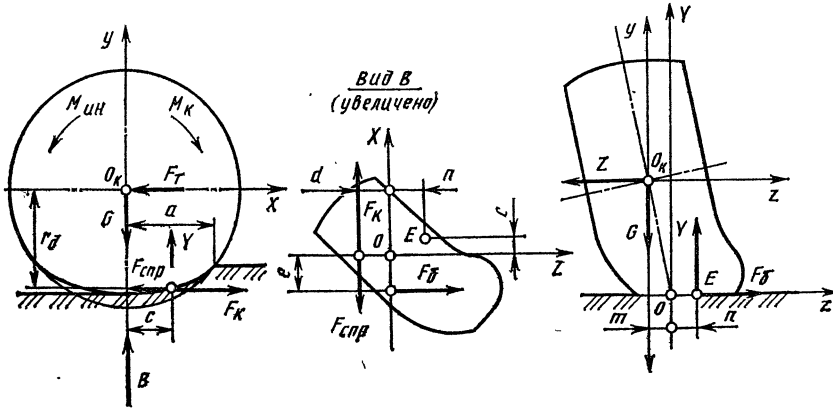
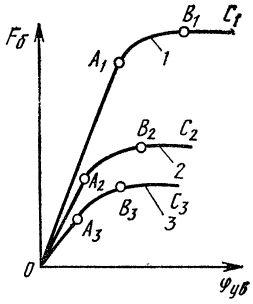


Рис. 2.30. Схема к определению бокового увода колеса

Рис. 2.31. Зависимость между углом увода и боковой силой



кривизны траектории колеса. Плечо d имеет положительное значение.

При теоретических исследованиях обычно точку приложения сил $F_к$ ($F_{спр}$), $F_б$ и Y переносят в начало координат (точка O, рис. 2.30).

При этом момент сопротивления качению $M_{спр} = Yc = Gc$; опрокидывающий момент $M_{оп} = Yn = Gn$; поперечный стабилизирующий момент $M_{су} = Zc = F_б e$; продольный стабилизирующий момент шины $M_{сх} = Xd = F_к d$. Полный стабилизирующий момент колеса $M_с = M_{сх} + M_{су}$.

Точкой приложения сил взаимодействия колеса с отсеченной частью трактора считается центр колеса $O_к$. Прямоугольная система координат xyz должна быть расположена так, чтобы ее начало совпадало с центром колеса, а оси x, y, z были параллельны осям X, Y, Z. Силу G, направленную перпендикулярно к плоскости движения, называют нормальной нагрузкой; силу $F_т$, параллельную плоскости движения и качения, — продольной; силу $F_б$, перпендикулярную к силам G и $F_т$, — боковой силой.

Относительно оси y действует стабилизирующий момент $M_с$; относительно оси z — момент $M_у$, передаваемый колесу полуосью; относительно оси x — момент $M_х$, равный сумме моментов от боковой реакции $F_б$ на плече $r_д$ и нормальной реакции Y на плече $m + n$.

В общем случае вращение колеса относительно вертикальной или наклонной оси называют *поворотом колеса*; поворот колеса относительно оси X — *наклоном колеса*; путь, проходимый центром колеса в плоскости движения, — *путем колеса*; скорость центра колеса в плоскости движения — *скоростью колеса*; проекция скорости на ось X — *продольной составляющей*, а проекция на ось Z — *боковой составляющей*; угол между вектором скорости колеса и положительным направлением оси X — углом увода $\varphi_{ув}$ (см. рис. 2.7). Положение, при котором оба колеса управляемой оси расположены симметрично относительно продольной оси трактора, называют *нейтральным положением управляемых колес*. Угол между направлением оси X, соответствующим нейтральному положению колес, и некоторым текущим положением этой оси называют *углом поворота колеса*; угол между плоскостью качения и осью Y — *углом наклона* или *развала колеса*.

Зависимость между углом $\varphi_{ув}$ увода и боковой силой $F_б$ при постоянной вертикальной нагрузке на колесо, на различной опорной поверхности показана на рис. 2.31. Из рисунка видно, что при небольших значениях боковой силы угол увода примерно пропорционален ей и зависимость $F_б = f(\varphi_{ув})$ представляется

прямой, проходящей через начало координат. Увеличение боковой силы вызывает частичное проскальзывание шины в поперечном направлении, и линейная зависимость $F_б = f(\varphi_{ув})$ нарушается. При этом отклонение средней плоскости колеса от направления движения вызывается не только боковой эластичностью шины, но и частичным проскальзыванием отпечатка пятна контакта, а также податливостью грунта. Когда боковая сила достигает значения силы сцепления, начинается боковое скольжение шины и угол увода увеличивается при постоянном значении боковой силы. Зависимость $F_б$ от $\varphi_{ув}$ при этом характеризуется горизонтальным участком кривой $F_б = f(\varphi_{ув})$. Чем меньше коэффициент сцепления с опорной поверхностью, тем при меньших значениях боковой силы нарушается линейная зависимость между $F_б$ и $\varphi_{ув}$. Для кривой *1* (см. рис. 2.31) значение коэффициента сцепления примерно в 3 раза, а для кривой *2* в 2 раза больше, чем для кривой *3*.

Для начальных участков кривых $F_б = f(\varphi_{ув})$ зависимость между $F_б$ и $\varphi_{ув}$ можно выразить формулой:

$$F_б = k_{ув} \operatorname{tg} \varphi_{ув} \approx k_{ув}\varphi_{ув}, \qquad (2.61)$$

где $k_{ув}$ — коэффициент сопротивления боковому уводу.

По коэффициенту сопротивления боковому уводу можно определить боковую силу, которую необходимо приложить к колесу, чтобы получить угол увода в один радиан. Коэффициент сопротивления боковому уводу зависит от различных конструктивных и эксплуатационных факторов. Основными из них являются: размеры и конструкция шины, давление воздуха в ней, характер приложения и значение сил, действующих на колесо, скорость движения, тип и состояние опорной поверхности, траектории движения центра колеса.

Факторы, влияющие на коэффициент сопротивления уводу, учитываются соответствующими корректировочными коэффициентами, что позволяет использовать выражение (2.61) и для нелинейных участков зависимости $F_б = f(\varphi_{ув})$:

$$k_{ув} = k_{ув.\,о}\beta_G\beta_F\beta_\varphi,$$

где $k_{ув.\,о}$ — коэффициент сопротивления уводу на линейном участке зависимости $F_б = f(\varphi_{ув})$; $\beta_G = G/G_{опт}\ [2{,}4—1{,}8\,(G/G_{опт}) + 0{,}4\,(G/G_{опт})^2]$ — корректирующий коэффициент по нормальной нагрузке колеса [здесь G — текущее значение весовой нагрузки на колесо; $G_{опт}$ — весовая нагрузка, приходящаяся на колесо и соответствующая максимуму зависимости $k_{ув} = f(G)$]; β_F — корректирующий коэффициент касательной силы тяги; β_φ — корректирующий коэффициент по боковой силе.

При $\sqrt{F_к^2 + F_б^2} \leqslant 0{,}5\varphi_{сц}G$ корректирующий коэффициент касательной силы тяги

$$\beta_F = \frac{\sqrt{1 - F_к/(\varphi_{сц}G)}}{1 + 0{,}375\,(F_к/\varphi_{сц}G)}.$$

Если $\sqrt{F_к^2 + F_б^2} > 0{,}5\varphi_{сц}G$, то

$$\beta_F = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{F_к}{\varphi_{сц}G}\right)^2}}{1 + 0{,}375\left(\frac{F_к}{\varphi_{сц}G}\right)},$$

где $\varphi_{сц}$ — коэффициент сцепления ведущих колес с грунтом.

Корректирующий коэффициент боковой силы

$$\beta_\varphi = \frac{\mu\varphi_{сц}G}{\varphi_{ув}k_{ув.\,о}}\left(2 - \frac{\mu\varphi_{сц}G}{\varphi_{ув}k_{ув.\,о}}\right),$$

где μ — коэффициент, зависящий от формы контактной площадки и характера распределения элементарных вертикальных реакций опорной поверхности.

При равномерном распределении элементарных реакций и эллиптической форме контакта площадки $\mu = 0{,}425$, при прямоугольной форме контактной площадки $\mu = 0{,}5$.

Поправка коэффициента сопротивления уводу при действии на колесо боковой силы применима, если $\varphi_{ув}k_{ув.\,о} \geqslant \mu\varphi_{сц}G$. В остальных случаях поправка β_φ равна единице.

Имеется ряд попыток подобрать эмпирические зависимости, которые дали бы возможность, зная размеры шин и их некоторые эксплуатационные характеристики, определить расчетным путем коэффициент сопротивления боковому уводу. Р. Смилей и В. Горн предложили следующую формулу:

для $h/D < 0{,}0885$

$$k_{ув.\,о} = c\left[1{,}75\frac{h}{D} - 12{,}7\left(\frac{h}{D}\right)^2\right]p_ш b^2;$$

для $h/D > 0{,}088$

$$k_{ув.\,о} = c\left(0{,}095 - 0{,}49\frac{h}{D}\right)p_ш b^2,$$

где $h/D = 0{,}42\frac{G}{p_ш D^2}\sqrt{D_0/b}$; D_0 — наружный диаметр шины в свободном состоянии, см; $p_ш$ — давление воздуха в шине, Па; b — ширина шины, м; c — безразмерный коэффициент, зависящий от конструкции шины; для шин обычной конструкции $c = 60$.

Таким образом, в общем случае взаимодействие колеса с опорной поверхностью при криволинейном движении трактора характеризуется следующими показателями: тремя силами, приложенными в одной точке, принятой за начало координат, и направленных по трем координатным осям, и тремя моментами относительно каждой из координатных осей.

2.6. ТЯГОВЫЙ БАЛАНС КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА

Общий случай движения. При рассмотрении общей динамики следует иметь в виду, что трактор может эксплуатироваться с навесными или прицепными машинами, т. е. является

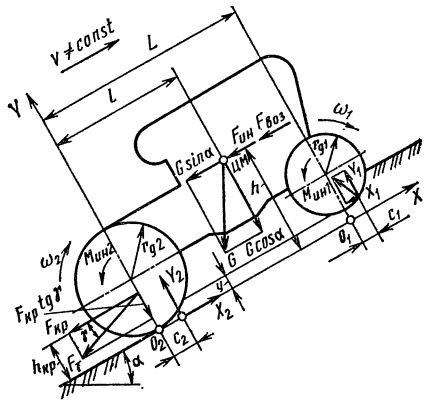


Рис. 2.32. Схема сил и моментов, действующих на колесный трактор при неустановившемся движении на подъем

составной частью машинно-тракторного агрегата. Поэтому при анализе динамики отдельного трактора всегда следует учитывать влияние агрегатируемых машин.

Рассмотрим общий случай движения трактора с колесной формулой 4К2 в агрегате с прицепной или навесной машиной.

При неустановившемся движении (ускоренном или замедленном) на трактор действуют следующие силы и моменты (рис. 2.32): сила тяжести отдельных частей трактора и навесной машины (агрегата); силы инерции агрегата и моменты касательных сил инерции вращающихся масс трактора и агрегата в целом; тяговые сопротивления агрегатируемой машины; сопротивление воздуха и реакции грунта на движитель.

Для упрощения чертежа колеса изображены на схеме окружностями, радиусы которых равны динамическим радиусам. Допустим, что движение агрегата происходит ускоренно на подъем под углом α к горизонтальной плоскости.

Силы тяжести отдельных частей агрегата. Эти силы, включая вес трактора, агрегатируемой навесной машины, тракториста, топлива, охлаждающей жидкости, смазочных материалов и т. п., могут быть заменены их равнодействующей G, приложенной в центре масс агрегата. Если навесная или прицепная машина имеет опорные колеса, вес агрегатируемой машины воспринимается ими, а на трактор действует равнодействующая G, равная его эксплуатационному весу и приложенная в центре масс трактора.

Разложим равнодействующую силу G на составляющую $G \sin \alpha$, действующую параллельно поверхности, и составляющую $G \cos \alpha$, действующую по нормали относительно силы G.

Силы и моменты инерции агрегата. При общем динамическом исследовании силы инерции отдельных частей агрегата, возникающие при неустановившемся прямолинейно-поступательном движении, могут быть заменены их равнодействующей $F_{ин}$, приложенной в центре масс агрегата:

$$F_{ин} = ma = m\frac{dv_д}{dt} = \frac{G}{g}\frac{dv_д}{dt},$$

где $m = G/g$ — масса агрегата; $a = \pm\dfrac{dv_д}{dt}$ — ускорение (замедление) агрегата при прямолинейно-поступательном движении; знак минус соответствует уско-

ренному движению, а знак плюс — замедленному; g — ускорение свободного падения

Равнодействующая $F_{ин}$ направлена параллельно поверхности пути в сторону, обратную ускоренному движению (замедленному). Направление силы $F_{ин}$ (см. рис. 2.32) соответствует ускоренному движению трактора передним ходом.

На трактор также действуют моменты касательных сил инерции вращающихся деталей трактора и агрегата в целом. Эти моменты действуют в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Можно предположить, что вращающиеся детали двигателя (при продольном расположении), силовой передачи и привода агрегатируемой машины, расположенные на продольных валах, а также массы двигателя, движущиеся возвратно-поступательно, создают моменты касательных сил инерции, действующие в поперечной плоскости. Колеса движителя и агрегатируемой машины, а также детали привода к ним, установленные на поперечных валах, создают моменты касательных сил инерции, действующие в продольной плоскости.

При установившейся работе трактора момент сил инерции вращающихся и движущихся возвратно-поступательно масс двигателя и агрегата периодически изменяется. Наличие этих периодически изменяющихся моментов вызывает вибрацию остова (рамы трактора). Кинетическая энергия этих масс также периодически изменяется, но среднее за период значение кинетической энергии при установившемся режиме остается постоянным.

При неустановившемся движении агрегата возникает добавочный момент касательных сил инерции вращающихся и движущихся возвратно-поступательно частей двигателя, деталей силовой передачи и агрегата, установленных на продольных валах. Этот момент равен произведению момента инерции J'_x указанных частей агрегата, приведенных к коленчатому валу, на среднее за период угловое ускорение (замедление) коленчатого вала.

Приведение всех указанных масс к коленчатому валу двигателя производим на основании равенства кинетической энергии приведенной массы сумме кинетической энергии вращающихся на продольных валах деталей силовой передачи и привода агрегатируемой машины:

$$\frac{J'_x\omega_д^2}{2} = \sum \frac{J_r\omega_r^2}{2},$$

где J'_x — искомый приведенный момент инерции масс вращающихся деталей силовой передачи и привода агрегатируемой машины, установленных на продольных валах и приведенных к коленчатому валу двигателя; $\omega_д$ — угловая скорость коленчатого вала; J_r — момент инерции массы какой-либо вращающейся детали, кинематически связанной с коленчатым валом; ω_r — угловая скорость указанной детали.

Тогда

$$J'_x = \sum J \frac{\omega_r^2}{\omega_д^2}.$$

Поскольку $\omega_д/\omega_r = i_r$,

$$J'_x = \sum J_r/i_r^2,$$

где i_r — передаточное число.

Обозначим момент инерции вращающихся и движущихся возвратно-поступательно масс (в том числе и деталей муфты сцепления, установленных на маховике) двигателя $J_д$.

Тогда суммарный момент инерции масс, установленных на продольных валах и приведенных к коленчатому валу двигателя;

$$J'_a = J'_x + J_д.$$

Возникающие при неустановившемся движении агрегата моменты касательных сил инерции, действующие в продольной плоскости, приводятся обычно к двум моментам: $M_{ин1}$ — суммарному моменту касательных сил инерции ведущих колес и кинематически связанных с ними вращающихся на поперечных валах деталей силовой передачи трактора и привода агрегатируемой машины, в том числе и ее ведущих опорных колес; $M_{ин2}$ — моменту касательных сил инерции ведомых колес.

Если передние колеса трактора являются ведущими, необходимо учесть моменты касательных сил инерции деталей силового привода переднего моста.

Тяговое сопротивление агрегатируемой машины. Тяговое сопротивление агрегатируемой машины в общем случае можно представить эквивалентной системой сил и моментов, состоящей из равнодействующей сил сопротивления рабочих органов машины и сил сопротивления качению опорных колес, а также моментов, действующих в трех взаимно перпендикулярных плоскостях.

Для упрощения анализа динамики колесного трактора предположим, что тяговое сопротивление агрегатируемой машины представлено равнодействующей $F_т$, расположенной в продольной плоскости под углом γ к поверхности пути.

Перенесем равнодействующую тягового сопротивления в точку пересечения ее с плоскостью, нормальной к поверхности пути, проведенной через геометрическую ось ведущих колес и разложим ее на составляющие: $F_{кр}$, параллельную поверхности пути (см. рис. 2.32), и $F_{кр}\,\mathrm{tg}\,\gamma$, нормальную к ней.

Точку пересечения направления равнодействующей тягового сопротивления с нормалью к поверхности пути называют условной точкой прицепа.

Сопротивление воздуха. Сопротивление воздуха $F_{воз}$ складывается из лобового сопротивления потоку воздуха, сжимаемого движущимся агрегатом, сопротивления, создаваемого завихрением воздуха вокруг движущегося агрегата, и сопротивления граничному трению воздуха о поверхность агрегата.

Сопротивление воздуха

$$F_{воз} = k_в A v_д^2,$$

где $k_в$ — приведенный коэффициент сопротивления воздуха (коэффициент обтекаемости), Н·с²/м⁴; A — площадь лобовой поверхности агрегата, т. е. проекция контура машины на плоскость, перпендикулярную к поверхности движения, м²; $v_д$ — скорость движения, м/с.

Коэффициент сопротивления воздуха — это сопротивление воздушной среды, приходящейся на 1 м² лобовой поверхности тела данной формы, движущегося со скоростью 1 м/с.

При скоростях движения до 15 км/ч сопротивление воздуха незначительно, и им можно пренебречь. Однако при транспортных работах, когда скорость движения у современных колесных тракторов достигает 35 км/ч, это сопротивление почти равно тяговому сопротивлению прицепов, и ее следует учитывать.

Площадь лобового сопротивления трактора можно в первом приближении определить по формуле

$$A = BH,$$

где B — ширина колеи трактора; H — высота трактора.

Прицепы вызывают увеличение сопротивления воздуха. Ориентировочно принимают, что у тракторных поездов каждый прицеп увеличивает коэффициент сопротивления воздуха на 20—30 % по сравнению с одиночным трактором.

Значения коэффициента $k_в$ сопротивления воздуха колеблются в широких пределах, поэтому в первом приближении его можно принять таким же, как и у грузовых автомобилей, т. е. 0,5—0,8.

Равнодействующая $F_{воз}$ элементарных сил сопротивления воздуха приложена в так называемом «центре парусности» агрегата, положение которого может быть установлено только экспериментально. При ориентировочных расчетах считают, что центр парусности расположен на одной высоте с центром масс.

Реакция грунта на движитель. При неустановившемся движении сила сопротивления качению ведомых колес направлена параллельно поверхности пути и приложена на расстоянии $r_д$ от геометрической оси колеса:

$$X_1 = \frac{M_{спр1} + M_{ин1}}{r_{д1}} = Y_1 \frac{c_1}{r_{д1}} + \frac{M_{ин1}}{r_{д1}}. \qquad (2.62)$$

Реакция грунта на направляющие колеса Y_1 направлена по нормали к поверхности пути на расстоянии c_1 от плоскости, проведенной через геометрическую ось колеса нормально к указанной поверхности. Значение этой реакции определяется в зависимости от условий работы трактора.

Толкающая сила или реакция грунта X_2, направленная параллельно поверхности пути и приложенная на расстоянии c_2 от геометрической оси ведущих колес,

$$X_2 = F_к - Y_2 \frac{c_2}{r_{д2}} - \frac{M_{ин2}}{r_{д2}} = F_к - \frac{M_{спр2} + M_{ин2}}{r_{д2}}. \qquad (2.63)$$

Реакция грунта X_2 всегда направлена по движению трактора и является движущей силой, вызывающей перемещение тракторного агрегата.

Реакция грунта на ведущие колеса Y_2 направлена по нормали к поверхности пути на расстоянии c_2 от плоскости, проведенной через геометрическую ось ведущих колес нормально к указанной поверхности. Значение этой реакции определяется в зависимости от условий работы трактора.

Тяговый баланс. Составим уравнение проекций сил на ось X (см. рис. 2.32):

$$\sum X = X_1 - X_2 - F_{кр} - G\sin\alpha - F_{ин} - F_{воз} = 0.$$

Полученное выражение представляет собой *тяговый баланс трактора.*

Подставив в это выражение вместо сил X_1 и X_2 их значения из уравнений (2.62) и (2.63) и произведя соответствующие преобразования, получим уравнение тягового баланса:

$$F_к = F_{кр} + G\sin\alpha + F_{воз} + \left(Y_1\frac{c_1}{r_{д1}} + Y_2\frac{c_2}{r_{д2}}\right) + \frac{M_{ин1}}{r_{д1}} + \\ + \frac{M_{ин2}}{r_{д2}} + F_{ин}.$$

Выражение, стоящее в скобках, можно условно рассматривать как силу сопротивления качению ведущих и ведомых колес вследствие деформации грунта и шины. Обозначим это выражение через $F_{спр}$.

Уравнение тягового баланса в дифференциальной форме имеет вид

$$F_к = F_{кр} + G\sin\alpha + F_{воз} + F_{спр} + \frac{G}{g}\frac{dv_д}{dt} + \frac{J_1}{r_{д1}}\frac{d\omega_1}{dt} + \frac{J_2}{r_{д2}}\frac{d\omega_2}{dt}.$$

Согласно уравнению тягового баланса, касательная сила тяги в рассматриваемом случае неустановившегося движения агрегата на подъем представляет собой суммарную силу, состоящую из следующих сил: 1) составляющей тягового сопротивления, действующей параллельно поверхности пути; 2) составляющей силы тяжести агрегата (эксплуатационного веса), действующей параллельно поверхности пути; 3) сопротивления воздуха; 4) сопротивления качению вследствие деформации грунта и шин; 5) силы инерции агрегата при переносном поступательном движении; 6) касательной силы инерции при относительном вращении ведущих и ведомых колес и кинематически связанных с ними деталей силовой передачи и привода агрегатируемой машины.

При установившейся работе трактора на горизонтальном участке без учета сопротивления воздуха уравнение тягового баланса имеет вид

$$F_к = F_{кр} + F_{спр}.$$

Согласно приведенной формуле, касательная сила тяги при установившейся работе трактора на горизонтальном участке равна горизонтальной составляющей тягового сопротивления и силы сопротивления качению трактора. Сила сопротивления качению трактора зависит от массы агрегата и положения центра масс, от устройства его движителя, от качества поверхности пути и других параметров.

Вследствие незначительности изменения рабочей скорости сила сопротивления качению колесного трактора не зависит от изменения скорости движения; транспортные скорости движения вызывают некоторое повышение указанной силы.

Для определения суммарной силы сопротивления качению трактора можно воспользоваться формулами, выведенными для случая качения эластичных ведомых и ведущих колес по различным поверхностям. В этом случае необходимо знать их нормальные реакции, для определения которых составим уравнения моментов всех сил, действующих на трактор (см. рис. 2.32), относительно точек 0_1 и 0_2:

$$\sum M_{01} = -Y_2(L - c_2) + Y_1 c_1 + (G\sin\alpha + F_{ин} + F_{воз})h + \\ + G(L - l)\cos\alpha + F_{кр}(h_{кр} + L\,\mathrm{tg}\,\gamma) + M_{ин1} + M_{ин2} = 0;$$

$$\sum M_{02} = -Gl\cos\alpha + (G\sin\alpha + F_{ин} + F_{воз})h + \\ + F_{кр}h_{кр} + Y_2 c_2 + Y_1 L + Y_1 c_1 + M_{ин1} + M_{ин2} = 0.$$

Моментом реакции грунта X_1Y_1 на ведомые колеса пренебрегаем ввиду его малости.

Заменяя произведения Y_1c_1 и Y_2c_2 соответствующими моментами сопротивления качению $M_{спр1}$ и $M_{спр2}$ ведущих и ведомых колес, получаем следующие формулы для определения реакции грунта на колеса:

$$Y_1 = \frac{Gl\cos\alpha - (G\sin\alpha + F_{ин} + F_{воз})h - \\ - F_{кр}h_{кр} - M_{спр1} - M_{спр2} - M_{ин1} - M_{ин2}}{L}; \qquad (2.64)$$

$$Y_2 = \frac{G(L - l)\cos\alpha + (G\sin\alpha + F_{ин} + F_{воз})h + \\ + F_{кр}(h_{кр} + L\,\mathrm{tg}\,\gamma) + M_{спр1} + M_{спр2} + M_{ин1} + M_{ин2}}{L}. \qquad (2.65)$$

При установившейся работе трактора на горизонтальном участке пути ($\alpha = 0$; $v = \mathrm{const}$; $F_{воз} \approx 0$; $\gamma = 0$) применение формул (2.64) и (2.65) дает следующие результаты:

$$Y_1 = \frac{Gl - F_{кр}h_{кр} - M_{спр1} - M_{спр2}}{L}; \qquad (2.66)$$

$$Y_2 = \frac{G(L - l) + F_{кр}(h_{кр} + Lt\gamma) + M_{спр1} + M_{спр2}}{L}. \qquad (2.67)$$

Если трактор стоит неподвижно, то, приравняв моменты сопротивления качению и тяговые сопротивления нулю, получим

формулы для определения реакций грунта на передние и задние колеса:

$$Y_1 = Gl/L; \tag{2.68}$$

$$Y_2 = G\,(L - l)/L. \tag{2.69}$$

При сопоставлении формул (2.65) и (2.67) и соответственно (2.54) и (2.66) видно, что при движении трактора с тяговым сопротивлением происходит перераспределение нормальных нагрузок между передними и задними колесами: снижение нагрузки на передние колеса вызывает такое же увеличение на задние колеса, и наоборот.

Обозначим коэффициент нагрузки ведущих колес через λ_2, коэффициент нагрузки ведомых колес через λ_1, тогда

$$Y_1 = \lambda_1 G; \quad Y_2 = \lambda_2 G,$$

где

$$\lambda_1 = \frac{l}{L} - \frac{F_{кр} h_{кр} + M_{спр1} + M_{спр2}}{GL};$$

$$\lambda_2 = L - l/L + \frac{F_{кр}\,(h_{кр} + L \operatorname{tg}) + M_{спр1} + M_{спр2}}{GL}.$$

Итак, по уравнению тягового баланса можно судить о составляющих внешних силах и моментах, действующих на трактор с агрегатируемой машиной при неустановившемся движении. Как было установлено, в динамике происходит перераспределение реакций грунта на передние и задние колеса. Степень перераспределения определяется коэффициентами λ_1 и λ_2. Коэффициент λ_1 определяет управляемость трактора: уменьшение нагрузки на передние колеса отрицательно сказывается на управляемости и продольной устойчивости. Коэффициент λ_2 определяет степень использования сцепного веса: уменьшение нагрузки, приходящейся на задние ведущие колеса, ухудшает сцепные качества трактора.

Перераспределение нагрузки по колесам зависит также от типа агрегатируемой машины. Если машина имеет опорные колеса, то часть вертикальной составляющей тягового сопротивления воспринимается ими, что в какой-то мере уменьшает степень перераспределения нагрузки на колеса трактора. Для улучшения тяговых качеств трактора и уменьшения буксования ведущих колес применяют специальные механизмы — корректоры вертикальной нагрузки или догружатели сцепной массы. Последние позволяют благодаря уменьшению вертикальной нагрузки на опорные колеса машины или частичному уменьшению вертикальной составляющей тягового сопротивления увеличить нагрузку на ведущие колеса. Более подробно вопросы по дополнительной нагрузке ведущих колес трактора в результате выглубления рабочих органов агрегатируемой машины изложены в работе [11].

Конструктивные параметры машины также оказывают влияние на перераспределение нормальных нагрузок между передними и задними колесами. Чем короче продольная база машины и выше расположение центра масс и условная точка прицепа, тем при равных внешних условиях значительнее происходит перераспределение.

2.7. ТЯГОВАЯ ДИНАМИКА ТРАКТОРОВ СО ВСЕМИ ВЕДУЩИМИ КОЛЕСАМИ

Общие положения. Одним из наиболее эффективных способов повышения тяговых качеств колесного трактора является использование всех колес трактора в качестве ведущих. При этом эксплуатационный вес трактора используется в качестве сцепного, а следовательно, коэффициент использования веса достигает максимального значения при значительном буксовании по сравнению с трактором 4К2.

Тяговая динамика трактора с колесной формулой 4К4 существенно зависит от типа межосевого привода к ведущим колесам. В тракторостроении находят применение два типа приводов — блокированный и дифференциальный.

При блокированном приводе передняя и задняя оси кинематически жестко связаны между собой посредством раздаточной коробки.

При дифференциальном приводе связь между осями осуществляется при помощи межосевого дифференциала. По сравнению с блокированным приводом, в котором между угловыми скоростями осей трактора существует определенное неизменное соотношение, в дифференциальном приводе между угловыми скоростями в процессе работы могут устанавливаться различные соотношения, хотя и подчиненные определенному закону.

Различный характер кинематической связи вызывает также различие в распределении между осями ведущих моментов.

При блокированном приводе в определенных случаях возможна циркуляция мощности в трансмиссии вследствие неравенства окружных скоростей колес, что снижает КПД трактора и отражается на износе шин. Дифференциальный привод исключает циркуляцию мощности, но имеет другой недостаток, заключающийся в том, что если колеса одной оси попали в худшие условия сцепления, например, на лед, то и колеса другой оси, вследствие дифференциального эффекта, не могут развить полностью сцепных качеств, хотя и находятся в лучших сцепных условиях по сравнению с первыми. Таким образом, если колеса одной оси потеряли сцепление с грунтом, т. е полностью пробуксовали, то трактор не может продолжать движение. Колеса оси, имеющей лучшее сцепление, не вращаются, а буксующие колеса вращаются с повышенной угловой скоростью.

Наибольшее распространение в тракторах с колесной формулой 4К4 получил блокированный привод. Рассмотрим некоторые

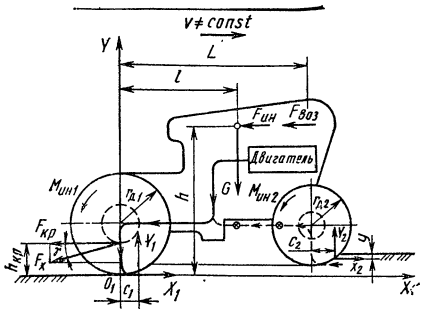


Рис. 2.33. Схема сил и моментов, действующих на трактор типа 4К4 при наличии кинематического несоответствия между забегающими и ведущими колесами

особенности кинематики и динамики тракторов обоих типов.

Блокированный привод. Вследствие того, что теоретические окружные скорости передних и задних колес несколько различаются между собой, а их оси, жестко связанные с остовом трактора, имеют одинаковую скорость при поступательном движении, у тракторов с блокированным приводом почти всегда существует некоторое кинематическое несоответствие между передними и задними колесами.

При прямолинейном движении различие в окружных скоростях, даже если на тракторе установлены колеса одинаковой размерности, возникает вследствие перераспределения нагрузки по осям трактора при работе с агрегатируемой машиной, при различной степени изношенности протектора, из-за неодинакового давления воздуха в шинах и по другим причинам.

Когда применяют передние и задние колеса разных номинальных диаметров, отличие в окружных скоростях колес получается также в результате невозможности по конструктивным условиям точно согласовывать угловые скорости вращения обеих осей.

Для выяснения влияния кинематического несоответствия на кинематику и динамику трактора рассмотрим прямолинейное движение трактора с колесной формулой 4К4 с блокированным приводом в агрегате с машиной по горизонтальному участку при наличии некоторой разницы в окружных скоростях передних и задних колес (рис. 2.33), причем задние колеса имеют бо́льшую окружную скорость, чем передние. Для упрощения анализа заменим радиусы качения колес динамическими, как это часто применяется при анализе кинематики и динамики трактора.

Выравнивание поступательных скоростей обеих ведущих осей может быть достигнуто только при условии буксования или скольжения одной из них. Условимся называть колеса, у которых теоретическая окружная скорость больше, *забегающими*, а у которых меньше — *отстающими*. Очевидно, что забегающие колеса независимо от того, являются ли они задними или передними, всегда работают с некоторым буксованием, поскольку они создают толкающую силу, движущую трактор, в то время как отстающие колеса могут работать с буксованием, равным или меньшим, чем буксование забегающих колес, или со скольжением. Когда отстающие колеса работают с буксованием $\delta_2 \leqslant \delta_1$ (здесь индекс *1* относится к забегающим колесам, а индекс *2* к отстающим), они создают дополнительное толкающее усилие. Если колеса рабо-

тают со скольжением, то они создают дополнительное сопротивление качению. При $\delta_2 = 0$ колеса перемещаются без скольжения и буксования.

Условия равенства поступательных скоростей движения обеих ведущих осей трактора с блокированным приводом можно описать уравнением

$$v_{т1}(1 - \delta_1) = v_{т2}(1 - \delta_2), \qquad (2.70)$$

где $v_{т1}$ и $v_{т2}$ — теоретические окружные скорости забегающих и отстающих колес.

Назовем выражение $1 - v_{т1}/v_{т2}$ *коэффициентом кинематического несоответствия передних и задних ведущих колес* и обозначим его буквой $k_н$. Для каждого трактора коэффициент кинематического несоответствия будет различным, причем этот коэффициент может изменяться в зависимости от условий работы. При наличии тягового сопротивления вследствие перераспределения реакций на ведущие колеса изменяются их радиусы качения и соответственно теоретические окружные колеса, что ведет к изменению $k_н$.

Теоретические окружные скорости забегающих и отстающих колес можно представить следующими зависимостями:

$$v_{т1} = \frac{\omega_д r_{д1}}{i_1}; \quad v_{т2} = \frac{\omega_д r_{д2}}{i_2},$$

где $\omega_д$ — угловая скорость коленчатого вала двигателя; $r_{д1}$ и $r_{д2}$ — радиусы качения забегающих и отстающих колес, равные динамическим; i_1 и i_2 — передаточные числа привода забегающих и ведущих колес.

Тогда

$$k_н = 1 - \frac{v_{т1}}{v_{т2}} = 1 - \frac{r_{д1}}{r_{д2}}\frac{i_2}{i_1}.$$

Из приведенной формулы видно, что коэффициент кинематического несоответствия зависит также от передаточных чисел привода колес.

Между буксованием забегающих и отстающих колес имеется определенная зависимость, которая на основании уравнения (2.70) выражается соотношением

$$\delta_2 = 1 - \frac{v_{т1}}{v_{т2}}(1 - \delta_1) = \delta_1 + k_н(1 - \delta_1). \qquad (2.71)$$

Наилучшие тяговые показатели трактора могут быть получены при равенстве окружных скоростей передних и задних колес, т. е. при условии, что коэффициент кинематического несоответствия $k_н = 0$. В этом случае передние и задние колеса работают с одинаковым буксованием и их сцепные качества используются в равной степени.

Наличие кинематического несоответствия колес ухудшает тяговые показатели трактора. Если передние и задние колеса работают с разным буксованием, естественно, сцепные качества отстающих колес используются в меньшей степени, чем забегающих.

Чем больше $k_н$, тем неравномернее используются сцепные качества обеих осей. Наиболее отрицательно влияет на тяговые показатели трактора скольжение отстающих колес. В этом случае ведущими остаются два колеса, так как скользящие становятся ведомыми. При этом отстающие колеса создают дополнительное сопротивление качению X_2 (или отрицательную толкающую силу, показанную на рис. 2.33 штрихпунктирной стрелкой, направленной против движения), возникающее вследствие проскальзывания протектора колес по поверхности пути. Это дополнительное сопротивление изменяется от нуля при отсутствии скольжения до $X_2 = \varphi_{сц2} Y_2$ при полном скольжении отстающих колес.

Отрицательная толкающая сила X_2 (более правильно ее было бы назвать тормозящей силой) образует крутящий момент, который передается через трансмиссию задним ведущим колесом. Таким образом, к задним ведущим колесам мощность подводится двумя потоками: от двигателя по пути, показанному толстой сплошной линией, и от передних отстающих колес по пути, показанному штрих-пунктирной линией. Оба потока, соединившись, поступают к ведущим задним колесам и образуют положительную толкающую силу X_1.

Часто толкающая сила X_1 передается через остов трактора отстающим передним колесам и идет на преодоление сопротивления качению, возникающего при действии силы X_2. Следовательно, промежуточная мощность, создаваемая на отстающих колесах при действии реакции грунта X_1, циркулирует по замкнутому контуру: от скользящих передних колес через трансмиссию к ведущим задним и от последних через остов трактора обратно к скользящим колесам. Эта мощность не служит дополнительным источником энергии, а только нагружает трансмиссию и создает в ней лишние механические потери. Кроме того, на проскальзывание колес расходуется часть толкающей силы задних колес, что ухудшает тяговые качества трактора:

$$F_{кр} = (X_1 - X_2) - (F_{ин} + F_{воз}).$$

Циркуляция мощности возникает в тех случаях, когда по условиям работы не представляется возможным получить достаточную разницу между буксованием передних и задних колес, способную компенсировать имеющееся между ними кинематическое несоответствие. Такие случаи наиболее вероятны при движении по дорогам с твердым покрытием и при холостых переездах, когда буксование ведущих колес невелико. В этих условиях пользование вторым ведущим мостом не только не дает эффекта, но может быть вредным, так как, кроме перечисленных выше потерь мощности на циркуляцию и преодоление дополнительных сопротивлений качению, возникает повышенный износ шин отстающих передних колес. Если оба колеса буксуют, т. е. создается толкающая сила, то циркуляции, мощности не возникает.

При работе в поле (грунт сравнительно рыхлый), когда тяговое сопротивление значительно (т. е. забегающие задние колеса движутся со значительным буксованием и их действительная скорость резко снижается), циркуляции мощности при прямолинейном движении трактора обычно не возникает.

На поворотах, если они совершаются при взаимоблокированных ведущих осях, почти всегда наблюдается циркуляция мощности. Передние колеса, которые должны пройти больший путь, чем задние, движутся со скольжением, и на них действуют отрицательные тормозные силы. Чем меньше радиус поворота, тем больше циркуляция мощности.

Для исключения возникновения циркуляции мощности при блокированном приводе ведущих мостов на тракторах с колесной формулой 4К4 устанавливают специальные механизмы, которые дают возможность ведущим колесам обеих осей работать с некоторым буксованием, а при возникновении скольжения отключать тот или иной мост. На универсально-пропашных тракторах с четырьмя ведущими колесами широкое применение получил привод с межосевой муфтой свободного хода. При применении последней передаточные числа трансмиссии подбирают таким образом, чтобы теоретические скорости колес основной ведущей оси (обычно той, на которую приходится большая вертикальная нагрузка) были выше соответствующих скоростей второй оси. Это обеспечивает постоянную работу колес ведущего моста в режиме буксования.

Муфта свободного хода устроена так, что если действительная окружная скорость колес основной оси больше окружной скорости колес второй оси, последние выключаются и движутся в ведомом режиме. При возрастании толкающей силы тяги колес (а следовательно, и буксования) ведущего моста действительная окружная скорость последних уменьшается, и при равенстве ее теоретической окружной скорости колес второго моста муфта свободного хода автоматически включает привод второго моста. В этом случае все колеса начинают работать в ведущем режиме без циркуляции мощности. При снижении буксования колес основной оси муфта свободного хода автоматически отключает второй мост. Работа муфт свободного хода более подробно освещена в работе [8].

Рассмотрим распределение толкающих сил тяги между колесами трактора с колесной формулой 4К4, когда они работают в ведущем режиме. При движении колес в равных грунтовых условиях при установившемся режиме ($v = \text{const}$; $\alpha = 0$) толкающие силы зависят в основном от двух факторов — вертикальной нагрузки и буксования:

$$X_1 = f(Y_1, \delta_1); \quad X_2 = f(Y_2, \delta_2).$$

При переменном тяговом сопротивлении происходит перераспределение весовой нагрузки по осям, что приводит к

перераспределению толкающих сил тяги и буксования между ними.

Используем принцип Д'Аламбера и составим следующие уравнения (см. рис. 2.33):

$$\sum X = X_1 + X_2 - F_{кр} = 0$$

или

$$F_{кр} = f(Y_1, \delta_1) + f(Y_2, \delta_2); \qquad (2.72)$$

$$\sum Y = Y_1 + Y_2 - G - F_{кр} \operatorname{tg} \gamma = 0$$

или

$$Y_1 + Y_2 = G + F_{кр} \operatorname{tg} \gamma; \qquad (2.73)$$

$$\sum M_{01} = -Gl + Y_1 c_1 + Y_2 (L + c_2) + F_{кр} h_{кр} = 0 \qquad (2.74)$$

Моментом $X_2 y$ пренебрегаем ввиду его малости. В трех приведенных уравнениях имеются четыре неизвестных: Y_1 и Y_2, δ_1 и δ_2.

Используем условие (2.70) движения трактора с колесной формулой 4К4 в качестве недостающего уравнения. Решая уравнения (2.70)—(2.74), можно определить величины Y_1, Y_2, δ_1 и δ_2 и, следовательно, установить распределение толкающих сил и буксования между ведущими мостами при любом значении тягового сопротивления. Для определения зависимостей толкающих сил от вертикальных нагрузок и буксования можно использовать формулы (2.44) и (2.45), выведенные для определения касательной силы тяги. В этом случае

$$X_{1,2} = F_{к\,1,2} - \frac{M_{спр\,1,2}}{r_{д\,1,2}},$$

где $M_{спр\,1,2} = Y_{1,2} G_{1,2}$.

При использовании уравнений (2.72)—(2.74) для нахождения распределения толкающих сил и буксования между колесами ведущих мостов трактора с колесной формулой 4К4 с межосевой муфтой свободного хода следует иметь в виду ограничительное условие: $\delta_2 \geqslant 0$. Решение при $\delta_2 < 0$ следует не учитывать, т. е. колеса дополнительного привода в этом случае работают в ведомом режиме.

Дифференциальный привод. При дифференциальном приводе ведущих осей распределение тяговой нагрузки между передними и задними колесами зависит от того, как межосевой дифференциал распределяет подводимый к нему крутящий момент.

Применяют два основных типа межосевых дифференциалов: симметричный и несимметричный. Симметричные дифференциалы по конструкции аналогичны межколесным; они передают крутящие моменты передней и задней осям трактора через одинаковые симметрично расположенные пары шестерен. Несимметричные дифференциалы распределяют подводимый к ним крутящий момент посредством шестерен с разными передаточными числами.

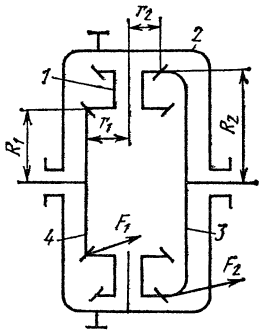


Рис. 2.34. Схема несимметричного конического межосевого дифференциала

Рассмотрим, как распределяются крутящие моменты между осями, на примере конического дифференциала (рис. 2.34). Дифференциал имеет двойные конические сателлиты *1*, которые с помощью шестерни *4* соединены с передней осью, а с помощью шестерни *3* — с задней. Из условия равновесия блока сателлитов относительно его оси имеем $F_1 r_1 = F_2 r_2$, откуда

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{r_1}{r_2},$$

где F_1, F_2 и r_1, r_2 — окружное усилие и радиус начальной окружности соответственно большего и меньшего сателлитов.

Крутящие моменты $M'_{\text{диф}}$ и $M''_{\text{диф}}$, передаваемые передней и задней осями дифференциала, выражаются уравнениями:

$$M'_{\text{диф}} = F_1 R_1; \quad M''_{\text{диф}} = F_2 R_2,$$

где R_1 и R_2 — радиусы начальных окружностей осевых шестерен *3* и *4*.

Разделив второе уравнение на первое и учитывая, что $F_2/F_1 = r_1/r_2$, получим

$$\frac{M''_{\text{диф}}}{M_{\text{диф}}} = \frac{r_1}{r_2}\frac{R_2}{R_1} = i_{\text{д}}, \tag{2.75}$$

где $i_{\text{д}}$ — передаточное число дифференциала.

Сумма моментов, передаваемых передней и задней осями дифференциала, равна крутящему моменту $M_{\text{диф}}$, подводимому к коробке дифференциала *2*, т. е.

$$M'_{\text{диф}} + M''_{\text{диф}} = M_{\text{диф}}. \tag{2.76}$$

Решая уравнения (2.75) и (2.76) совместно, получаем

$$M'_{\text{диф}} = M_{\text{диф}}\frac{1}{1+i_{\text{д}}}; \qquad M''_{\text{диф}} = M_{\text{диф}}\frac{i_{\text{д}}}{1+i_{\text{д}}}.$$

Таким образом, распределение моментов между осями дифференциала зависит от передаточного числа дифференциала $i_{\text{д}}$. В частном случае, когда $r_1 = r_2$, а $R_1 = R_2$ (симметричный дифференциал), $i_{\text{д}} = 1$ и $M'_{\text{диф}} = M''_{\text{диф}}$.

Симметричный межосевой дифференциал применяют в тех случаях, когда сцепной вес обеих ведущих осей одинаков. В ином случае используют дифференциалы несимметричного типа; передаточное число подбирают с таким расчетом, чтобы касательная сила тяги трактора распределялась между передними и задними

колесами так, чтобы обеспечивалось необходимое сцепление с дорогой.

При предыдущем анализе не принималось во внимание трение, имеющее место внутри дифференциала. Однако вследствие трения дифференциал обладает известной нечувствительностью и начинает действовать лишь тогда, когда на его осях создается разность моментов, достаточная для преодоления трения между движущимися друг относительно друга деталями. Пока этого нет, дифференциальный привод ведущих осей работает, как блокированный.

Использование всех колес трактора в качестве ведущих позволяет улучшить тяговые качества трактора и увеличить КПД. Тяговая динамика трактора с колесной формулой 4К4 существенно зависит от типа межосевого привода к ведущим колесам. При блокированном приводе, когда передняя и задняя оси кинематически жестко связаны между собой, возможно возникновение кинематического несоответствия и вследствие этого появление циркуляции мощности. Во избежание этого явления на некоторых тракторах с колесной формулой 4К4 устанавливают муфту свободного хода, с помощью которой можно автоматизировать процессы включения и выключения дополнительного моста и устранить возникновение циркуляции мощности. Однако ее применение снижает роль дополнительного ведущего моста: чем позже он подключается, тем меньше его значение в тяговом балансе трактора. Обычно расчетное значение буксования колес, соответствующее началу включения межосевой муфты свободного хода, принимается в пределах 3—7 %.

При дифференциальной связи между ведущими осями касательные силы тяги передних и задних колес трактора находятся между собой в определенных соотношениях, устанавливаемых дифференциалом. Изменение касательной силы тяги у колес одной из ведущих осей вызывает соответствующее изменение касательной силы тяги колес другой оси. В частности, если колеса одной из осей попадают в неблагоприятные условия сцепления с дорогой и их касательная сила тяги уменьшается, то это приводит к уменьшению касательной силы тяги колес другой оси даже при наличии у них хорошего сцепления с дорогой. В результате происходит снижение общей толкающей силы трактора.

Зависимость толкающей силы трактора от силы тяги колес, находящихся в худших условиях сцепления с дорогой, является принципиальным недостатком дифференциального привода.

ГЛАВА 3
ОБЩАЯ ДИНАМИКА ГУСЕНИЧНЫХ ТРАКТОРОВ

3.1. ГУСЕНИЧНЫЙ ДВИЖИТЕЛЬ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Гусеничный движитель (рис. 3.1) состоит из двух замкнутых гусениц, двух направляющих и двух ведущих колес, опорных и поддерживающих катков, амортизирующих и натяжных устройств. При опорных катках большого диаметра (например, трактора ТТ-4) поддерживающих катков может и не быть.

Гусеницы представляют собой замкнутые цепи или ленты. Цепи состоят из шарнирно связанных между собой одинаковых металлических звеньев. Ленты бывают резиновые или резинометаллические. В гусеничных тракторах нашли применение в основном цепи. Резинометаллические ленты используют в полугусеничных ходах, предназначенных для повышения проходимости колесных тракторов, и в машинах малой массы, например, снегоходах и др.

Звенья цепи (траки) соединены между собой различными шарнирами, состоящими из проушин звена и пальца. Шарниры могут быть открытыми с плавающими пальцами, полузакрытыми с закрепленными пальцами, с подшипниками скольжения, с игольчатыми подшипниками и резинометаллические. Последние, в свою очередь, могут быть кольцевыми, в которых трение скольжения пальца в проушинах звена заменяется трением в резиновой втулке, возникающим вследствие деформации концентрического сдвига в пальце при относительном повороте звеньев, и со вкладышем, в которых роль пальца выполняет резиновый вкладыш, устанавливаемый в специальные гнезда проушин звена. Звенья в этом

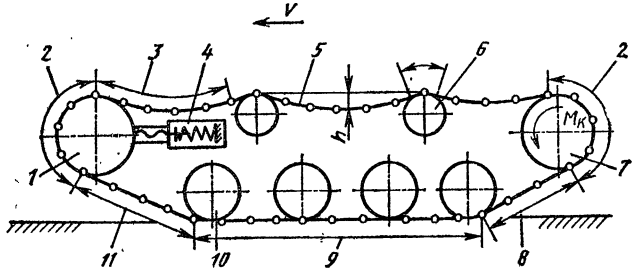


Рис. 3.1. Гусеничный движитель:

1 — направляющие колеса; *2* — дуговая ветвь; *3* — свободная ветвь; *4* — натяжное и амортизирующее устройство; *5* — гусеницы; *6* — поддерживающие катки; *7* — ведущие колеса; *8* — рабочая ветвь; *9* — опорная ветвь; *10* — опорные катки; *11* — передняя наклонная ветвь

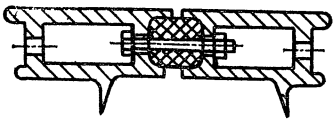


Рис. 3.2. Резинометаллический шарнир с вкладышем

случае соединены болтами; материал вкладыша при относительном повороте звеньев работает на сжатие (рис. 3.2). В дальнейшем звенчатую гусеницу с шарнирами скольжения и трения будем называть *простым обводом*, а звенчатую гусеницу с резинометаллическими шарнирами — *упругим обводом*.

Расстояние между центрами шарниров называют шагом звена и обозначают $t_г$.

Ведущее колесо предназначено для передачи ведущего момента, подводимого от двигателя к гусенице. Зацепление его с гусеницей может быть гребневым, зубовым и цевочным.

Гребневое зацепление, в котором ведущим элементом в колесе является ролик, соединенный с гребнями звеньев, в настоящее время почти не применяют вследствие ряда присущих ему недостатков (большой шаг гусеницы, значительный износ шарниров цепи и роликов колеса ввиду их малого количества).

Зубовое зацепление недостаточно надежно вследствие забивания впадин между зубьями и имеет повышенный износ. Оно получило некоторое распространение в тракторостроении, но почти не встречается на быстроходных гусеничных машинах.

Основным типом зацепления гусениц с ведущими колесами является *цевочное зацепление*, получившее наибольшее распространение в тракторостроении. Оно обладает большей плавностью и имеет значительные возможности совершенствования при изнашивающейся гусенице.

Цевочное зацепление может быть нормальным и специальным. Основным является нормальное зацепление, при котором шаг $t_г$ гусеницы равен шагу зубьев $t_к$ ведущего колеса, что обеспечивает безударную передачу усилия одновременно несколькими зубьями. При нормальном зацеплении, если сохраняется условие $t_г = t_к$, контакт боковой стенки окна звена, так называемой цевки, с зубом ведущего колеса всегда должен иметь место при постоянном радиусе ведущего колеса. Нормальное зацепление хорошо работает в ведущем и тормозном режимах. Однако оно успешно работает только в гусенице, шаг которой в процессе эксплуатации практически не изменяется (отсутствует износ в шарнирах), например, в гусенице с резинометаллическим шарниром.

При работе гусениц с открытым металлическим шарниром в результате износа шаг гусеницы очень быстро становится больше шага ведущего колеса $t_г > t_к$. При этом нормальная работа зацепления нарушается. Цевки, входящие в зацепление, по мере изнашивания шарнира и увеличения шага гусеницы располагаются все выше по зубу, а затем по мере поворота ведущего колеса опускаются к его основанию. При определенном значении износа цевки выходят на вершину зуба, и зацепление становится нерабо-

тоспособным. Для исправления положения необходимо заменить изношенные пальцы в гусенице (частичное восстановление ее шага) или гусеницу. Таким образом, срок службы гусеницы с учетом износа ограничивается не прочностью изношенных шарниров, а работоспособностью зацепления.

Для увеличения срока службы гусеницы по зацеплению применяют специальное зацепление, при котором выполняется условие $t_г < t_к$. К сроку службы гусеницы при этом добавляется время, в течение которого ввиду износа шарнира шаг гусеницы будет равным шагу ведущего колеса (примерно через 50—100 ч работы). В дальнейшем зацепление продолжает работать практически так же, как и нормальное.

Если при нормальном зацеплении зубья ведущего колеса, охватываемые гусеницей, передают усилия ее звеньям, то при специальном зацеплении ведущего колеса эти усилия будет передавать только первый зуб. При выходе этого зуба из зацепления в работу вступают последующие зубья. При этом обод ведущего колеса в каждом конкретном случае пробуксовывает на длину дуги, соответствующей разности номинального шага колеса и шага звена. Выход каждого зуба из зацепления происходит под действием полного окружного усилия.

Как видно из описания процессов работы нормального и специального зацеплений, большая работа трения, а следовательно, и большие износы будут при работе специального зацепления. Поэтому специальное зацепление не нашло широкого распространения в тракторостроении.

Существуют и другие разновидности цевочного зацепления, описание которых дано в работе [2]. Однако они не получили распространения в тракторостроении.

Ведущие колеса в зависимости от компоновки могут располагаться в передней части гусеничной машины (переднее расположение) и в задней части (заднее расположение). Первое применяют в основном для быстроходных гусеничных машин, а второе — для сельскохозяйственных и промышленных тракторов.

При переднем расположении ведущих колес под натяжением находится значительная часть гусеничной цепи, в том числе и верхняя часть. Вследствие этого прогиб свободных ветвей (см. рис. 3.1) сводится к минимуму, что способствует уменьшению вертикальных колебаний верхней части гусеницы. Это обстоятельство имеет большое значение для быстроходных гусеничных машин. Однако потери на трение в шарнирах звеньев гусеницы и их износ при переднем расположении будут значительно больше, чем при заднем расположении, вследствие большего количества звеньев, находящихся под действием растягивающих усилий. Поскольку рабочие скорости движения гусеничных тракторов невелики, в тракторостроении в основном нашло применение заднее расположение колес.

Натяжное устройство служит для регулирования прогиба h свободных ветвей (см. рис. 3.1). При большом прогибе возникают значительные колебания обвода, что ведет к большим потерям мощности; при малом прогибе — значительные растягивающие усилия, что также ведет к дополнительным потерям на трение в шарнирах обвода.

Амортизирующее устройство предназначено для снижения динамических нагрузок в гусеничном обводе при наезде трактора на препятствие или при попадании различных предметов (камней, бревен и др.) в движитель.

3.2. КИНЕМАТИКА ГУСЕНИЧНОГО ДВИЖИТЕЛЯ

Кинематика ленточного обвода. Рассмотрим общую кинематику гусеничного движителя, у которого гусеничный обвод выполнен из абсолютно гибкой, но нерастяжимой ленты, форма дуговых ветвей остается неизменной, а прогиб свободных ветвей отсутствует (рис. 3.3). При этом трактор движется прямолинейно.

Точка A гусеничной ленты участвует в двух движениях: в *относительном вращательном движении* гусеничного обвода около корпуса машины со скоростью v_0, при котором геометрические оси ведущих и направляющих колес, опорных и поддерживающих катков предполагаются неподвижными (происходит так называемое перематывание ленты); *в переносном прямолинейно-поступательном движении* со скоростью $v_п$, при котором все точки обвода описывают равные и параллельные траектории.

Абсолютная скорость точки $\bar{v}_A$ является геометрической суммой указанных скоростей, т. е. $\bar{v}_A = \bar{v}_0 + \bar{v}_п$.

Совместим начало координат с точкой A и обозначим угол φ между векторами относительной и переносной скоростей.

Абсолютная скорость точки A является геометрической суммой проекций составляющих скоростей:

$$v_{AX} = v_п + v_0 \cos\varphi; \quad v_{AY} = v_0 \sin\varphi;$$

$$v_A = \sqrt{v_п^2 + v_0^2 + 2v_0 v_п \cos\varphi}.$$

Для случая, когда переносная скорость равна относительной $v_п = v_0 = v_т$ (при отсутствии буксования и скольжения), $v_A = 2v_т \cos\varphi/2$.

Для точки B на верхней ветви угол $\varphi = 0$ и $v_в = 2v_т$. Абсолютная скорость точки B равна удвоенной теоретической скорости движения машины. Для точки C на опорной ветви $\varphi = \pi$ и $v_C = 0$. Абсолютная скорость этой точки равна 0, так как она лежит на грунте.

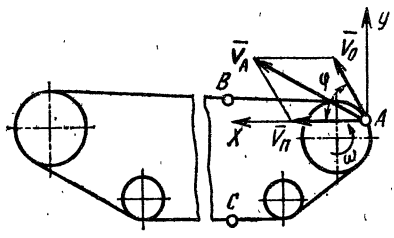


Рис. 3.3. Кинематика ленточного обвода

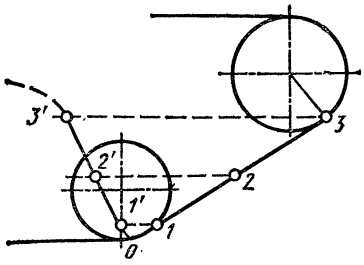


Рис. 3.4. Элементы траектории движения точки обвода

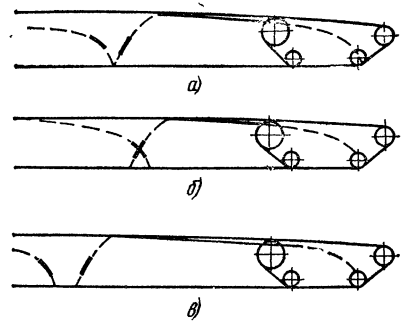


Рис. 3.5. Траектории движения точек обвода при различных режимах

Если переносная и относительная скорости не равны, то для точки C возможны два случая: 1) $v_п < v_0$ движитель пробуксовывает, и точка смещается по грунту в направлении, обратном движению; если переносная скорость равна нулю, то имеет место полное буксование и остановка трактора; 2) $v_п > v_0$ наблюдается при движении по инерции, при буксировке или торможении трактора; абсолютная скорость точки C, лежащей на грунте, при этом направлена в сторону движения машины; имеет место так называемый юз машины, при котором точка C перемещается по грунту в сторону движения.

Траектория движения точки обвода. Если точка движется по одному из прямолинейных участков обвода, то угол φ между переносной и относительной скоростями остается постоянным. Это свидетельствует о том, что направление абсолютной скорости точки при прохождении прямолинейного участка гусеничного обвода не изменяется и точка движется также по прямой.

Когда точка проходит дуговую ветвь и буксование отсутствует, траектория ее абсолютного движения представляет собой развертку окружности, катящейся без скольжения по плоскости или циклоиду. Этими двумя свойствами можно воспользоваться для построения абсолютной траектории точки гусеничного обвода (рис. 3.4).

Из равенства относительной и переносной скоростей следует, что за время перемещения точки обвода из начального положения 0 в относительном движении по дуге в первое положение точка *1*, принадлежащая корпусу, переместится по горизонтали в положение *1'*, причем дуга *01* равна отрезку *1'1*. Откладывая далее по горизонтали отрезок $2'\ 2 = 01 + 1'2$, получаем точку *2'* траектории. На участке траектории *01'* точка движется по циклоиде, на участке *1'3'* — по прямой и далее снова по циклоиде, отдельные точки которой могут быть найдены аналогичным путем. В итоге получается полная траектория движения точки при буксовании и скольжении, равных нулю (рис. 3.5, *а*). Траектория

движения точки будет состоять из прямых и циклоид (последние показаны штрихпунктирными линиями).

Если имеет место буксование, то траектория точки несколько изменяется (рис. 3.5, *б*). При прохождении точкой участка обвода над грунтом размер абсолютной траектории движения по длине уменьшается. Находясь на грунте, точка совершит некоторый путь назад. Также изменится и траектория движения точки на дуговых ветвях. В этом случае ее траекторией будет укороченная циклоида.

При скольжении (юзе) картина будет обратной, и за время нахождения на грунте точка несколько продвинется вперед (рис. 3.5, *в*). Траекторией движения точки на дуговых ветвях в этом случае будет удлиненная циклоида.

Абсолютное ускорение точки. Поскольку абсолютная скорость движения точки переменна, то возникает ускорение. Ускорение представляет интерес, поскольку характеризует инерционные силы, возникающие в том или ином участке гусеничного обвода. Полное ускорение равно геометрической сумме его проекций на оси подвижной системы координат X и Y (см. рис. 3.3).

Считая, что переносная и относительная скорости постоянны, и дифференцируя v_{AX} и v_{AY} по времени, получаем проекции полного ускорения:

$$a_{AX} = \frac{dv_{AX}}{dt} = -v_0 \sin\psi \frac{d\varphi}{dt}; \quad a_{AY} = \frac{dv_{AY}}{dt} = v_0 \cos\varphi \frac{d\varphi}{dt}.$$

Полное или абсолютное ускорение точки

$$a_A = \sqrt{a_{AX}^2 + a_{AY}^2} = v_0 \frac{d\varphi}{dt}.$$

Приращение угла φ (см. рис. 3.3) при двух положениях точки A равно углу поворота данного колеса, вращающегося с угловой скоростью ω. Следовательно,

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega = \frac{v_0}{r},$$

где r — кинематический радиус этого колеса.

Окончательно полное ускорение точки

$$a_A = v_0^2/r.$$

Полученное выражение представляет собой центростремительное ускорение, постоянное при постоянном радиусе r. Точки дуговых ветвей катков или колес разных размеров имеют различные ускорения. Если точка движется по прямолинейному участку обвода, $r = \infty$ и $a = 0$. Следовательно, в точке перехода с дуговой ветви на прямолинейную или наоборот имеются два значения абсолютного ускорения или разрыв непрерывности ускорения. Это явление иногда называют мягким ударом в отличие от жесткого удара, под которым понимается разрыв в непре-

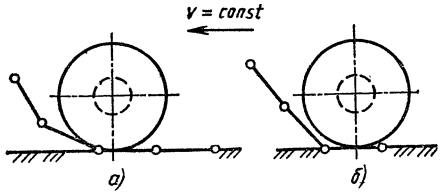


Рис. 3.6. Укладка гусеницы первым катком

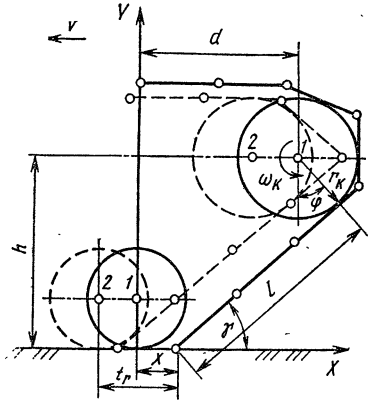


Рис. 3.7. Движение задней ветви гусеничного обвода

рывности скорости. Следует заметить, что потеря энергии при мягком ударе является величиной второго порядка по сравнению с потерей энергии при жестком ударе.

Особенности кинематики звенчатой гусеницы. Выводы по кинематике гусеничной ленты в первом приближении справедливы для мелкозвенчатой гусеницы. Звено же с большим шагом вносит ряд существенных изменений в работу гусеничного движителя, вызывая в целом неравномерность движения гусеницы, ведущего колеса и трактора. На рис. 3.6 изображены передний опорный каток трактора и часть передней ветви звенчатого обвода при движении по абсолютно твердому грунту. Когда передний опорный каток укладывает звено гусеницы на грунт (рис. 3.6, *а*), скорости движения точек свободных ветвей и направляющего колеса определяются одной функциональной зависимостью. После укладки звена на грунт (рис. 3.6, *б*) скорости тех же точек определяются другими зависимостями. Характер изменения этих скоростей в первом и втором случаях совершенно различный.

Гусеничный обвод является многозвенным механизмом с большим числом степеней свободы. Благодаря этому взаимодействие отдельных участков звенчатого обвода с катками или колесами, оси которых принадлежат корпусу машины, будет различным, и трактор движется неравномерно.

Для исследования неравномерности движения трактора достаточно рассмотреть кинематику его задней рабочей ветви.

Для упрощения явлений, происходящих в гусеничном обводе, примем, что трактор движется прямолинейно по абсолютно жесткому грунту и горизонтальной поверхности, при этом угловая скорость ведущего колеса $\omega_к$ постоянна.

При движении остова трактора заднее звено гусеницы, лежащее на грунте, приподнимается (рис. 3.7). В положении *1* задняя свободная ветвь имеет три звена. Начиная с положения *2* к свободной ветви добавляется еще одно звено. Переход крайнего звена к свободной ветви сопровождается перекатыванием катка

по звену, и, следовательно, условие свободного обвода — неподвижность звеньев относительно колеса — не соблюдается.

Пусть остов трактора движется с некоторой скоростью v относительно грунта. Если рассматривать движение обвода относительно корпуса, последний можно считать неподвижным. Тогда механизм задней ветви сводится к дезаксиальному механизму [2]. Звено радиуса $r_к$ (динамический радиус ведущего колеса совпадает с кинематическим) имеет вращательное движение с угловой скоростью $\omega_к$ (см. рис. 3.7), звено $t_г$ — поступательное движение со скоростью, равной скорости v остова трактора, но с обратным направлением.

Установим связь между угловой скоростью дуговой ветви и скоростью поступательного движения трактора v. Для этого составим уравнение проекций отрезков на оси X:

$$x = d + r_к \sin\varphi - l\cos\gamma.$$

Из рис. 3.7 имеем

$$l\cos\gamma = \sqrt{l^2 - (h - r_к\cos\varphi)^2};$$

$$x = d + r_к\sin\varphi - \sqrt{l^2 - (h - r_к\cos\varphi)^2}.$$

Скорость движения оси заднего катка (остова трактора) получим как производную по времени от координаты X:

$$v = \frac{dx}{dt} = \left[\cos\varphi - \frac{(h - r_к\cos\varphi)\sin\varphi}{\sqrt{l^2 - (h - r_к\cos\varphi)^2}}\right] r_к \frac{d\varphi}{dt} =$$

$$= \left[\cos\varphi - \frac{(h - r_к\cos\varphi)\sin\varphi}{l^2 - (h - r_к\cos\varphi)^2}\right] r_к\omega_к,$$

где $\omega_к = \frac{\partial\varphi}{\partial t}$ — угловая скорость ведущего колеса; γ — угол наклона задней ветви.

Обозначим функцию

$$f(\varphi) = \left[\cos\varphi - \frac{(h - r_к\cos\varphi)\sin\varphi}{\sqrt{l^2 - (h - r_к\cos\varphi)^2}}\right] r_к. \qquad (3.1)$$

Тогда

$$v = f(\varphi)\,\omega_к.$$

Так как $f(\varphi)$ является функцией угла поворота дуговой ветви, следовательно, эта величина переменная. Таким образом, $f(\varphi)$ является характеристикой неравномерности движения гусеничного обвода. Изменение угла φ происходит в некотором интервале от φ_1 до φ_2. Ведичина $f(\varphi)$ представляет собой убывающую функцию. Она имеет некоторое минимальное значение. Период изменения этой функции в большинстве случаев соответствует времени перемещения по обводу одного звена: $T = \frac{t_г}{v}$.

Обозначим отношение $f(\varphi)_{max}/[f(\varphi)_{min}] = \xi_г$. Тогда $\xi_г$ — *коэффициент неравномерности движения обвода* в рассматриваемом случае.

Из анализа функции $f(\varphi)$ нетрудно заметить, что неравномерность движения трактора тем меньше, чем меньше угол наклона задней ветви и шаг звена цепи.

На неравномерность хода большое влияние оказывает диаметр задних опорных катков; чем больше диаметр, тем равномернее ход трактора.

Определим коэффициент неравномерности движения гусеничного трактора (Т-150) класса 3, имеющего $\varphi_1 = 28°$; $\varphi_2 = 53°$; $r_к = 0{,}38$ м; $h = 0{,}48$ м; $l = 0{,}6$ м. Подставляя в формулу (3.1) значения величин $r_к$, h, l при φ_{max} и φ_{min}, получаем $f(\varphi)_{max} = 0{,}29$ и $f(\varphi)_{min} = 0{,}096$. Отсюда

$$\xi_г = \frac{f(\varphi)_{max}}{f(\varphi)_{min}} = \frac{0{,}290}{0{,}096} \approx 3.$$

Таким образом, при $\omega_к = \text{const}$ скорость остова трактора снижается в 3 раза. В действительности такое снижение скорости отсутствует, поскольку остов трактора обладает большой инерцией. Кроме того, при отсутствии синхронности перемещения концов рабочей ветви в реальном тракторе с крупнозвенчатой гусеницей появляются дополнительные периодические факторы, уменьшающие воздействие неравномерности движения гусеничного обвода. К ним в первую очередь следует отнести: 1) периодические перемещения заднего катка (если он подрессорен); 2) изменение угловой скорости ведущего колеса благодаря упругой податливости валов трансмиссии; 3) выворачивание звеньев под задним катком, допускаемое грунтом в связи с его способностью деформироваться.

Скорость реальной гусеничной машины при $\omega_к = \text{const}$ изменяется незначительно, поэтому в теории трактора принято понятие о средней теоретической скорости движения гусеничного трактора

$$v_т = 2\pi r_к n_к,$$

где $n_к$—частота вращения ведущего колеса, $с^{-1}$.

С другой стороны, окружная скорость ведущего колеса может быть выражена формулой

$$v_т = z t_г n_к,$$

где z — число звеньев, укладывающихся на колесо за один оборот.

Приравняв правые части этих выражений, получим формулу расчетного радиуса ведущего колеса

$$r_к = t_г z/(2\pi).$$

Под расчетным (динамическим) радиусом ведущего колеса понимается такой радиус, который дает при вычислении среднюю скорость движения остова трактора (при отсутствии буксования).

Поступательное движение реального гусеничного движителя по грунту всегда сопровождается буксованием, т. е. снижением скорости. Действительная скорость движения в этом случае

$$v_д = v_т\,(1 - \delta),$$

где δ — коэффициент буксования движителя.

КПД, учитывающий потери скорости, η_δ оценивается по следующей формуле:

$$\eta_\delta = \frac{v_д}{v_т} = 1 - \delta.$$

Итак, кинематика гусеничного движителя существенно отличается от кинематики колесного движителя. Гусеничный движитель с крупнозвенчатой гусеницей характеризуется даже при $\omega_к = \text{const}$ неравномерностью движения, которая зависит от параметров обвода и оценивается коэффициентом неравномерности движения $\xi_г$. Наибольшее влияние на неравномерность движения оказывают шаг звена, радиус ведущего колеса и угол подъема задней ветви.

3.3. ДИНАМИКА ГУСЕНИЧНОГО ДВИЖИТЕЛЯ

Пусть гусеничный обвод движется равномерно и прямолинейно по горизонтальной поверхности и имеет заднее ведущее колесо, к которому со стороны остова трактора приложен крутящий (ведущий) момент $M_к$ (рис. 3.8). Под действием этого момента задняя рабочая ветвь обвода имеет усилие натяжения $F_к = M_к/r_к$ и стремится вытянуть опорную ветвь из-под опорных катков. Так как опорная ветвь прижата к поверхности грунта силой тяжести G трактора, между поверхностью грунта и опорной ветвью (участок *1—2*) возникают силы сцепления, равнодействующая которых, если пренебречь потерями энергии на трение в обводе, равна силе $F_к$. Эта сила направлена по движению трактора и называется *касательной силой тяги*. По отношению к обводу она является внешней силой.

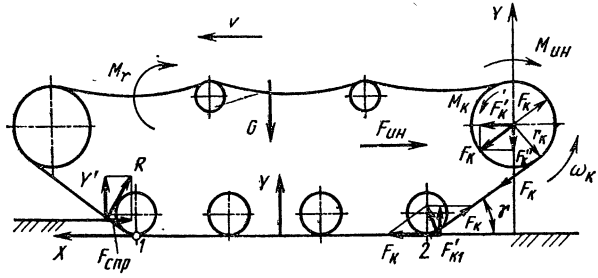


Рис. 3.8. Силы, действующие на движитель при прямолинейном поступательном движении по горизонтальной поверхности

Указанное в параграфе 3.2 периодическое изменение скорости гусеничного трактора обусловливает соответствующее периодическое изменение ведущего момента $M_к$ и касательной силы тяги $F_к$. В последующем изложении под символами $M_к$ и $F_к$ подразумеваются осредненные значения указанных величин за период. Движение трактора считают установившимся, если осредненные значения ведущего момента $M_к$ и касательной силы тяги $F_к$ не изменяются.

Со стороны грунта в результате его деформирования передней наклонной ветвью возникает реакция R, горизонтальная составляющая которой создает сопротивление движению $F_{спр}$. Эта составляющая уравновешивается касательной силой тяги $F_к$, т. е. $F_к = F_{спр}$.

Вертикальная составляющая этой реакции Y' вместе с реакцией грунта на опорную поверхность гусеничного движителя уравновешивается силой тяжести трактора G, т. е. $Y + Y' = G$.

Приложим к оси ведущего колеса (см. рис. 3.8) две равные и противоположно направленные силы $F_к$. Одна из них вместе с силой натяжения рабочей ветви создает пару сил, момент которых равен величине ведущего момента $M_к$. Другая сила может быть разложена по двум взаимно перпендикулярным направлениям — параллельно поверхности пути $F'_к$ и перпендикулярно к нему $F''_к$. Сила $F'_к$ является силой, толкающей остов трактора вперед. С другой стороны, на задний опорный каток действует сила натяжения ветви $F_к$ и касательная сила тяги $F_к$. Равнодействующая их также создает силу $F'_к$, толкающую остов вперед. Определим силы $F_к$ и $F'_{к1}$. Из рис. 3.8 имеем:

$$F'_к = F_к \cos\gamma; \quad F'_{к1} = F_к - F_к \cos\gamma.$$

Сумма обеих сил

$$F'_к + F'_{к1} = F_к \cos\gamma + F_к - F_к \cos\gamma = F_к.$$

Из этой формулы видно, что равнодействующая толкающих сил при отсутствии сопротивлений обвода равна касательной силе тяги.

Следует отметить, что равнодействующая толкающих сил не зависит от расположения ведущего колеса.

Мощность, передаваемая от гусеничного движителя остову трактора при отсутствии буксования ($\delta = 0$), представляется произведением силы $F_к$ на теоретическую скорость движения $v_т$, т. е.

$$P_к = F_к v_т = M_к \omega_к.$$

При установившемся движении реального гусеничного движителя без буксования возникают внутренние силы сопротивления движению, развивающиеся вследствие трения в шарнирах гусеничной цепи, биения ее об обод ведущих и направляющих

колес, поддерживающих катков при вертикальных колебаниях гусеничной цепи и т. д. Потери мощности на преодоление этих сопротивлений можно представить в виде произведения $M_r\omega_к$ (здесь M_r — момент внутренних сопротивлений движителя, приведенных к ведущему колесу), т. е. $P_r = M_r\omega_к$.

Тогда мощность, передаваемая от гусеничного движителя остову трактора,

$$F_к v_т = P_к - P_r = M_к\omega_к - M_r\omega_к = (M_к - M_r)\,\omega_к.$$

Из приведенного баланса мощности следует, что

$$F_к = \frac{(M_к - M_r)\,\omega_к}{v_т} = \frac{M_к - M_r}{r_к}.$$

Из этого баланса КПД, учитывающий внутренние потери мощности в гусеничном движителе:

$$\eta_r = \frac{P_к - P_r}{P_к} = \frac{M_к - M_r}{M_к}.$$

При неустановившемся прямолинейном поступательном движении гусеничного движителя (см. рис. 3.8) возникают моменты касательных сил инерции вращающих деталей обвода. Приведя их к ведущему колесу (приведение осуществляется на основании равенства кинетической энергии приведенной массы сумме кинематических энергий отдельных вращающихся частей), получим суммарный момент инерции касательных сил инерции $M_{ин}$ гусеничного обвода. Мощность, затрачиваемая на преодоление этого момента, равна $P_{ин} = M_{ин}\omega_к$.

Кроме того, при неустановившемся движении возникают силы инерции отдельных частей обвода. Их результирующая $F_{ин}$ приложена в центре масс движителя и направлена параллельно поверхности в сторону, обратную движению. Из баланса сил (см. рис. 3.8) следует

$$F_к = F_{спр} + F_{ин}.$$

С учетом момента касательных сил инерции движителя мощность, передаваемая от гусеничного движителя к остову трактора

$$F_к v_т = P_к - P_r - P_{ин}. \qquad (3.2)$$

Из приведенного баланса мощности следует, что

$$F_к = \frac{M_к - M_r - M_{ин}}{r_к}.$$

Учтем пробуксовку движителя, для чего добавим в уравнение (3.2) произведение $\pm F_к v_д$. Поскольку $F_к = F_{спр} + F_{ин}$, получим

$$P_к = F_к v_т \pm F_к v_д + P_r + P_{ин}.$$

Отсюда

$$P_к = M_к\omega_к = F_{спр} v_д + F_к (v_г - v_д) + M_r\omega_к + M_{ин}\omega_к. \qquad (3.3)$$

Уравнение (3.3) представляет собой баланс мощности гусеничного движителя при неустановившемся прямолинейно-поступательном движении по горизонтальной поверхности пути с буксованием.

Мощность $P_к$, сообщаемая гусеничному движителю, в рассматриваемом случае равна сумме следующих мощностей: 1) $F_{спр}v_д$, расходуемой на преодоление внешних сопротивлений, возникающих вследствие лобового сопротивления грунта и образования колеи; 2) $F_к$ ($v_т$ — $v_д$), расходуемой на буксование, т. е. на горизонтальную деформацию грунта (горизонтальное прессование почвы в направлении, противоположном движению трактора), и на трение опорной поверхности движителя о грунт; 3) $M_г\omega_к$, расходуемой на преодоление внутренних сопротивлений гусеничного обвода (трение в шарнирах гусениц, биение гусеничной цепи при ее вертикальных колебаниях, трение на участке зацепления ведущего колеса с гусеницей и в подшипниках опорных, направляющих и поддерживающих колес и т. д.); 4) $F_{ин}v_д$, превращаемой в кинетическую энергию переносного поступательного движения; 5) $M_{ин}\omega_к$, превращаемой в кинетическую энергию относительного вращательного движения гусеничного обвода.

3.4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ ПО ДЛИНЕ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ДВИЖИТЕЛЯ

Сила тяжести гусеничного трактора передается на грунт через опорные катки и опорную ветвь гусеничного движителя. Если опорная ветвь гусеницы находится под бесконечно большим натяжением, она превращается в жесткую пластину и распределение весовой нагрузки зависит только от положения центра масс машины. Если центр масс машины совпадает с центром опорной поверхности (рис. 3.9, *а*) движителя, то весовая нагрузка распределяется равномерно и определяется формулой $p = G/(2bL)$ (здесь G — сила тяжести трактора; b — ширина опорной ветви; L — длина опорной ветви).

Однако при взаимодействии реального гусеничного движителя с грунтом благодаря провисанию свободных ветвей, наличию амортизирующего устройства и упругости грунта весовая нагрузка распределяется неравномерно: участки ветви между опорными катками прогибаются, и наибольшее давление p_{max} будет под катками, а наименьшее p_{min} — в средней части между катками (рис. 3.9, *б*).

В грунте возникают сжимающие напряжения σ, от значения которых зависят сопротивления движению трактора, его проходимость и маневренность. Наибольшие сжимающие напряжения в точках контакта опорной ветви движителя с грунтом (рис. 3.10) при этом равны давлениям, т. е. $p_i = \sigma_i$ (знак i относится к любой точке опорной ветви). Общее погружение опорных ветвей в грунт определяется сдавливанием относительно тонкого слоя h грунта

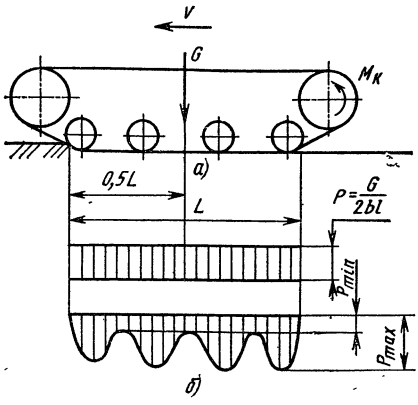


Рис. 3.9. Распределение давления по поверхности контакта опорной ветви с грунтом

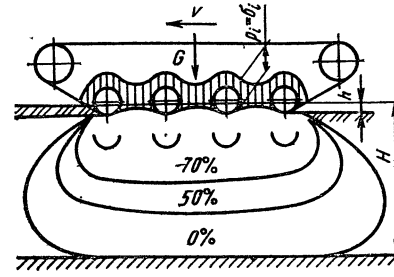


Рис. 3.10. Изобары напряжений в грунте под опорной ветвью гусеницы

и уплотнением всей остальной толщи H грунта до твердого подстилающего основания. Сжимающие напряжения грунта по мере удаления от опорной ветви уменьшаются. Теоретически напряжения распространяются на бесконечно большую глубину, однако в практических расчетах зону распространения напряжений ограничивают зоной грунта до подстилающего слоя. На рис. 3.10 показаны изобары — линии равного напряженного состояния грунта. Процентами показано уменьшение напряжения в грунте по мере увеличения глубины. Выравнивание нагрузки вдоль опорной поверхности происходит для мягкого грунта, каким является почва, при сравнительно небольшом углублении опорной ветви.

В этом случае можно приближенно считать, что изобары напряжений на участке, расположенном непосредственно под опорной ветвью, представляют собой эпюру давлений.

Найдем закон распределения давлений по длине опорной ветви, принимая положение, что гусеница представляет собой нерастяжимую ленту, а сжимающие напряжения описываются законом сжатия:

$$\sigma_i = \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0} h_i,$$

где h_i — глубина погружения гусеницы под i-м участком.

Прогиб гусеницы между опорными катками возможен лишь при условии, что под каждым катком грунт дает осадку, которая частично восстанавливается после прохода катка. При этом следует помнить, что опорная ветвь гусеницы имеет возможность удлиняться благодаря сжатию пружины амортизирующего устройства. В этом случае разность полных осадок грунта под двумя соседними катками $\Delta h = h_{i+1} - h_i$ (здесь h_i — осадка при проходе последующего катка) и упругая деформация грунта после прохода предыдущего катка определяют прогиб гусеницы, а значит, и давление на гусеницу между катками.

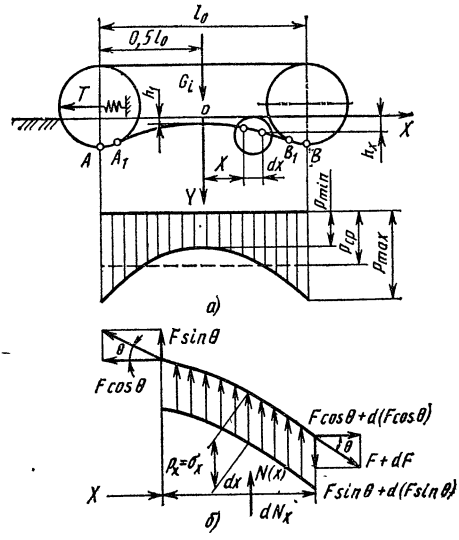


Рис. 3.11. Схема вывода закона распределения давления по длине опорной части движителя

Осадка Δh учитывает остаточную и упругую части деформации. Однако, как показывают экспериментальные исследования, накопление остаточной деформации на последующем катке всегда происходит с некоторым запаздыванием, и новая деформация устанавливается постепенно.

При определении закона распределения давлений примем схему, предложенную проф. В. В. Кацыгиным [4], и рассмотрим часть гусеничного движителя, состоящего из двух опорных катков. Примем также, что трактор движется равномерно по горизонтальной поверхности пути.

Пусть на участок гусеницы AB (рис. 3.11, *а*) действует нагрузка G_i, равная силе тяжести трактора, приходящейся на выделенную часть движителя. Учитывая, что прогиб опорной ветви между катками обычно невелик и участки AA_1 и BB_1, в пределах которых лента $\overset{\frown}{AB}$ касается опорных катков и прилегает к ним, также невелики по сравнению с длиной $\overset{\frown}{AB}$, участок гусеничного обвода между точками A и B можно считать гибкой лентой, положение которой зависит от ее натяжения и напряжений грунта. В свою очередь, напряжения грунта зависят от степени осадки различных участков ленты.

Построим на рис. 3.11, *а* координатные оси так, чтобы ось абсцисс была расположена горизонтально (на уровне поверхности пути до деформации грунта движителя), а ось ординат проходила бы вертикально вниз через середину участка AB. Рассмотрим равновесие элементарной полоски (ширина b равна ширине гусеничной ленты, а длина dx), отстоящей на расстоянии x от начала координат. Эта полоска находится в равновесии под действием сил натяжения ленты F и dF, а также силы dN_x со стороны грунта

$$dN_x = p_x b\, dx,$$

где p_x — давление на участке bdx.

Проектируем указанные силы на оси OX и OY (рис. 3.11, *б*). Сумма проекций этих сил на оси равна нулю, т. е.

$$F\cos\theta + d(F\cos\theta) - F\cos\theta = 0,$$

или

$$d\,(F\cos\theta) = 0, \tag{3.4}$$

и

$$F\sin\theta + d\,(F\sin\theta) - F\sin\theta - p_x\,b\,dx = 0,$$

или

$$dF\,(\sin\theta) - p_x b\,dx = 0. \tag{3.5}$$

Из уравнения (3.4) следует, что $F\cos\theta = \text{const}$, т. е. горизонтальная составляющая натяжения ленты постоянна и равна половине усилия натяжной пружины $T/2$. Подставим в уравнение (3.5) значение $F = T/(2\cos\theta)$. После сокращения на dx получим

$$\frac{T}{2}\frac{d\,(\operatorname{tg}\theta)}{dx} - p_x b = 0.$$

Тангенс угла наклона ленты равен первой производной осадки y по x, т. е. dy/dx. Кроме того, $p_x = \sigma_0 \operatorname{th}\frac{k}{\sigma_0}y$ (здесь текущее значение осадки h_i заменено ординатой y). Таким образом,

$$\frac{T}{2}\frac{d^2y}{dx^2} - b\sigma_0 \operatorname{th}\frac{k}{\sigma_0}y = 0. \tag{3.6}$$

Полученное выражение представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка и определяет закон распределения давлений по длине опорной ветви гусениц.

Рассмотрим упрощенный вариант решения этого уравнения, для чего допустим, что в пределах существующих скоростей движения гусеничных тракторов можно принять, что прогиб гусеницы обусловлен только упругими деформациями грунта и определяется линейной закономерностью

$$p_i = \sigma_i = kh_i.$$

Тогда уравнение (3.6) примет вид

$$\frac{T}{2}\frac{d^2y}{dx^2} - bky = 0. \tag{3.7}$$

Полученное выражение представляет собой однородное дифференциальное уравнение второго порядка. Найдем его решение в виде $y = ce^{\lambda x}$. Дифференцируя два раза $y = f(x)$ и подставляя результат в уравнение (3.7), получаем

$$\frac{T}{2}ce^{\lambda x}\lambda^2 - kbce^{\lambda x} = 0$$

или

$$ce^{\lambda x}\lambda^2 - \frac{2kb}{T}ce^{\lambda x} = 0; \quad ce^{\lambda x}\left(\lambda^2 - \frac{2kb}{T}\right) = 0.$$

При любом c последнее равенство справедливо, если $\lambda^2 - 2kb/T = 0$. Таким образом, $\lambda = \pm\sqrt{2kb/T}$. Следовательно,

частные решения дифференциального уравнения (3.7) следующие:

$$y_1 = c_1 e^{x\sqrt{\frac{2kb}{T}}}; \quad y_2 = c_2 e^{-x\sqrt{\frac{2kb}{T}}}.$$

В нашем случае перед координатой x нужно всегда ставить плюс, так как при отрицательном значении показателя степени с увеличением x осадка уменьшается, что противоречит действительности.

Найдем постоянные c_1 и c_2 при следующих начальных условиях: $x = 0$, $y = h_1$. Тогда $h_1 = c_1 e^0 = c_1$ и $h_1 = c_2 e^0 = c_2$, т. е. $c_1 = c_2 = h_1$. Отсюда

$$y = h_1 e^{x\sqrt{\frac{2kb}{T}}}.$$

Как уже было принято, давление на грунт пропорционально осадке:

$$p_x = kh_i = kh_1 e^{x\sqrt{\frac{2kb}{T}}}. \tag{3.8}$$

Чтобы судить о значении давлений, необходимо определить осадку h_1 между опорными катками. Для этого просуммируем элементарные силы грунта на гусеничную ленту между точками A и B (см. рис. 3.11, *а*) и приравняем эти силы к силе тяжести G_i, которая приходится на тот же участок:

$$G_i = \int_A^B dN_x = \int_A^B N(x)\,dx;$$

на половину участка

$$\frac{G_i}{2} = \int_0^{l_0/2} bkh_1 e^{x\sqrt{\frac{2kb}{T}}}\,dx.$$

Проинтегрировав, получим

$$\frac{G_i}{2} = h_1\sqrt{\frac{2kb}{T}}\left(e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}} - 1\right).$$

Откуда

$$h_1 = \frac{G_i}{2\sqrt{\frac{2kb}{T}}\left(e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}} - 1\right)}.$$

Подставив значение h_i в формулу (3.8), получим уравнение, характеризующее распределение давлений под опорной ветвью гусеницы между катками:

$$p_x = G_i \frac{ke^{x\sqrt{\frac{2kb}{T}}}}{2\sqrt{\frac{kbT}{2}}\left(e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}} - 1\right)}. \tag{3.9}$$

Из уравнения (3.9) следует, что давление зависит от силы тяжести, расстояния между опорными катками, ширины гусеницы, натяжения, а также физико-механических свойств почвы.

Для определения неравномерности распределения давления по длине опорной поверхности гусеницы введен *коэффициент относительной неравномерности:*

$$\xi = \frac{p_{max} - p_{min}}{p_{cp}},$$

где p_{max} — максимальное давление при $x = l_0/2$; p_{min} — минимальное давление при $x = 0$; p_{cp} — среднее давление, $p_{cp} = G_i/(bl_0)$.

$$\lim_{x \to 0} p = \frac{kG_i}{2\sqrt{\frac{kbT}{2}}\left(e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}} - 1\right)} = p_{min};$$

$$\lim_{x \to l_0/2} p = \frac{kG_i e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}}}{2\sqrt{\frac{kbT}{2}}\left(e^{\frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}} - 1\right)} = p_{max}.$$

Подставив значения p_{min}, p_{max} и p_{cp} в предыдущую формулу, получим

$$\xi_p = \frac{l_0}{2}\sqrt{\frac{2kb}{T}}.$$

Из этой формулы следует, что неравномерность давления возрастает, если расстояние между катками и ширина ленты увеличиваются, и, наоборот, уменьшается с увеличением натяжения гусеницы. На твердых грунтах при прочих равных условиях коэффициент относительной неравномерности давления возрастает по сравнению с коэффициентами грунтов, имеющих малую несущую способность, пропорционально корню квадратному из соотношения коэффициентов объемного смятия. Если обозначить через ξ_{p1} и k_1, ξ_{p2} и k_2 коэффициенты неравномерности и объемного смятия соответственно твердого и мягкого грунтов, то

$$\frac{\xi_{p1}}{\xi_{p2}} = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}.$$

Таким образом, если на торфянике $k_2 = 0{,}005 \cdot 10^7$ Н/м^3, а на суглинке $k_1 = 0{,}5 \cdot 10^7$ Н/м^3, то $\xi_{q1} = \xi_{q2}\sqrt{k_1/k_2} = 10$, т. е. на минеральной почве неравномерность давлений гусеничного трактора в 10 раз больше, чем на торфяниках.

При выводе уравнения (3.9) предполагалось, что гусеница прогибается между катками, как гибкая нерастяжимая лента. Однако в большинстве машин гусеницы состоят из отдельных звеньев. В этом случае закон распределения давления по опорной ветви несколько иной.

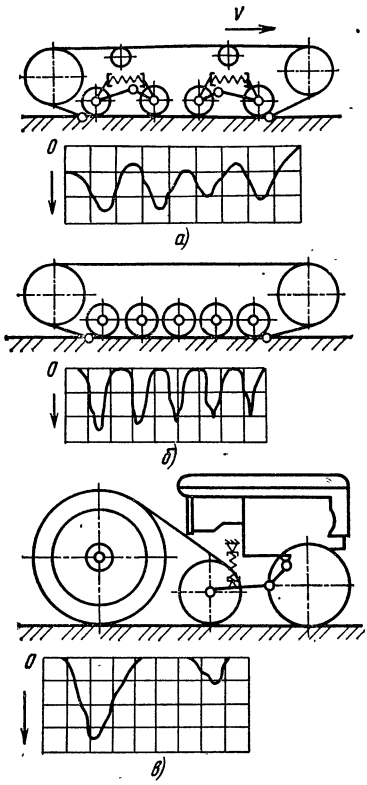


Рис. 3.12. Экспериментальные эпюры давлений на грунт:

а — пахотный трактор ДТ-75; *б* — гусеничный транспортный тягач; *в* — полугусеничный движитель

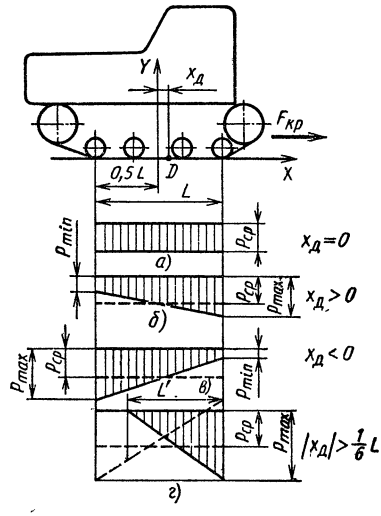


Рис. 3.13. Распределение давления по длине опорной части движителя в зависимости от положения центра давления

Экспериментальными исследованиями установлено, что гусеницы передают давление на почву отдельными активно-опорными участками, группирующимися вокруг каждого опорного катка. На рис. 3.12 приведены экспериментальные эпюры давлений на грунт тракторов, имеющих различные конструкции движителей.

В тех случаях, когда катки расставлены настолько часто, что почти каждое звено гусеницы, лежащей на грунте, находится под их непосредственным воздействием, активно-опорной поверхностью является вся поверхность опорной ветви. По имеющимся экспериментальным данным, это достигается в том случае, когда отношение расстояния между соседними катками l_0 к шагу звена $t_г$ находится в пределах $l_0/t_г \leqslant 1{,}5 \div 1{,}7$. В теории трактора допускается, что эпюра давлений имеет в этом случае линейную зависимость (рис. 3.13).

Если центр масс совпадает с центрами опорной поверхности и давления (трактор неподвижен), то эпюра давлений имеет вид прямоугольника с ординатой $p_{ср} = G/(2bL)$ (рис. 3.13, *а*). При приложении внешних сил (тягового сопротивления $F_{кр}$, сил инерции, лобового сопротивления и т. д.) центр давления не совпадает с центром масс и смещается в сторону в зависимости от направ-

ления и значения внешних сил. В этом случае (рис. 3.13, *б*, *в*) эпюра имеет вид трапеции, центр масс которой лежит на одной вертикали с центром давления.

Применяя известное соотношение для определения центра масс трапеции, получаем

$$x_д = \frac{L}{6}\left(\frac{p_{max} - p_{min}}{p_{max}}\right). \qquad (3.10)$$

На горизонтальном участке при $F_{кр} = 0$

$$p_{ср} = G/(2bL).$$

Среднее давление равно полусумме p_{max} и p_{min}, т. е.

$$p_{ср} = \frac{p_{max} + p_{min}}{2}.$$

Подставляя значение $p_{ср}$ в уравнение (3.10), получаем

$$p_{min} = p_{ср}\left(\frac{L - 6x_д}{L - 3x_д}\right);$$

$$p_{max} = p_{ср}\frac{L}{L - 3x_д}. \qquad (3.11)$$

Формулы (3.11) применимы лишь в том случае, если p_{min} больше нуля, т. е.

$$p_{ср}\left(\frac{L - 6x_д}{L - 3x_д}\right) \geqslant 0.$$

Тогда $(L - 6x_д) \geqslant 0$ или $x_д \leqslant L/6$, т. е. величина $x_д$ по модулю не должна превышать $L/6$.

Если это условие не выполнено (рис. 3.13, *г*), длина используемой части опорной ветви гусениц уменьшается. Это возможно при значительном смещении центра масс от центра опорной поверхности и больших тяговых сопротивлениях агрегатируемых машин. В этом случае указанная длина $L' = \frac{3}{2}|x_д|$, куда смещение давления подставляют без учета знака, т. е. по модулю.

Среднее давление на единицу длины используемой части опорной поверхности гусениц

$$p'_{ср} = G/(2bL').$$

Если отношение расстояния между опорными катками к шагу звена превышает указанные выше пределы 1,5—1,7, то линейный закон распределения нормальных удельных сил по длине опорной поверхности неприемлем.

Наиболее неблагоприятные значения отношения $l_0/t_т$ складываются у гусеничных движителей с упругой балансирной подвеской. Поэтому у движителей такого типа приближенной характеристикой распределения давлений могут служить значения нормальных распределенных реакций грунта на опорные катки.

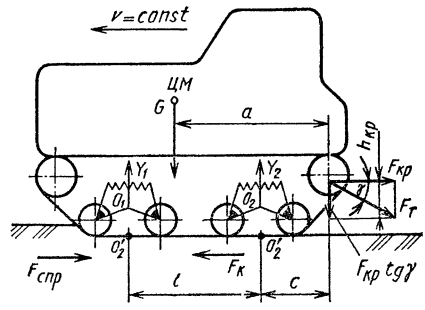


Рис. 3.14. Схема внешних сил и реакций, действующих на трактор с двухопорной балансирной подвеской

Определим значения распределенных реакций грунта для тракторов с двухопорной балансирной подвеской. Рассмотрим случай установившегося движения трактора в агрегате с сельскохозяйственной машиной по горизонтальной поверхности (рис. 3.14) Для определения реакций Y_1 и Y_2 просуммируем моменты сил относительно точек O_1' и O_2' и приравняем их нулю:

$$Y_1 l - G(a - c) + F_{кр}(c + h_{кр}\,\mathrm{tg}\,\gamma) = 0;$$

$$Y_2 l - G(l + c - a) - F_{кр}(l + c + h_{кр}\,\mathrm{tg}\,\gamma) = 0,$$

где l — расстояние между опорами; a — продольная координата центра масс; c — расстояние от оси ведущего колеса до оси качения задней каретки.

Отсюда

$$Y_1 = \frac{G(a - c) - F_{кр}(c + h_{кр}\,\mathrm{tg}\,\gamma)}{l};$$

$$Y_2 = \frac{G(l + c - a) + F_{кр}(l + c + h_{кр}\,\mathrm{tg}\,\gamma)}{l}.$$

Из приведенных формул видно, что тяговое сопротивление в значительной степени влияет на перераспределение реакций между передними и задними опорами. Составив аналогичные уравнения, можно найти весовую нагрузку на каждый опорный каток. Зная нагрузку на данный каток, определяем максимальное давление p_{max} гусениц на грунт в зоне его расположения:

$$p_{max} = G_i/(nbt_г),$$

где n — число звеньев на активно-опорном участке.

При $1{,}7 \leqslant l_0/t_г$ можно принимать $n = 2$, при $l_0/t_г \geqslant 3{,}0$ $n = 1$.

Итак, реальный гусеничный движитель со звенчатой гусеничной лентой передает давление на грунт неравномерно. Неравномерность давления увеличивает сопротивление движению и ухудшает проходимость. При $l_0/t_г \leqslant 1{,}7$ эпюра распределения носит линейный характер и вся опорная ветвь участвует в передаче давления. При $l_0/t_г \geqslant 1{,}7$ давление передается отдельными активно-опорными участками. Давление и его распределение зависят от внешних нагрузок, приложенных к трактору, расположения центра масс и центра давления, параметров гусеничного обвода и физико-механических свойств грунта. Чем меньшей несущей способностью обладает грунт, тем равномернее распределяется давление. С точки зрения уменьшения неравномерности

давления следует проектировать гусеницы с большими шагом и диаметрами катков, выдерживая при этом соотношение $l_0/t_v \leqslant \leqslant 1{,}7$. В некоторых машинах для этого выполняют перекрытие опорных катков.

3.5. СОПРОТИВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЮ ГУСЕНИЧНОГО ДВИЖИТЕЛЯ

Общие сопротивления. При движении гусеничного трактора возникают сопротивления, которые в общем случае складываются из *внутренних* (создаваемых движителем) и *внешних* (возникающих в результате смятия грунта движителем и образования колеи). Затраты энергии на преодоление этих сопротивлений зависят от конструктивных параметров трактора и физико-механических свойств грунта, с которым взаимодействует движитель. Рассмотрим эти сопротивления.

Внутренние сопротивления движителя. В гусеничном движителе энергия расходуется на преодоление следующих сопротивлений: 1) трению в шарнирах гусеницы; 2) удару звеньев об обод колеса; 3) проскальзыванию звеньев на ведущем колесе; 4) удару в зубьях ведущего колеса; 5) трению в подшипниках поддерживающих и опорных тактов, а также направляющих колес.

В упругом обводе вместо потерь энергии на трение в шарнирах появляются потери в шарнирах на упругий гистерезис. Остальные потери те же, что и в простом обводе.

Потери на трение в шарнирах гусеницы возникают только при относительном перемещении звеньев, т. е. в шарнирах сопряжения свободных, дуговых и рабочих ветвей. Очевидно, в шарнирах ветвей с постоянными радиусами качения потери энергии отсутствуют, так как нет относительного перемещения звеньев. Угловую скорость i-го шарнира можно определить из формулы

$$v_т = \omega_i r_i; \quad \omega_i = v_т/r_i,$$

где r_i — радиус ветви; с некоторым приближением его можно принять равным радиусу колеса, в расположении которого происходит сопряжение ветвей.

Момент трения, действующий в шарнире:

$$M_i = \mu r_ш F_i,$$

где μ — коэффициент трения скольжения в шарнире; $r_ш$ — радиус шарнира; F_i — растягивающее усилие.

Мощность, теряемая в шарнире, $P_{i1} = M_i\omega_i = \mu r_ш \omega_i F_i$. Заменив $\omega_i = v_т/r_i$, получим

$$P_{i1} = \frac{\mu r_ш v_т F_i}{r_i}.$$

Эта мощность тратится в каждой точке сопряжения движителя. Тогда для всех точек сопряжения потерянная мощность следующая:

$$P_1 = \mu r_{ш} v_т \sum \frac{F_i}{r_i}.$$

Натяжение ветвей по периметру гусеничного обвода различно. Так, для сопряжения рабочей ветви с дуговой, охватывающей ведущее колесо (см. рис. 3.1), оно равно касательной силе тяги. Если в результате неравномерного смятия грунта опорной частью движителя появляются относительные перемещения звеньев на опорной ветви, растягивающее усилие на любом участке цепи определяется из следующих соображений. Предположим, что касательная сила тяги $F_к$ в начале зацепления движителя с грунтом равна нулю и достигает максимального значения при выходе из зацепления, причем она линейно распределена по длине опорной поверхности. Тогда

$$F_i = \frac{x}{L} F_к,$$

где F_i — натяжение в искомой точке обвода; x — расстояние от начала зацепления до рассматриваемой точки; L — длина опорной ветви обвода.

Для сопряжения свободных и дуговых ветвей натяжение можно подсчитать по формуле, предложенной проф. А. С. Антоновым [2]:

$$F_i = \left(\frac{n^2 t_г}{8h} + \frac{v_т^2}{gt} \right) G_i,$$

где n — число звеньев свободной ветви; h — прогиб гусениц (см. рис. 3.1); G_i — сила тяжести комплекта звена.

Как было показано в параграфе 3.2, при набегании свободной ветви на колесо происходит мгновенная потеря радиальной составляющей скорости звена и, следовательно, потеря энергии за удар звена об обод колеса. Удар в звенчатом обводе представляет физически сложное явление, некоторые показатели которого неизвестны. Так, неизвестно, какая масса свободной ветви участвует в ударе. Действительно, кроме массы звена, непосредственно взаимодействующего с ободом колеса при ударе, какая-то часть массы свободной ветви также участвует в ударе. Часть энергии непосредственно расходуется на удар, а часть — на колебательное движение звеньев обвода. Энергия колебательного движения гасится трением в шарнирах свободных звеньев. Кроме того, неизвестно, какая часть энергии удара является обратимой и какая безвозвратно теряется в обводе.

Обозначим через m' часть массы, участвующей в ударе. Явление удара набегающего звена об обод колеса можно рассмотреть на примере четырехзвенника (рис. 3.15). Если боковое звено a четырехзвенника вращается с постоянной угловой скоростью ω_i, то замыкающее звено b движется со скоростью крайнего шарнира

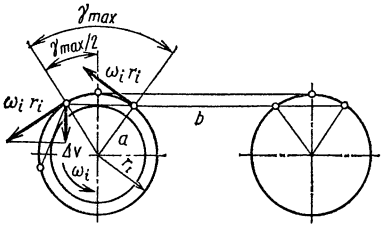


Рис. 3.15. Удар в набегающей ветви гусеничного обвода

поступательно. При повороте звена a окружная скорость шарнира изменяет направление, и в момент касания звеном b обода колеса она имеет конечную величину $\omega_i r_i$ и направлена перпендикулярно к радиусу a. В момент касания происходит удар звена об обод. Потерянная при ударе скорость Δv равна вертикальной составляющей скорости $\omega_i r_i$. После удара звено a мгновенно отделяется от звена b многозвенника и в дальнейшем вращается вместе с колесом как одно целое.

Определим потерянную при ударе скорость Δv. Обозначим центральный угол многоугольника дуговой ветви γ_{max}. Тогда

$$\Delta v = \omega_i r_i \cos\left(90° - \frac{\gamma_{max}}{2}\right) = \omega_i r_i \sin\frac{\gamma_{max}}{2}.$$

Поскольку

$$\sin\frac{\gamma_{max}}{2} = \frac{t_г}{2r_i}; \quad \Delta v = \frac{t_г \omega_i}{2}.$$

Согласно теореме Карно, потерянная при ударе живая сила равна живой силе потерянных скоростей. Потерянная живая сила

$$E = m' \frac{\Delta v^2}{2}; \quad E = \frac{m' t_г^2 \omega_i^2}{8}.$$

Заменим ω_i относительной скоростью движения обода $v_т$, т. е. $\omega_i = v_т/r_i$. Тогда

$$E = \frac{m' t_г^2 v_т^2}{8 r_i^2}.$$

Это и есть энергия, теряемая за цикл, т. е. за время работы одного звена. Цикл — $\Delta T_0 = \gamma_{max}/\omega_i$.

Приближенно можно считать $\gamma_{max} = t_г/r_i$. Тогда $\Delta T_0 = t_г/v_т$. Средняя мощность, затрачиваемая на удар дуговой ветви:

$$P_{i2} = \frac{F}{\Delta T_0} = \frac{m' t_г v_т^3}{8 r_i^2}.$$

Для всего обода

$$P_2 = \frac{m' t_г v_т^3}{8} \sum \frac{1}{r_i^2}.$$

Как показали исследования, проведенные проф. А. С. Антоновым, потери на проскальзывание звеньев на ведущем колесе, возникающие вследствие износа гусеницы, на удар звеньев о зубья ведущего колеса, возникающие в результате неравномерного движения гусеничного движителя, а также потери на трение качения

направляющих колес, опорных и поддерживающих катков весьма незначительны и составляют не более 5 % общих внутренних потерь. Поэтому в практических расчетах ими можно пренебречь.

Таким образом, суммарная мощность, затрачиваемая на преодоление внутренних потерь в гусеничном движителе с простым обводом,

$$P_r \approx P_1 + P_2 \approx \mu r_{ш} v_т \sum \frac{F_i}{r_i} + \frac{m' t_г v_т^3}{8} \sum \frac{1}{r_i^2}.$$

Приведенный к ведущему колесу момент M_r внутреннего трения гусеничного движителя найдем из следующего равенства:

$$P_r = M_r \omega_к = M_r \frac{v_т}{r_к};$$

$$M_r = \mu r_{ш} r_к \sum \frac{F_i}{r_i} + \frac{m' t_г r_к v_т^2}{8} \sum \frac{1}{r_i^2}.$$

КПД простого гусеничного обвода

$$\eta_r = \frac{P_к - P_r}{P_к} = 1 - \frac{P_r}{P_к} = 1 - \frac{P_r}{F_к v_т} =$$

$$= 1 - \frac{\mu r_ш}{r_к} \sum \frac{F_i}{r_i} - \frac{m' t_г v_т^2}{8 F_к} \sum \frac{1}{r_i^2}.$$

В упругом гусеничном обводе шарнир представляет собой или скручивающуюся резиновую втулку, или сжимающийся резиновый вкладыш. При периодическом скручивании втулки или сжатии вкладыша часть энергии тратится на гистерезис в резине.

Рассмотрим более подробно явление гистерезиса. Представим себе шарнир, связывающий звенья *a* и *b* (рис. 3.16). Закрепим звено *a*, а к звену *b* приложим момент M_r. Допустим, что звено *b* повернется на угол γ и перейдет из положения *1* в положение *3*. Если освободить звено, то при абсолютной упругости шарнира оно должно было бы занять положение *1*. В действительности оно займет положение *2*, т. е. угол изгиба звеньев γ не равен углу возвращения γ'. Одно полное движение звена назовем циклом. Тогда за цикл тратится энергия, значение которой определяется площадью, заключенной между кривыми нагрузки и разгрузки звена (рис. 3.17). Каждый повторный цикл требует затраты энер-

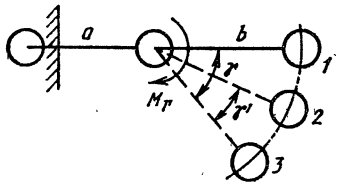


Рис. 3.16. Остаточная деформация упругого шарнира при гистерезисе

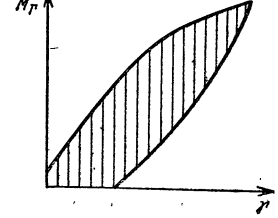


Рис. 3.17. Потерянная за цикл энергия на упругий гистерезис

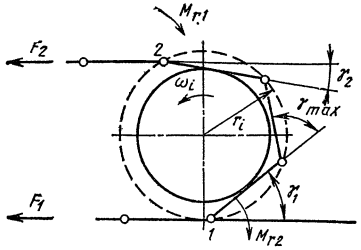


Рис. 3.18. Работа шарнира сопряжений на дуговой ветви

гии. Энергия гистерезиса идет на нагрев резины. При большой частоте циклов нагрев резины и потери энергии могут быть очень значительны.

Рассмотрим работу упругого шарнира сопряжения свободной и дуговой ветвей. Каждая дуговая ветвь имеет два шарнира сопряжения на набегающей и сбегающей частях ветви (рис. 3.18). Если принять угол предварительного изгиба звеньев $\gamma_0 = 0$, то в шарнирах *1* (набегающая ветвь) и *2* (сбегающая ветвь) действуют противоположно направленные моменты упругих сил M_{r1} и M_{r2}. По мере поворота дуговой ветви угол γ_1 увеличивается, а угол γ_2 уменьшается на поворот дуговой ветви. Тогда в шарнире *1* накапливается потенциальная энергия упругих сил. Если бы явление гистерезиса отсутствовало, то эта энергия полностью возвращалась бы в шарнир *2*.

Так как циклы для шарнира *1* и *2* обычно смещены во времени, в данный момент энергия, накапливаемая в шарнире *1*, может быть и не равна энергии, отдаваемой в шарнире *2*. Смещение циклов вызывает пульсацию напряжения свободных ветвей, в результате чего энергия упругих сил может возвращаться не полностью.

Определим потерю энергии на гистерезис в точке сопряжения дуговой и свободной ветвей. Обозначим потенциальную энергию закручивающего шарнира $E_п$, коэффициент, характеризующий потери на гистерезис, $\mu_г$. Тогда потерянная на дуговой ветви энергия

$$\Delta E_г = \mu_г E_п.$$

Если принять линейную зависимость $M_r = k_ш \gamma$ (здесь $k_ш$ — жесткость шарнира) между абсолютными значениями момента, закручивающего шарнир, и углом закрутки, то при максимальном угле закрутки γ_{max}, равном центральному углу дуговой ветви, получим выражение затраченной энергии при полной закрутке шарнира:

$$E_п = \frac{M_{r\,max}\gamma_{max}}{2} = \frac{k_ш \gamma_{max}^2}{2}$$

или

$$\Delta E_п = \frac{\mu_г k_ш \gamma_{max}^2}{2}.$$

Разделив это выражение на цикл $\Delta T_0 = \gamma_{max}/\omega_i$, получим среднюю мощность, теряемую на дуговой ветви:

$$P_{i1} = \frac{\Delta E_п}{\Delta T_0} = \frac{\mu_г k_ш \gamma_{max}}{2}\omega_i.$$

Учитывая, что $\omega_i = v_т/r_i$ и $\gamma_{max} = t_0/r_i$, получим

$$P_1 = \frac{\mu_r k_ш t_г v_т}{2} \sum \frac{1}{r_i^2}.$$

При расчетах можно принять $\mu_r = 0{,}15 \div 0{,}25$. Жесткость шарнира определяют по формуле, предложенной проф. А. С. Антоновым:

$$k_ш = \frac{2\pi l G_р}{1/r_{ш2}^2 - 1/r_{ш1}^2},$$

где l — длина втулки; $G_р$ — модуль сдвига резины; ориентировочно принимают $G_р = 0{,}3 \div 0{,}4$ МПа; $r_{ш1}$ и $r_{ш2}$ — наружный и внутренний радиусы втулки.

КПД упругого обвода определяют по тем же формулам, что и КПД простого обвода, однако потери на трение в простых шарнирах заменяют потерями на упругий гистерезис. Следует отметить, что потери энергии в шарнирах простого и упругого обвода приблизительно одинаковы [2]. Потери на удар звеньев об обод колеса и другие виды потерь остаются те же, что и для простого обвода.

Внешние сопротивления. При движении гусеничного трактора в агрегате с навесной или прицепной машиной (т. е. при приложении тягового сопротивления $F_{кр}$) колея образуется в результате деформации грунта лобовым участком на глубину h_1 (см. рис. 3.19) и деформации грунта опорной частью гусеницы на глубину h_2 вследствие неравномерного распределения давления по длине гусеницы (q_{min} и q_{max}). В рассматриваемом случае принято $l_0/t_р < 1{,}7$, и трактор движется по горизонтальной поверхности пути.

Сила сопротивления движению вследствие колееобразования

$$F_{спр} = F_{спр1} + F_{спр2},$$

где $F_{спр1}$, $F_{спр2}$ — условные силы сопротивления движению, возникающие вследствие деформации грунта соответственно лобовым участком гусеницы и опорной ветвью движителя.

Рассмотрим образование колеи лобовым участком гусеницы. Допустим, что трактор движется равномерно по горизонтальному участку пути. При этом сила тяжести распределяется по длине опорной ветви равномерно и центр давления совпадает с центром масс. Тогда сопротивление движению трактора создается в результате прессования почвы лобовым участком гусеницы и сопротивлений, возникающих в отдельных опорных катках при прогибе гусеничной ленты.

Если предположить, что все катки одинаково нагружены, лобовой участок гусеницы между направляющим колесом и передним опорным катком деформирует грунт на глубину h_1 (рис. 3.19). За первым катком грунт частично восстанавливается и снова деформируется следующим катком. При этом восстановление грунта несколько запаздывает, в результате чего реакция его восстанов-

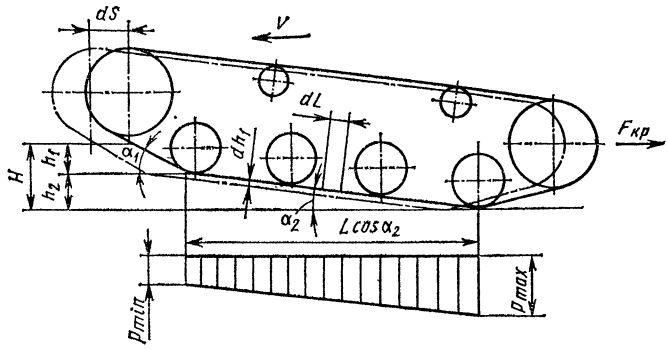


Рис. 3.19. Схема определения сопротивления движению гусеничного трактора при образовании колеи

ления за катком меньше упорной реакции перед лобовым участком гусеницы. Таким образом, сопротивление движению испытывают все катки, причем наибольшее сопротивление приходится на первый участок и на участок гусеницы между ним и направляющим колесом. Если пренебречь упругими деформациями грунта, сопротивление движению определяется реакцией перед передним катком.

Определим работу, затрачиваемую на деформацию почвы лобовым участком на глубину h при перемещении трактора на пути ds_1 (рис. 3.20).

Если центр масс движущегося трактора не изменяет положения (при равномерном установившемся движении по горизонтальной поверхности), работа сил сопротивления расходуется согласно закону сохранения энергии на деформирование грунта. Деформация грунта под лобовым участком гусеницы происходит по направлению вектора абсолютной скорости в пределах угла внутреннего трения. Вследствие прогиба ветви на лобовом участке элементарные реакции грунта направлены под разными углами к лобовой поверхности, что усложняет решение задачи. Для упрощения решения примем лобовой участок абсолютно жестким, что допустимо при сравнительно небольшой глубине колеи.

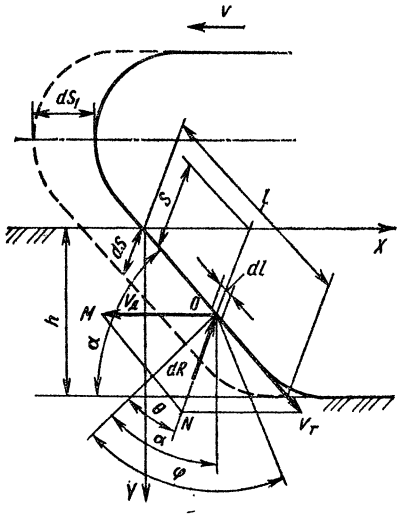


Рис. 3.20. Схема сил, действующих на лобовой участок гусеничного движителя

Элементарная реакция грунта dR, возникающая при взаимодействии элементарного участка гусеницы с грунтом (см. рис. 3.20), направлена противоположно вектору абсолютной скорости (в пределах внутреннего угла φ трения) и определяется углом θ. Если $\theta < \varphi$, то в этом случае частицы грунта уплотняются по вектору абсолютной скорости. Если $\theta > \varphi$, то траектории частиц грунта будут уже направлены не по вектору абсолютной скорости, а по углу внутреннего трения φ. В этом случае происходит не только уплотнение частиц грунта, но и их сдвиг по углу трения φ (бульдозерный эффект).

В общем случае элементарная реакция

$$dR = \sigma dA,$$

где σ — нормальные напряжения в грунте; dA — площадь элементарной полоски, нормальная к направлению деформации грунта:

$$dA = b\cos(\alpha - \theta)\,dl = \frac{b\cos(\alpha - \theta)}{\sin\alpha}\,dh$$

(здесь b — ширина гусеницы; α—θ — угол отклонения элементарной реакции грунта dR от нормали к поверхности:

$$R = \int \sigma\,dA = \int_0^h \frac{\sigma b\cos(\alpha - \theta)}{\sin\alpha}\,dh;$$

α — угол наклона лобового участка гусеничной ленты; l — длина контактирующей с грунтом поверхности лобового участка; h — глубина колеи).

Элементарная работа, затраченная на деформацию грунта лобовым участком гусеницы при перемещении трактора на пути ds_1,

$$dW = Rds,$$

где ds — элементарная деформация грунта под выделенным участком при перемещении движителя на пути ds_1.

Согласно принципу виртуальных перемещений сумма работ при возможных (допускаемых связями) элементарных движениях системы из любых положений, которые она занимает в пространстве, равна нулю, т. е.

$$dW = Rds = F_{\text{спр1}}ds_1,$$

где $F_{\text{спр1}}$ — условная сила сопротивления движению, параллельная поверхности пути.

Тогда

$$F_{\text{спр1}} = R\frac{ds}{ds_1}.$$

Поскольку

$$ds = \frac{ds_1\sin\alpha}{\cos(\alpha - \theta)};$$

$$F_{\text{спр1}} = R\frac{\sin\alpha}{\cos(\alpha - \theta)} = \frac{\sin\alpha}{\cos(\alpha - \theta)}\int_0^h \frac{\sigma b\cos(\alpha - \theta)}{\sin\alpha}\,dh = \int_0^h \sigma b\,dh.$$

Принимаем зависимость между напряжением смятия и деформацией, согласно закону В. В. Кацыгина:

$$\sigma = \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0} H.$$

Величина H равна s, а

$$s = \frac{h}{\cos(\alpha - \theta)},$$

где s и h — текущие значения деформации и глубины колеи на лобовом участке движителя.

Тогда

$$F_{\text{спр1}} = \int_0^h b\sigma_0 \operatorname{th} \frac{kh}{\sigma_0 \cos(\alpha - \theta)} dh.$$

Проинтегрировав и произведя необходимые преобразования, получим силу сопротивления двух гусениц:

$$F_{\text{спр1}} = \frac{2b\sigma_0 \cos(\alpha - \theta)}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{kh}{\cos(\alpha - \theta)}. \qquad (3.12)$$

Поскольку $\sigma = p$, т. е. напряжения смятия на контактной поверхности равны давлениям от весовой нагрузки:

$$\sigma = p = \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0} h; \quad h = \frac{\sigma_0}{k} \operatorname{arc\,th} \frac{p}{\sigma_0}.$$

Подставляя значение h в формулу (3.12), получаем

$$F_{\text{спр1}} = \frac{2b\sigma_0^2}{k} \cos(\alpha - \theta) \ln \operatorname{ch} \left[\frac{1}{\cos(\alpha - \theta)} \operatorname{arc\,th} \frac{p}{\sigma_0} \right].$$

При сравнительно небольших глубинах колеи

$$\operatorname{th} \frac{p}{\sigma_0} \approx \frac{p}{\sigma_0}.$$

Погрешность в этом случае не превышает 5 %. Тогда

$$F_{\text{спр1}} = \frac{2b\sigma_0^2 \cos(\alpha - \theta)}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{p}{\sigma_0 \cos(\alpha - \theta)}.$$

При принятых ранее допущениях

$$p = p_{\text{ср}} = G/(2bL).$$

Тогда

$$F_{\text{спр1}} = \frac{2b\sigma_0^2 \cos(\alpha - \theta)}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{G}{2bL\sigma_0 \cos(\alpha - \theta)}.$$

Из треугольника MON (см. рис. 3.20) с учетом теоремы синусов получаем

$$\cos(\alpha - \theta) = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{\eta_\delta^2 - 2\eta_\delta \cos(\alpha - \theta) + 1}} = \eta'_\delta,$$

где $\eta_\delta = v_\text{д}/v_\text{т}$ — КПД буксования; $v_\text{д}$ — действительная скорость движения; $v_\text{т}$ — теоретическая скорость движения; η'_δ — приведенный КПД буксования.

В окончательном виде

$$F_{\text{спр1}} = \frac{2b\sigma_0^2\eta_\delta}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{G}{2bL\sigma_0\eta_\delta'} = \frac{2b\sigma_0^2\eta_\delta^*}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{p_{\text{ср}}}{\sigma_0\eta_\delta'}.$$

Рассмотрим вторую составляющую силы сопротивления движению вследствие образования колеи $F_{\text{спр2}}$. Дополнительное уплотнение грунта на величину h_2 (см. рис. 3.19) происходит ввиду неравномерного распределения давления по длине опорной ветви движителя. В этом случае лобовой участок деформирует грунт только на величину h_1, а его дополнительное уплотнение на величину h_2 происходит под влиянием разности давлений $p_{\max}$ — — $p_{\min} = \Delta p$.

Для упрощения допустим, что деформация грунта под опорной ветвью движителя происходит нормально к ней. Это допущение основывается на том, что угол α_2, т. е. угол наклона опорной ветви гусеницы к горизонту, получающийся при смещении центра давления, мал и угол между действительной и теоретической скоростями движения приближается к 180°, т. е. вектор абсолютной скорости перпендикулярен к опорной поверхности.

Элементарная реакция почвы, возникающая при уплотнении грунта элементарным участком dA опорной ветви (см. рис. 3.19):

$$dR = \sigma dA,$$

где

$$R = \int dA = \int_0^{h_2} \sigma b \operatorname{ctg} \alpha_2 \, dh_2;$$

dA — площадь элементарной полоски, нормальная к направлению деформации грунта:

$$dA = bdL = b \operatorname{ctg} \alpha_2 \, dh_2$$

(здесь L — длина опорной ветви движителя; α_2 — угол наклона опорной ветви движителя к горизонту).

Элементарная работа, затраченная на уплотнение грунта опорной ветвью движителя при перемещении трактора на пути ds:

$$dW = Rdh_2.$$

Согласно принципу виртуальных перемещений,

$$dW = F_{\text{спр2}} ds = Rdh_2,$$

откуда

$$F_{\text{спр2}} = R \frac{dh_2}{ds}; \quad dh_2 = ds \operatorname{tg} \alpha_2.$$

Поэтому

$$F_{\text{спр2}} = R \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha \int_0^{h_2} \sigma b \operatorname{ctg} \alpha_2 \, dh_2 = \int_0^{h} \sigma b \, dh_2.$$

Проинтегрировав и произведя необходимые преобразования и подстановки, аналогичные предыдущим, получим

$$F_{\text{спр2}} = \frac{2b\sigma_0^2}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{\Delta p}{\sigma_0}.$$

В общем случае вторая составляющая силы сопротивления движению вследствие образования колеи зависит от распределения давления по длине опорной ветви и тяговой нагрузки. При прямолинейной эпюре распределения давления величину Δp легко определить при наличии следующих данных: смещения центра давления, изменения тяговой нагрузки, ее направления и точки приложения (см. параграф 3.4).

Из изложенного следует, что уплотнение грунта на лобовом участке движителя происходит под влиянием давления $p_{\min}$, а уплотнение грунта опорной ветвью вызывается разностью давлений Δp.

Общая сила сопротивления движению гусеничного трактора вследствие образования колеи

$$F_{\text{спр}} = F_{\text{спр1}} + F_{\text{спр2}} = \frac{2\sigma_0^2 b \eta_\delta'}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{p_{\min}}{\sigma_0 \eta_\delta'} + \frac{2\sigma_0^2 b}{k} \ln \operatorname{ch} \frac{\Delta p}{\sigma_0}.$$

Следует отметить, что на перераспределение давлений влияют и другие факторы, например, неравномерность движения трактора, скорость и др. Однако влияние этих факторов еще недостаточно изучено.

КПД, учитывающий потери мощности на деформацию грунта и образование колеи, вычисляют по следующей формуле:

$$\eta_f = 1 - \frac{F_{\text{спр}}}{F_{\text{к}}},$$

где $F_{\text{к}}$ — касательная сила тяги.

Итак, внутренние сопротивления гусеничного движителя возникают в результате трения в шарнирах обвода, проскальзывания и удара зубьев о ведущие и направляющие колеса, трения качения катков. Эти сопротивления зависят от параметров движителя, т. е. его геометрических факторов, типа зацепления и шарнира. Неравномерность движения вызывает колебательные процессы в гусеничном обводе, на что затрачивается энергия, пропорциональная квадрату теоретической скорости движения.

Внешние сопротивления гусеничного движителя зависят от распределения давления по опорной поверхности, сопротивления агрегатируемых с тракторами машин (смещение центра давления), параметров гусеничного обвода и от физико-механических свойств грунта. Последние оказывают значительное влияние на внешние сопротивления движению. С уменьшением несущей способности грунта σ_0 увеличивается колея и растут потери энергии на дефор-

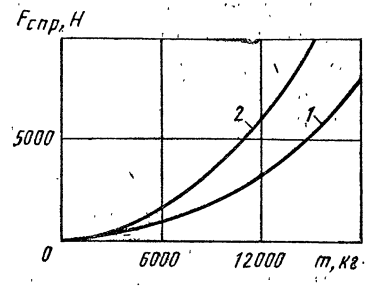


Рис. 3.21. Зависимость силы сопротивления движению от массы трактора типа ДТ-75 ($A = 1{,}32$ м^2; $L = 1{,}68$ м; $b = 0{,}39$ м):
1 — суглинок, стерня; *2* — торфяник, стерня

мацию грунта. При работе на мягких грунтах с малой несущей способностью (типа неосушенных или слабо осушенных торфяников), если давление трактора становится равным несущей способности, т. е. $\sigma_0 = p$, то трактор проваливается и дальнейшее его движение становится невозможным. В этом случае

$$\lim_{p \to \sigma_0} F_{спр} = \infty.$$

Из рис. 3.21 видно, что интенсивность возрастания $F_{спр}$ увеличивается при возрастании массы трактора.

3.6. СЦЕПЛЕНИЕ ГУСЕНИЧНОГО ДВИЖИТЕЛЯ С ГРУНТОМ

При движении гусеничного движителя на опорные ветви гусениц со стороны грунта действуют реактивные силы; зацепы сдвигают грунт в направлении, обратном движению. Упор зацепов в грунт, сдвиг и срез грунтовых кирпичей возможны только при полном использовании сил трения, т. е. когда имеет место скольжение гусеницы о грунт. Таким образом, сцепление опорной ветви движителя с грунтом происходит как за счет трения, возникающего между подошвой звена и грунтом, так и за счет сдвига и среза почвенных кирпичей, зажатых между зацепами звена.

Траектории любых точек зацепов при их погружении в грунт и отсутствии буксования представляют собой окружности, центр которых совпадает с центром заднего шарнира рассматриваемого звена; при их выходе из грунта и отсутствии буксования гусениц — окружности, центр которых совпадает с центром переднего шарнира.

Следует вывод, что траектории вершин зацепов при погружении их в грунт и выходе из грунта зависят от расположения зацепов по длине звеньев.

При переднем положении зацеп погружается в грунт относительно легко (рис. 3.22, *а*), так как любая его точка движется по окружности наибольшего радиуса, приблизительно равного шагу звена.

Выход зацепа относительно затруднен и сопровождается разрушением грунта, так как каждая точка звена движется по окружности наименьшего радиуса и отбрасывает значительный объем

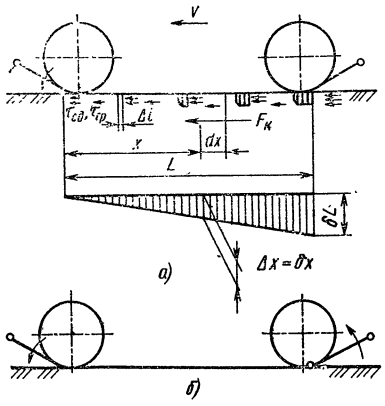


Рис. 3.22. Сцепление опорной ветви движителя с грунтом

грунта. Горизонтальное прессование грунта зацепами гусениц в направлении, обратном движению трактора, происходит при выходе зацепа заднего звена. Действительно, выход указанного звена вызывает дополнительную нагрузку на остальные, находящиеся в зацеплении с грунтом.

При этом процессе зацепы, находящиеся в данный момент в зацеплении с грунтом, дополнительно спрессовывают грунт на величину Δ_i, зависящую от пробуксовки движителя. При установившемся движении трактора сдвиг грунта нарастает на каждом последующем зацепе и достигает максимального значения $\Delta_{max} = \delta L$ на последнем (здесь δ — буксование движителя). Для какого-то i-го зацепа суммарный сдвиг оказывается столь значительным, что грунтовой кирпич срезается в основании.

Следовательно, при буксовании движителя на опорной ветви гусениц имеются два участка, отличающиеся по характеру взаимодействия движителя с грунтом: *участок трения* между звеньями и грунтом, сдвига и среза грунта зацепами; *участок трения* о грунт сколотых и зажатых между зацепами звеньев грунтовых кирпичей.

Роль и значение этих участков изменяются в зависимости от свойств грунта, параметров гусеничного обвода, распределения нагрузки вдоль гусеницы, внешних сил, приложенных к движителю, и др.

При заданном расположении (рис. 3.22, *б*) погружение зацепа первого звена сопровождается значительными вертикальными и горизонтальными деформациями грунта. С другой стороны, выход зацепа последнего звена относительно легкий.

Следует отметить, что часть движителей имеет смешанное расположение зацепов, при котором на одном звене имеются передние и задние зацепы, например, звенья гусеницы трактора ДТ-75.

Как показывают проведенные исследования, усилия сдвига, возникающие в грунте при воздействии на него отдельными зацепами, в первый момент возрастают вследствие трения и сцепления между звеньями и почвой, а затем (после достижения некоторого максимума) убывают. Усилия сдвига в зависимости от деформации уменьшаются до тех пор, пока грунтовые кирпичи полностью не срежутся. Аналогично изменяются и напряжения сдвига:

$$\tau_{сд\,i} = F_{сд\,i}/A_i,$$

где $F_{сдi}$ — усилие сдвига; $A_i = b\,(t_p - \Delta_i)$ — площадь сдвига,

Обработка экспериментальных зависимостей напряжений сдвига, возникающих в грунте при взаимодействии на него звеньями опорной ветви, показала, что эти зависимости хорошо аппроксимируются формулой (1.6), предложенной проф. В. В. Кацыгиным. Используем ее для вывода формулы касательной силы движителя.

Проекция равнодействующей реакции грунта на плоскость, совпадающую с поверхностью движителя, *касательная сила тяги* $F_к$ равна сумме касательных реакций грунта, возникающих в результате сдвига и среза грунтовых кирпичей, т. е. $F_к = F_{к.\,сд} + F_{к.\,ср}$.

Подсчитаем реакции грунта, возникающие вследствие сдвига грунтовых кирпичей. Суммарную деформацию зацепов, равную в начале зацепления нулю и достигающую в конце $\Delta_{max} = \delta L$, можно представить в виде треугольника (рис. 3.22, *а*). Тогда деформация сдвига грунта зацепом, находящимся на расстоянии x от начала зацепления, равна δx. Выделим на опорной ветви элементарный участок гусеницы dx. Касательная сила тяги $dF_{к.\,сд}$, реализуемая на этом участке, имеет вид

$$dF_{к.\,сд} = \tau_{сд}\, dA,$$

где $\tau_{сд}$ — напряжения сдвига грунта на расстоянии x от начала зацепления; $dA = b dx$ — площадь элементарного участка.

Касательная сила тяги опорных ветвей гусениц, необходимая для преодоления реакции сдвига грунтовых кирпичей,

$$F_{к.\,сд} = 2\int_0^L \tau_x\, dA = 2b\int_0^L f_{ск} p_x \left(1 + \frac{f_{пр}}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta x}{k_\tau}}\right) \operatorname{th}\frac{\delta x}{k_\tau}\, dx,$$

где p_x — давление движителя на грунт.

При равномерном распределении давления по длине опорной ветви гусениц, т. е. когда $p_x = p_{ср} = G/(2bL)$ (здесь G — сила тяжести трактора), касательная сила тяги

$$F_{к.\,сд} = \int_0^L \frac{f_{ск} G}{L}\left(1 + \frac{f_{пр}}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta x}{k_\tau}}\right)\operatorname{th}\frac{\delta x}{k_\tau}\, dx =$$

$$= \frac{f_{ск} k_\tau G}{\delta L}\left[\ln \operatorname{ch}\frac{\delta L}{k_\tau} f_{пр}\left(\frac{1}{\operatorname{ch}\dfrac{\delta L}{k_\tau}} - 1\right)\right].$$

Касательная сила тяги, необходимая для преодоления реакций среза,

$$F_{к.\,ср} = 4\tau_{ср} h_г \frac{L}{t_г},$$

где $\tau_{ср}$ — напряжение среза, МПа; $h_г$ — высота зацепа.

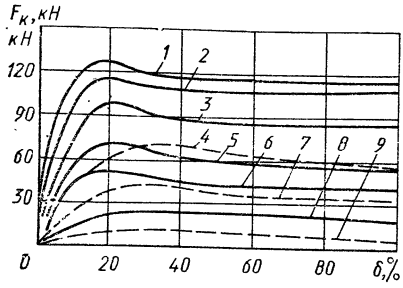


Рис. 3.23. Зависимость касательной силы тяги от коэффициента буксования при различной силе тяжести трактора: (A = const = 1,32 м²; q_x = const; L = = 1,68 м²; b = 0,39 м; $t_г$ = 0,18 м; $h_г$ = 0,05 м; $k_т$ = 0,08 м):
1 — G = 15 кН; *2*, *4* — G = 11 кН; *3* — G = 8 кН; *5*, *7* — G = 5 кН; *6* — G = = 3 кН; *8*, *9* — G = 1 кН; ——— суглинок; — — — — торфяник; стерня

Общая касательная сила тяги

$$F_к = F_{к.\,сд} + F_{к.\,ср} = 2b \int_0^L f_{сн} p_x \left(1 + \frac{f_{пр}}{\operatorname{ch} \frac{\delta x}{k_т}}\right) \operatorname{th} \frac{\delta x}{k_т} dx + 4\tau_{ср} h_г \frac{L}{t_в}.$$

Таким образом, касательная сила тяги зависит от параметров движителя, распределения давления по длине опорной ветви буксования и физико-механических свойств грунта. Следует отметить, что высота зацепа оказывает незначительное влияние на касательную силу тяги, так как доля этой силы, необходимая для преодоления реакции среза грунта, мала. Высота зацепа влияет на усилие сдвига в том смысле, что при ее увеличении сдвигу подвергаются более глубокие слои грунта.

В зависимости от буксования касательная сила сдвига сначала возрастает (рис. 3.23), а после достижения максимума уменьшается. Следует отметить, что если максимум касательной силы тяги для минерального грунта находится при 18—22 % буксования, то на торфянике — при 30—40 %.

С увеличением веса касательная сила тяги увеличивается (рис. 3.24), однако интенсивность увеличения замедляется. Особенно это заметно на торфяниках. Такое явление объясняется тем, что с увеличением веса трактора (A = cosnt) возрастает давление на грунт, при этом уменьшаются коэффициенты трения скольжения и покоя (см. рис. 1.4).

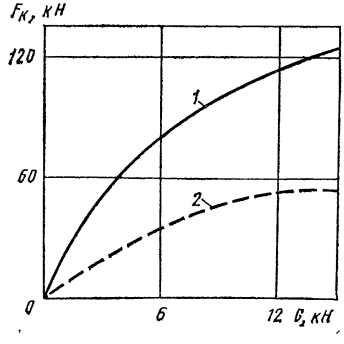


Рис. 3.24. Зависимость максимальной касательной силы тяги от силы тяжести трактора (A = const = = 1,32 м²; L = 1,68 м; b = 0,39 м; $t_г$ = 0,18 м; $h_р$ = 0.05 м; $k_т$ = 0,08 м):
1 — суглинок; стерня; *2* — торфяник, стерня

3.7. ТЯГОВЫЙ БАЛАНС ГУСЕНИЧНОГО ТРАКТОРА

Движение гусеничного трактора в агрегате с машиной. При неустановившемся движении на трактор действуют следующие силы и моменты (рис. 3.25): вес отдельных частей трактора и навесной машины (агрегата), силы инерции агрегата и моменты касательных сил инерции вращающихся масс трактора и агрегата в целом, тяговое сопротивление агрегатируемой машины и реакции грунта на движитель. Силами сопротивления воздуха пренебрегаем вследствие сравнительно малых скоростей движения гусеничных тракторов.

Рассмотрим движение агрегата ускоренно на подъем под углом α к горизонту.

Вес отдельных частей агрегата. Общий вес, включающий вес трактора, агрегатируемой навесной машины, тракториста, топлива, охлаждающей жидкости, смазки и др., может быть обозначен его равнодействующей, приложенной в центре масс агрегата. Если навесная или прицепная машина имеет опорные катки, то вес агрегатируемой машины воспринимается ими, а на трактор действует равнодействующая, равная его весу и приложенная в центре масс трактора.

Разложим равнодействующую силу G на составляющие: действующую параллельно поверхности $G \sin \alpha$ и по нормали к указанной поверхности $G \cos \alpha$.

Силы и моменты инерции агрегата. При динамическом исследовании силы инерции отдельных частей агрегата, возникающие при неустановившемся прямолинейно-поступательном движении, могут быть заменены их равнодействующей $F_{ин}$, приложенной в центре масс агрегата:

$$F_{ин} = \pm ma = \pm m \frac{dv_д}{dt},$$

где m — масса агрегата; $\pm a = \frac{dv_д}{dt}$ — ускорение (замедление) прямолинейно-поступательного движения агрегата; знак минус соответствует ускоренному движению.

Равнодействующая сил инерции агрегата направлена параллельно поверхности пути в сторону, обратную ускорению (замедлению).

На трактор действуют моменты касательных сил инерции вращающихся де-

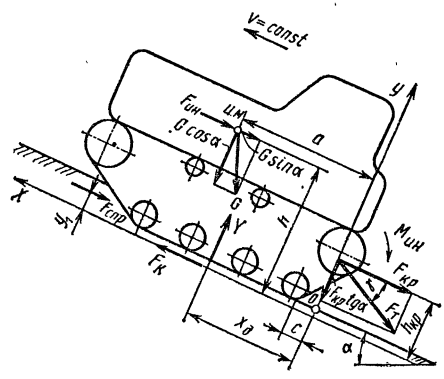


Рис. 3.25. Схема сил и моментов, действующих на гусеничный трактор

талей трактора и агрегата в целом. Эти моменты действуют в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Можно принять, что все вращающиеся детали двигателя, силовой передачи и привода агрегатируемой машины, расположенные на продольных валах, а также массы двигателя, движущиеся возвратно-поступательно, создают моменты касательных сил инерции, действующие в поперечной плоскости; гусеничный обвод, колеса агрегатируемой машины, а также детали привода к ним, установленные на поперечных валах, создают моменты касательных сил инерции, действующие в продольной плоскости.

При установившейся работе трактора момент от сил инерции вращающихся и движущихся возвратно-поступательно масс двигателя и агрегата периодически изменяется. Наличие изменяющихся моментов вызывает вибрацию рамы (остова) трактора. Кинетическая энергия масс также периодически изменяется, но среднее за период значение ее при установившемся режиме остается постоянным.

При неустановившемся движении агрегата возникает добавочный момент касательных сил инерции вращающихся и движущихся возвратно-поступательно частей двигателя, силовой передачи и агрегатируемой машины, установленных на продольных валах. Этот момент равен произведению момента инерции J_a указанных частей агрегата, приведенных к коленчатому валу двигателя, на среднее за период угловое ускорение (замедление) ε коленчатого вала. Приведение указанных масс к коленчатому валу двигателя рассмотрено в параграфе 2.5.

Возникающие при неустановившемся движении агрегата моменты касательных сил инерции, действующие в продольной плоскости, обычно приводятся к суммарному моменту $M_{ин}$ касательных сил инерции гусеничного обвода и кинематически связанных с ним вращающихся на поперечных валах деталей силовой передачи трактора и привода агрегатируемой машины, в том числе и ее опорных колес. Момент $M_{ин}$ приложен к оси ведущего колеса. Приведение моментов инерции масс деталей силовой передачи и привода агрегатируемой машины к оси ведущего колеса производится аналогично приведению моментов инерции масс к коленчатому валу двигателя. При этом приведенный момент касательных сил инерции

$$M_{ин} = J' \frac{d\omega_к}{dt},$$

где J' — суммарный момент инерции масс деталей агрегата, установленных на поперечных валах, и приведенный к оси ведущей звездочки; $\omega_к$ — угловая скорость ведущего колеса.

Тяговое сопротивление агрегатируемой машины. Тяговое сопротивление агрегатируемой машины в общем случае можно представить эквивалентной системой сил и моментов, состоящей из равнодействующей сил сопротивления рабочих органов ма-

шины, а также моментов, действующих в трех взаимно перпендикулярных плоскостях.

Для упрощения анализа динамики гусеничного трактора тяговое сопротивление агрегатируемой машины представим равнодействующей $F_т$, расположенной в продольной плоскости под углом γ к поверхности пути.

Перенесем равнодействующую тягового сопротивления в точку пересечения ее с плоскостью, проведенной через геометрическую ось ведущих колес, нормально к поверхности пути, и разложим на составляющие $F_{кр}$, параллельную поверхности пути, и $F_{кр}\ \mathrm{tg}\ \gamma$, направленную по нормали к поверхности (см. рис. 3.25).

Указанная выше точка пересечения равнодействующей тягового сопротивления с нормалью к поверхности пути в дальнейшем называется условной точкой прицепа.

Реакция грунта на движитель. При неустановившемся движении сила сопротивления движению вследствие образования колеи и деформации грунта движителем направлена параллельно поверхности пути в сторону, обратную движению.

Касательная сила тяги $F_к$ направлена параллельно поверхности пути по движению трактора и является движущей силой, вызывающей перемещение тракторного агрегата:

$$F_к = \frac{M_к - M_т - M_{ин}}{r_к}. \qquad (3.13)$$

Реакция Y перпендикулярна к поверхности пути и представляет собой сумму соответственно направленных реакций грунта на звенья опорной ветви, в том числе и составляющей лобового сопротивления. Реакция приложена в центре давления на расстоянии $x_д$ от нормали к поверхности пути, проведенной через геометрическую ось ведущих колес.

Тяговый баланс гусеничного трактора. Составим уравнение проекций всех сил на ось X (см. рис. 3.25):

$$\sum X = F_к - F_{спр} - F_{кр} - G\sin\alpha + F_{ин} = 0. \qquad (3.14)$$

Полученное выражение представляет собой тяговый баланс гусеничного трактора. Уравнение тягового баланса в дифференциальная форме имеет следующий вид:

$$F_к = F_{кр} + F_{спр} + G\sin\alpha + m\frac{dv_д}{dt}.$$

Согласно уравнению, касательная сила тяги в рассматриваемом случае неустановившегося движения агрегата на подъем равна сумме следующих сил: $F_{кр}$ — составляющей тягового сопротивления, действующего параллельно поверхности пути; $F_{спр}$ — силы сопротивления движению вследствие образования колеи; $G\sin\alpha$ — составляющей веса агрегата в целом, параллельная поверхности; $m\frac{dv_д}{dt}$ — силы инерции при переносном прямолинейно-поступательном движении.

Моменты, возникающие в результате внутренних сопротивлений движителя M_r и касательных сил инерции в продольной плоскости $M_{ин}$, преодолеваются соответствующей частью ведущего момента $M_к$. Подставляя в формулу (3.14) выражение (3.13) и производя ряд необходимых преобразований, получаем

$$M_к = (F_{кр} + F_{спр} + G \sin \alpha + F_{ин}) r_к + M_r + M_{ин}.$$

При установившейся работе на горизонтали

$$F_к = F_{кр} + F_{спр}.$$

Для определения продольной координаты давления составим уравнение моментов внешних сил, действующих на трактор относительно точки 0 (см. рис. 3.25):

$$\sum M_0 = Ga \cos \alpha - (G \sin \alpha + F_{ин}) h - \\ - F_{кр} h_{кр} - F_{спр} y_1 - Y x_д - M_{ин} = 0,$$

откуда

$$x_д = \frac{Ga \cos \alpha - (G \sin \alpha + F_{ин}) h - F_{кр} h_{кр} - F_{спр} y_1 - M_{ин}}{Y}. \quad (3.15)$$

Из уравнения проекции всех сил на ось Y имеем

$$\sum Y = Y - F_{кр} \operatorname{tg} \gamma - G \cos \alpha = 0; \quad (3.16)$$

$$Y = G \cos \alpha + F_{кр} \operatorname{tg} \gamma.$$

Подставляя значение Y из уравнения (3.16) в формулу (3.15), получаем

$$x_д = \frac{Ga \cos \alpha - (G \sin \alpha + F_{ин}) h - F_{кр} h_{кр} - F_{спр} y_1 - M_{ин}}{G \cos \alpha + F_{кр} \operatorname{tg} \gamma}.$$

Таким образом, уравнения тягового баланса и моментов дают возможность судить о значениях составляющих внешних сил и моментов, действующих на трактор с агрегатируемой машиной при неустановившемся движении на подъем. При работе с агрегатируемой машиной координата центра давления смещается в сторону от центра масс. Это смещение зависит от сопротивлений рабочих органов агрегатируемой машины, сил и моментов инерции агрегата, сопротивления движению и угла подъема. Когда трактор не движется, $x_д = a$.

ГЛАВА 4

ТЯГОВЫЙ РАСЧЕТ ТРАКТОРА

4.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Целью тягового расчета является определение тягово-сцепных, скоростных и экономических качеств трактора при прямолинейном поступательном движении. Тяговый расчет выполняют в процессе подготовки технического задания. Конструктор, как правило, получает от заказчика заявку (ГОСТ 15.001—73), содержащую обоснованные технико-экономические требования к продукции, подлежащей разработке. В эту заявку включается назначение машины (*функция машины*), например, обеспечение механизации процессов выращивания пропашных культур (картофеля, кукурузы, подсолнечника и др.) или процессов осушения и освоения болот и заболоченных земель, горных склонов и др. Как правило, в эти требования включается перечень машин, с которыми должен агрегатироваться трактор (т. е. набор тяговых сопротивлений, по которым определяется класс трактора), условия среды, в которых трактор должен работать, диапазоны скоростей движения машинно-тракторного агрегата (пониженный, рабочий и транспортный), условия работы водителя и ряд других специфических требований. Получив эти требования заказчика, конструктор разрабатывает *техническое задание* на машину (*концепция машины*) и согласовывает его с заказчиком. В одну из задач, решаемых при подготовке технического задания, входит проведение тягового расчета.

При проведении тягового расчета определяют массу проектируемого трактора и мощность двигателя, характеристику последнего и моменты, подводимые к ведущим колесам, коэффициенты полезного действия, тяговый и мощностной балансы, диапазоны скоростей движения и соответствующие передаточные числа (при применении ступенчатых трансмиссий), уточняют пределы сопротивления машин и орудий, агрегатируемых с трактором, а также оценивают разгонные качества проектируемой машины, т. е. способность трактора обеспечить стабильное движение агрегата на заданной скорости за определенный момент времени. В заключение тягового расчета строят тяговую характеристику трактора, оценивающую тягово-сцепные, скоростные и экономические качества трактора при различных установившихся режимах работы (номинальных и частичных).

4.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕДУЩИХ МОМЕНТОВ И ХАРАКТЕРИСТИКА ТРАКТОРНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Рассмотрим некоторые характеристики тракторного двигателя — источника движущей силы машины, которые необходимы для проведения тягового расчета. В тракторостроении применяют в основном двигатели внутреннего сгорания. Электрические и другие двигатели (например, внешнего сгорания — паровой двигатель, газовая турбина и др.) не нашли распространения, хотя не исключена возможность установки их на трактор. Из двигателей внутреннего сгорания в последнее время наибольшее распространение получают дизели. Дизель отличается более высокой экономичностью по сравнению с карбюраторным двигателем. В СССР на тракторах устанавливают только дизели.

Развиваемый двигателем крутящий момент $M_д$ передается через механизмы трансмиссии к движителям — ведущим колесам или гусеничному обводу. Поскольку частота вращения движителей меньше частоты вращения коленчатого вала двигателя, крутящий момент, подводимый к движителям, больше крутящего момента двигателя.

При установившемся режиме работы зависимость между ведущим $M_к$ и крутящим моментом двигателя зависит от типа трансмиссии и, например, для ступенчатой передачи имеет вид

$$M_к = M_д i_{тр} \eta_{тр}, \qquad (4.1)$$

где $i_{тр}$ — передаточное число трансмиссии; $\eta_{тр}$ — КПД трансмиссии.

Для гидродинамической передачи

$$M_к = M_д K_г \eta_г,$$

где $K_г$ — коэффициент трансформации момента; $\eta_г$ — КПД гидродинамической передачи.

Для объемной гидропередачи и электрической также имеются аналогичные зависимости, которые приведены в работах [3, 6].

В зависимости от режима работы входящий в уравнение (4.1) крутящий момент двигателя может иметь разные значения. Изменение крутящего момента наиболее полно описывается характеристикой двигателя.

При изменении угловой скорости коленчатого вала двигателя и постоянной подаче топлива крутящий момент не остается постоянным вследствие изменения условий сгорания топлива. Начиная с некоторой угловой скорости крутящий момент двигателя снижается вследствие менее интенсивного заполнения цилиндров воздухом ввиду уменьшения сечения распределительных органов двигателя и др.

Если построить график, на оси абсцисс которого откладывать угловую скорость коленчатого вала двигателя $\omega_д$, а на оси ординат — соответствующие значения крутящего момента $M_д$ двигателя, то будет видно, что при определенном значении угловой

скорости $\omega_д$ крутящий момент быстро уменьшается (рис. 4.1). В точке a' этот момент достигает максимума благодаря наилучшим условиям сгорания топлива. Соответствующая этому максимуму угловая скорость $\omega_{д.пред}$ является предельной, поскольку дальнейшее ее уменьшение приводит к остановке двигателя.

Соответствующие значения эффективной мощности (Вт) находим по формуле

$$P_e = \frac{1}{2\pi} M_д \omega_д,$$

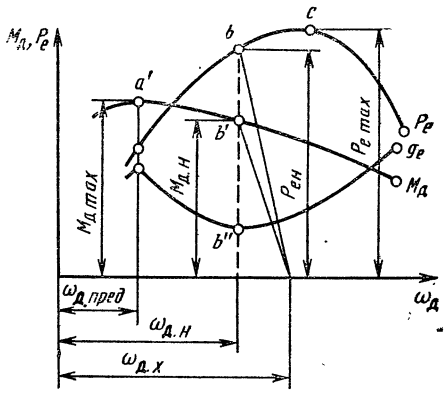


Рис. 4.1. Скоростная характеристика дизеля

где $M_д$ — крутящий момент двигателя, Н·м; $\omega_д$ — угловая скорость, $с^{-1}$.

Нанесем значения эффективной мощности на график (см. рис. 4.1). Из приведенной формулы видно, что значения эффективной мощности P_e увеличиваются сначала почти пропорционально угловой скорости $\omega_д$, в некоторой точке c мощность достигает максимума. При дальнейшем увеличении угловой скорости эффективная мощность двигателя начинает снижаться. Следует отметить, что максимум мощности и крутящего момента развивается не при одинаковой угловой скорости. Максимум крутящего момента достигается при меньшей угловой скорости, чем максимум эффективной мощности. Рассмотренный график зависимостей показателей двигателя от угловой скорости называется *скоростной характеристикой двигателя.*

Если нанести на график соответствующие значения удельного расхода топлива [г/(Вт·ч)] $g_e = G_т/P_e$ (здесь $G_т$ — часовой расход топлива в граммах за один час работы), то кривая расхода будет иметь минимум в точке b'', соответствующей наилучшей экономичности двигателя.

Тракторные дизели имеют регуляторы угловой скорости, которые настраиваются таким образом, чтобы поддерживать рабочий режим работы двигателя в области наименьших удельных расходов топлива.

При холостом ходе двигатель развивает наибольшую угловую скорость $\omega_{д.х}$. С появлением внешней нагрузки регулятор увеличивает подачу топлива в цилиндры, перемещая рейку топливного насоса. В результате крутящий момент двигателя и его эффективная мощность соответственно увеличиваются при одновременном снижении угловой скорости. Когда рейка топливного насоса переместится на расчетную величину, соответствующую минимальному эффективному удельному расходу топлива, эффектив-

ная мощность двигателя достигнет максимального значения при работе с регулятором (точка *b*).

Регламентирующую максимальную мощность, развиваемую двигателем при работе с регулятором, называют *номинальной мощностью двигателя* и обозначают $P_{ен}$. Крутящий момент двигателя и угловая скорость вала двигателя, соответствующие номинальной мощности, называют *номинальным моментом* $M_{д.\,н}$ (точка *b'*) и *номинальной угловой скоростью* $\omega_{д.\,н}$.

Разность угловых скоростей $\omega_{д.\,х} - \omega_{д.\,н}$ зависит от степени неравномерности регулятора. Ветви кривых, соответствующие работе двигателя в диапазоне угловых скоростей от $\omega_{д.\,х}$ до $\omega_{д.\,н}$, называют *регуляторными ветвями*. На кривых P_e и $M_д$ регуляторные ветви характеристики представляют собой наклонные прямые.

Дальнейшее увеличение внешних сопротивлений приводит к перегрузке двигателя и сопровождается интенсивным снижением угловой скорости коленчатого вала. Работа двигателя при перегрузках протекает без регулятора (если не считать влияния корректора), поэтому участки кривых, расположенные слева от точки $\omega_{д.\,н}$, *называют перегрузочными* или *безрегуляторными ветвями*. При перегрузках крутящий момент двигателя сначала возрастает до точки *a'*, главным образом в результате действия корректора, увеличивающего по мере снижения угловой скорости цикловую подачу топлива в цилиндры. При угловой скорости $\omega_{д.\,пред}$ крутящий момент достигает максимального значения $M_{д\,max}$; при дальнейшем снижении угловой скорости он уменьшается ввиду ухудшения условий протекания рабочего процесса. Эффективная мощность на перегрузочном участке все время снижается по мере уменьшения угловой скорости.

Участки характеристики, лежащие левее точки $\omega_{д.\,пред}$ (см. рис. 4.1), считаются нерабочими, так как при дальнейшем увеличении нагрузки двигатель не может развить бо́льшего момента. На этих участках двигатель работает неустойчиво и при дополнительной перегрузке останавливается.

График изменения показателей двигателя при работе с регулятором называют *скоростной характеристикой с регуляторной ветвью* или *регуляторной характеристикой двигателя*.

Регуляторные характеристики, построенные в функции от угловой скорости, неудобны для использования, поскольку ветви кривых расположены на очень малом отрезке оси абсцисс. Это затрудняет анализ загрузки двигателя и его экономичности в основных рабочих режимах. При выполнении тяговых расчетов и составлении теоретической тяговой характеристики трактора обычно используют регуляторные характеристики, построенные в функции от крутящего момента $M_д$ (рис. 4.2). Такой способ изображения регуляторной характеристики удобен для установления, с одной стороны, связи между крутящими моментами и частотой вращения вала двигателя, а с другой стороны, для установления

связи между крутящими моментами и скоростями движения трактора. На регуляторные характеристики, кроме вышеперечисленных показателей, наносится также часовой расход топлива $G_т$.

Увеличение крутящего момента по мере уменьшения угловой скорости обеспечивает устойчивость работы тракторного двигателя при временном повышении сопротивления агрегата.

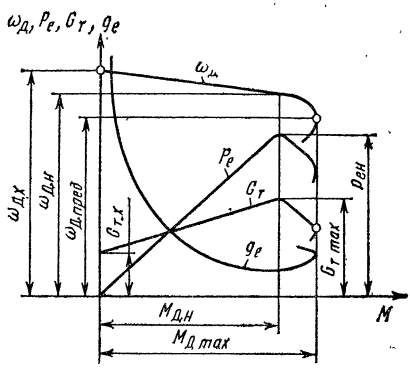


Рис. 4.2. Регуляторная характеристика дизеля в функции от крутящего момента

Возможность преодоления временного повышения сопротивления тракторного агрегата характеризуется *коэффициентом приспособляемости двигателя* $\chi_п$, который представляет собой отношение максимального крутящего момента к номинальному, т. е.

$$\chi_п = M_{д\,max}/M_{д.\,н}.$$

Для тракторных дизелей при наличии корректора значение этого коэффициента находится в пределах $\chi_п = 1{,}12 \div 1{,}2$.

Возможность преодоления временного увеличения сопротивления тракторного агрегата определяется также запасом кинетической энергии вращающихся и поступательно движущихся масс двигателя.

Учитывая, что угловая скорость вала двигателя при перегрузке не должна быть менее $\omega_{д.\,пред}$, соответствующего точке a' безрегулярной ветви (см. рис. 4.1), получим, что кинетическая энергия $E_к$, используемая для преодоления перегрузок, имеет максимальное значение

$$E_к = \frac{J_д\left(\omega^2_{д.\,н} - \omega^2_{д.\,пред}\right)}{2}, \qquad (4.2)$$

где $J_д$ — момент инерции маховика и других движущихся деталей двигателя, приведенных к коленчатому валу.

Отношение $\omega_{д.\,н}/\omega_{д.\,пред}$ называют *коэффициентом приспособляемости* $\chi_в$ *по угловой скорости*. Подставляя значение этого коэффициента в уравнение (4 2), получаем

$$E_к = \frac{J_д\omega^2_{дн}}{2}\left(\frac{\chi^2_в - 1}{\chi^2_в}\right).$$

Из полученного уравнения следует, что увеличение коэффициента приспособляемости по угловой скорости повышает способность двигателя преодолевать кратковременные перегрузки. Значение этого коэффициента у тракторных дизелей $\chi_в = 1{,}3 \div 1{,}6$.

Возможность преодоления временных увеличений сопротивления тракторного агрегата определяется не только кинетической энергией движущихся масс, но и суммарной кинетической энергией движущихся масс трактора и агрегатируемой машины.

Для учета влияния указанных движущихся масс тракторного агрегата обычно их приводят к первичному валу трансмиссии. Приведение этих масс осуществляется на основании равенства кинетической энергии приведенной массы сумме кинетических энергий всех движущихся масс агрегата при соответствующих скоростях.

Обозначим суммарный момент инерции масс агрегата, приведенных к коленчатому валу двигателя, через J_a. Пренебрегая потерями в трансмиссии, вычислим этот момент по формуле

$$\frac{J_a\omega_д^2}{2} = \frac{mv_д^2}{2} + \sum \frac{J_r\omega_r^2}{2},$$

где $\omega_д$ — угловая скорость коленчатого вала двигателя, $с^{-1}$; m — масса тракторного агрегата, кг; $v_д$ — действительная скорость движения, м/с; J_r — момент инерции масс указанной части, кг·м^2; ω_r — угловая скорость какой-либо вращающейся части тракторного агрегата (начиная с ведомой части муфты сцепления), кинематически связанной с коленчатым валом двигателя, $с^{-1}$.

Поскольку $v_д = v_т\,(1 - \delta) = \omega_к r_к\,(1 - \delta)$,

$$J_a = \frac{mr_к^2}{i_{тр}^2}(1 - \delta)^2 + \sum \frac{J_r}{i_r^2},$$

где $i_{тр}$ и i_r — передаточные числа трансмиссии или какой-либо вращающейся части агрегата.

Таким образом, при неустановившемся движении тракторного агрегата момент, подводимый к ведущему колесу трактора,

$$M_к = M_д i_{тр}\eta_{тр} \pm J_a \frac{d\omega_д}{dt}. \qquad (4.3)$$

В уравнении (4.3) знак минус соответствует ускоренному движению, знак плюс — замедленному.

К ведущим колесам трактора момент передается через детали трансмиссии, включающие муфту сцепления и силовую передачу. Муфта сцепления предназначена для разъединения коленчатого вала двигателя с трансмиссией при остановках трактора без выключения двигателя и соединения последней с двигателем при движении. Силовая передача в механических трансмиссиях включает коробку передач, которая позволяет изменить передаточное число, крутящий момент двигателя и скорость движения через определенные ступени. В гидрообъемных, гидродинамических и электрических трансмиссиях изменение подводимого к ведущему колесу момента и скорости движения производится плавно бесступенчато.

В качестве муфт сцепления применяют фрикционные и гидравлические муфты, в которых при включении возникает буксование,

и первичному валу трансмиссии плавно без ударов сообщается ускорение.

Во избежание буксования фрикционных муфт сцепления при установившейся работе трактора необходимо, чтобы момент трения $M_м$ трущихся деталей муфты был больше номинального крутящего момента $M_{д.н}$ двигателя.

Отношение момента трения муфты сцепления к номинальному моменту двигателя называют *коэффициентом запаса* муфты сцепления и обозначают $\beta = M_м/M_{д.н}$.

Таким образом, момент, подводимый к ведущим колесам трактора, зависит от крутящего момента двигателя, КПД и передаточного числа трансмиссии, режима работы агрегата. При неустановившихся режимах работы ведущий момент в значительной степени зависит от моментов инерции масс всего агрегата.

4.3. БАЛАНС МОЩНОСТИ ТРАКТОРА И ТЯГОВЫЙ КПД

На основании изложенной выше теории взаимодействия движителя трактора с грунтом и законов общей динамики трактора установим балансы мощности колесных и гусеничных тракторов.

Баланс мощности трактора представляет собой уравнение, показывающее, как расходуется мощность, развиваемая тракторным двигателем. При выводе баланса мощности, кроме потерь энергии, возникающих при взаимодействии движителя с грунтом, необходимо учитывать внутренние потери на привод ведущих колес (т. е. потери энергии в трансмиссии), а также на привод ротационных органов агрегатируемых с трактором машин и орудий при помощи вала отбора мощности (ВОМ).

Так как мощность двигателя равна сумме мощностей, затрачиваемых на преодоление различных сопротивлений, возникающих при движении, в общем случае уравнение мощностного баланса имеет следующий вид:

$$P_e = P_{тр} + P_r + P_{спр} + P_\delta + P_{ин} + P_п + P_{кр} + P_{ВОМ} + P_{воз},$$

где $P_{тр}$ — потери мощности в узлах трансмиссии трактора, передающих момент от коленчатого вала двигателя к ведущим колесам; P_r — мощность, расходуемая на преодоление внутренних сопротивлений, возникающих в движителе; в колесном движителе можно отнести потери вследствие внутреннего трения резины (потери на гистерезис) и в подшипниках направляющих колес; $P_{спр}$ — мощность, расходуемая на деформирование грунта движителем и образование колеи; P_δ — мощность, расходуемая на буксование ведущих органов; $P_{ин}$, $P_п$ — мощность, необходимая для изменения скорости движения тракторного агрегата и преодоления подъемов; $P_{кр}$ — мощность, необходимая для преодоления тяговых сопротивлений агрегатируемых с трактором машин и орудий; $P_{ВОМ}$ — мощность, расходуемая на вращение и привод механизмов, присоединенных к валу отбора мощности; при этом также учитываются потери в приводе ВОМ; $P_{воз}$ — мощность, необходимая для преодоления сопротивления воздуха.

Мощности $P_{ин}$ и $P_п$ имеют разные знаки в зависимости от того, какое движение совершает трактор: подъем или спуск вниз,

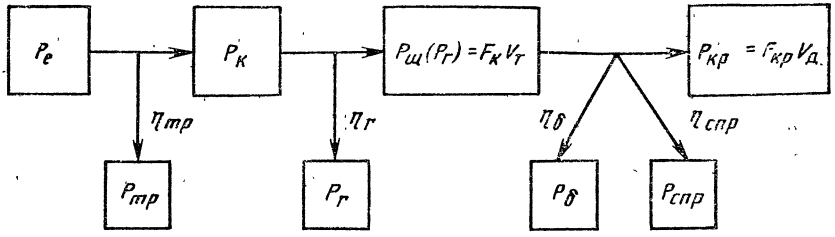


Рис. 4.3. Структурная схема потока мощности

разгон или снижение скорости движения. При подъеме и разгоне мощность имеет знак плюс; при спуске и замедлении — знак минус; при установившемся движении тракторного агрегата по горизонтальной поверхности эти мощности равны нулю. Ввиду сравнительно малых скоростей движения тракторных агрегатов в рабочем режиме сопротивлением воздуха можно пренебречь, т. е. $P_{воз} \approx 0$.

Отношение при установившемся движении по горизонтальной поверхности называют *общим КПД трактора*

$$\eta = \frac{P_{кр} + P'_{ВОМ}}{P_e},$$

а отношение

$$\eta_т = \frac{P_{кр}}{P_e - P_{ВОМ}}$$

при тех же условиях движения — *тяговым КПД*. В этих формулах $P_{ВОМ}$ — мощность, передаваемая через ВОМ, без учета потерь в приводе; $P'_{ВОМ} = P_{ВОМ}\eta_{ВОМ}$.

При работе трактора без использования вала отбора мощности тяговый КПД

$$\eta_т = P_{кр}/P_e.$$

При стационарной работе общий КПД трактора

$$\eta = \eta_{ВОМ},$$

где $\eta_{ВОМ}$ — КПД привода вала отбора мощности или шкива в зависимости от того, какой из этих механизмов действует в данном случае.

Расчеты, связанные с определением тягового КПД и его составляющих, обычно проводят для установившегося режима работы трактора, движущегося по горизонтальной поверхности с тяговым сопротивлением, равнодействующая которого направлена параллельно поверхности (без отбора мощности).

Уравнение мощностного баланса в этом случае принимает вид

$$P_e = P_{тр} + P_г + P_б + P_{спр} + P_{кр}.$$

Это уравнение можно проиллюстрировать следующей структурной схемой (рис. 4.3). Эффективная мощность двигателя пере-

дается через механизмы трансмиссии на ведущие колеса трактора, при этом возникают потери мощности $P_{тр}$, оценивающиеся КПД $\eta_{тр}$. Часть мощности $P_к$ на ведущих колесах расходуется на преодоление внутренних потерь $P_г$ движителя (колесного, гусеничного), которая оценивается КПД $\eta_г$. Полученная после этого мощность $P_ш$ ($P_г$) на шинах ведущих колес (или на гусеничном ободе) расходуется на буксование движителя $P_δ$, образование колеи $P_{спр}$ и на полезную работу $P_{кр}$. Потери мощности $P_δ$ и $P_{спр}$ оцениваются соответствующим КПД $\eta_δ$ и $\eta_{спр}$.

На основании структурной схемы потока мощности (рис. 4.3) можно записать следующие уравнения:

$$\eta_{тр} = \frac{P_к}{P_e} = \frac{P_e - P_{тр}}{P_e} = 1 - \frac{P_{тр}}{P_e};$$

$$P_{тр} = (1 - \eta_{тр}) P_e;$$

$$\eta_г = \frac{P_ш}{P_к} = \frac{P_к - P_г}{P_к} = 1 - \frac{P_г}{P_к};$$

$$P_г = (1 - \eta_г) P_к = (1 - \eta_г) \eta_{тр} P_e;$$

$$\eta_δ = \frac{P_ш - P_δ}{P_ш} = 1 - \frac{P_δ}{P_ш};$$

$$P_δ = (1 - \eta_δ) P_ш = (1 - \eta_δ) \eta_{тр} \eta_н P_e;$$

$$\eta_{спр} = \frac{P_ш - P_{спр}}{P_ш} = 1 - \frac{P_{спр}}{P_ш};$$

$$P_{спр} = (1 - \eta_{спр}) P_ш = (1 - \eta_{спр}) \eta_{тр} \eta_г P_e.$$

Из приведенных уравнений следует

$$P_ш = \eta_{тр} \eta_г P_e.$$

Произведением $\eta_{тр}\eta_г$ оценивается совершенство конструкции трансмиссии и движителя трактора.

Отношение $P_{кр}/P_ш = f(\eta_δ, \eta_{спр})$ представляет собой КПД, учитывающий внешние потери мощности движителя. Этим КПД оценивается совершенство процесса взаимодействия движителя с грунтом.

Из структурной схемы (рис. 4.3) видно, что потери мощности $P_{тр}$ и $P_г$ возникают последовательно в разных местах потока мощности, а потери $P_δ$ и $P_{спр}$ — одновременно при буксовании и перекатывании движителя в одном месте мощностного потока. Поэтому для первого случая

$$\frac{P_ш}{P_e} = \eta_{тр} \eta_г;$$

для второго случая

$$\frac{P_{кр}}{P_ш} = f(\eta_δ, \eta_{спр}).$$

В этой формуле отношение $P_{кр}/P_{ш}$ не равно произведению $\eta_{\delta}\eta_{спр}$. И действительно,

$$f(\eta_{\delta}, \eta_{спр}) = \frac{P_{ш} - (P_{\delta} + P_{спр})}{P_{ш}} = 1 - \frac{P_{\delta}}{P_{ш}} - \frac{P_{спр}}{P_{ш}} = \eta_{\delta} + \eta_{спр} - 1.$$

Учитывая, что $P_{\delta}/P_{ш} = 1 - \eta_{\delta}$; $P_{спр}/P_{ш} = 1 - \eta_{спр}$, получаем

$$\eta_{\delta}\eta_{спр} = \left(1 - \frac{P_{\delta}}{P_{ш}}\right)\left(1 - \frac{P_{спр}}{P_{ш}}\right) = 1 - \frac{P_{\delta}}{P_{ш}} - \frac{P_{спр}}{P_{ш}} - \frac{P_{\delta}}{P_{ш}}\frac{P_{спр}}{P_{ш}}.$$

Из формулы видно, что потери мощности, расходуемой движителем на буксование P_{δ} и на перекатывание $P_{спр}$, можно выражать произведением $\eta_{\delta}\eta_{спр}$, если

$$\frac{P_{\delta}}{P_{ш}}\frac{P_{спр}}{P_{ш}} \approx 0,$$

т. е. тогда, когда потери P_{δ} или $P_{спр}$ незначительны по сравнению с мощностью $P_{ш}$ на шинах ведущих колес (или $P_{г}$ на гусеничном обводе). В большинстве случаев работы трактора это условие выполняется. Тогда

$$\frac{P_{кр}}{P_{ш}} = \eta_{\delta}\eta_{спр}.$$

Тяговый КПД трактора

$$\eta_{т} = \eta_{тр}\eta_{г}\eta_{\delta}\eta_{спр}. \qquad (4.4)$$

Рассмотрим более подробно составляющие тягового КПД. Коэффициент полезного действия трансмиссии зависит от вида трансмиссии, передаваемой мощности и ряда других факторов. Если применяется механическая трансмиссия, то $\eta_{тр}$ учитывает потери на трение, взбалтывание масла и т. д. Значение $\eta_{тр}$ зависит от числа зубчатых передач, находящихся в зацеплении; типа шестерен и способа их соединения; типа конструкции и числа опор, в которых вращаются валы трансмиссии; конструкции и числа сальников, установленных для уплотнения картеров передач; вязкости, количества и уровня заливаемого масла; частоты вращения валов трансмиссии и окружной скорости вращающихся шестерен, а также от ряда других факторов.

Часть перечисленных потерь зависит от значения передаваемых моментов, остальные — в основном от частоты вращения деталей трансмиссии; при заданной в коробке передаче и установившемся тепловом режиме масла они сохраняют примерно постоянное значение независимо от того, работает ли трансмиссия под нагрузкой или на холостом ходу. По предложению Д. А. Чудакова [11] потери мощности в трансмиссии следует оценивать двумя КПД: $\eta_{хол}$ — КПД, учитывающим потери мощности на холостом ходу, и $\eta_{н}$ — КПД, учитывающим потери мощности, возникающие при передаче нагрузки.

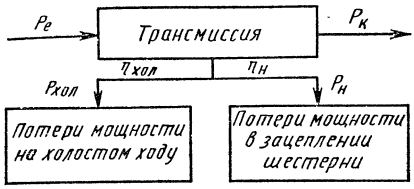


Рис. 4.4. Структурная схема потока мощности

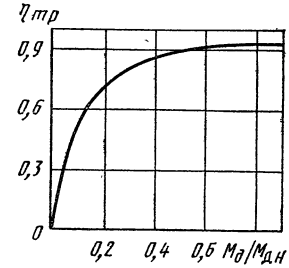


Рис 4.5. Зависимость механического КПД трансмиссии трактора от степени загрузки двигаттеля

В соответствии с принятым допущением о постоянстве потерь мощности на холостом ходу можно вывести, что

$$\eta_{хол} = 1 - \frac{M_{хол}}{M_д} = 1 - \frac{\nu_{хол} M_{д.н}}{M_д},$$

где $\nu_{хол}$ — множитель, определяющий, какую часть номинального крутящего момента двигателя $M_{д.н}$ составляет $M_{хол}$; $M_{хол}$ — приведенный к первичному валу трансмиссии момент сил сопротивления, возникающий при холостом прокручивании вала трансмиссии.

При достаточно прогретом масле, по данным Д. А. Чудакова, $\nu_{хол}$ составляет 0,03—0,05. Значение его растет с увеличением частоты вращения вала двигателя и повышением скорости движения. При холодном масле или повышенном его уровне значение $\nu_{хол}$ значительно больше указанных пределов. Из приведенного выражения следует, что коэффициент $\eta_{хол}$ изменяется в зависимости от подводимого к трансмиссии крутящего момента двигателя $M_д$.

Дополнительные потери в трансмиссии, возникающие при приложении к ней внешней нагрузки, примерно пропорциональны действующей нагрузке. Среди них основное место занимают потери в зацеплении шестерен. В соответствии с этим коэффициент $\eta_н$ можно с достаточным приближением подсчитать по формуле

$$\eta_н = \sum_{i=1}^{n} \eta_ш - (n - 1),$$

где $\eta_ш$ — КПД пары шестерен (цилиндрической, конической и т. д.); n — число пар шестерен, работающих в трансмиссии при данной передаче.

При современном уровне технологии изготовления шестерен тракторных трансмиссий КПД цилиндрической пары находится в пределах 0,985—0,990, а конической 0,975—0,980.

В общем виде КПД механической трансмиссии имеет вид

$$\eta_{тр} = P_к / P_e,$$

где

$$P_к = P_e - (P_{хол} + P_н).$$

В соответствии со структурной схемой (рис. 4.4)

$$\eta_{тр} = \frac{P_к}{P_e} = \frac{P_e - (P_{хол} + P_н)}{P_e} = 1 - \frac{P_{хол}}{P_e} - \frac{P_н}{P_e} = \eta_{хол} + \eta_н - 1,$$

поскольку

$$\frac{P_{хол}}{P_e} = 1 - \eta_{хол}; \quad \frac{P_н}{P_e} = 1 - \eta_н.$$

Зависимость механического КПД трансмиссии от передаваемой нагрузки имеет гиперболический характер и выражена кривой $\eta_{тр} = f(M_д)$ (рис. 4.5). Значения крутящих моментов, отложенных на оси абсцисс, выражены в долях от номинального крутящего момента $M_д/M_{д.н}$.

У тракторных ступенчатых трансмиссий механический КПД при нагрузках, близких к расчетным, $\eta_{тр} = 0{,}88 \div 0{,}93$, а КПД трансмиссий машин с несколькими ведущими мостами будет меньше указанных значений. Если в трансмиссии применяют планетарные передачи, то их КПД несколько выше КПД обычных ступенчатых трансмиссий с внешним зацеплением шестерен.

В настоящее время на тракторах находят применение гидродинамические, объемные гидропередачи, фрикционные и электрические. Характерной особенностью этих передач является возможность плавного изменения подводимых к ведущему колесу моментов и частоты вращения в зависимости от внешних сопротивлений. КПД этих трансмиссий зависит не только от потерь мощности на преодоление механических сопротивлений, но и от гидравлических и электрических потерь.

Как правило, такие передачи наряду с преобразователем момента (например, гидротрансформатором, мотор-насосом, фрикционной передачей) включают узлы механической трансмиссии (например, центральную передачу, конечную передачу и др.). Поэтому КПД таких передач в общем виде следующие:

для гидродинамических и объемных гидропередач

$$\eta_{тр} = \eta_м \eta_г;$$

фрикционных передач

$$\eta_{тр} = \eta_м \eta_ф;$$

электрических передач

$$\eta_{тр} = \eta_м \eta_э,$$

где $\eta_м$ — КПД, учитывающий механические потери в трансмиссии; $\eta_г$, $\eta_ф$, $\eta_э$ — КПД, учитывающие гидравлические, фрикционные и электрические потери.

КПД бесступенчатых передач, как правило, ниже КПД простой зубчатой механической трансмиссии. Например, КПД гидродинамической передачи, по данным проф. Н. А. Носова, при нагрузках, близких к номинальным, находится в пределах 0,85—0,91. По тем же данным КПД объемной гидропередачи при работе на номинальных режимах равен 0,75—0,85 Более низкий КПД по сравнению с этими передачами имеют электрическая и электромеханическая передачи, КПД которых в зоне номинальных ре-

жимов не превышает 0,8, а в зоне максимальных крутящих моментов, он равен 0,6—0,65. Фрикционные передачи имеют более высокий КПД, в некоторых случаях превышающий КПД механических зубчатых передач. Однако их надежность при передаче значительных мощностей невысока, поэтому фрикционные передачи не получили распространения в тракторостроении.

Влияние различных факторов на КПД смешанных трансмиссий приведено ниже в параграфе 4.7 при рассмотрении вопроса о построении теоретических тяговых характеристик с трансмиссиями различного вида.

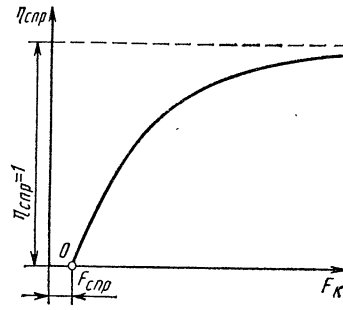


Рис. 4.6. Влияние режима загрузки тракторного агрегата на КПД $\eta_{спр}$, учитывающий потери мощности на деформацию грунта и образование колеи

Влияние различных факторов на КПД $\eta_г$, учитывающий потери мощности на преодоление внутренних сопротивлений колесного движителя, более подробно рассмотрено в параграфе 2.2, а гусеничного движителя — в параграфе 3.5. Основное влияние на него оказывают тип и конструкция движителя, скорость относительного вращательного движения. Как показали исследования [2], внутренние сопротивления гусеничного движителя возрастают в среднем пропорционально квадрату скорости.

КПД $\eta_{спр}$, учитывающий потери мощности на образование колеи и деформацию грунта,

$$\eta_{спр} = 1 - \frac{P_{спр}}{P_e} = 1 - \frac{F_{спр}}{F_к}. \qquad (4.5)$$

Значение этого КПД зависит от многих факторов и, в частности, от конструктивных параметров трактора (весовой нагрузки, и ее распределения, типа и конструкции движителя и др.), от сопротивлений агрегатируемой с трактором машины, скорости движения и физико-механических свойств грунта.

Большое влияние на значение $\eta_{спр}$ оказывает режим загрузки трактора. Когда $F_{спр} = F_к$, $\eta_{спр} = 0$, т. е. трактор движется на холостом ходу, и вся реализуемая движителем сила тяги расходуется на деформацию грунта и образование колеи (точка 0 на рис. 4.6). При увеличении загрузки тракторного агрегата, т. е. при увеличении тягового сопротивления агрегатируемой с трактором машины, касательная сила резко возрастает при незначительном увеличении $F_{спр}$; при предельных по сцеплению значениях касательной силы тяги $\eta_{спр}$ будет максимальным: $\lim \eta_{спр} = 1$; $F_к \to \infty$.

При расчетных методах определения $\eta_{спр}$ необходимо знать величины $F_{спр}$ и $F_к$, значения которых определяют для различных

Таблица 4.1. **Значения коэффициентов, характеризующих тягово-сцепные качества трактора**

Поверхность пути	Колесные тракторы			Гусеничные тракторы		
	f	φ_{max}	$\varphi_{доп}$	f	φ_{max}	$\varphi_{доп}$
Грунтовая сухая дорога	0,03—0,05	0,7—0,9	0,65—0,8	0,05—0,08	0,9—1,1	0,75—0,85
Целина, плотная залежь	0,05—0,07	0,7—0,9	0,65—0,8	0,06—0,08	1,0—1,2	0,85—0,95
Залежь (двухтрехлетняя, скошенный луг)	0,06—0,08	0,6—0,8	0,55—0,75	0,06—0,08	0,09—1,1	0,75—0,85
Стерня колосовых	0,08—0,10	0,60—0,85	0,65—0,8	0,06—0,12	0,8—1,0	0,75—0,85
Поле, подготовленное под посев	0,16—0,18	0,4—0,6	0,35—0,55	0,09—0,15	0,6—0,7	0,55—0,65
Болотно-торфяная целина, осушенная	—	—	—	0,11—0,20	0,8—1,0	0,75—0,85
Укатанная снежная дорога	0,03—0,04	0,3—0,4	0,3—0,35	0,06—0,09	0,5—0,7	0,55—0,65

Примечание. φ_{max} — максимальный коэффициент сцепления, реализуемый движителем по условиям взаимодействия его с грунтом (дорогой); $\varphi_{доп}$ — коэффициент сцепления, допускаемый по условиям буксования и агротехническим требованиям.

режимов загрузки тракторного агрегата по формулам, приведенным в гл. 2 и 3. При приближенном методе расчета сопротивление качению $F_{спр}$ подсчитывают по формуле $F_{спр} = fG$, а входящий в эту формулу коэффициент f подбирают в соответствии с типом трактора и заданными грунтовыми условиями по имеющимся справочным данным (табл. 4.1).

Рассмотрим влияние удельной мощности трактора на потери ρ, вызванные передвижением трактора. Представим их в виде соотношения $\rho = F_{спр}/F_к$.

При установившемся движении тракторного агрегата по горизонтальной поверхности касательная сила тяги

$$F_к = \frac{\eta_{тр}\eta_r P_e}{v_т} = \frac{\eta_{тр}\eta_r\eta_\delta P_{ен}\chi}{v_д},$$

где $P_{ен}$ — номинальная мощность двигателя; χ — коэффициент нагрузки, равный отношению текущего крутящего момента $M_д$ двигателя к номинальному моменту $M_{д.н}$ при данном режиме работы.

Подставляя значения $F_{спр}$ и $F_к$ в формулу потерь на самопередвижение трактора, получаем

$$\rho = \frac{fv_д}{\eta_{тр}\eta_r\eta_\delta}\frac{gm_э}{P_{ен}},$$

где $m_э/P_{eн}$ — эксплуатационная масса трактора, отнесенная к номинальной мощности двигателя, т. е. удельная эксплуатационная масса трактора; отношение $P_{eн}/m_э$ представляет собой энергонасыщенность или удельную мощность трактора.

Согласно формуле потери ρ, вызванные передвижением трактора, обратно пропорциональны удельной мощности трактора. Следовательно, уменьшения потерь ρ можно достигнуть благодаря увеличению удельной мощности трактора. Это обстоятельство следует учитывать при проектировании высокоэнергонасыщенных тракторов.

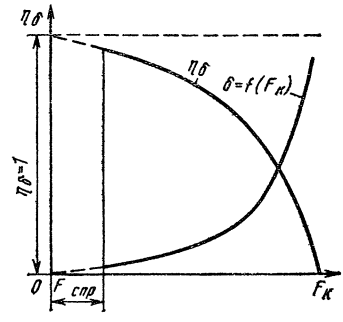


Рис. 4.7. Влияние режима загрузки тракторного агрегата на КПД η_δ, учитывающий потери скорости

КПД η_δ, учитывающий потери скорости движения, представляем следующей формулой:

$$\eta_\delta = \frac{P_\delta}{P_e} = \frac{v_д}{v_т} = 1 - \delta, \qquad (4.6)$$

где P_δ — мощность, расходуемая на буксование; δ — коэффициент буксования.

При $\delta = 0$ $\eta_\delta = 1$. В общем случае движения трактора по деформируемой поверхности движитель всегда пробуксовывает, т. е. $\delta \neq 0$. Даже при холостом ходе колесного трактора по стерне буксование движителей достигает 4 %. Когда трактор движется по асфальтовой или бетонной дороге без нагрузки, буксование наименьшее $\delta \approx 0$. По мере увеличения тяговой нагрузки возрастает буксование движителей и КПД η_δ уменьшается. При полном буксовании трактора, когда сопротивление агрегатируемой машины превышает тяговые качества трактора, КПД η_δ минимальный. При предельных по сцеплению значениях касательной силы тяги $\lim \eta_\delta = 0$ $\delta \to 1$ (рис. 4.7).

При расчетном методе нахождения КПД буксования используют зависимости, приведенные в предыдущих главах. Поскольку в рассмотренных формулах буксование выражено в неявной форме, обычно строят зависимость $\delta = f(F_к)$ (рис. 4.7). При этом задаются в определенной возрастающей последовательности значения коэффициента буксования δ, и для выбранных значений δ подсчитывают соответствующие значения $F_к$.

Итак, уравнение мощностного баланса показывает составляющие мощности, расходуемые на преодоление различного рода сопротивлений тракторного агрегата. Доля мощности двигателя, расходуемой на совершение технологического процесса (например, пахоты), т. е. полезной работы, увеличивается благодаря совершенствованию конструкции трактора (увеличение $\eta_{тр}$, $\eta_г$) и улучшению процесса взаимодействия движителя с грунтом

(увеличение $\eta_{спр}$, η_{δ}). Анализ результатов теоретических и экспериментальных исследований тракторного агрегата [11] показывает, что общий КПД трактора можно значительно улучшить при передаче части мощности двигателя через ВОМ на активные рабочие органы агрегатируемой машины (например, ротационный плуг с активным приводом), а также при рассредоточенном приводе, когда часть мощности двигателя передается на привод ходовых органов машины, которые создают дополнительную силу тяги (например, мобильные энергетические средства).

Для уменьшения потерь на передвижение следует также увеличивать удельную мощность трактора.

4.4. СОПРОТИВЛЕНИЕ МАШИН И ОРУДИЙ, АГРЕГАТИРУЕМЫХ С ТРАКТОРОМ

На сопротивление движению тракторного агрегата оказывают влияние многие факторы, например, сопротивление качению трактора и сопротивления прицепных и навесных машин.

Силы и моменты сопротивления качению колесных и гусеничных тракторов определяют на основании данных, приведенных в гл. 2 и 3.

Сопротивление агрегатируемых с трактором машин зависит от следующих факторов: типа машины (плуг, сеялка, культиватор и др.) и ее характеристики (количество корпусом, ширина захвата и др.); технологического режима (глубина обработки, угол развала и др.); количества машин в агрегате; скорости движения агрегата; физико-механических и геометрических характеристик грунта.

Для почвообрабатывающих машин тяговое сопротивление определяют по рациональной формуле, выведенной для плуга В. П. Горячкиным:

$$F_{кр} = f_{р} g m_{а} + k_{р} h_{р} b_{р} + \varepsilon v^{2} h_{р} b_{р},$$

где $f_{р}$ — коэффициент трения рабочих органов машины о грунт, учитывающий и трение качения опорных колес; обычно принимают $f_{р} = 0{,}25 \div 0{,}40$; g — ускорение свободного падения, м/с^2; $m_{а}$ — масса машины, кг; $k_{р}$ — удельное сопротивление на единицу площади поперечного сечения пласта, МПа; $h_{р}$ — глубина обработки, м; $b_{р}$ — ширина захвата, м; ε — силовой коэффициент, учитывающий свойства грунта и поверхности рабочих органов, Н·м^2/м^4; v — скорость движения, м/с.

Если почвообрабатывающая машина не имеет опорных колес, вес машины передается на трактор и $f_{р} = 0$.

Для посевных зерноуборочных и других машин

$$F_{кр} = f_{р} g m_{а} + k'_{р} b_{р},$$

где $k'_{р}$ — удельное сопротивление на единицу длины, Н/м.

Примерные значения удельных сопротивлений машин и орудий на единицу ширины захвата приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2. **Примерные значения удельных сопротивлений сельскохозяйственных машин и орудий**

Машина, орудие	Конструктивная ширина захвата, м	Удельное сопротивление, кН/м
Борона «Зигзаг» (звено)	0,98	0,4—0,6
Шлейф-борона (гвоздевка)	2,50	0,3—0,4
Борона тракторная, дисковая (дискование стерни)	3,45	1,8—2,0
Культиваторы тракторные (сплошная культивация)	3,0—3,6	1,8—2,5
Сеялка тракторная	3,6	1,1—1,3
Картофелесажалка	1,4	1,3—1,5
Окучник четырехкорпусный	2,8	1,5—1,7
Сенокосилка широкозахватная	10,0	0,8—1,0
Комбайн (с полным бункером)	4,9	1,1—1,3

Тяговые сопротивления прицепов, а также машин типа разбрасывателей удобрений, навоза и др. определяют с учетом угла наклона или подъема:

$$F_{кр} = gm_a (\sin\alpha + f_p \cos\alpha),$$

где m_a — масса прицепа с грузом, кг; f_p — коэффициент сопротивления качению с учетом привода рабочих органов разбрасывателя, если последние приводятся в действие от колес прицепа; в зависимости от качества пути и устройства привода значения этого коэффициента колеблятся в пределах 0,01—0,2.

Согласно экспериментальным данным [11], сопротивления агрегатируемых с трактором машин, возникающие при работе тракторного агрегата, не остаются постоянными и изменяются в зависимости от физико-механических и геометрических свойств поверхности движения, неравномерности работы движителя и ряда других факторов.

Многочисленные измерения момента сопротивления и тягового усилия на крюке трактора показали, что по ряду признаков изменения нагрузки можно отнести к случайным процессам.

На рис. 4.8 показана реализация тягового сопротивления тракторного агрегата, движущегося по стерне колосовых. Колебания нагрузки на крюке носят случайный характер. Обработка экспериментальных данных показала, что распределение нагрузок подчиняется нормальному закону. В этом случае процесс можно описать математическим ожиданием m_x ($F_{кр}$), дисперсией D_x (t) или средним квадратичным отклонением σ_x (t), коррелят-

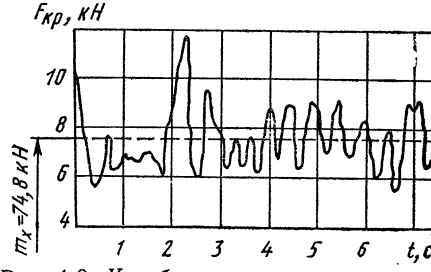


Рис. 4.8. Колебания нагрузки на крюке при работе трактора МТЗ-80 в агрегате с лущильником

Таблица 4.3. **Характеристики тягового сопротивления на крюке трактора МТЗ-80 при работе с различными машинами**

Сельскохозяйственная машина	Фон поля и операция	Скорость движения, м/с	Характеристика тягового сопротивления		
			m ($F_{кр}$), Н	D ($F_{кр}$), Н²	σ ($F_{кр}$), Н
Культиватор КРН-4,2	Подкормка кукурузы	1,4	7320	55 600	236
Культиватор КПГ-4	Культивация борозд:				
	в продольном направлении	2,1	7660	166 650	405
	в поперечном направлении	2,1	8520	22 900	151
Сеялка; 2СТСН-65	Поле, подготовленное под посев	2,1	6100	61 600	240
СКНК-6	То же	2,1	9160	153 600	390
Лущильник ЛДГ-5	Лущение стерни колосовых	2,2	7480	201 000	455
Комбайн СКД-5	Уборка свеклы	2,2	6550	46 000	213
Навозоразбрасыватель 1ПТУ-3,5	Стерня колосовых	1,5	3290	142 300	373
Плуг ПН-3-35Б	То же	1,4	8420	133 500	362
Прицеп 2ПТС-4	Транспортирование зеленой массы	3,3	2680	409 000	645

ционной функцией R_x (τ) или спектральной плотностью S_x (ω).

Из табл. 4.3 видно, что колебания тягового сопротивления находятся в широких пределах. Оценим максимально возможное увеличение нагрузки; поскольку оно подчиняется нормальному закону, с большой долей вероятности примем $F_{кр\,max} = m\,(F_{кр}) + 3\sigma\,(F_{кр})$. Отношение максимально возможной нагрузки к средней $F_{кр.\,ср} = m_x\,(F_{кр})$ за время t назовем *коэффициентом возможной перегрузки* и обозначим Δ lim, т. е. $\Delta\,\lim = F_{кр\,max}/F_{кр.\,ср}$. Коэффициент возможной перегрузки изменяется в пределах от 1,27 при работе с комбайном до 1,90 при работе с навозоразбрасывателем (см. табл. 4.3). Наибольшие колебания крюковой нагрузки возникают при транспортных работах ($\Delta\,\lim = 1{,}63 \div 1{,}90$). Этот режим работ характеризуется относительно малой средней крюковой нагрузкой. При увеличении тягового сопротивления, например при работе с плугом, культиватором, колебания нагрузки уменьшаются и находятся в пределах $\Delta\,\lim = 1{,}35 \div 1{,}53$.

Характер протекания корреляционной функции R_x (τ) (рис. 4.9) свидетельствует о том, что с увеличением длины участка реализации она стабилизируется и возникают низкочастотные

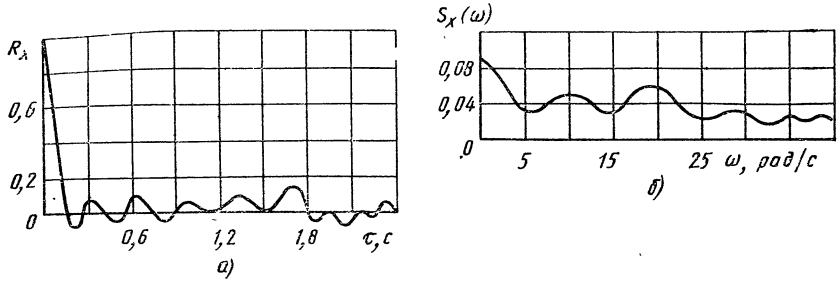


Рис 4.9. Статистические характеристики реализации момента сопротивления, измеренного на валу муфты сцепления при пахоте (длина гона 24 м):
а — корреляционная функция; *б* — спектральная плотность

колебания. То же относится и к спектральной плотности S_x (ω). Таким образом, в первом приближении случайные колебания тягового сопротивления машин можно разделить на два класса.

К первому классу относятся колебания нагрузки с относительно небольшой амплитудой, которые повторяются приблизительно через одинаковые промежутки времени, т. е. периодические колебания, например, работа тракторного агрегата при перекрестном севе, культивации в поперечном направлении борозд, транспортировании сельскохозяйственной продукции с поля и др.

Ко второму классу изменений нагрузки следует отнести случайные временные увеличения сил сопротивления. Периодические колебания сопротивления тракторного агрегата преодолеваются путем использования запаса кинетической энергии всех движущихся масс трактора. Временные перегрузки преодолеваются путем использования запаса крутящего момента двигателя

При движении тракторного агрегата по поверхности поля, имеющей однообразный характер, одинаковые растительный покров и влажность, постоянные физико-механические свойства, изменения нагрузки представляют собой волнообразную линию. В таких случаях колебания нагрузки, показанные на рис. 4.10, возникают в основном вследствие неравномерности работы движителей трактора.

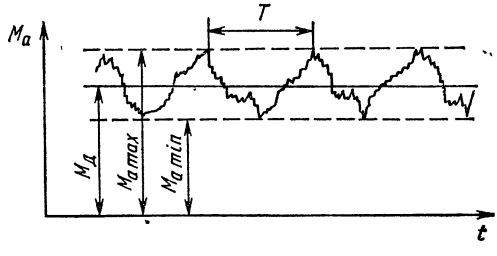


Рис. 4.10. Периодические колебания нагрузки

Силы сопротивления приводим к коленчатому валу двигателя, заменив действие этих сил соответствующим моментом сопротивления агрега-

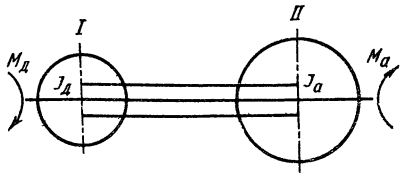


Рис. 4.11. Схема приведенных масс тракторного агрегата

та M_a. Его колебания характеризуются следующим соотношением:

$$\xi_a = \frac{M_{a\,max} - M_{a\,min}}{M_д},$$

где $M_д$ — крутящий момент двигателя, равный математическому ожиданию момента сопротивления агрегата.

Величину ξ_a называют *степенью неравномерности сопротивления тракторного агрегата*. Она зависит от неравномерности работы движителей, сил сопротивления движению трактора, сил сопротивления агрегатируемой машины и момента сопротивления, приложенного к валу отбора мощности.

Период T изменения сопротивления тракторного агрегата в основном определяется периодом неравномерности работы движителей, скоростью движения, волнообразной поверхностью поля и изменяется в пределах 0,1—2 с.

Для приближенного исследования колебаний скорости тракторного агрегата, вызванных периодическими колебаниями нагрузки, допустим, что M_a изменяется по закону гармонических колебаний, т. е. заменим случайный процесс периодическим. В этом случае изменение момента

$$M_a = M_д\left(1 + \frac{\xi_a}{2}\cos f_a t\right),$$

где f_a — угловая частота изменения момента всех сил сопротивления, $с^{-1}$; $f_a = 2\pi/T$ (здесь T — период изменения величины M_a, с); t — время, с.

Для упрощения представим тракторный агрегат в виде двухмассовой модели. Первая масса эквивалентна массе двигателя, имеет приведенный момент инерции $J_д$, вторая — эквивалентна массе тракторного агрегата (без двигателя) и имеет приведенный момент инерции J_a (рис. 4.11).

Уравнение динамики для двухмассовой системы имеет следующий вид:

$$M_д = M_a + J_a\varepsilon = M_д\left(1 + \frac{\xi_a}{2}\cos f_a t\right) + J_a\varepsilon,$$

где J_a — суммарный момент инерции масс тракторного агрегата, приведенный к коленчатому валу двигателя; ε — угловое ускорение коленчатого вала.

Окончательно имеем

$$\varepsilon = \frac{d\omega_д}{dt} = -\frac{M_д\xi_a}{2J_a}\cos f_a t$$

или

$$d\omega_д = -\frac{M_д\xi_a}{2J_a}\cos f_a t\,dt,$$

где $\omega_д$ — угловая скорость коленчатого вала.

Как видно из этой формулы, величина $d\omega_д$ пропорциональна нагрузке двигателя, характеризуемой текущим осредненным крутящим моментом $M_д$.

Следовательно, наибольшие колебания угловой скорости возникают при номинальной нагрузке двигателя $M_{д.н}$ Интегрируя приведенную выше формулу, получим угловую скорость коленчатого вала при номинальной нагрузке

$$\omega_д = -\frac{M_{д.н}\xi_a}{2J_a f_a}\sin f_a t\,dt + C.$$

Постоянная интегрирования C находится из начального условия: при $t = 0$ угловая скорость коленчатого вала будет $\omega_{д.н}$, т. е. $C = \omega_{д.н}$.

Подставляя значение постоянной интегрирования, получаем

$$\omega_д = \omega_{д.н} - \frac{M_{д\,н}\xi_a}{2J_a f_a}\sin f_a t.$$

Наибольшее и наименьшее значения угловой скорости коленчатого вала определяют по следующим формулам:

$$\omega_{д\,max} = \omega_{д.н} + \frac{M_{д.н}\xi_a}{2J_a f_a};$$

$$\omega_{д\,min} = \omega_{д.н} - \frac{M_{д\,н}\xi_a}{2J_a f_a}.$$

В соответствии с приведенными формулами амплитуда колебаний угловой скорости коленчатого вала

$$\Delta\omega_д = \frac{M_{д.н}\xi_a}{J_a f_a}.$$

Таким образом, устойчивое движение агрегата обеспечивается при условии, если наименьшее значение расчетной угловой скорости $\omega_{д\,min}$ будет больше предельного значения $\omega_{д.пред}$ (см. рис. 4.1 и 4.2), т. е. $\omega_{д\,min} \geqslant \omega_{д.пред}$. В ином случае двигатель останавливается, и движение невозможно.

Как было показано выше, случайные временные увеличения нагрузки преодолеваются путем использования запаса крутящего момента.

Для преодоления указанного возросшего сопротивления тракторного агрегата без переключения передач необходимо выполнение следующего условия:

$$M_{a\,max} \leqslant M_{д\,max},$$

где $M_{д\,max}$ — наибольший крутящий момент двигателя, определяемый безрегуляторной ветвью кривой крутящих моментов (рис. 4.12).

Представим это условие в следующей форме:

$$\frac{M_{a\,max}}{M_{д.ср}}\,\frac{M_{д.ср}}{M_{д.н}} \leqslant \frac{M_{д\,max}}{M_{д.н}},$$

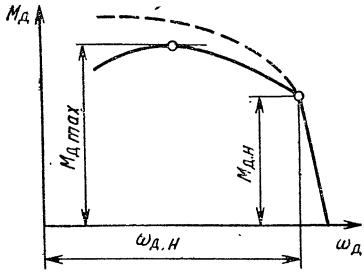


Рис. 4.12. График крутящих моментов регуляторной характеристики двигателя

где $M_{д.\,ср}$ — осредненное значение крутящего момента двигателя, равное математическому ожиданию приведенного момента сопротивлений $M_{а.\,ср}$.

Перепишем это неравенство с учетом условия $M_{а.\,ср} = M_{д.\,ср}$:

$$\frac{M_{а\,max}}{M_{а.\,ср}} \frac{M_{д.\,ср}}{M_{д.\,н}} \leqslant \frac{M_{д\,max}}{M_{д.\,н}}.$$

Отношение текущего осредненного момента двигателя к номинальному назовем *коэффициентом нагрузки двигателя* $\chi = M_{д.\,ср}/M_{д.\,н}$.

Учитывая, что $M_{а\,max}/M_{а.\,ср} = F_{кр\,max}/F_{кр.\,ср} = \Delta\,lim$, получаем $\Delta\,lim\,\chi \leqslant \chi_п$.

Предельное значение коэффициента нагрузки тракторного двигателя, при котором условие безостановочной работы тракторного агрегата еще не нарушается, называют *коэффициентом эксплуатационной нагрузки* $\chi_э$ тракторного двигателя:

$$\chi_э = \chi_п/\Delta\,lim. \qquad (4.7)$$

Как было показано выше, коэффициент возможной перегрузки $\Delta\,lim$ всегда больше единицы и варьируется в широких пределах от 1,27 до 1,90. В то же время коэффициент приспособляемости $\chi_п$ двигателя, определяемый по регуляторной характеристике, находится в пределах от 1,12 до 1,2.

Из формулы (4.7) и приведенных выше пределов коэффициентов приспособляемости двигателя и возможной перегрузки следует, что значение коэффициента эксплуатационной нагрузки тракторного двигателя меньше единицы и составляет $\chi_э = 0{,}6 \div 0{,}9$.

При условии безостановочной работы тракторного агрегата без переключения передач необходимо учесть влияние неустановившегося режима работы. При указанном режиме на процесс наполнения цилиндров двигателя влияет инерция воздуха (или рабочей смеси) во впускном трубопроводе. Вследствие этого при замедленном вращении коленчатого вала двигателя кривая крутящих моментов проходит несколько выше кривой крутящих моментов установившегося режима (по безрегуляторной ветви характеристики), как показано на рис. 4.12 штрихпунктирной линией.

Следовательно, фактический коэффициент приспособляемости двигателя при замедленном вращении коленчатого вала больше коэффициента $\chi_п$, значение которого определяется по безрегуляторной ветви характеристики установившегося режима.

Кроме того, при возрастании перегрузки уменьшается скорость движения всего агрегата, и в этом случае к крутящему мо-

менту двигателя добавляется момент инерции масс агрегата, что также способствует преодолению случайных максимальных сопротивлений. Поэтому при практических расчетах по комплектованию тракторного агрегата коэффициент эксплуатационной нагрузки двигателя $\chi_э = 0{,}85 \div 0{,}90$.

Следует отметить, что вышеприведенные рассуждения относятся к тракторам, имеющим ступенчатую коробку перемены передач. При оборудовании трактора бесступенчатой трансмиссией, например гидравлической или электрической, которая автоматически в зависимости от сопротивления увеличивает или уменьшает крутящий момент, подводимый к ведущим колесам благодаря уменьшению или увеличению скорости движения агрегата, коэффициент эксплуатационной нагрузки повышается и достигает значений $\chi_э = 0{,}95 \div 1{,}0$.

Таким образом, сопротивление агрегатируемых с трактором машин носит случайный характер. Однако из случайного процесса при движении тракторного агрегата по ровной и однообразной поверхности можно выделить периодическую составляющую сил сопротивления. Эти периодические колебания нагрузки преодолеваются (без переключения передач) запасом кинетической энергии агрегата.

Максимальные случайные перегрузки преодолеваются благодаря запасу крутящего момента двигателя, характеризуемому коэффициентом эксплуатационной нагрузки, и запасу кинетической энергии агрегата. Для безостановочного преодоления временных увеличений сопротивления тракторного агрегата, оборудованного ступенчатой коробкой перемены передач, необходимо его комплектовать так, чтобы тракторный двигатель при осредненном значении момента сопротивлений имел некоторую недогрузку. При оборудовании трактора бесступенчатыми трансмиссиями коэффициент эксплуатационной нагрузки повышается и достигает единицы, т. е. в этом случае тракторный агрегат можно комплектовать в расчете на момент сопротивлений, равный номинальному крутящему моменту двигателя.

4.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССЫ ПРОЕКТИРУЕМОГО ТРАКТОРА И НОМИНАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ ДВИГАТЕЛЯ

При определении массы проектируемого трактора следует различать конструктивную (сухую) массу $m_к$ и эксплуатационную (полную) $m_э$.

Под *конструктивной* подразумевается масса трактора в незаправленном состоянии, без тракториста, инструментов, дополнительного оборудования и балласта.

В *эксплуатационную массу* по сравнению с конструктивной входит масса топливосмазочных материалов, охлаждающей жидкости, балласта, части или всей агрегатируемой машины, навешиваемой на трактор, а также масса водителя.

Определим значение эксплуатационной массы трактора исходя из условий работы тракторного агрегата, среднее сопротивление агрегатируемых машин которого равно номинальному усилию на крюке. С учетом временных случайных перегрузок касательная сила тяги трактора при работе на горизонтальной поверхности

$$F_к = \Delta_{lim} F_{кр.\,н} + F_{спр} = \Delta_{lim} F_{кр.\,н} + fgm_э,$$

где g — ускорение свободного падения, м/с^2.

Кроме того, касательная сила тяги трактора может быть определена по следующей формуле:

$$F_к = \lambda_1 \varphi_{доп} g m_э,$$

где λ_1 — коэффициент нагрузки ведущих колес, $\lambda_1 = 1$ для тракторов со всеми ведущими колесами и гусеничных; $\varphi_{доп} = F_к/(\lambda_1 g m_э)$ — коэффициент сцепления, допускаемый по условиям сцепления и агротехническим требованиям.

Тогда

$$\lambda_1 \varphi_{доп} g m_э = \Delta_{lim} F_{кр.\,н} + fgm_э;$$

$$m_э = \frac{\Delta_{lim} F_{кр.\,н}}{(\lambda_1 \varphi_{доп} - f)\, g}.$$

Одной из регламентирующих сельскохозяйственных операций по выбору эксплуатационной массы является пахота. Поэтому коэффициент возможной перегрузки выбираем из условий движения трактора в агрегате с плугом по стерне колосовых. В этом случае пределы изменения $\Delta\,lim = 1{,}35 \div 1{,}40$.

Для промышленных и специальных тракторов коэффициент возможной перегрузки выбирают также из условий работы на одной из регламентирующих операций. Например, для промышленного трактора регламентирующей операцией по выбору эксплуатационной массы является его работа в агрегате с бульдозером на грунте со снятым дерновым покровом; для трелевочного трактора — трелевка древесины по задерненному покрову; для мелиоративного — пахота и культуртехнические работы на полуосушенных торфяниках.

Учитывая значительное перераспределение нагрузки между передними и задними колесами при работе трактора, выполненного по схеме 4К2, с большим тяговым сопротивлением, λ_1 ведущих колес принимается равным 0,80—0,85.

При выборе коэффициента сцепления $\varphi_{доп}$ следует учитывать следующее. Из теории взаимодействия движителя трактора с грунтом известно, что коэффициент сцепления зависит от буксования В свою очередь, буксование трактора отрицательно сказывается на структуре поверхностных слоев грунта. При сильном буксовании почва значительно уплотняется, образуются колеи большой глубины, что отрицательно сказывается на росте растений. Кроме того, повышенное буксование отрицательно влияет на общий КПД и экономические качества трактора. Поэтому агро-

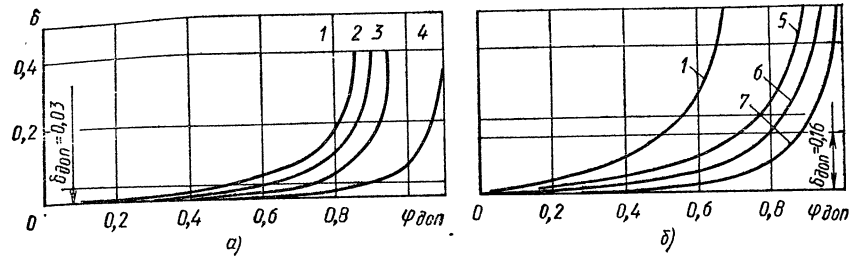


Рис 4.13. Обобщенные зависимости коэффициентов сцепления от коэффициента буксования:

а — гусеничные тракторы; *б* — колесные тракторы; *1* — почва, подготовленная под посев; *2* — пар; *3* — стерня; *4* — залежь; *5* — стерня; *6* — плотная почва, клеверница, луг; *7* — асфальт, бетон

техническими требованиями установлены следующие предельные значения буксования (рис. 4.13).

Трактор:

гусеничный	0,03
колесный с колесной формулой 4К2	0,16
колесный с колесной формулой 4К4	0,14

Из рис. 4.13 видно, что допустимые значения коэффициентов сцепления при работе трактора с плугом по стерне колосовых находятся в пределах: для гусеничных тракторов $\varphi_{доп} = 0{,}75 \div 0{,}85$; для колесных тракторов $\varphi_{доп} = 0{,}65 \div 0{,}75$.

Значения коэффициентов, входящих в формулу сцепной массы, для различных режимов работы и почвенных условий приведены в табл. 4.1.

При определении эксплуатационной массы промышленных и специальных тракторов следует учитывать массу навешиваемого оборудования или массу груза, приходящегося на трактор (например, при транспортных работах или вывозке леса).

Конструктивная масса трактора должна обеспечить прочность, жесткость и износостойкость всех его частей. При проектировании трактора необходимо стремиться к снижению конструктивной массы. В первом приближении можно решить, что конструктивная масса пропорциональна эффективной мощности установленного на тракторе двигателя, т. е.

$$m_к = K_p P_{ен},$$

где K_p — коэффициент пропорциональности.

В сущности этот коэффициент обратно пропорционален энергонасыщенности или удельной мощности трактора, т. е. $K_p = \frac{1}{P_{ен}/m_э}$. С учетом этого положения получим

$$m_к = \left(\frac{1}{\frac{P_{ен}}{m_э}}\right) P_{ен}.$$

Таким образом, для снижения конструктивной массы необходимо повышать удельную мощность трактора совершенствованием конструкции двигателя и трактора в целом, технологии производства, применением легированных сталей и материалов повышенной прочности, пластмасс и др.

Эффективную мощность двигателя проектируемого трактора определяют из условий движения тракторного агрегата по горизонтальной поверхности с учетом возможных увеличений тягового сопротивления, которое характеризуется коэффициентом возможной перегрузки Δ_{1lim}. При этом агрегат комплектуется из расчета использования номинального усилия на крюке $F_{кр.\,н}$. Тогда максимально возможное усилие на крюке $\Delta_{1lim}F_{кр.\,н}$. При увеличении тяговой нагрузки частота вращения вала двигателя уменьшается и соответственно увеличивается крутящий момент двигателя (см. рис. 4.12). Добавочный крутящий момент характеризуется коэффициентом приспособляемости двигателя $\chi_п$. С учетом этого обстоятельства эффективная мощность (кВт) двигателя, необходимая для движения агрегата без переключения передач с заданной скоростью движения $v_д$,

$$P_e = \frac{\Delta_{1lim}F_{кр.\,н}v_д}{\chi_п\eta_т}\,10^{-3}.$$

Кроме того, известно, что

$$\frac{\Delta_{1lim}}{\chi_в} = \frac{1}{\chi_э};$$

$$\eta_т = \eta_{тр}\eta_г(1-\delta_{доп})\left(1-\frac{F_{спр}}{F_к}\right) = \eta_{тр}\eta_г(1-\delta_{доп})\left(1-\frac{f}{\lambda_1\varphi_{доп}}\right).$$

Расчет тягового КПД в этом случае ведется из условия работы агрегата при допустимых значениях буксования движителя и коэффициента сцепления. Тогда

$$P_e = \frac{F_{кр.\,н}v_д}{\chi_э\eta_{тр}\eta_г(1-\delta_{доп})\left(1-\frac{f}{\lambda_1\varphi_{доп}}\right)}.$$

С учетом отбора мощности через ВОМ

$$P_e = \frac{F_{кр.\,н}v_д}{\chi_э\eta_{тр}\eta_г(1-\delta_{доп})\left(1-\frac{f}{\lambda_1\varphi_{доп}}\right)} + \frac{P_{ВОМ}}{\eta_{ВОМ}}.$$

Произведем расчет эксплуатационной массы и эффективной мощности двигателя (без учета ВОМ) колесного с колесной формулой 4К2 и гусеничного тракторов тягового класса 1,4 и 3,0 при действительной скорости движения, равной 2,5 м/с; трансмиссия механическая со ступенчатой коробкой перемены передач.

Примем следующие значения коэффициентов, входящих в расчетные формулы: для колесного трактора: $\Delta_{1lim} = 1{,}35$, $\chi_п = 1{,}15$, $\delta_{доп} = 0{,}16$, $\varphi_{доп} = 0{,}70$, $\eta_{тр} = 0{,}92$, $\lambda_1 = 0{,}85$, $f = 0{,}08$, $\eta_г \approx 11$; для гусеничного трактора: $\Delta_{1lim} = 1{,}45$, $\chi_п = 1{,}15$, $\delta_{доп} = 0{,}03$, $\varphi_{доп} = 0{,}80$, $\eta_{тр} = 0{,}92$, $\eta_г = 0{,}94$, $\lambda_1 = 1$, $f = 0{,}12$.

Тогда для колесного трактора с колесной формулой 4К2

$$m_э = \frac{\Delta_{lim} F_{кр\ н}}{g(\lambda_1 \varphi_{доп} - f)} = 4200 \text{ кг};$$

$$P_e = \frac{\Delta_{lim} F_{кр.\ н} v_д}{\chi_п \eta_{тр} \eta_г (1 - \delta_{доп}) \left(1 - \frac{f}{\lambda_1 \varphi_{доп}}\right)} = 56 \text{ кВт};$$

для гусеничного трактора

$$m_э = \frac{\Delta_{lim} F_{кр.\ н}}{g(\lambda_1 \varphi_{доп} - f)} = 6600 \text{ кг};$$

$$P_c = \frac{\Delta_{lim} F_{кр.\ н} v_д}{\chi_п \eta_{тр} \eta_г (1 - \delta_{доп}) \left(1 - \frac{f}{\lambda_1 \varphi_{доп}}\right)} = 127 \text{ кВт}.$$

Итак, при подсчете эксплуатационной массы и эффективной мощности двигателя трактора учитывается случайный характер нагрузки, определяемый коэффициентом Δ_{lim} возможной перегрузки. Кроме того, при расчете эффективной мощности двигателя следует также учитывать коэффициент $\chi_п$ приспособляемости двигателя. При проектировании необходимо стремиться к снижению конструктивной массы трактора, а разницу между эксплуатационной и конструктивной массами восполнять догрузкой движителя агрегатируемыми машинами (введением корректора вертикальной нагрузки или добавлением части или всей массы навесной машины на трактор). Эффективным мероприятием по снижению конструктивной массы трактора является повышение его удельной мощности.

4.6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ЧИСЕЛ СТУПЕНЧАТОЙ ТРАНСМИССИИ

Для любого класса трактора существует определенный диапазон нагрузок, характеризуемый максимальными и минимальными значениями сопротивлений, создаваемыми агрегатируемыми с трактором машинами и орудиями, т. е. $F_{кр.\ min}$ и $F_{кр.\ max}$. С учетом сопротивления движению трактора этот диапазон характеризуется минимальными и максимальными значениями касательной силы тяги трактора, т. е. $F_{к\ min}$ и $F_{к\ max}$.

При этом должно соблюдаться условие $F_{к\ max} \leqslant \varphi_{max} G_{сц}$ (здесь φ_{max} — максимальный по грунтовым условиям коэффициент сцепления; $G_{сц}$ — нормальная нагрузка на ведущие колеса или гусеничный движитель). Значение $F_{к\ min}$ определяют сопротивлением движению трактора и нагрузкой агрегатируемой машины, имеющей наименьшее тяговое сопротивление. Для большинства тракторов отношение $F_{к\ max}/F_{к\ min}$ находится в пределах 1,6—1,8.

Как было выяснено в параграфе 4.4, в общем случае нагрузка трактора носит случайный характер, что необходимо учитывать

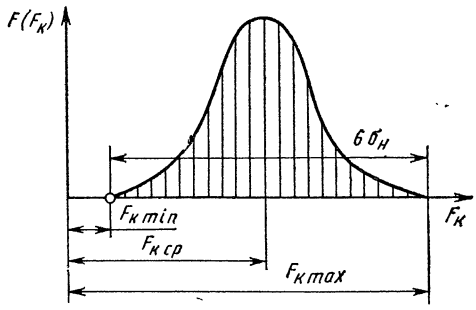


Рис. 4.14. Распределение вероятностей касательной силы тяги:
$F(F_к)$ — вероятность касательной силы тяги

при тяговом расчете. С большей долей вероятности можно предположить, что она характеризуется нормальным законом распределения (рис. 4.14).

Для нормально распределенной случайной величины рассеяние ее с точностью до долей процента укладывается на участке $m \pm 3\sigma$. На основании этого среднее квадратичное отклонение $\sigma(F_к)$ и математическое ожидание $m(F_к)$ случайной величины касательной силы тяги следующие:

$$\sigma(F_к) = \frac{F_{к\,max} - F_{к\,min}}{6};$$

$$m\,F_к) = \frac{F_{к\,max} + F_{к\,min}}{2} = F_{к.\,ср}.$$

Исследования работы тракторных агрегатов показывают, что наиболее оптимальный режим загрузки трактора осуществляется в том случае, когда номинальная касательная сила тяги $F_к$ трактора соответствует центру рассеяния случайной величины (математическому ожиданию касательной силы тяги), т. е. $F_{к.н} = F_{к\,ср}$.

Вероятность попадания F случайной величины $F_к$ на участки $F_к + \sigma(F_к)$ и $F_к - \sigma(F_к)$, симметричные относительно центра рассеяния, является наибольшей $[(F_{к.н} - \sigma(F_к)] \leqslant F_к \leqslant [(F_{к.н} + \sigma(F_к)] = 0{,}682$. Поэтому работа трактора на этом режиме наиболее длительная, что соответствует оптимальной загрузке трактора.

При работе тракторного агрегата в различных грунтовых условиях сопротивление даже одной и той же агрегатируемой машины колеблется в значительных пределах. Еще большая разница в тяговых сопротивлениях бывает при комплектовании трактора с различными машинами.

Проследим, как изменяется крутящий момент двигателя в зависимости от тягового сопротивления (касательной силы тяги). Касательную силу тяги трактора при движении его в установившемся режиме по горизонтальной поверхности выразим через ведущий момент и динамический радиус ведущего колеса, т. е.

$$F_к = M_к / r_д.$$

Однако ведущий и крутящий моменты связаны соотношением

$$M_к = \eta_{тр}\eta_г i M_д,$$

где i — передаточное число от коленчатого вала двигателя к ведущим колесам трактора.

Тогда

$$F_к = \frac{\eta_{тр}\eta_r}{r_д} M_д i = cM_д i,$$

где c — постоянный коэффициент, если допустить неизменяемость динамического радиуса ведущего колеса и $\eta_{тр}$ и η_r.

В этом случае линейная зависимость между крутящим моментом двигателя и касательной силой тяги представлена прямой линией (рис. 4.15), проходящей через начало координат. Для построения этой прямой необходимо найти еще одну какую-либо точку, лежащую на ней. Точку A найдем из условия соответствия номинальной касательной силы тяги ($F_{к.н} = F_{кр.н} + F_{спр}$) номинальному крутящему моменту.

Таким образом, прямая линия OA представляет собой изменение крутящего момента двигателя в зависимости от изменения касательной силы тяги.

Отложим по оси абсцисс от начала 0 системы координат силу сопротивления движению $F_{спр}$ в принятом масштабе. Полученную точку 0_1 можно считать новым началом координат, от которого производится отсчет сил тяги на крюке.

Для выявления экономичности работы тракторного агрегата при различных силах тяги построим кривую удельного эффективного расхода топлива g_e, для чего воспользуемся регуляторной характеристикой двигателя (см. рис. 4.2), по которой каждому значению крутящего момента двигателя соответствует определенное значение g_e. Следовательно, каждому значению касательной силы тяги также соответствует определенное значение g_e. Как видно из рис. 4.15, крутящий момент двигателя или коэффициент нагрузки χ быстро снижаются при уменьшении касательной силы тяги (нагрузки на крюке). Расход топлива на единицу производимой работы при указанных условиях увеличивается.

Для получения высокой экономичности при пониженных значениях касательной силы тяги необходим двигатель меньшей мощности, номинальный крутящий момент $M_{д.н\,i}$ которого определялся бы $F_{к.н\,i}$ (точка A_1). Таким образом, вместо трактора повышенной мощности при пониженных силах тяги на крюке можно использовать трактор меньшей мощности, что уменьшает капитальные и амортизационные

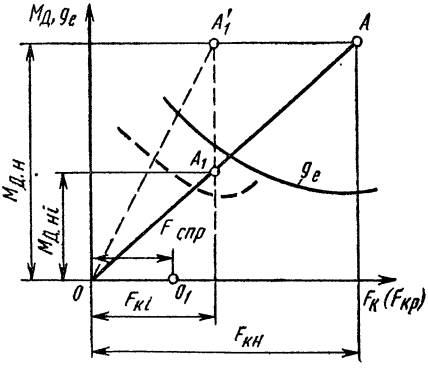


Рис. 4.15. Зависимость крутящего момента двигателя от касательной силы тяги

затраты, а также расход топлива на единицу производимой работы.

Следовательно, регулирование работы трактора изменением крутящего момента двигателя (т. е. изменением количества топлива, подаваемого в цилиндры за один оборот коленчатого вала) нерационально, так как вызывает существенное понижение производительности и экономичности тракторного агрегата.

Есть и другой путь повышения экономичности работы трактора при пониженных значениях $F_{кi}$, заключающийся в изменении (уменьшении или увеличении) передаточного числа таким образом, чтобы при различных значениях $F_{кi}$ момент двигателя оставался постоянным и равным $M_{д.н}$. В этом случае тракторы оборудуются коробками передач, позволяющими ступенчато изменять передаточное число трансмиссии от коленчатого вала двигателя к ведущим колесам трактора. Таким образом можно вести работу при нескольких передаточных числах трансмиссии, что обеспечивает постоянство крутящих моментов или коэффициентов нагрузки двигателя.

Число ступеней трансмиссии современного трактора непрерывно возрастает и в настоящее время составляет 10—14. При большем числе ступеней влияние структуры ряда передаточных чисел на производительность и экономичность трактора снижается ввиду частых остановок трактора для переключения передач. В этом случае более рационально применение бесступенчатых объемных гидропередач, гидродинамических или электрических передач. Однако ступенчатые коробки передач находят еще широкое применение в современных тракторах ввиду их большего КПД и небольшой стоимости.

В последнее время получают распространение ступенчатые коробки с переключением передач без разрыва потока мощности, причем переключение может осуществляться автоматически в зависимости от загрузки двигателя.

Рассмотрим одну из наиболее распространенных методик определения передаточных чисел ступенчатых коробок передач. Согласно этой методике передаточные числа рекомендуется подбирать с таким расчетом, чтобы крутящие моменты двигателя (или коэффициенты нагрузки χ) изменялись в одинаковых пределах при работе трактора на всех передачах.

Предположим, что передаточные числа i_1, i_2, ..., i_n известны и число передач равно n. Крутящий момент двигателя изменяется от $M_{д.н}$ до $M_{д\,min}$ в пределах одной передачи. На основании этих данных построим график изменения касательной силы тяги (рис. 4.16).

Из рис. 4.16 видно, что работа на первой передаче производится при изменении касательной силы тяги от наибольшей $F_{к\,max}$ до некоторой промежуточной $F_{к1}$; работа на второй передаче — при изменении силы тяги от $F_{к1}$ до $F_{к2}$; работа на n-й передаче — при изменении силы тяги от $F_{к\,(n-1)}$ до $F_{к\,min}$. Отсюда передаточные

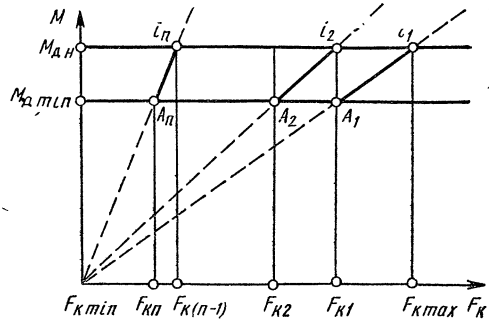


Рис. 4.16. Зависимость касательной силы тяги от крутящего момента двигателя при различных передаточных числах трансмиссии

числа коробки передач следует подбирать таким образом, чтобы наименьшие коэффициенты нагрузки двигателя были одинаковыми при работе трактора на всех передачах, т. е. точки A_1, A_2, ..., A_n должны лежать на одной прямой, параллельной оси абсцисс (см. рис. 4.16). На этом основании получим

$$M_{д.\,н} = \frac{F_{к\,max}}{ci_1} = \frac{F_{к1}}{ci_1} = \ldots = \frac{F_{к\,(n-1)}}{ci_n}; \qquad (4.8)$$

$$M_{д\,min} = \frac{F_{к1}}{ci_1} = \frac{F_{к2}}{ci_2} = \ldots = \frac{F_{к\,min}}{ci_n}.$$

Исключив из уравнений (4.8) величины $F_{к1}$, $F_{к2}$, $F_{к\,(n-1)}$, получим

$$\frac{i_2}{i_1} F_{к\,max} = \frac{i_1}{i_n} F_{к\,min}; \qquad (4.9)$$

$$\frac{i_n}{i_1} F_{к\,max} = \frac{i_{n-1}}{i_n} F_{к\,min}.$$

Разделив почленно приведенные уравнения, получим

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{i_n}{i_{n-1}},$$

т. е. передаточные числа коробки передач образуют геометрическую прогрессию. На основании полученной формулы имеем

$$i_2 = qi_1; \quad i_3 = qi_2; \quad \ldots; \quad i_n = qi_{n-1},$$

где q — знаменатель геометрической прогрессии.

Подставляя эти выражения в уравнение (4.9), имеем

$$qF_{к\,max} = q^{-(n-1)} F_{к\,min},$$

откуда

$$q = \sqrt[n]{F_{к\,min}/F_{к\,max}}. \qquad (4.10)$$

Определим наименьший коэффициент нагрузки двигателя при работе с n-ступенчатой коробкой передач, передаточные числа которой образуют геометрическую прогрессию.

Согласно уравнениям (4.8)

$$\chi_{\min} = \frac{M_{\text{д min}}}{M_{\text{д. н}}} = \frac{i_1 F_{\text{к min}}}{i_n F_{\text{к max}}} = \dot{q},$$

т. е. наименьший коэффициент нагрузки двигателя при его работе на тракторе с n-ступенчатой коробкой перемены передач равен знаменателю этой прогрессии.

Формула (4.10) позволяет определить знаменатель геометрической прогрессии при заданном диапазоне сил тяги и числе передач. Можно решить и обратную задачу: при заданном диапазоне сил тяги и минимальном коэффициенте нагрузки двигателя найти рациональное число передач. Учитывая, что $q = \chi_{\min}$ и используя формулу (4.10), получаем

$$\chi^n_{\min} = \frac{F_{\text{к min}}}{F_{\text{к max}}}$$

или

$$n = \frac{\lg F_{\text{к min}}/F_{\text{к max}}}{\lg \chi_{\min}}.$$

Увеличение числа ступеней коробки перемены передач, как видно из формулы (4.10), приводит к увеличению знаменателя геометрической прогрессии передаточных чисел, т. е. к повышению минимального коэффициента загрузки двигателя. При бесконечно большом числе передач в бесступенчатой коробке коэффициент нагрузки двигателя теоретически наивысший и равен 1, т. е. теоретически двигатель работает на номинальном режиме с наименьшим расходом топлива на единицу производимой работы.

Практическое использование указанных выше преимуществ бесступенчатой трансмиссии возможно лишь при наличии специального устройства, автоматически устанавливающего передаточное число коробки передач в соответствии с сопротивлением тракторного агрегата. Совокупность бесступенчатой передачи и этого автомата называется автоматической трансмиссией.

В настоящее время тракторы, как правило, имеют три диапазона скоростей: пониженные, рабочие и транспортные. Движение трактора в диапазоне пониженных скоростей определяется технологическими операциями, например, рассадопосадочными работами, прокладкой дренажа и т. д., требующими малых скоростей в пределах 0,1—1 м/с (или 0,36—3,6 км/ч). В этом случае передаточные числа диапазона пониженных скоростей выбирают исходя из заданных скоростей движения, обусловленных требованиями указанных выше технологических операций. Если пониженный диапазон имеет ряд скоростей $v_{\text{п1}}$, $v_{\text{п2}}$, ..., $v_{\text{пn}}$, передаточные числа соответственно

$$i_{\text{п1}} = \frac{\omega_{\text{д. н}} r_{\text{к}}}{v_{\text{п1}}}; \quad i_{\text{п2}} = \frac{\omega_{\text{д. н}} r_{\text{к}}}{v_{\text{п2}}}, \ \ldots, \ i_{\text{пn}} = \frac{\omega_{\text{д. н}} r_{\text{к}}}{v_{\text{пn}}},$$

где $i_{п1}$, $i_{п2}$, ..., $i_{пп}$ — передаточные числа диапазона пониженных скоростей; $\omega_{д.\,н}$ — номинальная угловая скорость двигателя; $r_к$ — радиус качения ведущего колеса; для гусеничного движителя $r_к = r_д = t_г z/2\pi$ (см. гл. 3).

Диапазон рабочих скоростей движения является основным для современных тракторов и находится в пределах 2,5—4,1 м/с (9—15 км/ч). Передаточные числа диапазона рабочих скоростей тракторов, оборудованных ступенчатыми коробками перемены передач, подбирают по закону геометрической прогрессии. Как правило, передаточное число низшей передачи диапазона скоростей соответствует центру рассеяния случайных величин касательной силы тяги, т. е. $F_{к.\,н}$. В этом случае

$$i_{р1} = \frac{F_{к.\,н} r_д}{M_{д.\,н} \eta_{гр} \eta_r};$$

$$i_{р2} = q i_{р1}; \quad i_{р3} = q^2 i_{р1}, \ \ldots, \ i_{рп} = q^{n-1} i_{р1}.$$

С другой стороны, передаточное число низшей передачи диапазона рабочих скоростей определим из кинематических соотношений:

$$i_{р1} = \omega_{д.\,н} r_к / v_{р1}.$$

Скорости прямолинейно-поступательного движения трактора в диапазоне рабочих скоростей также образуют геометрическую прогрессию. Действительно, пренебрегая потерями от буксования движителей, получим следующие соотношения для номинального режима работы двигателя:

$$v_{р1} = \omega_{д.\,н} r_к / i_{р1};$$

$$v_{р2} = \omega_{д.\,н} r_к / i_{р1}$$

$$\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot$$

$$v_{рп} = \omega_{д.\,н} r_к / i_{рп}.$$

Почленное деление этих формул дает соотношение

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{i_n}{i_{n-1}},$$

что и требовалось доказать.

Диапазон транспортных скоростей движения также подчиняется закону геометрической прогрессии, однако знаменатель геометрической прогрессии этого диапазона $q_т$ отличается от знаменателя $q_р$ диапазона рабочих скоростей движения. Как правило, число транспортных передач значительно меньше числа рабочих, и, следовательно, $q_т < q_р$, т. е. минимальный коэффициент χ_{min} нагрузки двигателя меньше, чем при движении на рабочих передачах. Диапазон транспортных скоростей движения трактора находится в пределах 4—9,5 м/с (15—34,2 км/ч) при числе передач 2—3.

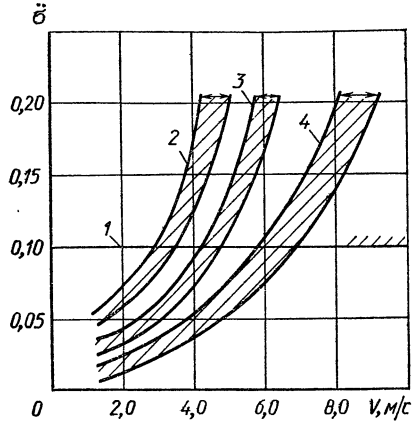


Рис. 4.17. Зависимость средних квадратичных ускорений на сиденье от скорости движения колесного трактора тягового класса 1 4 с прицепом по различным дорогам

Следует отметить, что на выбор передаточных чисел диапазона транспортных скоростей оказывают влияние условия работы водителя. При движении тракторного транспортного агрегата по различным дорогам возникают низкочастотные колебания, которые могут значительно превысить санитарные нормы. На рис. 4.17 приведены значения средних квадратичных ускорений $\ddot{o}$ относительно скорости движения v. Как видно, зона комфорта водителя *1* (ускорения не должны превышать $1/10g$, т. е. $\ddot{o} \leqslant 0{,}01g$) находится в пределах: для грунтовой дороги *2* — скорость не более 3,0—3,5 м/с (10,8—12,6 км/ч); для булыжника *3* — скорость не более 4,0—4,5 м/с (14,4—16,2 км/ч); для асфальта *4* — скорость не более 6,0—7,0 м/с (21,6—26,2 км/ч).

Таким образом, если исходить из условий обеспечения комфортности водителя, транспортные скорости движения колесного трактора следующие: $v_{т1} = 3{,}0$ м/с; $v_{т2} = 4{,}4$ м/с; $v_{т3} = 6{,}5$ м/с.

Тогда знаменатель геометрической прогрессии

$$\frac{v_{т1}}{v_{т2}} = \frac{v_{т2}}{v_{т3}} = \frac{3{,}0}{4{,}4} = \frac{4{,}4}{6{,}5} = 0{,}68.$$

Следует отметить, что окончательный выбор значений передаточных чисел коробки перемены передач устанавливают лишь при подборе зубьев шестерен.

Итак, при ступенчатом ряде передаточных чисел трансмиссии каждой передаче соответствует определенный диапазон сил тяги, причем лишь номинальное значение силы тяги реализуется при оптимальном режиме работы двигателя. При всех других значениях силы тяги двигатель работает с недогрузкой, что влечет снижение производительности и экономичности тракторного агрегата.

Увеличение суммарного диапазона сил тяги $F_{к\,min}$ до $F_{к\,max}$, при котором должен работать проектируемый трактор, неблагоприятно влияет на его производительность и экономичность; увеличение числа рабочих ступеней трансмиссии вызывает их повышение.

При бесступенчатой трансмиссии передаточные числа автоматически устанавливают в соответствии с силами сопротивления, вследствие чего производительность и экономичность тракторного агрегата практически достигают оптимальных значений.

4.7. ПОСТРОЕНИЕ ТЯГОВОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАКТОРА

Тяговая характеристика. Тяговые, скоростные и экономические качества трактора при работе на номинальных режимах и других определяет тяговая характеристика.

Тяговой характеристикой называют график, по оси абсцисс которого отложены значения силы тяги на крюке $F_{кр}$ (или касательной силы тяги $F_к$), а по оси ординат — соответствующие значения крюковой мощности трактора $P_{кр}$, полезной мощности на валу отбора мощности $P_{ВОМ}$, потери от буксования движителей, часовой и удельный расходы топлива $G_т$ и g_e, действительная скорость движения $v_д$, тяговый или общий КПД трактора $\eta_{|т}$, η.

Тяговые характеристики строят применительно к установившимся режимам работы трактора и при движении его по горизонтальному участку. Тяговую характеристику можно построить путем использования данных испытаний трактора и расчетным путем. В первом случае ее называют *экспериментальной тяговой характеристикой* и она предназначена для оценки показателей тягово-сцепных и экономических качеств реального трактора. Во втором случае ее называют *теоретической тяговой характеристикой* и она предназначена для определения указанных выше качеств проектируемого трактора. Тяговые характеристики строят для конкретных типичных почвенных фонов: для сельскохозяйственного трактора типичным фоном является стерня суглинка нормальной влажности, для промышленного — суглинок со снятым дерновым покровом.

Для построения теоретической тяговой характеристики необходимы следующие исходные данные.

1. Агротехнические требования, предъявляемые к трактору. К ним относятся условия работы трактора — типичные грунты и почвы, их физико-механические характеристики (σ_0 — предел прочности грунта на одноосное сжатие; $f_п$, $f_{ск}$ — коэффициенты трения грунта; k_τ — коэффициент деформации; k — коэффициент объемного смятия грунта; $\tau_{ср}$ — напряжение среза; w — влажность); набор агрегатируемых машин и орудий (диапазон тяговых сопротивлений $F_{кр.\,max} - F_{кр.\,min}$); диапазон скоростей движения (пониженный, рабочий, транспортный).

2. Данные тягового расчета проектируемого трактора: масса трактора (эксплуатационная и сцепная), тип движителя с параметрами ходового аппарата (колесный r_0, b, $p_ш$, $h_г$, t; гусеничный $r_к$, L, b, $h_г$, $t_г$); передаточные числа трансмиссии (для ступенчатой механической передачи) или характеристики бесступенчатых передач (объемной гидропередачи, гидродинамической, электрической и др.); коэффициенты полезного действия ходовой части $\eta_г$, трансмиссии $\eta_{тр}$ и др.

3. Регуляторная характеристика двигателя. В случае установки на проектируемый трактор нового двигателя эту характери-

стику строят методами теории двигателя и ее можно представить аналитически, графически или в виде табличных данных. При установке серийного двигателя используют характеристику, полученную при тормозных испытаниях двигателя. Она также может быть представлена графически или табличными данными.

4. Буксование движителя. Если имеется прототип проектируемого трактора одинакового класса, массы и с подобным движителем, то используют зависимость коэффициента буксования от силы тяги на крюке (тяговая характеристика), полученной при государственных испытаниях прототипа. Если проектируют трактор, который не имеет прототипа среди реальных тракторов, то зависимость коэффициента буксования от силы тяги на крюке (касательной силы тяги) строят методами, описанными в гл. 2 и 3. При этом коэффициент буксования движителя может быть представлен аналитически, графически $\delta = f(G, L, b, \sigma_0 \ldots)$ или табличными данными.

Теоретическая тяговая характеристика со ступенчатой механической трансмиссией. Теоретическая тяговая характеристика с указанным типом трансмисси может быть получена на ЭВМ или графоаналитическим методом. При этом обычно принимают следующие допущения и ограничения: 1) коэффициент сопротивления движению сохраняет неизменное значение при всех режимах работы, его выбирают по данным табл. 4.1; 2) КПД трансмиссии имеет для каждой передачи постоянное значение и не зависит от степени нагрузки двигателя; 3) трактор движется по горизонтальному участку при установившихся режимах работы.

На рис. 4.18 показана информационно-поточная схема расчета на ЭВМ теоретической тяговой характеристики. В левой части этой схемы приведены исходные данные и форма их представления: константы, технико-экономические характеристики, которые, в свою очередь, могут быть представлены аналитически $y = f(x)$, графически и в виде табличных данных. В правой части схемы приведены результаты промежуточного расчета (в виде графиков или табличных данных) и тяговая характеристика в виде графика или табличных данных.

Алгоритм расчета характеристик представлен на рис. 4.19. После ввода всех исходных данных организуется внешний цикл по числу передач ($n_{\text{пер}}$), для которых рассчитывается тяговая характеристика. Определяется максимальная касательная $F_{\text{к}}$ силы тяги трактора на каждой рассчитываемой передаче как меньшая из двух сил, определяемых по двигателю $F_{\text{к. дв}} = M_{\text{к}}/r_{\text{д}}$ и по сцеплению $F_{\text{к}} = f(G, L, b, \sigma_0 \ldots)$. Затем определяется максимальное усилие на крюке $F_{\text{кр max}}$ на каждой передаче:

$$F_{\text{кр max}} = F_{\text{к max}} - F_{\text{спр}},$$

и изменения усилия на крюке на рассчитываемой передаче

$$\Delta F_{\text{кр}} = F_{\text{кр max}}/n_{\text{кр}},$$

где $n_{\text{кр}} = 10 \div 15$ — число точек изменения усилия на крюке,

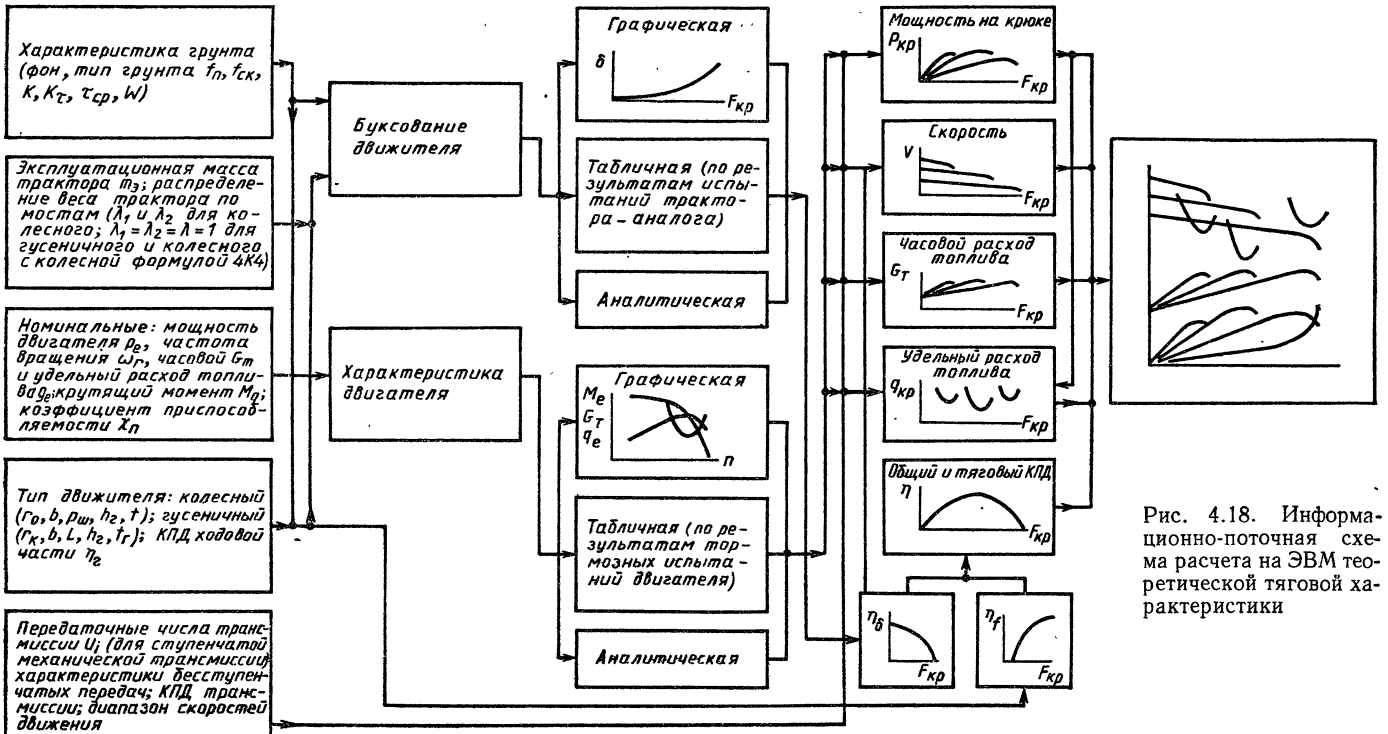


Рис. 4.18. Информационно-поточная схема расчета на ЭВМ теоретической тяговой характеристики

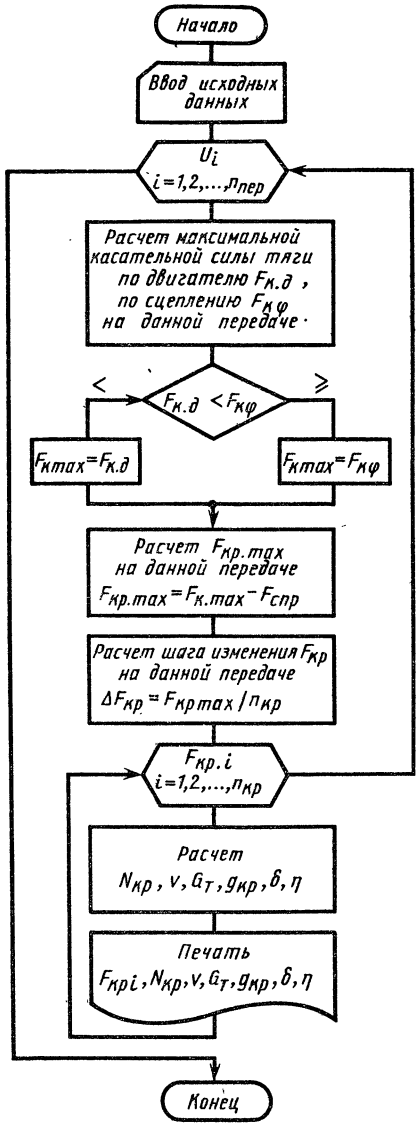


Рис. 4.19. Алгоритм расчета тяговой характеристики

После этого организуется внутренний цикл по усилию на крюке, в котором усилие на крюке изменяется от нуля до максимального значения $F_{кр\,max}$ на рассчитываемой передаче с шагом $\Delta F_{кр}$. Для каждого значения усилия на крюке определяют составляющие тяговой характеристики $F_{кр}, v$, $G_т$, g_e, δ и $\eta_т$, которые печатаются на алфавитно-цифровом печатающем устройстве и записываются на диск.

После завершения внутреннего цикла по усилию на крюке расчеты повторяют для следующей передачи. Когда закончится внешний цикл по передачам, пользователь будет иметь необходимые данные для построения теоретической тяговой характеристики на графопостроителе.

Теоретическая тяговая характеристика, как указывалось выше, может быть построена графоаналитическим методом. Имеется несколько способов построения характеристики с механической силовой передачей. Рассмотрим один из них.

Характеристику строят в квадранте *I* (рис. 4.20). Три остальные являются вспомогательными. В квадранте *III* размещается регуляторная характеристика двигателя, построенная в функции от крутящего момента двигателя. В квадранте *IV* строят лучевую диаграмму, отображающую зависимость $F_к = f(M_д)$. Характеристику строят для одного грунта и характерного фона при нормальной или повышенной влажности

Порядок построения. 1. Обозначим начало координат квадранта *I* точкой *O* и отложим справа на оси абсцисс в выбранном масштабе силы тяги на крюке $F_{кр}$, а слева — силу сопротивления

движению $F_{спр} = fgm_э$ (здесь f — коэффициент сопротивления движению; $m_э$ — эксплуатационная масса трактора).

Полученная точка O_1 является началом координат для отсчета касательной силы тяги $F_к = F_{кр} + F_{спр}$.

2. В квадранте *I* в соответствующем масштабе строим кривую буксования $\delta = f(F_{кр})$ или $\delta = f(F_к)$, причем значения δ откладываем в долях единицы или в процентах.

3. В квадранте *III* строим регуляторную характеристику двигателя в функции от крутящего момента $M_д$, причем значения момента откладываем по оси ординат вниз от точки O, а значения эффективной мощности двигателя P_e, часового расхода топлива $G_т$ и угловой скорости коленчатого вала двигателя $\omega_д$ — по оси абсцисс влево от точки O. На оси моментов имеются характерные точки, соответствующие номинальному $M_{д.н}$ и максимальному $M_{д\,max}$ крутящим моментам двигателя. Соответствующие $M_{д.н}$ значения $P_{ен}$, $G_{т\,max}$, $\omega_{д.н}$ характеризуют номинальный режим работы двигателя.

4. В квадранте *IV* строим лучевую диаграмму зависимостей:

$$F_к = F_{кр} + F_{спр} = \frac{\eta_{тр}\eta_г M_д i}{r_д},$$

где i — передаточное число трансмиссии; $r_д$ — динамический радиус колеса; для гусеничных тракторов $r_д = zt_г/(2\pi)$.

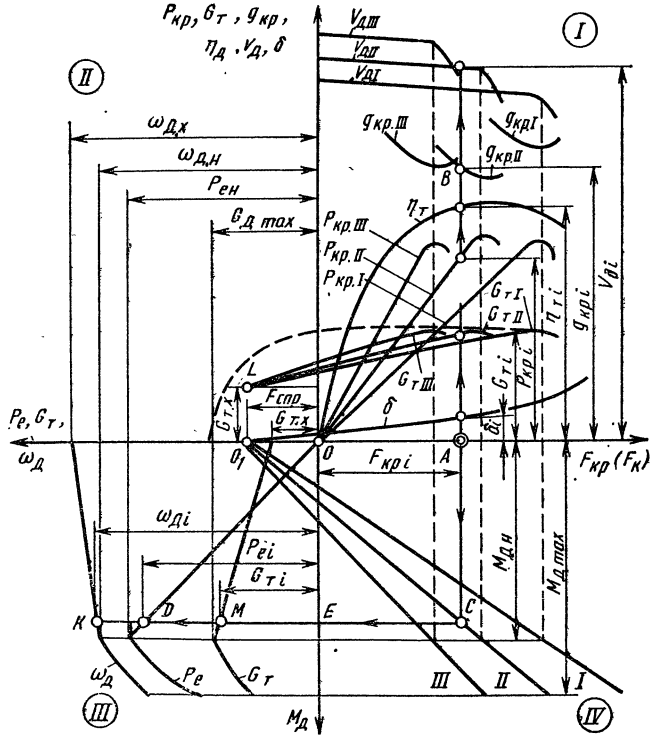


Рис. 4.20. Теоретическая тяговая характеристика с механической ступенчатой трансмиссией

Для колесных тракторов точный расчет радиуса $r_д$ пневматической шины невозможен, поэтому при построении теоретической тяговой характеристики берется среднее значение $r_д$, которое приближенно определяют по номинальным размерам применяемых шин. Согласно принятой в СССР системе обозначений шин низкого давления, их номинальными размерами являются ширина профиля покрышки и наружный диаметр обвода, на который надевается шина.

Расчет радиуса $r_д$ производят по формуле Хейдекеля при условии, что $r_д \approx r_{ст}$:

$$r_д = r_0 - \frac{G}{2\pi p_ш \sqrt{r_0 r_c}}.$$

Радиус можно подсчитать по эмпирической формуле

$$r_д = 0{,}5d + (0{,}80 \div 0{,}85)\, b.$$

Коэффициент в круглых скобках учитывает радиальные деформации шин. При выборе его необходимо иметь в виду, что на твердых почвах радиальные деформации несколько больше, чем на мягких при прочих равных условиях.

Поскольку зависимость между $F_к$ и $M_д$ линейна, для построения луча каждой передачи необходимо определить две точки, через которые можно провести прямую. Очевидно, что при $M_д = 0$ $F_к = 0$ для всех передач. Координаты второй точки удобно получить, приняв $M_д = M_{д.н}$. На рис. 4.20 показаны, например, лучи для трех передач, характеризующих зависимость $F_к = f(M_д, i)$. При большом числе ступеней лучи строят для всех передач.

5. В квадранте *I* строим кривые тягового КПД трактора

$$\eta_т = \eta_{тр}\eta_г\eta_{спр}\eta_δ.$$

При построении обычно принимают произведение $\eta_{тр}\eta_г$ постоянным, не зависящим от включаемой передачи. Если величины зависят от скорости движения, то для каждой передачи будет характерна своя кривая тягового КПД. Примем, что $\eta_{тр}\eta_г =$ $=$ const. Перепишем формулу КПД в более удобной форме:

$$\eta_т = \eta_{тр}\eta_г\left(1 - \frac{F_{спр}}{F_к}\right)(1 - \delta).$$

Очевидно, что $\eta_т = 0$ при $F_{спр} = F_к$, т. е. холостом ходе трактора, и при $\delta = 1$, т. е. большом буксовании и полной остановке.

Чтобы построить кривые тягового КПД, необходимо для нескольких значений $F_{кр}$ (не менее пяти точек) определить соответствующие значения $F_к$ и $F_{спр}$.

Затем по расчетным значениям табл. 4.4 построить кривые тягового КПД. На рис. 4.20 дана одна кривая КПД, общая для всех передач ($\eta_{тр}\eta_г =$ const).

6. В квадранте *I* строим кривые мощности на крюке $P_{кр} =$ $= \eta_т P_e$. На рис. 4.20 показано построение кривой мощности на

Таблица 4.4. Данные для построения характеристики

$F_{кр}$	$F_к$	δ	$\eta_{спр}$	η_δ	$\eta_т$
$F_{кр1}$	$F_{к1}$	δ_1	$\eta_{спр1}$	$\eta_{\delta1}$	$\eta_{т1}$
$F_{кр2}$	$F_{к2}$	δ_2	$\eta_{спр2}$	$\eta_{\delta2}$	$\eta_{т2}$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
$F_{кр\,n}$	$F_{к\,n}$	δ_n	$\eta_{спр\,n}$	$\eta_{\delta\,n}$	$\eta_{т\,n}$

крюке на второй передаче. С этой целью необходимо для нескольких значений $F_{кр\,i}$ (не менее пяти—семи точек, причем три-четыре точки в зоне номинального усилия на крюке для данной передачи, полученного при тяговом расчете) определить соответствующие значения $\eta_{тi}$ и P_{ei} и затем подсчитать значение $P_{кр\,i}$.

Для определения $\eta_{тi}$ и P_{ei} восстанавливаем перпендикуляр из точки A до пересечения с кривой тягового КПД. Отрезок AB и представляет собой величину $\eta_{тi}$. Затем опускаем перпендикуляр из точки A до пересечения с соответствующим лучом данной передачи. Отрезок AC будет характеризовать крутящий момент двигателя, соответствующий усилию на крюке на данной передаче. Затем, проведя из точки C прямую, параллельную оси абсцисс, до пересечения с кривой P_e, найдем соответствующее значение эффективной мощности двигателя P_{ei} (отрезок ED) и величины $\omega_{дi}$ и $G_{тi}$ (отрезки EK и EM), необходимые для построения кривых действительных скоростей движения, часового и удельного расхода топлива. Определив эти величины для пяти—семи значений $F_{кр}$, построим кривую $P_{кр}$ для данной передачи. Очевидно, что все кривые начинаются в одной точке при $F_к = F_{спр}$ или $F_{кр} = 0$, поскольку $\eta_т$ в этой точке равен нулю ($\eta_{спр} = 1 - F_{спр}/F_к = 0$). Аналогичные построения проводим и для других передач.

7. В квадранте I строим зависимости действительной скорости движения от усилия на крюкё на различных передачах. Для этого воспользуемся следующей формулой:

$$v_д = \frac{2\pi\omega_0 r_д}{i}(1 - \delta).$$

Значение $v_д$ определяем для точек $F_{кр\,i}$ на данной передаче. На рис. 4.20 отрезок EK представляет собой угловую скорость двигателя, соответствующую усилию на крюке $F_{кр\,i}$ на данной передаче. Затем откладываем в соответствующем масштабе подсчитанное по формуле значение $v_{дi}$. Аналогичные операции производим для всех выбранных значений $F_{кр\,i}$ на данной передаче и в целом для всех передач трактора.

8. Кривую часового расхода топлива для различных передач строим в квадранте I. С этой целью для всех выбранных значений $F_{кр\,i}$ на данной передаче откладываем по оси ординат в мас-

штабе соответствующие значения часового расхода топлива. Отрезок EM представляет собой часовой расход топлива, соответствующий усилию на крюке $F_{кр\,i}$. Кривые часового расхода начинаются в точке L с координатами $F_к = 0$ и $G_т = G_{т.х}$.

9. Для построения кривой удельного расхода топлива воспользуемся формулой

$$g_{кр} = G_т/P_{кр}.$$

Следует отметить, что кривая удельного расхода топлива резко возрастает при малых значениях мощности на крюке. Это обстоятельство показывает степень эффективности использования топлива. Чем больше мощность на крюке, тем меньшее количество топлива необходимо затратить на 1 кВт·ч; $\lim\limits_{P_{кр}\to 0} g_{кр} = \infty$, поэтому кривые строят для значений $F_{кр} \neq 0$.

Теоретическая тяговая характеристика с гидродинамической трансмиссией. Основным элементом гидродинамической передачи является гидродинамический преобразователь крутящего момента, или гидротрансформатор. Гидротрансформатор в зависимости от частоты вращения коленчатого вала двигателя и нагрузки позволяет в небольших пределах, ограниченных зоной наибольшего значения КПД, плавно изменять передаточное число трансмиссии. Вследствие этого в такую передачу включают коробку передач с двумя или тремя передачами. При отсутствии гидротрансформатора в трансмиссии трактора между крутящим моментом двигателя и крутящим моментом на ведущих колесах, а также между частотой вращения коленчатого вала двигателя и ведущих колес существуют линейные зависимости. При наличии гидротрансформатора связи усложняются; для их определения необходимо рассмотреть совместную работу двигателя и гидротрансформатора.

Кроме допущений, которые были приняты при построении теоретической тяговой характеристики с механической трансмиссией, на установившихся режимах работы двигателя и соединенного с ним гидротрансформатора должны быть соблюдены следующие условия: 1) угловая скорость $\omega_д$ вала двигателя должна быть равна угловой скорости ω_1 входного вала гидротрансформатора (насосного колеса); 2) крутящий момент двигателя $M_д$ должен быть равен крутящему моменту M_1 на насосном колесе.

Основные зависимости, определяющие работу гидротрансформатора, и его характеристика. КПД гидротрансформатора $\eta_г$

$$\eta_г = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M_2\omega_2}{M_1\omega_1},$$

где P_2, M_2 и ω_2 — соответственно мощность, крутящий момент и угловая скорость на выходном валу (турбине); P_1, M_1 и ω_1 — соответственно мощность, крутящий момент и угловая скорость на входном валу (насосном колесе).

Коэффициент трансформации момента

$$K_г = M_2/M_1.$$

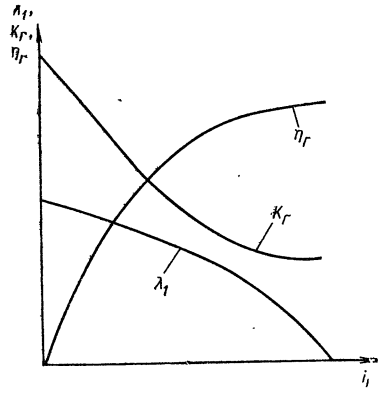


Рис. 4.21. Характеристика гидротрансформатора

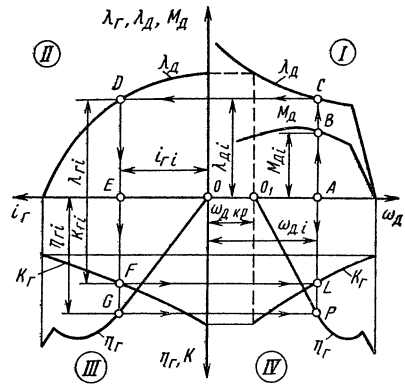


Рис. 4.22. Совмещенная характеристика двигателя и гидротрансформатора

Передаточное отношение гидротрансформатора

$$i_г = \omega_2/\omega_1; \quad 0 \leqslant i_г \leqslant 1.$$

Характеристика гидротрансформатора обычно задается в виде графика, на оси абсцисс которого откладывается передаточное отношение $i_г$, а на оси ординат — значения КПД $\eta_г$, коэффициента трансформации момента $K_г$ и коэффициента λ_1 момента (рис. 4.21). При наличии коэффициента λ_1 легко определить крутящий момент M_1 насосного колеса:

$$M_1 = \lambda_1 \rho D^5 \omega_1^2 \text{ или } M_1 = \lambda_г \omega_1^2,$$

где ρ — плотность рабочей жидкости, кг/м^3; D — активный диаметр гидропередачи, м; $\lambda_г$ — приведенный коэффициент момента гидротрансформатора; $\lambda_г = \lambda_1 \rho D^5$.

При построении совместной характеристики двигателя внутреннего сгорания и гидротрансформатора необходимы следующие данные: 1) регуляторная характеристика двигателя внутреннего сгорания (зависимость крутящего момента от частоты вращения); 2) характеристика трансформатора.

Из характеристики двигателя известно, что крутящий момент двигателя зависит от частоты вращения коленчатого вала. Поскольку $M_д = M_1$, $\omega_д = \omega_1$ и $M_1 = \lambda_г \omega_1^2$, по аналогии имеем

$$M_д = \lambda_д \omega_д^2,$$

где $\lambda_д$ — коэффициент момента двигателя.

Характеристику совместной работы двигателя внутреннего сгорания и гидротрансформатора строят в четырех квадрантах (рис. 4.22). На оси абсцисс вправо и влево от точки O откладывают угловую скорость вала двигателя $\omega_д$ и передаточное отношение гидропередачи $i_г$. На оси ординат вверх от точки O откладывают

значения коэффициентов момента двигателя $\lambda_д$, приведенного коэффициента момента гидротрансформатора $\lambda_г$ и крутящего момента двигателя $M_д$; вниз от точки O на оси ординат — значения КПД гидропередачи $\eta_г$ и коэффициента трансформации момента. В квадранте I строят зависимость $\lambda_д = M_д/\omega_д^2$; в квадранте II — $\lambda_т = \lambda_1 \rho D^5$; квадрант III представляет собой характеристику гидротрансформатора, т. е. $\eta_г = f(i_г)$ и $K_г = f(i_г)$. В квадранте IV строят зависимости $\eta_г = f(\omega_д)$ и $K_г = f(\omega_д)$, для определения значений которых производятся следующие построения.

1. Из точки A, соответствующей угловой скорости вала двигателя $\omega_{дi}$, восстанавливают перпендикуляр к кривой $\lambda_д$. Отрезок AB характеризует крутящий момент двигателя, а отрезок AC — коэффициент момента двигателя $\lambda_д$.

2. Из точки C проводим прямую, параллельную оси абсцисс, до пересечения с кривой $\lambda_т$ в квадранте II. Из точки пересечения D опускаем перпендикуляр на ось $i_г$. Отрезок DE равен $\lambda_{гi}$, а отрезок OE характеризует передаточное отношение гидротрансформатора, соответствующее угловой скорости вала двигателя $\omega_{дi}$ и крутящему моменту $M_{дi}$.

3. Из точки E опускаем перпендикуляр до пересечения с кривыми $\eta_г = f(i_г)$ и $K_г = f(i_г)$ в точках F и G. Отрезки EF и EG представляют собой коэффициент трансформации момента $K_{гi}$ и КПД гидротрансформатора $\eta_{гi}$, соответствующие угловой скорости вала двигателя $\omega_{дi}$ и крутящему моменту $M_{дi}$.

4. Из точек E и G проводим линии, параллельные оси абсцисс, до пересечения с перпендикуляром, опущенным из точки A. Точки пересечения L и P принадлежат зависимостям $K_г = f(\omega_д)$ и $\eta_г = f(\omega_д)$.

Таким образом, зная момент и угловую скорость вала двигателя, из совместной характеристики можно определить КПД, коэффициент трансформации и передаточное отношение гидротрансформатора, соответствующие данному крутящему моменту двигателя и угловой скорости вала.

Точка O_1 характеристики соответствует критической угловой скороти вала двигателя, при которой передаточное отношение $i_г$ равно нулю, а это означает, что угловая скорость вала турбины тоже равна нулю. Крутящий момент на валу турбины при этом режиме достигает максимума (стоповый момент), а передаваемая мощность равна нулю.

При наличии совместной характеристики двигателя внутреннего сгорания и гидротрансформатора построение тяговой характеристики с гидродинамической трансмиссией не отличается от построения теоретической тяговой характеристики с механической трансмиссией.

При этом, однако, следует иметь в виду, что функциональные зависимости вида $F_к = f(M_д, i)$ и $v = f(\omega_д, i)$ должны включать характеристики гидротрансформатора.

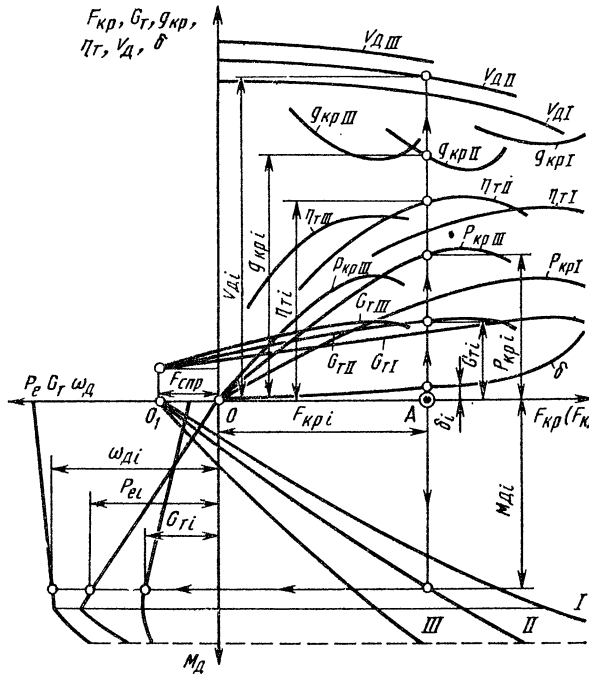


Рис. 4.23 Теоретическая тяговая характеристика с гидродинамической передачей

Эти зависимости в преобразованном виде имеют вид:
тяговый КПД

$$\eta_т = \eta_г \eta_{тр} \eta_г \eta_{спр} \eta_\delta;$$

усилие на крюке

$$F_{кр} = \frac{M_д K_г i \eta_г \eta_{тр} \eta_г \eta_{спр}}{r_д};$$

касательная сила тяги

$$F_к = \frac{M_д K_г i \eta_г \eta_{тр} \eta_г}{r_д}; \qquad (4.11)$$

действительная скорость движения

$$v_д = \frac{2\pi \omega_д r_д i_г \eta_\delta}{i},$$

где i — передаточное число механической передачи.

Величины $\eta_г$, $K_г$ и $i_г$ определяют из совместной характеристики двигателя внутреннего сгорания и гидротрансформатора.

Общий вид теоретической тяговой характеристики показан на рис. 4.23. Она отличается от характеристики, представленной на рис. 4.20, тем, что зависимость $F_к = f(M_д, i)$ нелинейна и имеет кривые КПД для каждого диапазона скоростей.

При построении кривой зависимости $F_к = f(M_д, i)$ необходимо задаться исходным крутящим моментом двигателя, для чего следует определить соответствующее значение коэффициента трансформации момента из совместной характеристики двигателя внутреннего сгорания и гидротрансформатора, а затем рассчитать касательную силу тяги $F_к$ по формуле (4.11).

Теоретическая тяговая характеристика трактора с гидрообъемной трансмиссией. Применение объемной гидропередачи позволяет плавно изменять передаточное число трансмиссии без разрыва потока мощности. Регулирование скорости движения и крутящего момента ведущих колес трактора в зависимости от тяговых сопротивлений агрегатируемых машин осуществляется при помощи различных систем автоматического регулирования, которые поддерживают в основном два режима работы: режим постоянной мощности $P_e = \text{const}$ и режим постоянной скорости $v_д = \text{const}$.

Первый режим работы является наиболее экономичным, поскольку двигатель трактора работает все время при номинальной мощности и с наименьшим расходом топлива, в то время как тяговое усилие и скорость являются переменными. Такой режим работы трактора является основным и применяется почти на всех видах сельскохозяйственных работ.

Второй режим применяется на специальных видах работ, требующих постоянной скорости движения, например, на рассадопосадочных. Он характеризуется переменными тяговыми сопротивлениями, а следовательно, постоянной скоростью и переменными потребляемыми мощностями. Двигатель трактора работает в переменных частичных режимах повышенного удельного расхода топлива по сравнению с режимом постоянной мощности.

Поскольку режим работы $P_e = \text{const}$ является основным, теоретическую тяговую характеристику трактора строим для этого режима.

Объемная гидропередача состоит из гидравлического насоса и гидромотора поршневого или лопастного типа, систем регулирования, элементов связи. В некоторых случаях насос и мотор являются обратимыми машинами. При работе в режиме $P_e = \text{const}$ регулируется скорость движения трактора v с изменением тяговых сопротивлений агрегатируемых машин и орудий. Регулирование скорости движения осуществляется изменением рабочего объема насоса, при этом рабочий объем гидромотора остается неизменным, или изменением рабочего объема мотора, при этом рабочий объем насоса остается неизменным. Иногда применяют комбинированный способ регулирования, когда изменяется объем насоса и гидромотора.

В качестве примера рассмотрим построение характеристики трактора с объемной гидропередачей, включающей аксиально-поршневой насос и гидромотор.

При построении характеристики, кроме допущений, принятых для механической передачи, должны быть выполнены следующие условия: 1) трактор должен работать в режиме постоянной мощности двигателя; 2) скорость движения трактора от 0 до $v_{т1}$ (рис. 4.24) регулируется изменением подачи насоса при постоянном расходе гидромотора, а также от $v_{т1}$ до $v_{т\,max}$ вследствие изменения расхода гидромотора при максимальной подаче насоса. При этом подача насоса $Q_н$ и расход гидромотора $Q_м$ равны при всех режимах работы, т. е. $Q_н = Q_м$ (гидравлическими утечками пренебрегаем).

В процессе тягового расчета по известным соотношениям определяют и уточняют следующие показатели проектируемого трактора: эксплуатационную массу, потери на перекатывание, мощность установленного двигателя, распределение сил по осям и др. Выбор гидроагрегатов производят по методике, предложенной С. Ф. Комиссариком и Н. А. Ивановским [6]. Сначала определяют постоянные гидроагрегатов: $q_{н\,max}$ — максимальный рабочий объем насоса, $q_{м\,max}$ — максимальный рабочий объем гидромотора, их наибольшие угловые скорости $\omega_н$ и $\omega_м$. Затем, учитывая принятое максимальное давление p_{max} в гидросистеме, подбирают по этим параметрам существующие гидроагрегаты или, если они отсутствуют, проектируют новые. После подбора гидроагрегатов производят корректирование тягового расчета и строят теоретическую тяговую характеристику.

Для облегчения построения теоретической тяговой характеристики трактора с объемной гидропередачей построим вспомогательные зависимости $F_к = f(v_т)$ и $\eta_г = f(v_г)$. Для этого воспользуемся зависимостью

$$P_e = \frac{F_к v_т}{\chi_э \eta_{тр} \eta_г \eta_г} = \text{const},$$

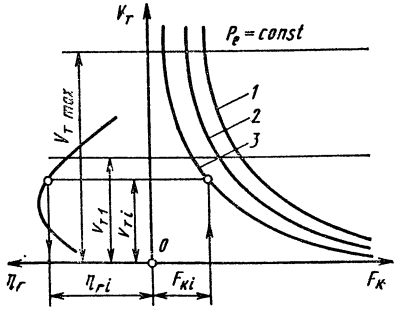


Рис. 4.24. Зависимость касательной силы тяги и КПД гидропередачи от теоретической скорости движения:

1—3 — приближения

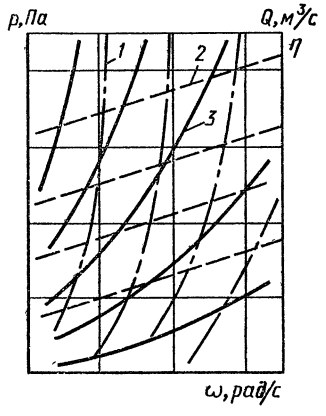


Рис. 4.25. Универсальная характеристика насос-мотора (при $\alpha_{н.м} = 15°$):

1 — расход: $\eta_{г.н0}$ ($\eta_{г.м0}$); *2* — объемный КПД $\eta_{г.н}$ ($\eta_{г.м}$); *3* — полный КПД

где $\chi_э$ — коэффициент эксплуатационной нагрузки; $\eta_г$ — КПД гидропередачи, $\eta_г = \eta_{г.н}\eta_{г.м}$; $\eta_{г.н}$ — полный КПД насоса; $\eta_{г.м}$ — полный КПД гидромотора.

Зависимость $F_к = f(v_т)$ строят методом приближений. Для начала возьмем $\eta_{г.н} = \eta_{г.м} = 1$. При этом $\alpha_н = \text{const}$ (здесь $\alpha_н$ — угол наклона планшайбы насоса).

Поскольку $P_e = \text{const}$, а величины $\chi_э$ и $\eta_{тр}\eta_р$ можно принять в качестве постоянных, зависимость $F_к = f(v_т)$ будет представлять собой в первом приближении равностороннюю гиперболу (см. рис. 4.24, кривая *1*).

Для нахождения более точных зависимостей $F_к = f(v_т)$ необходимо знать текущие значения $\eta_{г.н\,i}$ и $\eta_{г.м\,i}$, которые получают из универсальных характеристик насоса (гидромотора) (рис. 4.25), угловую скорость насоса $\omega_н$ и гидромотора $\omega_м$, давление в нагнетательной гидролинии $P_н$, $P_{н\,max}$, углы наклона планшайб насоса $\alpha_н$ и гидромотора $\alpha_м$.

При регулировании скорости до значений $v_{т1}$ изменением подачи насоса (см. рис. 4.24) $\alpha_м = \text{const}$. В этом случае переменная подача насоса $Q_н$ создается изменением угла наклона планшайбы, $\alpha_н \neq \text{const}$. При регулировании скорости значений $v_{т\,max}$ изменением объема гидромотора $\alpha_н = \text{const}$. В этом случае переменный объем гидромотора создается благодаря регулированию угла наклона шайбы $\alpha_м \neq \text{const}$. В обоих случаях регулирования скорости пренебрегаем утечками жидкости, т. е. полагаем, что подача насоса равна расходу гидромотора.

Для нахождения указанных выше величин воспользуемся следующими формулами.

Угловая скорость насоса

$$\omega_н = \omega_д / i_д = \text{const},$$

где $i_н$ — передаточное отношение механической передачи от двигателя к насосу; при $i_н = 1$ $\omega_н = \omega_д$.

Угловая скорость вала гидромотора

$$\omega_м = v_т i_м / r_д,$$

где $i_м$ — передаточное число механической передачи (бортовой передачи, главной передачи и т. д.).

Расход гидромотора

$$Q_м = \frac{q_{м\,max}\omega_м}{\eta_{г.м\,o}},$$

где $\eta_{г.м.o}$ — текущее значение объемного КПД гидромотора.

Углы наклона планшайбы насоса

$$\sin\alpha_н = \frac{Q_м \sin\alpha_{н\,max}}{q_{н\,max}\omega_н},$$

где $\alpha_{н\,max}$ — наибольший угол наклона планшайбы насоса.

При регулировании скорости движения трактора изменением объема гидромотора углы наклона его планшайбы определяют по формуле

$$\sin \alpha_м = \frac{Q_н \sin \alpha_{м\,max}}{q_м \omega_м},$$

где $\alpha_{м\,max}$ — наибольший угол наклона шайбы гидромотора; $q_м = Q_м/\omega_м$ — текущее значение рабочего объема гидромотора.

Давление в нагнетательной линии при наибольшей касательной силе тяги

$$p_{max} = \frac{F_к r_д}{q_{м\,max} i_м \eta_{м.\,м}},$$

где $\eta_{м.\,м}$ — механический КПД гидромотора, учитывающий также КПД передачи от гидромотора к ведущим колесам трактора:

$$\eta_{м.\,м} = \eta_{г.\,м}/\eta_{г.\,м\,о}.$$

Давление в нагнетательной линии при передаче постоянной мощности

$$p_н = \frac{P_e \chi_э r_д \eta_{тр} \eta_г \eta_г}{q_м i_м v_т}.$$

Для различных значений $v_{тi}$ (необходимо взять не менее пяти точек) определим величины $\omega_м$, $Q_{мi}$, $F_{к\,max}$, $\alpha_н$ и $p_н$, полагая, что $\eta_{г.\,м} = \eta_{н.\,м} = \eta_{м.\,м}\,\eta_г = 1$.

Из универсальных характеристик насоса (мотора) (см. рис. 4.25) по значениям расчетных величин, указанных выше, находим уточненные значения КПД.

Подставляя уточненные значения КПД гидромотора и насоса в формулу $P_e = F_к v_т/(\chi_э \eta_{тр} \eta_г \eta_{г.\,н} \eta_{г.\,м})$, находим второе приближение зависимости $F_к = f(v_т)$ (см. рис. 4.24).

Аналогичным образом находим третье и последующие приближения. Расчеты показывают, что достаточная точность (погрешность не превышает 1,5 %) достигается уже при втором приближении.

По найденным значениям полного КПД гидропередачи для различных скоростей строим зависимости $\eta_г = f(v_т)$ (см. рис. 4.24).

Теоретическую тяговую характеристику трактора с гидрообъемной трансмиссией (рис. 4.26) строим в такой последовательности.

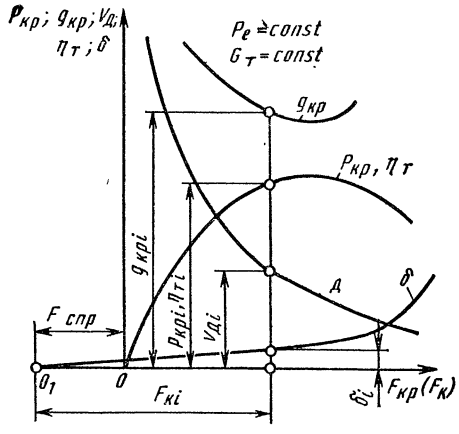


Рис. 4.26. Теоретическая тяговая характеристика трактора с объемной гидропередачей

1. Откладываем влево от начала координат значения силы сопротивления качению $F_{сопр} = fG$ и получаем точку O_1 — начало отсчета для касательной силы тяги $F_к$.

2. Строим зависимость $\delta = f(F_{кр})$ или $\delta = f(F_к)$.

3. Используя вспомогательный график (см. рис. 4.24), строим зависимость $v_д = v_т(1 - \delta)$ (здесь $v_т$ берут по последнему приближению).

4. Строим кривую тягового КПД трактора, используя вспомогательный график (см. рис. 4.24). Полученная кривая тягового КПД является одновременно кривой мощности на крюке $P_{кр}$, поскольку $P_к = \eta_т P_e$, $P_e = \text{const}$. Однако масштаб построения кривой $P_{кр}$ отличается от масштаба построения кривой $\eta_т$.

5. Строим кривую удельного расхода топлива. Поскольку $P_e = \text{const}$, $G_т = \text{const}$ и $g_e = \text{const}$,

$$g_{кр} = \frac{G_т}{P_{кр}} = \frac{g_e}{\eta_г}.$$

Теоретическая тяговая характеристика при частичном отборе мощности через ВОМ. Рассмотрим построение теоретической тяговой характеристики при частичном отборе мощности через ВОМ на примере трактора с механической трансмиссией. Допустим, трактор агрегатируется с машинами, имеющими активные рабочие органы, на привод которых затрачивается соответственно $P_{ВОМ\,I}$, $P_{ВОМ\,II}$, $P_{ВОМ\,III}$, причем $P_{ВОМ\,I} > P_{ВОМ\,II} > P_{ВОМ\,III}$ (здесь $P_{ВОМ\,I}$ — мощность двигателя, отбираемая через ВОМ на первой передаче; $P_{ВОМ\,II}$ — мощность двигателя, отбираемая через ВОМ на второй передаче; $P_{ВОМ\,III}$ — мощность двигателя, отбираемая через ВОМ на третьей передаче.

Трактор движется по горизонтальной поверхности в установившемся режиме, причем часть мощности двигателя расходуется на преодоление тягового сопротивления агрегата, а часть — на привод активных рабочих или ведущих ходовых органов агрегатируемой машины.

Баланс мощности в этом случае

$$P_e = P_{тяг} + P_{ВОМ}.$$

Перейдем к относительным величинам, для чего правую и левую части уравнения разделим на $P_{eн}$. Тогда

$$\frac{P_e}{P_{e.\,н}} = \frac{P_{тяг}}{P_{eн}} + \frac{P_{ВОМ}}{P_{eн}}$$

или

$$\chi = \chi_{тяг} + \chi_{ВОМ},$$

где χ — коэффициент нагрузки двигателя; $\chi_{тяг}$ — коэффициент использования мощности на создание силы тяги; $\chi_{ВОМ}$ — коэффициент использования мощности через ВОМ.

Общий КПД трактора

$$\eta = \frac{P_{кр} + P'_{ВОМ}}{P_e},$$

где $P_{кр} = P_{тяг}\eta_т$ и $P'_{ВОМ} = P_{ВОМ}\eta_{ВОМ}$.

Тогда

$$\eta = \frac{P_{тяг}\eta_т + P_{ВОМ}\eta_{ВОМ}}{P_e}.$$

Разделив числитель и знаменатель правой части на $P_{е.н}$, получим общий КПД

$$\eta = \frac{\chi_{тяг}\eta_т + \chi_{ВОМ}\eta_{ВОМ}}{\chi}.$$

При $\chi = 1$ $\eta = \chi_{тяг}\eta_т + \chi_{ВОМ}\eta_{ВОМ}$.

Зависимость между крутящим моментом двигателя и силой тяги на крюке при установившемся движении по горизонтали с отбором мощности через ВОМ следующая:

$$M_д\omega_д = \frac{P_{кр}}{\eta_т} + \frac{P'_{ВОМ}}{\eta_{ВОМ}} = \frac{F_{кр}v_д}{\eta_т} + \frac{M_{ВОМ}\omega_{ВОМ}}{\eta_{ВОМ}} =$$

$$= \frac{F_к v_т}{\eta_{тр}\eta_г} + \frac{M_{ВОМ}\omega_{ВОМ}}{\eta_{ВОМ}};$$

$$M_д = \frac{F_к\omega_к r_д}{\eta_{тр}\eta_г\omega_д} + \frac{M_{ВОМ}\omega_{ВОМ}}{\eta_{ВОМ}\omega_д}.$$

Поскольку $\omega_д/\omega_к = i$ и $\omega_д/\omega_{ВОМ} = i_{ВОМ}$,

$$M_д = \frac{F_к r_д}{i\eta_{тр}\eta_г} + \frac{M_{ВОМ}}{i_{ВОМ}\eta_{ВОМ}}.$$

Теоретическую тяговую характеристику трактора с отбором мощности через ВОМ строим в трех квадрантах (рис. 4.27) аналогично предыдущему построению характеристики с механической трансмиссией. Для упрощения проведем построение только для одной передачи, например для первой.

1. Вниз от точки O откладываем значение момента двигателя $M_{д.1} = \frac{M_{ВОМ}}{i_{ВОМ}\eta_{ВОМ}}$, соответствующее отбираемой через ВОМ мощности. Влево от точки O откладываем силу сопротивления качению $F_{спр}$. Полученная точка O_1 служит началом координат для отсчета касательной силы тяги $F_к = F_{кр} + F_{спр}$.

Точка O'_1, лежащая на пересечении перпендикуляров, восстановленных из точек O_1 и S, является началом лучевой диаграммы зависимости

$$M_д = \frac{F_к r_д}{i\eta_{тр}\eta_г} + \frac{M_{ВОМ}}{i_{ВОМ}\eta_{ВОМ}}.$$

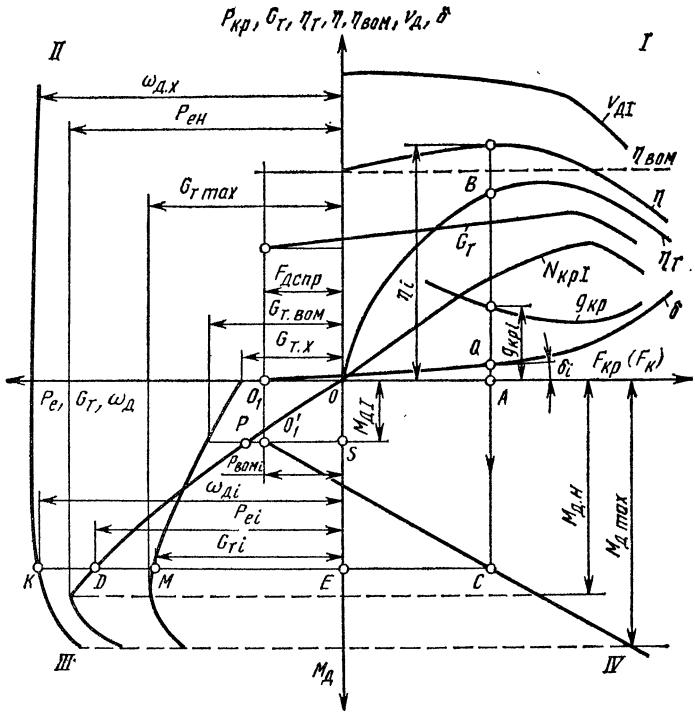


Рис. 4.27. Теоретическая тяговая характеристика трактора с учетом отбора мощности через ВОМ

Поскольку зависимость между $F_к$ и $M_д$ линейна, а $M_{д.I} =$ $=$ const, для построения луча любой передачи необходимо определить две точки, через которые можно провести прямую. Очевидно, что при $F_к = 0$ $M_д = M_{д.I}$. Координаты второй точки удобно получить, приняв $M_д = M_{д.н}$.

2. В квадранте *I* строим кривую тягового КПД трактора

$$\eta_т = \eta_{тр}\eta_r \left(1 - \frac{F_{спр}}{F_к}\right)(1 - \delta).$$

4. Определим общий КПД η. Для точки A имеем

$$\eta_i = \frac{\dfrac{P_{ei} - P_{вом\,i}}{P_{ен}} + \dfrac{P_{вом\,i}\eta_{вом\,i}}{P_{ен}}}{P_{ei}/P_{ен}} =$$

$$= \frac{(P_{ei} - P_{вом\,i})\,\eta_{тi} + P_{вом\,i}\eta_{вом\,i}}{P_{ei}}.$$

Для произвольно выбранной точки A, когда отрезки $OA =$ $= F_{кр}$, $O_1A = F_к$ и $AB = \eta_{тi}$, тяговая мощность $P_{тяг\,i}$ равна разности отрезков DE и PS, соответствующих полной мощности

двигателя P_{ei}, расходуемой на создание силы тяги и ВОМ (отрезок DE), и мощности $P_{\text{ВОМ}\,i}$ (отрезок PS).

5. При построении кривой удельного расхода топлива с учетом передачи мощности через ВОМ воспользуемся формулой

$$g_{\text{кр}} = G_{\text{т}}/(P_{\text{тяг}} + P_{\text{ВОМ}}).$$

Для точки A

$$g_{\text{кр}\,i} = G_{\text{т}i}/P_{ei}.$$

6. Кривую часового расхода топлива строим в квадранте *I* аналогично предыдущим построениям, учитывая расход топлива при отборе мощности через ВОМ. При $F_{\text{к}} = 0$ расход топлива будет $G_{\text{т. вом}}$ (см. рис. 4.27).

7. Построение действительной скорости аналогично предыдущим построениям.

Итак, теоретические тяговые характеристики строят в функции силы тяги на крюке применительно к установившимся режимам при движении по горизонтальной поверхности. Они показывают, как изменяются с изменением силы тяги на крюке следующие показатели: коэффициент буксования ведущих органов, действительная скорость движения, мощность на крюке, часовой и удельный расходы топлива, общий и тяговый КПД. Каждая характеристика относится к определенному почвенному фону; для полного представления о тяговых и экономических качествах трактора необходимы характеристики, построенные для нескольких наиболее типичных почвенных фонов.

4.8. РАЗГОН ТРАКТОРНОГО АГРЕГАТА

Способность тракторного агрегата к троганию с места и быстрому разгону — существенное динамическое качество, приобретающее все большее значение в связи с повышением энергонасыщенности и скоростей движения и расширением использования тракторов на транспортных работах.

В начальный период движения тракторного агрегата с ускорением он преодолевает наряду с силами сопротивления движению также дополнительную инерционную нагрузку, под воздействием которой частота вращения коленчатого вала двигателя может понизиться настолько, что разгон агрегата окажется невозможным (двигатель остановится). Поэтому при исследовании процесса разгона тракторного агрегата необходимо оценить *возможность осуществления разгона и продолжительность разгона до требуемой скорости.*

В зависимости от типа трансмиссии разгон тракторного агрегата до заданной скорости может осуществляться без переключения передач либо поэтапно, т. е. путем последовательного перехода от низших передач на более высокие без потерь накопленной агрегатом кинетической энергии в процессе переключения передач.

Трогание с места и разгон без переключения передач. Трога-

ние с места и разгон тракторного агрегата в тяжелых условиях осуществляется в такой последовательности. При установке всережимного регулятора в положение полной подачи топлива и работе двигателя при максимальной угловой скорости холостого хода водитель включает требуемую передачу в коробке и плавно отпускает педаль сцепления. По мере увеличения момента трения в сцеплении двигатель нагружается, уменьшается частота вращения его вала, регулятор увеличивает подачу топлива в цилиндры, и развиваемый двигателем крутящий момент возрастает. Трогание с места агрегата определяется равенством момента трения сцепления и приведенного к коленчатому валу момента сопротивления движению тракторного агрегата.

Для первого периода разгона тракторного агрегата характерно буксование сцепления, причем его момент трения является ведущим для разгоняемых элементов сцепления и тормозным для двигателя. Под воздействием этого момента увеличивается угловая скорость ведомых элементов сцепления и скорость поступательного движения тракторного агрегата, а угловая скорость коленчатого вала снижается.

Второй период разгона начинается в момент выравнивания угловых скоростей коленчатого вала и ведомого вала сцепления, т. е. в момент окончания буксования дисков сцепления. В течение этого периода разгона происходит нарастание общей угловой скорости коленчатого вала и вала сцепления и, следовательно, поступательной скорости тракторного агрегата. Разгон агрегата заканчивается тогда, когда будет полное соответствие между скоростью движения и частотой вращения вала двигателя при моменте двигателя, равном приведенному моменту сопротивления агрегата.

Теоретическая диаграмма разгона тракторного агрегата приведена на рис. 4.28. На верхней половине диаграммы нанесены кривые крутящего момента $M_д\,(t)$ двигателя и момента трения $M_ф\,(t)$ сцепления, на нижней — кривые угловых скоростей $\omega_д$ коленчатого вала двигателя и $\omega_с$ первичного вала трансмиссии. Момент сопротивления, приведенный к первичному валу трансмиссии, принят постоянным и равен $M_с$. На правой половине этой диаграммы выше оси абсцисс нанесена характеристика двигателя, показывающая зависимость его крутящего момента $M_д$ от угловой скорости ω коленчатого вала: $M_д = f\,(\omega)$. Сплошные линии соответствуют стационарной характеристике двигателя, а штрихпунктирные — его мгновенной характеристике, полученной при замедленном вращении коленчатого вала. Тонкими линиями показано, как увязываются между собой характерные точки зависимостей крутящего момента $M_д = f\,(t)$ и угловой скорости $\omega_д = f\,(t)$ на диаграмме разгона и зависимости $M_д = f\,(\omega)$ на характеристике двигателя.

На диаграмме принято, что момент трения сцепления изменяется в течение времени $t_ф$ включения по линейному закону, а по-

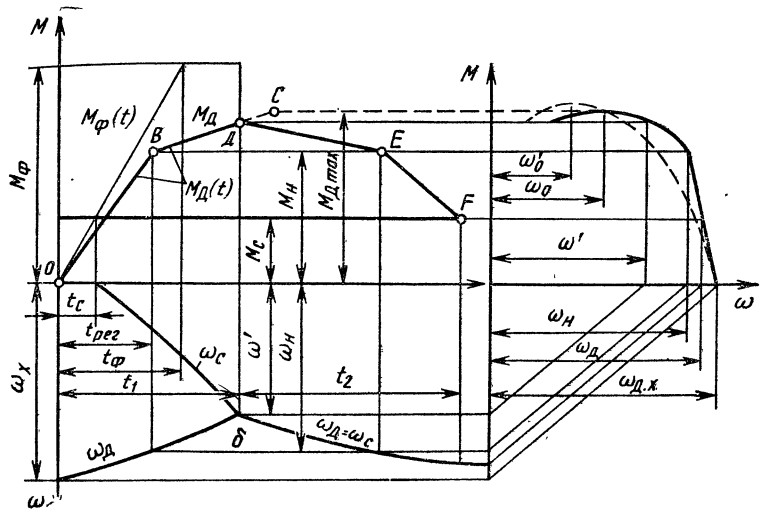


Рис. 4.28. Теоретическая диаграмма разгона тракторного агрегата (вместо $M_{н}$ следует читать $M_{д.\,н}$)

сле окончания включения имеет постоянное расчетное значение $M_{ф}$. Крутящий момент двигателя на регуляторной ветви характеристики также изменяется по линейному закону [наклонная прямая OB, несколько отстающая от кривой момента трения $M_{ф}(t)$], так как для преодоления момента трения сцепления используется момент касательных сил инерции движущихся масс двигателя.

После достижения крутящим моментом $M_{д}(t)$ номинального значения $M_{н}$ работа двигателя переходит на безрегуляторную ветвь характеристики. На диаграмме эта ветвь представлена прямой BC, т. е. принято, что при работе двигателя без регулятора крутящий момент также изменяется по линейному закону. Однако на этом участке диаграммы разность между моментом трения сцепления и крутящим моментом двигателя значительно больше, чем на участке диаграммы, соответствующей регуляторной ветви характеристики, т. е. увеличение подачи топлива в цилиндры обусловливается только действием корректора и происходит в ограниченных пределах.

Первичный вал трансмиссии начинает вращаться в момент времени $t_{с}$, когда $M_{ф}(t) = M_{с}$, и в дальнейшем под воздействием избыточного момента $M_{ф}(t) - M_{с}$ угловая скорость $\omega_{с}$ возрастает. Угловая скорость $\omega_{д}$ коленчатого вала двигателя при работе на регуляторной ветви снижается постепенно, а на корректорной — более интенсивно, так как возрастает избыточный тормозной момент $M_{ф}(t) - M_{д}(t)$.

Угловые скорости $\omega_{д}$ и $\omega_{с}$ выравниваются в точке $б$ диаграммы. На этом буксование сцепления прекращается, и заканчивается

первый период разгона t_1. Окончание его характеризуется резким, теоретически мгновенным снижением крутящего момента, подводимого к первичному валу трансмиссии. После этого начинается ускоренное совместное вращение коленчатого вала двигателя и первичного вала трансмиссии; значение ускорения зависит от избыточной разности крутящих моментов $M_д(t) - M_с$. Принято, что изменение крутящего момента двигателя происходит по прямой $ДЕ$, соответствующей приближенно безрегуляторной ветви характеристики, а затем по регуляторной ветви EF.

Экспериментальные исследования подтверждают в основном изложенные теоретические представления о характере протекания процесса разгона тракторного агрегата.

Если приведенные к первичному валу трансмиссии момент инерции $J_с$ и момент сопротивления $M_с$ будут небольшие или процесс включения сцепления будет растянут во времени, то первый период разгона может закончиться еще до завершения процесса включения сцепления.

При исследовании процесса разгона удобно вместо тракторного агрегата рассматривать эквивалентную ему в динамическом отношении модель.

Для соблюдения динамического подобия рассматриваемой эквивалентной модели реальному тракторному агрегату следует подбирать маховые массы таким образом, чтобы кинетическая энергия каждого из них была равна суммарной кинетической энергии заменяемых им масс. Принципы подобия должны также соблюдаться при выборе других элементов динамической модели.

Наиболее полно отвечает указанным условиям многомассовая комбинированная модель тракторного агрегата, приведенная на рис. 4.29, *а*. Она включает элементы вращательного и поступательного движения, фрикционные элементы, имитирующие работу сцепления трактора и буксование его ведущих колес, упругие звенья, характеризующие податливость деталей трансмиссии, ведущих колес и сцепки, диссипативные параметры, характеризующие демпфирование элементов трактора и сцепки. В состав динамической модели входят: пять маховых масс с моментами инерции J_1, J_2, J_3, J_4, J_5, из которых первая масса имитирует движущиеся массы двигателя, вторая — массы вращающихся деталей ведомой части сцепления, третья — массы вращающихся деталей трансмиссии, четвертая и пятая — массы вращающихся передних ведущих колес с приводом и задних ведущих колес; две поступательно-движущиеся массы трактора m_1 и агрегатируемой машины m_2;

три фрикционных элемента, из которых $Ф_м$ представляет сцепления трактора, а элементы $Ф_1$ и $Ф_2$ имитируют буксование передних и задних ведущих колес;

шесть упругих звеньев с податливостью e и шесть демпфирующих звеньев с коэффициентами демпфирования k, из которых e_{23} и k_{23} характеризуют эквивалентную крутильную податливость и демпфирование трансмиссии; e_{34} и k_{34}, e_{35} и k_{35} — крутиль-

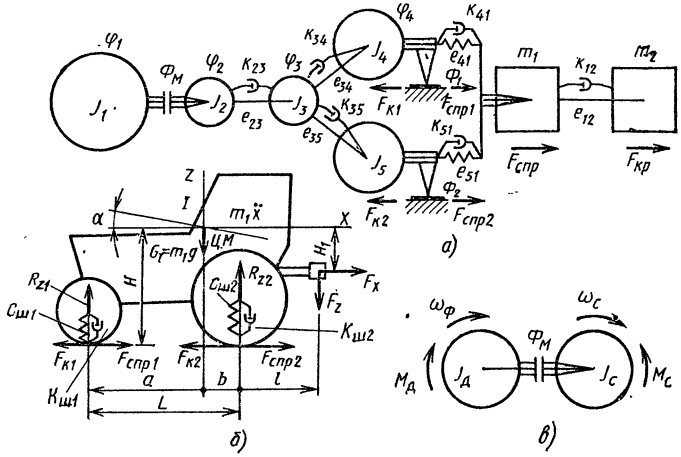


Рис. 4.29. Многомассовая динамическая модель тракторного агрегата:

J, α — соответственно момент инерции и угол поворота трактора вокруг поперечной горизонтальной оси, проходящей через центр масс трактора; $c_{ш1}$, $c_{ш2}$ — радиальная жесткость шин передних и задних колес; $k_{ш1}$, $k_{ш2}$ — коэффициенты демпфирования передних и задних колес в радиальном направлении; R_{z1}, R_{z2} — реакции почвы на передние и задние колеса; F_x, F_z — вертикальная и горизонтальная составляющие нагрузки на крюке; L — база трактора; a, b, H — продольные и вертикальная координаты центра масс трактора; H_1, l — вертикальная и горизонтальная координаты точки приложения усилия в сцепке.

ную податливость и демпфирование соответственно привода передних ведущих и задних ведущих колес; e_{41} и e_{51}, k_{41} и k_{51} — тангенциальную податливость и коэффициенты демпфирования шин соответственно передних и задних колес; e_{12} и k_{12} — линейную податливость и коэффициент демпфирования сцепного устройства;

две касательные силы тяги, развиваемые передними $F_{к1}$ и задними $F_{к2}$ ведущими колесами ($F_{к1} + F_{к2} = F_к$), силы сопротивления перекатыванию передних $F_{спр1}$ и задних $F_{спр2}$ ведущих колес ($F_{спр} = F_{спр1} + F_{спр2}$) и сила $F_{кр}$ сопротивления движению сельскохозяйственной машины.

При использовании комбинированной динамической модели тракторного агрегата удобно учитывать влияние на показатели его процесса разгона изменения реакции R_z; почвы на колеса при ускоренном движении агрегата (рис. 4.29, *б*).

Процесс разгона тракторного агрегата с использованием приведенной на рис. 4.29, *а* динамической модели и с учетом перераспределения масс трактора описывается следующей системой уравнений:

$$J_1\ddot{\varphi}_1 = M_\Phi(t) - M_д(\omega);$$

$$J_2\ddot{\varphi}_2 = M_\Phi(t) - \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{e_{23}} - k_{23}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3);$$

$$J_3\ddot{\varphi}_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{e_{23}} + k_{23}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) - \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{e_{34}} - k_{34}(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4) -$$

$$-\frac{\varphi_3-\varphi_5}{e_{35}}-k_{35}(\dot{\varphi}_3-\dot{\varphi}_5);$$

$$J_4\ddot{\varphi}_4=\frac{\varphi_3-\varphi_4}{e_{34}}+k_{34}(\dot{\varphi}_3-\dot{\varphi}_4)-\frac{F_{к1}r_{к1}}{i_{тр1}\eta_{тр1}};$$

$$J_5\ddot{\varphi}_5=\frac{\varphi_3-\varphi_5}{e_{35}}+k_{35}(\dot{\varphi}_3-\dot{\varphi}_5)-\frac{F_{к2}r_{к2}}{i_{тр\,2}\eta_{тр\,2}};$$

$$m_1\ddot{x}_1=F_{к1}+F_{к2}-F_{спр}-\frac{x_1-x_2}{e_{12}}-k_{12}(\dot{x}_1-\dot{x}_2);$$

$$m_2\ddot{x}_2=\frac{x_1-x_2}{e_{12}}+k_{12}(\dot{x}_1-\dot{x}_2)-F_{кр};$$

$$J\ddot{\alpha}=(F_{к1}+F_{к2}-F_{спр})H+F_z(l+b)-$$

$$-\left[\frac{x_1-x_2}{e_{12}}+k_{12}(\dot{x}_1-\dot{x}_2)\right]H_1+z(c_{ш2}b-c_{ш1}a)+$$

$$+\dot{z}(k_{ш2}b-k_{ш1}a)-\alpha(c_{ш2}b^2+c_{ш1}a^2)-\dot{\alpha}(k_{ш2}b^2+k_{ш1}a^2);$$

$$m_1\ddot{z}=-z(c_{ш1}+c_{ш2})-\dot{z}(k_{ш1}+k_{ш2})+$$

$$+\alpha(c_{ш2}b-c_{ш1}a)+\dot{\alpha}(k_{ш2}b-k_{ш1}a),$$

где φ, $\dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi}$ — углы поворота, угловые скорости и угловые ускорения соответствующих маховых масс; x, $\dot{x}$, $\ddot{x}$ — горизонтальные перемещения, скорости и ускорения масс трактора и машины; z, $\dot{z}$, $\ddot{z}$ — вертикальные перемещения, скорости и ускорения трактора; α, $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$ — угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение трактора вокруг поперечной горизонтальной оси, проходящей через его центр масс; $i_{тр1}$, $\eta_{тр1}$, $i_{тр2}$, $\eta_{тр2}$ — передаточное число и КПД трансмиссии соответственно от передних колес до двигателя и от задних колес до двигателя; $r_{к1}$, $r_{к2}$ — радиусы качения передних и задних колес.

Приведенная система уравнений позволяет оценить процесс разгона тракторного агрегата с учетом упругих свойств и демпфирования элементов трансмиссии, буксования движителей, перераспределения масс трактора при ускоренном движении, что приближает теоретические параметры разгона к реальным.

Однако ввиду сложности решения приведенной системы уравнений в настоящее время для предварительной оценки параметров процесса разгона используют упрощенную двухмассовую динамическую модель (рис. 4.29, *в*), полученную без учета влияния упругости и демпфирования элементов трансмиссии, ведущих колес, сцепки и буксования движителей. В этой модели маховые массы с моментами инерции J_1, ..., J_5 и поступательно движущиеся массы m_1 и m_2 заменены одной массой с моментом инерции $J_2 = J_c$, приведенным к коленчатому валу двигателя, опущены фрикционные элементы Φ_1 и Φ_2, а момент инерции ведущих масс обозначен $J_1 = J_д$.

Упрощения, допущенные в этой модели, являются факторами, затрудняющими возможность разгона, так как они предусматривают одновременное ускорение сразу всех разгоняемых масс агрегата. Благодаря этим упрощениям, увеличивается на-

дежность расчетов. Поэтому дальнейший анализ процесса разгона базируется на двухмассовой динамической модели. Рассмотрим эту модель более подробно. Она состоит из двух маховиков, из которых первый закреплен на коленчатом валу двигателя, а второй — на первичном валу трансмиссии трактора. Валы соединены между собой фрикционной муфтой $\Phi_м$. К коленчатому валу приложен крутящий момент двигателя $M_д(t)$, а к первичному валу трансмиссии — приведенный момент $M_с$ сопротивления тракторного агрегата. Направление действия этих моментов показано на схеме стрелками.

Момент инерции $J_д$ первой маховой массы, имитирующей движущиеся массы двигателя, имеет для данного агрегата постоянное значение. Момент инерции $J_с$ второй маховой массы должен иметь разные значения в зависимости от номера включенной передачи. Из условия равенства кинетических энергий эквивалентной массы и масс, ею заменяемых, можно, пренебрегая потерями в трансмиссии трактора, написать следующую зависимость:

$$\frac{J_c\omega_c^2}{2} = \frac{m_{агр}v^2}{2} + \sum \frac{J_x\omega_x^2}{2},$$

где $m_{агр}$ — суммарная масса тракторного агрегата; $\omega_с$ — угловая скорость первичного вала трансмиссии; J_x и ω_x — соответственно моменты инерции и угловые скорости отдельных вращающихся масс агрегата при холостом ходе, начиная с ведомой части сцепления.

Из приведенного равенства имеем

$$J_с = m_{агр}\left(\frac{v}{\omega_с}\right)^2 + \sum J_x\left(\frac{\omega_x}{\omega_с}\right)^2.$$

Чем выше поступательная скорость v и угловые скорости отдельных вращающихся масс тракторного агрегата или, иными словами, чем выше номер передачи, на которой работает трактор, тем больше должен быть при заданном значении $\omega_с$ угловой скорости первичного вала трансмиссии момент инерции $J_с$ эквивалентной массы.

Обозначим угловую скорость коленчатого вала в конце первого периода разгона через $\omega'_д$:

$$\omega'_д = \omega_x - \int_0^{t_1} d\omega_д = \omega_x - \int_0^{t_1} \frac{M_ф(t) - M_д(t)}{J_д}\,dt, \qquad (4.12)$$

где ω_x — угловая скорость коленчатого вала при холостом ходе в начальный момент разгона; t_1 — общая продолжительность первого периода разгона.

Представим интеграл, входящий в приведенное уравнение, в виде суммы интегралов, характеризующих снижение угловой скорости коленчатого вала на отдельных участках диаграммы разгона, и заменим в подынтегральных выражениях моменты $M_ф(t)$ и $M_д(t)$ их значениями на соответствующих участках.

В интервале времени 0—$t_ф$ момент трения сцепления

$$M_ф(t) = M_ф \frac{t}{t_ф} = \beta M_{д.н} \frac{t}{t_ф},$$

где t — текущее значение времени; β — коэффициент запаса сцепления; $M_{д.н}$ — номинальный крутящий момент двигателя.

Принимаем, что в интервале времени $t_ф$ — t_1 момент трения сцепления сохраняет постоянное значение

$$M_ф = \beta M_{д.н}.$$

Для упрощения дальнейших расчетов принимаем, что на регуляторной ветви характеристики кривая крутящего момента двигателя следует по кривой момента трения сцепления, а на безрегуляторной ветви характеристики крутящий момент двигателя не изменяется и остается равным номинальному крутящему моменту $M_{д.н}$. Эти допущения частично компенсируют друг друга, и они мало влияют на получаемые результаты длительности первого периода разгона.

Из первого допущения определяем время $t_{рег}$, в течение которого двигатель при разгоне работает на регуляторном режиме:

$$t_{рег} = t_ф \frac{M_{д.н}}{M_ф} = t_ф \frac{M_{д.н}}{\beta M_{д.н}} = \frac{t_ф}{\beta}.$$

Представим уравнение (4.12) в следующем виде:

$$\omega_д' = \omega_x - \int_{\frac{t_ф}{\beta}}^{t_ф} \frac{\left(\beta M_{д.н} \frac{t}{t_ф} - M_{д.н}\right) dt}{J_д} - \int_{t_ф}^{t_1} \frac{\beta M_{д.н} - M_{д.н}}{J_д} dt.$$

Откуда после соответствующих преобразований находим

$$\omega_д' = \omega_x - \frac{M_{д.н}}{2J_д}\left[2(\beta - 1)t_1 - \frac{\beta^2 - 1}{\beta} t_ф\right]. \qquad (4.13)$$

Чтобы найти продолжительность t_1 первого периода разгона, воспользуемся условием, что в конце этого периода угловая скорость коленчатого вала $\omega_д'$ равна угловой скорости ω_c' первичного вала трансмиссии. Учитывая, что первичный вал трансмиссии начинает вращаться через некоторое время t_c после начала разгона, имеем

$$\omega_c' = \int_{t_c}^{t_1} d\omega_c = \int_{t_c}^{t_1} \left(\frac{M_{д.н} - M_c}{J_c}\right) dt. \qquad (4.14)$$

Выразим приведенный момент сопротивления M_c через расчетный крутящий момент двигателя:

$$M_c = \chi M_{д.н},$$

где χ — коэффициент нагрузки двигателя.

Нижний предел интегрирования t_c определяем из условия, что первичный вал трансмиссии начинает вращаться, когда $M_ф(t) = M_c$. Тогда

$$\beta M_{д.н} \frac{t_c}{t_ф} = \chi M_{д.п}.$$

Откуда

$$t_c = t_ф \frac{\chi}{\beta}.$$

Принимая далее во внимание значения моментов трения муфты сцепления на различных участках диаграммы разгона, переписываем уравнение (4.14) в следующем виде:

$$\omega_c' = \int_{t_ф \frac{\chi}{\beta}}^{t_ф} \frac{\left(\beta M_{д.н} \frac{t}{t_ф} - \chi M_{д.н}\right) dt}{J_c} + \int_{t_ф}^{t_1} \frac{(\beta M_{д.н} - \chi M_{д.н})\, dt}{J_c}.$$

Откуда после интегрирования и необходимых преобразований имеем

$$\omega_c' = \frac{M_{д.н}}{2J_c}\left[\frac{2\beta(\beta-\chi)t_1 - (\beta^2-\chi^2)t_ф}{\beta}\right]. \qquad (4.15)$$

Приравняв полученное значение ω_c' значению $\omega_д'$ по уравнению (4.12) и обозначив их общую величину через ω', получаем

$$\omega' = \omega_x - \frac{M_{д.н}}{2J_д}\left[2(\beta-1)t_1 - \frac{\beta^2-1}{\beta}t_ф\right] =$$

$$= \frac{M_{д.н}}{2J_c}\left[\frac{2\beta(\beta-\chi)t_1 - (\beta^2-\chi^2)t_ф}{\beta}\right].$$

Откуда

$$t_1 = \frac{\frac{J_д}{M_{д.н}}\omega_x + \frac{t_ф}{2\beta}\left[(\beta^2-1) + \frac{J_д}{J_c}(\beta^2-\chi^2)\right]}{(\beta-1) + \frac{J_д}{J_c}(\beta-\chi)}. \qquad (4.16)$$

Из этого уравнения видно, что на длительность первого периода разгона t_1 наряду с конструктивными параметрами двигателя и трактора существенное влияние оказывают эксплуатационные факторы: степень загрузки двигателя, передача, на которой выполняется работа, приведенный момент инерции тракторного агрегата и качество вождения (темп включения муфты сцепления).

При ориентировочных расчетах можно в приведенных выше формулах принимать $t_ф \approx 1{,}5$ с.

Имея значение t_1 продолжительности первого периода разгона, можно, подставив его в уравнение (4.13), определить, чему

равна угловая скорость $\omega'_д = \omega'$ в конце этого периода:

$$\omega' = \frac{\omega_x + \frac{M_{д.н}}{2J_д}\frac{t_ф}{\beta}(\beta - 1)(1 - \chi)}{1 + \frac{J_c}{J_д}\frac{(\beta - 1)}{(\beta - \chi)}}. \qquad (4.17)$$

Подсчитанное таким образом значение угловой скорости ω' необходимо сравнить с допустимым его минимальным значением, чтобы сделать вывод о возможности трогания с места на заданной передаче.

По данным В. Н. Болтинского, на мгновенной характеристике двигателя, снимаемой при разгоне, максимальный крутящий момент получается при меньшей частоте вращения, чем на стационарной характеристике, снимаемой при установившихся нагрузках. В связи с этим В. Н. Болтинский считает возможным допускать снижение частоты вращения (c^{-1}) вала двигателя при разгоне до значений

$$\omega'_0 = \omega_0 - (20 \div 30),$$

где ω_0 — угловая скорость, соответствующая максимальному крутящему моменту на стационарной характеристике.

Определим теперь продолжительность t_2 второго периода разгона. Обозначим общее угловое ускорение коленчатого вала двигателя и первичного вала трансмиссии после прекращения буксования сцепления через $d\omega/dt$. Оно может быть определено по уравнению

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_д(t) - M_c}{J_д - J_c}.$$

Откуда

$$dt = \frac{J_д - J_c}{M_д(t) - M_c}\,d\omega.$$

Искомая продолжительность второго периода разгона

$$t_2 = \int_0^{t_2} dt = \int_{\omega'}^{\omega''} \frac{J_д + J_c}{M_д(t) - M_c}\,d\omega,$$

где ω'' — установившаяся угловая скорость коленчатого вала (и всей системы) в конце разгона.

Представим интеграл, входящий в правую часть приведенного равенства, в виде суммы двух интегралов, из которых первый учитывает время, необходимое для повышения угловой скорости системы до номинального значения $\omega_н$, а второй — время, необходимое для дальнейшего повышения ее угловой скорости до

конечного значения ω'', соответствующего данной нагрузке двигателя M_c. Получаем

$$t_2 = \int_{\omega'}^{\omega_н} \frac{J_д + J_c}{M_д(t) - M_c} d\omega + \int_{\omega_н}^{\omega''} \frac{J_д + J_c}{M_д(t) - M_c} d\omega.$$

Пока угловая скорость системы повышается до номинального значения $\omega_н$, двигатель работает на безрегуляторной ветви характеристики; при дальнейшем повышении угловой скорости работа совершается на регуляторной ветви. Поэтому при использовании этой формулы необходимо в каждый из интегралов подставить вместо крутящего момента $M_д(t)$ его выражение на соответствующей ветви характеристики двигателя.

Теоретически разгон тракторного агрегата до установившейся скорости, соответствующей его приведенному моменту сопротивления, невозможен. Это объясняется тем, что по мере нарастания скорости агрегата разность моментов $M_д(t) - M_c$, под действием которой происходит ускорение движения, уменьшается и стремится к нулю, вследствие чего процесс окончания разгона затягивается до бесконечности.

Для возможности получения сравнительных данных о длительности протекания процесса разгона у различных тракторных агрегатов рекомендуется при определении времени t_2 считать, что разгон заканчивается, когда угловая скорость коленчатого вала и всей системы достигает какой-то условной величины $\omega''_{усл} = (0{,}95 \div 0{,}98)\ \omega''$.

Общая продолжительность разгона

$$t_{разг} = t_1 + t_2.$$

По мере повышения скоростей движения разгон при прочих равных условиях становится все более затруднительным. Чем больше суммарная масса агрегата и загрузка двигателя, тем ниже передача, на которой может трогаться с места трактор.

В отдельных случаях для обеспечения возможности разгона тракторного агрегата на данной передаче может оказаться необходимым резервировать некоторый запас мощности двигателя, т. е. снизить коэффициент $\chi_э$ эксплуатационной нагрузки.

Поэтапный разгон. Облегчение разгона тракторного агрегата может быть достигнуто благодаря последовательному переходу с низких передач на более высокие, если потери кинетической энергии при переключении передач отсутствуют либо незначительны.

Особенность тракторных трансмиссий с каретками, зубчатыми муфтами и синхронизаторами — обязательное отсоединение двигателя от трансмиссии на время переключения передач в результате выключения главной муфты сцепления. Мощность к ведущим колесам в течение этого времени не подводится, и скорость агрегата под действием сил сопротивления движению снижается.

Уменьшение скорости можно определить из уравнения динамики агрегата при его замедленном движении:

$$(m_1\gamma_1 + m_2\gamma_2)\frac{dv}{dt} + F_{кр} + \psi m_1 g = 0.$$

Откуда после интегрирования и преобразований

$$\Delta v = v_н - v_п = \frac{m_1 g\psi + F_{кр}}{\gamma_1 m_1 + \gamma_2 m_2}\Delta t, \qquad (4.18)$$

где $\frac{dv}{dt}$ — замедление агрегата; $v_н$, $v_п$ — скорость агрегата до переключения передач и в момент включения фрикционной муфты; γ_1, γ_2 — коэффициенты учета вращающихся масс соответственно трактора и сельскохозяйственной машины [11]; ψ — приведенный коэффициент сопротивления пути; Δt — продолжительность разрыва потока мощности при переключении передач.

Для транспортного агрегата при $F_{кр} = m_п g\psi$ (здесь $m_п$ — масса прицепа) и $\gamma_1 \approx \gamma_2$

$$\Delta v = v_н - v_в = \frac{g\psi}{\gamma_1}\Delta t_п.$$

Как видно из приведенных выражений, уменьшение скорости пропорционально продолжительности $\Delta t_п$ разрыва потока мощности при переключении передач. Большинство сельскохозяйственных агрегатов вследствие малого запаса кинетической энергии и значительного тягового сопротивления $F_{кр}$ при отсутствии касательной силы тяги на движителях останавливаются за время 0,5—1 с, а время, необходимое для остановки транспортного средства, будет значительным. Время, затрачиваемое на переключение передач в трансмиссии с синхронизаторами, составляет примерно 1,5—2 с, а с подвижными каретками и зубчатыми муфтами несколько выше.

Следовательно, практически у всех тракторов на сельскохозяйственных работах переключение передач каретками, зубчатыми муфтами и синхронизаторами производится при остановленном агрегате. На транспорте потери скорости трактора за время $\Delta t_п$ незначительны, поэтому при наличии синхронизаторов или зубчатых муфт в трансмиссии можно осуществлять поэтапный разгон транспортного агрегата. Что же касается сельскохозяйственных агрегатов, то их поэтапный разгон возможен, если для переключения передач в трансмиссии используют гидроуправляемые фрикционные муфты с незначительным по времени разрывом ($\Delta t_п = 0{,}15 \div 0{,}3$) или без разрыва потока мощности на движителях.

Рассмотрим особенность поэтапного разгона тракторного агрегата с разрывом потока мощности. В этом случае возможность осуществления разгона и продолжительность первого этапа разгона можно оценивать с использованием формул (4.16) и (4.17). Для оценки динамических качеств агрегата на втором этапе разгона выразим значения приведенного момента инерции J_{c1} раз-

гоняемых масс и коэффициента загрузки χ_1 двигателя на высшей смежной передаче через известные параметры J_c и χ. Так как перепад скоростей двух смежных передач равен q, то

$$J_{c1} = J_c q^2;\ \chi_1 = \chi q,$$

где q — знаменатель геометрической прогрессии (см. параграф 4.6).

Кроме этого, принимаем, что переключение передач начинается при достижении системой угловой скорости ω'', определяемой с учетом коэффициента χ загрузки двигателя. Тогда угловая скорость первичного вала трансмиссии в момент начала его ускоренного вращения при переключении без снижения и со снижением скорости агрегата

$$\omega_{c0} = \omega''/q,\quad \omega_{c0} = \omega''/q - \frac{\Delta v i_{тр}(j+1)}{r_к},$$

где Δv — снижение скорости за время переключения передач; i — передаточное отношение смежной повышенной передачи трансмиссии.

Угловые скорости $\omega'_{д1}$ коленчатого вала и ω'_{c1} первичного вала трансмиссии в момент прекращения буксования муфты определяют аналогично разгону агрегата без переключения передач, с той лишь разницей, что вместо величин J_c, χ и ω_x подставляют соответственно J_{c1}, χ_1 и ω'', а начальное значение угловой скорости первичного вала трансмиссии принимают равным ω_{c0} вместо нулевого значения на первом этапе разгона. Время включения сцепления на втором этапе разгона принимают равным $t_{ф1}$. Тогда

$$\omega'_{д1} = \omega'' - \frac{M_{д.н}}{2J_д}\left[2(\beta-1)t'_1 - \frac{\beta^2-1}{\beta}t_{ф1}\right];$$

$$\omega'_{c1} = \omega_{c0} + \frac{M_{д.н}}{2J_{c1}}\left[2(\beta-\chi q)t'_1 - \frac{(\beta^2-\chi^2)}{\beta}t_{ф1}\right].$$

Откуда, приравняв найденные значения $\omega'_{д1}$ и ω'_{c1} и обозначив их через ω'_1, получим

$$t'_1 = \frac{J_д/M_{д.н}(\omega''-\omega_{c0}) + \frac{t_{ф1}}{2\beta}\left[(\beta^2-1) + \frac{J_д}{J_{c1}}(\beta^2-\chi_1^2)\right]}{(\beta-1) + \frac{J_д}{J_{c1}}(\beta-\chi_1)}. \quad (4.19)$$

$$\omega'_1 = \omega_{c0} + \frac{(\omega''-\omega_{c0}) + \frac{M_{д.н}}{J_д}\frac{t_{ф1}}{2\beta}(\beta-1)(1-\chi_1)}{1 + \frac{J_{c1}}{J_д}\frac{(\beta-1)}{(\beta-\chi_1)}}. \quad (4.20)$$

Из уравнений видно, что чем выше угловая скорость ω_{c0} первичного вала трансмиссии в начале второго этапа разгона, тем меньше продолжительность t'_1 первого периода этого этапа и больше угловая скорость ω'_1 в момент прекращения буксования

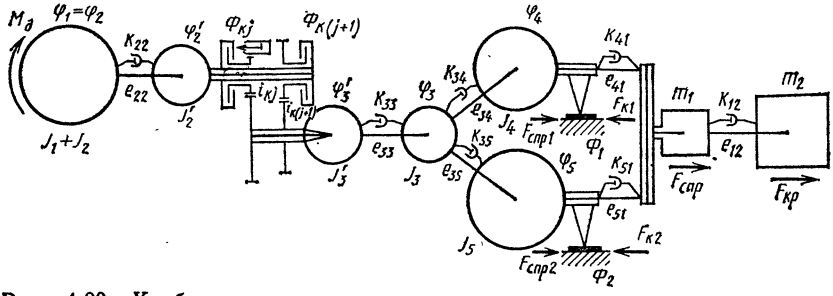


Рис. 4.30. Комбинированная многомассовая динамическая модель тракторного агрегата

сцепления. В частном случае, когда за время переключения передач агрегат останавливается ($\omega_{c0} = 0$), эти уравнения принимают такой же вид, как и ранее выведенные выражения (4.16) и (4.17), т. е. после переключения передач трактор трогается с места на более высокой передаче.

Особую разновидность поэтапного разгона составляет разгон при переключении на смежную повышенную передачу с перекрытием. Такой способ разгона осуществим, как правило, в трансмиссиях с гидроуправляемыми фрикционными муфтами, когда при включении муфты повышенной передачи в силовом цилиндре выключаемой муфты поддерживается в течение заданного промежутка времени давление за счет энергии гидроаккумулятора.

Схема многомассовой комбинированной динамической модели тракторного агрегата при переключении передач с перекрытием приведена на рис. 4.30. Она отличается от схемы на рис. 4.29 тем, что муфта $\Phi_м$ сблокирована, между маховыми массами с моментами инерции J_1 и J_2 введены дополнительно две массы с моментами инерции J_2' и J_3', имитирующие массы первичного вала (J_2'), промежуточного вала и вала пониженных передач (J_3'), а масса с моментом инерции J_3 на этой схеме имитирует массы вторичного вала коробки и заднего моста. Моменты инерции J_3, J_3', J_4, J_5 и соответствующие податливости и коэффициенты демпфирования приведены к промежуточному валу коробки, а J_1, J_2, J_2', податливость e_{22} и коэффициент демпфирования k_{22} — к первичному валу трансмиссии. Остальные элементы схемы динамической модели и схема трактора с действующими на него силами оставлены такими же, как на рис. 4.29, *а*, *б* (на рис. 4.30 схема трактора не приводится).

Процесс разгона тракторного агрегата на втором этапе происходит при включении муфты $\Phi_{k\,(j+1)}$ и выключении муфты Φ_{kj} и описывается следующей системой уравнений:

$$(J_1 + J_2)\,\ddot{\varphi}_1 = M_д(\omega) - \frac{\varphi_2 - \varphi_2'}{e_{22}} - k_{22}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_2');$$

$$J_2\ddot{\varphi}_2 = \frac{\varphi_2 - \varphi_2'}{e_{22}} + k_{22}(\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_2') - M_{kj}(t) - M_{k\,(j+1)}(t);$$

$$J_3'\ddot{\varphi}_3' = M_{кj}(t)\, i_{кj} + M_{к\,(j+1)}(t)\, i_{к\,(j+1)} - \frac{\varphi_3' - \varphi_3}{e_{33}} - k_{23}(\dot{\varphi}_3' - \dot{\varphi}_3);$$

$$J_3\ddot{\varphi}_3 = \frac{\varphi_3' - \varphi_3}{e_{33}} + k_{33}(\dot{\varphi}_3' - \dot{\varphi}_3) - \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{e_{34}} - k_{34}(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4) -$$

$$- \frac{\varphi_3 - \varphi_5}{e_{35}} - k_{35}(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_5);$$

$$J_4\ddot{\varphi}_4 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{e_{34}} + k_{34}(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4) - \frac{F_{к1} r_{к1}}{i_{п.\,м} i_к' \eta_{п.\,м} \eta_к'};$$

$$J_5\ddot{\varphi}_5 = \frac{\varphi_3 - \varphi_5}{e_{35}} + k_{35}(\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_5) - \frac{F_{к2} r_{к2}}{i_{з.\,м} i_к' \eta_{з.\,м} \eta_к'};$$

$$m_1\ddot{x}_1 = F_{к1} + F_{к2} - F_{спр} - \frac{x_1 - x_2}{e_{12}} - k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2);$$

$$m_2\ddot{x}_2 = \frac{x_1 - x_2}{e_{12}} + k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - F_{кр};$$

$$J\ddot{\alpha} = (F_{к1} + F_{к2} - F_{спр})H + F_z(l + b) -$$

$$- \left[\frac{x_1 - x_2}{e_{12}} + k_{12}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)\right] H_1 + z(c_{ш2}b - c_{ш1}a) +$$

$$+ \dot{z}(k_{ш2}b - k_{ш1}a) - \alpha(c_{ш2}b^2 + c_{ш1}a^2) - \dot{\alpha}(k_{ш2}b^2 + k_{ш1}a^2);$$

$$m_1\ddot{z} = -z(c_{ш1} + c_{ш2}) - \dot{z}(k_{ш1} + k_{ш2}) +$$

$$+ \alpha(c_{ш2}b - c_{ш1}a) + \dot{\alpha}(k_{ш2}b - k_{ш1}a),$$

где $M_{к\,(j+1)}(t)$, $M_{кj}(t)$ — крутящий момент, передаваемый включаемой и выключаемой муфтами коробки; $i_{з.\,м}$, $i_{п.\,м}$ — передаточные отношения заднего и переднего моста с приводом; $i_к'$ — передаточное отношение между промежуточным и вторичным валом коробки; $\eta_{з.\,м}$, $\eta_{п.\,м}$ — КПД заднего и переднего моста с приводом; $\eta_к'$ — КПД передачи между промежуточным и вторичным валом коробки.

Рассмотрим, как изменяются силовые и кинематические параметры фрикционных муфт при включении высшей смежной передачи с перекрытием. Из баланса мощностей на первичном и промежуточном валах коробки имеем

$$M_{кj}(t)\, i_{кj} + M_{к\,(j+1)}(t)\, i_{к\,(j+1)} = M_с, \qquad (4.21)$$

где $M_с$ — приведенный к промежуточному валу коробки момент сопротивления движению агрегата;

$$M_с = \frac{(F_{спр} + F_{кр})\, r_{к2}}{i_{з.\,м} i_к' \eta_{з.\,м} \eta_к'}.$$

На рис. 4.31, *а* показано изменение моментов $M_{кj}(t)$ выключаемой и $M_{к\,(j+1)}(t)$ включаемой муфт. Здесь в момент времени $t = t_0$ начинается выключение муфты $Ф_{кj}$. Ее предельный момент $M_{кj}'$, определяемый давлением жидкости в силовом цилиндре и статическим коэффициентом трения, изменяется пропорционально снижению давления в гидроаккумуляторе. Фактический момент

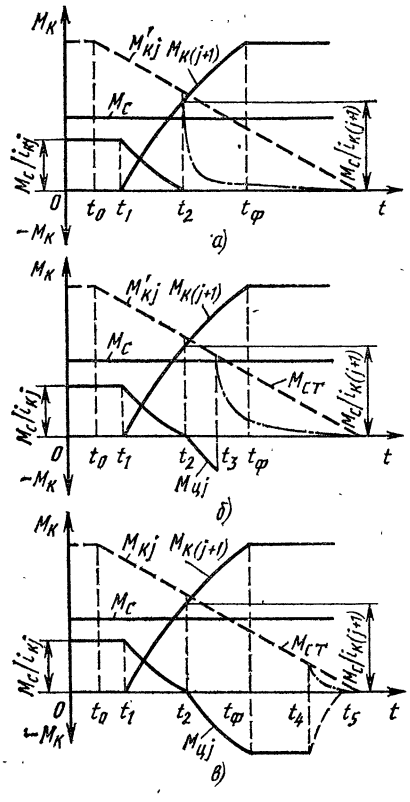


Рис. 4.31. Схема переключения передач без разрыва потока мощности

$M_{кj}(t)$, нагружающий выключаемую муфту, определяют из выражения (4.21):

$$M_{кj}(t) = \frac{M_c - M_{ж(j+1)}(t)\, i_{к(j+1)}}{i_{кj}}.$$

Из этой формулы видно, что по мере увеличения момента $M_{к(j+1)}(t)$ включаемой муфты момент $M_{кj}(t)$, нагружающий выключаемую муфту, уменьшается и при $M_c = M_{к(j+1)}(t)\, i_{к(j+1)}$ становится равным нулю $[M_{кj}(t) = 0]$. При дальнейшем увеличении момента $M_{к(j+1)}(t)$ момент $M_{кj}(t)$ изменяет знак на обратный, т. е. в замкнутом контуре переключаемых передач возникает дополнительная мощность. Если в начальный момент появления дополнительной мощности при $t = t_2$ резко выключить муфту $Ф_{кj}$, то продолжительность перекрытия будет оптимальной.

Случаю переключения с оптимальным перекрытием соответствует график на рис. 4.31, *а*. В течение времени $t_2 - t_0$ муфта $Ф_{кj}$ не буксует, кинематическое передаточное число в коробке соответствует передаче $i_{кj}$, а силовое передаточное число изменяется за это время от $i_{кj}$ до $i_{к(j+1)}$, поэтому при $t = t_2$ загрузка двигателя соответствует работе трактора на $(j + i)$-й передаче, а угловая скорость промежуточного вала и скорость трактора продолжают соответствовать j-й передаче. С этого момента времени начинается выравнивание угловых скоростей ведущих и ведомых элементов включаемой муфты $Ф_{к(j+1)}$ и увеличение скорости трактора на втором этапе разгона. Включение муфты $Ф_{к(j+1)}$ заканчивается при $t = t_ф$, а буксование ее фрикционных элементов при $t = t_б$.

Поскольку в момент времени $t = t_2$ муфта $Ф_{кj}$ полностью отключена, то загрузка двигателя равна $\chi_{(j+1)} = M_c/M_н i_{к(j+1)}$, а соответствующая ей угловая скорость коленчатого вала $\omega_{дl} = \omega_х - (\omega_х - \omega_н)\, \chi_{(j+1)}$. Для предварительной оценки параметров второго этапа разгона можно воспользоваться упрощенной двухмассовой динамической моделью без учета упругих и демп-

фирующих элементов трактора и при замене маховых масс с моментами инерции J_1, J_2, J'_2 на $J_д$, а маховых масс ведомых элементов с моментами инерции J'_3 — J_5 и поступательно движущихся масс m_1 и m_2 одной массой с моментом инерции J'_c, который с учетом передаточного числа $i_{к\,(j+1)}$ будет равен $J'_{c\,(j+1)} = J_c/i^2_{к\,(j+1)}$. Тогда значения продолжительности $t_ф - t_1$ буксования муфты и угловой скорости коленчатого вала двигателя в момент прекращения буксования можно вычислить соответственно по формулам (4.19) и (4.20), подставив в них $J_д = J_1 + J_2 + J'_2$ и заменив J_{c1} на $J'_{c\,(j+1)}$, ω'' на $\omega_{д1}$, ω_{c0} на $\omega_{д1}/q$, χ_1 на $\chi_{1\,(j+1)}$ и приняв время включения муфты $t_{ф1} \approx 0{,}15 \div 0{,}2$ с.

Если механизмом включения передач предусмотрено избыточное перекрытие, то при $t > t_2$ момент циркуляции $M_ц$ увеличивается. Его значение можно определить из предыдущего выражения при $M_ш < M_{к\,(j+1)}\,(t)\,i_{к\,(j+1)}$, из которого видно, что момент циркуляции $M_к$ тем выше, чем больше при прочих равных условиях момент трения муфты $Ф_{к\,(j+1)}$ и меньше приведенный к промежуточному валу коробки момент сопротивления M_c. Наибольшего значения момент $M_ц$ может достигнуть при полностью включенной муфте $Ф_{к\,(j+1)}$. Длительность перекрытия регулируется в этом случае по давлению, поэтому его значение остается постоянным, зависящим от настройки механизма перекрытия. Случаю переключения с перекрытием заданной длительности соответствует график на рис. 4.31, *б*, согласно которому в течение времени $t_3 - t_2$ муфта $Ф_{кj}$ не буксует, кинематическое передаточное число соответствует передаче $i_{кj}$, а муфта $Ф_{к\,(j+1)}$ продолжает буксовать, момент циркуляции возрастает до тех пор, пока давление в цилиндрах не выровняется и муфта $Ф_{кj}$ не выключится (при $t = t_3$). До этого момента времени двигатель нагружается моментом циркуляции, частота вращения снижается и соответственно снижается скорость агрегата. Выравнивание угловых скоростей ведущих и ведомых элементов муфты $Ф_{к\,(j+1)}$ и увеличение скорости трактора начнется при $t > t_3$.

Если давление в цилиндре выключаемой муфты поддерживается с помощью гидроаккумулятора до полной его разрядки, то муфта $Ф_{кj}$ не буксует, а кинематическое передаточное число остается равным $i_{кj}$ до тех пор, пока момент циркуляции $M_ц$ не будет равным потенциальному моменту $M'_{кj}$, определяемому давлением в цилиндре и статическим коэффициентом трения фрикционных пар муфты. После срыва фрикционных элементов муфты в течение времени $t_5 - t_4$ буксуют одновременно обе муфты $Ф_{кj}$ и $Ф_{к\,(j+1)}$. График второго этапа разгона при нерегулируемом перекрытии показан на рис. 4.31, *в*.

После прекращения буксования муфты $Ф_{к\,(j+1)}$ начинается второй период второго этапа разгона тракторного агрегата, который принципиально ничем не отличается от второго этапа разгона агрегата без переключения передач.

При разгоне тракторного агрегата в тяжелых условиях для достижения заданной скорости движения после второго возможен третий этап разгона, который принципиально не отличается от рассмотренного второго этапа разгона.

Таким образом, важнейшими динамическими характеристиками процесса разгона тракторного агрегата являются время разгона и минимальная частота вращения вала двигателя. Чем меньше время разгона и допустимая частота вращения вала двигателя, тем лучшими динамическими качествами обладает трактор. В тракторах, оборудованных ступенчатыми коробками передач с разрывом потока мощности, для обеспечения возможности разгона тракторного агрегата на данной передаче иногда необходимо резервировать некоторый запас мощности двигателя, т. е. снизить коэффициент его загрузки. Наиболее трудные условия разгона наблюдаются при работе на высших передачах.

Разгон и маневрирование передачами можно облегчить применением трансмиссий, позволяющих переключать передачи на ходу, не прекращая подвода мощности к ведущим колесам. В этом случае разгон тракторного агрегата осуществляется поэтапно.

Процесс разгона тракторного агрегата существенно улучшается при оборудовании трактора бесступенчатыми трансмиссиями (гидравлическими, электрическими и др.).

ГЛАВА 5

ПОВОРОТ КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА

5.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Тракторы при выполнении сельскохозяйственных и транспортных работ движутся по прямолинейной или криволинейной траектории, кривизна которой непрерывно изменяется. Под траекторией трактора понимается траектория, описываемая его центром масс. Прямолинейное движение можно рассматривать как частный случай криволинейного, когда кривизна траектории равна нулю (радиус кривизны траектории равен бесконечности). Движение с кривизной траектории (не равной нулю) принято называть *поворотом.*

Особенностью поворота (криволинейного движения) трактора является непараллельное перемещение любых двух его точек, имеющих различные по значению или направлению скорости движения. Процесс поворота трактора состоит из трех этапов: *вход в поворот*, когда кривизна траектории увеличивается; *движение с постоянной кривизной*; *выход из поворота*, когда кривизна траектории уменьшается до нуля. В частном случае второй этап может отсутствовать.

Ширина междурядий или конфигурации проезжей части дороги в горизонтальной плоскости определяют *полосу* (*коридор движения*). Выбор характеристики движения трактора (значение направления скорости движения, ориентация продольной оси трактора и др.) не является однозначным.

Однако в каждой конкретной обстановке можно говорить о желаемом изменении или сохранении характеристик движения трактора. Для получения желаемых характеристик движения водитель воздействует на органы управления, в результате чего изменяются некоторые внешние силы, действующие на трактор в процессе движения. Совокупность действий тракториста, обеспечивающих желаемое изменение характеристик движения трактора, называют управлением трактором. Органы, при помощи которых тракторист осуществляет управление трактором, называют *органами управления.* К ним относятся педали и рычаги, служащие для изменения подачи топлива, т. е. крутящего момента двигателя, передаточного числа трансмиссии или тормозных сил, а также рулевое колесо, с помощью которого изменяется положение управляемых колес, следовательно, и боковые силы, действующие при криволинейном движении на колеса трактора. Внешние силы, изменяемые водителем посредством воздействия на органы управления, называются *управляющими силами.*

Управляющие силы ограничены по значению. Например, касательные силы тяги ведущих колес ограничены параметрами двигателя и трансмиссии, а также сцеплением колес с опорной поверхностью.

Кроме управляющих сил, на трактор действуют внешние силы со стороны сельскохозяйственных машин-орудий, прицепов и от опорной поверхности, которые носят случайный характер. Изменение характеристик движения трактора под действием указанных сил называют *возмущенным движением*, а случайные внешние силы — *возмущающими силами.*

Следовательно, в большинстве случаев имеется некоторое отличие желаемых и фактических характеристик движения, которое зависит от квалификации водителя как управляющего звена (запаздывание в оценке обстановки, неточность воздействия на органы управления и др.) и совершенства трактора как управляемого звена (запаздывание системы управления трактором при изменении характеристик движения, связанных с воздействием тракториста на органы управления, ограниченность силовых и кинематических параметров, определяющих изменение характеристик движения, и т. д.).

На большинство характеристик криволинейного движения влияют конструктивные и эксплуатационные параметры трактора, а также действия водителя как управляющего звена. Однако для правильного конструирования и эксплуатации трактора необходимо определить влияние на характеристики криволинейного движения только конструктивных параметров трактора. Действия водителя как управляющего звена в этом случае принимаются известными. Так, при теоретических исследованиях принимаются известными угол поворота управляемых колес или рулевого колеса и закон изменения их положения во времени; пренебрегают или считают известной реакцию водителя; действия водителя описывают математическими зависимостями и др.

Криволинейное движение изучают главным образом для определения таких эксплуатационных свойств трактора, как управляемость и устойчивость движения. *Управляемость* — свойство трактора подчиняться действиям водителя по сохранению заданного направления движения или изменять его в соответствии с воздействием на рулевое управление.

Важное значение для сельскохозяйственных тракторов имеют управляемость и устойчивость движения при пахоте, севе, междурядной обработке и выполнении других сельскохозяйственных работ, так как хорошие управляемость и устойчивость движения позволяют повысить сменную производительность машинно-тракторного агрегата, уменьшить расход топлива и утомляемость водителя.

Свойство колесного трактора совершать повороты с заданной кривизной траектории называют поворачиваемостью.

Управляемость и поворачиваемость характеризуются кинематическими (траектория, радиус кривизны, положение мгновенного центра поворота, скорость и ускорение трактора) и силовыми (крутящие моменты на ведущих колесах, продольные, боковые и нормальные реакции колес, силы и моменты, возникающие при повороте) параметрами. Кинематические параметры дают большую, но не полную информацию о криволинейном движении. Полная информация о возможности движения с заданными кинематическими параметрами может быть получена только при определении силовых параметров.

В качестве критериев оценки управляемости и поворачиваемости применяют следующие показатели: 1) минимальный радиус поворота трактора при круговом движении; 2) предельное значение скорости изменения кривизны траектории; 3) количество энергии, затрачиваемой на управление трактором при его движении по заданной траектории; 4) удельную силу тяги, необходимую для выполнения поворота; 5) коэффициент использования сцепной силы движителя при повороте.

Чем меньше радиус поворота трактора, тем лучше его поворачиваемость. Минимальный радиус поворота является критерием оценки *статической поворачиваемости* трактора. Этот критерий является важным, однако он не дает исчерпывающей характеристики поворачиваемости. При движении на поворотных полосах важным является не только сам факт поворота трактора с определенным радиусом, но и то, за какое время он сможет совершить разворот на 180° и на сколько изменится его скорость в процессе поворота по сравнению с прямолинейным движением. Эти данные характеризуют *динамическую поворачиваемость* трактора.

Предельное значение кривизны траектории движения трактора, а также скорости изменения кривизны часто ограничивают вследствие потери трактором управляемости. Чем лучшей управляемостью и поворачиваемостью обладает трактор, тем в бо́льших пределах могут изменяться и приближаться к желаемым действительные параметры его криволинейного движения. Управляемость трактора тем лучше, чем больше предельная скорость изменения кривизны траектории сравниваемых машин. Затраты энергии водителем на управление зависят от степени приближения фактической траектории движения трактора к желаемой и от работы, которую необходимо совершить при воздействии на органы управления трактором для определенного изменения характеристик его движения. Чем меньше энергии затрачивается на управление, тем лучше управляемость и поворачиваемость трактора.

Под *удельной силой тяги* понимается отношение касательной силы тяги, развиваемой трактором, к его эксплуатационной массе. По удельной силе тяги, необходимой для движения на повороте, оценивают тяговую возможность трактора при криволинейном движении. Чем меньше удельная сила тяги, тем с мень-

шими затратами мощности двигателя при прочих равных условиях трактор движется криволинейно.

Коэффициент использования сцепной силы движителя при повороте определяется отношением разности возможной силы по сцеплению и суммарной силы, действующей в контакте движителя с опорной поверхностью, к возможной силе тяги по сцеплению. Чем больше это значение, тем выше возможности трактора к выполнению криволинейного движения и меньше вероятность потери управляемости и поворачиваемости.

Таким образом, управляемость является важным эксплуатационным свойством трактора, которое оказывает влияние на сменную производительность и топливную экономичность машинно-тракторного агрегата.

5.2. СПОСОБЫ ПОВОРОТА КОЛЕСНЫХ ТРАКТОРОВ

Поворот колесных тракторов можно производить тремя основными способами: 1) изменением положения управляемых колес в горизонтальной плоскости относительно остова трактора; 2) изменением положения в горизонтальной плоскости одной части трактора относительно другой; 3) изменением крутящих моментов, подводимых к колесам отстающего и забегающего бортов (по способу гусеничного трактора).

Колесные универсально-пропашные тракторы поворачиваются по первому способу, наиболее распространенному по сравнению с другими способами поворота колесных машин. Обычно передние колеса являются управляемыми (рис. 5.1) и

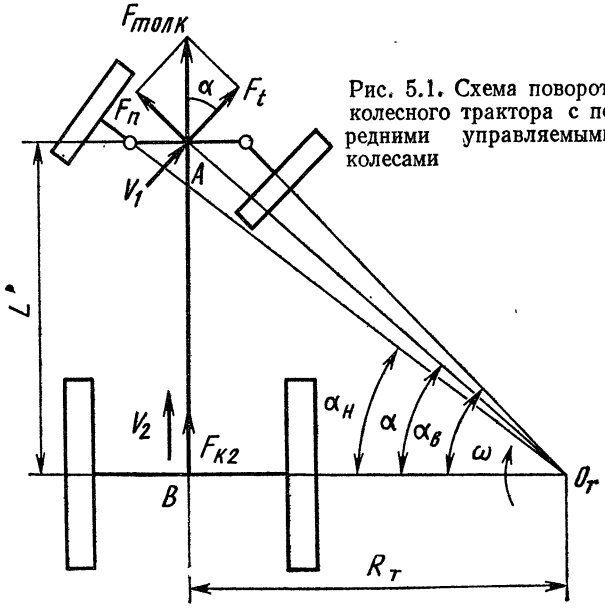


Рис. 5.1. Схема поворота колесного трактора с передними управляемыми колесами

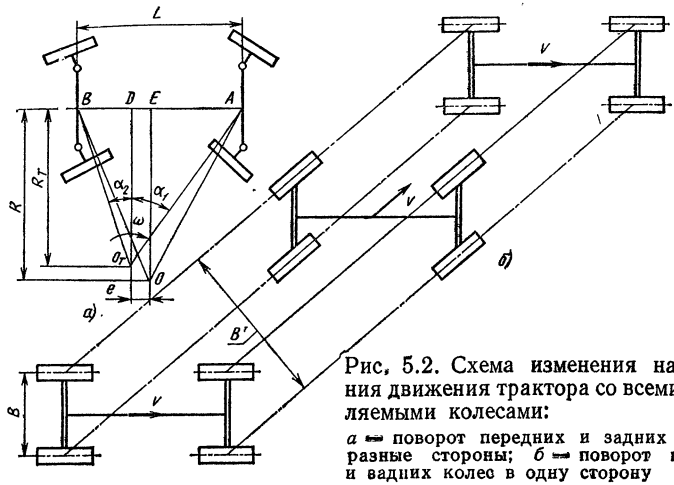


Рис. 5.2. Схема изменения направления движения трактора со всеми управляемыми колесами:

а — поворот передних и задних колес в разные стороны; *б* — поворот передних и задних колес в одну сторону

имеют меньший диаметр, чем диаметр задних колес. На самоходных шасси, предназначенных для работы с широкозахватными жатками, задние колеса являются управляемыми и меньшего диаметра, чем диаметр ведущих передних колес.

Некоторые полноприводные тракторы (экспериментальные образцы) выполнены со всеми управляемыми колесами. Изменение направления движения такой машины осуществляется двумя способами. При *первом способе* поворота передние и задние колеса поворачиваются в разные стороны (рис. 5.2, *а*), и трактор движется по криволинейной траектории.

Второй способ изменения направления заключается в повороте колес в одну сторону (рис. 5.2, *б*). В этом случае трактор не совершает поворот, а движется вбок. Поэтому этот способ изменения направления движения получил название «краб».

Рассмотрим принципиальную возможность поворота трактора с передними управляемыми и задними ведущими колесами (см. рис. 5.1). Примем, что трактор движется с малой постоянной скоростью, когда центробежной силой можно пренебречь. Не будем учитывать и явление увода колес $\varphi_{ув.1} = 0$; $\varphi_{ув.2} = 0$.

Касательная сила тяги заднего моста $F_{к2}$ приложена в точке B (середина моста) и направлена вдоль продольной оси трактора. При этом точка B перемещается со скоростью v_2 в направлении действия силы тяги заднего моста, так как при отсутствии боковых сил нет никаких причин для ее изменения. Управляемые колеса переднего моста, повернутые на средний угол α, перемещаются под действием толкающей силы $F_{толк}$, передаваемой мосту от остова трактора. Толкающая сила приложена в точке A (середина переднего моста) и действует вдоль продольной оси трактора. Разложим эту силу на две составляющие: силу $F_t = F_{толк} \cos \alpha$,

направленную под углом α к продольной оси трактора, и силу $F_п = F_{толк} \sin \alpha$, перпендикулярную силе F_t.

Для того чтобы управляемые ведомые колеса перемещались в плоскости вращения, толкающая сила не должна быть больше силы их сцепления с опорной поверхностью; $F_{толк} \leqslant \varphi G_к$ или

$$\sqrt{F_t^2 + F_n^2} \leqslant \varphi G_к.$$

В остальных случаях жесткие в боковом направлении колеса будут перемещаться не в плоскости вращения. Чтобы колесо в плоскости вращения перемещалось без скольжения, тангенциальная составляющая толкающей силы должна быть больше или равной силе сопротивления качению: $F_t \geqslant F_{спр}$. Подставляя значения сил, получим

$$\varphi G_к \cos \alpha \geqslant f G_к.$$

Откуда находим условие качения управляемого колеса в плоскости его вращения

$$\cos \alpha \geqslant f/\varphi.$$

При ухудшении почвенно-дорожных условий увеличивается коэффициент сопротивления качению f и уменьшается коэффициент сцепления φ, что приводит к увеличению правой части неравенства. Следовательно, с ухудшением почвенно-дорожных условий уменьшается допустимый угол поворота ведомого управляемого колеса, при котором еще возможно качение колеса в плоскости его вращения без скольжения. Так как средний угол поворота управляемых колес тракторов находится в пределах 30—35°, а угол поворота внутреннего колеса не превышает 40°, то практически во всех условиях эксплуатации ведомое управляемое колесо может перемещаться без скольжения во всем диапазоне изменения угла его поворота.

Поскольку векторы скоростей $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ не параллельны относительно друг друга и имеют разные значения, происходит криволинейное движение (поворот трактора). При ведущих управляемых колесах касательные силы тяги колес, расположенные в плоскости их вращения, однозначно определяют направление скоростей их перемещения.

Недостатками способа поворота тракторов с управляемыми колесами являются: относительная сложность привода рулевого управления, особенно у машин со всеми управляемыми колесами; трудность получения малого радиуса поворота; увеличение минимальной колеи трактора, при которой повернутые на максимальный угол управляемые колеса не касаются остова трактора. Эти недостатки особенно существенны при колесах большого диаметра.

Недостатки способа изменения направления движения тракторов с управляемыми колесами привели к появлению схемы поворота по способу «складывающейся рамы» (рис. 53, *а*), при-

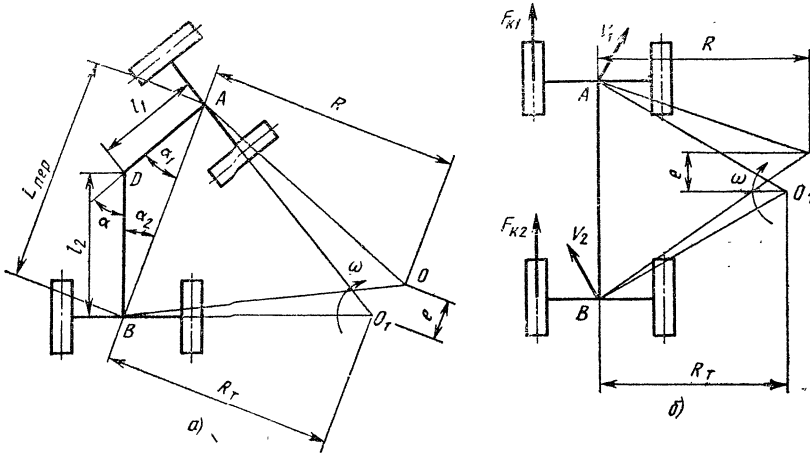


Рис. 5.3. Схемы поворота тракторов с неповоротными колесами: *а* — способ «ломающейся рамы»; *б* — поворот борта

меняемого на полноприводных колесных тракторах общего назначения. Такие тракторы представляют собой систему из двух шарнирно сочлененных секций, которые могут поворачиваться относительно друг друга в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Изменение направления движения трактора с шарнирной рамой осуществляется путем поворота секций относительно друг друга в горизонтальной плоскости на некоторый угол α.

Рассмотренный способ поворота колесного трактора имеет некоторые преимущества по сравнению со способом поворота полноприводных машин при помощи управляемых колес: хорошую маневренность; возможность получения малых радиусов поворота; уменьшение числа шарниров в трансмиссии, так как оси колес неподвижны по отношению к секциям. Существенным недостатком тракторов с шарнирной рамой является неспособность их работать на склонах.

Стремление создать высокоманевренный и простой по конструкции трактор привело к появлению машин с четырьмя ведущими неповоротными колесами и изменением направления движения, выполненных по схеме поворота гусеничного трактора (экспериментальные модели). Колесные тракторы с такой схемой поворота называют машинами с бортовым поворотом (рис. 53, *б*). Передние и задние колеса каждого борта такого трактора соединены между собой зубчатой или цепной передачей.

Поворот трактора с бортовой схемой поворота осуществляется *уменьшением крутящего момента*, подводимого к колесам отстающего борта, а при необходимости крутого поворота их торможением. В последнем случае скорость колес отстающего борта равна нулю (скорость колес забегающего борта не равна

нулю) и мгновенный центр поворота расположен в плоскости невращающихся колес отстающего борта. При этом радиус поворота равен половине колеи трактора, и поворот сопровождается скольжением шин всех колес. В некоторых конструкциях таких машин, обычно с гидравлической трансмиссией, для обеспечения поворота «на месте» предусмотрена возможность вращения колес отстающего и забегающего бортов в разные стороны.

Если скорости колес разных бортов равны, но направлены в противоположные стороны, то мгновенный центр поворота расположится на продольной оси трактора, а радиус поворота будет равным нулю. Получить столь малые радиусы поворота при других способах поворота колесных тракторов невозможно. Кроме того, схема бортового поворота позволяет отказаться от сложной в изготовлении и эксплуатации шарнирной передачи крутящего момента к ведущим и управляемым колесам.

Однако этот способ не получил распространения на колесных тракторах, так как при повороте шины трактора проскальзывают по опорной поверхности, что вызывает их повышенный износ. Кроме того, увеличиваются затраты мощности двигателя на преодоление значительно возросшего (по сравнению с прямолинейным движением) сопротивления при повороте трактора. Особенно возрастает сопротивление повороту на грунте в результате нагребания грунта неповоротными колесами. Отмеченные недостатки существенно снижают технико-экономические показатели колесных тракторов с бортовой схемой поворота.

Таким образом, колесные тракторы могут поворачиваться несколькими способами. Каждый способ поворота оказывает влияние на кинематику криволинейного движения трактора. Чтобы трактор поворачивался с заданным радиусом, необходимо создать достаточную силу тяги ведущих колес, способную преодолеть возросшую по сравнению с прямолинейным движением силу сопротивления движению.

5.3. КИНЕМАТИКА ПОВОРОТА КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА

Кинематические параметры криволинейного движения: радиус поворота, смещение центра поворота, угловые и линейные скорости движения колес трактора, траектория его движения и др. — зависят от конструктивных и эксплуатационных факторов (базы трактора, способа поворота, максимальных углов поворота управляемых колес, скорости их поворота, скорости движения трактора, характеристик шин и грунта и т. п.). Получим выражения для определения некоторых из перечисленных кинематических параметров.

Под радиусом поворота трактора будем понимать кратчайшее расстояние от мгновенного центра поворота до продольной оси трактора. Радиус поворота, определенный без учета явления

бокового увода шин (жесткие в боковом направлении шины), является *теоретическим* и имеет обозначение $R_т$. Радиус поворота, определенный с учетом явления увода, называют *действительным* и обозначают R.

Определим теоретический радиус поворота трактора с базой L, передние управляемые колеса которого повернуты на средний угол α_1, а задние — на угол α_2 (см. рис. 5.2). Из треугольника $O_тDB$ находим $BD = R_т \operatorname{tg} \alpha_2$, а из треугольника $O_тDA$ определим $AD = L - BD = R_т \times \operatorname{tg} \alpha_1$. Подставив в последнее выражение значение BD, получим $L - R_т \operatorname{tg} \alpha_2 = R_т \operatorname{tg} \alpha_1$. Откуда

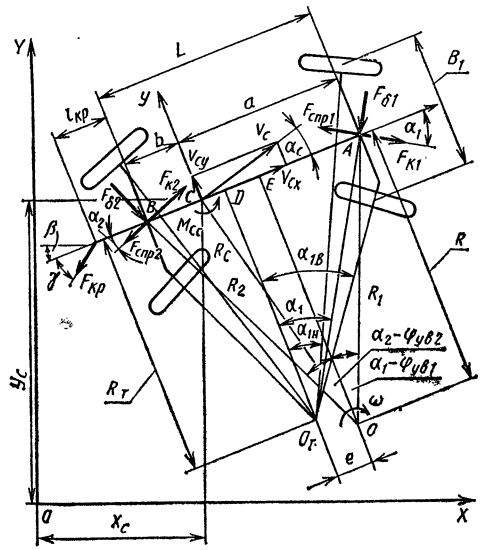


Рис. 5.4. Расчетная схема колесного трактора со всеми управляемыми колесами

$$R_т = \frac{L}{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2}. \qquad (5.1)$$

Если передние и задние управляемые колеса поворачиваются на одинаковые углы $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, то теоретический радиус поворота

$$R_т = L/(2 \operatorname{tg} \alpha).$$

У трактора с передними управляемыми колесами $\alpha_2 = 0$ и $R_т = L/\operatorname{tg} \alpha_1$, а для тракторов с задними управляемыми колесами $\alpha_1 = 0$ и $R_т = L/\operatorname{tg} \alpha_2$. Сравнивая формулу (5.1) с выражениями, по которым определяют теоретический радиус поворота тракторов только с передними или только с задними управляемыми колесами, замечаем, что радиус поворота этих тракторов значительно больше, чем трактора со всеми управляемыми колесами. Кроме того, анализируя формулу (5.1), приходим к выводу, что радиус поворота трактора можно уменьшить, уменьшая его базу и увеличивая углы поворота управляемых колес. Оба эти параметра имеют конструктивное ограничение.

Чтобы при криволинейном движении все колеса трактора перемещались без скольжения, наружное и внутреннее колесо каждого моста должны поворачиваться на разные углы. Эти углы можно определить из кинематики поворота трактора (рис. 5.4), зная средние углы поворота α_i управляемых колес каждого моста.

Так, углы поворота внутренних колес мостов

$$\operatorname{tg}\alpha_{i\text{в}} = \frac{R_\text{т}\operatorname{tg}\alpha_i}{R_\text{т} - 0{,}5B_i} = \frac{L\operatorname{tg}\alpha_i}{L - 0{,}5B_i(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2)}, \qquad (5.2)$$

где B_i — ширина колеи i-го моста.

Аналогично найдем углы поворота наружных колес:

$$\operatorname{tg}\alpha_{i\text{н}} = \frac{R_\text{т}\operatorname{tg}\alpha_i}{R_\text{т} + 0{,}5B_i} = \frac{L\operatorname{tg}\alpha_i}{L + 0{,}5B_i(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2)}. \qquad (5.3)$$

Определим взаимосвязь между углами поворота колес одного моста. Для переднего моста из рис. 5.4 находим

$$\operatorname{tg}\alpha_{1\text{в}} = \frac{AD}{R_\text{т} - 0{,}5B_1}; \quad \operatorname{tg}\alpha_{1\text{н}} = \frac{AD}{R_\text{т} + 0{,}5B_1}.$$

Исключая из этих выражений $R_\text{т}$, получаем

$$\frac{AD}{\operatorname{tg}\alpha_{1\text{в}}} + 0{,}5B_1 = \frac{AD}{\operatorname{tg}\alpha_{1\text{н}}} - 0{,}5B_1.$$

Откуда, учитывая, что $AD = R_\text{т}\operatorname{tg}\alpha = L\operatorname{tg}\alpha_1/(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2)$, имеем

$$\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_{1\text{н}}} - \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_{1\text{в}}} = \frac{B_1}{L}\,\frac{\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1}$$

или

$$\operatorname{ctg}\alpha_{1\text{н}} - \operatorname{ctg}\alpha_{1\text{в}} = \frac{B_1}{L}\,\frac{\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1}. \qquad (5.4)$$

Аналогично получаем выражение для определения соотношений между углами поворота любого моста:

$$\operatorname{ctg}\alpha_{i\text{н}} - \operatorname{ctg}\alpha_{i\text{в}} = \frac{B_i}{L}\,\frac{\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_i}. \qquad (5.5)$$

Из выражений (5.4) и (5.5) видно, что при повороте управляемых колес переднего и последнего мостов на разные средние углы ($\alpha_1 \neq \alpha_2$) разница котангенсов углов поворота наружного и внутреннего колес — величина переменная. Рулевой привод, обеспечивающий условие (5.5), выполнить трудно. Если колеса мостов поворачивать на одинаковые средние углы ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$), то разница котангенсов углов поворота колес каждого моста будет постоянной величиной:

$$\operatorname{ctg}\alpha_{i\text{н}} - \operatorname{ctg}\alpha_{i\text{в}} = 2\frac{B_i}{L}.$$

Для трактора с передними управляемыми колесами ($\alpha_2 = 0$) углы поворота наружного и внутреннего колес должны отвечать следующей зависимости:

$$\operatorname{ctg}\alpha_{1\text{н}} - \operatorname{ctg}\alpha_{1\text{в}} = \frac{B_1}{L}.$$

Найденное соотношение углов поворота управляемых колес моста практически обеспечивается рулевой трапецией.

Трактор с шарнирной рамой можно представить как трактор, имеющий изменяющуюся в процессе поворота базу $L_{пер}$, передние и задние мосты которого повернуты соответственно на углы α_1 и α_2 (см. рис. 5.3). Переменную базу трактора определим из треугольника ABD по теореме косинусов (см. рис. 5.3):

$$L^2_{пер} = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1 l_2 \cos(180^\circ - \alpha),$$

где α — угол складывания полурам трактора.

Откуда

$$L_{пер} = \sqrt{l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos\alpha}.$$

По теореме синусов из этого треугольника получим следующие зависимости:

$$\frac{L_{пер}}{\sin(180^\circ - \alpha)} = \frac{l_1}{\sin\alpha_2} = \frac{l_2}{\sin\alpha_1},$$

из которых можно определить углы поворота мостов

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{l_2}{L_{пер}}\sin\alpha\right); \quad \alpha_2 = \arcsin\left(\frac{l_1}{L_{пер}}\sin\alpha\right).$$

Теоретический радиус поворота трактора с шарнирной рамой определим, применяя ту же методику, что и для трактора со всеми управляемыми колесами; тогда

$$R_т = \frac{L_{пер}}{\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2}. \qquad (5.6)$$

Сравнивая формулы (5.1) и (5.6), видим, что трактор с шарнирной рамой имеет меньший радиус поворота, чем трактор со всеми управляемыми колесами при одинаковой базе и средних углах поворота управляемых колес.

Приведенные выше зависимости справедливы для случая поворота трактора с жесткими в боковом направлении колесами. При эластичных в боковом направлении шинах мгновенный центр поворота трактора переместится из точки $O_т$ в точку O (см. рис. 5.2, 5.3), и радиус поворота с учетом явления увода шин определяется по следующим выражениям:

трактор со всеми управляемыми колесами

$$R = \frac{L}{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \varphi_{ув\,1}) + \operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi_{ув\,2})}; \qquad (5.7)$$

трактор с передними управляемыми колесами ($\alpha_2 = 0$)

$$R = \frac{L}{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \varphi_{ув\,1}) + \operatorname{tg}\varphi_{ув\,2}}. \qquad (5.8)$$

Смещение центра поворота $e = ED$ (см. рис. 5.2) определим как разность отрезков $BE = R\operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi_{ув2})$ и $BD = R_т \operatorname{tg}\alpha_2$:

$$e = R\operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi_{ув2}) - R_т \operatorname{tg}\alpha_2. \qquad (5.9)$$

Для трактора только с передними управляемыми колесами $\alpha_2 = 0$ и $e = R\operatorname{tg}\varphi_{ув\,2}$. Смещение центра поворота трактора

с шарнирной рамой (см. рис. 5.3) определяют по формуле (5.9), как для трактора со всеми управляемыми колесами, принимая базу трактора переменной длины, а вместо средних углов поворота управляемых колес переднего и заднего мостов подставляя углы поворота этих мостов.

Следовательно, появление увода передних и задних колес приводит к тому, что действительный радиус поворота отличается от теоретического (в основном в бóльшую сторону). Кроме того, наблюдается некоторое смещение мгновенного центра поворота у трактора с эластичными в боковом направлении колесами по сравнению с положением мгновенного центра поворота трактора с жесткими колесами.

Как видно из формул (5.7)—(5.9), радиус поворота и смещение центра поворота зависят от базы трактора, углов поворота управляемых колес и углов увода шин передних и задних колес. Это означает, что на траекторию криволинейного движения трактора оказывают влияние углы поворота колес, характеристики шин и грунта, а также силы (радиальные, тангенциальные, боковые), действующие на колеса.

В связи с тем, что углы увода мостов влияют на радиус поворота, различают три вида поворачиваемости колесного трактора.

1. Если при закрепленном рулевом колесе с увеличением скорости движения радиус поворота трактора уменьшается, то такое явление называют *избыточной поворачиваемостью.*

2. Явление увеличения радиуса поворота трактора с закрепленным рулевым колесом при увеличении скорости движения называют *недостаточной поворачиваемостью.*

3. Если радиус поворота не изменяется с увеличением скорости движения трактора с закрепленным рулевым колесом, то он обладает *нейтральной поворачиваемостью.*

С точки зрения обеспечения движения трактора с меньшими радиусами при заданных углах поворота управляемых колес избыточная поворачиваемость предпочтительнее. Однако ввиду того, что при повороте трактора с увеличением кривизны возрастает центробежная сила, увод шин увеличивается, а это при избыточной поворачиваемости приведет к дальнейшему увеличению кривизны и центробежной силы. Такой процесс может стать необратимым, что нежелательно, а в некоторых случаях и небезопасно. Кроме того, при действии внешней боковой силы трактор с избыточной поворачиваемостью даже при неповернутых управляемых колесах может самопроизвольно входить в поворот.

Таким образом, наиболее рациональным соотношением углов бокового увода шин передних и задних колес будет такое, при котором обеспечивается некоторая недостаточная поворачиваемость трактора. В этом случае движение трактора устойчиво и при поворотах не происходит большого увеличения радиуса поворота, т. е. не ухудшается его поворачиваемость.

Определим теперь ускорения a_{Cx} и a_{Cy} центра масс трактора, направленные соответственно в продольном направлении и нормально к его продольной оси (см. рис. 5.4) при движении трактора со значительной скоростью по траектории, имеющей большой радиус поворота. В этом случае движения углы поворота управляемых колес, углы увода и другие углы малы, и можно принять синусы и тангенсы этих углов равными их аргументу, косинусы — единице.

Проекции вектора скорости v_C центра масс на оси подвижной системы координат

$$v_{Cx} = v_C \cos \alpha_C \approx v_C; \quad v_{Cy} = v_C \sin \alpha_C \approx v_C \alpha_C,$$

где v_{Cx} — поступательная скорость трактора; v_{Cy} — скорость бокового смещения центра масс трактора; α_C — угол между вектором скорости v_C и продольной осью трактора.

В соответствии с рис. 5.4

$$\operatorname{tg} \alpha_C = \frac{CE}{R} = \frac{R \operatorname{tg} (\alpha_2 + \varphi_{\text{ув } 2}) - b}{R}.$$

Учитывая, что углы малы, и подставляя значение радиуса поворота, имеем

$$\alpha_C = \frac{1}{L} [b (\alpha_1 - \varphi_{\text{ув } 1}) - a (\alpha_2 + \varphi_{\text{ув } 2})].$$

Проекции составляющих скорости v_C на оси неподвижной системы координат

$$v_{CX} = v_{Cx} \cos \beta - v_{Cy} \sin \beta;$$

$$v_{CY} = v_{Cx} \sin \beta + v_{Cy} \cos \beta.$$

Выполнив дифференцирование по времени скоростей v_{Cx} и v_{Cy}, получаем ускорения центра масс трактора в неподвижной системе координат:

$$a_{CX} = \dot{v}_{Cx} \cos \beta - v_{Cx} \omega \sin \beta - \dot{v}_{Cy} \sin \beta - v_{Cy} \omega \cos \beta; \quad (5.10)$$

$$a_{CY} = \dot{v}_{Cx} \sin \beta + v_{Cx} \omega \cos \beta + \dot{v}_{Cy} \cos \beta - v_{Cy} \omega \sin \beta,$$

где $\dot{v}_{Cx}$ — ускорение при поступательном движении трактора; $\dot{v}_{Cy}$ — ускорение бокового смещения центра масс трактора; $\omega = \dot{\beta} = v_{Cx}/R$ — угловая скорость поворота трактора.

Для определения искомых ускорений центра масс трактора в подвижной системе координат спроецируем векторы ускорений a_{CX} и a_{CY} на подвижные оси x и y:

$$a_{Cx} = a_{CX} \cos \beta + a_{CY} \sin \beta;$$

$$a_{Cy} = -a_{CX} \sin \beta + a_{CY} \cos \beta.$$

С учетом соотношений (5.10) после преобразований получим

$$a_{Cx} = \dot{v}_{Cx} - v_{Cy} \omega; \quad a_{Cy} = v_{Cx} \omega + \dot{v}_{Cy}. \quad (5.11)$$

Найдем выражения для определения скорости и ускорения бокового смещения центра масс трактора.

В соответствии с рис. 5.4

$$v_{Cy} = v_{Cx} \operatorname{tg} \alpha_C = \frac{v_{Cx}}{L} [b (\alpha_1 - \varphi_{ув\,1}) - a (\alpha_2 + \varphi_{ув\,2})].$$

Дифференцируя это выражение по времени, получаем ускорение бокового смещения центра трактора

$$\dot{v}_{Cy} = \frac{\dot{v}_{Cx}}{L} [b (\alpha_1 - \varphi_{ув\,1}) - a (\alpha_2 + \varphi_{ув\,2})] +$$

$$+ \frac{v_{Cx}}{L} [b (\dot{\alpha}_1 - \dot{\varphi}_{ув\,1}) - a (\dot{\alpha}_2 + \dot{\varphi}_{ув\,2})].$$

Подставив полученные соотношения для боковой скорости и ускорения бокового смещения центра масс трактора в (5.11), после преобразования получим

$$a_{Cx} = \dot{v}_C - \frac{v_C^2}{R} \left[\frac{b}{R} - (\alpha_2 + \varphi_{ув\,2})\right];$$

$$a_{Cy} = \frac{v_C^2}{R} + \dot{v}_C \left[\frac{b}{R} - (\alpha_2 + \varphi_{ув\,2})\right] +$$

$$+ \frac{v_C}{L} [b (\dot{\alpha}_1 - \varphi_{ув\,1}) - a (\dot{\alpha}_2 + \dot{\varphi}_{ув\,2})]. \qquad (5.12)$$

Угловое ускорение трактора

$$\varepsilon = \dot{\omega} = \frac{d (v_C/R)}{dt} = \frac{1}{L} [\dot{v}_C (\alpha_1 + \alpha_2 - \varphi_{ув\,1} + \varphi_{ув\,2}) +$$

$$+ v_C (\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2 - \dot{\varphi}_{ув\,1} + \dot{\varphi}_{ув\,2})]. \qquad (5.13)$$

Таким образом, явление бокового увода шин оказывает существенное влияние на кинематику поворота колесного трактора, вызывая изменение действительного радиуса поворота по сравнению с радиусом поворота трактора с жесткими в боковом направлении колесами, смещение центра поворота и др.

5.4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЯГОВОГО УСИЛИЯ ПО ВЕДУЩИМ МОСТАМ И КОЛЕСАМ ТРАКТОРА

При исследовании криволинейного движения колесного трактора приходится рассматривать задачу о распределении суммарной касательной силы тяги трактора по ведущим мостам и колесам, так как это распределение влияет определенным образом на траекторию криволинейного движения. Распределение суммарной силы тяги зависит в значительной степени от схемы трансмиссии.

На современных полноприводных тракторах применяют блокированный привод ведущих мостов с принудительным (Т-150К, К-700, К-701 и др.) или автоматическим (МТЗ-82, Т-40А) отключением одного из ведущих мостов. Обычно отключаемым является

передний мост. Для автоматического отключения и включения переднего ведущего моста используют межосевую обгонную муфту свободного хода.

При применении межосевой муфты свободного хода передаточные числа к ведущим мостам подбирают так, чтобы окружная скорость колес заднего моста была несколько выше окружной скорости переднего моста. Это достигается изменением передаточных чисел к ведущим мостам при известных расчетных радиусах $r_р$ ведущих колес, введением так называемого *конструктивного* кинематического несоответствия $k_{н.к}$. Если окружная теоретическая скорость задних колес будет $v_{т2}$, а передних колес $v_{т1}$, то конструктивное кинематическое несоответствие

$$k_{н.к} = \frac{v_{т2} - v_{т1}}{v_{т2}} = 1 - \frac{i_2 r_{р1}}{i_1 r_{р2}},$$

где i_i — передаточные числа к колесам.

Конструктивное кинематическое несоответствие у современных тракторов с колесной формулой 4К4 находится в пределах $k_{н.к} = 0{,}04 \div 0{,}07$.

Для повышения тягово-сцепных качеств тракторов применяется блокированно-дифференциальный привод ведущих колес моста. Такая схема ведущего моста в определенных условиях позволяет трактору двигаться с заблокированным межколесным дифференциалом, т. е. с блокированным приводом, а в других — с дифференциальным приводом ведущих колес. Для блокирования дифференциала применяют механизмы, включаемые водителем или автоматически (автоблокировки), в мостах устанавливаются также самоблокирующиеся дифференциалы.

Определим распределение суммарной силы тяги трактора по ведущим мостам с блокированным межосевым приводом при криволинейном движении. Пути, проходимые колесами ведущих мостов при повороте трактора, не равны. Так как в трансмиссии отсутствует межосевой дифференциал, кинематическое соответствие между мостами трактора при повороте нарушается и компенсация разности путей мостов происходит вследствие буксования или проскальзывания колес.

Дальнейшее исследование проведем с учетом изменения радиуса качения ведущего колеса под действием касательной силы тяги:

$$r_к = r_0 - \frac{G}{\lambda_н} - \xi \frac{M_к}{\varphi_ш} = r_р - \frac{\xi}{\varphi_ш} M_к \frac{r_д}{r_д} = r_р - \lambda F_к, \qquad (5.14)$$

где λ — тангенциальная эластичность шины или системы шина—грунт.

Чтобы при повороте трактора все его колеса перемещались по грунту без буксования или скольжения, их радиусы качения должны быть различными и изменяющимися в зависимости от радиуса кривизны траекторий середин мостов. При этом отношение радиусов траекторий середин переднего и заднего мостов

для любых углов α_i поворота управляемых колес должно быть

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\cos(\alpha_2 + \varphi_{\text{ув }2})}{\cos(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})}.$$

Учитывая скорость середины моста $v = \omega_к r_к = \frac{\omega_д}{i} r_к$, и выражение (5.14), получаем

$$\frac{(r_{p1} - \lambda_1 F_{к1})\, i_2}{(r_{p2} - \lambda_2 F_{к2})\, i_1} = \frac{\cos(\alpha_2 + \varphi_{\text{ув }2})}{\cos(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})}. \qquad (5.15)$$

Из условия, что вектор суммарной силы тяги трактора равен векторной сумме тяговых усилий ведущих мостов $F_к = F_{к1}\cos\alpha_1 + F_{к2}\cos\alpha_2$, находим тяговое усилие заднего моста

$$F_{к2} = \frac{F_к - F_{к1}\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2}.$$

Подставляя значение $F_{к2}$ в выражение (5.15), имеем

$$F_{к1} = \frac{i_1(\lambda_2 F_к - r_{p2}\cos\alpha_2)\cos(\alpha_2 + \varphi_{\text{ув }2}) + i_2 r_{p1}\cos\alpha_2\cos(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})}{i_1\lambda_2\cos\alpha_1\cos(\alpha_2 + \varphi_{\text{ув }2}) + i_2\lambda_1\cos\alpha_2\cos(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})}. \qquad (5.16)$$

Проведя аналогичные преобразования, найдем выражение для определения силы тяги заднего моста

$$F_{к2} = \frac{i_2(\lambda_1 F_к - r_{p1}\cos\alpha_1)\cos(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1}) + i_1 r_{p2}\cos\alpha_1\cos(\alpha_2 + \varphi_{\text{ув }2})}{i_1\lambda_2\cos(\alpha_2 + \varphi_{\text{ув }2})\cos\alpha_1 + i_2\lambda_1\cos\alpha_2\cos(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})}. \qquad (5.17)$$

Выражения (5.16) и (5.17) показывают, что при заданных углах поворота управляемых колес эластичность шин наряду с передаточными числами влияет на процесс распределения суммарной силы тяги трактора по ведущим мостам. Перераспределение тягового усилия по ведущим мостам имеет место только тогда, когда касательные силы тяги ведущих колес меньше сил сцепления с грунтом. Для этого случая и будут действительны полученные выражения (5.16) и (5.17). При полном буксовании ведущих колес по опорной поверхности перераспределение суммарной силы тяги трактора по мостам достигает максимального значения, и дальнейшее перераспределение тяговой силы прекращается.

У трактора с передними управляемыми колесами $\alpha_2 = 0$. Поэтому выражения (5.16) и (5.17) с учетом $\cos\varphi_{\text{ув }2} \approx 1$ примут вид

$$F_{к1} = \frac{i_1(\lambda_2 F_к - r_{p2}) + i_2 r_{p1}\cos(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})}{i_1\lambda_2\cos\alpha_1 + i_2\lambda_1\cos(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})}; \qquad (5.18)$$

$$F_{к2} = \frac{i_2(\lambda_1 F_к - r_{p1}\cos\alpha_1)\cos(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1}) + i_1 r_{p2}\cos\alpha_1}{i_1\lambda_2\cos\alpha_1 + i_2\lambda_1\cos(\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})}.$$

Учитывая, что $i_1 r_{p2} = i_2 r_{p1}/(1 - k_{нк})$, получаем

$$F_{к1} = \frac{i_1\lambda_2 F_к + i_2 r_{p1}\left[\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув\,1}) - \dfrac{1}{1 - k_{н.к}}\right]}{i_1\lambda_2 + i_2\lambda_1 \cos(\alpha_1 - \varphi_{ув\,1})};$$

$$F_{к2} = \frac{i_2\lambda_1 F_к \cos(\alpha_1 - \varphi_{ув\,1}) - i_2 r_{p1}\left[\cos(\alpha_1 - \varphi_{ув\,2}) - \dfrac{1}{1 - k_{н.к}}\right]\cos\alpha_1}{i_1\lambda_2 + i_2\lambda_1 \cos(\alpha_1 - \varphi_{ув\,1})}.$$

Из данных выражений видно, что при $k_{н.к} > 0$ (забегающие — колеса заднего моста) на колесах переднего моста при некотором угле поворота управляемых колес возможно появление отрицательной силы, а на колесах заднего моста тяговое усилие всегда будет положительным. Средний угол поворота передних управляемых колес, при котором тяговое усилие переднего моста становится равным нулю, можно определить из формулы (5.18), приравняв ее числитель к нулю:

$$\alpha_1 = \varphi_{ув\,1} + \arccos\left[\frac{1}{1 - k_{н.к}} - \frac{i_1\lambda_2}{i_2 r_{p1}} F_к\right].$$

Межосевая обгонная муфта отключает привод к переднему мосту, когда угловая скорость ведомого элемента муфты будет больше скорости ведущего, а сила тяги равна нулю. После отключения переднего моста трактор типа 4К4 движется по криволинейной или прямолинейной траектории, как трактор типа 4К2 с задним ведущим мостом.

При $k_{н.к} < 0$ (забегающие — колеса переднего моста) отмеченное перераспределение будет происходить в обратном направлении, т. е. при повороте управляемых колес отрицательная сила появляется на колесах заднего моста, а усилие на передних колесах будет всегда положительным.

Таким образом, на распределение тяговых усилий по ведущим мостам трактора с блокированным межосевым приводом оказывают влияние конструктивное кинематическое несоответствие и кинематика поворота.

При дифференциальном межосевом приводе распределение тяговых усилий по ведущим мостам зависит только от конструктивной схемы межосевого дифференциала (передаточного силового числа дифференциала $i_д = F_{к2}/F_{к1}$) и не зависит от кинематики поворота трактора. Если в раздаточной коробке установлен дифференциал с силовым передаточным числом, равным единице, то касательные силы тяги мостов будут равны при прямолинейном и криволинейном движении, несмотря на то, что суммарная сила тяги трактора будет изменяться.

Силовое передаточное число межосевого дифференциала теоретически может изменяться в широких пределах: от нуля до бесконечности. Если силовое передаточное число межосевого дифференциала равно нулю, то получаем машину типа 4К2 с передним ведущим мостом, а при силовом передаточном числе межосевого

дифференциала, равном бесконечности, — машину типа 4К2 с задним ведущим мостом. Однако для расчетов и построения зависимостей удобнее использовать коэффициент распределения суммарной силы тяги трактора по ведущим мостам:

$$\xi = F_{к2}/F_к.$$

Коэффициент ξ изменяется в узких пределах: от нуля (машина типа 4К2 с передним ведущим мостом) и до единицы (машина типа 4К2 с задним ведущим мостом). Связь между силовым передаточным числом межосевого дифференциала и коэффициентом распределения силы тяги трактора определяется формулами:

$$\xi = \frac{i_д}{1 + i_д}; \qquad i_д = \frac{\xi}{1 - \xi}.$$

Зная суммарную силу тяги трактора и коэффициент ее распределения, можно определить тяговое усилие ведущих мостов:

$$F_{к1} = (1 - \xi) F_к; \qquad F_{к2} = \xi F_к. \tag{5.19}$$

Схема привода ведущих колес моста при повороте трактора также влияет на распределение тягового усилия, развиваемого мостом, между наружным $F_{кiн}$ и внутренним $F_{кiв}$ колесами. При установке в мостах простых конических дифференциалов тяговое усилие моста распределяется по колесам практически поровну, т. е. $F_{кiн} = F_{кiв}$. В ведущих мостах некоторых тракторов установлены самоблокирующиеся дифференциалы (МТЗ-82/52, К-700/701) и автоматическая блокировка межколесного дифференциала заднего моста (МТЗ-82). В этих случаях колеса моста при криволинейном движении трактора вращаются некоторое время с одинаковой угловой скоростью и проходят разные пути. Это приводит, как и при блокированном межосевом приводе, к перераспределению тягового усилия моста по его колесам. Из кинематики поворота (см. рис. 5.4)

$$\frac{R_{iн}}{R_{iв}} = \frac{v_{iн}}{v_{iв}} = \frac{(R + 0{,}5B_i)\cos(\alpha_{iв} \mp \varphi_{ув\,i\,в})}{(R - 0{,}5B_i)\cos(\alpha_{iн} \mp \varphi_{ув\,i\,н})} = \frac{a_2}{a_1},$$

или, учитывая зависимость радиуса качения колеса от развиваемого тягового усилия [см. выражение (5.14)], находим

$$\frac{r_{piн} - \lambda_{iн} F_{кiн}}{r_{piв} - \lambda_{iв} F_{кiв}} = \frac{a_2}{a_1}. \tag{5.20}$$

Сила тяги ведущего моста равна векторной сумме касательных усилий на наружном и внутреннем колесах:

$$F_{кi} = F_{кiн}\cos(\alpha_i - \alpha_{iн}) + F_{кiв}\cos(\alpha_{iв} - \alpha_i),$$

где α_i — средний угол поворота управляемых колес i-го моста.

Однако разница углов поворота, являющаяся аргументом косинуса, даже при минимальных радиусах поворота составляет примерно 5°. Поэтому с погрешностью до 1 % можно принять

$\cos(\alpha_i - \alpha_{i\text{н}}) = \cos(\alpha_{i\text{в}} - \alpha_i) = 1$, и выражение для тягового усилия моста примет вид

$$F_{\text{к}i} = F_{\text{к}i\text{н}} + F_{\text{к}i\text{в}}.$$

Откуда определим, например, тяговое усилие наружного колеса

$$F_{\text{к}i\text{н}} = F_{\text{к}i} - F_{\text{к}i\text{в}}.$$

Подставив это значение тягового усилия наружного колеса в уравнение (5.20), определим тяговое усилие внутреннего колеса при криволинейном движении трактора с заблокированным межколесным дифференциалом:

$$F_{\text{к}i\text{в}} = \frac{\lambda_{i\text{н}} F_{\text{к}i} a_1 + r_{\text{р}i}(a_2 - a_1)}{\lambda_{i\text{н}} a_1 + \lambda_{i\text{в}} a_2}.$$

Аналогично определяем тяговое усилие наружного колеса моста

$$F_{\text{к}i\text{н}} = \frac{\lambda_{i\text{в}} F_{\text{к}i} a_2 + r_{\text{р}i}(a_1 - a_2)}{\lambda_{i\text{н}} a_1 + \lambda_{i\text{в}} a_2}.$$

Так как в последней формуле первый член в скобках меньше второго, выражение в них будет иметь отрицательное значение. Поэтому можно сделать вывод о том, что с уменьшением радиуса поворота трактора (увеличением угла поворота управляемых колес) тяговое усилие наружного колеса моста с блокированным межколесным дифференциалом уменьшается и при некотором значении радиуса поворота становится равным нулю. При дальнейшем уменьшении радиуса поворота трактора это тяговое усилие будет отрицательным. В результате перераспределения тягового усилия по колесам при криволинейном движении трактора возникает дополнительный момент сопротивления повороту

$$M_{\text{с.д}} = 0{,}5 B_i (F_{\text{к}i\text{в}} - F_{\text{к}i\text{н}}). \qquad (5.21)$$

Этот фактор влечет за собой увеличение радиуса поворота, а следовательно, ухудшение поворачиваемости трактора. Когда на наружном колесе моста при повороте появляется отрицательная сила, момент сопротивления повороту моста с заблокированным дифференциалом значительно увеличивается.

После выключения автоматической блокировки дифференциала последний начинает работать как простой конический дифференциал, выравнивая тяговые усилия ведущих колес моста. При этом исчезает и дополнительный момент сопротивления повороту трактора $M_{\text{с.д}} = 0$. Поворачиваемость трактора улучшается. Поворачиваемость улучшается также после срабатывания самоблокирующегося межколесного дифференциала, но в меньшей степени, чем после выключения автоблокировки, так как в этом случае тяговые усилия ведущих колес остаются не равными. В результате этого сохраняется некоторое значение дополнительного момента сопротивления повороту. Определим этот момент.

Блокирующие свойства самоблокирующегося дифференциала характеризуются коэффициентом блокировки

$$k_б = \frac{M_в}{M_н} = \frac{F_{к.\,в} r_д}{F_{к.\,н} r_д} = \frac{F_{к.\,в}}{F_{к.\,н}}. \qquad (5.22)$$

После срабатывания дифференциала с учетом выражения (5.22) тяговые усилия на колесах моста:

наружное колесо

$$F_{кiн} = \frac{F_{кi} \cos(\alpha_i \mp \varphi_{ув\,i})}{k_б \cos(\alpha_{iв} \mp \varphi_{ув\,i\,в}) + \cos(\alpha_{iн} \mp \varphi_{ув\,i\,н})};$$

внутреннее колесо

$$F_{кiв} = \frac{k_б F_{кi} \cos(\alpha_i \mp \varphi_{ув\,i})}{k_б \cos(\alpha_{iв} \mp \varphi_{ув\,i\,в}) + \cos(\alpha_{iн} \mp \varphi_{ув\,i\,н})}.$$

Тогда дополнительный момент сопротивления повороту после срабатывания самоблокирующегося межколесного дифференциала

$$M_{с.\,д} = 0{,}5 B_i F_{нi} \frac{(k_б - 1)\cos(\alpha_i \mp \varphi_{ув\,i})}{k_б \cos(\alpha_{iв} \mp \varphi_{ув\,i\,в}) + \cos(\alpha_{iн} \mp \varphi_{ув\,i\,н})},$$

т. е. чем больше коэффициент блокировки дифференциала и тяговое усилие моста, тем больше разница в тяговых усилиях ведущих колес моста при повороте трактора и больше дополнительный момент сопротивления повороту после срабатывания самоблокирующегося дифференциала.

Распределение тягового усилия по ведущим мостам и колесам трактора с шарнирной рамой определяют по тем же формулам, что и для трактора с управляемыми колесами, принимая колеса мостов неповоротными, т. е. $\alpha_{iв} = 0$ и $\alpha_{iн} = 0$.

Таким образом, на поворачиваемость трактора существенное влияние оказывает значение и характер распределения тягового усилия между ведущими колесами, т. е. схема трансмиссии. При дифференциальном межосевом и межколесном приводах распределение тягового усилия постоянно и зависит только от схемы дифференциала. При блокированном межосевом и межколесном приводах распределение тягового усилия переменно и зависит от кинематики поворота.

Распределение силы тяги по ведущим мостам и колесам следующим образом влияет на поворачиваемость трактора.

1. Тяговые усилия ведущих колес изменяют коэффициенты сопротивления уводу. В зависимости от значения и направления действия касательных усилий на колесах изменяется соотношение между углами увода колес и, следовательно, характер траектории движения и поворачиваемость трактора.

2. Блокирование межколесного дифференциала приводит к перераспределению при криволинейном движении тягового усилия между внутренним и наружным колесами моста, в результате чего возникает дополнительный момент сопротивления повороту, от которого зависят параметры траектории движения и поворачиваемость трактора.

3. Касательные силы, действующие на управляемые колеса, вызывают боковые составляющие, влияющие на параметры траектории движения и поворачиваемость трактора.

5.5. СТАТИЧЕСКАЯ ПОВОРАЧИВАЕМОСТЬ КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА

Статическая поворачиваемость — свойство трактора, движущегося по окружности с закрепленным рулем, изменять кривизну траектории в зависимости от скорости движения. Для получения характеристик статической поворачиваемости рассмотрим движение плоской одномассовой модели трактора со всеми управляемыми колесами по кругу с постоянной угловой скоростью $\omega = \text{const}$, $\dot{\omega} = 0$, передние и задние колеса которого повернуты на средние углы α_1 и α_2 (см. рис. 5.4). С трактором жестко свяжем подвижную систему координат xCy, начало которой поместим в центре масс агрегата. Ось x совместим с продольной осью трактора, а ее положительное направление направим в сторону движения. В режиме поворота на трактор действуют тяговые усилия ведущих мостов $F_{кi}$, силы сопротивления движению $F_{спр\,i}$, боковые силы $F_{бi}$ и сила инерции. Повороту трактора препятствует суммарный момент сопротивления повороту:

$$M_{с.\,с} = \sum_{i=1}^{n} M_{ск\,i} + \sum_{i=1}^{2} M_{с.\,д\,i}.$$

Направление действия нагрузки на крюке при повороте составляет с продольной осью трактора угол γ.

Напишем уравнения движения трактора относительно подвижной системы координат xCy:

$$\begin{aligned} ma_{Cx} &= (F_{к1} - F_{спр\,1})\cos\alpha_1 + (F_{к2} - F_{спр\,2})\cos\alpha_2 - F_{б1}\sin\alpha_1 + \\ &\quad + F_{б2}\sin\alpha_2 - F_{кр}\cos\gamma; \\ ma_{Cy} &= -(F_{к1} - F_{спр\,1})\sin\alpha_1 + (F_{к2} - F_{спр\,2})\sin\alpha_2 - \\ &\quad - F_{б1}\cos\alpha_1 - F_{б2}\cos\alpha_2 - F_{кр}\sin\gamma; \\ 0 &= a(F_{к1} - F_{спр\,1})\sin\alpha_1 + b(F_{к2} - F_{спр\,2})\sin\alpha_2 + \\ &\quad + aF_{б1}\cos\alpha_1 - bF_{б2}\cos\alpha_2 - (l_{кр} + b)F_{кр}\sin\gamma - M_{с.\,с}. \end{aligned} \tag{5.23}$$

Индекс 1 относится к силам и моментам, действующим на передний мост, индекс 2 — на задний мост.

В системе уравнений (5.23) имеются четыре неизвестных, которым соответствуют три уравнения. Следовательно, полученная система уравнений (5.23) является неопределимой. Однако ранее были выведены зависимости, связывающие тяговые усилия ведущих мостов и колес при дифференциальном и блокированном приводах. Используя эти зависимости, выразим неизвестные тяговые усилия ведущих мостов через одну неизвестную — сум-

марную силу тяги трактора $F_к$. При заданной скорости движения ускорения a_{cx} и a_{cy}, направленные вдоль осей координат, известны, и их определяют по формулам (5.11).

Тогда система уравнений (5.23) для дифференциального межосевого привода примет вид:

$$\begin{aligned} a_{д1}F_к + b_1F_{б1} + c_1F_{б2} &= d_{д1};\\ a_{д2}F_к + b_2F_{б1} + c_2F_{б2} &= d_{д2};\\ a_{д3}F_к + b_3F_{б1} + c_3F_{б2} &= d_{д3}, \end{aligned} \qquad (5.24)$$

где

$$a_{д1} = (1-\xi)\cos\alpha_1 + \xi\cos\alpha_2; \qquad a_{д2} = (1-\xi)\sin\alpha_1 - \xi\sin\alpha_2;$$

$$a_{д3} = a\,(1-\xi)\sin\alpha_1 + b\xi\sin\alpha_2; \quad b_1 = -\sin\alpha_1; \quad b_2 = \cos\alpha_1;$$

$$b_3 = a\cos\alpha_1; \quad c_1 = \sin\alpha_2; \quad c_2 = \cos\alpha_2; \quad c_3 = b\cos\alpha_2;$$

$$d_{д1} = F_{спр1}\cos\alpha_1 + F_{спр2}\cos\alpha_2 + F_{кр}\cos\gamma + ma_{cx};$$

$$d_{д2} = F_{спр1}\sin\alpha_1 - F_{спр2}\sin\alpha_2 - F_{кр}\sin\gamma + ma_{cy};$$

$$d_{д3} = aF_{спр1}\sin\alpha_1 + bF_{спр2}\sin\alpha_2 + (l_{кр}+b)F_{кр}\sin\gamma + M_{с.с}.$$

Для блокированного межосевого привода исходную систему уравнений (5.23) представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} a_{б1}F_к + b_1F_{б1} + c_1F_{б2} &= d_{б1};\\ a_{б2}F_к + b_2F_{б1} + c_2F_{б2} &= d_{б2};\\ a_{б3}F_к + b_3F_{б1} + c_3F_{б2} &= d_{б3}, \end{aligned} \qquad (5.25)$$

где

$$a_{б1} = e_2\,(i_1\lambda_2 + i_2\lambda_1)/e_0; \qquad e_0 = i_2\lambda_1\cos\alpha_1 + i_1\lambda_2\cos\alpha_2;$$

$$e_1 = \cos\alpha_1\cos\alpha_2; \qquad a_{б2} = (i_1\lambda_2e_2 - i_2\lambda_1e_3)/e_0; \qquad e_2 = \sin\alpha_1\cos\alpha_2;$$

$$e_3 = \sin\alpha_2\cos\alpha_2; \qquad a_{б3} = (ai_1e_2 + bi_2\lambda_1e_3)/e_0;$$

$$d_{б1} = d_{д1} + [(i_1r_{д2} + i_2r_{д1})e_1 - i_2r_{д1}\cos\alpha_1 - i_2r_{д2}\cos^2\alpha_2]/e_0;$$

$$d_{б2} = d_{д2} + [i_1r_{д2}(e_2 + e_4) + i_2r_{д1}(e_3 - e_5)]/e_0;$$

$$e_4 = \sin\alpha_2\cos\alpha_2;$$

$$d_{б3} = d_{д3} + [i_1r_{д2}(ae_2 - be_4) + i_2r_{д1}(be_3 - ae_5)]/e_0;$$

$$e_5 = \sin\alpha_1\cos\alpha_1.$$

С помощью системы уравнений (5.24) и (5.25) можно оценить статическую поворачиваемость полноприводных колесных тракторов, имеющих схему поворота с управляемыми колесами и «ломающейся» рамой при различных схемах привода ведущих колес. При применении автоматически отключаемого переднего моста характеристики статической поворачиваемости такого трактора определяют из решения системы (5.25) до тех пор, пока управляемые колеса повернуты на угол, меньший угла, при котором передний мост отключается. При бо́льших углах поворота

управляемых колес (передний мост отключен) характеристики статической поворачиваемости трактора определяют из решения системы уравнений (5.24), принимая $\xi = 1$.

Характеристики статической поворачиваемости тракторов типа 4К2 с задним или передним ведущим мостом получают из системы уравнений (5.24), принимая $\xi = 1$ и $\xi = 0$ для тракторов соответственно с задним и передним ведущими мостами.

Следует отметить, что в системах уравнений (5.24) и (5.25) не учтено изменение коэффициента сопротивления уводу мостов от действия различных эксплуатационных факторов. Поэтому исследование статической поворачиваемости каждого конкретного или проектируемого трактора должно проводиться методом последовательного приближения следующим образом.

Для выбранных углов поворота управляемых колес и скорости движения трактора рассчитывают радиус поворота и ускорения центра масс без учета углов увода. После решения системы уравнений получаем значения суммарной силы тяги трактора, боковых сил, действующих на передний и задний мосты. В зависимости от схемы межосевого привода определяем тяговые усилия переднего и заднего мостов по найденному значению суммарной силы тяги трактора.

Зная силы, действующие на колеса ведущих мостов, рассчитыв. ют поправочные коэффициенты и корректируют коэффициент сопротивления уводу переднего и заднего мостов. Углы увода мостов

$$\varphi_{\text{ув}\,i} = F_{\text{б}i}/k_{\text{ув}\,i}.$$

После определения углов увода переднего и заднего мостов рассчитывают радиус поворота трактора при выбранных углах поворота управляемых колес и ускорения центра масс трактора, с учетом значений которых повторно решают исходную систему уравнений.

Процесс корректирования коэффициентов сопротивления уводу мостов, определения новых значений углов увода мостов по значениям боковых сил и ускорений центра масс трактора по скорректированному радиусу поворота повторяется до тех пор, пока разница значений радиусов поворота трактора, полученных в предыдущем и последующем расчетах, не будет меньше выбранной для расчета. Обычно достаточно трех — пяти повторений процесса.

Результаты расчета статической поворачиваемости тракторов с различной схемой привода ведущих колес показывают, что меньший радиус поворота имеет трактор типа 4К2 с передним ведущим и управляемым мостом, в котором установлен простой межколесный дифференциал. Трактор типа 4К4, в трансмиссии которого установлены межосевой и межколесные дифференциалы, поворачивается с меньшим радиусом поворота, чем трактор типа 4К4 с блокированным межосевым приводом (межколесный при-

вод — дифференциальный), так как при криволинейном движении тяговое усилие переднего моста у последнего меньше, чем у первого, во всем диапазоне углов поворота управляемых колес. До тех пор пока тяговое усилие переднего моста трактора типа 4К4 с блокированным межосевым приводом положительно, его радиус поворота меньше, чем радиус поворота трактора типа 4К2 с задним ведущим мостом. Блокирование межколесных дифференциалов существенно увеличивает радиус поворота тракторов с дифференциальным и блокированным межосевыми приводами.

5.6. ДИНАМИЧЕСКАЯ ПОВОРАЧИВАЕМОСТЬ КОЛЕСНОГО ТРАКТОРА

Динамическая поворачиваемость — свойство трактора изменять кривизну траектории в соответствии с поворотом руля и изменением скорости движения. Для изучения динамической поворачиваемости колесного трактора воспользуемся расчетной схемой, представленной на рис. 5.4. Под действием тягового усилия переднего $F_{к1}$ и заднего $F_{к2}$ мостов при наличии сил $F_{б1}$, $F_{б2}$, $F_{спр1}$, $F_{спр2}$, $F_{кр}$ и момента сопротивления повороту $M_{с.с}$ центр масс трактора движется в направлении его скорости $v_с$, составляющей при повороте с продольной осью трактора угол $\alpha_с$.

Движение трактора будем рассматривать в неподвижной системе координат XOY, связанной с землей. Это позволит построить траекторию криволинейного движения трактора, если известны составляющие перемещения центра масс вдоль осей неподвижной системы координат XOY и угол β между продольной осью трактора и осью абсцисс неподвижной системы координат.

Для составления динамических уравнений движения трактора по ровной горизонтальной поверхности с однородным фоном воспользуемся принципом Д'Аламбера

$$\begin{aligned}
m\ddot{x}_с &= (F_{к1} - F_{спр\,1})\cos(\beta + \alpha_1) + (F_{к2} - F_{спр\,2})\cos(\beta - \alpha_2) - \\
&\quad - F_{б1}\sin(\beta + \alpha_1) + F_{б2}\sin(\beta - \alpha_2) - F_{кр}\cos(\beta - \gamma);\\
m\ddot{y}_с &= -(F_{к1} - F_{спр\,1})\sin(\beta + \alpha_1) + (F_{к2} - F_{спр\,2})\sin(\beta - \alpha_2) - \\
&\quad - F_{б1}\cos(\beta + \alpha_1) - F_{б2}\cos(\beta - \alpha_2) - F_{нр}\sin(\beta - \gamma);\\
J_z\ddot{\beta} &= a(F_{к1} - F_{спр\,1})\sin\alpha_1 + b(F_{к2} - F_{спр\,2})\sin\alpha_2 + aF_{б1}\cos\alpha_1 - \\
&\quad - bF_{б2}\cos\alpha_2 - (l_{кр} + b)F_{кр}\sin\gamma - M_{с.с}.
\end{aligned} \qquad (5.26)$$

Начальные условия ($t = 0$): $x_с = x_0$; $y_с = y_0$; $\beta = \beta_0$; $\dot{x}_с = \dot{x}_0$; $\dot{y}_с = \dot{y}_0$ и $\dot{\beta} = \dot{\beta}_0$.

Три уравнения исходной системы (5.26) содержат следующие неизвестные: ускорение $\ddot{x}_с$, направленное вдоль оси x; ускорение $\ddot{y}_с$ — вдоль оси y; угловое ускорение $\ddot{\beta}$; тяговые усилия ведущих мостов $F_{к1}$ и $F_{к2}$; боковые силы, действующие на передний $F_{б1}$ и задний $F_{б2}$ мосты. Таким образом, система исходных динамических уравнений (5.26) является неопределимой.

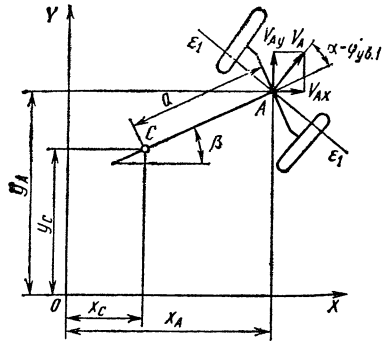


Рис. 5.5. Схема для определения угла увода переднего моста

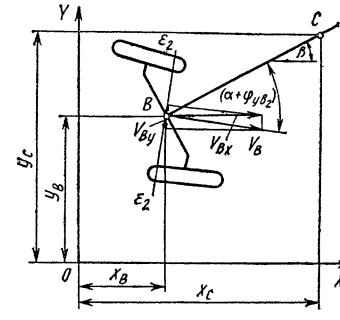


Рис. 5.6. Схема для определения угла увода заднего моста

Чтобы исключить из системы (5.26) боковые силы, действующие на мосты, выразим их через коэффициенты сопротивления боковому уводу $k_{ув}$ и углы увода $\varphi_{ув}$ мостов:

$$F_{бi} = k_{ув\,i}\varphi_{ув\,i}. \qquad (5.27)$$

Коэффициенты сопротивления уводу могут быть определены экспериментальным или расчетным путем. Поправки для уточнения коэффициентов сопротивления уводу мостов при действии силы тяги β_F, изменении вертикальной нагрузки β_G и угла увода β_φ определяют по формулам (2.61). Углы увода мостов определим из уравнений кинематических связей, составленных для переднего и заднего мостов.

Уравнения кинематических связей для мостов составим из условия отсутствия бокового скольжения колес соответствующего моста в направлении, нормальном к абсолютной скорости движения его середины. Эти уравнения позволят уменьшить на два (по числу боковых сил) число неизвестных в исходной системе уравнений (5.26).

Рассмотрим движение точки A — середины переднего моста (рис. 5.5). Передний мост перемещается в направлении оси абсцисс неподвижной системы координат со скоростью v_{Ax}, в направлении оси ординат — со скоростью v_{Ay}. Абсолютная скорость v_A точки A составляет с осью абсцисс угол $(\alpha_1 - \varphi_{ув.\,1}) + \beta$ и в соответствии с наложенными неголономными связями не должна перемещаться в направлении $\varepsilon_1 - \varepsilon_1$, нормальном к скорости v_A. Обозначим $v_{Ax} = \dot{x}_A$ и $v_{Ay} = \dot{y}_A$ и спроектируем составляющие скорости центра переднего моста $\dot{x}_A$ и $\dot{y}_A$ на направление $\varepsilon_1 - \varepsilon_1$; получим

$$\dot{x}_A \cos[90° - (\alpha_1 - \varphi_{ув\,1}) - \beta] - \dot{y}_A \cos[(\alpha_1 - \varphi_{ув\,1}) + \beta] = 0$$

или

$$\dot{x}_A \sin[(\alpha_1 - \varphi_{ув\,1}) + \beta] - \dot{y}_A \cos[(\alpha_1 - \varphi_{ув\,1}) + \beta] = 0.$$

Выразим координаты центра моста через координаты центра масс трактора:

$$x_A = x_C + a\cos\beta;$$
$$y_A = y_C + a\sin\beta. \qquad (5.28)$$

Дифференцируя эти выражения по времени, найдем составляющие скорости переднего моста, выраженные через скорость центра масс трактора в проекциях на неподвижные оси координат:

$$\dot{x}_A = \dot{x}_C - a\dot{\beta}\sin\beta;$$
$$\dot{y}_A = \dot{y}_C + a\dot{\beta}\cos\beta. \qquad (5.29)$$

Подставив уравнения (5.29) в выражение (5.28), получим уравнение кинематической связи для переднего моста:

$$\dot{x}_C\sin[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})] - a\dot{\beta}\sin\beta\sin[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})] -$$
$$- \dot{y}_C\cos[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})] - a\dot{\beta}\cos\beta\cos[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})] = 0. \qquad (5.30)$$

Преобразуем тригонометрические функции, входящие в это выражение, учитывая, что ввиду малости углов увода можно принять $\sin\varphi_{\text{ув. }1} \approx \varphi_{\text{ув. }1}$ и $\cos\varphi_{\text{ув. }1} \approx 1$; получаем

$$\sin[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{\text{ув. }1})] = \sin(\beta + \alpha_1) - \varphi_{\text{ув }1}\cos(\beta + \alpha_1);$$
$$\cos[\beta + (\alpha_1 - \varphi_{\text{ув }1})] = \cos(\beta + \alpha_1) + \varphi_{\text{ув }1}\sin(\beta + \alpha_1).$$

Подставив эти значения в уравнение кинематической связи для переднего моста (5.30), имеем

$$\dot{x}_C\sin(\beta + \alpha_1) - \dot{x}_C\varphi_{\text{ув }1}\cos(\beta + \alpha_1) - \dot{y}_C\cos(\beta + \alpha_1) +$$
$$+ \dot{y}_C\varphi_{\text{ув }1}\sin(\beta + \alpha_1) - a\dot{\beta}\cos(\beta + \alpha_1) - a\dot{\beta}\varphi_{\text{ув }1}\sin(\beta + \alpha_1) = 0.$$

Откуда после некоторых преобразований находим угол увода переднего моста, выраженный через обобщенные координаты:

$$\varphi_{\text{ув }1} = \frac{\dot{x}_C\sin(\beta + \alpha_1) - \dot{y}_C\cos(\beta + \alpha_1) - a\dot{\beta}\cos(\beta + \alpha_1)}{\dot{x}_C\cos(\beta + \alpha_1) + \dot{y}_C\sin(\beta + \alpha_1) + a\dot{\beta}\sin(\beta + \alpha_1)}. \qquad (5.31)$$

Аналогично находим угол увода точки B — середины заднего моста (рис. 5.6). Чтобы составить уравнение кинематической связи заднего моста, спроектируем составляющие скорости v_B заднего моста на направление $\varepsilon_2 - \nu_2$. Введем обозначения $v_{Bx} = \dot{x}_B$ и $v_{By} = \dot{y}_B$:

$$\dot{x}_B\cos[90^\circ - \beta + (\alpha_2 + \varphi_{\text{ув }2})] - \dot{y}_B\cos[\beta - (\alpha_2 + \varphi_{\text{ув }2})] = 0$$

или

$$\dot{x}_B\sin[\beta - (\alpha_2 + \varphi_{\text{ув }2})] - \dot{y}_B\cos[\beta - (\alpha_2 + \varphi_{\text{ув }2})] = 0. \qquad (5.32)$$

Выразим координаты середины заднего моста через координаты центра масс трактора

$$x_B = x_C - b\cos\beta;$$
$$y_B = y_C - b\sin\beta.$$

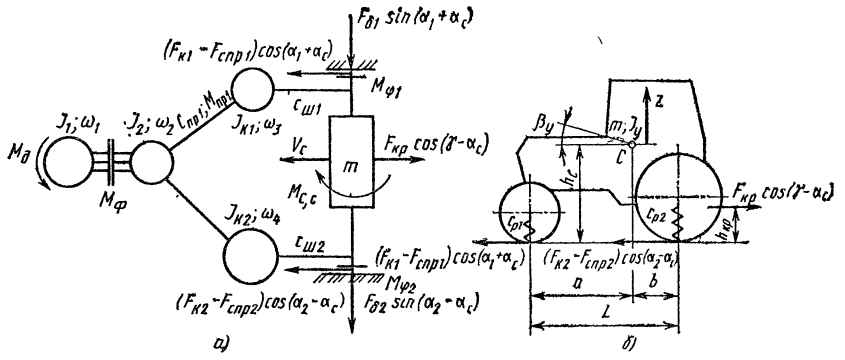


Рис. 5.7. Динамическая модель полноприводного трактора и схема сил, действующих на трактор

Дифференцируя эти выражения по времени, определяем скорость заднего моста в проекциях на оси координат, выраженные через скорость центра масс трактора:

$$\dot{x}_B = \dot{x}_C + b\dot{\beta}\sin\beta;$$
$$\dot{y}_B = \dot{y}_C - b\dot{\beta}\cos\beta. \qquad (5.33)$$

Подставляя уравнения (5.33) в выражение (5.32), после преобразований с учетом допущения $\sin\varphi_{ув\,2} = \varphi_{ув\,2}$, $\cos\varphi_{ув\,2} \approx 1$. Найдем угол увода заднего моста:

$$\varphi_{ув\,2} = \frac{\dot{x}_C\sin(\beta-\alpha_2) - \dot{y}_C\cos(\beta-\alpha_2) + b\dot{\beta}\cos(\beta-\alpha_2)}{\dot{x}_C\cos(\beta-\alpha_2) + \dot{y}_C\sin(\beta-\alpha_2) + b\dot{\beta}\sin(\beta-\alpha_2)}. \qquad (5.34)$$

Следовательно, неизвестные боковые силы, действующие на мосты при криволинейном движении трактора и входящие в исходную систему уравнений (5.26), выразили через обобщенные скорости $\dot{x}_C$, $\dot{y}_C$ и $\dot{\beta}$.

Для определения тяговых усилий, развиваемых ведущими мостами, составим динамическую систему полноприводного трактора (рис. 5.7). С учетом перераспределения весовой нагрузки под действием усилия на крюке уравнения, описывающие движения элементов этой динамической системы при буксовании сцепления, имеют вид:

$$J_1\dot{\omega}_1 = M_{дв} - M_{ф}; \qquad J_2\dot{\omega}_2 = M_{ф} - (M_{пр\,1} + M_{пр\,2});$$
$$\dot{M}_{пр\,1} = C_{пр\,1}(\omega_2 - \omega_3); \qquad \dot{M}_{пр\,2} = C_{пр\,2}(\omega_2 - \omega_4);$$
$$J_{к1}\dot{\omega}_3 = M_{пр\,1} - F_{к1}r_{д1}/i_1;$$
$$J_{к2}\dot{\omega}_4 = M_{пр\,2} - F_{к2}r_{д2}/i_2;$$
$$J_y\ddot{\beta}_y = z(C_{p2}b - C_{p1}a) + \beta_y(C_{p2}b^2 + C_{p1}a^2) + [(F_{к1} - F_{сопр\,1})\cos\alpha_1 +$$
$$+ (F_{к2} - F_{сопр\,2})\cos\alpha_2]h_C - (h_C - h_{кр})F_{кр}\cos\gamma; \qquad (5.35)$$
$$m\ddot{z} = -z(C_{p1} + C_{p2}) + \beta_y(C_{p2}b - C_{p1}a).$$

Начальные условия ($t = 0$): $\omega_1 = \omega_x$; $\omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = 0$; $M_д = M_ф = 0$;

$M_{пр\,1} = M_{пр\,2} = 0$; $F_{к1} = F_{к2} = 0$; $\beta = 0$; $\dot{\beta} = 0$; $z = 0$; $\dot{z} = 0$.

Крутящий момент двигателя на регуляторной и внешней ветвях характеристики определяется в зависимости от угловой скорости коленчатого вала:

$$M_д = M_{д.\,н}\frac{\omega_x - \omega_1}{\omega_x - \omega_н};$$

$$M_д = M_{д\,max}\left[1 + \frac{\omega_1}{\omega_м} - \left(\frac{\omega_1}{\omega_м}\right)^{\frac{M_{д\,max}}{M_{д.\,н}}}\right],$$

где $M_{д.\,max}$ и $M_{д.\,н}$ — максимальный и номинальный крутящие моменты двигателя; ω_1, $\omega_н$, ω_x и $\omega_м$ — соответственно текущая, номинальная, максимальная и при максимальном моменте двигателя угловые скорости коленчатого вала.

Касательные силы тяги ведущих мостов вычисляют по формуле (2.36) с учетом коэффициента буксования колес ведущего моста:

$$\delta_i = \frac{v_{кi} - v_{дi}}{v_{кi}},$$

где $v_{кi} = \omega_{кi} r_{дi}$ и $v_{дi}$ — соответственно теоретическая и действительная скорости колес моста.

Вертикальная реакция грунта на колесах переднего и заднего мостов

$$\begin{aligned} R_{z1} &= G_1 - C_{p1}(\beta_y a + z); \\ R_{z2} &= G_2 - C_{p2}(\beta_y b - z), \end{aligned} \qquad (5.36)$$

где G_1 и G_2 — вес (в статике), действующий на колеса переднего и заднего мостов.

Момент трения, развиваемый в сцеплении при его включении,

$$M_ф = M_{ф\,max}(1 - e^{-kt}),$$

где $M_{ф\,max}$ — максимальный момент трения в сцеплении; $k = 5/t_{вкл}$ — коэффициент, зависящий от времени включения сцепления $t_{вкл}$.

В процессе разгона трактора сцепление может находиться в состоянии буксования ($\omega_1 \neq \omega_2$) или во включенном состоянии ($\omega_1 = \omega_2$). В первом случае процесс разгона описывается системой уравнений (5.35), во втором случае объединяются два первые уравнения системы, а остальные уравнения остаются без изменения.

Взяв систему уравнений (5.26) и дописав к ней систему уравнений (5.35) с учетом выражений (5.27), (5.31), (5.34), получаем исходную систему уравнений, которая описывает криволинейное движение полноприводного трактора с учетом характеристик двигателя, трансмиссии, шин и грунта. Задаваясь законами изменения углов поворота управляемых колес α_1 и α_2, а также изменением угла отклонения действия тяговой нагрузки γ и решая полученную таким образом систему уравнений, находим параметры, характеризующие управляемость и поворачиваемость ко-

лесного трактора. Для исследования криволинейного движения трактора типа 4К2 только с задним или передним ведущим мостом в исходной системе уравнений принимается равной нулю соответствующая крутильная жесткость привода: при $C_{\text{пр }1} = 0$ будет трактор с задним ведущим мостом, при $C_{\text{пр }2} = 0$ — с передним ведущим мостом.

Для исследования динамической поворачиваемости трактора с шарнирной рамой используют те же уравнения, что и для колесного трактора с управляемыми колесами, в которых углы поворота управляемых колес заменяют на углы поворота мостов. База трактора становится переменной и зависит от угла относительного поворота полурам, изменением которого задаются.

Таким образом, для исследования неустановившегося криволинейного движения колесного трактора к трем уравнениям динамики дописывают уравнения кинематических связей по числу, равному числу неизвестных боковых сил. Из кинематических уравнений через обобщенные координаты определяют углы увода середин мостов или при более точных исследованиях углы увода всех колес. Входящие в уравнения коэффициенты сопротивления боковому уводу и моменты сопротивления повороту колес являются функциями углов увода, касательных и вертикальных реакций колес. Тяговые усилия ведущих мостов определяют с учетом их буксования, которое находится из совместного решения динамических уравнений и уравнений, описывающих работу двигателя и трансмиссии.

5.7. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МНОГОЗВЕННОГО МАШИННО-ТРАКТОРНОГО АГРЕГАТА

Принципиальная общность прямолинейного и криволинейного движения колесного и гусеничного тракторов позволяет получить общую систему дифференциальных уравнений движения, справедливую для обоих видов машин.

Изучение криволинейного движения трактора или тракторного поезда сводится к общей задаче — исследованию движения многосекционной шарнирно сочлененной машины. В качестве критерия уровня сложности таких машин берется число вертикальных шарниров. Поэтому многосекционные машины называются n-шарнирными системами.

За нуль-шарнирные системы (0Ш) принимают расчетные схемы колесных или гусеничных тракторов; за одношарнирные системы (1Ш) — шарнирно сочлененные тракторы, трактор с одноосным или седельным прицепом, машины на базе одноосного тягача с полуприцепом; за двухшарнирные системы (2Ш) — трактор с двухосным прицепом, шарнирно сочлененный трактор с одноосным или седельным прицепом и другие подобные машины. Системы 3Ш, 4Ш и др. соответствуют тракторному поезду с n числом звеньев. При такой классификации ограничения на схему

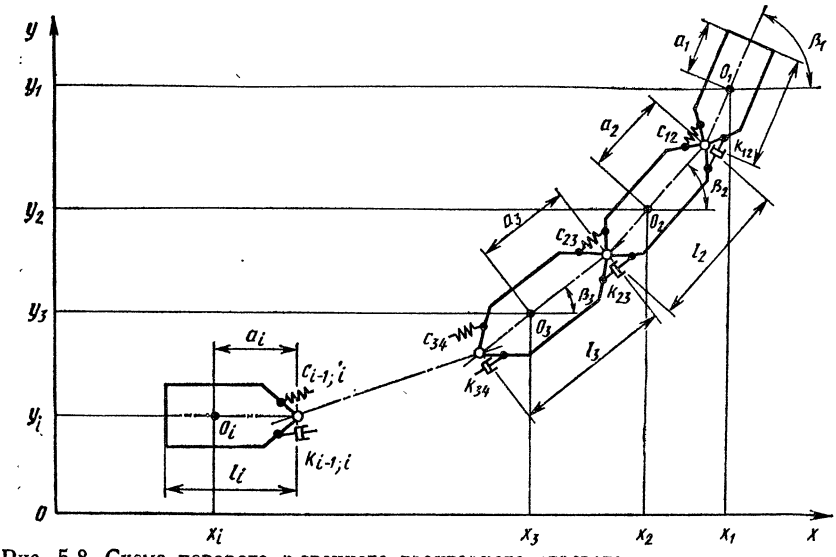


Рис. 5.8. Схема поворота n-звенного тракторного агрегата

и тип двигателя каждой секции не требуется. Системы отличаются друг от друга наличием и количеством шарниров.

Такой подход к исследованию криволинейного движения позволяет с единых позиций решать задачи, связанные с поворотом тракторных поездов с любым количеством звеньев (секций), колесных или гусеничных тракторов. Расчетная схема такого тракторного поезда с n звеньями отличается тем, что система может складываться в $(n-1)$ упругих шарнирах (рис. 5.8). Каждая секция имеет массу m_i и обладает моментом инерции J_i относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс секций — точка O_i (индекс соответствует номеру секции). Жесткость шарниров, соединяющих секции, обозначим $C_{i;\,i+1}$, а демпфирование — $k_{i;\,i+1}$; расстояние между двумя соседними осями шарниров l_i; расстояние от центра масс секций до переднего шарнира a_i.

Рассматриваемая система может перемещаться относительно координатных осей $0x$ и $0y$, а также поворачиваться относительно осей шарниров. Первоначально она была ориентирована вдоль оси $0x$, а затем в процессе поворота продольные оси секций образовывали с осью $0x$ углы β_i. Уравнения движения системы найдем в форме уравнений Лагранжа второго рода.

Кинетическую энергию многозвенного тракторного поезда определим как сумму кинетических энергий каждой секции, которые складываются из энергий поступательного и вращательного относительно переднего шарнира движений:

$$E_к = \sum_{i=1}^{n} E_{кi} = \sum_{i=1}^{n} 0{,}5\,[m_i \dot{x}_i^2 + m_i \dot{y}_i^2 + (J_i + m_i a_i^2)\,\omega_i^2],$$

где $\dot{x}_i$ и $\dot{y}_i$ — поступательные скорости центров масс секций, направленные соответственно вдоль осей $0x$ и $0y$; $\omega_i = \dot{\beta}_{i-1} - \dot{\beta}_i$ — угловая скорость поворота секции.

Перемещения центров масс i-й секции ($i = 2, 3, \ldots, n$) относительно осей координат выразим через координаты центра масс первой секции; размеры и угловые перемещения предыдущих секций

$$x_i = x_1 - (l_1 - a_1)\cos\beta_1 - a_i\cos\beta_i - \sum_{i=2}^{n-1} l_i\cos\beta_i;$$

$$y_i = y_1 - (l_1 - a_1)\sin\beta_1 - a_i\sin\beta_i - \sum_{i=2}^{n-1} l_i\sin\beta_i.$$

Дифференцируя эти выражения по времени, определим скорости движения центров масс секций относительно осей координат:

$$\dot{x}_i = \dot{x}_1 + (l_1 - a_1)\dot{\beta}_1\sin\beta_1 + a_i\dot{\beta}_i\sin\beta_i + \sum_{i=2}^{n-1} l_i\dot{\beta}_i\sin\beta_i = b_{1i};$$

$$\dot{y}_i = \dot{y}_1 - (l_1 - a_1)\dot{\beta}_1\cos\beta_1 - a_i\dot{\beta}_i\cos\beta_i - \sum_{i=2}^{n-1} l_i\dot{\beta}_i\cos\beta_i = d_{1i}.$$

С учетом этих зависимостей для скоростей выражение для кинетической энергии примет вид

$$F_к = 0{,}5m_1\dot{x}_1^2 + \sum_{i=2}^{n} 0{,}5m_i b_{1i}^2 + 0{,}5m_1\dot{y}_1^2 + \sum_{i=2}^{n} 0{,}5m_i d_{1i}^2 +$$

$$+ 0{,}5J_1\dot{\beta}_1^2 + \sum_{i=2}^{n} 0{,}5\,(J_i + m_i a_i^2)\,(\dot{\beta}_{i-1} - \dot{\beta}_i^2).$$

Напишем выражения для потенциальной энергии и диссипативной функции системы. Из расчетной схемы (см. рис. 5.8) видно, что угловые деформации пружин определяются разностью углов поворота двух соседних секций. При принятых обозначениях потенциальная энергия машины

$$E_п = \sum_{i=2}^{n} 0{,}5C_{i,\,i-1}\,(\beta_{i-1} - \beta_i)^2.$$

Угловое демпфирование определяется скоростью изменения угла между двумя соседними секциями:

$$R = \sum_{i=2}^{n} 0{,}5k_{i;\,i-1}\,(\dot{\beta}_{i-1} - \dot{\beta}_i)^2.$$

Обобщенные силы находим из принципа виртуальных перемещений:

по координате x_1

$$Q_{x1} = \sum_{i=1}^{n} F_{xi};$$

по координате y_1

$$Q_{y1} = \sum_{i=1}^{n} F_{yi};$$

по координате β_1

$$Q_{\beta 1} = M_{01} - M_{C1} + \\ + \sum_{i=2}^{n} F_{xi}\left[(l_1 - a_1)\sin\beta_1 + a_i \sin\beta_i + \sum_{j=2}^{i=1} l_j \sin\beta_j\right] - \\ - \sum_{i=2}^{n} F_{yi}\left[(l_1 - a_1)\cos\beta_1 + a_i\cos\beta_i + \sum_{j=2}^{i=1} l_j \cos\beta_j\right];$$

по координате β_i

$$Q_{\beta i} = M_{Fi} - M_{Ci} + \sum_{j=i+1}^{n}\left[F_{xj}\left(a_j \sin\beta_j + \sum_{i}^{j=1} l_i \sin\beta_i\right) - \right. \\ \left. - F_{yi}\left(a_j\cos\beta_j + \sum_{i}^{j=1} l_i\cos\beta_i\right)\right],$$

где F_x и F_y — проекции сил, действующих на i-ю секцию, соответственно на оси $0x$ и $0y$; M_{01} — момент сил, действующих на 1-ю секцию относительно ее центра масс; M_{C1} и M_{Ci} — моменты сопротивления повороту движителя соответственно 1-й и i-й секций; M_{Fi} — момент сил, действующих на i-ю секцию, относительно переднего шарнира.

Взяв соответствующие частные производные от выражений для кинетической и потенциальной энергий, диссипативной функции и учитывая выражения для обобщенных сил по соответствующим координатам, получим систему уравнений движения многозвенного тракторного поезда:

$$m_1\ddot{x}_1 + \sum_{i=2}^{n} m_i b_{2i} = \sum_{i=1}^{n} F_{xi};$$

$$m_1\ddot{y}_1 + \sum_{i=2}^{n} m_i d_{2i} = \sum_{i=1}^{n} F_{yi};$$

. . . . . .

$$\sum_{i=2}^{n} m_i b_{1i} a_i \dot{\beta}_i \cos\beta_i + \sum_{i=2}^{n} m_i b_{2i} a_i \sin\beta_i + \sum_{i=2}^{n} m_i d_{1i} a_i \dot{\beta}_i \sin\beta_i - \\ - \sum_{i=2}^{n} m_i d_{2i} a_i \cos\beta_i - (J_i + m_i a_i^2)(\ddot{\beta}_{i-1} - \ddot{\beta}_i) + \\ + (J_{i+1} + m_{i+1} a_{i+1}^2)(\ddot{\beta}_i - \ddot{\beta}_{i+1}) + \\ + \sum_{i=2}^{n} m_i (b_{1i} a_i \cos\beta_i - d_{1i} a_i \sin\beta_i)\dot{\beta}_i = \\ = M_{Fi} - M_{Ci} + \sum_{j=i+1}^{n}\left[F_{xj}\left(a_j \sin\beta_j + \sum_{i}^{j=1} l_i \sin\beta_i\right) - \right.$$

$$- F_{yj}\left(a_j \cos \beta_j + \sum_{i}^{j=1} l_i \cos \beta_i\right)\Big] -$$

$$- C_{i;\, i+1}(\beta_i - \beta_{i+1}) - k_{i;\, i+1}(\dot{\beta}_i - \dot{\beta}_{i+1}),$$

где

$$b_{2i} = \ddot{x}_1 + (l_1 - a_1)(\ddot{\beta}_1 \sin \beta_1 + \dot{\beta}_1^2 \cos \beta_1) +$$

$$+ a_i (\ddot{\beta}_i \sin \beta_i + \dot{\beta}_i^2 \cos \beta_i) + \sum_{j=2}^{n-1} l_j (\ddot{\beta}_j \sin \beta_j + \dot{\beta}_j^2 \cos \beta_j);$$

$$d_{2i} = \ddot{y}_1 - (l_1 - a_1)(\ddot{\beta}_1 \cos \beta_1 - \dot{\beta}_1^2 \sin \beta_1) - a_i (\ddot{\beta}_i \cos \beta_i - \dot{\beta}_i^2 \sin \beta_i) -$$

$$- \sum_{j=2}^{n-1} l_j (\ddot{\beta}_j \cos \beta_j - \dot{\beta}_j^2 \sin \beta_j).$$

Таким образом, полученная общая система уравнений динамики многозвенного поезда с колесным или гусеничным трактором дает возможность при заданных значениях внешних сил и моментов находить линейные и угловые скорости звеньев и их ускорения, а зная перемещения и курсовые углы секций, можно построить траекторию и коридор движения системы.

ГЛАВА 6

ПОВОРОТ ГУСЕНИЧНОГО ТРАКТОРА

6.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Современные гусеничные тракторы оборудованы механизмами поворота, принцип действия которых основан на регулировании скоростей перематывания гусениц.

Условимся гусеницу с меньшей скоростью называть отстающей и приписывать ей индекс 1, а гусеницу с большей скоростью — забегающей и приписывать ей индекс 2 (рис. 6.1).

Трактор поворачивается вокруг некоторой точки C, которую называют центром поворота. Центр поворота — мгновенный центр вращения остова трактора. По данным Ф. А. Опейко [4], центр поворота всегда лежит на линии, перпендикулярной к продольной плоскости трактора.

При повороте трактора опорная ветвь гусеницы образует с грунтом неплоскую фрикционную пару. Для упрощения явлений, происходящих при повороте, будем считать эту пару плоской. Кроме того, гусеницы при повороте пробуксовывают или проскальзывают относительно грунта. Поэтому на обеих плоскостях фрикционной пары существует единственная точка, в которой отсутствует скольжение или буксование (если плоскости не движутся поступательно друг относительно друга или находятся в покое). Положение этой точки, которую назовем *полюсом вращения гусеницы*, определяет кинематическую связь между трущимися поверхностями и действующие на них силы. При буксовании и скольжении гусениц относительно грунта полюсы вращения (рис. 6.1) C_1 и C_2 не совпадают с геометрическими центрами гусениц O_1 и O_2, а смещаются на некоторые расстояния. Проекции этих расстояний на координатные оси X и Y назовем эксцентриситетами полюсов вращения.

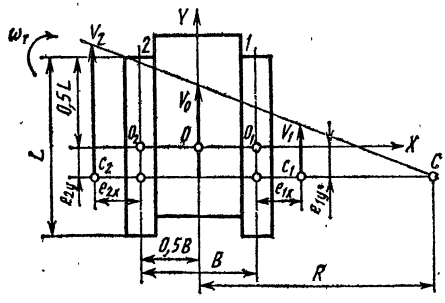


Рис. 6.1. Схема поворота гусеничного трактора

Точки C, C_1 и C_2 всегда лежат на одной прямой, перпендикулярной к продольной плоскости трактора, т. е. $e_{1y} = e_{2y} = e_y$. Эта прямая называется *линией центров поворота*.

Поворот гусеничного трактора характеризуется

также угловой скоростью $\omega_т$ и радиусом поворота R. Радиус R равен расстоянию от центра поворота до продольной плоскости симметрии трактора.

Длину опорной ветви, равную расстоянию L между осями крайних опорных катков, называют *продольной базой трактора*. Для упрощения анализа явлений, происходящих при повороте, допустим, что продольная база трактора равна длине опорной поверхности гусениц. В общем случае при движении трактора по деформируемой плоскости опорная поверхность гусеницы всегда больше продольной базы трактора (см. гл. 3).

Отношение продольной базы к поперечной L/B называют *относительной опорной базой*, которая является важным геометрическим параметром, характеризующим поворот гусеничного трактора.

6.2. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕХАНИЗМОВ ПОВОРОТА

Механизмы поворота гусеничных тракторов можно разделить на два класса. В первый класс входят механизмы поворота, у которых к ведущим колесам гусениц мощность подводится одинарным потоком. Ко второму классу относятся так называемые комбинированные механизмы, у которых мощность подводится двумя параллельными потоками.

Механизмы поворота в зависимости от конструктивного оформления делят на *фрикционные и планетарно-фрикционные*.

К первым относятся механизмы поворота, характеризующиеся тем, что мощность к ведущим колесам передается при помощи двух фрикционных муфт, в дальнейшем называемых муфтами поворота. К каждому ведущему колесу мощность подводится при помощи одной из указанных выше муфт.

К фрикционно-планетарным относятся следующие механизмы поворота: простые и двойные дифференциальные, одно- и двухступенчатые планетарные, комбинированные.

К ведущему валу заднего моста по схеме механизма с муфтами поворота мощность подводится при помощи конической передачи (рис. 6.2). На концах ведущего вала смонтированы муфты поворота, при помощи которых ведущий вал связывается с полуосями. На внешние концы полуосей посажены шестерни конечной передачи, при помощи которой полуоси связываются с ведущими колесами. Ведомые части муфт снабжены тормозами.

При прямолинейном движении трактора муфты поворота включены, а тормоза отпущены, вследствие чего угловые скорости полуосей равны.

При повороте трактора ведущие колеса вращаются с разными

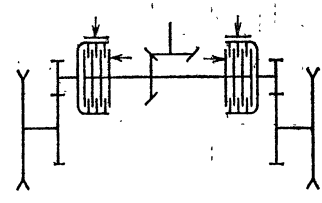


Рис. 6.2. Схема механизма поворота с муфтами

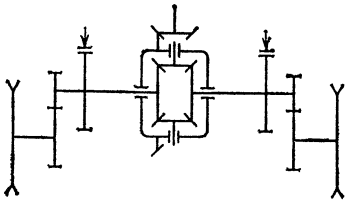


Рис. 6.3. Схема дифференциального механизма поворота

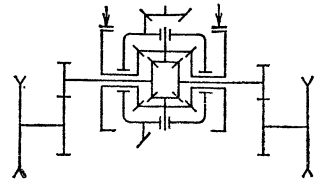


Рис. 6.4. Схема механизма поворота с двойным дифференциалом

угловыми скоростями; отстающая муфта поворота частично выключается, вследствие чего большая часть мощности передается забегающей полуоси. Для эффективности действия механизма отстающая муфта поворота полностью выключается, и ось притормаживается.

Как следует из изложенного, забегающая полуось при помощи соответствующей муфты поворота все время связана с ведущим валом. Поэтому скорость забегающей гусеницы при повороте трактора (без учета буксования) остается постоянной, если частота вращения вала двигателя не изменяется.

Наиболее крутой поворот трактора получается при полном торможении отстающей полуоси.

К коробке дифференциала по схеме дифференциального механизма поворота мощность подводится при помощи конической передачи (рис. 6.3). От дифференциала мощность передается полуосям, на внешние концы которых посажены шестерни конечной передачи; при помощи этой передачи ведущие колеса гусениц связываются с полуосями. При простом дифференциальном механизме поворота тормоза монтируют на полуосях.

При двойном дифференциальном механизме поворота тормоза установлены на ступицах шестерен, находящихся в постоянном зацеплении с добавочными сателлитами (рис. 6.4).

При прямолинейном движении трактора тормоза отпускаются, вследствие чего ведущие колеса вращаются с одинаковыми угловыми скоростями, если сопротивления движению обеих гусениц одинаковы.

Поворот трактора достигается притормаживанием отстающей полуоси (в простом дифференциальном механизме) или отстающей тормозной шестерни (в двойном дифференциальном механизме), которое вызывает понижение угловой скорости отстающей полуоси и, по известному свойству дифференциала, обусловливает повышение скорости забегающей полуоси на то же значение. Следовательно, средняя скорость трактора при повороте остается неизменной, если принять частоту вращения двигателя постоянной.

Наиболее крутой поворот трактора, снабженного простым дифференциалом, достигается полным торможением отстающей

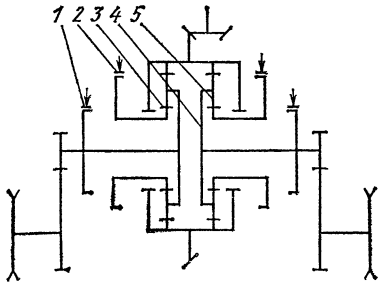


Рис. 6.5. Схема одноступенчатого планетарного механизма поворота

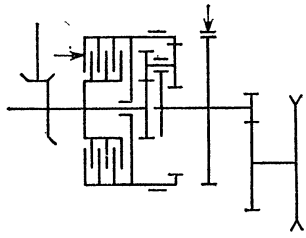


Рис. 6.6. Схема двухступенчатого планетарного механизма поворота

полуоси, а трактора, снабженного двойным дифференциалом, — полным торможением отстающей тормозной шестерни. Наименьший радиус поворота у трактора с двойным дифференциалом, как установлено ниже, больше, чем у трактора с простым.

При применении одноступенчатого планетарного механизма поворота (рис. 6.5) трактор движется прямолинейно, если тормоза *2* солнечных шестерен затянуты, а тормоза *1*, закрепленные на полуосях, отпущены. При повороте тормоз *2* отстающей гусеницы отпускается. При крутых поворотах отстающая полуось притормаживается тормозом *1*. Наиболее крутой поворот имеет место при полностью затянутом тормозе *1* отстающей полуоси. При затянутом тормозе *2* солнечной шестерни *3* забегающей гусеницы сателлиты *5* обкатываются по неподвижной солнечной шестерне, и происходит замедленное вращение водила *4*. Нетрудно убедиться, что по кинематике и динамике работа этого механизма при повороте идентична работе механизма с муфтами поворота.

Отметим, что при прямолинейном движении трактора одноступенчатые планетарные механизмы понижают угловые скорости полуосей, вследствие чего передаточное число конечной передачи снижается.

На рис. 6.6 дана схема только правой части заднего моста двухступенчатого планетарного механизма поворота, так как левая половина симметрична ей.

Прямолинейное движение трактора осуществляется двумя способами: 1) при полном включении обеих муфт и отпущенных тормозах система заднего моста вращается как одно кинематическое целое с угловой скоростью среднего ведущего вала; 2) при полном включении обеих муфт и полном торможении корпусов планетарных механизмов (тормоза на полуосях должны быть отпущены) полуоси вращаются с одинаковыми пониженными скоростями; в этом случае трактор движется прямолинейно с пониженной скоростью.

Поворот трактора также осуществляется различными методами. При крутых поворотах отстающая полуось затормаживается с помощью тормоза, затянутого на ней. Муфта и тормоз отстающего

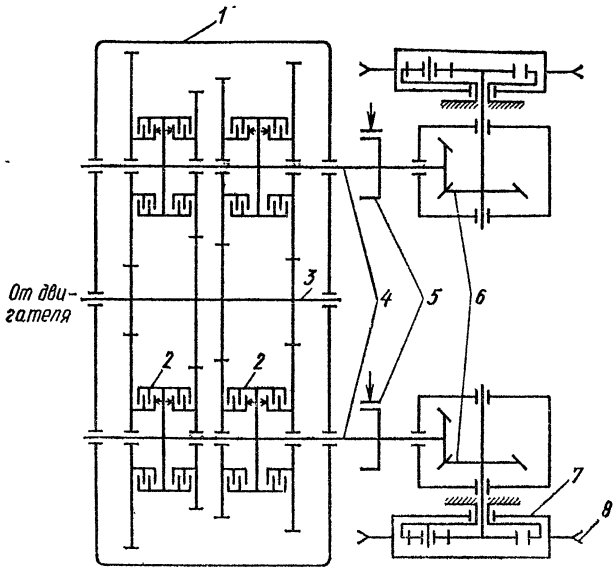


Рис. 6.7. Механизм поворота с отдельным подводом мощности на правое и левое ведущие колеса

планетарного механизма должны быть полностью отпущены. В этом случае мощность передается на забегающую гусеницу, причем передача осуществляется при двух различных передаточных числах следующими способами: 1) включением забегающей муфты при отпущенных тормозах; забегающая полуось соединяется при этом со средним ведущим валом заднего моста и вращается с его угловой скоростью; 2) выключанием забегающей муфты при полностью заторможенном корпусе забегающего планетарного механизма; угловая скорость забегающей полуоси при этом понижается.

Если по условию движения не требуется крутого поворота трактора, то корпус отстающего планетарного механизма затормаживается (отстающая муфта полностью выключена). В этом случае отстающая полуось вращается с пониженной угловой скоростью, забегающая муфта полностью включена, а оба тормоза отпущены. При указанном включении механизма забегающая полуось вращается с угловой скоростью ведущего вала.

Комбинированные механизмы поворота в настоящее время выполняют по различным схемам.

На рис. 6.7 мощность от двигателя подается на ведущий вал *3* коробки передач *1* с закрепленными на нем шестернями. Далее поток мощности разветвляется и передается на попарно одинаковые шестерни, свободно сидящие на ведомых валах *4*. Затем через конические *6* и планетарные передачи *7* мощность передается ведущим колесам *8*. Свободно сидящие на ведомых валах шестерни

соединяются с ведущими колесами при помощи гидроподжимных муфт *2*. На ведомых валах установлены остановочные тормоза *5*.

При прямолинейном движении трактора на какой-либо передаче включаются попарно шестерни на ведомых валах *4*, а остановочные тормоза *5* отпускаются.

Поворот трактора осуществляется несколькими способами. При фиксированных радиусах поворота включаются разноименные шестерни ведомых валов *4*. При движении на высшей передаче угловая скорость забегающей полуоси остается постоянной, если частота вращения двигателя не изменяется. Угловая скорость отстающей полуоси в этом случае уменьшается в соответствии с передаточным числом включенных шестерен, соответствующих направлению поворота. При этом остановочные тормоза на обоих ведомых валах отпущены. При наиболее крутых поворотах выключаются шестерни, соответствующие направлению поворота, а остановочный тормоз затягивается. В этом случае поворот трактора с комбинированным механизмом не отличается от поворота трактора с муфтами поворота. Средняя скорость трактора на повороте по сравнению со скоростью при прямолинейном движении уменьшается.

На рис. 6.8 дифференциал *3* приводится в движение при помощи конической пары от двигателя через коробку передач. На концах полуосей дифференциала закреплены ведущие колеса. Дифференциал *2* приводится в движение от двигателя через раздаточную коробку, постоянную зубчатую передачу и муфты поворота *1*. Муфты включаются лишь при повороте трактора в соответствии с направлением поворота. Полуоси обоих дифференциалов связаны друг с другом при помощи зубчатых передач с одинаковым передаточным числом, причем одна из передач имеет промежуточную шестерню.

При прямолинейном движении трактора муфты поворота *1* выключены. Дифференциал *3* вращается с ведущими полуосями как одно кинематическое целое. Полуоси дифференциала *2* вращаются в разные стороны с разными угловыми скоростями. Коробка дифференциала *2* и ее привод остаются неподвижными.

При повороте трактора включается соответствующая направлению поворота муфта *1*. При этом угловая скорость забегающего ведущего колеса повышается на некоторое значение, угловая ско-

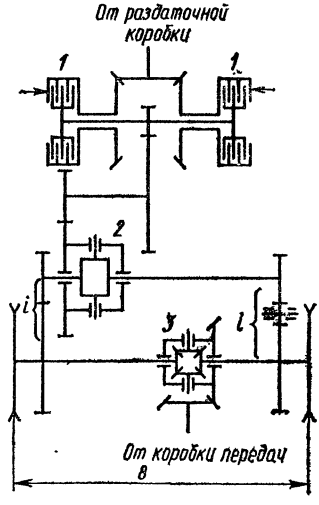


Рис. 6.8. Схема механизма с двумя дифференциалами и муфтами поворота

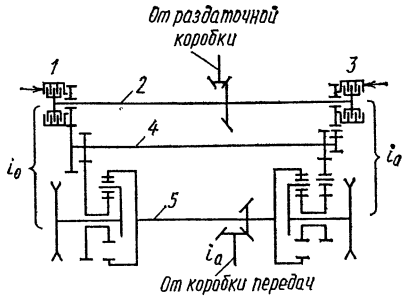


Рис. 6.9. Схема механизма с муфтами поворота и планетарными передачами

рость отстающего ведущего колеса уменьшается на то же значение, т. е. средняя скорость трактора на повороте остается постоянной и примерно равной скорости прямолинейного движения. Изменение указанных угловых скоростей происходит тем интенсивнее, чем меньше угловая скорость дифференциала *3*, т. е. на низших передачах трансмиссии.

Таким образом, наиболее крутой поворот трактора получается при включении первой передачи трансмиссии, т. е. при наименьшей скорости трактора. При увеличении скорости движения трактора, т. е. при включении высших передач, наименьшие радиусы поворота увеличиваются. Поворот трактора может быть достигнут также при нейтральном положении коробки передач включением муфты *1*, соответствующей направлению поворота. В этом случае мощность двигателя передается через дифференциал *2* и далее через зубчатые передачи ведущим колесам. Нетрудно убедиться в том, что ведущие моменты, передаваемые в этом случае ведущим колесам, противоположны по направлению и численно равны, т. е. гусеницы перематываются в противоположных направлениях с равными скоростями.

Как видно из рис. 6.9, эпициклы планетарных передач приводятся в движение от двигателя через коробку передач. К солнечным шестерням планетарных механизмов мощность передается через раздаточную коробку, минуя коробку передач, через показанную на схеме коническую зубчатую пару. Далее от вала *2* мощность передается через одну из муфт поворота *1* или *3* и соответствующие шестерни к промежуточному валу *4*. От промежуточного вала *4* движение передается ступицам солнечных шестерен планетарных механизмов при помощи цилиндрических зубчатых пар. Направление вращения промежуточного вала *4*, как видно из рис. 6.9, зависит от того, какая из муфт поворота включена. Солнечные шестерни планетарных механизмов вращаются в противоположных направлениях, так как передача от вала к солнечной шестерне правого планетарного механизма производится через промежуточную шестерню.

При прямолинейном движении трактора обе муфты поворота выключены. В этом случае рассматриваемая система аналогична дифференциальному приводу ведущих колес гусениц. Действительно, при равенстве сопротивлений обеих гусениц солнечные шестерни механизмов неподвижны, а угловые скорости ведущих колес одинаковы, так как эти колеса гусениц составляют одно кинематическое целое с водилами планетарных механизмов.

При увеличении сопротивления одной из гусениц соответствующая ей солнечная шестерня начинает вращаться в сторону, противоположную направлению вращения вала *5*. Солнечная шестерня второго планетарного механизма начинает вращаться в направлении вращения вала *5* с такой же угловой скоростью.

Поворот трактора производится включением какой-либо муфты поворота (*1* или *3*). Направление поворота определяется выбором включаемой муфты. При включении муфты угловая скорость забегающего ведущего колеса увеличивается, а отстающего ведущего колеса уменьшается на то же значение, т. е средняя скорость трактора на повороте остается постоянной. Изменение угловых скоростей ведущих колес происходит тем интенсивнее, чем меньше угловая скорость вала *5*, т. е. при низших передачах трансмиссии.

Поворот трактора может быть достигнут также при нейтральном положении коробки передач включением муфт *1* и *3*. В этом случае мощность двигателя передается от раздаточной коробки ведущим колесам, причем передаваемые моменты противоположны по знаку и их значения равны.

Следует отметить, что комбинированные механизмы поворота так же, как и дифференциальные, нашли небольшое распространение в тракторостроении ввиду малой устойчивости при прямолинейном движении, которая зависит от того, равны ли сопротивления движению гусениц. Наибольшее распространение получили механизмы с муфтами поворота, планетарные и с разделением потока мощности по бортам.

Итак, рассмотренные выше механизмы поворота по кинематическому признаку делят на следующие группы: *дифференциальные механизмы* или их *видоизменения;* на повороте средняя скорость тракторов, снабженных этими механизмами, остается постоянной, примерно равной скорости поступательного движения; *механизмы, при которых забегающее ведущее колесо соединено с ведущей полуосью с помощью кинематической связи, неизменяемой при повороте;* скорость забегающего ведущего колеса при повороте остается постоянной; средняя скорость движения тракторов, оборудованных такими механизмами, на повороте меньше скорости прямолинейного движения.

Наименьшие радиусы поворота дают комбинированные механизмы в случае, когда гусеницы вращаются в разные стороны. Наиболее крутые повороты в комбинированных механизмах достигаются при наименьшей скорости трактора. При включении высших передач радиусы поворота увеличиваются.

6.3. КИНЕМАТИКА ПОВОРОТА ГУСЕНИЧНОГО ТРАКТОРА

Поворот гусеничного трактора условно можно разделить на три этапа: *вход в поворот*, совершающийся с переменным радиусом ($R \neq \text{const}$) и переменной угловой скоростью ($\omega \neq$

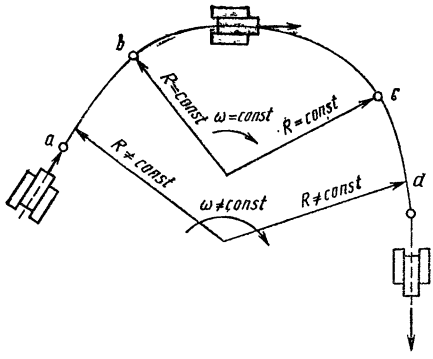


Рис. 6.10. Схема поворота гусеничного трактора

≠ const) по некоторой дуге *ab* (рис. 6.10); *равномерный поворот*, совершающийся с постоянным радиусом (R = = const) и постоянной угловой скоростью (ω = const) по дуге окружности *bc*, и *выход из поворота* с переменным радиусом и переменной угловой скоростью по некоторой дуге *cd*. Таким образом, поворот гусеничного трактора может быть равномерным и неравномерным. Равномерный поворот может, однако, отсутствовать. Если трактор (например, с прицепом) движется по дороге и совершает повороты на сравнительно небольшой угол, то он не успевает войти в поворот, как уже выходит из него. Таким образом, участок равномерного поворота фактически отсутствует. Однако трактор, особенно сельскохозяйственный, в большинстве случаев, исходя из технологии возделывания культур, в конце гона совершает повороты на 180° с постоянным радиусом и угловой скоростью. Поэтому в практических расчетах приходится чаще всего решать задачи равномерного поворота, так как эти вопросы непосредственно относятся к тяговому расчету трактора при повороте, а также к выбору механизма поворота.

Определим угловую скорость при повороте гусеничного трактора (рис. 6.11):

$$\omega = \frac{v_2 - v_1}{e_{1x} + B + e_{2x}}, \qquad (6.1)$$

где v_1 и v_2 — скорости остова трактора в точках, совпадающих с полюсами вращения соответствующих гусениц; с другой стороны, эти скорости можно представить как скорости перемотки гусениц относительно остова трактора; e_{1x}, e_{2x}, e_y — эксцентриситеты полюсов вращения забегающей и отстающей гусениц.

Расположение полюсов вращения зависит от следующих факторов: параметров гусеничного движителя, распределения давления по опорным ветвям, тягового сопротивления, скорости движения, буксования или скольжения опорных ветвей. Забегающая гусеница при повороте пробуксовывает, поэтому ее полюс вращения C_2 всегда лежит на внешней стороне по отношению к продольной оси симметрии гусеницы. Под внешней стороной подразумевается поверхность за пределами контура, ограниченного продольными осями симметрии гусениц, под внутренней стороной — межгусеничная поверхность. Отстающая гусеница может пробуксовывать при частичных торможениях и проскальзывать при полном ее торможении. При буксовании отстающей гусеницы полюс вращения C_1 лежит на внутренней стороне, а при скольже-

нии — на внешней стороне. На рис. 6.11 показано положение полюса C_1 при скольжении отстающей гусеницы.

Определим скорость движения опорной ветви забегающей гусеницы $v_{2\Delta}$ относительно грунта (см. рис. 6.11). Скорость любой точки опорной ветви можно выразить через радиус-вектор и угловую скорость, т. е.

$$v_{2\Delta} = \omega \sqrt{e_{2x}^2 + (y + e_y)^2}.$$

Составляющая скорости на ось Y всегда направлена обратно движению остова трактора:

$$v_{2\,\Delta y} = v_2\delta_2 = \omega_{2к} r_к \delta_2,$$

где δ_2 — коэффициент буксования ведущей гусеницы; $\omega_{2н}$ — угловая скорость ведущего колеса забегающей гусеницы; $r_н$ — радиус ведущего колеса забегающей гусеницы.

Для точки C_2' ее можно выразить через эксцентриситет полюса вращения C_2 и угловую скорость поворота:

$$v_{2\,\Delta y} = \omega e_{2x}.$$

С другой стороны, для точки C_2'

$$\omega e_{2x} = \omega_{2к} r_к \delta_2;$$

$$e_{2x} = r_к \delta_2 \frac{\omega_{2к}}{\omega}.$$

Следовательно, поперечное смещение полюса вращения забегающей гусеницы C_2 зависит от коэффициента буксования и отношения угловых скоростей ведущего колеса и остова трактора при повороте. В свою очередь, буксование забегающей гусеницы определяется касательной силой тяги, необходимой для совер-

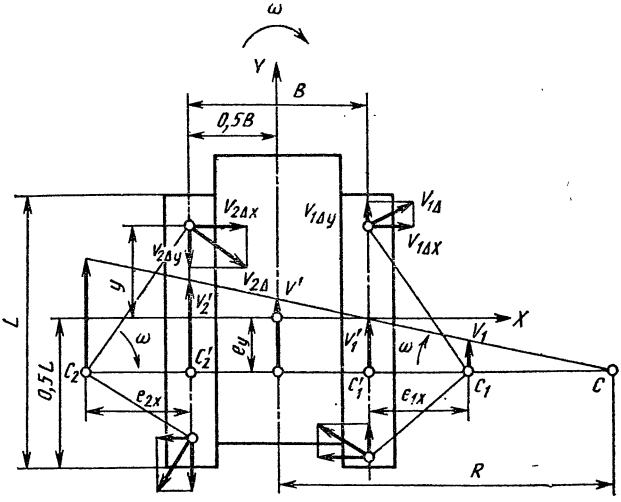


Рис. 6.11. Кинематика гусеничного движителя при повороте

шения поворота трактора. Таким образом, положение полюса вращения забегающей гусеницы C_2 относительно грунта определяется кинематическими и силовыми связями.

Проекция скорости $v_{2\Delta}$ на ось X имеет различные направления относительно продольной оси симметрии забегающей гусеницы. В точке C_2' она равна нулю.

Из плана скоростей (см. рис. 6.11) видно, что

$$v_2 = \omega\,(R + e_{2x} + 0{,}5B).$$

С другой стороны, скорость остова трактора в точке, совпадающей с полюсом вращения забегающей гусеницы C_2, равна теоретической скорости движения трактора при прямолинейно-поступательном движении:

$$v_2 = \omega_{2x} r_к.$$

Скорость остова трактора v_2' относительно грунта в точке C_2', лежащей на пересечении оси продольной симметрии забегающей гусеницы и линии центров поворота, можно определить и из плана скоростей, т. е. $v_2 = \omega\,(R + 0{,}5B)$, а с другой стороны — через теоретическую скорость движения трактора при прямолинейно-поступательном движении v_2 и составляющую скорость $v_{2\,\Delta y}$ опорной ветви относительно грунта, т. е.

$$v_2' = v_2 - v_{2\,\Delta y} = v_2 - v_2\delta_2 = v_2(1 - \delta_2).$$

Рассмотрим кинематику движения отстающей гусеницы. Как указывалось выше, в зависимости от режима поворота отстающая гусеница может или пробуксовывать, или проскальзывать относительно грунта. Кинематика отстающей гусеницы при буксовании аналогична кинематике забегающей:

$$v_{1\Delta} = \omega\sqrt{e_{1x}^2 + (y + e_y^2)};$$

$$v_{1\,\Delta y} = v_1\delta_1 = \omega_{1к} r_к \delta_1,$$

где $\omega_{1к}$ — угловая скорость ведущего колеса отстающей гусеницы.

Для точки C_1'

$$\omega e_{1x} = \omega_{1к} r_к \delta_1;$$

$$e_{1x} = r_к\delta_1 \frac{\omega_{1к}}{\omega}.$$

При торможении оси ведущего колеса отстающая гусеница начинает проскальзывать относительно грунта и при наиболее крутых поворотах скользит по нему, составляя одно целое с остовом трактора. При проскальзывании проекция скорости $v_{1\Delta}$ на ось Y всегда направлена по движению трактора и определяется из плана скоростей:

$$v_{1\,\Delta y} = v_1' - v_1.$$

С другой стороны, для точки C_1' $v_{1\Delta y} = \omega e_{1x}$. Следовательно,

$$e_{1x} = \frac{v_1' - v_1}{\omega}.$$

При $v_1 \to v_1'$ полюс вращения C_1 приближается к точке C_1' отстающей гусеницы, и при $v_1' = v_1$ они полностью совпадают. Однако следует отметить, что в реальных условиях даже при полном торможении отстающей гусеницы ее полюс вращения находится на внешней стороне и его смещение зависит от многих факторов, в том числе и от параметров движителя. Чем больше отношение L/B, тем больше эксцентриситет e_{1x}.

Проекция скорости $v_{1\Delta}$ на ось X при скольжении имеет различные направления относительно продольной оси симметрии забегающей гусеницы. В точке C_1' она равна нулю.

Таким образом, как и для забегающей гусеницы, положение полюса вращения отстающей гусеницы C_1 определяется кинематическими и силовыми связями.

Из плана скоростей (см. рис. 6.11) следует, что при скольжении отстающей гусеницы

$$v_1 = \omega (R - e_{1x} - 0{,}5B). \qquad (6.2)$$

При буксовании отстающей гусеницы

$$v_1 = \omega (R + e_{1x} - 0{,}5B).$$

Найдем радиус поворота трактора. При подстановке в равенство (6.2) значения угловой скорости из формулы (6.1) получим

$$R = \frac{v_1 (e_{2x} + 0{,}5B) + v_2 (e_{1x} + 0{,}5B)}{v_2 - v_1}.$$

Если одна из гусениц трактора полностью буксует, относительный центр вращения ее опорной ветви удаляется в бесконечность. Тогда $\omega = 0$, $R \to \infty$, так как разность скоростей гусениц $v_2 - v_1$ всегда ограничена. При $v_1 = 0$ радиус поворота трактора $R = e_{1x} + 0{,}5B$, т. е. центр поворота совпадает с полюсом вращения отстающей гусеницы.

Из плана скоростей также следует, что при повороте трактора, оборудованного механизмом поворота, при котором забегающее ведущее колесо соединено с ведущей полуосью постоянной кинематической связью (муфты поворота, планетарные механизмы), скорость остова трактора всегда меньше скорости при прямолинейном движении.

При применении комбинированных механизмов поворота, когда отстающая гусеница получает противоположное вращение относительно забегающей, центр поворота трактора приближается к плоскости симметрии трактора и при $v_2 = v_1$ и $e_{2x} = e_{1x}$ $R = 0$ и $v' = 0$ (рис. 6.12), т. е. трактор вращается на месте и крайние кромки гусениц описывают окружности радиусом

$$R = \sqrt{(0{,}5L + e_y)^2 + (0{,}5B + 0{,}5B)^2}.$$

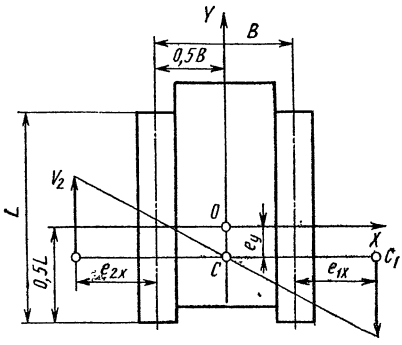


Рис. 6.12. Схема поворота с комбинированными механизмами

Итак, радиус поворота трактора и скорость его остова зависят от смещения полюсов вращения гусениц, которые в свою очередь определяются кинематическими и силовыми связями опорных ветвей с грунтом, поперечной базой трактора и конструкцией механизма поворота. Наименьшие радиусы поворота имеют тракторы, оборудованные комбинированными механизмами поворота.

6.4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ГУСЕНИЧНОГО ДВИЖИТЕЛЯ С ГРУНТОМ ПРИ ПОВОРОТЕ ТРАКТОРА

Одной из особенностей поворота гусеничного трактора (в отличие от колесного трактора, поворот которого осуществляется изменением направления движения колес) является необходимость искусственного увеличения сопротивления одной из гусениц с тем, чтобы создать пару сил, момент от действия которых преодолевает сопротивление повороту со стороны грунта.

При повороте гусеничного трактора на его движитель действуют реакции грунта, создающие сопротивление повороту. Так, в плоскости опорных ветвей гусениц действуют силы трения среза, сдвига, а также лобового сопротивления грунта. При повороте с образованием колеи движитель нагребает грунт, в то время как его реакции передаются на движитель через опорные ветви гусениц, а также непосредственно через опорные катки (бульдозерный эффект).

Направление и значение реакций грунта зависят от многих факторов, основными из которых являются: параметры трактора и его движителя; тяговое сопротивление агрегатируемых машин, которое влияет на перераспределение давления по длине опорной ветви гусениц, смещая в ту или другую сторону линию центров поворота; скорость движения и физико-механические свойства грунта. При повышении скорости движения увеличиваются центробежные силы, которые влияют на перераспределение давлений по опорным ветвям забегающей и отстающей гусениц.

Сопротивление повороту зависит от радиуса поворота; оно имеет наибольшее значение при наименьшем радиусе. Взаимодействие гусеницы с грунтом на повороте сложнее, чем при прямолинейном движении, так как опорная ветвь гусеницы совершает более сложное движение, которое только в первом приближении можно считать плоскопараллельным. Установлено, что при пово-

роте трактора на мягких грунтах забегающая гусеница как бы всплывает над грунтом, образуя меньшую колею, чем отстающая.

Для упрощения явлений, происходящих при взаимодействии опорных ветвей гусениц с грунтом на повороте, допустим, что: 1) трактор движется по горизонтальной поверхности в установившемся режиме; 2) опорные ветви гусениц совершают плоскопараллельное движение; 3) силы, возникающие между опорной ветвью гусеницы и поверхностью грунта, подчиняются законам математической теории трения, разработанной Ф. А. Опейко [4].

В этом случае силы, возникающие на кромках гусениц, являются внешними по отношению к фрикционной паре опорная ветвь гусеницы — грунт.

Сначала рассмотрим деформацию грунта кромками гусениц. Пусть гусеничный движитель перемещается по окружности с угловой скоростью ω и скоростью гусениц по отношению к остову v_2 и v_1. При определении деформаций для упрощения вывода примем ширину гусеницы бесконечно малой. За время t гусеничный движитель повернется на угол α (рис. 6.13):

$$\alpha = \omega t. \tag{6.3}$$

При этом полюсы вращения гусениц переместятся из положений C_1 и C_2 в положения C_1' и C_2'.

На опорной ветви отстающей гусеницы можно выделить четыре участка (рис. 6.14). На первом участке грунт деформируется кромкой гусеницы с того момента, когда очередное звено входит в контакт с ним. На втором участке грунт деформируется теми звеньями, которые в начальный момент уже находились в контакте с ним. Звенья третьего участка деформируют грунт после их перехода на заднюю половину опорной ветви гусениц. В этот момент деформации грунта изменяют знак и направлены в противоположную сторону по отношению к первому и второму участкам. На четвертом участке грунт деформируется звеньями, находящимися в начальный момент на задней части опорной ветви.

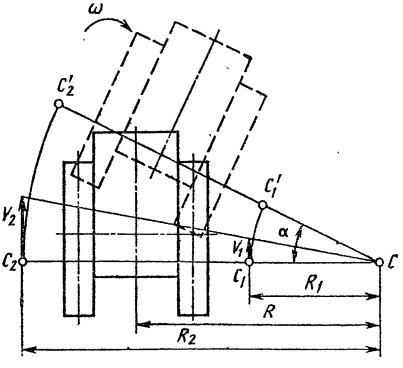


Рис. 6.13. Установившийся поворот трактора

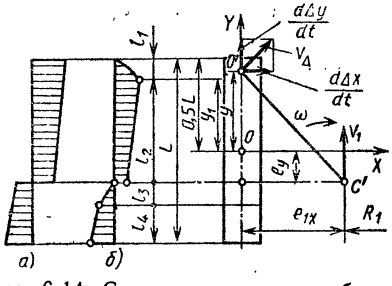


Рис. 6.14. Схема распределения боковых деформаций грунта по длине опорной поверхности забегающей гусеницы

Эти четыре участка существуют на опорных ветвях обеих гусениц. Длина первого и третьего участков:

для отстающей гусеницы

$$l_1 = l_3 = v_1 t; \tag{6.4}$$

для забегающей

$$l_1 = l_3 = v_2 t. \tag{6.5}$$

Выразим длину этих участков через угол поворота α. Для чего найдем из уравнения (6.3) время и подставим его значение в формулы (6.4) и (6.5). Тогда для отстающей гусеницы

$$l_{1,3} = \frac{v_1}{\omega}\alpha = R_1\alpha;$$

для забегающей

$$l_{1,3} = \frac{v_2}{\omega}\alpha = R_2\alpha.$$

Из плана скоростей (см. рис. 6.13) нетрудно видеть, что $R_1 = CC_1$ и $R_2 = CC_2$, т. е. радиусы равны соответствующим расстояниям от центра поворота до полюсов вращения отстающей и забегающей гусениц.

Рассмотрим движение отстающей гусеницы. Скорость любой точки ее опорной относительно грунта ветви, расположенной на продольной оси симметрии, например точки O' (рис. 6.14), перпендикулярна к радиусу-вектору $O'C'$ и $v_\Delta = d\Delta/dt$ (здесь Δ — деформация грунта боковыми кромками гусениц). Проекция скорости этой точки на ось OX

$$\frac{d\Delta_x}{dt} = (y + e_y)\,\omega,$$

где Δ_x — деформация грунта по оси OX; y — ордината точки $0'$; e_y — смещение линии полюсов вращения в продольном направлении относительно центра опорной поверхности.

Пусть в начальный момент времени рассматриваемая точка имела ординату $y_0 + e_y$. Тогда в любой момент времени ее ордината

$$y + e_y = y_0 + e_y - v_1 t.$$

Дифференцируя равенство, определим

$$dy = -v_1\,dt$$

или

$$dt = -dy/v_1.$$

Тогда

$$d\Delta_x = -(y + e_y)\frac{\omega}{v_1}\,dy = -(y + e_y)\frac{dy}{R_1}.$$

Интегрируя это уравнение, находим боковую деформацию грунта в точке с ординатой y_1 на первом участке:

$$\Delta_{x_1} = \int_{0,5L}^{y_1} \frac{1}{R_1}(y + e_y)\,dy = \frac{1}{R_1}\left[e_y\left(\frac{L}{2} - y_1\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{L^2}{4} - y_1^2\right)\right].$$

При $y_1 = L/2$ $\Delta_{x_1} = 0$, т. е. деформация в начале контакта зацепления отсутствует. При

$$y_1 = \frac{L}{2} - R_1\alpha \qquad \Delta_{x_1} = \alpha\left[e_y + \frac{1}{2}(L - R_1\alpha)\right].$$

Для последующих участков

$$\Delta_{x_2} = -\int\limits_{y_2+R_1\alpha}^{y_2} \frac{1}{R_1}(y + e_y)\,dy = \alpha\left(y_2 + e_y + \frac{1}{2}R_1\alpha\right).$$

При $y_2 = \frac{L}{2} - R_1\alpha$ $\Delta_{x2} = \alpha\left[e_y + \frac{1}{2}(L - R_1\alpha)\right]$; при $y_2 = -e_y$ $\Delta_{x2} = \frac{1}{2}R_1\alpha$;

$$\Delta_{x3} = -\int\limits_{-e_y}^{-y_3} \frac{1}{R_1}(y + e_y)\,dy = -\frac{1}{2R_1}(y_3 - e_y)^2.$$

При $-y_3 = -e_y$ $\Delta_{x3} = 0$; при $-y_3 = -e_y - R_1\alpha$ $\Delta_{x3} = -\frac{1}{2}R_1\alpha^2$;

$$\Delta_{x4} = \int\limits_{-y_4+R_1\alpha}^{-y_4} \frac{1}{R_1}(y + e_y)\,dy = -\alpha\left(y_4 - \frac{1}{2}R_1\alpha - e_y\right).$$

При $-y_4 = -e_y - R_1\alpha$ $\Delta_{x4} = -\frac{1}{2}R_1\alpha^2$; при $y_4 = -L/2$

$$\Delta x_4 = -\alpha\left(\frac{L}{2} - R_1\alpha - e_y\right).$$

Из приведенных формул видно, что боковые деформации грунта на втором и четвертом участках распределяются по одному и тому же линейному закону, а на первом и третьем — по закону параболы (рис. 6.14, *б*). При этом следует указать, что формулы справедливы при $R_1 \leqslant \frac{L}{2} + e_y$. Также следует, что при $R_1 \to 0$, т. е. когда центр C поворота совпадает с полюсом вращения C_1 отстающей гусеницы, первый и третий участки выпадают и на всей длине остаются только второй и четвертый участки, которые имеют длину $L/2 + e_y$ и $L/2 - e_y$ (рис. 6.14, *а*).

Грунт не является упругим телом, и связь между напряжением и деформацией носит нелинейный характер. В первом приближении деформацию грунта в боковом направлении оценим как сжатие с возможностью бокового выпирания. Тогда напряжение на площадке (рис. 6.15) описывается законом В. В. Кацыгина:

$$\sigma = \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0}\Delta_x,$$

где σ_0 — максимальное напряжение на площадке, соответствующее нарушению прочности деформируемого грунта.

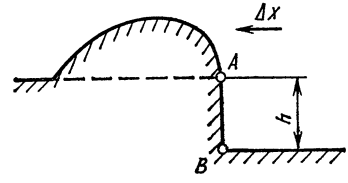


Рис. 6.15. Схема деформации грунта в боковом направлении

Элементарная сила, действующая на кромку гусеницы вследствие деформации грунта,

$$dx' = \sigma\, dF = \sigma h\, dy,$$

где h — глубина колеи; dy — элементарная длина гусеницы.

Элементарная сила, действующая на кромку гусеницы вследствие нагребания грунта,

$$dx'' = f_{\text{ск}} \rho h\, \Delta_x dy,$$

где $f_{\text{ск}}$ — коэффициент внутреннего трения грунта; ρ — плотность грунта.

Тогда элементарный момент $dM_{\sigma 1}$ сил, действующих на кромку отстающей гусеницы относительно ее геометрического центра, для j-го участка

$$dM_{\sigma 1 j} = h\left(f_{\text{ск}} \rho \Delta_x + \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0}\, \Delta_{xj}\right) y\, dy.$$

Величина, стоящая в скобках зависит от деформации на j-м участке. Обозначив ее как σ_j, получим

$$\begin{aligned}
M_{\sigma 11} &= \int\limits_{\frac{L}{2} - R_1\alpha}^{L/2} h\sigma_1 y\, dy; \\
M_{\sigma 12} &= \int\limits_{-e_y}^{\frac{L}{2} - R_1\alpha} h\sigma_2 y\, dy; \\
M_{\sigma 13} &= \int\limits_{-e_y - R_1\alpha}^{-e_y} h\sigma_3 y\, dy; \\
M_{\sigma 14} &= \int\limits_{-L/2}^{-e_y - R_1\alpha} h\sigma_4 y\, dy.
\end{aligned} \tag{6.6}$$

Тогда общий момент сопротивления грунта при деформации его кромками для отстающей гусеницы

$$M_{\sigma 1} = \sum_{j=1}^{4} M_{1j}.$$

Заменив R_1 на R_2, получим момент для забегающей гусеницы

$$M_{\sigma 2} = \sum_{j=1}^{4} M_{2j}.$$

Общий момент вследствие деформации грунта боковыми кромками гусениц

$$M_{\sigma} = \sum_{j=1}^{4} M_{1j} + \sum_{j=1}^{4} M_{2j}.$$

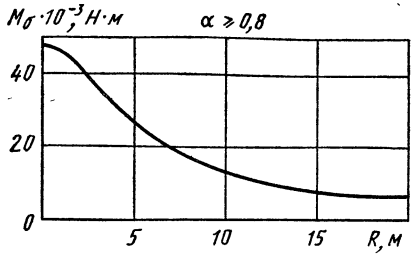


Рис. 6.16. Зависимость момента сопротивления повороту трактора Т-150, движущегося по суглинку, от радиуса R

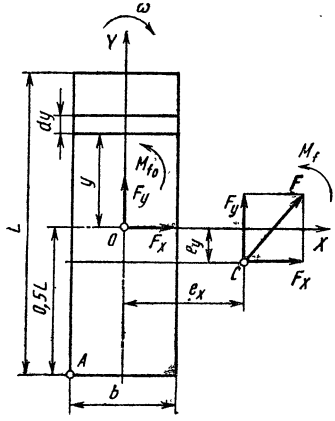


Рис. 6.17. Схема сил и моментов, действующих на фрикционную пару опорная ветвь — грунт

На рис. 6.16 показана зависимость момента сопротивления повороту M_σ гусеничного трактора от радиуса R при некотором фиксированном угле α. Из рисунка видно, что момент сопротивления повороту уменьшается с увеличением радиуса.

Рассмотрим сопротивление повороту трактора, возникающее в результате трения опорных ветвей гусениц о грунт. В этом случае опорные ветви гусениц и грунт образуют фрикционные пары. Пусть площадка A (рис. 6.17), представляющая опорную ветвь гусеницы, вращается с угловой скоростью ω около полюса вращения. Предположим, что трение между площадкой и грунтом изотропно, т. е. возникающие во всех направлениях силы трения равноценны. Тогда элементарные силы трения, складываясь под различными углами, дадут главный вектор $\mathbf{F}$ с проекциями $\mathbf{F}_x$ и $\mathbf{F}_y$ и главный момент M_f (система сил приведена к полюсу вращения). Главный момент сил трения, согласно исследованиям Ф. А. Опейко [4]:

$$M_f = \int\int_F fp\sqrt{(e_x - x)^2 + (e_y - y)^2}\, dF \approx fpLb\sqrt{e_s^2 + e_x^2 + e_y^2},$$

где f — коэффициент трения; p — давление на опорной ветви.

Интегрирование распространяется на площадку (рис. 6.17). Составляющие главного вектора

$$F_x = -\frac{\partial M_f}{\partial y} = -\int\int_F fp\,\frac{e_y - y}{(e_x - x)^2 + (e_y - y)^2}\, dF;$$

$$F_y = -\frac{\partial M_f}{\partial x} = \int\int_F fp\,\frac{e_x - x}{(e_x - x)^2 + (e_y - y)^2}\, dF$$

одновременно обращаются в нуль в единственной точке, называемой *полюсом трения*. В этой точке главный момент сил трения минимальный. Если давление распределено равномерно по опор-

ной ветви, то полюс трения совпадает с геометрическим центром опорной ветви.

При составлении и решении уравнений статики поворота гусеничного трактора удобнее приводить систему сил трения опорной ветви к ее центру O (рис. 6.17). Тогда приведенный момент сил трения

$$M_{f_0} = M_f + e_x F_y + e_y F_x.$$

Функции координат полюсов вращения $M_f\,(e_x, e_y)$, $F_x\,(e_x, e_y)$, $F_y\,(e_x, e_y)$, $M_{f_0}\,(e_x, e_y)$ называют также *функциями трения*.

Выражения для функций трения, полученные в результате интегрирования по площади опорной ветви, очень громоздки. Поэтому в дальнейшем будем пользоваться приближенными формулами, предложенными И. И. Давыдиком:

$$F_x = -fpLb\,\frac{e_y}{\sqrt{e_s^2 + e_y^2 + e_x^2}};$$

$$F_y = fpLb\,\frac{e_x}{e_s^2 + e_y^2 + e_x^2};$$

$$M_{f_0} = fpLb\,\frac{e_s^2}{\sqrt{e_s^2 + e_y^2 + e_x^2}}, \qquad (6.7)$$

где p — среднее давление на опорной ветви; L и b — размеры опорной ветви гусеницы; e_s — радиус трения, равный отношению момента сил трения M_{fs} при вращении опорной ветви около ее геометрического центра к предельной силе трения ветви, т. е.

$$e_s = M_{fC}/(fpLb).$$

В свою очередь (рис. 6.17),

$$M_{fs} = 2\int_0^{0,5L} fbpy\,dy = \frac{fbpL^2}{4}.$$

Тогда

$$e_s = L/4\ \ b, \qquad (6.8)$$

т. е. радиус трения зависит от опорной длины гусеницы.

Функции трения зависят от характера распределения давления по опорной ветви гусеницы, что следует учитывать лишь при точных расчетах. Основной же величиной при равных условиях является среднее давление гусеницы на грунт.

Определим эксцентриситеты полюсов вращения гусениц. Для упрощения допустим, что гусеницы имеют гладкую поверхность и давление по опорной ветви в пределах одной гусеницы распределено равномерно.

Поскольку положение полюсов вращения определяется кинематическими и силовыми связями, рассмотрим систему сил и моментов, действующих на гусеничный трактор при установившемся повороте на горизонтальной поверхности. Влиянием центробежных сил инерции пренебрегаем.

Пусть трактор агрегатируется с машиной, создающей тяговое сопротивление, представленное главным вектором $\mathbf{F}_{кр}$ с проекциями $\mathbf{F}_{кр.x}$ и $\mathbf{F}_{кр.y}$, и отклоняющий момент M (рис. 6.18). Система сил приведена к началу координат (центру O опорной поверхности гусеничного движителя). Со стороны грунта на опорные ветви гусениц действуют реакции, создающие моменты сил сопротивления поворота $M_{\sigma 01}$, $M_{\sigma 02}$, M_{f01}, M_{f02}, и силы трения $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$ с проекциями F_{1x}, F_{1y}, F_{2x}, F_{2y} соответственно для отстающей и забегающей гусениц. Силы трения приведены к геометрическим центрам гусениц O_1 и O_2.

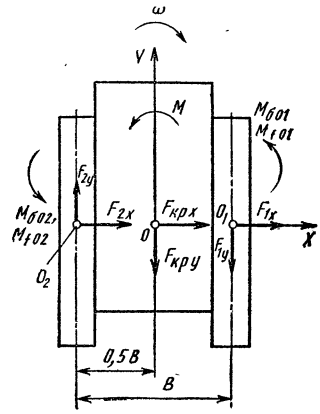


Рис. 6.18. Схема определения положения полюсов вращения гусениц

Перераспределение давления между гусеницами учитывает коэффициент

$$\xi_п = \frac{1}{2}\frac{p_{2ср} - p_{1ср}}{p_{ср}},$$

где $p_{1ср}$ и $p_{2ср}$ — средние давления на опорных площадках отстающей и забегающей гусениц; $p_{ср}$ — среднее давление трактора на грунт; $p_{ср} = (p_{1ср} + p_{2ср})/2$.

Составим уравнения статики поворота гусеничного трактора:

$$\sum X = F_{кр\,x} + (1 - \xi_п) F_{1x} + (1 + \xi_п) F_{2x} = 0;$$

$$\sum Y = F_{кр\,y} - (1 - \xi_п) F_{1y} + (1 + \xi_п) F_{2y} = 0;$$

$$\sum M_0 = M + (1 - \xi_п)(M_{\sigma_{01}} + M_{f_{01}} - 0{,}5BF_{1y}) + (1 + \xi_п)(M_{\sigma_{02}} + M_{f_{02}} - 0{,}5BF_{2y}) = 0. \qquad (6.9)$$

Считая, что $F_{кр.x}$, $F_{кр.y}$ и M заданы, и учитывая (6.6) и (6.7), находим, что уравнения (6.9) — система трех нелинейных уравнений с тремя неизвестными e_{1x}, e_{2x}, e_y. Решение этой системы в чистом виде невозможно. Поэтому определение эксцентриситетов полюсов вращения производят при помощи ЭЦВМ методом последовательных приближений.

Решим систему уравнений в простейшем случае поворота, когда внешние силы сдвига отсутствуют ($F_{кр.x} = F_{кр\,y} = 0$), глубина колеи $h = 0$ ($M_{\sigma_{01}} = M_{\sigma_{02}} = 0$) и давление между гусеницами распределено поровну ($\xi_п = 0$). Тогда уравнения (6.9) примут вид:

$$-\frac{e_y}{\sqrt{e_s^2 + e_{1x}^2 + e_y^2}} - \frac{e_y}{\sqrt{e_s^2 + e_{2x}^2 + e_y^2}} = 0;$$

$$-\frac{e_{1x}}{\sqrt{e_s^2+e_{1x}^2+e_y^2}}+\frac{e_{2x}}{\sqrt{e_s^2+e_{2x}^2+e_y^2}}=0;$$

$$\frac{e_s^2-0{,}5Be_{1x}}{\sqrt{e_s^2+e_{1x}^2+e_y^2}}+\frac{e_s-0{,}5Be_{2x}}{\sqrt{e_s^2+e_{2x}^2+e_y^2}}=0.$$

Из первого уравнения находим, что $e_y = 0$, из второго $e_{1x} = e_{2x} = e_x$. Решая третье уравнение, получаем

$$e_x = 2e_s^2/B.$$

Учитывая формулу (6.8), получаем

$$e_x = \frac{1}{8}\frac{L^2}{b^2}.$$

Таким образом, боковые смещения полюсов вращения опорных ветвей гусениц в простейшем случае поворота одинаковы и при равных условиях зависят от продольной и поперечной баз.

Зная смещение полюсов вращения гусениц, можно определить моменты сил сопротивления повороту (M_σ и M_f) и силы (F_y и F_x).

Итак, сопротивление повороту трактора определяется кинематическими и силовыми связями опорных ветвей гусеницы с грунтом. В общем случае момент сопротивления повороту складывается из составляющей, обусловленной деформацией грунта кромками гусениц, которая зависит при равных условиях от радиуса поворота остова трактора, и составляющей, обусловленной трением опорной части гусеницы о грунт. Последняя зависит от радиуса поворота и при равных условиях определяется эксцентриситетами полюсов вращения. Чем бóльшие смещения получают полюсы вращения, тем меньше момент сопротивления повороту вследствие трения опорных ветвей гусениц о грунт. При $e_{1x} = e_{2x} = \infty$ $M_j = 0$.

6.5. УСТАНОВИВШИЙСЯ ПОВОРОТ ГУСЕНИЧНОГО ТРАКТОРА

Как видно из приведенного в параграфе 6.2 описания работы различных механизмов поворота, движение гусеничных тракторов по криволинейному пути достигается соответствующим изменением угловой скорости и ведущих моментов, передаваемых ведущим колесам гусениц.

Изменение ведущих моментов приводит к соответствующим изменениям продольных составляющих реакций грунта F_{1y} и F_{2y}, возникающих на каждой гусенице при повороте.

Определение реакций F_{1y} и F_{2y} приведено в предыдущем параграфе для случая, когда опорная ветвь гусеницы имеет гладкую и жесткую поверхность с равномерно распределенным давлением. В этом случае продольные составляющие зависят в основном от коэффициентов трения покоя и скольжения и эксцентриситетов полюсов вращения.

Для реальной гусеницы продольная составляющая F_y зависит от буксования или скольжения, причем для забегающей гусеницы она всегда направлена по движению, а для отстающей имеет разные направления: при пробуксовке она направлена по движению, при проскальзывании — против движения. В первом приближении можно считать, что продольные составляющие реакций грунта F_{1y} и F_{2y} равны соответствующим касательным силам тяги гусениц $F_{к1}$ и $F_{к2}$.

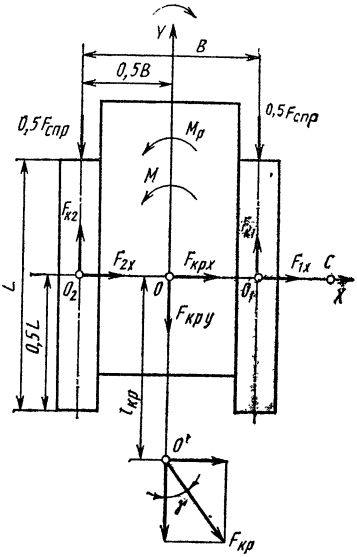


Рис. 6.19. Статический поворот гусеничного трактора

Движение и динамика гусеничного трактора на повороте в агрегатах с машиной весьма сложны. В дальнейшем примем следующие условия, значительно упрощающие анализ поворота агрегата: 1) трактор движется в агрегате с сельскохозяйственной машиной по горизонтальной поверхности в установившемся режиме; 2) силы сопротивления движению принимаются одинаковыми, постоянными и равными силам сопротивления движению на прямолинейном участке пути; в действительности при крутых поворотах трактора на мягких грунтах силы сопротивления движению гусениц увеличиваются и несколько отличаются вследствие неодинаковых глубины колеи и налипания грунта на беговые дорожки звеньев гусениц; 3) силы и моменты сил инерции не учитываются ввиду малых скоростей движения на повороте.

Пусть агрегат поворачивается относительно центра C с угловой скоростью ω. На агрегат действуют силы и моменты, показанные на рис. 6.19. Сопротивление агрегатируемой машины представлено силой $F_{кр}$, приложенной под углом γ к продольной оси трактора. Разложим силу $F_{кр}$ на составляющие $F_{кр\,x}$ и $F_{кр\,y}$ и перенесем точку приложения крюкового усилия в начало координат, совпадающее с центром симметрии O гусеничного движителя. При этом возникает пара сил $F_{кр\,x}$ на плече $l_{кр}$, создающая отклоняющий момент $M = F_{кр\,x} l_{кр}$.

Со стороны грунта на опорные ветви гусениц действуют реакции, создающие моменты сопротивления повороту M_{σ_1}, M_{σ_2}, M_{f_1} и M_{f_2}, представленные на рис. 6.19 суммарным моментом сопротивления повороту $M_р$. Кроме того, к продольной плоскости симметрии гусениц приложены касательные силы тяги $F_{к1}$ и $F_{к2}$, возникающие в результате сдвига грунта в направлении, обратном движению, и являющиеся функциями буксования или скольжения, и силы сопротивления движению $F_{спр\,1} = F_{спр\,2} = 0{,}5F_{спр}$,

возникающие вследствие смятия грунта лобовым участком гусеницы и образования колеи. В поперечной плоскости возникают силы F_{1x} и F_{2x}, образующиеся при проскальзывании опорных ветвей в боковом направлении. Все силы приведены к центрам симметрии гусениц O_1 и O_2. Проектируя силы на ось OY, получаем

$$F_{к2} + F_{к1} - F_{спр} - F_{кр\,y} = 0; \qquad F_{к2} + F_{к1} = F_{кр\,y} + F_{спр}.$$

Следовательно, касательная сила тяги обеих гусениц на повороте равна сумме продольной составляющей сопротивления агрегатируемой машины и сопротивления движению гусениц. С другой стороны, сумма сил $F_{кр.\,y} + F_{спр}$ равна касательной силе тяги того же агрегата при прямолинейном движении, т. е. $F_{к1} + F_{к2} = F_к$.

Уравнение моментов сил относительно точки O_1 имеет следующий вид:

$$F_{к2}B - 0{,}5BF_{спр} - 0{,}5BF_{кр\,y} - M_p - M = 0 \qquad (6.10)$$

или

$$F_{к2}B = 0{,}5B\,(F_{спр} + F_{кр\,y}) + M_p + M.$$

Назовем сумму $M_p + M = M_p + F_{кр\,x}l_{кр}$ результирующим моментом сопротивления повороту и обозначим $M_{рез}$.

Поскольку $0{,}5F_{спр}B + 0{,}5BF_{кр\,y} = 0{,}5F_кB$,

$$F_{к2} = 0{,}5F_к + \frac{M_{рез}}{B} = F_к(0{,}5 + \nu), \qquad (6.11)$$

где ν — безразмерный параметр, характеризующий грунтовые условия при повороте и в дальнейшем называемый параметром поворота;

$$\nu = M_{рез}/(F_кB).$$

Для определения касательной силы тяги $F_{к1}$ отстающей гусеницы составим уравнение моментов всех сил относительно точки O_2:

$$-F_{к1}B + 0{,}5F_{спр}B + 0{,}5F_{кр\,y} - M_{рез} = 0; \qquad (6.12)$$

$$F_{к1} = 0{,}5F_к - \frac{M_{рез}}{B} = F_к(0{,}5 + \nu). \qquad (6.13)$$

Как видно из формул (6.11) и (6.13), касательные силы тяги $F_{к2}$ и $F_{к1}$, возникающие при установившемся повороте, не зависят от типа механизма поворота и определяются условиями взаимодействия опорных ветвей с грунтом. При этом касательная сила тяги $F_{к1}$ отстающей гусеницы положительна, если гусеница пробуксовывает, равна нулю, когда подводимый к ее ведущему колесу крутящий момент равен нулю, и отрицательна, если гусеница проскальзывает, когда к ее ведущему колесу подводится тормозной момент.

Почленное сложение уравнений (6.10) и (6.12) дает следующее соотношение:

$$F_{к2} - F_{к1} = 2\frac{M_{рез}}{B}$$

или

$$0{,}5\,(F_{к2} - F_{к1}) = M_{п}. \qquad (6.14)$$

Величину $0{,}5B\,(F_{к2} - F_{к1})$ называют поворачивающим моментом и в дальнейшем обозначим его $M_{п}$. Как видно из формулы (6.14), при установившемся повороте тракторного агрегата поворачивающий момент $M_{п}$ равен результирующему моменту $M_{рез}$ всех сил сопротивления повороту.

Возможность поворота гусеничного трактора ограничивается мощностью двигателя и сцепления гусениц с грунтом. Мощность, расходуемая при установившемся движении гусеничного трактора или агрегата на повороте, может быть представлена в виде суммы следующих мощностей, если пренебречь трением в зубчатых зацеплениях и подшипниках механизма поворота:

$$P_{п} = P_0 + P_r,$$

где $P_{п}$ — мощность, необходимая для поворота; P_0 — мощность, затрачиваемая на преодоление внешних сопротивлений и сопротивлений грунта; P_r — мощность, затрачиваемая в тормозе отстающей гусеницы, управляющей поворотом трактора.

Определим сначала мощность внешних сопротивлений P_0. Если не учитывать влияние гусениц, то мощность сопротивления движению трактора может быть вычислена как произведение сил, толкающих остов трактора (их можно заменить касательными силами тяги), на скорости переносного движения корпуса. Тогда на отстающей и забегающей гусеницах получим мощности $F_{к1}v_1$ и $F_{к2}v_2$, которые необходимы для преодоления внешних сопротивлений.

Кроме того, при повороте происходит пробуксовывание или проскальзывание опорных ветвей по грунту, на что также затрачивается определенная мощность, равная $F_{к1}v_{1\Delta y} = F_{к1}v_1\delta_1$ и $F_{к2}v_{2\Delta y} = F_{к2}v_2\delta_2$.

При суммировании указанных мощностей следует учесть, что направление скоростей $v_{1\Delta y}$ и $v_{2\Delta y}$ противоположно направлению скоростей v_1 и v_2 переносного движения. С учетом этого

$$P_0 = F_{к1}v_1 + F_{к2}v_2 - F_{к1}v_1\delta_1 - F_{к2}v_2\delta_2.$$

Согласно теории гусеничного движителя, абсолютные скорости можно выразить через относительные и переносные. Из рис. 6.11 имеем

$$v_1 = v_1\delta_1 + v_1'; \qquad v_2 = v_2\delta_2 + v_2'.$$

После приведения подобных членов получим

$$P_0 = F_{к1}v_1' + F_{к2}v_2'.$$

Таким образом, мощность, необходимая для преодоления внешних сопротивлений, определяется суммой произведений касательных сил тяги на относительные скорости вращения гусениц.

Подставляя в уравнение мощности внешних сопротивлений значения касательных сил тяги из формул (6.11) и (6.13), получаем

$$P_0 = \left(0{,}5F_к - \frac{M_{рез}}{B}\right) v_1' + \left(0{,}5F_к + \frac{M_{рез}}{B}\right) v_2' =$$

$$= F_к \frac{v_2' + v_1'}{2} + \frac{M_{рез}}{B}(v_2' - v_1').$$

Полусумма относительных скоростей забегающей и отстающей гусениц равна скорости остова трактора на повороте v'. Тогда

$$P_0 = F_к v' + M_{рез} \frac{v_2' - v_1'}{B}.$$

Из плана скоростей (см. рис. 6.11) следует, что

$$\frac{v_2' - v_1'}{B} = \omega$$

или

$$P_0 = F_к v' + M_{рез}\omega,$$

т. е. мощность, затрачиваемая на преодоление внешних сопротивлений, равна сумме мощностей, расходуемых при прямолинейно-поступательном движении со скоростью v' и при вращении гусениц относительно полюсов C_2 и C_1 вращения соответственно забегающей и отстающей гусениц.

Мощность, теряемая на трение в тормозах или муфтах поворота,

$$P_т = M_т \omega_т,$$

где $M_т$ — момент сил трения на ободе тормозов или дисках муфт поворота; $\omega_т$ — угловая скорость тормозов или относительная угловая скорость ведущих и ведомых дисков муфт поворота.

Таким образом, необходимая для поворота тракторного агрегата мощность

$$P_п = F_к v' + M_{рез}\omega + M_т \omega_т.$$

Возможность поворота гусеничного трактора в агрегате с машиной по мощности двигателя в дальнейшем характеризуется крутящим моментом двигателя, необходимым для установившегося движения агрегата на повороте в заданных грунтовых условиях.

Крутящий момент $M_к'$, приложенный к ведущему элементу заднего моста трактора и необходимый при установившемся движении агрегата на повороте,

$$M_к' = \frac{F_к v' + M_{рез}\omega + M_т \omega_т}{\omega_к},$$

где $\omega_к$ — угловая скорость ведущего колеса забегающей гусеницы.

В свою очередь, крутящий момент двигателя, необходимый для установившегося поворота трактора,

$$M_д' = M_к'/i,$$

где i — передаточное число трансмиссии.

Крутящий момент $M'_к$ можно представить в следующем виде:

$$M'_к = F_к r_к \left(\frac{v_1}{v'_2} + \frac{M_{рез}\omega}{F_к v'} + \frac{M_r \omega_r}{F_к v'} \right), \qquad (6.15)$$

где v'_2 — скорость трактора на прямолинейном участке.

Произведение $F_к r_к$ равно ведущему моменту $M_к$, приложенному к ведущему элементу заднего моста, при установившемся движении трактора на прямолинейном участке в одинаковых грунтовых условиях.

Считая КПД трансмиссии постоянным, заменим отношение ведущих моментов $M'_к/M_к$ соответствующим отношением крутящих моментов двигателя $M'_д/M_д$ при установившемся движении трактора на повороте и на прямолинейном участке, которое имеет вид

$$\frac{M'_д}{M_д} = \frac{M'_д}{M_{д.н}} : \frac{M_д}{M_{д.н}} = \chi' : \chi,$$

где $\chi' = M'_д/M_{д.н}$ — коэффициент нагрузки двигателя при установившемся движения трактора на повороте, равный отношению крутящего момента двигателя $M'_д$ к номинальному моменту $M_{д.н}$; $\chi = M_д/M_{д.н}$ — коэффициент нагрузки двигателя при установившемся движении трактора на прямолинейном участке пути, равный отношению крутящего момента двигателя $M_д$ к номинальному моменту $M_{д.н}$.

Подставляя отношение крутящих моментов двигателя в формулу (7.15) и заменяя величину ω отношением v'/R, получаем

$$\frac{\chi'}{\chi} = \frac{v'}{v'_2}\left(1 + \frac{M_{рез}}{F_к R} + \frac{M_r \omega_r}{F_к v'}\right). \qquad (6.16)$$

Наименьший радиус поворота достигается торможением до остановки отстающей полуоси, отстающего корпуса планетарного механизма или отстающей тормозной шестерни. В комбинированных механизмах поворота наименьший радиус получается при полном включении муфт поворота.

В указанных случаях угловая скорость ω_r в формуле (6.16) принимается равной нулю, откуда

$$\frac{\chi'}{\chi} = \frac{v'}{v'_2}\left(1 + \frac{M_{рез}}{F_к R_{min}}\right). \qquad (6.17)$$

Как видно из формулы (6.17), нагрузка двигателя при наиболее крутом повороте трактора зависит от грунтовых условий, характеризуемых величинами $M_{рез}$, $F_к$, и от типа механизма поворота, который определяет среднюю скорость v' и наименьший радиус поворота R_{min}.

Формула (6.17), выведенная для наиболее крутых поворотов, применима и для пологих, когда $R > R_{min}$. Другими словами, сумма всех трех членов формулы (6.16) при различных текущих значениях радиуса поворота R остается постоянной и равной

значению, определяемому по формуле (6.17), если параметр поворота ν постоянный. Поэтому увеличение работы сопротивления вращению гусениц около полюсов, вызванное уменьшением радиуса поворота R, компенсируется соответствующим снижением потерь на трение в тормозах и муфтах, а также меньшим расходом работы при прямолинейном движении трактора (последнее относится к механизмам поворота, при которых скорость забегающей гусеницы остается постоянной).

Момент сил трения M_r фрикционных элементов (тормозов или муфт поворота) при установившемся движении трактора на повороте определяется из следующего баланса моментов:

$$M'_к = M_{к2} + M_{к1} + M_r, \qquad (6.18)$$

где $M'_к$ — суммарный крутящий момент, приложенный к ведущему элементу заднего моста при установившемся повороте трактора; $M_{к2}$ — момент сил сопротивлений, приложенный к ведущему колесу забегающей гусеницы; $M_{к1}$ — момент сил сопротивлений, приложенный к ведущему колесу отстающей гусеницы, принимается положительным в том случае, когда касательная сила тяги $F_{к1}$ отстающей гусеницы направлена по движению трактора; при отрицательной касательной силе тяги в уравнении баланса моментов необходимо изменить знак $M_{к1}$.

На основании равенства $F_к = F_{спр} + F_{кр\,y}$ алгебраическая сумма моментов $M_{к2} + M_{к1}$, приложенных к ведущим колесам обеих гусениц, равна моменту $M_к$, приложенному к ведущему элементу заднего моста при установившемся движении того же трактора на том же горизонтальном участке.

Следовательно, момент M_r равен разности сил трения ведущих моментов, соответствующих установившемуся движению трактора на повороте и прямолинейно, т. е.

$$M_r = M'_к - M_к. \qquad (6.19)$$

Возможность поворота гусеничного трактора на горизонтальной поверхности с учетом сцепления забегающей гусеницы с грунтом формулируется следующим образом:

$$F_{к2} < 0{,}5\varphi G,$$

где φ — коэффициент сцепления забегающей гусеницы с грунтом.

Итак, необходимым условием установившегося поворота агрегата является равенство поворачивающего момента результирующему моменту всех внешних сопротивлений. Суммарная касательная сила тяги при установившемся повороте агрегата равна касательной силе тяги того же агрегата при установившемся прямолинейном движении. Возможность поворота агрегата ограничивается мощностью двигателя и сцеплением забегающей гусеницы с грунтом. В первом случае эта возможность обусловлена грунтовыми условиями и типом механизма поворота, во втором — ограничена только грунтовыми условиями и почти не зависит от типа механизма поворота.

6.6. КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ ПОВОРОТА С ОДИНАРНЫМ ПОТОКОМ МОЩНОСТИ

Механизм с муфтами поворота. В зависимости от условий следует различать два случая поворота: при положительном и отрицательном значениях касательной силы на отстающей гусенице.

Касательная сила отстающей гусеницы положительна, т. е. параметр поворота $\nu \leqslant 0{,}5$. В рассматриваемом случае установившийся поворот трактора достигается уменьшением момента, передаваемого муфтой поворота отстающей гусеницы при отпущенных тормозах.

Допустим, что момент, передаваемый отстающей гусенице через отстающую муфту поворота, равен $M_{к1}$. Момент, передаваемый забегающей гусенице через забегающую муфту поворота, равен разности $M'_к - M_{к1}$.

Момент $M_{к1}$, приложенный к отстающему ведущему колесу, уравновешивается моментом от действия касательной силы тяги $F_{к1}$ отстающей гусеницы:

$$M_{к1} = F_{к1} r_к,$$

откуда

$$F_{к1} = M'_{к1}/r_к.$$

Момент $M'_к - M_{к1}$, приложенный к забегающему ведущему колесу, уравновешивается моментом касательной силы тяги $F_{к2}$ забегающей гусеницы:

$$M'_к - M_{к1} = F_{к2} r_{к2},$$

откуда

$$F_{к2} = \frac{M'_к - M_{к1}}{r_к}.$$

Силы $F_{к2}$ и $F_{к1}$ приложены в плоскостях ведущих колес забегающей и отстающей гусениц. При перенесении их в продольную плоскость симметрии трактора получим суммарную касательную силу тяги

$$F_к = F_{к1} + F_{к2} = M'_к/r_к$$

и поворачивающий момент

$$M_п = 0{,}5B(F_{к2} - F_{к1}) = 0{,}5\frac{B}{r_к}(M'_к - 2M_{к1}).$$

Таким образом, в рассматриваемом случае поворачивающий момент регулируется изменением момента трения $M_{к1}$ отстающей муфты поворота.

Определим коэффициент нагрузки двигателя. Суммарная касательная сила тяги $F_к$ при установившемся повороте агрегата

$$F'_к = M'_к/r_к,$$

где $M'_к$ — ведущий момент при установившемся повороте агрегата.

Касательная сила $F_к$ при установившемся прямолинейном движении агрегата

$$F_к = M_к/r_к,$$

где $M_к$ — крутящий момент при установившемся прямолинейном движении агрегата.

На основании равенства $F_к = F_{спр} + F_{кр\,y}$ суммарная касательная сила тяги $F'_к$ при установившемся повороте агрегата равна касательной силе тяги $F_к$ при установившемся прямолинейном движении того же агрегата на том же участке пути.

Из сопоставления приведенных выше формул найдем

$$M'_к = M_к \quad \text{или} \quad \chi'/\chi = 1.$$

Необходимая при повороте *касательная сила отстающей гусеницы отрицательная*, т. е. параметр поворота $\nu > 0{,}5$. В этом случае установившийся поворот трактора достигается выключением отстающей муфты поворота и притормаживанием отстающей полуоси. Выражения для касательных сил забегающей и отстающей гусениц в этом случае имеют вид

$$F_{к2} = M'_к/r_к; \qquad F_{к1} = M_r/r_к,$$

где M_r — момент сил трения тормоза отстающей полуоси.

При перенесении этих сил в продольную плоскость симметрии трактора получим суммарную касательную силу тяги на повороте

$$F_к = F_{к2} + F_{к1} = \frac{M'_к - M_r}{r_к}$$

и поворачивающий момент

$$M_п = 0{,}5B\,(F_{к2} - F_{к1}) = 0{,}5\,\frac{B}{r_к}\,(M'_к + M_r). \qquad (6.20)$$

Как видно из изложенного, мощность двигателя передается через муфту поворота забегающей гусенице. Поэтому расчетный момент каждой муфты поворота должен быть не менее номинального ведущего момента при наибольшем передаточном числе трансмиссии.

Наибольшее теоретически возможное значение поворачивающего момента получается при повороте трактора на горизонтальном участке без усилия на крюке и при бесконечно малом сопротивлении качению гусениц ($F_{кр\,y} = 0$; $F_{спр} \approx 0$, следовательно, $F_к \approx 0$ и $M_к \approx 0$).

Момент трения M_r, необходимый в рассматриваемом теоретически возможном случае поворота гусеничного трактора, определяют по формуле (6.19):

$$M_{r\,max} = M'_к - M_к \approx M'_к.$$

Наибольший поворачивающий момент определяют по формуле (6.20):

$$M_{п\,max} = 0{,}5\,\frac{B}{r_к}\,2M'_{к.\,н} = \frac{B}{r_к}\,M'_{к.\,н},$$

где $M'_{к.\,н}$ — номинальный крутящий момент при наибольшем передаточном отношении трансмиссии.

Наличие силы тяги на крюке, потерь в механизмах гусениц и сопротивлений качению трактора снижает необходимый момент тормоза. Эти выводы справедливы, если обеспечено сцепление гусениц с почвой, т. е. выполняются условия

$$F_{к2} \leqslant 0{,}5\varphi G; \qquad -F_{к1} \leqslant 0{,}5\varphi G.$$

В предельном теоретически возможном случае поворота

$$M_{r\,max} = M'_к = F_{к2} r_к = 0{,}5\varphi G r_к.$$

Установим коэффициент нагрузки двигателя для случая поворота тракторного агрегата с отрицательной касательной силой отстающей гусеницы. Наименьший радиус поворота R_{min} равен половине поперечной базы плюс поперечное смещение полюса вращения C_1, т. е. $R_{min} = 0{,}5B + e_{1x}$. При $e_{1x} = 0$ $R_{min} = 0{,}5B$. В этом случае, как видно из плана скоростей (см. рис. 6.11), средняя скорость трактора на наиболее крутом повороте равна половине относительной скорости при прямолинейном движении.

Подставляя известные значения величин в формулу (6.17), получаем

$$\frac{\chi'}{\chi} = 0{,}5 + \frac{M_{рез}}{F_к B} = 0{,}5 + \nu. \tag{6.21}$$

Используя формулу (6.16), имеем

$$\frac{\chi'}{\chi} = \frac{R}{R + 0{,}5B} + \frac{M_{рез}}{F_к (R + 0{,}5B)} + \frac{M_r \omega_r}{F_к v'}. \tag{6.22}$$

Отношение коэффициентов нагрузки, характеризующее сопротивление при вращении гусениц около полюсов, как видно из формулы (6.22), зависит от радиуса поворота.

Допустим, что радиус поворота равен половине поперечной базы трактора B. Тогда второй член формулы

$$\left[\frac{M_{рез}}{F_к (R + 0{,}5B)}\right] = \frac{M_{рез}}{F_к B} = \nu.$$

При $R = 0{,}5B$ второй член формулы равен параметру поворота. Следовательно, если параметр поворота равен нулю, то второй член формулы (6.22) тоже равен нулю; если параметр поворота равен единице, второй член также равен единице. Потери в тормозе на основании формулы (6.22) определяют как разность суммарного отношения коэффициентов нагрузки χ'/χ и суммы первых двух членов указанной формулы, представляющих сопротивления при прямолинейном движении трактора и вращении гусениц около полюсов.

Рассмотрим потоки мощностей при установившемся повороте трактора. Мощность, подводимая к ведущему валу заднего моста от двигателя:

параметр поворота ν меньше или равен 0,5

$$P'_к = M'_к\omega_к = \frac{\chi'}{\chi} M_к\omega_к = M_к\omega_к,$$

параметр поворота ν больше 0,5

$$P'_к = \frac{\chi'}{\chi} M_к\omega_к = (0{,}5 + \nu) M_к\omega_к.$$

Угловая скорость забегающей полуоси всегда равна угловой скорости ведущего вала заднего моста $\omega_к$. Угловая скорость отстающей полуоси в случае $e_{1x} = e_{2x} = 0$ устанавливается при помощи плана скоростей трактора (см. рис. 6.11):

$$\omega_{к2} = \omega_к \frac{R - 0{,}5B}{R + 0{,}5B}.$$

Мощность, подводимая к забегающей гусенице,

$$P_{к2} = M_{к2}\omega_{к2} = (0{,}5 + \nu) M_к\omega_к.$$

Отстающей гусенице передается следующая мощность:

$$P_{к1} = M_{к1}\omega_{к1} = \pm (0{,}5 - \nu) M_к\omega_к \frac{R - 0{,}5B}{R + 0{,}5B}.$$

Знак плюс соответствует установившемуся повороту трактора с положительным значением касательной силы отстающей гусеницы (при $\nu \leqslant 0{,}5$); знак минус — с отрицательным значением касательной силы отстающей гусеницы (при $\nu > 0{,}5$). В последнем случае мощность $P_{к1}$ передается от движущегося остова трактора отстающей гусенице и полностью теряется в тормозе.

Потери в отстающей муфте поворота при $\nu \leqslant 0{,}5$

$$P_r = M_r\omega_r,$$

где M_r — момент, передаваемый отстающей муфтой и равный произведению касательной силы тяги $F_{к1}$ на динамический радиус ведущего колеса $r_к$:

$$M_r = (0{,}5 - \nu) F_к r_к = (0{,}5 - \nu) M_к;$$

ω_r — относительная угловая скорость ведущих и ведомых дисков отстающей муфты;

$$\omega_r = \omega_к - \omega_{к1} = \omega_к \frac{B}{R + 0{,}5B}.$$

Подставляя эти выражения в приведенную выше формулу для определения потерь мощности в отстающей муфте, получаем

$$P_r = (0{,}5 - \nu) M_к\omega_к \frac{B}{R + 0{,}5B}.$$

6.7. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА УПРАВЛЯЕМОСТИ ГУСЕНИЧНОГО ТРАКТОРА ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ПОВОРОТЕ

Построим зависимости результирующего момента внешних сопротивлений $M_{рез}$ от радиуса поворота (рис. 6.20). Как было установлено, результирующий момент равен сумме момента

сопротивлений M_p и отклоняющего момента M. В свою очередь, момент сопротивлений M_p равен сумме моментов, возникающих при деформации грунта кромками гусениц и трении опорных ветвей гусениц о грунт:

$$M_p = \sum M_{\sigma_i} + \sum M_{f_i}.$$

Поворачивающий момент $M_{пN}$, предельный по мощности двигателя, зависит от механизма поворота. Для механизма с муфтами поворота его вычисляют в следующем порядке. Как было установлено выше, момент тормоза $M_т$ определяют из условия равновесия валов и полуоси заднего моста трактора:

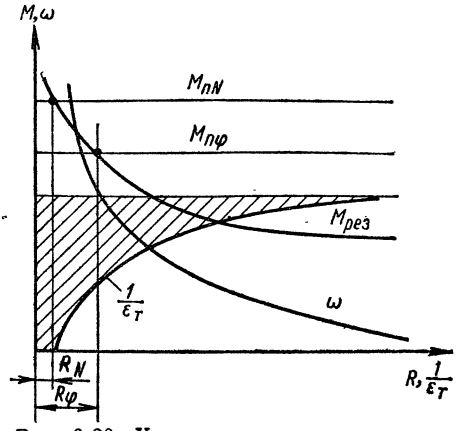


Рис. 6.20. Характеристика управляемости гусеничного трактора при установившемся повороте

$$M_т = M_{к.н} - M_к,$$

где $M_{к.н}$ — крутящий момент, приложенный к ведущему элементу заднего моста и соответствующий номинальному крутящему моменту двигателя.

Подставляя приведенное выражение моментов тормозов в формулу (6.20), получаем следующее выражение для поворачивающего момента, предельного по мощности двигателя:

$$M_{пN} = 0{,}5\frac{B}{r_к}(M_{кн} - M_т).$$

Воспользовавшись формулой (6.19), получим

$$M_{пN} = 0{,}5\frac{B}{r_к}[M_{кн} + (2i+1)M_т] =$$

$$= 0{,}5\frac{B}{r_к}[2(i+1)M_{к.н} - (2i+1)M_к],$$

где i — передаточное число планетарного механизма поворота.

Поворачивающий момент $M_{пφ}$, предельный по сцеплению забегающей гусеницы с грунтом, не зависит от конструкции механизма поворота. При установившемся движении трактора на повороте имеем следующее соотношение:

$$F_{к2} = 0{,}5F_к + \frac{M_{пφ}}{B} = 0{,}5φG.$$

Искомое значение поворачивающего момента

$$M_{пφ} = 0{,}5B(φG - F_к).$$

Если поворачивающий момент $M_{\text{п}N}$, предельный по мощности двигателя, окажется больше поворачивающего момента $M_{\text{пф}}$, то поворот трактора ограничивается сцеплением забегающей гусеницы с грунтом. Использование номинальной мощности двигателя в этом случае невозможно вследствие полного буксования забегающей гусеницы. Если $M_{\text{пф}} > M_{\text{п}N}$, то поворот трактора ограничивается мощностью двигателя.

Поворачивающие моменты, предельные по мощности двигателя и по сцеплению забегающей гусеницы с грунтом, отложим по оси ординат в масштабе, принятом при построении графика (см. рис. 6.20), и проведем через полученные точки горизонтальные прямые. Если они не пересекут кривую, представляющую собой изменение результирующего момента $M_{\text{рез}}$, то установившийся поворот трактора с агрегатируемой машиной в заданных условиях невозможен.

Если прямые пересекут линию $M_{\text{рез}}$, установившийся поворот агрегата осуществим и полученные точки пересечения установят предельные по мощности двигателя и сцеплению забегающей гусеницы с грунтом радиусы поворота трактора R_N и R_φ.

Как было отмечено, реализовать можно лишь меньший из предельных поворачивающих моментов $M_{\text{п}N}$ или $M_{\text{пф}}$. В дальнейшем обозначим этот момент $M_{\text{п lim}}$. На рис. 6.20 наименьшим является поворачивающий момент $M_{\text{пф}}$, а наименьшим радиусом поворота — R_φ.

Допустим, что поворот гусеничного трактора происходит при реализации поворачивающего момента, равного предельному $M_{\text{п lim}}$. Отрезки ординат между прямой, представляющей предельный момент $M_{\text{п lim}}$, и кривой, показывающей изменение результирующего момента, будут представлять собой избыточный момент, под влиянием которого увеличивается угловая скорость.

Угловое ускорение трактора

$$\varepsilon_{\text{т}} = \frac{M_{\text{п lim}} - M_{\text{рез}}}{J_z},$$

где J_z — момент инерции трактора относительно вертикальной оси.

Для механизмов поворота, при которых скорость забегающей гусеницы постоянна, указанная ось совпадает с линией пересечения плоскости симметрии забегающей гусеницы с вертикальной поперечной плоскостью, проходящей через середины опорных поверхностей гусениц.

По следующей формуле построим график изменения угловой скорости:

$$\omega = v_2'/(R + 0{,}5B).$$

Для определения времени t, в течение которого радиус поворота уменьшается до какого-либо значения, построим график изменения величины, обратно пропорциональной угловому уско-

рению $1/\varepsilon_т = f(\omega)$; при этом на оси ординат откладываем значения величины ω, а на оси абсцисс — $1/\varepsilon$ (см. рис. 6.20):

$$\frac{1}{\varepsilon_т} = \frac{J_z}{M_{п\ lim} - M_{рез}}.$$

Площадь этого графика — значение искомого промежутка времени.

Для доказательства преобразуем приведенную выше формулу следующим образом:

$$\varepsilon_т = \frac{d\omega}{dt} = \frac{M_{п\ lim} - M_{рез}}{J_z}.$$

Откуда

$$dt = \frac{J_z}{M_{п\ lim} - M_{рез}} d\omega.$$

Интегрируя в пределах от начального времени, когда угловая скорость трактора ω равна нулю (прямолинейное движение), до момента достижения какого-либо значения угловой скорости, получаем

$$t = \int_0^t \frac{J_z}{M_{п\ lim} - M_{рез}} d\omega.$$

Значения этих интегралов графически представлены площадью, ограниченной осью ординат, линией зависимости $1/\varepsilon_т = f(\omega)$, начальной и конечной абсциссами, причем начальная абсцисса совпадает с осью абсцисс (угловая скорость поворота трактора ω в начальный момент времени равна нулю). Указанная площадь на рис. 6.20 заштрихована.

Очевидно, промежуток времени, необходимый для определения предельного по мощности двигателя или сцеплению забегающей гусеницы с грунтом радиуса поворота R_{min}, равен бесконечности. Поэтому для сравнительной оценки управляемости различных гусеничных тракторов следует определить время, необходимое для установления радиуса поворота, равного какому-либо условно принимаемому значению.

Этот условный радиус поворота обычно принимают равным $1{,}05R_{min}$, т. е. увеличивают значение предельного радиуса на 5 %.

Итак, теоретическая характеристика управляемости гусеничного трактора дает возможность оценить предельные радиусы поворота, время вписания трактора в кривую постоянного радиуса и другие величины, характеризующие установившееся движение агрегата на повороте.

6.8. ДИНАМИЧЕСКАЯ ПОВОРАЧИВАЕМОСТЬ ГУСЕНИЧНОГО ТРАКТОРА

Рассмотрим общий случай движения гусеничного трактора в режиме неустановившегося поворота. Сформулируем задачу следующим образом: по заданным начальным условиям и

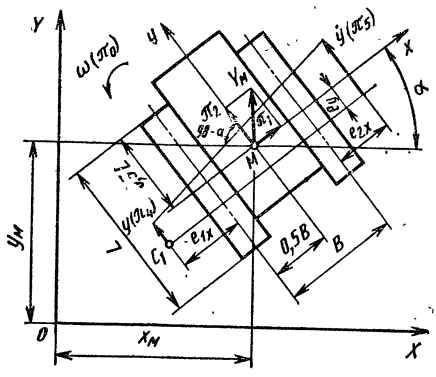


Рис. 6.21. Кинематика неустановившегося поворота гусеничного трактора

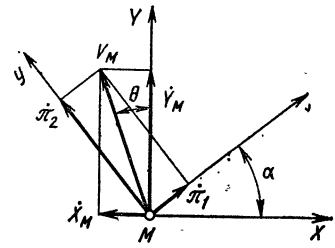


Рис. 6.22. Схема связи квазикоординат с неподвижными координатами

известному закону изменения касательных сил тяги гусениц во времени определить закон изменения обобщенных координат трактора.

При выводе уравнений движения для упрощения сложных явлений, имеющих место при неустановившемся режиме поворота, допустим, что: 1) взаимодействие гусениц с грунтом определяется силами трения, возникающими между ними и не зависящими от тангенциальных перемещений; трение изотропно и силы трения прямо пропорциональны нормальному давлению; 2) опорные ветви гусениц представляют собой абсолютно жесткие площадки, при этом давление распределено в продольном направлении гусениц по линейному закону, а в поперечном направлении гусениц оно постоянно; 3) центр масс трактора в горизонтальной плоскости совпадает с центром симметрии трактора (точка M, рис. 6.21).

Введем две системы координат: XOY — неподвижную, xMy — подвижную по отношению к первой, начало последней системы координат совпадает с центром масс трактора.

Движущуюся систему — гусеничный трактор — при неустановившемся повороте можно рассматривать как голономную систему с пятью степенями свободы: три степени свободы остова трактора в плоском движении и две степени свободы движения гусеничных ветвей относительно остова. Следовательно, положение рассматриваемой системы вполне определяется пятью обобщенными координатами (рис. 6.21): двумя координатами $x_м$, $y_м$ центра масс, углом поворота β трактора и смещениями y_1 и y_2 гусеничных лент относительно остова трактора.

При описании уравнений движения можно использовать уравнение Лагранжа второго рода, поскольку трактор представляет собой голономную систему. Однако при таком выборе обобщенных координат уравнения динамики получаются громоздкими, особенно их правые части — обобщенные силы.

Для упрощения уравнений используем квазикоординаты, которые связаны с обобщенными координатами определенными соотношениями. В рассматриваемых случаях выберем квазискорости — проекции скорости $v_м$ центра масс трактора на оси, связанные с центром масс. Обозначим квазискорости $\dot{\pi}_1$, $\dot{\pi}_2$, $\dot{\pi}_3$, $\dot{\pi}_4$, $\dot{\pi}_5$ (здесь $\dot{\pi}_1 = d\pi_1/dt$ — проекции скорости $v_м$ на ось y; $\dot{\pi}_2 = d\pi_2/dt$ — проекции скорости $v_м$ на ось x; $\dot{\pi}_3$ — угловая скорость поворота $\omega = d\beta/dt$; $\dot{\pi}_4 = dy_1/dt$ — скорость движения отстающей гусеницы относительно остова; $\dot{\pi}_5 = dy_2/dt$ — скорость движения забегающей гусеницы относительно остова).

Для связи квазикоординат с неподвижными координатами совместим начало неподвижных координат (точку O, рис. 6.21) с центром масс трактора (рис. 6.22). Тогда

$$\dot{y}_м = v_м \cos\theta = \dot{\pi}_2 \cos\beta + \dot{\pi}_1 \sin\beta;$$
$$\dot{x}_м = -v_м \sin\theta = -\dot{\pi}_2 \sin\beta + \dot{\pi}_1 \cos\beta \qquad (6.23)$$

или

$$\dot{y}_м = \frac{dy_м}{dt} = \frac{d\pi_2}{dt}\cos\beta + \frac{d\pi_1}{dt}\sin\beta;$$

$$\dot{x}_м = \frac{dx_м}{dt} = -\frac{d\pi_2}{dt}\sin\beta + \frac{d\pi_1}{dt}\cos\beta.$$

Решая систему уравнений (6.23) относительно $d\pi_1$ и $d\pi_2$, получаем

$$d\pi_1 = dx_м \cos\beta + dy_м \sin\beta; \quad d\pi_2 = -dx_м \sin\beta + dy_м \cos\beta.$$

Дифференциалы квазикоординат π_3, π_4 и π_5

$$d\pi_3 = d\beta; \quad d\pi_4 = dy_1; \quad d\pi_5 = dy_2. \qquad (6.24)$$

Уравнение динамики составим, воспользовавшись уравнениями Аппеля. При взаимодействии опорных ветвей гусениц с грунтом имеет место рассеяние энергии, причем сила трения в соответствии с принятыми ранее допущениями подчиняются закону Кулона. В этом случае рассеяние энергии можно характеризовать диссипативной функцией.

Тогда уравнения Аппеля примут вид

$$\frac{\partial E}{\partial \ddot{\pi}_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\pi}_i} = Q_i, \quad i = 1, 2, \ldots, 5,$$

где E — энергия ускорения системы; Φ — диссипативная функция; Q_i — обобщенная сила, соответствующая i-й квазикоординате.

Для составления уравнений необходимо найти энергию ускорений и диссипативную функцию. Энергия ускорений гусеничного трактора слагается из энергий ускорений поступательного движения центра масс и ускорений гусениц в движении относительно остова:

$$E = \frac{m}{2}(\ddot{x}_м^2 + \ddot{y}_м^2 + \rho\ddot{\beta}^2) + \frac{m_г}{2}(\ddot{y}_1^2 + \ddot{y}_2^2),$$

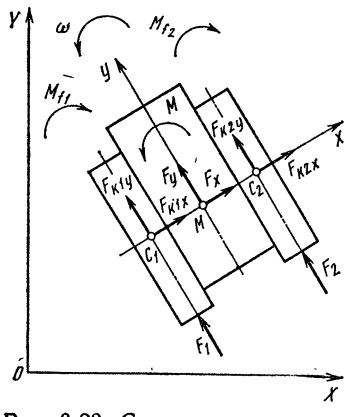


Рис. 6.23. Схема сил и моментов, действующих на трактор при неустановившемся повороте

где m — масса гусеничного трактора; ρ — радиус инерции трактора относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс; $m_г$ — масса гусеницы.

Из соотношений (6.23) и (6.24) находим

$$\dot{x}_м = \dot{\pi}_1 \cos\beta - \dot{\pi}_1\dot{\beta}\sin\beta - \\ -\dot{\pi}_2 \sin\beta - \dot{\pi}_2\dot{\beta}\cos\beta;$$

$$\dot{y}_м = \dot{\pi}_1 \sin\beta + \dot{\pi}_1\dot{\beta}\cos\beta + \\ + \dot{\pi}_2 \cos\beta - \dot{\pi}_2\dot{\beta}\sin\beta;$$

$$\dot{\beta} = \dot{\pi}_3; \quad \dot{y}_1 = \dot{\pi}_4; \quad \dot{y}_2 = \dot{\pi}_5.$$

Тогда, сохраняя члены, содержащие лишь квазиускорения, получим

$$E = \frac{m}{2}(\ddot{\pi}_2^2 - 2\ddot{\pi}_1\dot{\pi}_2\dot{\pi}_3 + \ddot{\pi}_2^2 + 2\ddot{\pi}_2\dot{\pi}_1\dot{\pi}_3 + \rho^2\ddot{\pi}_3^2) + \frac{m_г}{2}(\ddot{\pi}_4^2 + \ddot{\pi}_5^2). \tag{6.25}$$

Диссипативная функция связана с мощностью диссипативных сил соотношением

$$P = -(n - 1)\,\Phi,$$

где P — мощность диссипативных сил; n — показатель степенной зависимости сил сопротивления от скорости.

Так как по условию соблюдается закон трения Кулона $n = 0$, то $\Phi = -P$.

Найдем мощность сил трения при повороте гусеничного трактора. Пусть система повернулась на угол $d\beta$. Тогда элементарная работа сил трения

$$dW = -(M_{f1} + M_{f2})\,d\beta,$$

где M_{f1} и M_{f2} — главные моменты сил трения опорных частей гусениц относительно полюсов вращения C_1 и C_2 (рис. 6.23).

Тогда

$$P = \frac{dW}{dt} = -(M_{f1} + M_{f2})\,\dot{\pi}_3.$$

В свою очередь, моменты

$$M_{f1} = fp_1Lb\sqrt{e_s^2 + e_{1x}^2 + e_y^2}; \quad M_{f2} = fp_2Lb\sqrt{e_s^2 + e_{2x}^2 + e_y^2},$$

где p_1, p_2 — давление опорных ветвей гусениц на грунт; e_s — радиус трения; e_{1x}, e_{2x}, e_y — эксцентриситеты полюсов вращения.

Так как давление между гусеницами распределено неравномерно, имеем

$$M_{f1} = (1 - \xi_{\text{п}}) f p_{\text{ср}} L b \sqrt{e_s^2 + e_{1x}^2 + e_y^2};$$
$$M_{f2} = (1 + \xi_{\text{п}}) f p_{\text{ср}} L b \sqrt{e_s^2 + e_{2x}^2 + e_y^2}, \tag{6.26}$$

где $\xi_{\text{п}}$ — коэффициент перераспределения давления по гусеницам.

Выразим координаты полюсов вращения опорных ветвей гусениц через квазискорости (см. рис. 6.21):

$$e_{1x} + \frac{B}{2} = \frac{\dot{\pi}_2 - \dot{\pi}_4}{\dot{\pi}_3} = \frac{1}{\dot{\pi}_3}(\dot{\pi}_2 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_4);$$
$$e_{2x} + \frac{B}{2} = \frac{\dot{\pi}_5 - \dot{\pi}_2}{\dot{\pi}_3} = \frac{1}{\dot{\pi}_3}(\dot{\pi}_5 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_2); \tag{6.27}$$
$$e_y = \dot{\pi}_1/\dot{\pi}_3.$$

Выражение для диссипативной функции с учетом формул (6.26) и (6.27) примет вид

$$\Phi = (1 - \xi_{\text{п}}) f p_{\text{ср}} L b \sqrt{e_s^2\dot{\pi}_3^2 + (\dot{\pi}_2 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_4)^2 + \dot{\pi}_2^2} +$$
$$+ (1 + \xi_{\text{п}}) f p_{\text{ср}} L b \sqrt{e_s^2\dot{\pi}_3^2 + (\dot{\pi}_5 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_2)^2 + \dot{\pi}_1^2}.$$

Дифференцируя выражение (6.25) энергии ускорений по квазиускорениям, получаем

$$\frac{\partial W}{\partial \ddot{\pi}_1} = m(\ddot{\pi}_1 - \dot{\pi}_2\dot{\pi}_3); \quad \frac{\partial W}{\partial \ddot{\pi}_2} = m(\ddot{\pi}_2 + \dot{\pi}_1\dot{\pi}_3); \quad \frac{\partial W}{\partial \ddot{\pi}_3} = m\rho^2\ddot{\pi}_3;$$
$$\frac{\partial W}{\partial \ddot{\pi}_4} = m_{\text{г}}\ddot{\pi}_4; \quad \frac{\partial W}{\partial \ddot{\pi}_5} = m_{\text{г}}\ddot{\pi}_5. \tag{6.28}$$

Дифференцируя диссипативную функцию и обозначив радикалы

$$R_1 = \sqrt{e_s^2\dot{\pi}_3^2 + (\dot{\pi}_2 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_4)^2 + \dot{\pi}_2^2};$$
$$R_2 = \sqrt{e_s^2\dot{\pi}_3^2 + (\dot{\pi}_5 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_2)^2 + \dot{\pi}_1^2},$$

получаем

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\pi}_1} = f p_{\text{ср}} L b \left[\frac{1 - \xi_{\text{п}}}{R_1}\dot{\pi}_1 + \frac{1 + \xi_{\text{п}}}{R_2}\dot{\pi}_1\right];$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\pi}_2} = f p_{\text{ср}} L b \left[\frac{1 - \xi_{\text{п}}}{R_1}(\dot{\pi}_2 - 0{,}5B\dot{\pi}_1 - \dot{\pi}_4) + \right.$$
$$\left. + \frac{1 + \xi_{\text{п}}}{R_2}(\dot{\pi}_5 - 0{,}5B\dot{\pi}_3 - \dot{\pi}_2)\right];$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\pi}_3} = f p_{\text{ср}} L b \left\{\frac{(1 - \xi_{\text{п}})\left[e_s^2\dot{\pi}_3 - 0{,}5B\left(\dot{\pi}_2 - 0{,}5B\left(\dot{\pi}_2 - 0{,}5\dot{\pi}_3 B - \dot{\pi}_4\right)\right)\right]}{R_1} + \right.$$

$$+\frac{(1+\xi_{\text{п}})\left[e_s^2\dot{\pi}_3-0{,}5B\left(\dot{\pi}_5-0{,}5B\dot{\pi}_3-\dot{\pi}_2\right)\right]}{R_2}\Bigg\};$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_4}=-(1-\xi_{\text{п}})\frac{fp_{\text{ср}}Lb\left(\dot{\pi}_2-0{,}5B\dot{\pi}_3-\dot{\pi}_4\right)}{R_1};$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_5}=(1+\xi_{\text{п}})\frac{fp_{\text{ср}}Lb\left(\dot{\pi}_5-0{,}5B\dot{\pi}_3-\dot{\pi}_2\right)}{R_2}.$$

Чтобы раскрыть физический смысл этих выражений, воспользуемся равенствами (6.27) и первой теоремой Н. Е. Жуковского:

$$F_{\text{к}x}=\frac{\partial M_f}{\partial y};\quad F_{\text{к}y}=\frac{\partial M_f}{\partial x}$$

и, кроме того, зависимостью

$$M_{f0}=\frac{e_s^2\left(fp_{\text{ср}}Lb\right)^2}{M_f},$$

где M_{f0} — момент сил трения, приведенный к центру симметрии гусениц.

Касательные силы тяги также приводятся к центру симметрии гусениц. Тогда

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_1}=-(1-\xi_{\text{п}})F_{\text{к}1x}-(1+\xi_{\text{п}})F_{\text{к}2x};$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_2}=(1-\xi_{\text{п}})F_{\text{к}1y}-(1+\xi_{\text{п}})F_{\text{к}2y};$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_3}=(1-\xi_{\text{п}})\left(M_{f01}-0{,}5BF_{\text{к}1y}\right)+(1+\xi_{\text{п}})\left(M_{f02}-0{,}5BF_{\text{к}2y}\right);$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_4}=-(1-\xi_{\text{п}})F_{\text{к}1y};\quad\frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\pi}_5}=(1+\xi_{\text{п}})F_{\text{к}2y},\qquad(6.29)$$

где $F_{\text{к}1x}$, $F_{\text{к}2x}$, $F_{\text{к}1y}$, $F_{\text{к}2y}$— проекции сил сцепления гусениц с грунтом на оси xM, yM.

Таким образом, первые два уравнения системы выражают сумму проекций сил трения опорных ветвей гусениц на оси xM и yM (см. рис. 6.21), третье уравнение — сумма моментов сил трения относительно центра масс, последние два уравнения дают продольные силы сцепления гусениц с грунтом.

Обобщенные силы находим из принципа виртуальных перемещений:

$$\delta W=\sum_1^5 Q_i\delta\pi_i,$$

где Q_i— обобщенная сила; $\delta\pi_i$ — возможные перемещения по квазикоординатам.

Обобщенные силы, соответствующие квазикоординатам,

$$Q_1=F_{\text{кр}\,x};\quad Q_2=F_{\text{кр}\,y};\quad Q_3=M;\quad Q_4=F_{\text{к}1};\quad Q_5=F_{\text{к}2},\qquad(6.30)$$

где $F_{\text{кр}\,x}$ и $F_{\text{кр}\,y}$— составляющие главного вектора внешних сил, приведенного к точке M (рис. 6.23); M — момент внешних сил относительно центра масс, включающий моменты грунта при деформации его кромками гусениц; $F_{\text{к}1}$ и $F_{\text{к}2}$ — касательные усилия на ведущих колесах отстающей и забегающей гусениц.

Уравнения динамики поворота гусеничного трактора с учетом формул (6.28)—(6.30) примут следующий вид:

$$m(\ddot{\pi}_1 - \dot{\pi}_2\dot{\pi}_3) = F_x + (1 - \xi_п) F_{к1x} + (1 + \xi_п) F_{к2x};$$

$$m(\ddot{\pi}_2 + \dot{\pi}_2\dot{\pi}_3) = F_y - (1 - \xi_п) F_{к1y} + (1 + \xi_п) F_{к2y};$$

$$m\rho^2\ddot{\pi}_3 =$$

$$= M - (1 - \xi_п)(M_{f01} - 0{,}5BF_{к1y}) - (1 + \xi_п)(M_{f02} - 0{,}5BF_{к2y});$$

$$m_г\ddot{\pi}_4 = F_1 + (1 - \xi_п) F_{к1y}; \quad m_г\ddot{\pi}_5 = F_2 - (1 + \xi_п) F_{к2y}. \quad (6.31)$$

Первые два уравнения дают сумму проекций всех сил на оси xM и yM, третье — представляет сумму моментов всех сил относительно центра масс, последние два уравнения — условия равновесия гусениц относительно остова трактора. Уравнения движения (6.31), составленные в квазикоординатах, сравнительно просты и позволяют решать разнообразные задачи неустановившегося поворота гусеничного трактора.

Для построения траектории движения трактора при неустановившемся повороте находим квазискорости $\dot{\pi}_1$ и $\dot{\pi}_2$ центра масс при плоскопараллельном движении и угловую скорость поворота $\dot{\pi}_3$, для чего необходимо проинтегрировать систему уравнений (6.31) один раз.

По найденным значениям квазискоростей найдем координаты центра масс и составим дополнительные уравнения, использовав соотношения (6.23) и (6.24):

$$\dot{\beta} = \dot{\pi}_3;$$

$$\dot{x}_м = -\dot{\pi}_2 \sin\beta + \dot{\pi}_1 \cos\beta; \quad (6.32)$$

$$y_м = \dot{\pi}_2 \cos\beta + \dot{\pi}_1 \sin\beta.$$

Проинтегрировав систему уравнений (6.32), находим координаты $x_м$ и $y_м$ центра масс и угол поворота β, т. е. необходимые данные для построения траектории движения гусеничного трактора при неустановившемся повороте.

Таким образом, уравнения динамики гусеничного трактора дают возможность при заданных значениях внешних сил и моментов находить траекторию движения трактора, линейные, угловые скорости и ускорения остова трактора и гусениц при неустановившемся повороте и, наоборот, по заданной траектории движения и внешним силам определять касательные силы тяги гусениц и результирующий момент сопротивления повороту.

ГЛАВА 7

УСТОЙЧИВОСТЬ ТРАКТОРА

7.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ. КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

Значительный объем перевозок сельскохозяйственных грузов осуществляется колесными или гусеничными тракторами в агрегате с прицепами. В настоящее время на внутрихозяйственных перевозках доля тракторных поездов составляет около 60% общего объема перевозок по массе перевозимых грузов и примерно 30 % грузооборота. Распределение годовой загрузки колесных тракторов по видам работ показывает, что свыше 50 % общего времени их используют на транспортных работах.

Эксплуатационные показатели сельскохозяйственных тракторов и составленных на их базе машинно-тракторных агрегатов, в частности показатели, характеризующие качество выполнения различных технологических операций, находятся в зависимости от устойчивости их движения.

Неравномерность обработки почвы, наличие погрешностей и перекрытий обрабатываемых площадей, глубоких разъемных борозд и высоких свальных гребней, неполное уничтожение сорняков в междурядьях, повреждения и засыпание культурных растений в рядках являются, как правило, следствием нарушения устойчивости движения трактора и других звеньев машинно-тракторного агрегата. Устранение этих нежелательных явлений, сопровождающих работу агрегата, может быть достигнуто путем выбора рациональных значений параметров его звеньев для заданных условий движения. При этом важно осуществить такой выбор на стадии проектирования трактора. Использование современного математического аппарата позволяет решить эту задачу путем проведения теоретических исследований.

Определение понятия устойчивости движения механической системы было обосновано А. М. Ляпуновым.

При теоретических исследованиях устойчивости движения составляется система дифференциальных уравнений, описывающих движение тракторного поезда, трактора или машинно-тракторного агрегата. Затем исследуется устойчивость решения полученной системы уравнений.

Решение $y_i = f_i(t)$ $i = 1, 2, \ldots, n$ *системы обыкновенных дифференциальных уравнений вида* $y_i = f_i(t, y_1, y_2, \ldots, y_n)$ $i = 1, 2, \ldots, n$ *называется устойчивым по А. М. Ляпунову, если каждая функция* $y_i(t)$ *есть равномерно непрерывная функция от всех начальных значений* $y_i(0) = y_{i0}$ $i = 1, 2, \ldots, n$ *в интервале* $0 \leqslant$

$\leqslant t < \infty$ *так, что малое изменение начальных условий не может вызвать больших изменений решения системы уравнений.* В частности, условие устойчивости движения механической системы для случая, когда возмущения описываются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, формулируется следующим образом. Невозмущенное движение может быть асимптотически устойчиво, если все корни характеристического уравнения будут иметь отрицательные вещественные части. Если среди корней этого уравнения имеется хотя бы один с положительной вещественной частью, то невозмущенное движение неустойчиво. Невозмущенное движение будет устойчивым, но не асимптотически, когда характеристическое уравнение, не имея корней с положительными вещественными частями, имеет корни с вещественными частями, равными нулю.

Характер корней характеристического уравнения может быть исследован с помощью критерия Гурвица, согласно которому уравнение любой степени имеет отрицательные действительные части комплексных корней, если все коэффициенты уравнения положительны и, кроме того, равны нулю некоторые определители, составленные из коэффициентов рассматриваемого уравнения.

Указанные признаки устойчивости движения трактора относятся к случаям, когда отклонения от основного движения описываются линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Однако при составлении дифференциальных уравнений движения часто получаются нелинейные уравнения. В этих случаях при исследовании малых отклонений трактора предварительно производится линеаризация уравнений. Затруднения могут возникнуть лишь при получении нулевых корней характеристических уравнений. Вопрос об устойчивости движения в этом случае должен решаться с учетом нелинейных слагаемых, отброшенных при линеаризации.

Коэффициент жесткости в дифференциальном уравнении движения системы второго порядка может оказаться переменным, зависящим от времени. В этом случае возникают так называемые параметрические колебания, для исследования которых разработаны специальные методы.

Большое влияние на характеристики движения оказывает реакция трактора на внешние возмущения. В одних случаях возмущения остаются малыми или же постепенно затухают и исчезают, и система возвращается к основному движению. В других— отклонения от первоначального движения с течением времени увеличиваются и уводят систему от основного движения. Кроме того, может возникнуть незатухающий колебательный процесс или процесс с безгранично возрастающей амплитудой.

Таким образом, последствия возмущения могут быть значительными, несмотря на очень малые первичные возмущения, и возмущенное движение может существенно отличаться от невоз-

мущенного. Так как при движении машинно-тракторного агрегата по поверхности поля возмущающие факторы (неровности рельефа, неоднородность почвы по составу, влажности и механическим свойствам, наличие камней, корней растений и т. п.) существуют неизбежно, то выявление характера изменения параметров движения после их возвращения имеет важное практическое значение. Именно это и является основной задачей теории устойчивости движения трактора.

Устойчивым считается обычно такое движение, при котором некоторые отклонения контрольных параметров Δ *удовлетворяют условию* $\Delta < \Delta_0$ *за период времени* $t = t_0 + t_н$ (здесь Δ_0 — заданный допуск на отклонение контрольного параметра; t_0 — время начала действия некоторого возмущения; $t_н$ — время наблюдения). Если период колебательного процесса близок к времени реакции системы трактор—водитель, то действия водителя могут быть причиной возбуждения незатухающего процесса. Необходимо, чтобы период колебаний превышал не менее чем в 3—4 раза время реакций указанной системы, т. е. составлял более 4—6 с. Следовательно, строгое решение задачи об устойчивости движения требует совместного рассмотрения системы водитель—машина—грунт, причем может оказаться, что управляемая система будет устойчивой в любых условиях эксплуатации при движении с достаточно высокой скоростью благодаря водителю, который может неустойчивый трактор перемещать с допустимым отклонением от заданного направления.

При устойчивом движении отклонения от заданного направления с течением времени уменьшаются по тому или иному закону, определяемому динамическими свойствами системы машина—дорога. Очевидно, чем меньше отклонения от заданного направления движения получает трактор и чем короче время движения в отклоненном состоянии, тем большей практической устойчивостью обладает данный трактор.

Потеря трактором устойчивости выражается в его самопроизвольном отклонении от заданного направления, боковом скольжении или опрокидывании. В зависимости от направления опрокидывания различают продольную и поперечную устойчивость. Более вероятно и опасно нарушение поперечной устойчивости, возникающее вследствие действия боковых сил: центробежных, поперечных составляющих силы тяжести и нагрузки на крюке, ударов о неровности опорной поверхности и др. Заметим, что боковое скольжение колес переднего и заднего мостов начинается обычно не одновременно. В зависимости от условий движения, распределения вертикальных нагрузок на мосты и от наличия тяговых или тормозных сил боковое скольжение могут получить колеса только одного моста (занос трактора).

Учитывая сказанное, *под устойчивостью понимается свойство трактора сохранять в заданных пределах независимо от скорости движений и действия внешних и инерционных сил направление*

скорости движения, ориентации продольной и вертикальной осей при определенном управлении, закрепленном или свободном руле.

Таким образом, различают устойчивость по *направлению движения* (*курсовая устойчивость*), *по опрокидыванию* (*продольная и поперечная устойчивость*) и по *боковому смещению* (*устойчивость против заноса*).

В качестве оценочных параметров устойчивости обычно принимают: *углы и угловые скорости продольного и поперечного опрокидывания, угол и угловую скорость поворота трактора, время и путь, пройденный трактором в отклоненном состоянии.* Часть оценочных параметров устойчивости трактора являются управляемыми (угол и угловая скорость поворота трактора, время и путь, пройденный трактором в отклоненном состоянии), а другие — неуправляемыми (углы и угловые скорости поперечного и продольного опрокидывания).

Устойчивость движения трактора связана с его управляемостью. Во многих случаях желательным является сохранение управляемых параметров постоянными на некотором участке пути движения трактора. У трактора, обладающего хорошей устойчивостью, сохранение управляемых параметров постоянными и приближение их к желательным возможно без вмешательства водителя в более широком диапазоне возмущающих воздействий, чем у трактора, имеющего худшую устойчивость. Поэтому вероятность совпадения действительных параметров с желательными при одинаковых эксплуатационных условиях тем выше, чем лучше устойчивость движения трактора.

7.2. УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ТРАКТОРА

Рассмотрим прямолинейное движение трактора с эластичными в боковом направлении шинами и обладающего избыточной поворачиваемостью ($\varphi_{ув\,1} - \varphi_{ув\,2} < 0$). С точки зрения обеспечения хорошей маневренности и движения трактора с меньшими радиусами поворота при заданных углах отклонения управляемых колес эта характеристика поворачиваемости предпочтительнее.

Заметим, что при действии боковой силы трактор с избыточной поворачиваемостью даже при управляемых колесах, установленных в нейтральном положении, может самопроизвольно входить в поворот.

Пусть на прямолинейно движущийся со скоростью v трактор действует боковая сила $F_б$, приложенная в его центре масс (рис. 7.1, *а*). В пятне контакта шин с опорной поверхностью возникают боковые реакции $F_{б1}$ и $F_{б2}$, сумма которых равна внешней боковой силе $F_б$ и не превышает сил сцепления колес с опорной поверхностью. Под действием боковых реакций будет происходить увод шин переднего и заднего мостов с углами $\varphi_{ув1}$ и $\varphi_{ув\,2}$. В этом случае векторы скоростей середин мостов окажутся

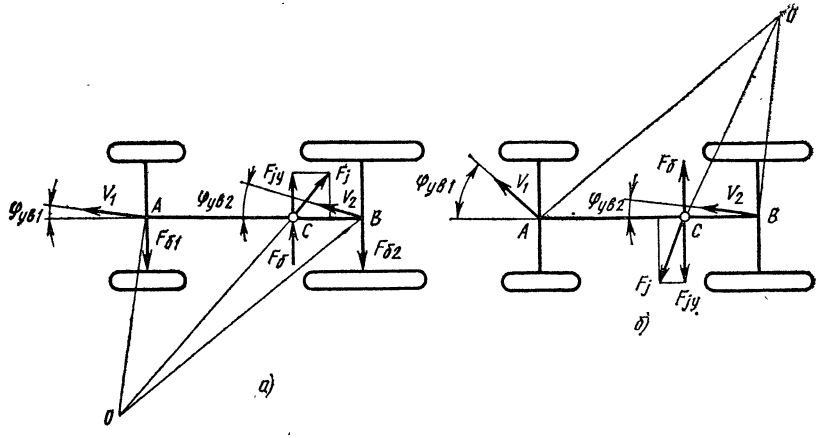


Рис. 7.1. Движение трактора под действием боковой силы

направленными не по продольной оси трактора, как при прямолинейном движении, а под углами увода к ней, в результате чего трактор будет двигаться по криволинейной траектории. Это, в свою очередь, вызовет появление центробежной силы, действующей в центре масс трактора по направлению от мгновенного центра поворота *О*. Нормальная составляющая этой силы будет направлена в ту же сторону, что и боковая сила $F_б$. Совместное действие этих сил приведет к дальнейшему увеличению увода шин, что при избыточной поворачиваемости уменьшит радиус кривизны траектории движения трактора. Следовательно, увеличится и центробежная сила, а это может привети к потере устойчивости движения трактора.

С другой стороны, если на трактор, обладающий недостаточной поворачиваемостью ($\varphi_{ув\,1} - \varphi_{ув\,2} > 0$), будет действовать внешняя боковая сила, то опасности потери устойчивости движения не будет. Действительно, при действии боковой силы в этом случае возникает увод шин и начинается криволинейное движение трактора с мгновенным центром в точке *О* (рис. 7.1, *б*). Нормальная составляющая центробежной силы, возникающей при криволинейном движении, направлена в противоположную сторону относительно внешней боковой силы $F_б$, что способствует уменьшению влияния нормальной составляющей на трактор. В результате этого процесс входа в поворот не развивается, а нейтрализуется.

Таким образом, наиболее рациональным соотношением увода шин передних и задних колес будет такое, при котором обеспечивается некоторая недостаточная поворачиваемость. В этом случае движение трактора устойчиво и одновременно при повороте не происходит значительного увеличения радиуса траектории движения, что ухудшало бы поворачиваемость трактора.

Для получения условия устойчивого движения полноприводного трактора со всеми управляемыми колесами рассмотрим его движение в неподвижной системе координат с постоянной скоростью вдоль оси x (см. рис. 5.4). В продольном направлении на трактор действуют тяговые усилия ведущих мостов, силы сопротивления движению и нагрузка на крюке. Пусть под действием внешних возмущений центр масс трактора отклонился в боковом направлении на некоторое расстояние y_c, а его продольная ось повернулась на угол β от заданного направления движения. Чтобы вернуть трактор на заданную траекторию, водитель должен повернуть управляемые колеса на углы α_i. Повороту трактора препятствует момент сопротивления повороту $M_{с.с}$.

Рассматривая боковое и курсовое отклонение трактора от заданного направления движения и принимая угловые перемещения малыми, систему уравнений (5.26), описывающую движение трактора, запишем в виде

$$\begin{aligned} m\ddot{y}_c &= (F_{к1} - F_{спр1})(\alpha_1 + \beta) + \\ &+ (F_{к2} - F_{спр2})(\alpha_2 + \beta) + F_{б1} + F_{б2} - F_{кр}(\gamma + \beta); \\ J\ddot{\beta} &= a(F_{к1} - F_{спр1})\alpha_1 - b(F_{к2} - F_{спр2})\alpha_2 + \\ &+ aF_{б1} - bF_{б2} + (l_{кр} + b)F_{кр}\gamma - M_{с.с}. \end{aligned} \tag{7.1}$$

Боковые силы выразим через углы увода, а углы увода переднего и заднего мостов — через обобщенные скорости движения центра масс трактора $\dot{x}_c = v$, $\dot{y}_c$ и угловую скорость поворота трактора $\dot{\beta} = \omega$ из уравнений неголономных связей для обоих мостов, которые получим из условия отсутствия бокового движения середин мостов в направлениях, нормальных к абсолютным скоростям каждого из мостов:

$$\dot{x}_1 \sin[(\alpha_1 + \varphi_{ув1}) + \beta] = \dot{y}_1 \cos[(\alpha_1 + \varphi_{ув1}) + \beta];$$
$$\dot{x}_2 \sin[(\alpha_2 + \varphi_{ув2}) + \beta] = \dot{y}_2 \cos[(\alpha_2 + \varphi_{ув2}) + \beta].$$

Откуда

$$\varphi_{ув1} = \frac{\dot{y}_1}{\dot{x}_1} - (\alpha_1 + \beta); \quad \varphi_{ув2} = \frac{\dot{y}_2}{\dot{x}_2} - (\alpha_2 + \beta). \tag{7.2}$$

Скорости переднего и заднего мостов выразим через скорость центра масс трактора. Для этого определим координаты середин каждого моста при известных координатах центра масс x_c и y_c:

$$x_1 = x_c + a\cos\beta \approx x_c + a; \quad x_2 = x_c - b\cos\beta \approx x_c - b;$$
$$y_1 = y_c + a\sin\beta \approx y_c + a\beta; \quad y_2 = y_c - b\sin\beta \approx y_c - b\beta.$$

Продифференцировав эти выражения, получим значения составляющих абсолютных скоростей переднего и заднего мостов трактора, направленные вдоль осей координат неподвижной системы:

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_c; \quad \dot{x}_2 = \dot{x}_c;$$
$$\dot{y}_1 = \dot{y}_c + a\dot{\beta}; \quad \dot{y}_2 = \dot{y}_c - b\dot{\beta}.$$

Подставляя эти значения скоростей в выражения (7.2), получаем выражения для определения углов увода середин переднего и заднего мостов:

$$\varphi_{\text{ув1}} = \frac{\dot{y}_c + a\dot{\beta}}{v} - (\alpha_1 + \beta); \quad \varphi_{\text{ув2}} = \frac{\dot{y}_c - b\dot{\beta}}{v} - (\alpha_2 + \beta). \quad (7.3)$$

Подставив выражения (7.3) для углов увода в систему исходных уравнений (7.1), получим

$$m\ddot{y}_c + \frac{k_{\text{ув1}} + k_{\text{ув2}}}{v}\dot{y}_c + \frac{ak_{\text{ув1}} - bk_{\text{ув2}}}{v}\dot{\beta} - [(F_{\text{к1}} - F_{\text{спр1}}) + (F_{\text{к2}} - F_{\text{спр2}}) - F_{\text{кр}} + k_{\text{ув1}} + k_{\text{ув2}}]\beta =$$
$$= (F_{\text{к1}} - F_{\text{спр1}})\alpha_1 + (F_{\text{к2}} - F_{\text{спр2}})\alpha_2 - F_{\text{кр}}\gamma - k_{\text{ув1}}\alpha_1 - k_{\text{ув2}}\alpha_2;$$
$$\frac{ak_{\text{ув1}} - bk_{\text{ув2}}}{v}\dot{y}_c + J\ddot{\beta} + \frac{a^2k_{\text{ув1}} + b^2k_{\text{ув2}}}{v}\dot{\beta} - (ak_{\text{ув1}} - bk_{\text{ув2}})\beta =$$
$$= a(F_{\text{к1}} - F_{\text{спр1}})\alpha_1 - b(F_{\text{к2}} - F_{\text{спр2}})\alpha_2 + (l_{\text{кр}} + b)F_{\text{кр}}\gamma - M_c. \quad (7.4)$$

Для определения устойчивости движения трактора в соответствии с теорией А. М. Ляпунова необходимо составить уравнения возмущенного движения и исследовать корни его характеристического уравнения.

Возмущенное движение описывается относительно невозмущенного движения таким же дифференциальным уравнением (7.4), но без свободного члена. Последнее называется уравнением возмущения. Таким образом, система уравнений возмущенного движения трактора имеет вид

$$m\ddot{y}_c + \frac{k_{\text{ув1}} + k_{\text{ув2}}}{v}\dot{y}_c + \frac{ak_{\text{ув1}} - bk_{\text{ув2}}}{v}\dot{\beta} - [(F_{\text{к1}} - F_{\text{спр1}}) + (F_{\text{к2}} - F_{\text{спр2}}) - F_{\text{кр}} + k_{\text{ув1}} + k_{\text{ув2}}]\beta = 0;$$
$$\frac{ak_{\text{ув1}} - bk_{\text{ув2}}}{v}\dot{y}_c + J\ddot{\beta} + \frac{a^2k_{\text{ув1}} + b^2k_{\text{ув2}}}{v}\dot{\beta} - (ak_{\text{ув1}} - bk_{\text{ув2}}) = 0. \quad (7.5)$$

Получена система линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Частное решение таких уравнений отыскивают в форме

$$x_i = A_i e^{\lambda t}, \quad (7.6)$$

где λ и A_i — постоянные числа.

Так как система уравнений (7.5) должна иметь решение, отличное от нуля, определитель этой системы должен равняться нулю:

$$\begin{vmatrix} m\lambda^2 + \frac{k_{\text{ув1}} + k_{\text{ув2}}}{v}\lambda & \frac{ak_{\text{ув1}} - bk_{\text{ув2}}}{v}\lambda - [(F_{\text{к1}} - F_{\text{спр1}}) + (F_{\text{к2}} - F_{\text{спр2}}) - F_{\text{кр}} + k_{\text{ув1}} + k_{\text{ув2}}] \\ \frac{ak_{\text{ув1}} - bk_{\text{ув2}}}{v}\lambda & J\lambda^2 + \frac{a^2k_{\text{ув1}} + b^2k_{\text{ув2}}}{v}\lambda - (ak_{\text{ув1}} - bk_{\text{ув2}}) \end{vmatrix} = 0.$$

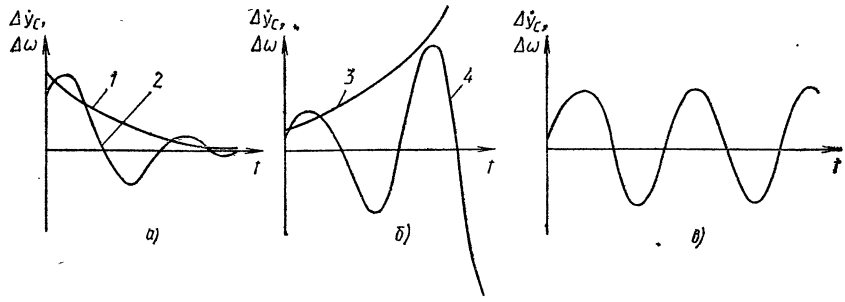


Рис. 7.2. Характер изменения параметра после его возмущения

Раскрывая определитель системы уравнений (7.5), получаем характеристическое уравнение

$$\lambda\,(a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3\lambda) = 0, \qquad (7.7)$$

где

$$a_0 = mJ; \quad a_1 = \frac{J_1 k_{\text{ув1}} + J_2 k_{\text{ув2}}}{v};$$

$$a_2 = \frac{L^2 k_{\text{ув1}} k_{\text{ув2}}}{v^2} - m\,(a k_{\text{ув1}} - b k_{\text{ув2}});$$

$$a_3 = \frac{a k_{\text{ув1}} - b k_{\text{ув2}}}{v}\,[(F_{\text{к1}} - F_{\text{спр1}}) + (F_{\text{к2}} - F_{\text{спр2}}) - F_{\text{кр}}];$$

J_1, J_2 — моменты инерции трактора относительно вертикальной оси, проходящей соответственно через середины переднего и заднего мостов.

Как указывалось выше, если корни характеристического уравнения отрицательные вещественные или комплексные с отрицательной вещественной частью, то правые части выражений (7.6), а значит, и возмущения будут с течением времени уменьшаться и при $t \to \infty$ стремиться к нулю.

При отрицательных вещественных корнях изменения отклонения трактора от заданного направления движения в функции времени соответствуют кривой *1* (рис. 7.2, *а*). При паре комплексных корней с отрицательной вещественной частью процесс происходит в соответствии с кривой *2* (рис. 7.2, *а*). В обоих случаях движение трактора устойчиво, так как, хотя и различным образом, отклонение параметров движения от исходных значений с течением времени уменьшается до нуля.

Переходный процесс при наличии вещественного положительного корня характеризуется кривой *3*, а для пары комплексных сопряженных корней уравнения (7.7) с положительной вещественной частью — кривой *4* (рис. 7.2, *б*). Если среди корней уравнения (7.7) имеется пара комплексных корней с вещественной частью, равной нулю, то колебания отклонения являются незатухающими с постоянной амплитудой (рис. 7.2, *в*). В этом случае движение находится на грани устойчивости, но поскольку воз-

никшие колебания не затухают, движение считается неустойчивым.

Таким образом, необходимым и достаточным условием устойчивого движения трактора является наличие отрицательной вещественной части в корнях характеристического уравнения (7.7), полученного для системы уравнений возмущенного движения. Согласно теореме Гурвица, сказанное обеспечивается, если коэффициенты характеристического уравнения будут положительны $a_0 > 0$; $a_1 > 0$; $a_2 > 0$; $a_3 > 0$, и для уравнения третьей степени выполняется неравенство

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0. \tag{7.8}$$

Однако уравнение (7.7) имеет один нулевой корень, что характеризует неустойчивость трактора относительно неподвижной системы координат. Это означает, что возмущения могут привести к неограниченному изменению выходных параметров трактора, который без корректировки его движения водителем не вернется на заданную траекторию.

Коэффициент a_0 всегда положителен. Условие $a_1 > 0$ выполняется при движении трактора передним ходом $v > 0$. Третье условие $a_2 > 0$ выполняется, если

$$k_{\text{ув}2} b > k_{\text{ув}\,1} a. \tag{7.9}$$

При выполнении условия (7.9) последний коэффициент a_3 характеристического уравнения положителен только при движении трактора по инерции ($F_{\text{к}1} = 0$, $F_{\text{к}2} = 0$) либо в тормозном ($F_{\text{к}1} < 0$, $F_{\text{к}2} < 0$) или установившемся режимах ($F_{\text{к}1} - F_{\text{спр}\,1} + F_{\text{к}2} - F_{\text{спр}2} - F_{\text{кр}} = 0$). Раскрывая неравенство (7.8), получаем

$$\frac{(J_1 k_{\text{ув}1} + J_2 k_{\text{ув}2})\, L^2 k_{\text{ув}1} k_{\text{ув}2}}{v^2} - m(a k_{\text{ув}1} - b k_{\text{ув}2}) - \{J_1 k_{\text{ув}1} + J_2 k_{\text{ув}2} + J[(F_{\text{к}1} - F_{\text{спр}1}) + (F_{\text{к}2} - F_{\text{спр}2}) - F_{\text{кр}}]\} > 0. \tag{7.10}$$

При выполнении условия (7.9) неравенство (7.10) выполняется, если: 1) выражение в квадратных скобках равно нулю — установившийся режим движения; 2) выражение в квадратных скобках положительно — ускоренное движение, например, разгон трактора; 3) в тормозном режиме при выполнении условия

$$F_{\text{к}1} + F_{\text{к}2} + F_{\text{спр}1} + F_{\text{спр}2} + F_{\text{кр}} < \frac{J_1 k_{\text{ув}1} + J_2 k_{\text{ув}2}}{J}.$$

Следовательно, условия $a_3 > 0$ и (7.10) полностью совпадают только при установившемся режиме движения машинно-тракторного агрегата, т. е. только в режиме установившегося движения обеспечивается устойчивое движение трактора. При разгоне и торможении возможно нарушение условий $a_3 > 0$ или (7.10).

Это означает, что имеется критическая скорость поступательного движения, которую определим из неравенства (7.10):

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{L^2 k_{ув1} k_{ув2}}{m\,(a k_{ув1} - b k_{ув2})}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{J_1 k_{ув1} + J_2 k_{ув2}}{J_1 k_{ув1} + J_2 k_{ув2} + J\,[(F_{к1} - F_{спр1}) + (F_{к2} - F_{спр2}) - F_{кр}]}}. \quad (7.11)$$

При установившемся движении и невыполнении условия (7.9) выражение для критической скорости упрощается и принимает вид

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{L^2 k_{ув1} k_{ув2}}{m\,(a k_{ув1} - b k_{ув2})}}.$$

При движении со скоростью выше критической трактор неустойчив. Из формулы (7.11) видно, что с ухудшением почвенно-дорожных условий (увеличиваются силы тяги ведущих мостов, силы сопротивления их движению, усилие на крюке, уменьшаются коэффициенты сопротивления боковому уводу) критическая скорость движения снижается. К снижению критической скорости приводит и увеличение тяговых усилий мостов. Такие условия возникают при ускоренном движении в момент трогания и разгона тракторного агрегата, особенно при резком отпускании педали сцепления, наличии зазора в сцепном устройстве, а также во время совершения маневра.

Комплексным оценочным критерием устойчивости прямолинейного движения трактора при выполнении рабочих и транспортных операций является средняя угловая скорость поворота рулевого колеса

$$\omega_{р.к} = 2\theta_0 \gamma,$$

где θ_0 — средний угол поворота рулевого колеса;

$$\theta_0 = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} |\theta|\, dt$$

(здесь θ — угол поворота рулевого колеса относительно среднего положения); $t_1 - t_0$ — рассматриваемый промежуток времени; γ — частота поворота рулевого колеса;

$$\gamma = p/[2\,(t_1 - t_0)]$$

(здесь p — число экстремумов функций $\theta = f(t)$, превышающих 3°).

Средняя угловая скорость поворота рулевого колеса не должна превышать 0,1 рад/с при условии выполнения требований агротехники.

Итак, колесный трактор является неустойчивой машиной относительно неподвижной системы координат, т. е. при отклонении трактора от заданного направления требуется корректировка его движения водителем. Трактор будет двигаться устойчиво при выполнении условия (7.9), которое зависит от конструктивных и

эксплуатационных факторов. Однако условие (7.9) не является достаточным. Для обеспечения устойчивого движения трактора, кроме выполнения условия (7.9), необходимо выполнение неравенств $a_3 > 0$ и (7.10). Невыполнение хотя бы одного из указанных условий устойчивого движения свидетельствует о наличии критической скорости, которую определяют по выражению (7.11). Для обеспечения устойчивого движения в этом случае скорость трактора не должна превышать критическую. Устойчивость движения трактора снижается при ускоренном движении, торможении, при ухудшении почвенно-дорожных условий.

7.3. УСТОЙЧИВОСТЬ ТРАКТОРА ПРОТИВ ЗАНОСА

В качестве предельного случая потери устойчивости движения рассмотрим случай бокового скольжения колес моста или бокового заноса. В некоторых условиях движения трактора внешнее возмущающее воздействие может быть таким, что силы, действующие на колеса, вызовут не только увод всех колес, но и приведут к боковому скольжению одного или обоих мостов, т. е. к заносу трактора. Так как колеса при заносе движутся в боковом направлении, влиянием увода на характеристики криволинейного движения при заносе можно пренебречь.

Занос вызывается следующими основными причинами: нормальной составляющей силы инерции при повороте и неравенством касательных реакций, действующих на колеса одного моста. В последнем случае наиболее вероятно возникновение заноса при торможении, когда касательные усилия на колесах приближаются к силам по сцеплению или достигают их.

В общем случае одновременное скольжение колес переднего и заднего мостов маловероятно. Обычно занос обусловлен началом бокового скольжения одного из мостов. Боковое скольжение переднего моста не представляет такой опасности, как боковое скольжение заднего моста, так как боковое скольжение переднего моста быстро устраняется действием нормальной составляющей силы инерции трактора.

Пусть в результате действия внешней боковой силы $F_б$, приложенной в центре масс трактора, движущегося без нагрузки на крюк, передний мост начал скользить в сторону со скоростью v_{1y} (рис. 7.3, *а*). При этом боковое перемещение заднего моста отсутствует и он перемещается со скоростью v, направленной вдоль продольной оси трактора. Так как скорость переднего моста v_1 направлена под некоторым углом к продольной оси, трактор начнет двигаться по криволинейной траектории с мгновенным центром поворота, расположенным на пересечении нормалей к векторам этих скоростей в точке O. В результате криволинейного движения появляется центробежная сила, нормальная составляющая которой направлена в противоположную сторону действия внешней боковой силы, вызвавшей занос. Таким образом, возник-

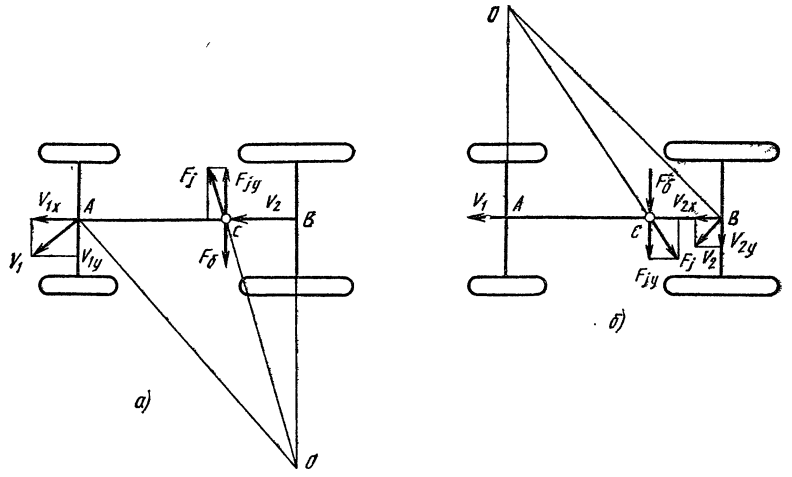


Рис. 7.3. Схема сил и скоростей при заносе трактора

шая центробежная сила препятствует развитию заноса переднего моста, поэтому занос переднего моста не опасен.

Если под действием боковой силы начал скользить задний мост (рис. 7.3, *б*), то нормальная составляющая силы инерции, возникающей при криволинейном движении трактора, направлена в сторону действия внешней боковой силы. В этом случае занос заднего моста прогрессивно увеличивается. Занос заднего моста можно прекратить, если поворачивать передние управляемые колеса в сторону заноса. При этом вследствие увеличения радиуса кривизны траектории движения трактора сила инерции уменьшится. Поворотом управляемых колес на угол, бóльший, чем угол между направлениями скоростей середин переднего и заднего мостов, перемещаем мгновенный центр поворота на другую сторону от продольной оси трактора. Нормальная составляющая силы инерции также изменит направление и будет действовать против внешней боковой силы, уменьшая занос заднего моста. При большем угле поворота управляемых колес может возникнуть занос в обратную сторону.

Итак, занос заднего моста при движении трактора без нагрузки на крюке создает опасную ситуацию, которая может привести к аварии. Поэтому при исследовании устойчивости трактора против заноса основное внимание обратим на устойчивое движение (отсутствие заноса) заднего моста.

Занос одного из мостов наступает тогда, когда суммарная реакция R_i сил, действующих в пятне контакта обоих колес моста, будет равна силе их сцепления φG_i с опорной поверхностью:

$$R_i^2 = (\varphi G_i)^2 = F_{кi}^2 + F_{бi}^2,$$

где G_i — вертикальная нагрузка i-го моста.

Из этого условия можно определить допустимую боковую силу, действующую на мост при известной вертикальной нагрузке на мост, силе тяги, развиваемой мостом, и силе сопротивления его движению:

$$F_{б\,доп} = \sqrt{(\varphi G)^2 - F_к^2}. \qquad (7.12)$$

Следовательно, для определения условия устойчивого движения трактора против заноса на повороте необходимо знать вертикальную реакцию моста и соотношение между касательными и боковой силами.

Вертикальные реакции мостов определяются по формулам (5.36). Боковые силы, действующие на передний и задний мосты при неустановившемся криволинейном движении трактора, определим из уравнения моментов относительно середин каждого из мостов:

$$F_{б1}L\cos\alpha_1 + (F_{к1} - F_{спр1})\,L\sin\alpha - \frac{mv^2}{R}\,b - M_с - (J + mb^2)\,\dot{\omega} -$$

$$- l_{кр}F_{кр}\sin\gamma - \Delta F_1\frac{B}{2} \pm eF_{кр}\cos\gamma = 0;$$

$$F_{б2}L\cos\alpha_2 - (F_{к2} - F_{спр2})\,L\sin\alpha_2 - \frac{mv^2}{R}\,a + M_с + (J + ma^2)\,\dot{\omega} +$$

$$+ (L + l_{кр})\,F_{кр}\sin\gamma + \Delta F_2\frac{B}{2} \pm eF_{кр}\cos\gamma = 0,$$

где m — масса трактора; $\Delta F_i = (F'_{кi} - F'_{спр\,i})\cos\alpha'_i - (F''_{кi} - F''_{спр\,i})\cos\alpha''_i$ — разность касательных реакций на колесах одного моста; e — смещение точки прицепа относительно продольной оси трактора.

Решая полученные уравнения относительно боковых сил, находим

$$F_{б1} = \frac{M_с + (J + mb^2)\,\dot{\omega} + \Delta F_1 0{,}5B + l_{кр}F_{кр}\sin\gamma e \pm F_{кр}\cos\gamma}{L\cos\alpha_1} -$$

$$- (F_{к1} - F_{спр1})\,\mathrm{tg}\,\alpha_1 + \frac{mbv^2}{RL\cos\alpha_1}; \qquad (7.13)$$

$$F_{б2} = -\frac{M_с + (J + ma)^2\,\dot{\omega} + 0{,}5\,\Delta F_2 B + (L + l_{кр})\,F_{кр}F_{кр}\gamma \pm eF_{кр}\cos\gamma}{L\cos\alpha_2} +$$

$$+ (F_{к2} - F_{спр2})\,\mathrm{tg}\,\alpha_2 + \frac{mav^2}{RL\cos\alpha_2}. \qquad (7.14)$$

Чтобы трактор не потерял устойчивость движения при заносе заднего моста, необходимо соблюдение условия

$$F_{б2} < F_{б2\,доп}. \qquad (7.15)$$

Как отмечалось выше (см. гл. 5), боковая сила на заднем мосту направлена к центру поворота, если нагрузка на крюк незначительна или равна нулю, а скорость движения на повороте высокая. Решающую роль в этом случае выполняет нормальная

составляющая силы инерции. Тогда, решая неравенство (7.15) с учетом формул (7.12) и (7.14), определяем предельную скорость криволинейного движения трактора по условию отсутствия заноса заднего моста при равенстве касательных усилий ($\Delta F_2 = 0$) колес заднего моста и отсутствии нагрузки на крюк ($F_{кр} = 0$):

$$v_{пр}^2 = \frac{R}{ma}\left[L\cos\alpha_2\sqrt{(\varphi G_2)^2 - (F_{к2} - F_{спр2})^2} - \right.$$

$$\left. - L(F_{к2} - F_{спр2})\sin\alpha_2 + M_c + (J + ma^2)\dot{\omega}\right]. \qquad (7.16)$$

Уменьшение радиуса поворота (увеличение среднего угла поворота управляемых колес) и увеличение касательной силы тяги заднего моста уменьшают предельную скорость при криволинейном движении трактора по условию отсутствия заноса заднего моста.

Боковая сила на заднем мосту направлена от центра поворота, если нагрузка на крюке значительна, а скорость мала. В этом случае основное значение имеет нормальная составляющая усилия на крюке, причем задний мост при скольжении будет двигаться к центру поворота. Решая неравенство (7.15) с учетом формул (7.12) и (7.14), определяем предельную нормальную составляющую усилия на крюке ($v \approx 0$, равномерное распределение касательных усилий по колесам заднего моста и симметричное приложение усилия на крюке):

$$(F_{кр}\sin\gamma)_{пр} = \frac{1}{L + l_{кр}}\left[L\cos\alpha_2\sqrt{(\varphi G_2)^2 - (F_{к2} - F_{спр2})^2} + \right.$$

$$\left. + L(F_{к2} - F_{спр2})\sin\alpha_2 - M_c - (J + ma^2)\dot{\omega}\right]. \qquad (7.17)$$

Увеличение вылета $l_{кр}$ точки прицепа, угла поворота управляемых колес снижает возможности трактора двигаться на повороте с нагрузкой на крюке без бокового скольжения заднего моста. Наличие задних управляемых колес несколько повышает предельную нормальную составляющую тягового усилия по условию отсутствия бокового скольжения заднего моста, т. е. трактор со всеми управляемыми колесами может двигаться на повороте с бо́льшей нагрузкой на крюке, чем трактор только с передними управляемыми колесами в одинаковых эксплуатационных условиях.

Предельные скорости движения и нормальную составляющую усилия на крюке по условиям отсутствия заноса переднего моста определяют аналогично из условия $F_{б1} < F_{б1\,доп}$ с учетом формул (7.12) и (7.13).

При торможении на криволинейном участке при неравенстве касательных усилий на колесах заднего моста условием движения заднего моста без заноса является неравенство (7.15), из которого

можно определить предельную разницу касательных усилий на колесах заднего моста:

$$\Delta F_{2\text{пр}} = \frac{2}{B}\left[L\cos\alpha_2\sqrt{(\varphi G_2)^2 - (F_{\text{т2}} + F_{\text{спр2}})^2} + \right.$$

$$+ L(F_{\text{т2}} + F_{\text{спр2}})\sin\alpha_2 + (L + l_{\text{кр}})F_{\text{кр}}\sin\gamma + M_{\text{с}} - \frac{mv^2}{R} -$$

$$\left. - (J + ma^2)\dot{\omega}\right],$$

где $F_{\text{т2}}$ — суммарное тормозное усилие, развиваемое задним мостом.

Из полученной формулы видно, что увеличение ширины колеи, угла поворота задних управляемых колес, скорости и углового ускорения ведет к уменьшению допустимой разницы касательных усилий на колесах по условию отсутствия заноса заднего моста.

При торможении на прямолинейном участке движения ($\alpha_2 = 0$, $\gamma = 0$, $M_{\text{с}} = 0$, $\dot{\omega} = 0$ $R = \infty$) и неравномерном распределении тормозных усилий по колесам заднего моста условием движения без заноса заднего моста является следующее выражение:

$$\Delta F_{2\text{пр}} < \frac{2}{B}\sqrt{(\varphi G_2)^2 - (F_{\text{т2}} + F_{\text{спр2}})^2}.$$

Таким образом, занос трактора при криволинейном движении без нагрузки на крюке вызывается нормальной составляющей силы инерции, а с нагрузкой на крюке — нормальной составляющей усилия. В случае неравномерного распределения тормозных усилий по колесам моста занос трактора может наступить при криволинейном и прямолинейном движении.

Наиболее опасным является занос заднего моста, так как он может привести к аварийной ситуации; скольжение заднего моста под действием нормальной составляющей усилия на крюке к центру поворота приводит к потере поворачиваемости трактора.

7.4. УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ УПРАВЛЯЕМЫХ КОЛЕС

На устойчивость движения трактора косвенное влияние оказывают *колебания колес*. Наиболее подвержены колебаниям управляемые колеса, так как они имеют по сравнению с неуправляемыми дополнительную степень свободы — поворот вокруг шкворня. Кроме того, управляемые колеса связаны между собой рулевой трапецией, обладающей податливостью, демпфированием и имеющей зазоры.

Причинами, вызывающими колебания управляемых колес, могут быть их наезды на неровности, дисбаланс колес и наличие двойной связи с остовом трактора через систему рулевого управления и крепления балки управляемого моста.

При наезде колеса на неровность возникает реакция, создающая момент относительно оси шкворня, что приводит к повороту управляемых колес на некоторый угол. Этому повороту противо-

действуют силы сцепления колеса с дорогой, упругость и трение в рулевом управлении, гироскопические моменты, образующиеся в процессе изменения положения вращающихся колес и балки управляемого моста.

Вследствие того, что управляемый мост является колебательной системой, при действии на него периодических или случайных возмущений возникают колебания его масс. Амплитуда колебаний зависит от амплитуды возмущения и собственных колебаний и характера затухания колебаний в системе. Наибольшая интенсивность колебаний имеет место тогда, когда частота возмущения близка к частоте собственных колебаний (резонансная зона).

Дисбаланс вращающегося колеса приводит к появлению центробежной силы, которую можно разложить на две составляющие. Первая из них направлена вдоль горизонтальной оси, расположенной в плоскости вращения колеса, и она стремится повернуть колесо относительно оси шкворня, а вторая вертикальная составляющая стремится наклонить его в поперечной вертикальной плоскости. В обоих случаях возникают гироскопические моменты, противодействующие поворотам колеса. В процессе качения колеса значение и направление составляющих центробежной силы изменяются, поэтому колесо совершает сложные движения в пространстве. При колебаниях колес вокруг шкворней может оказаться, что силы от неуравновешенных масс будут действовать в одной плоскости с управляемым мостом, но направлены в противоположные стороны. Тогда возникают колебания моста вместе с колесами в вертикальной плоскости и колебания колес вокруг шкворней.

Колебания колес могут происходить также вследствие того, что радиальная (нормальная) жесткость шин по окружности оказывается неодинаковой. При качении такой шины колесо начинает колебаться в вертикальной плоскости. Подобные колебания, совершаемые вследствие изменения параметров колебательной системы (в данном случае радиальной жесткости шины), называют параметрическими. Однако амплитуды параметрических колебаний колес невелики ввиду наличия внутреннего трения и относительно небольшого изменения жесткости шины.

В некоторых условиях могут возникнуть колебательные процессы в системе рулевого управления с гидроусилителем. При этом переменные усилия передаются на управляемые колеса, вызывая также их колебания.

Указанные причины могут приводить к угловым перемещениям колес, которые при хаотическом характере называют *виляниem*, а при закономерном — *колебаниями*. При колебаниях колес возникают дополнительные силы, которые могут передаваться на остов и вызывать его колебания. Однако эти колебания остова совершаются с малыми амплитудами и практически не сказываются на характеристиках движения трактора. Если при колебаниях колес возникает их проскальзывание по опорной поверх-

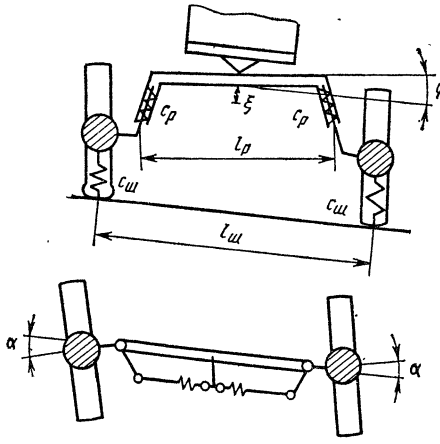


Рис. 7.4. Расчетная схема управляемого моста

ности, то может измениться направление движения трактора, т. е. ухудшается устойчивость движения и управляемость трактора.

Управляемый мост универсально-пропашных тракторов представляет собой динамическую систему, включающую массы, связанные упругими элементами: шинами, рессорами, рулевыми тягами (рис. 7.4). При движении трактора возможны следующие перемещения масс моста: вертикальное в вертикально-поперечной плоскости; угловое балки моста в вертикально-поперечной плоскости; угловое перемещение колес относительно шкворней в горизонтальной плоскости. Наибольшее влияние на управляемость и устойчивость трактора оказывают угловые колебания балки моста с колесами по координате ψ и угловые колебания колес по координате α.

Одной из характеристик динамических систем являются частоты собственных колебаний. Частота собственных угловых колебаний моста в вертикально-поперечной плоскости

$$\omega_\psi = \sqrt{c_\psi / J_\psi}, \qquad (7.18)$$

где ω_ψ — частота собственных колебаний; c_ψ — коэффициент угловой жесткости; J_ψ — момент инерции моста относительно оси качания.

Коэффициент угловой жесткости подвески колес в вертикально-поперечной плоскости

$$c_\psi = \frac{1}{2}\left(c_р l_р^2 + c_ш l_ш^2\right),$$

где $c_р$, $c_ш$ — коэффициенты жесткости соответственно рессоры и шины; $l_р$, $l_ш$ — соответственно рессорная база и колея моста.

Тогда

$$\omega_\psi = \sqrt{\frac{c_р l_р^2 + c_ш l_ш^2}{2J_\psi}}.$$

Следовательно, при снижении жесткости рессор и шин, а также увеличении момента инерции управляемого моста частота его собственных колебаний в вертикально-поперечной плоскости уменьшается.

Частота собственных колебаний колес относительно осей шкворней (виляние) может быть найдена по выражению (7.18).

В данном случае под J нужно понимать момент инерции колес и связанных с ними деталей относительно осей шкворней. Коэффициент угловой жесткости привода c_α может быть определен как отношение момента M_α, необходимого для поворота колес на угол α, к этому углу. Момент M_α зависит не только от упругости тяг, но и от стабилизирующего момента, обусловленного наклоном шкворня и уводом шин. Поскольку последний зависит от скорости движения, частота собственных колебаний колес в продольной плоскости также зависит от скорости трактора.

Вынужденные колебания масс в динамической системе возникают тогда, когда на нее действует периодическое внешнее возмущение. У автоколебательных или самовозбуждающихся систем внешнее возмущение становится периодическим только при наличии колебаний в системе. Если в автоколебательной системе колебания не возникают, то внешнее возмущение будет оставаться постоянным.

Автоколебания управляемых колес вызывают большие динамические нагрузки на детали рулевого управления, интенсивное изнашивание шин и приводят к потере трактором управляемости и устойчивости движения. Одной из основных причин возникновения автоколебаний управляемых колес является наличие гироскопической связи между угловыми колебаниями балки управляемого моста в поперечной плоскости и поворотом колес этого моста относительно шкворней.

Рассмотрим физическую сущность процессов, происходящих при автоколебаниях управляемых колес. При движении трактора его колеса можно рассматривать как вращающиеся гироскопы. При случайном повороте управляемых колес вокруг шкворней на угол α (см. рис. 7.4) возникает гироскопический момент $M_{г1} = J_к \omega_к \dot{\alpha}$ ($J_к$, $\omega_к$ — соответственно момент инерции и угловая скорость колеса). Под действием этого момента управляемый мост повернется в вертикальной плоскости на угол ψ, а в горизонтальной плоскости появится гироскопический момент $M_{г2} = J_к \omega_к \dot{\psi}$, увеличивающий угол поворота управляемых колес. Таким образом, поворот управляемых колес вызовет перекос балки управляемого моста, который в свою очередь увеличивает поворот управляемых колес.

Вследствие поворота моста в вертикальной плоскости динамический радиус одного из колес уменьшится, а другого — увеличится. В первом случае продольная реакция опорной поверхности увеличивается, поскольку возрастает сила сопротивления качению и уменьшается радиус качения колеса. Увеличение продольной реакции при уменьшении радиуса качения колеса объясняется тем, что при постоянной скорости движения трактора с уменьшением радиуса качения колеса должна увеличиться его угловая скорость, т. е. оно должно получить угловое ускорение. Изменение касательных реакций опорной поверхности приводит к появлению дополнительного момента, который поворачивает

управляемые колеса в горизонтальной плоскости, а вследствие гироскопической связи и в вертикальной плоскости на некоторый угол. При этом происходит дополнительная деформация рулевого привода, подвески и шин. Когда поворачивающий момент становится равным моменту сопротивления, угловая скорость поворота моста в вертикальной плоскости равна нулю, и колеса начинают движение в сторону положения равновесия. Поскольку в упругих элементах подвески и рулевого привода произошло накопление потенциальной энергии, мост проходит положение равновесия и происходит поворот колеса в противоположную сторону при одновременном уменьшении его радиуса. Это в свою очередь приводит к появлению момента сопротивления, «доворачивающего» в ту же сторону управляемый мост. После того как момент сопротивления становится равным моменту упругих сил в подвеске, шинах и рулевом приводе, процесс повторяется. Следовательно, при автоколебаниях управляемых колес возникает переменное по значению и направлению сопротивление, поддерживающее колебания колес на определенном уровне.

При расчетных исследованиях автоколебаний принимают следующие допущения: подрессоренная масса трактора колебаний не совершает; трактор движется с постоянной скоростью; вертикальные и угловые перемещения моста в вертикальной плоскости не связаны; рулевое колесо в процессе колебаний колес неподвижно, а колебания колес вокруг шкворней происходят вследствие упругости рулевого управления.

Установлено, что при уменьшении жесткости подвески, шин и привода, увеличении масс колес, увеличении скорости движения трактора возрастает амплитуда колебаний колес. Поскольку явление автоколебаний управляемых колес вызвано гироскопической связью угловых колебаний моста в вертикально-поперечной плоскости, устранение этого нежелательного явления обеспечивается применением таких типов подвесок, в которых деформация упругих элементов не приводит к изменению положения плоскости вращения колес.

Таким образом, конструктивные особенности управляемого моста универсально-пропашных тракторов и условия эксплуатации могут вызвать колебания управляемых колес, которые затем поддерживаются благодаря энергии тракторного двигателя, ухудшая управляемость и устойчивость движения трактора.

7.5. УСТОЙЧИВОСТЬ ТРАКТОРА ОТ ОПРОКИДЫВАНИЯ

Опрокидывание — вращательное движение трактора относительно некоторой оси, называемой осью опрокидывания. Ось опрокидывания — прямая, около которой возможен поворот трактора в вертикальной плоскости на некоторый угол. Возможность поворота трактора относительно оси, лежащей в поперечной

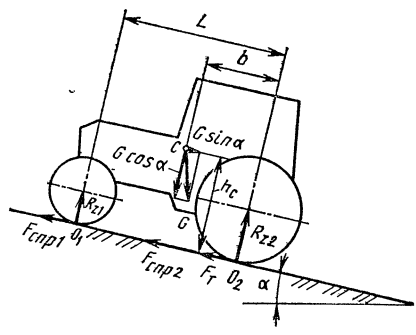


Рис. 7.5. Схема сил, действующих на колесный трактор, расположенный на подъеме

плоскости трактора, связывается с определением его продольной устойчивости против опрокидывания. Возможность поворота относительно оси, расположенной в продольной плоскости трактора, зависит от его поперечной устойчивости.

Опрокидывание — это такой поворот трактора вокруг оси опрокидывания, при котором достигается соотношение

$$M_{опр} \geqslant M_{стаб},$$

где $M_{опр}$ — опрокидывающий момент; $M_{стаб}$ — момент от сил, стремящихся вернуть трактор в исходное положение.

При этом опрокидыванию соответствует такое поднятие движителя над опорной поверхностью, при котором угол крена остова достигает предельного значения и дальнейшее его движение в направлении крена под действием силы тяжести и инерции становится необратимым.

Главными критериями устойчивости трактора против опрокидывания являются характеристики его геометрических параметров и расположение центра масс относительно движителя, определяющие границы статической устойчивости при помощи так называемых предельных углов (подъема α_{lim}, спуска α'_{lim}, бокового крена β_{lim}). При расположении трактора на наклонной опорной поверхности, соответствующей одному из предельных углов, возникает опрокидывание под действием только сил тяжести. Если учитывать влияние и других сил, кроме силы тяжести, то следует иметь в виду критические углы, характеризующие начало опрокидывания в рассматриваемом случае.

Продольная устойчивость против опрокидывания вперед или назад — свойство трактора сопротивляться опрокидывающему движению вокруг поперечной оси опрокидывания. Началу опрокидывания предшествует перераспределение опорных реакций по мостам трактора и равенство нулю одной из них. Предельное положение возникает в момент вращения, когда вектор силы тяжести пройдет через ось возможного опрокидывания.

Наибольший угол подъема, при котором заторможенный трактор может стоять, не опрокидываясь, называют предельным статическим углом подъема α_{lim}. Схема сил, действующих в этом случае на колесный трактор, приведена на рис. 7.5.

Скатыванию трактора вниз по склону препятствуют тормозная сила $F_{т2}$ и силы сопротивления качению колес. Силы сопротив-

ления качению колес по сравнению с другими силами, действующими на трактор, незначительны, и ими для надежности расчетов пренебрегаем. Из условия равновесия трактора относительно оси опрокидывания O_2 находим предельный угол подъема ($R_{z1} = 0$)

$$\operatorname{tg} \alpha_{\lim} = b/h_c.$$

где b и h_c— соответственно продольная и вертикальная координаты центра масс трактора.

Если не учитывать силы сопротивления качению колес, то при предельном статическом угле подъема вектор силы тяжести должен проходить через ось опрокидывания O_2.

Предельный статический угол уклона определяем по формуле

$$\operatorname{tg} \alpha'_{\lim} = (L - b)/h_c.$$

Вектор силы тяжести проходит через ось O_1 при предельном статическом угле уклона и без учета силы сопротивления качению колес.

Для универсально-пропашных тракторов $\alpha_{\lim} \leqslant 40°$, а $\alpha'_{\lim} \leqslant 60°$. Чтобы определить предельные статические углы тракторного агрегата с навесными орудиями, необходимо в приведенных формулах заменить координаты центра масс трактора на соответствующие координаты центра масс навесного агрегата:

$$b_a = \frac{bm - b_м m_м}{m + m_м}; \quad h_a = \frac{h_c m + h_м m_м}{m + m_м},$$

где $b_м$ и $h_м$ — координаты центра масс навесной машины в транспортном положении; $m_м$ — масса навесной машины.

Однако часто колесный трактор, заторможенный на уклоне или подъеме и не теряющий продольной устойчивости, начинает сползать вниз по склону. В этом случае максимальная тормозная сила, которая может быть реализована в данных условиях по сцеплению, недостаточна для удержания трактора на склоне.

Наибольшие углы подъема и уклона, при которых может находиться, не сползая заторможенный трактор, обозначим соответственно α_φ и α'_φ. Если тормоза установлены, как обычно на тракторах, только на задних колесах, то наибольшие значения углов определяют из условий

$$F_{т2} = G \sin \alpha_\varphi = \varphi R_{z2} = \varphi \frac{G}{L} [\cos \alpha_\varphi (L - b) + h_c \sin \alpha_\varphi];$$

$$F'_{т2} = G \sin \alpha'_\varphi = \varphi R'_{z2} = \varphi \frac{G}{L} [\cos \alpha'_\varphi (L - b) - h_c \sin \alpha'_\varphi].$$

Откуда получаем

$$\operatorname{tg} \alpha_\varphi = \varphi \frac{L - b}{L - \varphi h_c}; \quad \operatorname{tg} \alpha'_\varphi = \varphi \frac{L - b}{L + \varphi h_c}.$$

Из полученных выражений видно, что предельный угол уклона α'_φ по условию сползания трактора при наличии тормозов

только на задних колесах меньше предельного угла подъема. Если тормоза установлены на всех колесах и сцепные свойства колес одинаковы, то максимальная тормозная сила на подъеме и уклоне имеет одинаковое значение $F_т = \varphi G \cos \alpha_\varphi$ (здесь φ — коэффициент сцепления). В этом случае условия сползания на подъеме и уклоне также одинаковы $\operatorname{tg} \alpha_\varphi = \operatorname{tg} \alpha'_\varphi = \varphi$.

При движении трактора вверх по склону его продольная устойчивость снижается под действием нагрузки на крюке и момента сопротивления качению колес. Однако опрокидывание трактора назад маловероятно, так как потере продольной устойчивости предшествует потеря устойчивости движения и управляемости трактора, вызванная разгрузкой передних управляемых колес.

Из уравнения моментов относительно оси задних колес определяем нормальную реакцию, действующую на передние управляемые колеса, и пренебрегаем для надежности расчетов моментами сопротивления качению:

$$R_{z1} = \frac{bG}{L}\cos\alpha - \frac{G(h_c - r_{д2})}{L}\sin\alpha - \frac{F_{к1} - F_{спр1}}{L} r_{д2} - \frac{F_{к2} - F_{спр2}}{L} r_{д2} - \frac{F_{кр}(h_{кр} - r_{д2})}{L} - \frac{m(h_c - r_{д2})}{L}\dot{v}. \quad (7.19)$$

Допустимая минимальная нагрузка на направляющие колеса трактора по условию управляемости

$$R_{z1д} = \lambda_д R_{z\,1ст} = \lambda_д \frac{bG_a}{L}, \quad (7.20)$$

где $\lambda_д$ — коэффициент допустимой разгрузки направляющих колес по условию управляемости; $R_{z1ст}$ — нагрузка на направляющие колеса трактора в статическом положении на горизонтальном участке.

При работе трактора на асфальте и плотной почве коэффициент допустимой разгрузки направляющих колес по условию управляемости может быть принят $\lambda_д = 0{,}3 \div 0{,}4$, а при работе на мягких почвах $\lambda_д = 0{,}6 \div 0{,}7$.

По уравнению (7.19) определяем нагрузку на направляющие колеса для конкретного случая движения в зависимости от угла склона и сравниваем ее с допустимой нагрузкой на передние управляемые колеса. Для обеспечения работы трактора на более крутом склоне передний мост догружают специальными грузами, вес которых определяют по уравнениям (7.19) и (7.20) как разность между допускаемой и действительной нагрузками.

Предельные углы тракторов с шарнирной рамой, заторможенных на склоне при фиксированном рулевом управлении, определяют по формулам для тракторов с управляемыми колесами, т. е. шарнир рамы в этом случае считается жестким элементом трактора и какие-либо особенности в расчет продольной устойчивости не вносятся.

Предельный статический угол подъема, при котором может находиться, не опрокидываясь, заторможенный гусеничный трак-

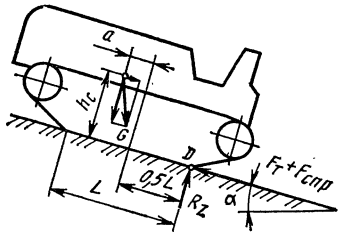


Рис. 7.6. Схема сил, действующих на гусеничный трактор, расположенный на подъеме

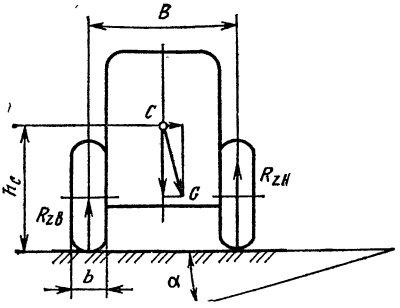


Рис. 7.7. Схема сил, действующих на трактор, расположенный на склоне (вместо α следует читать β)

тор (рис. 7.6), характеризуется смещением центра давления D в заднюю кромку гусеницы, а предельный угол уклона — смещением центра давления в переднюю кромку гусеницы. Составим уравнения равновесия относительно центра давления:

$$G(0{,}5L + a)\cos\alpha_{\lim} - Gh_c \sin\alpha_{\lim} = 0;$$

$$G(0{,}5L - a)\cos\alpha'_{\lim} - Gh_c \sin\alpha'_{\lim} = 0.$$

Откуда

$$\operatorname{tg}\alpha_{\lim} = \frac{0{,}5L + a}{h_c}; \quad \operatorname{tg}\alpha'_{\lim} = \frac{0{,}5L - a}{h_c}. \qquad (7.21)$$

При выводе формул (7.21) так же, как для колесного трактора, пренебрегаем силами сопротивления движению. Продольное опрокидывание гусеничных тракторов происходит весьма редко. Благодаря высоким сцепным свойствам гусеничных тракторов их предельный угол продольной устойчивости в большинстве случаев меньше угла, при котором начинает сползать гусеничный трактор.

Если продольная устойчивость колесных тракторов вследствие разгрузки управляемых колес существенно влияет на их управляемость, то для гусеничных тракторов перераспределение давления на грунт влияет на управляемость менее существенно. Оно больше сказывается на сопротивлении качению и, следовательно, на тяговом КПД трактора.

Поперечная боковая устойчивость против опрокидывания — свойство трактора сопротивляться опрокидыванию вокруг продольной оси опрокидывания. Началу опрокидывания предшествует перераспределение по бортам опорных реакций движителя. Предельное положение возникает в тот момент, когда вертикальная плоскость, проходящая через центр масс, пройдет и через ось опрокидывания. Статическая поперечная устойчивость трактора оценивается по предельному углу склона, когда трактор находится в неподвижном состоянии.

За ось поперечного опрокидывания колесных тракторов принимают линию, соединяющую центры площадок контактов передних и задних колес одного борта.

Реакции бортов, расположенных вниз $R_{zн}$ и вверх $R_{zв}$ по склону при статическом положении трактора на поперечном склоне с углом α (рис. 7.7), определяют из условия равновесия трактора относительно осей, проходящих через центры контактов колес одного борта:

$$R_{zн} = \frac{1}{2} G \cos\beta + \frac{h_c G}{B} \sin\beta; \quad R_{zв} = \frac{1}{2} G \cos\beta - \frac{h_c G}{B} \sin\beta, \quad (7.22)$$

где B — колея трактора; h_c — высота центра масс трактора.

Таким образом, нагрузка на борт, расположенный вниз по склону, увеличивается, а нагрузка на другой борт уменьшается. Перераспределение нормальных реакций по бортам зависит не только от колеи трактора, но и от вертикальной координаты центра масс. Трактор находится в статически критическом состоянии, когда реакция разгруженного борта становится равной нулю, т. е. $R_{zв} = 0$. Откуда

$$\operatorname{tg}\beta_{lim} = \frac{1}{2}\frac{B}{h_c}, \quad (7.23)$$

где β_{lim} — предельный поперечный угол склона.

Поперечная устойчивость трактора с шарнирной рамой рассматривается как устойчивость сочлененной системы. Основное влияние на поперечную устойчивость такого трактора оказывают характер сочленения секций и ограничения их взаимного перемещения, которые зависят от шарнира.

Ограничители, блокирующие шарнир у тракторов с шарнирной рамой, допускают поворот одной секции относительно другой на определенный угол. С момента смыкания упоров трактор с шарнирной рамой можно рассматривать как одно целое. До замыкания упоров шарнира рамы трактора он рассматривается как сочлененная система.

За ось поперечного опрокидывания гусеничного трактора принимается линия, проходящая через наружную кромку гусеницы. Из условия равновесия трактора относительно оси опрокидывания

$$\left(\frac{1}{2}B + \frac{1}{2}b\right) G \cos\beta = h_c G \sin\beta + R_{zв}\left(B + \frac{1}{2}b\right)$$

определяем предельный угол поперечного склона, при котором гусеничный трактор может находится в неподвижном состоянии, не опрокидываясь ($R_{zв} = 0$):

$$\operatorname{tg}\beta_{lim} = \frac{B + b}{2h_c},$$

где b — ширина гусеницы.

При движении неуправляемого трактора по горизонтали склона возникает сползание и поворот трактора вниз по склону. Разво-

рачивающий момент появляется вследствие разницы сопротивлений движению движителей различных бортов, вызванной перераспределением нормальных реакций.

С увеличением угла поперечного крена снижается полезная мощность трактора вследствие корректирования траектории для компенсации сползания и непроизвольного поворота. Отклонения от заданной траектории тем значительнее, чем больше крутизна склона.

Таким образом, при определении устойчивости колесного трактора против опрокидывания рассчитывают предельный угол склона, на котором заторможенный трактор может находиться, не опрокидываясь, и угол, при котором отсутствует сползание трактора. Совершенство конструкции колесного трактора при движении на склоне с нагрузкой на крюке или навесными орудиями в транспортном положении характеризуется не только продольной устойчивостью, но и предельным углом склона по управляемости. Для гусеничных тракторов определяется только предельный угол склона.

7.6. ДИНАМИКА ТОРМОЖЕНИЯ ТРАКТОРА И ТРАКТОРНОГО ПОЕЗДА

Режимы торможения делят на две категории: *экстренные торможения*, соответствующие максимально возможной интенсивности торможения; *служебные*, или *частичные торможения*; интенсивность служебного торможения всегда меньше максимально возможного.

Число экстренных торможений не превышает 5—10 % общего числа торможений, но именно этот режим определяет безопасность движения в критических ситуациях. В связи с этим нормативы по эффективности тормозных систем устанавливают применительно к режиму экстренного торможения.

Для оценки эффективности торможения транспортных средств установлены следующие критерии: *тормозной путь* $S_т$, проходимый машиной от начала торможения до полной остановки; *максимальное замедление*, которое достигается при торможении.

Определение названных показателей при заданных начальных условиях и внешних силах является одной из задач прикладной динамики торможения тракторного поезда. Как было показано выше, силы, действующие на трактор, не могут превышать определенного значения по условиям сцепления движителей с опорной поверхностью. Для расчета максимально возможных по сцеплению внешних сил требуется определение реакций в контакте движителя с опорной поверхностью.

Тракторный поезд представляет собой механическую систему с конечным числом степеней свободы. Поэтому для изучения динамики торможения тракторного поезда применяют общие принципы динамики механических систем. Сложность исследования

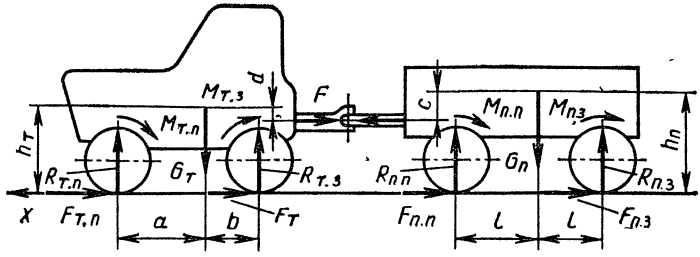


Рис. 7.8. Расчетная схема торможения тракторного поезда

связана лишь с правильностью оценки существенных степеней свободы и определением сил, действующих на тракторный поезд, т. е. с выбором расчетной схемы.

Рассмотрим прямолинейное движение колесного тракторного поезда в условиях интенсивного торможения. Расчетная схема торможения тракторного поезда приведена на рис. 7.8. В общем случае на тракторный поезд действуют следующие замедляющие силы: тормозные, сопротивления качению, сопротивления воздуха, трения в подшипниках ходовой части и др. Тормозные силы при торможении с полной интенсивностью доходят до 98 % замедляющих сил. Поэтому в дальнейшем будем учитывать только тормозные силы. Допустим, что скольжение колес предельно мало. Тогда в любой момент времени выполняется следующее условие:

$$\omega = v/r_к, \tag{7.24}$$

где ω — угловая скорость колеса; v — поступательная скорость центра колеса; $r_к$ — кинематический радиус колеса.

Для составления уравнения движения тракторного поезда воспользуемся уравнением Лагранжа второго рода. Предположим, что сцепка жесткая и беззазорная. Тогда тракторный поезд имеет одну степень свободы, определяемую обобщенной координатой x.

Кинетическую энергию системы найдем по теореме Кенига:

$$E_к = \frac{m_т \dot{x}^2}{2} + \frac{m_п \dot{x}^2}{2} + \sum \frac{J_{тi} \dot{\theta}^2}{2} + \sum \frac{J_{пj} \dot{\theta}_{пj}^2}{2},$$

где $m_т$ и $m_п$ — масса трактора и прицепа; $J_{тi}$ и $J_{пj}$ — момент инерции колеса трактора и прицепа; $\theta_{тi}$ и $\theta_{пj}$ — угловая скорость колеса трактора и прицепа.

Учитывая выражение (7.24), получаем

$$E_к = \frac{(m_{т.\,пр} + m_{п.\,пр})\,\dot{x}^2}{2}, \tag{7.25}$$

где $m_{т.\,пр} = m_т + \sum J_{тi}/r_{кi}^2$, $m_{п.\,пр} = m_п + \sum J_{пj}/r_{кj}^2$ — приведенные массы трактора и прицепа.

Обобщенную силу найдем, используя принцип возможных перемещений в обобщенных координатах. Дадим обобщенное воз-

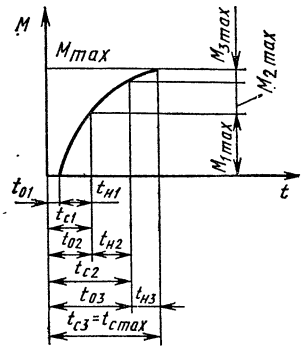


Рис. 7.9. Аппроксимация тормозного момента кусочно-линейной функцией

можное перемещение δx в сторону возрастания координаты x. При этом каждое колесо повернется на угол $\delta\theta$. Из выражения (7.24) следует, что

$$\delta\theta = \delta x / r_к.$$

Вычислим работу всех активных сил для одного колеса на возможном перемещении:

$$\delta W = -\frac{M}{r_к}\delta x. \qquad (7.26)$$

В выражении (7.26) отсутствует тормозная сила F, так как она приложена в мгновенном центре скоростей и ее работа равна нулю.

Тогда обобщенная сила для всего тракторного поезда

$$Q_x = -\sum M_i / r_{кi}. \qquad (7.27)$$

Получим уравнение движения тракторного поезда, используя выражения (7.25) и (7.27):

$$\ddot{x}\,(m_{т.\,пр} + m_{п.\,пр}) = -\sum M_i / r_{кi}. \qquad (7.28)$$

Рассмотрим решение уравнения (7.28). Тормозной момент в правой части уравнения зависит только от времени. Если функция $M\,(t)$ известна, то решение уравнения (7.28) имеет вид

$$\dot{x} = \dot{x}_0 \frac{1}{m_{т.\,пр} + m_{п.\,пр}} \int_0^t \sum \frac{M_i\,(t)}{r_{кi}}\,dt, \qquad (7.29)$$

где $\dot{x}_0$ — начальная скорость торможения.

Приравняв выражение (7.29) к нулю, найдем время торможения $t_т$ до полной остановки.

Тогда тормозной путь

$$x_т = \int_0^{t_т} \left[\dot{x}_0 t_т \frac{1}{m_{т.\,пр} + m_{п.\,пр}} \int_0^{t_т} \sum \frac{M_i\,(t)}{r_{кi}}\,dt \right] dt. \qquad (7.30)$$

Для практических расчетов основную трудность представляет определение точного вида зависимости $M\,(t)$. В любом случае закон нарастания тормозного момента можно аппроксимировать кусочно-линейной функцией. Тогда тормозной момент заменяется суммой самостоятельных моментов с линейным законом нарастания (рис. 7.9). Аппроксимируя таким образом каждый тормозной

момент, получаем выражение для обобщенной силы в функции времени:

$$Q_x = -\sum \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < t < t_{0i}; \\ \dfrac{M_i}{r_{ki}} \dfrac{t_{\max}}{t_{hi}} (t - t_{0i}) & \text{при } t_{0i} < t < t_{ci}; \\ \dfrac{M_{i\max}}{r_{ki}} & \text{при } t > t_{ci}, \end{cases} \tag{7.31}$$

где t_{0i} — время запаздывания срабатывания тормоза; t_{hi} — время нарастания тормозного момента; $t_{ci} = t_{ti} + t_{hi}$ — полное время срабатывания тормоза.

Рассмотрим решение уравнений (7.29) и (7.30) с учетом выражения (7.31). Поменяв местами операции интегрирования и суммирования, получим

$$\dot{x} = \dot{x}_0 - \sum \int_0^t Q_i(t)\, dt, \tag{7.32}$$

где $Q_i(t) = M_i(t) / [r_{ki} (m_{т.\,пр} + m_{п.\,пр})]$ — удельное замедление.

Интеграл в уравнении (7.32) можно вычислить, применяя метод поэтапного интегрирования. Рассмотрим следующие промежутки времени торможения:

при $0 \leqslant t \leqslant t_{0i}$

$$\dot{u}_{1i} = \int_0^t Q_i(t)\, dt = 0;$$

при $t_{0i} \leqslant t \leqslant t_{ci}$

$$\dot{u}_{2i} = \int_{t_{0i}}^t \frac{Q_{i\max}(t - t_{0i})}{t_h} dt = \frac{Q_{i\max}}{2t_h} (t^2 - 2t_{0i}t + t_{0i}^2);$$

при $t > t_{ci}$

$$\dot{u}_{3i} = \int_{t_{0i}}^{t_{ci}} \frac{Q_{i\max}}{t_h} (t - t_{0i})\, dt + \int_{t_{ci}}^t Q_{i\max}\, dt = Q_{i\max} t + Q_{i\max} \left(\frac{t_{hi}}{2} + t_{0i} \right).$$

Подставим полученное значение интеграла под знак суммы в уравнение (7.32):

$$\dot{x} = \dot{x}_0 - t \sum Q_{i\max} + \sum Q_{i\max} \left(\frac{t_{hi}}{2} + t_{0i} \right). \tag{7.33}$$

Приравняв уравнение (7.33) к нулю, найдем время торможения:

$$t_т = \frac{\dot{x}_0}{\sum Q_{i\max}} + \frac{1}{\sum Q_{i\max}} \sum Q_{i\max} \left(\frac{t_{hi}}{2} + t_{0i} \right). \tag{7.34}$$

Формула (7.34) справедлива только в том случае, когда тормозные моменты достигают максимального значения, т. е. после полного срабатывания тормозной системы. При небольшой начальной скорости остановка может произойти до срабатывания системы. Очевидно, что при большей скорости остановка произойдет в момент времени $t_{\text{с max}}$. Отсюда найдем минимальную скорость, для которой справедлива формула (7.34):

$$\dot{x}_{0\,\min} = \sum Q_{i\,\max} t_{\text{с max}} - \sum Q_{i\,\max}\left(\frac{t_{\text{н}i}}{2} + t_{0i}\right).$$

Перепишем уравнение (7.30) с учетом найденных значений интегралов:

$$x_{\text{т}} = \int_0^{t_{\text{т}}} x_0\, dt - \sum \int_0^{t} \dot{u}\,(t)\, dt. \tag{7.35}$$

Функции $\dot{u}_i\,(t)$ имеют единицы измерения скорости и показывают, насколько уменьшается скорость движения тракторного поезда в результате действия каждого тормозного момента. Проинтегрировав уравнение (7.35) на отрезке от 0 до $t_{\text{т}}$, найдем, насколько уменьшается путь, пройденный поездом за время $t_{\text{т}}$, под действием каждого момента.

Решим уравнение (7.35) описанным выше способом. Получим окончательно формулу для расчета тормозного пути:

$$S_i = \frac{v_0^2}{2\sum Q_{i\,\max}} + \frac{v_0}{\sum Q_{i\,\max}}\left(\frac{t_{\text{н}i}}{2} + t_{0i}\right) -$$
$$- \sum Q_{i\,\max}\left(\frac{t_{\text{н}i}^2}{6} + \frac{t_{\text{н}i} t_{0i}}{2} + \frac{t_{0i}^2}{2}\right) +$$
$$+ \frac{1}{2\sum Q_{i\,\max}}\left[\sum Q_{i\,\max}\left(\frac{t_{\text{н}i}}{2} + t_{0i}\right)\right]^2.$$

В этой формуле от начальной скорости торможения зависят только два первых члена. Остальные слагаемые представляют собой величины второго порядка и не зависят от скорости. Поэтому при расчетах ими можно пренебречь.

Определим суммарную тормозную силу тракторного поезда. Для этого запишем уравнение Д'Аламбера в проекции на ось x:

$$(m_{\text{т}} + m_{\text{п}})\,\ddot{x} = -F_{\Sigma}. \tag{7.36}$$

Используя уравнение (7.28), получаем

$$F_{\Sigma} = \frac{m_{\text{т}} + m_{\text{п}}}{m_{\text{т. пр}} + m_{\text{п. пр}}} \sum M_i / r_{\text{к}i}.$$

Сравнивая выражения (7.27) и (7.36), видим, что суммарная тормозная сила не равна обобщенной. Физический смысл этого различия состоит в том, что обобщенная сила совершает работу

торможения приведенной массы тракторного поезда с учетом вращающихся масс, а тормозная сила — работу только массы, совершающей поступательное движение. Это следует иметь в виду при выводе дифференциальных уравнений движения трактора или поезда. Если тормозная сила известна, то следует применять уравнение (7.36); при этом нет необходимости в уравнениях связи вращательного движения колеса с поступательным движением его центра. Если задан тормозной момент, то для составления уравнения движения необходимо уравнение связи. При наличии уравнения связи (7.24) можно сразу записать уравнение движения аналогично формуле (7.27) без промежуточных выкладок.

Если на тракторный поезд действуют другие внешние силы, то их вводят в уравнения движения в соответствии с применяемым методом составления уравнений.

Рассмотрим взаимодействие звеньев тракторного поезда при торможении, используя принцип освобождаемости от связей. В этом случае на трактор и прицеп действуют соответствующие усилия от отброшенных связей. Система дифференциальных уравнений имеет вид

$$m_т\ddot{x} = -F_т - F; \quad m_п\ddot{x} = -F_п + F, \tag{7.37}$$

где $F_т$ и $F_п$ — суммарные тормозные силы трактора и прицепа.

Введем понятия парциальных замедлений:

$$\varepsilon_т = F_т/m_т; \quad \varepsilon_п = F_п/m_т.$$

Из этих формул видно, что парциальные замедления — это замедления трактора и прицепа при раздельном торможении.

С учетом парциальных замедлений система уравнений (7.37) запишется следующим образом:

$$m_т\ddot{x} = -m_т\varepsilon_т - F; \quad m_п\ddot{x} = -m_п\varepsilon_п + F. \tag{7.38}$$

Найдем выражения для определения усилия в сцепке. Исключая из системы уравнений (7.38) $\ddot{x}$, получаем

$$F = \frac{(\varepsilon_п - \varepsilon_т)\, m_т m_п}{m_т + m_п}. \tag{7.39}$$

Из уравнений (7.38) и (7.39) следует, что усилие в сцепке равно нулю при $\varepsilon_т = \varepsilon_п = \ddot{x}$, т. е. при одинаковой интенсивности торможения трактора и прицепа.

Если $\varepsilon_т < \varepsilon_п$, то усилие в сцепке растягивающее, так как в этом случае $F > 0$.

Как видно из выражения (7.39), усилие в сцепке пропорционально разнице парциальных замедлений прицепа и трактора и зависит от соотношения их масс.

Введем обозначение $m_т/m_п = \gamma$. Выражение (7.39) примет вид

$$F = \frac{(\varepsilon_п - \varepsilon_т)\, m_т\gamma}{1+\gamma}.$$

Из этой формулы видно, что с увеличением γ усилия в сцепке при одной и той же разнице парциальных замедлений увеличиваются, приближаясь к значению

$$F_{max} = (\varepsilon_п - \varepsilon_т) m_т.$$

Представляет интерес случай, когда в составе тракторного поезда имеется несколько одинаковых прицепов. Усилие в каждой сцепке определяется следующими выражениями:

$$F_1 = \frac{n(\varepsilon_п - \varepsilon_т) m_т}{1 + n\gamma}; \quad F_2 = \frac{(n-1)(\varepsilon_п - \varepsilon_т) m_т}{1 + n\gamma};$$

$$F_n = \frac{(\varepsilon_п - \varepsilon_т) m_т}{1 + n\gamma},$$

где n — число прицепов.

Наибольшее усилие будет в сцепке трактора, наименьшее — в сцепке между последними прицепами.

Рассмотренные выше закономерности взаимодействия звеньев тракторного поезда при торможении справедливы для жесткой сцепки. На практике буксирные устройства тракторов и прицепов часто снабжены упругими элементами, которые при взаимодействии звеньев поезда деформируются. При этом возможно возбуждение продольных колебаний звеньев поезда относительно друг друга. В результате колебаний усилия в сцепках значительно превышают значения, рассчитанные по приведенным выше формулам. Однако, как показывают результаты исследований, колебания в сцепке наблюдаются только в начальной стадии процесса торможения. По истечении некоторого промежутка времени колебания затухают и устанавливается равновесие между усилием в сцепке и деформацией упругого элемента. С этого момента соединение трактора и прицепа можно считать жестким и все рассмотренные выше зависимости использовать для анализа взаимодействия звеньев тракторного поезда при торможении.

Для исследования переходного процесса в сцепке при торможении необходимо пользоваться дифференциальными уравнениями, описывающими относительные колебания звеньев поезда. Уравнения в большинстве случаев оказываются нелинейными, и решение их в аналитической форме вызывает большие затруднения и часто просто невозможно. В этом случае наиболее эффективно применение ЭВМ.

При торможении тракторного поезда происходит перераспределение нагрузок по мостам. Передний мост догружается, а задний разгружается. При этом в результате деформации упругих элементов подвески и шин происходит поворот остова в продольной плоскости. Угловые перемещения остова при торможении часто называют кренами вследствие того, что при торможении момент, вызывающий крен, изменяется сравнительно медленно и действие его можно считать статическим. Крены зависят от интенсивности торможения, момента инерции остова, упругих

и демпфирующих характеристик подвески и шин. В зависимости от сочетания значений указанных параметров характер угловых перемещений остова может быть статическим или колебательным. Соответственно, и изменение реакций на колесе также будет статическим или колебательным. Колебания обычно наблюдаются только в начальной стадии процесса торможения, а затем затухают, и процесс переходит в установившийся.

Рассмотрим изменение реакций на колесах тракторного поезда при установившемся режиме торможения. Уравнения равновесия для трактора и прицепа следующие (см. рис. 6.11):

$$R_{\text{т. п}}a - R_{\text{т. з}}b - Fa - (F_{\text{т. п}} + F_{\text{т. з}})h_{\text{т}} = 0;$$

$$R_{\text{т. п}} + R_{\text{т. з}} = G_{\text{т}}; \tag{7.40}$$

$$R_{\text{п. п}}l - R_{\text{п. з}}l - (F_{\text{п. п}} + F^{3}_{\text{п. з}})h_{\text{п}} + Fc = 0;$$

$$R_{\text{п. п}} + R_{\text{п. з}} = G_{\text{п}}. \tag{7.41}$$

Решив системы уравнений (7.40) и (7.41), найдем

$$R_{\text{т. п}} = \frac{G_{\text{т}}b + F_{\text{т}}h_{\text{т}} + Fd}{a+b};$$

$$R_{\text{т. з}} = \frac{G_{\text{т}}a - F_{\text{т}}h_{\text{т}} - Fd}{a+b};$$

$$R_{\text{п. п}} = \frac{G_{\text{п}}l + F_{\text{п}}h_{\text{п}} - Fc}{2l};$$

$$R_{\text{п. з}} = \frac{G_{\text{п}}l - F_{\text{п}}h_{\text{п}} + Fc}{2l}, \tag{7.42}$$

где $F_{\text{т}} = F_{\text{т. п}} + F_{\text{т. з}}$, $F_{\text{п}} = F_{\text{п. п}} + F_{\text{п. з}}$.

Из выражений (7.42) видно, что усилия в сцепках оказывают влияние на перераспределение опорных реакций на колесах при торможении так, что их изменение отличается от изменения реакций при торможении одиночной машины. Если высота сцепки совпадает с вертикальной координатой центра масс, то усилия в сцепках не оказывают влияния на перераспределение реакций. В этом случае расчет тормозных сил по сцеплению производят, как при раздельном торможении трактора и прицепа.

Если все колеса трактора и прицепа оборудованы тормозами, максимально возможные парциальные замедления трактора и прицепа $\varepsilon_{\text{т max}} = \varepsilon_{\text{п max}} = \varepsilon_{\varphi}$.

В этом случае при полном использовании сцепного веса при торможении усилие в сцепке равно нулю, и система уравнений (7.42) распадается на четыре независимые уравнения. Подставляя в каждое уравнение вместо суммарной тормозной силы ее максимальное значение $F_{\text{max}} = \varphi G$, найдем реакции на колесах при максимальном использовании сцепного веса. Умножив получен-

ные значения на коэффициент сцепления, найдем максимально возможную тормозную силу на каждой оси:

$$F_{\text{т. п max}} = \frac{G_{\text{т}}(b + h\varphi)}{a + b}\varphi;$$

$$F_{\text{т. з max}} = \frac{G_{\text{т}}(a - h\varphi)}{a + b}\varphi;$$

$$F_{\text{п. з max}} = \frac{G_{\text{п}}(l + h\varphi)}{2l}\varphi;$$

$$F_{\text{п. з max}} = \frac{G_{\text{п}}(l - h\varphi)}{2l}\varphi. \qquad (7.43)$$

На тракторах класса 0.6 и 1.4 обычно устанавливают тормоза только на задних колесах. Очевидно, что максимально возможная тормозная сила трактора при этом меньше максимальной силы прицепа и в сцепке имеется усилие растяжения. Вследствие этого при торможении трактора в составе поезда его задний мост разгружается больше, чем при раздельном торможении. Однако, как показывают расчеты, разница при этом несущественная. Следовательно, максимальную тормозную силу на заднем мосту трактора можно рассчитывать, как при торможении одиночного трактора. Отсюда реакцию на заднем мосту трактора можно определить из выражения

$$R_{\text{т. з}} = \frac{G_{\text{т}}b - F_{\text{т. з}}h_{\text{т}}}{a + b}.$$

Подставляя в это выражение значение $F_{\text{т max}} = R_{\text{т. з}}\varphi$, найдем

$$R_{\text{т. з max}} = \frac{G_{\text{т}}b}{a + b + h\varphi}.$$

Откуда

$$F_{\text{т max}} = \frac{G_{\text{т}}b\varphi}{a+b+h\varphi}. \qquad (7.44)$$

Из выражений (7.43) и (7.44) видно, что максимально возможные тормозные силы являются нелинейными функциями от коэффициента сцепления φ, причем эти функции различаются между собой. Вследствие этого невозможно установить однозначное соотношение тормозных сил на мостах тракторного поезда так, чтобы при любом значении φ обеспечивалось максимальное использование сцепного веса без блокировки колес. Поэтому на практике выбирают соотношение тормозных сил при среднем значении коэффициента сцепления φ. Добиться полного использования сцепного веса при любых значениях φ можно при помощи автоматических устройств, осуществляющих корректирование распределения тормозных сил в зависимости от условий сцепления.

ГЛАВА 8

ПЛАВНОСТЬ ХОДА ТРАКТОРА

8.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

При движении трактора на его остов передаются толчки и удары от неровностей опорной поверхности, неравномерности сопротивления агрегатируемой машины и работы движителя, вызывая колебания остова. Колебания остова ухудшают условия труда водителя, снижают его работоспособность, нарушают агротехнические требования, предъявляемые к технологическому процессу (глубина обработки почвы, заделки семян и др.), ухудшают тягово-сцепные свойства трактора, отрицательно влияют на работу механизмов, вызывая их преждевременный износ, а в некоторых случаях даже поломку.

Плавность хода — это свойство трактора или тракторного агрегата обеспечивать защиту водителя и элементов конструкции трактора от динамических нагрузок, возникающих в результате взаимодействия движителя с опорной поверхностью, и от неравномерности сопротивления агрегатируемой машины.

Тракторный агрегат представляет собой систему, состоящую из нескольких масс (масса остова трактора с агрегатируемой машиной, масса движителя и др.), соединенных между собой деталями. Подвеска — это совокупность деталей, предназначенных для соединения движителя с остовом трактора и обеспечивающих плавность хода при перемещении по неровностям опорной поверхности.

Подвески разделяют на *жесткие, полужесткие и эластичные.* При жесткой подвеске движитель прикреплен непосредственно к остову трактора без каких-либо упругих элементов. В случае применения эластичной подвески все массы тракторного агрегата при исследовании плавности хода разделяют на *подрессоренные и неподрессоренные.* К *подрессоренной массе* агрегата относят массу таких узлов, вес которых передается на движитель через подвеску. Узлы трактора, вес которых не передается через упругие элементы подвески, называют *неподрессоренными массами.* К ним относятся в первую очередь такие элементы движителя, как управляемые и ведущие колеса, гусеницы, опорные катки. При движении агрегата в рабочем режиме с плавающим положением навесного устройства в расчете плавности хода не принимают во внимание массу агрегатируемой машины, поскольку ее вес воспринимается не элементами подвески трактора, а опорными колесами машины или передается на грунт непосредственно через рабочие органы.

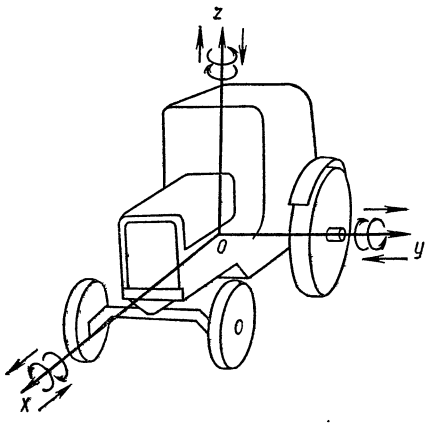


Рис. 8.1. Координатные оси и основные виды колебаний остова трактора

Для упрощения анализа плавности хода тракторного агрегата примем, что трактор и агрегатируемая машина в транспортном положении представляют одну массу, сосредоточенную в центре масс агрегата и имеющую приведенный момент инерции, эквивалентный моментам инерции масс отдельно трактора и машины. При движении агрегата в рабочем режиме в расчет будем принимать только массу трактора и сопротивление агрегатируемых с ним машин.

Остов трактора при движении совершает сложное колебательное движение и число возможных перемещений масс трактора весьма значительно. Чтобы удобнее было анализировать колебательное движение остова, принято рассматривать это движение как совокупность нескольких простых видов колебаний. При этом исходят из того, что остов может перемещаться поступательно вдоль трех взаимно перпендикулярных осей *ox*, *oy* и *oz* (рис. 8.1) и одновременно иметь угловые перемещения относительно каждой из них, т. е. иметь шесть степеней свободы. При таком условии остов трактора может совершать шесть видов колебаний: *поступательные продольные* (перемещение относительно продольной оси *ox*) или подергивание; *поступательные вертикальные* (перемещение относительно вертикальной оси *oz*) или подпрыгивание; *поступательные поперечные* (перемещение относительно поперечной оси *oy*) или пошатывание; *угловые продольные* (относительно оси *oy*) или галопирование; угловые поперечные (относительно оси *ox*) или покачивание; *угловые боковые* (относительно оси *oz*) или рыскание.

За начало координат принимают центр упругости агрегата, под которым понимают воображаемую точку, обладающую следующими свойствами: 1) если в центре упругости приложить силу, параллельную весу, то подрессоренный остов переместится в направлении действия приложенной силы; 2) если к остову приложить момент, то он повернется на некоторый угол около оси, проходящей через центр упругости.

Разделение сложного колебательного движения остова трактора на отдельные виды позволяет выделить и оценить наиболее существенные виды колебаний. Так, благодаря анализу конструкций подвесок и условий движения тракторного агрегата можно сделать вывод о том, что главное влияние на плавность хода и физиологическое состояние водителя оказывают два вида коле-

баний: поступательные вертикальные (подпрыгивание) и угловые продольные (галопирование). Пренебрежение другими видами колебаний не отразится существенно на результатах оценки плавности хода. В то же время это значительно упрощает исследование явления и, в частности, позволяет свести задачу к плоскостной, т. е. рассматривать колебания плоской фигуры, имеющей форму боковой проекции трактора, в одной вертикальной плоскости, совпадающей с продольной плоскостью симметрии трактора.

Существенное различие между вертикальными и продольными угловыми колебаниями заключается в том, что в первом случае вертикальные перемещения, скорости и ускорения одинаковы для всех точек остова; во втором — при одной и той же частоте и угловой амплитуде колебаний точки, неодинаково удаленные от центра упругости, имеют различные линейные перемещения, скорость и ускорения. Наибольшее значение их соответствует крайним точкам остова. Отсюда следует вывод о том, что сиденье водителя следует располагать как можно ближе к центру упругости трактора или агрегата.

При рассмотрении колебаний необходимо различать *собственные* и *вынужденные колебания*. Собственные колебания, вызываемые единичными импульсами, имеют вполне определенную частоту, зависящую только от геометрических параметров трактора и жесткости его подвески. Именно поэтому собственная частота колебаний является в известной мере одним из обобщающих конструктивных параметров плавности хода. Движению трактора по неровностям с тяговым сопротивлением агрегатируемой машины характерны вынужденные колебания, частота которых определяется прежде всего характером возмущений, а показатели в целом — сложной зависимостью внешних условий (профилем пути, скоростью движения, тяговым сопротивлением) и конструктивных факторов.

Целью изучения плавности хода трактора является определение основных параметров колебаний машины, при которых ощущения водителя или дискомфорт не превышают определенного уровня. При этом важно знать характеристики неровностей опорной поверхности, характер колебаний трактора и реакцию организма человека на колебания.

Итак, плавность хода трактора является одним из важных качеств, определяющих нормальные условия работы водителя, протекание технологического процесса, прочность и долговечность работы узлов и механизмов трактора. Тракторный агрегат испытывает шесть видов колебаний, основными из которых следует считать вертикальные и продольные угловые, т. е. подпрыгивание и галопирование. При рассмотрении явлений, связанных с плавностью хода, необходимо учитывать собственные и вынужденные колебания. Первые обусловлены в основном конструктивными параметрами тракторного агрегата, а вторые,

кроме конструктивных параметров, еще и профилем опорной поверхности, скоростью движения, тяговым сопротивлением агрегатируемой машины.

8.2. ПОДВЕСКИ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Как отмечалось выше, подвески существующих тракторов можно разделить на жесткие, полужесткие и эластичные.

Жесткие подвески в настоящее время для тракторов применяют очень редко.

Полужесткая подвеска в некоторых пределах обеспечивает перемещение передних колес или тележек гусеничного движителя относительно остова или относительно друг друга. При полужесткой подвеске задние колеса трактора не подрессорены. У гусеничного трактора тележки правого и левого бортов в передней части связаны между собой и с остовом упругими элементами, а в задней части оси качения они жестко прикреплены к остову.

Эластичная подвеска дает возможность перемещаться каждому опорному колесу относительно остова или относительно друг друга. Подвеска состоит из жестких кинематических звеньев (направляющих устройств), упругих и диссипативных (демпфирующих) элементов, например, амортизаторов. В качестве упругих элементов используют: листовые рессоры, пружины, торсионы, а также резиновые, пневматические и гидропневматические элементы. В некоторых случаях один и тот же элемент выполняет разные функции. Так, листовая рессора может одновременно быть направляющим устройством, а гидропневматический упругий элемент — амортизатором.

Кинематические звенья обеспечивают перемещения опорных колес по отношению к остову и определяют его характер. От устройства кинематических звеньев также зависят усилия, передаваемые на упругие элементы, и их деформация. Соответственно схеме соединения звеньев подвески делят на независимые и зависимые.

При *независимой* подвеске каждое опорное колесо подвешивается к остову через самостоятельные кинематические звенья и упругие элементы. При *зависимой* подвеске между колесами существует связь: перемещение одного колеса по отношению к остову вызывает перемещение другого. Связи бывают двух видов: *поперечные* — между одноименными колесами двух бортов (через неразрезные мосты) и *продольные* — между опорными колесами одного борта. Зависимую подвеску с продольными связями называют балансирной.

Подвески, содержащие в плоскостной схеме их элементы, называют смешанными. Подвески большинства колесных и гусеничных тракторов относятся к смешанным.

Основным параметром, определяющим свойства подвески, является полный ход (полный прогиб), равный перемещению оси колеса относительно остова по вертикали от нижнего до верхнего

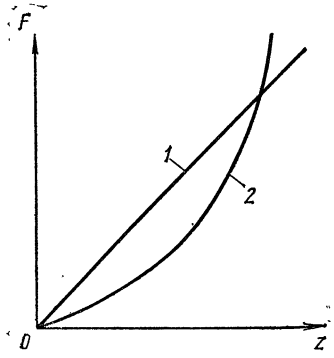


Рис. 8.2. Линейная *1* и нелинейная *2* характеристики подвесок

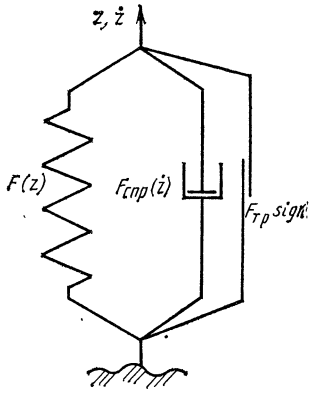


Рис. 8.3. Схематическая модель подвески

ограничителя хода. Полный ход подвески состоит из хода отбоя и хода сжатия. *Ход отбоя* — перемещение оси колеса от нижнего ограничителя до положения, соответствующего статической нагрузке. *Ход сжатия* — перемещение оси колеса от статического положения до верхнего ограничителя. Прогибы измеряют в плоскости колеса.

Характеристика подвески представляет собой зависимость между вертикальным перемещением оси опорного колеса z и действующей на него вертикальной нагрузкой F. Характеристика подвески может быть линейной и нелинейной (рис. 8.2).

Жесткостью подвески называют производную от нагрузки по перемещению:

$$c = dF/dz.$$

У подвески с линейной характеристикой жесткость постоянная и выражается тангенсом угла наклона характеристики, т. е.

$$c = F/z = \operatorname{tg} \varphi.$$

При нелинейной характеристике жесткость различна. Так, для вогнутой характеристики (см. рис. 8.2) жесткость возрастает с увеличением нагрузки. Жесткость на отдельных участках определяется аналитически как производная функция, если она задана уравнением, или графически как тангенс наклона касательной в каждой точке. Среди точек, выбранных для определения жесткости, обязательно должна быть точка, соответствующая статической нагрузке. Характеристика подвески может быть получена опытным путем или построена аналитически. При этом для колесного трактора возможны два вида характеристик — с учетом и без учета упругости шины.

Вследствие трения в сопряженных элементах подвески кривые ее характеристики при нагрузке и разгрузке не совпадают

и образуют замкнутую петлю гистерезиса. Если в подвеске отсутствуют специальные гасители колебаний, рассеяние энергии происходит только вследствие трения в сопряжениях, которое необходимо учитывать при исследовании плавности хода. Работа трения определяется площадью петли гистерезиса, заключенной между кривыми разгрузки и нагрузки.

Трение без смазочного материала в элементах подвески представляют обычно в виде диссипативной функции Ф. Диссипативная функция рассеяния энергии определяется через силу сопротивления $F_{\text{спр}}$ по формуле

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{z}} = F_{\text{спр}}(\dot{z}),$$

т. е. диссипативные силы пропорциональны скоростям перемещения элементов подвески. Кроме того, эти силы, достигая крайних точек перемещения, изменяют знак при обратном ходе. В общем виде диссипативная сила

$$F_{\text{спр}}(\dot{z}) = F_{\text{тр}} \operatorname{sgn} \dot{z},$$

где $F_{\text{тр}}$ — сила трения покоя без смазочного материала; $\operatorname{sgn} \dot{z}$ — функция влияния скорости перемещения и изменения направления движения элементов подвески.

В последнее время подвески тракторов для гашения колебаний оборудуют специальными устройствами — амортизаторами, которые бывают гидравлическими, пневматическими, резиновыми и др. Сила сопротивления амортизаторов пропорциональна скорости перемещения:

$$F_{\text{ам}} = F_{\text{тр}}(1 + \dot{z}),$$

где $F_{\text{тр}}$ — силы трения без смазочного материала или со смазывающим материалом амортизаторов.

Характеристика амортизатора имеет вид, аналогичный характеристике трения без смазочного материала.

Схематически любую подвеску можно представить в виде комбинации упругих и диссипативных элементов. Упрощенная модель такой подвески показана на рис. 8.3. Упругие элементы представлены пружиной с характеристикой $F(z)$, диссипативные — поршнем с характеристикой $F_{\text{спр}}(\dot{z})$ и трущимися поверхностями с характеристикой $F_{\text{тр}} \operatorname{sgn}(\dot{z})$.

Чтобы перейти от характеристики упругого элемента к характеристике подвески, следует установить зависимость между перемещением опорного колеса и деформацией упругого элемента, а также между нагрузками на опорные колеса и упругий элемент.

Таким образом, на тракторах применяют различные виды подвесок. Их характеристики могут быть линейными и нелинейными. При колебаниях остова трактора возникают упругие и диссипативные силы. Для перехода от характеристики упругого элемента к характеристике подвески устанавливают зависимость между перемещением опорного колеса и деформацией упругого элемента, а также между нагрузками на колесо и упругий элемент.

8.3. РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ СИСТЕМ ПОДРЕССОРИВАНИЯ

Расчетные схемы систем подрессоривания содержат данные о расположении упругих и демпфирующих элементов, а также определяют компоновочные и конструктивные параметры, необходимые для проведения исследований плавности хода трактора.

При составлении расчетных схем приняты следующие допущения.

1. Навесное орудие в транспортном положении считается жестко соединенным с остовом трактора. Влияние навешенного орудия учитывается изменением положения центра масс агрегата.

2. Силы сопротивления в подвеске и шинах считаются пропорциональными скорости колебаний.

3. Характеристики упругих элементов подвески (рессор и шин) считаются линейными. Пробои рессор при сжатии отсутствуют.

4. При рассмотрении колебаний остова трактора не учитывается влияние колебаний водителя на сиденье, так как оно мало.

5. Колебания трактора рассматриваются в продольной вертикальной плоскости.

Колесные тракторы. С учетом принятых допущений колесный трактор с подрессоренной передней частью представляет колебательную систему с тремя степенями свободы (рис. 8.4, *а*).

Положение подрессоренной и неподрессоренной масс трактора определяется тремя координатами. Две координаты трактора обусловлены обобщенными вертикальными перемещениями z_1 и z_2 точек остова над осями передних и задних колес и третья — вертикальным перемещением ξ_1 неподрессоренной массы передней части трактора.

Важным компоновочным параметром трактора, в зависимости от которого можно выбирать расчетную схему, является коэффициент распределения подрессоренных масс:

$$\varepsilon = \rho^2/(ab),$$

где ρ — радиус инерции подрессоренного остова.

Если коэффициент распределения подрессоренных масс будет близок к единице, то колебания передней и задней частей остова теоретически становятся не связанными между собой. С небольшой погрешностью это положение можно распространить на тракторы, имеющие $\varepsilon = 0{,}8 \div 1{,}2$. Для указанных тракторов колебания передней части можно исследовать по упрощенной расчетной схеме, соответствующей системе с двумя степенями свободы (рис. 8.4, *в*), аналогично можно исследовать колебания задней части остова (рис. 8.4, *г*).

При навешивании на трактор сельскохозяйственных орудий происходит перераспределение веса остова по мостам и изменение коэффициента ε, который значительно отличается от единицы.

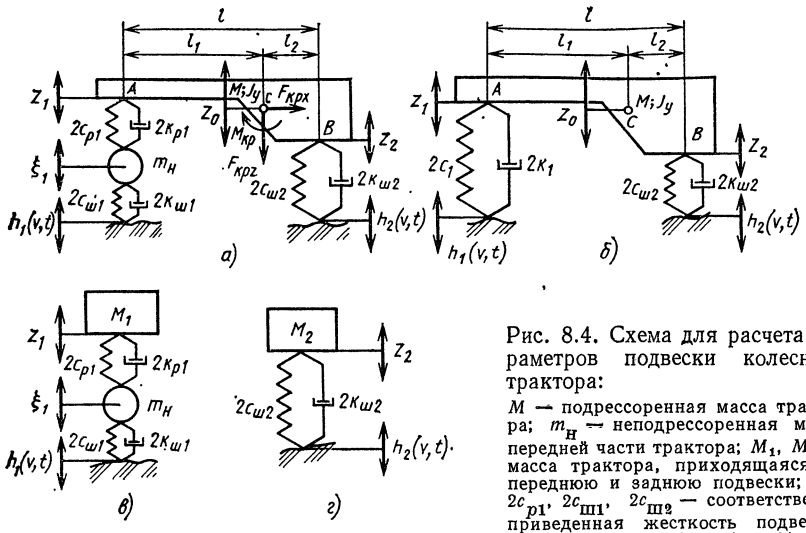


Рис. 8.4. Схема для расчета параметров подвески колесного трактора:

M — подрессоренная масса трактора; $m_н$ — неподрессоренная масса передней части трактора; M_1, M_2 — масса трактора, приходящаяся на переднюю и заднюю подвески; $2c_1$, $2c_{р1}$, $2c_{ш1}$, $2c_{ш2}$ — соответственно приведенная жесткость подвески, суммарные жесткости рессор переднего моста, передних и задних шин; $2k_{р_1}$, $2k_{ш_1}$, $2k_{ш_2}$ — суммарные коэффициенты сопротивления подвески переднего моста, передних и задних шин; z_1, z_2 — вертикальные перемещения точек подрессоренной массы, расположенных над осями передних и задних колес; ξ_1 — вертикальные перемещения неподрессоренной массы передней части трактора; $h_1(v, t)$, $h_2(v, t)$ — высота неровностей опорной поверхности под передними и задними колесами трактора

У мощных колесных тракторов типа 4К4 с одинаковыми колесами коэффициент ε также значительно отличается от единицы. Для этих тракторов колебания остова необходимо рассматривать с учетом взаимного влияния передней и задней подвесок.

При исследовании низкочастотных колебаний остова трактора, особенно на скоростях движения, значительно меньших скоростей, при которых возникает высокочастотный резонанс, можно пренебречь влиянием неподрессоренной массы передней части, так как она у большинства колесных тракторов невелика по сравнению с массой трактора. Упрощенная колебательная система подрессоривания при $m_н = 0$ представляет систему с двумя степенями свободы (рис. 8.4, *б*). Согласно этой схеме, приведенная жесткость передней подвески

$$2c_1 = \frac{2c_{р1}2c_{ш1}}{2c_{р1} + 2c_{ш1}}.$$

По этой схеме рассчитывают колебания неподрессоренного трактора. Для такого трактора принимают жесткость рессор равной бесконечности, а приведенную жесткость передней подвески равной $2c_{ш1}$. В уравнения колебаний подставляют значения момента инерции и массы трактора.

При отсутствии подрессоривания заднего моста, что характерно для большинства колесных тракторов с пневматическими шинами низкого давления, задняя часть тракторов, у которых параметр $\varepsilon = 1$, представляет собой систему с одной степенью

свободы. Передняя часть неподрессоренного трактора, а также подрессоренного при $m_н = 0$ тоже представляет собой систему с одной степенью свободы. Расчетная схема такой системы изображена на рис. 8.4, *г*.

Гусеничные тракторы. На гусеничных тракторах широко распространены балансирная и полужесткая системы подрессоривания. На рис. 8.5, *а* показана расчетная схема трактора с балансирной системой подрессоривания, в которой балансирная каретка заменена условной эквивалентной схемой. При этом упругий элемент расположен по оси качания балансиров каретки на цапфе рамы трактора. Такая замена возможна, если при приведении действительной схемы каретки к эквивалентной учитываются балансирные свойства каретки и характеристика упругого элемента. Колебания остова трактора в этом случае определяются обобщенными координатами: вертикального перемещения центра масс остова z и углового перемещения φ остова трактора.

Гусеничный трактор с полужесткой системой подрессоривания имеет, как правило, трехточечную подвеску остова и гусеничные тележки с жестко закрепленными катками. При этом упругий элемент подвески расположен спереди, в поперечном направлении относительно трактора, а остов опирается на левую и правую тележки. Расчетная схема гусеничного трактора с полужесткой системой подрессоривания показана на рис. 8.5, *б*. В данном случае возмущающие воздействия неровностей зависят от угловых перемещений тележек гусениц. В качестве обобщенной координаты принято угловое перемещение φ остова трактора относительно тележек гусениц (см. рис. 8.5, *б*). $\varphi_{тел}$ — угловые перемещения

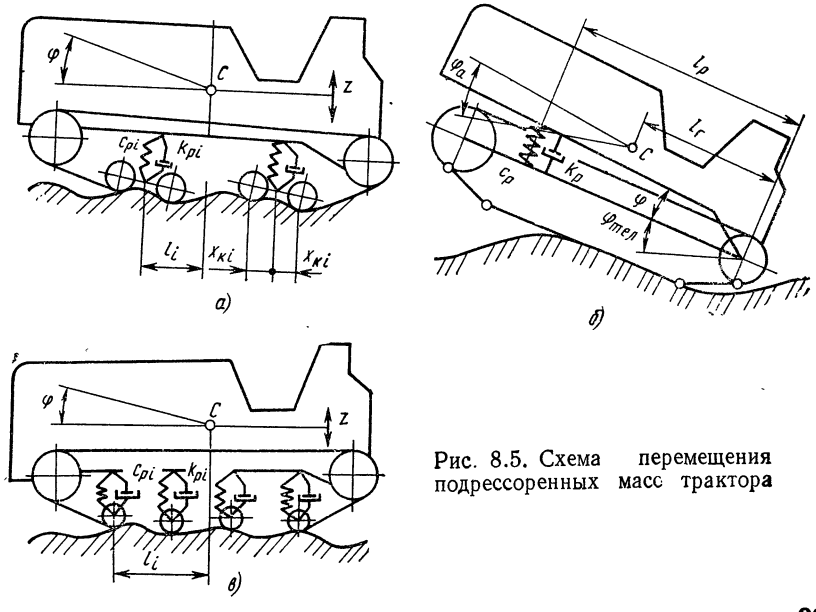


Рис. 8.5. Схема перемещения подрессоренных масс трактора

тележек гусениц; φ_a — абсолютное угловое перемещение остова трактора.

Для гусеничных тракторов получает распространение индивидуальная система подрессоривания. Наиболее распространенной индивидуальной системой подрессоривания является такая, при которой каждый каток, насаженный на рычаг (балансир), подрессорен торсионом. Расчетная схема трактора с индивидуальной системой подрессоривания приведена на рис. 8.5, *в*.

Рассмотренные расчетные схемы колесных и гусеничных тракторов являются исходными при составлении дифференциальных уравнений колебаний трактора, анализ решений которых позволяет оценить плавность хода трактора. Приведенные расчетные схемы в основном охватывают все типы систем подрессоривания на тракторах. Те или иные варианты подвесок могут быть приведены к рассмотренным расчетным схемам.

8.4. СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРАКТОРА

Собственными колебаниями трактора называют колебания, которые совершает система, выведенная из состояния равновесия, после прекращения действия сил, нарушивших равновесие.

Собственные колебания трактора возникают после проезда единичной неровности, при трогании с места или торможении, поднятии сельскохозяйственной машины в транспортное положение и др. Частоты собственных колебаний, коэффициенты затухания и соотношения амплитуд оказывают большое влияние на плавность хода трактора, так как от них зависят интенсивность и характер колебаний и возникновение наиболее неблагоприятных резонансных колебаний, при которых частота возмущающего воздействия со стороны опорной поверхности совпадает по значению с одной из частот собственных колебаний трактора.

Собственные колебания колесного трактора. Так как в системе подрессоривания колесных тракторов отсутствуют амортизаторы, то демпфированием в подвеске при определении собственных колебаний тракторов в первом приближении можно пренебречь.

Пусть под воздействием какого-либо единичного возмущения остов трактора вышел из состояния равновесия и начал колебаться. Если это возмущение приложено в плоскости продольной симметрии трактора и жесткости подвесок одинаковы для правого и левого бортов, то остов трактора может перемещаться поступательно в вертикальной плоскости (подпрыгивание) и иметь угловые перемещения относительно поперечной оси, проходящей через центр упругости (галопирование).

Для вывода дифференциальных уравнений, описывающих колебание остова трактора в вертикальной плоскости, воспользуемся уравнениями Лагранжа второго рода. Поскольку система после вывода ее из равновесия не получает внешних возмущений

и в ней отсутствуют силы сопротивления, теоретически в такой системе бесконечно долго происходит обмен кинетической и потенциальной энергий. За обобщенные координаты удобно принимать вертикальные перемещения центра масс z_0 и угловые перемещения остова φ. Обобщенные координаты связаны с вертикальными перемещениями точек A и B следующими зависимостями (см. рис. 8.4, *б*):

$$z_0 = \frac{z_1 l_2 + z_2 l_1}{l}; \quad \operatorname{tg}\varphi = (z_2 - z_1)/l, \tag{8.1}$$

где l_1 — расстояние от передней точки подвеса до центра масс подрессоренного остова; l_2 — расстояние от задней точки подвеса до центра масс остова; l — расстояние от передней до задней точки подвеса остова трактора.

При малых угловых перемещениях $\operatorname{tg}\varphi \approx \varphi$. Тогда

$$\varphi = (z_2 - z_1)/l.$$

Кинетическая энергия системы

$$E_к = \frac{1}{2} M\dot{z}_0^2 + \frac{1}{2} J\dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} M\left(\frac{\dot{z}_1 l_2 + \dot{z}_2 l_1}{l}\right)^2 + \frac{1}{2} J\left(\frac{\dot{z}_2 - \dot{z}_1}{l}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2 + m_3 \dot{z}_1 \dot{z}_2, \tag{8.2}$$

где

$$m_1 = M\frac{l_2^2 + \rho^2}{l^2}; \quad m_2 = M\frac{l_1^2 + \rho^2}{l^2};$$

$$m_3 = M\frac{l_1 l_2 - \rho^2}{l^2}; \quad \rho = \sqrt{J/M}.$$

Потенциальная работа в обобщенных координатах равна работе упругих сил, т. е.

$$E_п = \frac{1}{2} c_1 z_1^2 + \frac{1}{2} c_2 z_2^2.$$

Находим соответствующие частные производные от выражений для кинетической и потенциальной энергий. Подставляя значения частных производных в уравнения Лагранжа, получаем системы дифференциальных уравнений, описывающих собственные колебания остова трактора:

$$m_1\ddot{z}_1 + m_3\ddot{z}_2 + c_1 z_1 = 0;$$
$$m_2\ddot{z}_2 + m_3\ddot{z}_1 + c_2 z_2 = 0.$$

Разделим первое уравнение на m_1, а второе на m_2:

$$\ddot{z}_1 + \eta_1\ddot{z}_2 + \frac{c_1}{m_1} z_1 = 0;$$
$$\ddot{z}_2 + \eta_2\ddot{z}_1 + \frac{c_2}{m_2} z_2 = 0, \tag{8.3}$$

где

$$\eta_1 = m_3/m_1; \quad \eta_2 = m_3/m_2.$$

Коэффициенты η_1 и η_2 принято называть коэффициентами связи между колебаниями z_1 и z_2.

При колебаниях остова трактора около неподвижно закрепленной задней точки подвеса, когда $z_2 = 0$, получаем следующие уравнения динамики:

$$\ddot{z}_1 + \frac{c_1}{m_1} z_1 = 0$$

или

$$\ddot{z}_1 + \omega_1^2 z_1 = 0,$$

где

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{c_1 l^2}{M\left(l_2^2 + \rho^2\right)}}. \tag{8.4}$$

Общий интеграл этого дифференциального уравнения представится формулой

$$z_1 = C_1 \sin \omega_1 t + C_2 \cos \omega_1 t. \tag{8.5}$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определяют из начальных условий. Предположим, что в начальный момент времени ($t = 0$) масса m_1 находится в крайнем верхнем положении и ее перемещение от состояния равновесия равно амплитуде колебаний A. В то же время скорость этой массы $\dot{z}_1$ равна нулю, т. е.

$$z_1 = A = C_1 \sin \omega_1 t + C_2 \cos \omega_1 t = C_2;$$

$$\dot{z}_1 = 0 = C_1 \omega_1 \cos \omega_1 t - C_2 \omega_1 \sin \omega_1 t = C_1 \omega_1.$$

Поскольку $\omega_1 \neq 0$, то $C_1 = 0$. Подставляя значения величин C_1 и C_2 в формулу (8.5), получаем

$$z_1 = A \cos \omega_1 t,$$

где ω_1 — угловая частота рассматриваемых собственных колебаний, и ее определяют по формуле (8.4).

Также получим соответствующую частоту собственных колебаний остова трактора около неподвижно закрепленной передней точки подвеса:

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{C_2 l^2}{M\left(l_1^2 + \rho^2\right)}}.$$

В теории трактора эти угловые частоты принято называть частными или парциальными. Их можно получить для любой сложной системы с учетом упругих и демпфирующих сил в подвеске и шинах.

Вернемся к исходной системе уравнений (8.3). Общие интегралы исходных дифференциальных уравнений можно представить следующими формулами:

$$z_1 = A \cos \Omega_1 t + B \cos \Omega_2 t;$$

$$z_2 = C \cos \Omega_1 t + D \cos \Omega_2 t.$$

Для определения угловых частот Ω_1 и Ω_2 подставим приведенные выражения для z_1 и z_2, а также вторых производных $\ddot{z}_1$ и $\ddot{z}_2$ в систему уравнений (8.3):

$$[(\omega_1^2 - \Omega_1^2)\, A - \eta_1 \Omega_1^2 C] \cos \Omega_1 t + [(\omega_1^2 - \Omega_2^2)\, B - \eta_1 \Omega_2^2 D] \cos \Omega_2 t = 0;$$

$$[(\omega_2^2 - \Omega_1^2)\, C - \eta_2 \Omega_1^2 A] \cos \Omega_1 t + [(\omega_2^2 - \Omega_2^2)\, D - \eta_2 \Omega_2^2 B] \cos \Omega_2 t = 0.$$

Полученные уравнения удовлетворяются для произвольных значений времени t лишь в том случае, если выражения в квадратных скобках равны нулю, т. е.

$$(\omega_1^2 - \Omega_1^2)\, A - \eta_1 \Omega_1^2 C = 0;$$

$$(\omega_1^2 - \Omega_2^2)\, B - \eta_1 \Omega_2^2 D = 0;$$

$$(\omega_2^2 - \Omega_1^2)\, C - \eta_2 \Omega_1^2 A = 0;$$

$$(\omega_2^2 - \Omega_2^2)\, D - \eta_2 \Omega_2^2 B = 0.$$

На основании этих уравнений получаем следующие соотношения:

$$\frac{A}{C} = \frac{\eta_1 \Omega_1^2}{\omega_1^2 - \Omega_1^2} = \frac{\omega_2^2 - \Omega_1^2}{\eta_2 \Omega_1^2};$$

$$\frac{B}{D} = \frac{\eta_1 \Omega_2^2}{\omega_1^2 - \Omega_2^2} = \frac{\omega_2^2 - \Omega_2^2}{\eta_2 \Omega_2^2}.$$

Следовательно, отношения $A : C$ и $B : D$ зависят от распределения масс и упругих свойств подвески. Решая полученные соотношения относительно искомых величин Ω_1 и Ω_2, получаем

$$\Omega_1^2 = \frac{1}{2(1 - \eta_1 \eta_2)} \left[\omega_1^2 + \omega_2^2 + \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1 \eta_2 \omega_1^2 \omega_2^2}\right];$$

$$\Omega_2^2 = \frac{1}{2(1 - \eta_1 \eta_2)} \left[\omega_1^2 + \omega_2^2 - \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4\eta_1 \eta_2 \omega_1^2 \omega_2^2}\right].$$

Следовательно, частоты собственных колебаний остова Ω_1 и Ω_2 отличаются от парциальных частот. Их называют *частотами связи*. Одна из них соответствует низкой, другая высокой частоте собственных колебаний. Если число опор движителя больше двух, то соответственно числу опор будет и число частот связи.

Итак, остов трактора, связанный с движителем эластичной подвеской, при единичном внешнем воздействии получает колебания. Анализ собственных колебаний остова показывает, что колебания любой точки остова и, в частности, точек, находящихся над передней и задней подвесками, представляют собой негармонические колебания, состоящие из колебаний с низкой и высокой частотами связи. Частоты связи зависят от распределения масс, упругих свойств подвески. При значении коэффициента распределения масс, равном единице, парциальные частоты равны частотам связи. В этом случае колебания передней и задней частей

остова трактора взаимно независимы. Когда подрессорена только передняя часть трактора, частота собственных колебаний остова трактора определяется парциальной частотой передней части.

Собственные колебания гусеничного трактора. Дифференциальные уравнения собственных колебаний гусеничных тракторов могут быть получены так же, как и для колесных, на основании уравнений Лагранжа второго рода. За обобщённые координаты приняты вертикальное перемещение z центра масс остова трактора и угловое перемещение φ остова.

Дифференциальные уравнения собственных колебаний подрессоренного остова гусеничного трактора (см. расчетные схемы на рис. 8.5) при отсутствии трения в подвеске и без учета влияния гусеничных цепей и горизонтальных сил после преобразований имеют вид

$$\ddot{z} + \omega_z^2 z + \eta_z \varphi = 0;$$
$$\ddot{\varphi} + \omega_\varphi^2 \varphi + \eta_\varphi z = 0, \qquad (8.6)$$

где

$$\omega_z^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}}{M}; \quad \omega_\varphi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{pi} l_i^2}{J};$$

$$\eta_z = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{pi} l_i}{M}; \quad \eta_\varphi = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{pi} l_i}{J};$$

здесь c_{pi} — коэффициент приведенной жесткости подвески; M — подрессоренная масса остова трактора; J — момент инерции остова трактора относительно поперечной оси, проходящей через центр упругости; η_z, η_φ — коэффициенты связи, зависящие от распределения подрессоренных масс трактора.

Уравнения (8.6) являются общими для несимметричных и симметричных систем подрессоривания. Однако в случае симметричных систем подрессоривания эти уравнения упрощаются:

$$\ddot{z} + \omega_z^2 z = 0; \quad \ddot{\varphi} + \omega_\varphi^2 \varphi = 0.$$

Для расчетной схемы с полужесткой системой подрессоривания (см. рис. 8.5, *б*) дифференциальное уравнение имеет вид

$$\ddot{\varphi} + \omega_\varphi^2 \varphi = 0,$$

где

$$\omega_\varphi^2 = \frac{c_{pi} l_p^2 + G_т l_в}{J_0};$$

(здесь J_0 — момент инерции остова трактора относительно оси качания тележек; l_p — расстояние от оси качания гусеничной тележки до упругого элемента; $l_в$ — вертикальная координата центра масс остова от оси качания тележек).

Уравнения частот системы получим из характеристических уравнений, выбирая решения уравнений (8.6) в виде

$$z = A \cos \Omega t \text{ и } \varphi = B \cos \Omega t.$$

При этом характеристические уравнения имеют вид

$$-A\Omega^2 + \omega_z^2 A + \eta_z B = 0;$$
$$-B\Omega^2 + \omega_\varphi^2 B + \eta_\varphi A = 0.$$

Откуда уравнение частот будет следующее:

$$\Omega^4 - (\omega_z^2 + \omega_\varphi^2)\Omega^2 + \omega_z^2\omega_\varphi^2 - \eta_z\eta_\varphi = 0.$$

Решая это уравнение, найдем частоты колебаний

$$\Omega_1^2 = \frac{1}{2}(\omega_z^2 + \omega_\varphi^2) - \sqrt{(\omega_\varphi^2 - \omega_z^2)^2 + 4\eta_z\eta_\varphi};$$

$$\Omega_2^2 = \frac{1}{2}(\omega_z^2 + \omega_\varphi^2) + \sqrt{(\omega_\varphi^2 - \omega_z^2)^2 + 4\eta_z\eta_\varphi},$$

где Ω_1 и Ω_2 — частоты собственных колебаний остова (частоты связи).

Таким образом, существуют два независимых друг от друга вида колебаний остова трактора с частотами Ω_1 и Ω_2. Этим частотам соответствуют частные решения дифференциальных уравнений

$$z_1 = A_1 \cos \Omega_1 t;\ z_2 = A_2 \cos \Omega_2 t;$$
$$\varphi_1 = B_1 \cos \Omega_1 t;\ \varphi_2 = B_2 \cos \Omega_2 t.$$

Суммы частных решений и будут решениями дифференциальных уравнений (8.6):

$$z = z_1 + z_2 = A_1 \cos \Omega_1 t + A_2 \cos \Omega_2 t;$$
$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = B_1 \cos \Omega_1 t + B_2 \cos \Omega_2 t. \qquad (8.7)$$

Эти решения показывают, что остов гусеничного трактора совершает сложное колебательное движение, состоящее из вертикальных колебаний вдоль оси z с частотами Ω_1 и Ω_2 и угловых продольных колебаний с теми же частотами.

Для решения уравнений (8.7) необходимо найти постоянные коэффициенты A_1, A_2, B_1, B_2, которые определяют при подстановке в уравнение начальных условий $t = 0$:

$$z = z_0;\quad \varphi = \varphi_0;\quad \dot{z} = \dot{z}_0 = 0;\quad \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0 = 0.$$

Так как $\dot{z}$ и $\dot{\varphi}$ при $t = 0$ в уравнениях равны нулю, необходимо уменьшить число неизвестных до двух вместо четырех. Для этого воспользуемся, исходя из характеристических уравнений частот, соотношением $A/\eta_z = B/(\Omega^2 - \omega_z^2)$ и обозначениями

$$C_1 = \frac{A_1}{\eta_z} = \frac{B_1}{\Omega_1^2 - \omega_z^2};$$

$$C_2 = \frac{A_2}{\eta_z} = \frac{B_2}{\Omega_2^2 - \omega_z^2}.$$

Уравнения (8.7) можно записать в виде

$$z = C_1\eta_z \cos \Omega_1 t + C_2\eta_z \cos \Omega_2 t;$$

$$\varphi = C_1 (\Omega_1^2 - \omega_z^2) \cos \Omega_1 t + C_2 (\Omega_2^2 - \omega_z^2) \cos \Omega_2 t$$

или при $t = 0$, $z = z_0$, $\varphi = \varphi_0$

$$z_0 = C_1\eta_z + C_2\eta_z;$$

$$\varphi_0 = C_1 (\Omega_1^2 - \omega_z^2) + C_2 (\Omega_2^2 - \omega_z^2).$$

Откуда

$$C_1 = \frac{\varphi_0\eta_z - z_0 (\Omega_2^2 - \omega_z^2)}{\eta_z (\Omega_2^2 - \Omega_1^2)};$$

$$C_2 = \frac{\varphi_0\eta_z - z_0 (\Omega_1^2 - \omega_z^2)}{\eta_z (\Omega_2^2 - \Omega_1^2)}.$$

Колебания остова трактора с частотами Ω_1 и Ω_2 можно представить как угловые колебания относительно поперечной оси, расположенной на расстоянии s_1 и s_2 от центра масс трактора:

$$s_1 = \frac{z_1}{\varphi_1} = \frac{C_1\eta_z \cos \Omega_1 t}{C_1 (\Omega_1^2 - \omega_z^2) \cos \Omega_1 t} = \frac{\eta_z}{\Omega_1^2 - \omega_z^2};$$

$$s_2 = \frac{z_2}{\varphi_2} = \frac{C_2\eta_z \cos \Omega_2 t}{C_2 (\Omega_2^2 - \omega_z^2) \cos \Omega_2 t} = \frac{\eta_z}{\Omega_2^2 - \omega_z^2}.$$

При незначительной асимметричности системы подрессоривания можно считать колебания с частотой Ω_1 угловыми колебаниями остова, т. е. $\Omega_1 = \Omega_\varphi$, а колебания с частотой Ω_2 вертикальными, т. е. $\Omega_2 = \Omega_z$. В случае симметричных систем подрессоривания характеристические уравнения имеют вид

$$-\omega_1^2 + \omega_z^2 = 0; \quad -\omega_2^2 + \omega_\varphi^2 = 0.$$

Решая эти уравнения, находим частоты колебаний

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_z^2} = |\omega_z|;$$

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_\varphi^2} = |\omega_\varphi|.$$

Следовательно, вертикальные и угловые колебания подрессоренного остова совершаются с частотами, равными парциальным частотам, и не зависят друг от друга.

Для расчетной схемы с полужесткой системой подрессоривания частота колебаний

$$\omega = |\omega_\varphi| = \sqrt{\frac{c_p l_p^2 + G_т l_в}{J_0}}.$$

При составлении рассмотренных дифференциальных уравнений собственных колебаний подрессоренного остова гусеничного трактора не учитывалось влияние гусениц, которые накладывают

дополнительные связи на остов. Гусеничная цепь связывает движение остова трактора и вращение деталей конечной передачи, трансмиссии и двигателя.

При свободных колебаниях перемещение остова трактора вверх в общем случае ограничивается гусеничными цепями. Однако малые углы наклона задней и передней ветвей гусениц у современных тракторов и достаточно жесткие подвески способствуют тому, что предельное перемещение остова вверх за счет гусениц больше перемещения, допускаемого подвеской, и влияние гусениц на свободные вертикальные колебания остова незначительное.

Таким образом, выведенный из состояния равновесия подрессоренный остов гусеничного трактора совершает сложное колебательное движение, состоящее из вертикальных и угловых перемещений с низкой и высокой частотами связи. Частоты связи зависят от упругих свойств подвески, массы подрессоренного остова и его момента инерции. При применении симметричной системы подрессоривания вертикальные и угловые колебания подрессоренного остова совершаются с частотами, равными парциальным частотам и не зависящими друг от друга.

8.5. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРАКТОРА

Общий метод решения задач динамики несвободной системы, которой в данном случае является подрессоренный остов колесного или гусеничного трактора, получаем на основании уравнений Лагранжа второго рода. Обобщенные силы, которые могут быть приложены к механической системе, совершающей колебания, можно разделить на три группы: *возбуждающие* (*возмущающие*) *силы*, *упругие силы и силы сопротивления* (*трения*).

Возмущающие силы являются функциями времени. Под их действием возникают вынужденные, сначала неустановившиеся, а затем установившиеся колебания системы.

Упругие силы, направленные противоположно отклонению системы относительно ее первоначального положения, восстанавливают его.

Силы сопротивления уменьшают механическую энергию колебательного движения системы, превращая ее в тепловую. Силы сопротивления системы направлены в сторону, противоположную скорости, и пропорциональны некоторой степени скорости.

Для упрощения анализа вынужденных колебаний остова трактора допустим, что: 1) трактор движется равномерно и прямолинейно; 2) профиль опорной поверхности под правым и левым движителями трактора одинаков; 3) входной сигнал, вызывающий колебания, совпадает с профилем пути (допущение основано на том, что опорные колеса гусеничного или колесного движителя сохраняют точечный, но постоянный контакт с поверхностью движения); 4) профиль пути есть стационарная случайная функция расстояния; 5) колебания на сиденье и крутильные колеба-

ния трансмиссии не оказывают влияния на колебания остова трактора; 6) сопротивление агрегатируемой машины является случайной функцией времени и приводится к равнодействующей и моменту, приложенным в центре упругости (тяжести) остова трактора.

Вынужденные колебания колесного трактора. Вынужденные колебания остова трактора рассмотрим на примере колесного трактора, имеющего переднюю эластичную подвеску. При этом учитываем только вертикальные (подпрыгивание) и угловые продольные (галопирование) колебания (см. рис. 8.1), так как конструктивно остов трактора не может совершать значительных поступательных продольных колебаний по оси ox (подергивание) по отношению к колесам; конструкция подвески и сцепление колес с грунтом не допускают значительных поступательных поперечных колебаний по оси oy (пошатывание); конструкция трактора обеспечивает устойчивое прямолинейное движение без рыскания и самопроизвольных поворотов остова, т. е. невозможны существенные угловые боковые колебания вокруг оси oz; профиль пути для движителя правого и левого бортов не вызывает угловых поперечных колебаний вокруг оси oy (покачивание).

Заменим реальный трактор эквивалентной ему динамической моделью (рис. 8.4, *а*). Подрессоренную часть трактора рассматривают как твердое тело с массой M, приложенной в центре масс (точка C), и моментом инерции J_y относительно поперечной оси. Неподрессоренная масса передних колес обозначена $m_н$. Сопротивление агрегатируемых машин приводим к центру масс и представляем в виде двух составляющих сил $F_{кр\,x}(t)$, $F_{кр\,z}(t)$ и момента $M_{кр}(t)$.

Расчетная динамическая модель трактора имеет три степени свободы: z_1 и z_2 — перемещения подрессоренной массы над передними и задними колесами; ξ_1 — перемещения неподрессоренной массы. Условимся вертикальные координаты z_1, z_2 и ξ_1 отсчитывать от положения статического равновесия системы.

При малых угловых колебаниях остова трактора, когда $\operatorname{tg}\varphi \approx \approx \varphi$, угол поворота подрессоренной массы относительно поперечной оси, проходящей через центр упругости, определим по выражению

$$\varphi = (z_2 - z_1)/l.$$

Вертикальное перемещение центра подрессоренной массы трактора z_0 связано с вертикальными перемещениями z_1 и z_2 следующей зависимостью:

$$z_0 = (z_1 l_2 + z_2 l_1)/l.$$

Кинематическая энергия системы

$$E_к = \frac{1}{2} M\dot{z}_0^2 + \frac{1}{2} J_y\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m_н\dot{\xi}_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2} m_1\dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} m_2\dot{z}_2^2 + m_3\dot{z}_1\dot{z}_2 + \frac{1}{2} m_н\dot{\xi}_1^2.$$

Потенциальная энергия равна работе упругих сил подрессоривания и шин, являющихся функциями прогибов. Прогибы упругих элементов (пружин, рессор и др.), отсчитываемые от положения равновесия, для подвесок равны $z_1 - \xi_1$; для шин $\xi_1 - h_1$, $z_2 - h_2$ [здесь h_1 и h_2 — высота неровностей опорной поверхности под передними и задними колесами (см. рис. 8.4)]. В данном случае высота неровностей изменяется и является функцией времени. Причем сигнал, вызванный неровностью поверхности, поступает на заднее колесо с запаздыванием t_0 относительно переднего колеса. Следовательно,

$$h_1 = h(t); \quad h_2 = h(t - t_0); \quad t_0 = \frac{L}{v},$$

где L — база трактора; v — скорость движения.

Выражение потенциальной энергии системы имеет вид

$$E_п = \frac{1}{2} 2c_{p1} (z_1 - \xi_1)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} 2c_{ш1} (\xi_1 - h_1)^2 + \frac{1}{2} 2c_{ш2} (z_2 - h_2)^2.$$

Диссипативную функцию рассеяния энергии определяют через силы сопротивления по формуле

$$\Phi = \frac{1}{2} 2k_{p1} (\dot{z}_1 - \dot{\xi}_1^2) + \frac{1}{2} 2k_{ш1} (\dot{\xi}_1 - \dot{h}_1)^2 + \frac{1}{2} 2k_{ш2} (\dot{\xi}_2 - \dot{h}_2)^2.$$

Обобщенные силы для передней и задней опор остова трактора

$$Q_{z1} = \frac{F_{кр\,z} l_2 - M_{кр}}{l};$$

$$Q_{z2} = \frac{F_{кр\,z} l_1 + M_{кр}}{l}.$$

Взяв соответствующие производные от выражений для кинетической и потенциальной энергий, диссипативной функции и подставляя их в уравнения Лагранжа с учетом обобщенных сил, выведем уравнения вынужденных колебаний колесного трактора:

$$m_1 \ddot{z}_1 + m_3 \ddot{z}_2 + 2c_{p1} (z_1 - \xi_1) + 2k_{p1} (\dot{z}_1 - \dot{\xi}_1) = \frac{F_{кр\,z} l_2 - M_{кр}}{l};$$

$$m_2 \ddot{z}_2 + m_3 \ddot{z}_1 + 2c_{ш2} (z_2 - h_2) + 2k_{ш2} (\dot{z}_2 - \dot{h}_2) = \frac{F_{кр\,z} l_1 + M_{кр}}{l};$$

$$m_п \ddot{\xi}_1 + 2c_{ш1} (\xi_1 - h_1) - 2c_{p1} (z_1 - \xi_1) +$$
$$+ 2k_{ш1} (\dot{\xi}_1 - \dot{h}_1) - 2k_{p1} (\dot{z}_1 - \dot{\xi}_1) = 0.$$

Следовательно, в общем случае колебания передней и задней частей подрессоренного остова колесного трактора взаимосвязаны.

Разделив первое уравнение на m_1, второе — на m_2, третье — на $m_н$, получим

$$\ddot{z}_1 + 2h_1\dot{z}_1 + \omega_1^2 z_1 + \eta_1\ddot{z}_2 - 2h_1\dot{\xi}_1 - \omega_1^2\xi_1 = F_1(t);$$

$$\ddot{z}_2 + 2h_{к2}\dot{z}_2 + \omega_{к2}^2 z_2 + \eta_2\ddot{z}_1 = 2h_{к2}\dot{h}_2 + \omega_{к2}^2 h_2 + F_2(t);$$

$$\ddot{\xi}_1 + (2h_{к1} + 2h_{н1})\dot{\xi}_1 + (\omega_{к1}^2 + \omega_{н1}^2)\xi_1 - 2h_{н1}\dot{z}_1 -$$

$$- \omega_{н1}^2 z_1 = 2h_{к1}\dot{h}_1 + \omega_{к1}^2 h_1, \qquad (8.8)$$

где

$$\eta_1 = \frac{m_з}{m_1}; \quad \omega_1^2 = \frac{2c_{р1}}{m_1}; \quad 2h_1 = \frac{2k_{р1}}{m_1}; \quad F_1(t) = \frac{F_{кр\,z} l_2 - M_{кр}}{l m_1};$$

$$\eta_2 = \frac{m_з}{m_2}; \quad \omega_{к2}^2 = \frac{2c_{ш2}}{m_2}; \quad 2h_{к2} = \frac{2k_{ш2}}{m_2}; \quad F_2(t) = \frac{F_{кр\,z} l_1 + M_{кр}}{l m_2};$$

$$\omega_{к1}^2 = \frac{2c_{ш1}}{m_н}; \quad \omega_{н1}^2 = \frac{2c_{р1}}{m_н}; \quad 2h_{к1} = \frac{2k_{ш1}}{m_н}; \quad 2h_{н1} = \frac{2k_{р1}}{m_н}.$$

Вертикальные колебания остова трактора в месте крепления сиденья $z_с$ связаны с колебаниями передней и задней частей линейной зависимостью

$$z_с = \frac{l_с}{l_1} z_2 + \frac{l - l_с}{l} z_1, \qquad (8.9)$$

где $l_с$ — расстояние от оси передних колес до места крепления сиденья.

Сиденье испытывает и продольно-угловые колебания. В настоящее время отсутствуют нормы, ограничивающие угловые колебания. Они установлены только на поступательно-вертикальные и продольные колебания. Выясним, к каким продольным колебаниям на уровне сиденья водителя приведут продольно-угловые колебания.

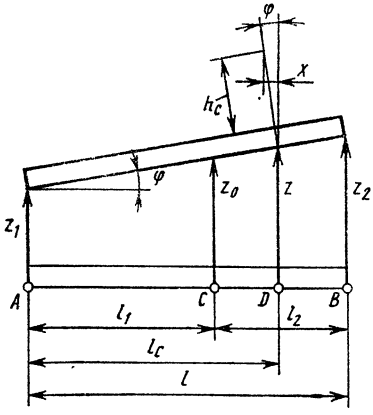


Рис. 8.6. Схема для расчета параметров подвески гусеничного трактора

Поступательно-продольные колебания (рис. 8.6) составляют

$$x = h_с \operatorname{tg}\varphi \approx h_с\varphi,$$

где $h_с$ — высота сиденья от места крепления.

Подставив в эту формулу значения угла φ, получим

$$x = \frac{h_с}{l}(z_2 - z_1). \qquad (8.10)$$

Соответственно

$$\dot{x} = \frac{h_с}{l}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1); \quad \ddot{x} = \frac{h_с}{l}(\ddot{z}_2 - \ddot{z}_1). \qquad (8.11)$$

Уравнения колебания сиденья получаем, также воспользовавшись уравнением Лагранжа второго рода. За обобщенную координату принимаем z. Значения кинетической, потенциальной энергии и диссипативной функции применительно к сиденью определяются по выражениям

$$E_к = \frac{1}{2} m_c \dot{z}^2; \quad E_п = \frac{1}{2} c_c z^2; \quad \Phi = \frac{1}{2} k_c \dot{z}^2, \tag{8.12}$$

где c_c — жесткость подвески сиденья; k_c — коэффициент демпфирования в системе подвески сиденья.

Взяв соответствующие производные от выражений (8.12) и учитывая, что обобщенная сила в этом случае равна нулю, получаем дифференциальное уравнение колебаний сиденья

$$\ddot{z} + \frac{c_c (z - z_c)}{m} + \frac{k_c (\dot{z} - \dot{z}_c)}{m} = 0. \tag{8.13}$$

Следовательно, для характеристики колебаний сиденья необходимо из дифференциальных уравнений (8.8) определить колебания остова трактора над передними z_1 и задними z_2 колесами, а затем по формулам (8.10) и (8.11) — перемещение, скорость и ускорение продольного горизонтального колебания сиденья. Решая уравнение (8.13), находим колебания сиденья z относительно положения статического равновесия системы, предварительно определив z_c из соотношения (8.9). Когда сиденье расположено над задним мостом $l_c = l$, из формулы (8.9) получаем $z_c = z_2$, т. е. колебания места крепления сиденья — это колебания остова трактора над задним мостом. Если колебания передней и задней частей трактора взаимно независимы, то для подсчета вертикальных колебаний места крепления сиденья достаточно рассмотреть лишь колебания задней части трактора.

Рассмотрим случай, когда колебания передней и задней частей трактора независимы. Это возможно при $\varepsilon = 1$. При этом $m_3 = 0$; $\eta_1 = \eta_2 = 0$; $m_1 = Ml_2/l$; $m_2 = Ml_1/l_2$. В таком случае решение системы дифференциальных уравнений (8.8) значительно упрощается. Для оценки возможности такого упрощения подсчитывают отношение частот собственных колебаний трактора Ω_1 и Ω_2 к парциальным $\omega_{п1}$, $\omega_{п2}$. Для трактора с подрессоренным передним мостом $\omega_{п2} = \omega_1$, $\omega_{п2} = \omega_{к2}$.

Как указывалось выше, для упрощения решения задачи можно не учитывать демпфирующее действие, которое мало влияет на значение частот. Их отношение определяется формулами:

$$\frac{\Omega_1}{\omega_{п2}} = \sqrt{\frac{1}{2(1-\eta_1\eta_2)}\left[1 + \frac{\omega_{п2}^2}{\omega_{п1}^2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_{п2}^2}{\omega_{п1}^2} - 1\right)^2 + 4\eta_1\eta_2 \frac{\omega_{п2}^2}{\omega_{п1}^2}}\right]};$$

$$\frac{\Omega_2}{\omega_{п1}} = \sqrt{\frac{1}{2(1-\eta_1\eta_2)}\left[1 + \frac{\omega_{п1}^2}{\omega_{п2}^2} - \sqrt{\left(\frac{\omega_{п1}^2}{\omega_{п2}^2} - 1\right)^2 + 4\eta_1\eta_2 \frac{\omega_{п1}^2}{\omega_{п2}^2}}\right]}.$$

Если в результате расчета отношения частот собственных колебаний трактора к парциальным находятся в пределах 0,94—1,06, то коэффициенты связи η_1 и η_2 можно принять равными нулю и расчет колебаний передней и задней частей трактора вести независимо друг от друга.

Вынужденные колебания гусеничного трактора. Конструкция гусеничного трактора обеспечивает его устойчивое поступательное движение без существенно заметных продольных линейных колебаний и самопроизвольных поворотов. Сцепление гусениц с грунтом и конструкция подвески практически не допускают поперечных линейных колебаний остова.

Таким образом, подрессоренный остов гусеничного трактора при движении по неровностям совершает вертикальные линейные, продольно-угловые и поперечно-угловые колебания, т. е. имеет три степени свободы. Однако в обычных условиях эксплуатации поперечно-угловые колебания трактора незначительны, поэтому можно рассматривать только вертикальные линейные и продольно-угловые колебания остова.

При наезде трактора на неровность возникают дополнительные (по отношению к статическим) деформации z_i упругих элементов подвески, которые складываются из деформаций, возникающих в результате вертикального z_0 и углового φ перемещений остова трактора, и деформации, полученной в результате наезда катков на неровность h_i. При балансирной и индивидуальной системах подрессоривания (см. рис. 8.5, *а*, *в*)

$$z_i = z_0 + l_i\varphi_i - h_i,$$

где h_i — текущее значение высоты неровности опорной поверхности, имеющее различное значение при балансирной и индивидуальной системах подрессоривания.

Выражения для кинетической и потенциальной энергий и диссипативной функции применительно к гусеничному трактору с балансирной и индивидуальной системами подрессоривания имеют вид:

$$F_к = \frac{1}{2} m\dot{z}_0^2 + \frac{1}{2} J\dot{\varphi}^2;$$

$$E_п = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} 2c_{pi} z_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} 2c_{pi} (z_0 + l_i\varphi - h_i)^2;$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} 2k_{pi} \dot{z}_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} 2k_{pi} (\dot{z}_0 + l_i\dot{\varphi} - \dot{h}_i)^2.$$

Обобщенные силы по координатам z_0 и φ равны нулю, если рассматривать трактор с поднятой в транспортное положение машиной.

Взяв соответствующие производные от выражений для определения кинетической и потенциальной энергий и диссипативной

функции и подставляя их в уравнения Лагранжа второго рода, получаем уравнения вынужденных колебаний остова гусеничного трактора при движении по неровностям опорной поверхности с поднятой в транспортное положение машиной:

$$m\ddot{z}_0 + \sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}\dot{z}_0 + \sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}l_i\varphi + \sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}\dot{z}_0 + \sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}l_i\dot{\varphi} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}\dot{h}_i + \sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}h_i;$$

$$J\ddot{\varphi} + \sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}l_iz_0 + \sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}l_i^2\varphi + \sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}l_i\dot{z}_0 + \sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}l_i^2\dot{\varphi} =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}l_i\dot{h}_i + \sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}l_ih_i.$$

Разделив первое уравнение на массу подрессоренного остова m, второе — на момент инерции J остова, получим

$$\ddot{z}_0 + 2h_z\dot{z}_0 + \omega_z^2 z + 2h_{z\varphi}\dot{\varphi} + \eta_z\varphi = F_z(t); \qquad (8.14)$$

$$\ddot{\varphi} + 2h_\varphi\dot{\varphi} + \omega_\varphi^2\varphi + 2h_{\varphi z}\dot{z} + \eta_\varphi z = F_\varphi(t),$$

где

$$2h_z = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}}{m}; \quad \omega_z^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}}{m}; \quad 2h_{z\varphi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}l_i}{m};$$

$$\eta_z = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}l_i}{m}; \quad F_z(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}\dot{h}_i + \sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}h_i}{m};$$

$$2h_\varphi = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}l_i^2}{J}; \quad \omega_\varphi^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}l_i^2}{J}; \quad 2h_{\varphi z} = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}l_i}{J};$$

$$\eta_\varphi = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}l_i}{J}; \quad F_\varphi(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n} 2k_{pi}l_i\dot{h}_i + \sum_{i=1}^{n} 2c_{pi}l_ih_i}{J},$$

здесь η_z, η_φ — коэффициенты связи; ω_z, ω_φ — парциальные частоты системы; $2h_{z\varphi}$, $2h_z$, $2h_{\varphi z}$, $2h_\varphi$ — парциальные коэффициенты сопротивления подвески.

Наличие координаты φ и ее производной в уравнении вертикальных колебаний центра масс остова трактора и координаты z_0 и ее производной в уравнении угловых колебаний указывает на связанность этих уравнений, которая характеризуется коэффициентами $2h_{z\varphi}$, η_φ, $2h_{yz}$, η_z, зависящими от конструктивных параметров трактора.

Общее решение неоднородной системы уравнений (8.14) представляет собой сумму общего решения однородной системы (z_{01} и φ_1) и частного решения неоднородной системы (z_{02} и φ_2).

Общее решение однородной системы, полученной из исходной системы уравнений (8.14), находим в виде

$$z_{01} = Ze^{\lambda t}; \quad \varphi = \Phi e^{\lambda t}.$$

Подставляя эти значения в уравнения однородной системы и решая их совместно, получаем характеристическое уравнение четвертой степени

$$\lambda^4 + (2h_z + 2h_\varphi)\lambda^3 + (\omega_z^2 + 2h_z 2h_\varphi - 2h_{\varphi z} 2h_{z\varphi} + \omega_\varphi^2)\lambda^2 +$$

$$+ (2h_\varphi \omega_z^2 + 2h_z \omega_\varphi^2 - 2h_{\varphi z}\eta_z - 2h_{z\varphi}\eta_\varphi)\lambda + \omega_z^2\omega_\varphi^2 - \eta_z\eta_\varphi = 0. \quad (8.15)$$

Корни этого уравнения в общем случае будут комплексные, сопряженные с отрицательной вещественной частью:

$$\lambda_1 = -h_{z1} - i\Omega_1; \quad \lambda_2 = -h_{z1} + i\Omega_1; \quad \lambda_3 = -h_{\varphi 1} - i\Omega_2;$$
$$\lambda_4 = -h_{\varphi 1} + i\Omega_2,$$

где Ω_1 и Ω_2 — частоты собственных колебаний системы; h_{z1} и $h_{\varphi 1}$ — коэффициенты затухания.

Общим решением уравнения (8.15) будут выражения

$$z_{01} = c_{1z}e^{\lambda_1 t} + c_{2z}e^{\lambda_2 t} + c_{3z}e^{\lambda_3 t} + c_{4z}e^{\lambda_4 t};$$
$$\varphi_1 = c_{1\varphi}e^{\lambda_1 t} + c_{2\varphi}e^{\lambda_2 t} + c_{3\varphi}e^{\lambda_3 t} + c_{4\varphi}e^{\lambda_4 t}.$$

Частное решение неоднородной системы запишем в виде

$$z_{02} = M_1 \cos \omega t + N_1 \sin \omega t;$$
$$\varphi_2 = M_2 \cos \omega t + N_2 \sin \omega t.$$

Подставляя эти выражения в левые части исходных уравнений (8.14) и приравнивая коэффициенты при $\cos \omega t$ и $\sin \omega t$, получаем систему уравнений для определения M_1, N_1, M_2, N_2 (профиль неровностей опорной поверхности — волнообразный, синусоидальной формы):

$$(\omega_z^2 - \omega^2) M_1 + 2h_z\omega N_1 + 2h_{z\varphi}\omega N_2 + \eta_z M_2 = F_1;$$
$$-2h_z\omega M_1 + (\omega_z^2 - \omega^2) N_1 + \eta_z N_2 - 2h_{z\varphi}\omega M_2 = F_2;$$
$$\eta_\varphi M_1 + 2h_{\varphi z}\omega N_1 + 2h_\varphi \omega N_2 + (\omega_\varphi^2 - \omega^2) M_2 = F_3;$$
$$-2h_{\varphi z}\omega M_1 + \eta_\varphi N_1 + (\omega_\varphi^2 - \omega^2) N_2 - 2h_\varphi \omega M_2 = F_4.$$

Эта система включает четыре линейных уравнения с четырьмя неизвестными, и ее решают по формулам Крамера:

$$M_1 = \frac{D_1}{D}; \quad N_1 = \frac{D_2}{D}; \quad N_2 = \frac{D_3}{D}; \quad M_2 = \frac{D_4}{D},$$

где D — главный определитель, составленный из коэффициентов при неизвестных; D_i — дополнительные определители, которые получают из главного заменой i-го столбца свободными членами уравнений.

Таким образом, при исследовании вынужденных колебаний реальный трактор заменяется эквивалентной ему динамической моделью с приведенными упругими и диссипативными связями подвески остова и сиденья. Задача анализа вынужденных колебаний трактора значительно упрощается, если рассматривать только вертикальные и продольно-угловые колебания, т. е. при использовании плоской модели. Для принятой расчетной модели, используя уравнения Лагранжа второго рода, можно составить n дифференциальных уравнений, полностью описывающих процесс колебаний трактора. Если коэффициент подрессоривания масс ε примерно равен единице, то вынужденные колебания передней и задней частей колесного трактора можно считать независимыми. Исследования вынужденных колебаний гусеничного трактора упрощаются при применении симметричной подвески.

8.6. АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБАНИЙ ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Особенности колебаний трактора при движении по неровностям гармонического профиля ($h = A\cos\omega t$; $t = s/v$) в зависимости от частоты ω описываются *амплитудно-частотными характеристиками*.

Амплитудно-частотная характеристика *перемещений* показывает, во сколько раз увеличивается их амплитуда, а амплитудно-частотная характеристика *ускорений* — какое ускорение создает профиль опорной поверхности при единичной амплитуде ($A = 1$).

Амплитудно-частотные характеристики перемещений и ускорений представляют собой модули передаточных функций при $p = i\omega$. В свою очередь, передаточная функция W определяется отношением выходного сигнала к входному. При исследовании плавности хода входным сигналом являются неровности опорной поверхности $h(t)$, а выходным — перемещение сиденья относительно земли $z(t)$ и перемещение места крепления сиденья относительно земли $z_c(t)$.

Рассмотрим трактор с подрессоренными передним и задним мостами. Для упрощения динамической модели предположим, что трактор движется без нагрузки на крюке. Дифференциальные уравнения колебаний трактора, когда упругие и диссипативные силы подвесок подчиняются линейному закону, имеют вид

$$\ddot{z}_1 + 2h_1\dot{z}_1 + \omega_1^2 z_1 + \eta_1\ddot{z}_2 - 2h_1\dot{\xi}_1 - \omega_1^2\xi_1 = 0;$$

$$\ddot{z}_2 + 2h_2\dot{z}_2 + \omega_2^2 z_2 + \eta_2\ddot{z}_1 - 2h_2\dot{\xi}_2 - \omega_2^2\xi_2 = 0;$$

$$\ddot{\xi}_1 + (2h_{к1} + 2h_{н1})\dot{\xi}_1 + (\omega_{к1}^2 + \omega_{н1}^2)\xi_1 - 2h_{н1}\dot{z}_1 - \omega_{н1}^2 z_1 = 2h_{к1}\dot{h}_1 + \omega_{к1}^2 h_1;$$

$$\ddot{\xi}_2 + (2h_{к2} + 2h_{н2})\dot{\xi}_2 + (\omega_{к2}^2 + \omega_{н2}^2)\xi_2 - 2h_{н2}\dot{z}_2 - \omega_{н2}^2 z_2 = 2h_{к2}\dot{h}_2 + \omega_{к2}^2 h_2;$$

$$\ddot{z} + 2h_c\dot{z} + \omega_c^2 z = 2h_c\dot{z}_c + \omega_c^2 z_c,$$

где

$$2h_{н2} = \frac{2k_{р2}}{m_{н2}}; \quad \omega_{н2}^2 = \frac{2c_{р2}}{m_{н2}}; \quad \omega_2^2 = \frac{2c_{р2}}{m_2}; \quad 2h_2 = \frac{2k_{р2}}{m_2};$$

$$2h_c = \frac{k_c}{m_c}; \quad \omega_c^2 = \frac{c_c}{m_c}. \tag{8.16}$$

Преобразования Лапласа L по входному сигналу от неровностей опорной поверхности:

$$h_1 = h\ (t) \text{ и } z\ (h_1) = h\ (p);$$

$$h_2 = h\ (t - t_0) \text{ и } z\ (h_2) = h\ (p)\ e^{-t_0 p}. \tag{8.17}$$

Соответственно

$$\begin{aligned}
&\ddot{z}_1 = p^2 z_1\ (p); \ \dot{z}_1 = p z_1\ (p); \ z_1 = z_1\ (p);\\
&\ddot{z}_2 = p^2 z_2\ (p); \ \dot{z}_2 = p z_2\ (p); \ z_2 = z_2\ (p);\\
&\ddot{\xi}_1 = p^2 \xi_1\ (p); \ \dot{\xi}_1 = p \xi_1\ (p); \ \xi_1 = \xi_1\ (p);\\
&\ddot{\xi}_2 = p^2 \xi_2\ (p); \ \dot{\xi}_2 = p \xi_2\ (p); \ \xi_2 = \xi_2\ (p).
\end{aligned} \tag{8.18}$$

Возьмем преобразования Лапласа L от уравнений (8.9) и (8.16). Согласно уравнениям (8.17) и (8.18) получим

$$\begin{aligned}
&\left(p^2 + 2h_1 + \omega_1^2\right) z_1\ (p) + \eta_1 p^2 z_2\ (p) = \left(2h_1 p + \omega_1^2\right) \xi_1\ (p);\\
&\eta_2 p^2 z_1\ (p) + \left(p^2 + 2h_2 p + \omega_2^2\right) z_2\ (p) = \left(2h_2 p + \omega_2^2\right) \xi_2\ (p);\\
&\left[p^2 - 2\left(h_1 + h_{к1}\right) p + \omega_1^2 + \omega_{к1}^2\right] \xi_1\ (p) -\\
&- 2\left(h_1 p + \omega_1^2\right) z_1\ (p) = \left(2h_{к1} p + \omega_{к1}^2\right) h\ (p);\\
&\left[p^2 + 2\left(h_2 + h_{к2}\right) p + \omega_2^2 + \omega_{к2}^2\right] \xi_2\ (p) - 2\left(h_2 p + \omega_2^2\right) z_2\ (p) =\\
&= \left(2h_{к2} p + \omega_{к2}^2\right) h\ (p)\ e^{-t_0 p};\\
&\left(p^2 + 2h_c p + \omega_c^2\right) z\ (p) = \left(2h_c p + \omega_c^2\right) z_c\ (p);\\
&z_c\ (p) = z_1\ (p)\ d_1 + z_2\ (p)\ d_2,
\end{aligned} \tag{8.19}$$

где $d_1 = 1 - d_2$; $d_2 = l_c/l$.

Из третьего и четвертого уравнений системы (8.19) находим значения $\xi_1\ (p)$ и $\xi_2\ (p)$ и подставляем их в первое и второе уравнения системы (8.19). Решая теперь эти уравнения относительно $z_1\ (p)$ и $z_2\ (p)$, определяем передаточные функции W_1 и W_2 над передними и задними колесами:

$$W_1 = \frac{z_1\ (p)}{h_1\ (p)} = \frac{B_1\ (p)\ A_2\ (p) - B_2\ (p)\ \eta_1 p^2 e^{-t_0 p}}{A_1\ (p)\ A_2\ (p) - \eta_1 \eta_2 p^4};$$

$$W_2 = \frac{z_2\ (p)}{h_2\ (p)} = \frac{A_1\ (p)\ B_2\ (p) - B_1\ (p)\ \eta_2 p^2}{A_1\ (p)\ A_2\ (p) - \eta_1 \eta_2 p^4},$$

где

$$A_1(p) = p^2 + 2h_1 p + \omega_1^2 - \frac{(2h_1 p + \omega_1^2)^2}{p^2 + 2(h_1 + h_{к1})p + \omega_1^2 + \omega_{к1}^2};$$

$$A_2(p) = p^2 + 2h_2 p + \omega_2^2 - \frac{(2h_2 p + \omega_2^2)^2}{p^2 + 2(h_2 + h_{к2})p + \omega_2^2 + \omega_{к2}^2};$$

$$B_1(p) = \frac{(2h_1 p + \omega_1^2)(2h_{к1} p + \omega_{к1}^2)}{p^2 + 2(h_1 + h_{к1})p + \omega_1^2 + \omega_{к1}^2};$$

$$B_2(p) = \frac{(2h_2 p + \omega_2^2)(2h_{к2} p + \omega_{к2}^2)}{p^2 + 2(h_2 + h_{к2})p + \omega_2^2 + \omega_{к2}^2}.$$

Чтобы найти передаточную функцию перемещения места крепления сиденья W_c и сиденья W_z относительно земли, подставляем значения $z_1(p)$ и $z_2(p)$ в пятое и шестое уравнения системы (8.19):

$$W_c = \frac{B_1(A_2 d_2 - \eta_2 p^2 d_2) + B_2(A_2 d_2 - \eta_1 p^2 d_1)\, e^{-t_0 p}}{A_1 A_2 - \eta_1 \eta_2 p^4}; \qquad (8.20)$$

$$W_z = \frac{2h_c p + \omega_c^2}{p^2 + 2h_c p + \omega_c^2} \frac{B_1(A_2 d_2 - \eta_2 p^2 d_2) + B_2(A_1 d_2 - \eta_1 p^2 d_1)\, e^{-t_0 p}}{A_1 A_2 - \eta_1 \eta_2 p^4}.$$

Чтобы получить $|W_c|$ и $|W_z|$ при $p = i\omega$, в формулах (8.20) и коэффициентах $A(p_1)$, $A_2(p)$, $B_1(p)$ и $B_2(p)$ выделяем действительную и мнимую части в числителях и знаменателях дробей:

$$W_c(i\omega) = \frac{f_1(\omega) + if_2(\omega)}{f_3(\omega) + if_4(\omega)};$$

$$W_z(i\omega) = \frac{\omega_c^2 + 2h_c\omega i}{\omega_c^2 - \omega^2 + 2h_c\omega i} \frac{f_1(\omega) + if_2(\omega)}{f_3(\omega) + if_4(\omega)}. \qquad (8.21)$$

Тогда модулями передаточных перемещений, т. е. амплитудно-частотными характеристиками перемещений, будут

$$|W_c(i\omega)| = \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{f_3^2 + f_4^2}};$$

$$|W_z(i\omega)| = \sqrt{\frac{\omega_c^4 + 4h_c\omega^2}{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + 4h_c\omega^2}} \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{f_3^2 + f_4^2}}. \qquad (8.22)$$

Чтобы определить перемещение сиденья относительно места крепления, выведем формулу для модуля передаточной функции перемещения. Применив преобразование Лапласа в левой и правой частях формулы $\bar{z} = z - z_c$ и разделив обе части на преобразование от входного сигнала $h(t)$, получим

$$W_{\bar{z}}(p) = W_z(p) - W_c(p).$$

При $p = i\omega$

$$W_{\ddot{z}}(i\omega) = W_z(i\omega) - W_c(i\omega).$$

Подставим значения $W_z(i\omega)$ и $W_c(i\omega)$ из формулы (8.21) в формулу передаточной функции сиденья. Тогда

$$W_{\ddot{z}}(i\omega) = \frac{f_1(\omega) + if_2(\omega)}{f_3(\omega) + if_4(\omega)} \cdot \frac{-\omega^2}{\omega_c^2 - \omega^2 + 2h_c\omega i}.$$

Вычислим модуль передаточной функции перемещения сиденья относительно места крепления, т. е. его амплитудно-частотную характеристику:

$$W_{\ddot{z}}(i\omega) = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + 4h_c\omega^2}} |W_c(i\omega)|. \qquad (8.23)$$

График первого сомножителя приведен на рис. 8.7. На оси абсцисс отложено отношение частот неровностей к частотам сиденья, а на оси ординат — функция

$$f(\omega) = \frac{\omega^2}{\sqrt{(\omega_c^2 - \omega^2)^2 + 4h_c\omega^2}}.$$

Из рис. 8.7 видно, что когда частота неровностей совпадает с частотой собственных колебаний сиденья, наступает резонанс и при $h_c \to 0$ $f(\omega) \to \infty$, т. е. $\lim f(\omega) = \infty$ при $\omega_c = \omega$ и $h_c \to 0$.

Модули передаточных функций ускорений находим, умножая соответствующие модули передаточных функций перемещений на ω^2. Тогда модуль передаточной функции ускорений места крепления сиденья

$$|W_c(i\omega)| = \omega^2 \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{f_3^2 + f_4^2}}. \qquad (8.24)$$

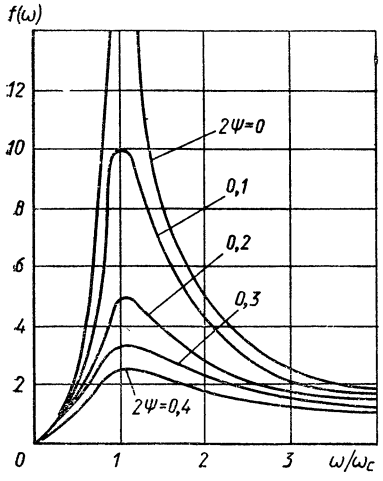


Рис. 8.7. Зависимость сомножителя $f(\omega)$, входящего в формулу модуля передаточной функции перемещения сиденья относительно места крепления, от отношения ω/ω_c

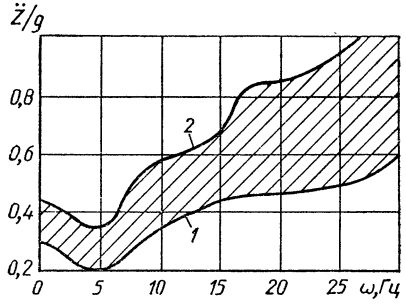


Рис 8.8. Зона трудноперенесимых человеком средних квадратичных значений вертикальных ускорений в зависимости от частот:

1 — нижняя граница; *2* — верхняя граница

Модуль передаточной функции ускорений относительно земли

$$|W_{\ddot{z}}(i\omega)| = |W_c(i\omega)| \sqrt{\frac{\omega_c^2 + 4h_c\omega^2}{(\omega_e^2 - \omega^2)^2 + 4h_c^2\omega^2}}.$$

Рассмотрим метод получения амплитудно-частотной характеристики ускорений продольно-горизонтальных колебаний сиденья, которые определяются формулой $x = (l_c/l)(z_2 - z_1)$. Сравнив их с уравнением (8.9), определяющим колебания места крепления сиденья, находим, что первая формула переходит в формулу (8.9) при $d_1 = -l_c/l$ и $d_2 = l_c/l$. Поэтому модули передаточных функций продольно-горизонтальных перемещений и ускорений сиденья получаем из формул (8.22) и (8.24), определяющих модули передаточных функций вертикальных колебаний места крепления сиденья.

Допустим, что $d_1 = -l_c/l$, $d_2 = l_c/l$; тогда

$$|W_x(i\omega)| = \frac{l_c}{l} \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{f_3^2 + f_4^2}};$$

$$|W_{\ddot{x}}(i\omega)| = \omega^2 |W_x(i\omega)|.$$

Таким образом, расчет амплитудно-частотных характеристик колебаний (модулей передаточных функций) входит как составная часть в общий расчет случайных колебаний. При линейной динамической модели амплитудно-частотные характеристики являются модулями передаточных функций системы, которые равны отношению преобразований Лапласа выходного и входного сигналов. Наиболее простой вид модули передаточных функций принимают в том случае, когда сиденье расположено над задним мостом, а колебания передней и задней частей трактора независимы.

8.7. ВОЗДЕЙСТВИЕ КОЛЕБАНИЙ НА ВОДИТЕЛЯ

Организм человека в разной степени реагирует на амплитуду, скорость, ускорение и нарастание колебаний. Особенно важна связь их с действующей частотой.

В тракторах диапазон частот достаточно широк. Наиболее вредное действие на организм человека оказывают низкочастотные колебания. Эти колебания возникают при неровной опорной поверхности, а вибрации — от неуравновешенных сил инерции двигателя и опрокидывающего реактивного момента. Низкочастотные колебания вследствие произвольного расположения неровностей носят случайный характер, а вибрации являются гармоническими колебаниями.

Установлено, что в интересующей нас области частот уровень колебаний, воспринимаемых человеком, может определяться средним квадратичным ускорением тела человека $\sigma(\ddot{z})$. Эта величина обычно измеряется в долях ускорения свободного падения и

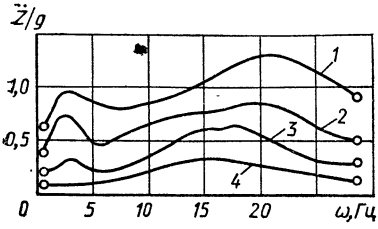


Рис. 8.9. Схема восприятия человеком вертикальных виброускорений при различных частотах воздействия:
1 — опасные для здоровья; *2* — сильно беспокоящие; *3* — беспокоящие; *4* — ощутимые

фиксируется прибором в точках контакта тела человека с различными поверхностями.

Область труднопереносимых средних квадратичных вертикальных ускорений в зависимости от частоты определили при специальных испытаниях (рис. 8.8). Из рис. 8.8 видно, что колебания водителем переносятся хуже в сравнительно узкой полосе частот (0—5) *g*. В этих случаях предельные ускорения равны примерно 0,3 м/с^2.

Обобщенные результаты, по данным исследователей, показаны на рис. 8.9. В полосе частот, соответствующей движению транспортного агрегата, уровень колебаний, беспокоящих водителя, вновь приближается к значению (0,2—0,3) *g*. Разные полосы имеют неодинаковые допустимые средние квадратичные ускорения $\sigma_{доп}$ (рис. 8.8 и 8.9).

При определении критериев допустимости низкочастотных колебаний исходят из средних квадратичных ускорений. Среднее квадратичное ускорение σ равно квадратному корню из дисперсии ускорений D (при условии, что среднее значение ускорений равно нулю). В соответствии с энергетическим принципом дисперсия нескольких полос равна сумме дисперсий отдельных полос. Пусть σ_n и D_n — среднее квадратичное ускорение и дисперсия, наблюдаемые в n-й полосе. Тогда

$$\sigma = \sqrt{D}; \quad D = \sum_{i=1}^{n} D_n; \quad \sigma_n = \sqrt{D_n};$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} D_n} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_n^2}.$$

Следовательно, критерии допустимости низкочастотных колебаний должны удовлетворять энергетическому принципу сложения колебаний разных полос частот. В соответствии с этим вводится понятие приведенного среднего квадратичного ускорения $\sigma_{прив}$, которое удовлетворяет этому принципу и учитывает степень вредности разных полос частот:

$$\sigma_{прив} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} k_n \sigma_n^2}, \qquad (8.25)$$

где k_n — коэффициент относительной вредности n-й полосы частот.

Пусть m — номер полосы частот наибольшей вредности ($\sigma_{\text{доп}\,m} \leqslant \sigma_{\text{доп}}$). Сравним вредность отдельных полос частот с вредностью полосы m. За коэффициент относительной вредности принимаем отношение квадратов допустимых средних квадратичных ускорений двух полос частот:

$$k_n = \frac{\sigma_{\text{доп}\,m}}{\sigma_{\text{доп}\,n}}. \tag{8.26}$$

Тогда $k_m = 1$, $k_n < 1$ при $n \neq m$.

Для числовой оценки допустимости колебаний, частоты которых принадлежат нескольким полосам, вводится понятие показателя допустимости колебаний N — отношение приведенного среднего квадратичного ускорения к допустимому среднему квадратичному ускорению в наиболее вредной для здоровья полосе частот (так как при подсчете $\sigma_{\text{прив}}$ все полосы частот сравнивают с полосой наибольшей вредности):

$$N = \sigma_{\text{прив}}/\sigma_{\text{доп}\,m}. \tag{8.27}$$

Если частоты колебаний расположены в одной полосе, то из формул (8.25)—(8.27) определяем

$$N = \sigma_n/\sigma_{\text{доп}\,n}.$$

Критерий допустимости колебаний определяется сравнением показателя допустимости N с единицей: $N < 1$ — колебания меньше допустимых; $N = 1$ — колебания допустимые; $N > 1$ — колебания больше допустимых.

«Единые требования к конструкциям тракторов и сельскохозяйственных машин по безопасности и гигиене труда» ограничивают уровень вертикальных колебаний на месте водителя не более $0{,}25g$ при движении агрегата в поперечном направлении относительно предыдущей пахоты со скоростью 9—10 км/ч. Санитарные правила (СП) 480—64 регламентируют средние допустимые ускорения лишь в полосах частот 2—3 и 4—6 Гц (табл. 8.1).

Для горизонтальных колебаний в соответствии с СП 480—64 установлены средние квадратичные ускорения $0{,}1g$ и $0{,}12g$, мало отличающиеся друг от друга (см. табл. 8.1). Поэтому коэффи-

Таблица 8.1. **Средние допустимые ускорения**

Колебания	Основная частота, Гц	$\sigma_{\text{доп}\,n}$, м/с²
Поступательно-вертикальные	2—3	1
	4—6	0,5
Поступательно-горизонтальные	2—3	1
	4—6	1,2

Таблица 8.2. **Допустимые среднеквадратичные ускорения $\sigma_{доп}$ и коэффициент относительной вредности частотных октав k_n**

Номер октавной полосы	Границы частотных октав			$\sigma_{доп}$	k_n
	в Гц	ω_{1n}	ω_{2n}		
1	1—2	6,28	12,57	0,1	0,25
2	2—4	12,57	25,13	0,1	0,25
3	4—8	25,13	50,27	0,05	1,0
4	8—16	50,27	100,53	0,1	0,25
5	16—32	100,53	207,35	0,05	1,0

циенты относительной вредности полос частот можно принять равными единице. Тогда $\sigma_{прив} = \sigma$, а

$$N = \sigma/(0{,}1g). \tag{8.28}$$

Определим значения коэффициентов относительной вредности для вертикальных колебаний. Рекомендация международной организации по стандартизации (ИСО) предлагает частоты разбивать на октавы, номера и границы которых указаны в табл. 8.2. СП 480—64 не регламентируют допустимых уровней средних квадратичных ускорений по всему диапазону частот колебаний, наблюдаемых на рабочих местах. Поэтому, пока не разработаны санитарные правила, интерполируются допустимые уровни, установленные СП 480—64, на октавные полосы, принятые в рекомендации ИСО, как показано в табл. 8.2.

Исходя из допустимых средних квадратичных ускорений $\sigma_{доп\,n}$, по формуле (8.26) определяем коэффициент относительной вредности k_n (табл. 8.2). Тогда формулы (8.27) и (8.28) принимают следующий вид:

$$\sigma_{прив} = \sqrt{0{,}25\,(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_4^2) + \sigma_3^2 + \sigma_5^2}. \tag{8.29}$$

Уточнение допустимых уровней средних квадратичных ускорений колебаний с непрерывным спектром частот может изменить лишь коэффициенты относительной вредности частотных октав [(8.26), табл. 8.2].

Допустимые колебания сиденья оценивают по приведенному среднему квадратичному значению ускорений $\sigma_{прив}$. Расчеты показывают, что для каждого трактора отношение среднего квадратичного ускорения σ к приведенному практически не зависит от профиля неровностей опорной поверхности и скорости движения трактора.

Отношение $\sigma/\sigma_{прив}$ позволяет выяснить, насколько удачно с точки зрения здоровья человека подобраны параметры динамической системы подрессоривания трактора и сиденья. Это отно-

шение можно назвать показателем физиологического рационального использования частот

$$\eta_\Phi = \sigma/\sigma_{\text{прив}}.$$

Чем полнее удается использовать частоты, наименее вредные для человека, тем больше показатель η_Φ. Например, у трактора Т-150К в основном используются частоты, расположенные в полосе 1—2 Гц и соответствующие $\eta_\Phi = 2{,}06$. У трактора МТЗ-80 почти все ускорения приходятся на полосу 2—4 Гц, более опасную для здоровья человека, поэтому показатель физиологического использования частот у него меньше и составляет $\eta_\Phi = 1{,}54$.

Рассмотрим методы расчета средних квадратичных перемещений и ускорений на линейной динамической модели трактора. Для оценки допустимых вертикальных колебаний сиденья необходимо определить средние квадратичные ускорения частотных октав по формуле (8.29), границы которых указаны в табл. 8.2. В случае стационарного случайного колебания распределение средних квадратичных ускорений по диапазону частот определяется характером спектральной плотности ускорений $s_{\ddot{z}}$. Зная $s_{\ddot{z}}$, можно найти средние квадратичные вертикальные ускорения σ_n в любой частотной октаве ω_{1n}, ω_{2n}, ..., ω_{in} по формуле

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\omega_{1n}}^{\omega_{in}} s_{\ddot{z}}(\omega)\, d\omega}. \qquad (8.30)$$

При оценке допустимости продольно-горизонтальных колебаний достаточно, согласно формуле (8.28), знать среднеквадратичное ускорение во всем диапазоне частот:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^\infty s_{\ddot{x}}(\omega)\, d\omega}, \qquad (8.31)$$

где $s_{\ddot{x}}(\omega)$ — спектральная плотность продольно-горизонтальных ускорений на сиденье.

Для удобства управления трактором оценивают среднюю квадратичную величину вертикального перемещения сиденья относительно места крепления (пола кабины):

$$\tilde{z} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^\infty s_{\tilde{z}}(\omega)\, d\omega}, \qquad (8.32)$$

где $s_{\tilde{z}}(\omega)$ — спектральная плотность.

У динамической модели, когда упругие и диссипативные силы, действующие в подвесках остова, сиденья и шинах, имеют характеристику, близкую к линейной, спектральная плотность равняется произведению спектральной плотности сельскохозяйственного фона и квадрата модуля передаточной функции. Поэ-

тому для вертикальных перемещений сиденья относительно места крепления

$$s_{\tilde{z}}(\omega) = s(\omega) \mid W_{\tilde{z}}(i\omega) \mid^2;$$

для вертикальных ускорений сиденья относительно земли

$$s_{\ddot{z}}(\omega) = s(\omega) \mid W_{\ddot{z}}(i\omega) \mid^2;$$

для продольно-горизонтальных ускорений сиденья относительно земли

$$s_{\ddot{x}}(\omega) = s(\omega) \mid W_{\ddot{x}}(i\omega) \mid^2.$$

Подставляя значение спектральных плотностей в формулы (8.30)—(8.32), найдем вертикальные средние квадратичные ускорения на сиденье, а также вертикальные средние квадратичные перемещения его относительно места крепления.

Может быть предложен следующий порядок расчета колебаний: 1) реальный тракторный агрегат (трактор) заменяется эквивалентной ему динамической моделью с рассредоточенными массами; определяются характеристики упругих диссипативных связей подвески остова и сиденья, а также шин; 2) составляется система дифференциальных уравнений, описывающих поведение динамической модели при случайных возмущениях; 3) производятся расчеты ускорений, перемещений и проверяется допустимость вертикальных и продольно-горизонтальных колебаний сиденья; расчеты колебаний можно выполнять на ЭВМ.

При линейной динамической модели трактора расчет колебаний значительно упрощается. В этом случае порядок расчета следующий: 1) по дифференциальным уравнениям динамической модели вычисляют модули передаточных функций вертикальных перемещений сиденья относительно места крепления, вертикальных и продольно-горизонтальных ускорений сиденья относительно земли; 2) для каждого вида трактора выбирают типичные сельскохозяйственные фоны, соответствующие им рабочие скорости и подсчитывают спектральную плотность фонов; 3) для каждого типичного сельскохозяйственного фона и данной рабочей скорости определяют спектральные плотности вертикальных перемещений и вертикальных и продольно-горизонтальных ускорений сиденья; по ним находят распределение средних квадратичных ускорений по частотным октавам и среднее квадратичное продольно-горизонтальное ускорение для сиденья, а также среднее квадратичное вертикальное перемещение сиденья относительно пола кабины; 4) подсчитывают приведенное вертикальное среднее квадратичное ускорение и проверяют допустимость вертикальных и продольно-горизонтальных колебаний сиденья.

Расчет колебаний при линейной динамической модели еще более упрощается, если коэффициент распределения масс равен единице. В этом случае отсутствует связь колебаний передней и задней частей колесного трактора.

Итак, при оценке влияния колебаний на водителя следует помнить, что наиболее вредны низкочастотные колебания с частотой до 20 Гц. В качестве оценочного критерия принимаются допустимые средние квадратичные вертикальные, продольно-горизонтальные ускорения сиденья относительно земли и вертикальные перемещения сиденья относительно места крепления.

При определении колебаний и плавности хода необходимо произвести: 1) оценку возмущающих воздействий со стороны опорной поверхности и определение спектральных плотностей входа; 2) анализ системы подрессоривания, выбор расчетной модели, определение передаточных функций, расчет и построение частотных характеристик; 3) расчет средних квадратичных отклонений величин по спектральной плотности входа.

Следует отметить, что представлять средние квадратичные отклонения в виде критерия качества системы во всей полосе частот недостаточно. Это связано с тем, что равные средние квадратичные отклонения вычисляемой выходной величины могут иметь динамические системы с различными амплитудно-частотными характеристиками при одинаковой спектральной плотности входа. Для анализа работы системы подрессоривания необходимо знать структуру спектрального состава случайной функции. Дисперсия дает ограниченное представление о фильтрующей способности системы. Переход к полной количественной оценке может быть осуществлен, если применить метод октавного анализа. Сущность этого метода состоит в том, что частотный диапазон разбивают на полосы (октавы) и средние квадратичные значения выходных величин рассчитывают в каждой полосе.

Анализ системы подрессоривания с помощью октавного метода позволяет определить влияние отдельных параметров на выходные координаты и оценить структуру системы в целом. Если расчет системы подрессоривания связан с учетом работы водителя, то необходимо соблюдать санитарные нормы и правила по ограничению вибраций и уровня шума на рабочем месте.

Исследование и расчет сложных систем подрессоривания невозможны без использования ЭВМ, с помощью которой, кроме вычисления спектральных плотностей, целесообразно определять так называемую спектральную функцию [зависимость изменения площади под кривой $s_{вых}$ (ω) от частоты]. По графикам спектральной функции можно легко определить дисперсию и средние квадратичные значения выходных координат по октавам для каждой скорости движения трактора.

ГЛАВА 9

ПРОХОДИМОСТЬ ТРАКТОРА

9.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Тракторы в отличие от автомобилей движутся в основном по естественной поверхности грунтов. Наиболее чувствительны к изменениям грунтовых условий колесные тракторы, которые имеют весной и осенью на рыхлых и влажных грунтах столь низкий КПД, что в ряде случаев оказываются неэффективными вследствие плохой проходимости.

В особо трудных условиях работают гусеничные тракторы, предназначенные для освоения болот и заболоченных земель.

К сельскохозяйственным тракторам в отношении проходимости могут быть предъявлены помимо общих требований еще и специальные агротехнические, вытекающие из особенностей выполнения технологического процесса в тех или иных условиях работ. Эти требования в основном сводятся к проходимости в междурядьях пропашных культур, кустарников, деревьев и под их кронами.

Геометрия поверхности грунтов оказывает также большое влияние на проходимость тракторных агрегатов.

Под проходимостью трактора следует понимать специальное эксплуатационное качество, характеризующее его приспособленность для работы в особых условиях, в частности бездорожья, болот, для пропашных и других работ, и определяющее технико-экономические, общетехнические качества тракторного агрегата.

Исходя из этого определения, целесообразно различать следующие основные показатели, характеризующие проходимость: *опорные и тягово-сцепные свойства трактора, маневренность и конфигурацию межгусеничного или межколесного пространства.*

Также следует различать *проходимость по грунтам с небольшим пределом прочности на одноосное сжатие, в междурядьях пропашных культур*, обусловленную технологическими требованиями, и *проходимость, обусловленную преодолением различного рода препятствий*, например, канав, подъемов, спусков и др.

Следует отметить, что проблемы проходимости машин являются наиболее сложными и наименее изученными вопросами теории трактора. В гл. 9 упрощенно рассматриваются некоторые аспекты этой проблемы.

9.2. ПРОХОДИМОСТЬ ПО ГРУНТАМ СО СЛАБОЙ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТЬЮ

К грунтам с небольшим пределом прочности на одноосное сжатие можно отнести ряд почв растительного происхождения, например, болота и заболоченные земли, переувлажненные минеральные грунты в период ранней весны и поздней осени, а также рыхлый песок.

Поскольку освоение болот и заболоченных земель осуществляется в основном гусеничными машинами, проходимость по слабым грунтам рассмотрим применительно к ним.

В общем случае проходимость гусеничного трактора по слабым грунтам определяется пределом прочности на одноосное сжатие грунта, т. е. его возможностью выдерживать вертикальные нагрузки без значительных деформаций (осадки) грунта. Чем значительнее деформация грунта, тем больше сопротивление движению гусеничного движителя и сила тяги. Слабый грунт не может обеспечить достаточной силы тяги вследствие недостаточного сцепления.

Таким образом, проходимость гусеничного трактора по слабым грунтам в основном определяется опорными, тяговыми свойствами и конфигурацией межгусеничного пространства.

Опорные свойства трактора, характеризующие несущую способность гусеничного движителя, определяются тремя показателями: средним давлением гусениц на грунт $p_{ср}$; коэффициентом смещения центра давления по отношению к центру опорной поверхности $\nu = X_д/L$ и отношением шага катков l_0 к шагу звеньев гусениц $t_г$. Указанные измерители опорных свойств определяют в основном глубину колеи гусениц.

Определим максимальную глубину колеи гусеничного трактора при работе на слабых грунтах. Для упрощения допустим, что трактор движется равномерно по горизонтальной поверхности с агрегатируемой сзади машиной, имеющей тяговое сопротивление $F_т$, направление которого в горизонтальной плоскости определяется углом γ.

На рис. 9.1, *а—в* показаны реальные эпюры распределения давления по длине опорной части движителя на торфяно-

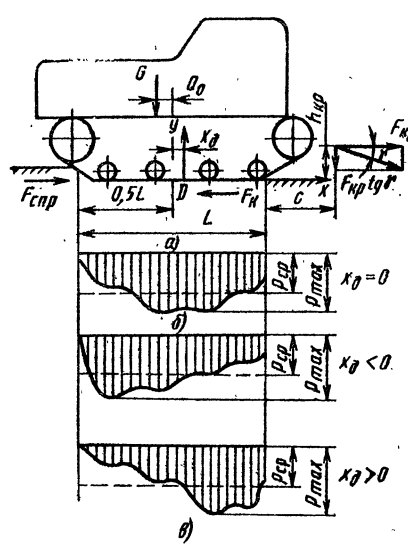


Рис. 9.1. Эпюры распределения давления по длине опорной части движителя гусеничного трактора

болотном грунте при различном положении центра давления относительно центра опорной поверхности. При $X_д = 0$ эпюра имеет примерно симметричный вид, и максимальное давление возникает в области центра опорной поверхности. При $X_д \neq 0$ область максимального давления смещается к передней или задней части опорной поверхности в зависимости от знака перед горизонтальной координатой центра давления $X_д$.

В первом приближении можно предположить, что глубина колеи определяется максимальным давлением, причем вне зависимости от того, какой знак стоит перед координатой давления.

Максимальное давление определяется следующим образом (см. гл. 3):

$$p_{max} = p_{ср} \frac{L}{L - 3X_д}.$$

Из этой формулы следует, что чем больше будет смещение нормальной реакции грунта $X_д$ относительно центра опорной поверхности, тем больше максимальное давление.

Найдем зависимость глубины колеи от максимального давления, для чего воспользуемся формулой В. В. Кацыгина:

$$\sigma = \sigma_0 \operatorname{th} \frac{k}{\sigma_0} h.$$

В данном случае $\sigma = p_{max}$, $h = h_{max}$. Тогда

$$p_{max} = \sigma_0 \operatorname{tg} h \frac{k_0}{\sigma_0} h_{max};$$

$$h_{max} = \frac{\sigma_0}{k} \operatorname{arcth} \frac{p_{max}}{\sigma_0}$$

или

$$h_{max} = \frac{\sigma_0}{k} \operatorname{arcth} \frac{p_{ср}}{\sigma_0} \left(\frac{L}{L - 3X_д} \right). \qquad (9.1)$$

Из формулы (9.1) видно, что с увеличением координаты центра давления (здесь величину $X_д$ следует брать по модулю, т. е. $X_д = |x_д|$, поскольку глубина колеи определяется областью максимального давления независимо от того, в какой части опорной поверхности оно возникает) глубина колеи возрастает.

Поскольку $\nu = X_д/L$,

$$h_{max} = \frac{\sigma_0}{k} \operatorname{arcth} \frac{p_{ср}}{\sigma_0} \left(\frac{1}{1 - 3\nu} \right).$$

С увеличением среднего давления $p_{ср}$ глубина колеи тоже возрастает.

Таким образом, для уменьшения глубины колеи, а следовательно, увеличения проходимости болотоходных гусеничных тракторов следует уменьшить среднее давление и стремиться к тому, чтобы в наиболее тяжелых условиях суммарная нормальная реакция грунта располагалась около центра опорной поверхности.

Среднее давление отечественных гусеничных тракторов 20—34 кПа. У специальных мелиоративных тракторов и вездеходных тягачей оно значительно меньше и составляет 5—8 кПа.

Для обеспечения равномерности распределения давления создаются специальные мелиоративные тракторы с автоматическим перемещением в зависимости от сопротивления агрегатируемой машины и расположения центра масс. Силовой агрегат с кабиной перемещается вдоль рамы машины по направляющим в продольной плоскости.

Найдем зависимость оптимального расположения центра масс от тягового сопротивления агрегатируемой машины, применяя уравнение моментов от внешних сил, действующих на трактор, и реакций относительно центра давления D (см. рис. 9.1):

$$G(a_0 + x_д) - F_{кр}h_{кр} - F_{кр}\operatorname{tg}\gamma(c + 0{,}5L - x_д) = 0,$$

где a_0 — продольное смещение центра тяжести относительно центра опорной поверхности; c — продольная координата точки приложения равнодействующей сопротивлений агрегатируемой машины.

Моментами сил $F_к$ и $F_{кр}$ пренебрегаем ввиду малости плеч приложения нагрузки относительно центра давления D. Тогда

$$x_д = \frac{F_{кр}(h_{кр} + c\operatorname{tg}\gamma + 0{,}5L\operatorname{tg}\gamma) - Ga_0}{G + F_{кр}\operatorname{tg}\gamma}.$$

Допустим, что оптимальное расположение центра масс машины будет при $x_д = 0$. Следовательно,

$$a_0 = \frac{F_{кр}(h_{кр} + c\operatorname{tg}\gamma + 0{,}5L\operatorname{tg}\gamma)}{G}.$$

Отношение расстояния l_0 между катками к шагу звена гусеницы $t_г$ влияет на пиковые давления под катками. Естественно, что чем меньше пиковые давления, тем выше проходимость гусеничного трактора. При конструировании болотоходного гусеничного движителя необходимо стремиться к уменьшению отношения $l_0/t_г$, которое для современных болотоходных тракторов составляет 1,7—3,5.

Тягово-сцепные свойства, развиваемые тракторами на слабых грунтах, оказывают значительное влияние на проходимость. Эти свойства оцениваются коэффициентом сопротивления движению трактора f, коэффициентом сцепления гусениц с грунтом φ и коэффициентом буксования δ. Приведенные показатели определяют КПД гусеничного движителя, который может быть обобщенным показателем тягово-сцепных свойств.

Тягово-сцепные свойства зависят от скорости движения тракторного агрегата, сил тяги, состояния грунта и других параметров трактора. Основные зависимости, определяющие тягово-сцепные свойства гусеничного трактора, приведены в гл. 3.

Большое влияние на проходимость болотоходных гусеничных тракторов оказывает конфигурация межгусеничного пространства,

характеризующая способность трактора в агрегате с машиной двигаться по слабым грунтам без создания бульдозерного эффекта. В. А. Скотниковым предложено в качестве показателей использовать отношение конструктивного дорожного просвета (клиренса) к расчетной глубине колеи и профиль днища межгусеничного пространства. При изучении этих показателей можно определить экспериментально-теоретические возможности и условия, при которых тракторный агрегат движется по слабым грунтам и преодолевает неровности без создания бульдозерного эффекта деталями межгусеничного пространства.

Естественно, чем больше высота дорожного просвета, тем выше проходимость трактора. Гладкое водонепроницаемое днище без выступающих частей также увеличивает эффективность работы болотоходных тракторов на слабых грунтах.

Таким образом, проходимость болотоходного гусеничного трактора по слабым грунтам зависит от опорных и тягово-сцепных свойств и конфигурации межгусеничного пространства. Следует отметить, что проходимость трактора не представляет большого интереса, поскольку полезная работа совершается только при агрегатировании с прицепными и навесными машинами. Поэтому оценку проходимости следует всегда давать тракторному агрегату с учетом сопротивлений машин и орудий.

9.3. СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ ПРОХОДИМОСТИ КОЛЕСНЫХ ТРАКТОРОВ

Способы повышения проходимости колесных тракторов по слабым грунтам, особенно в весенний и осенний периоды, неразрывно связаны с улучшением тягово-сцепных свойств.

Для оценки проходимости колесных тракторов существует несколько показателей. Одним из них, предложенным А. Н. Баранским, является запас проходимости $П$, представляющий собой отношение касательной силы тяги $F_к = \varphi_{max} G_щ$ по сцеплению с грунтом к сумме сил сопротивления перекатыванию $F_{спр} = fG$ и тягового усилия на крюке $F_{кр}$, т. е.

$$П = \frac{\varphi_{max} G_щ}{fG + F_{кр}}.$$

При $F_{кр} = 0$ имеется запас проходимости, необходимый для передвижения трактора на холостом ходу. Запас проходимости, равный единице, соответствует случаю, при котором возможно равномерное движение трактора по горизонтали с максимальной для данных условий нагрузкой на крюке.

Основными мероприятиями, направленными на улучшение тяговых качеств и проходимости колесных тракторов, являются: увеличение сцепной массы; применение рациональных размеров шин и рисунка протектора; установление оптимального давления воздуха в шинах; использование всех колес трактора в качестве

ведущих; рациональное распределение по осям эксплуатационной массы; увеличение опорной поверхности и эффективности зацепления ведущих колес (применение дополнительных приспособлений); применение активных прицепов и рабочих органов сельскохозяйственных машин; блокировка дифференциалов ведущих колес.

Увеличение сцепной массы осуществляют навешиванием на ведущие колеса дополнительных грузов, а также заполнением жидкостью шин ведущих колес. Однако эти мероприятия увеличивают, с одной стороны, силу тяги, а с другой — сопротивление перекатыванию вследствие возрастания массы. Поэтому они могут быть рекомендованы лишь при работах на прочных грунтах с малой влажностью.

Применение рациональных размеров шин и рисунка протектора связано с разработкой новых шин, учитывающих особенности работы тракторов на слабых грунтах. Такие шины должны обладать повышенной самоочищаемостью и дифференцированной высотой грунтозацепа. Примером могут служить арочные и широкопрофильные шины-пневмокатки.

Снижение давления воздуха в шинах ведущих и ведомых колес всегда дает положительный эффект с точки зрения проходимости. Увеличивается площадь контакта шины с грунтом, улучшаются тяговые качества и снижается сопротивление перекатыванию. Однако чрезмерное понижение давления воздуха вызывает ускоренный износ шин и может привести к проворачиванию их относительно обода колеса. У современных шин давление может быть снижено до 0,08 кПа. Очевидно, тракторы должны иметь устройства, автоматически снижающие давление воздуха при работе в тяжелых условиях и повышающие его при работе на дорогах.

Одним из эффективных мероприятий по улучшению тяговых качеств и проходимости колесных тракторов является использование всех колес в качестве ведущих. В этом случае сцепной массой является эксплуатационная масса трактора. Для сохранения универсальности пропашного трактора применяют передний мост портальной конструкции (тракторы МТЗ-82, Т-40А). Впервые в мире эта схема была разработана в СССР и применена на универсально-пропашных тракторах. Динамика трактора со всеми ведущими колесами и ее влияние на проходимость рассмотрены в гл. 2.

Вследствие силового воздействия агрегатируемых с трактором сельскохозяйственных машин происходит перераспределение реакций грунта на колесах трактора. При агрегатировании необходимо стремиться к тому, чтобы трактор обладал наилучшими тяговыми свойствами и имел максимальный КПД, который при одном и том же значении эксплуатационной нагрузки зависит от распределения ее между передними и задними колесами.

Распределение нагрузки по осям (см. гл. 2) оценивается коэффициентом нагрузки λ_1 и λ_2.

При увеличении λ_1 происходит разгрузка задних колес и догрузка передних управляемых колес, поэтому вследствие возрастания потерь на буксование и перекатывание КПД трактора стремится к нулю. Наоборот, наибольшее значение тягового КПД может быть при полной разгрузке передних колес и передаче всей нагрузки на задние колеса ($\lambda_1 = 0$), но при этом трактор теряет управляемость. Практически максимальный тяговый КПД может быть и при $\lambda_1 > 0$, т. е. при некоторой нагрузке на передние колеса. Это зависит от условий движения, конструкции и параметров ходовой части, физико-механических свойств грунта.

Увеличение опорной поверхности и эффективности зацепления ведущих колес с грунтом достигается, помимо уменьшения давления воздуха в шинах, применением дополнительных приспособлений. Из применяемых на практике приспособлений можно отметить накладные и выдвижные металлические зацепы, уширительные решетчатые или сдвоенные колеса и полугусеничный ход. Эти приспособления позволяют существенно улучшить тяговые качества колесного трактора и КПД при работе на слабых грунтах.

Также способствует улучшению проходимости колесного трактора применение активных прицепов и рабочих органов сельскохозяйственных машин. При этом часть мощности двигателя передается на активный мост прицепа или активные рабочие органы агрегатируемой машины, что дает возможность создать дополнительную силу тяги и существенно улучшить тяговые качества и проходимость агрегата в целом.

Блокировка дифференциалов передних и задних ведущих мостов оказывает большое влияние на проходимость тракторов и улучшение их тяговых качеств.

Принципиальным недостатком дифференциального привода является его отрицательное влияние на тяговые качества, а следовательно, и на проходимость трактора в тех случаях, когда ведущие колеса попадают в неодинаковые условия сцепления с грунтом или дорогой. Например, трактор с колесной формулой 4К2 с межколесным дифференциалом обычного типа, у которого внутреннее трение предельно мало. Ввиду действия дифференциального эффекта ведущие моменты на обоих колесах одинаковы. Вследствие этого касательная сила тяги трактора по сцеплению

$$F_к = 2F_{к\,min},$$

где $F_{к\,min}$ — сила сцепления с грунтом для колеса, у которого она имеет наименьшее значение.

Если бы дифференциал был заблокирован, это позволило бы полностью использовать сцепные возможности обоих колес и таким образом повысить проходимость трактора. Сила тяги $F_{к.\,бл}$ по сцеплению выросла бы до максимально возможного значения в данных грунтовых условиях:

$$F_{к.\,бл} = F_{к\,max} + F_{к\,min},$$

где $F_{к\,max}$ — максимальная сила тяги по сцеплению колеса, находящегося в лучших грунтовых условиях.

Эффективность блокировки, согласно данным Д. А. Чудакова, характеризуется отношением

$$Э_{бл} = \frac{F_{к.\,бл}}{F_к} = \frac{F_{к\,max} + F_{к\,min}}{2F_{к\,min}} = 0{,}5\left(1 + \frac{F_{к\,max}}{F_{к\,min}}\right).$$

Если сцепной вес обоих ведущих колес одинаков, то

$$Э_{бл} = 0{,}5\left(1 + \frac{\varphi_{max}}{\varphi_{min}}\right),$$

где φ_{max} и φ_{min} — коэффициенты сцепления с грунтом колес, находящихся соответственно в лучших и худших грунтовых условиях.

Чем больше разница коэффициентов сцепления φ_{max} и φ_{min}, тем эффективнее блокировка дифференциала.

Почти на всех тракторах применяют в настоящее время принудительную или автоматическую блокировку дифференциалов заднего моста. Однако при принудительной блокировке эффективность использования механизма блокировки зависит от квалификации водителя, а неправильное пользование блокировкой может привести к ряду отрицательных последствий. Поэтому принудительная блокировка рекомендуется главным образом как кратковременная мера для повышения проходимости в отдельных неблагоприятных по сцеплению грунтовых условиях.

Помимо принудительной полной блокировки дифференциала, применяется автоматическая частичная, достигаемая путем установки самоблокирующихся дифференциалов. Независимо от многообразия конструкций дифференциалов (подробное описание конструкций приведено А. Х. Лефаровым [8]), у большинства из них частичная блокировка получается вследствие повышенного внутреннего трения, препятствующего относительному вращению полуосей, пока разность между ведущими моментами колес не достигнет значения, достаточного для преодоления трения в дифференциале.

На рис. 9.2 приведена принципиальная схема самоблокирующегося дифференциала, у которого для повышения внутреннего трения установлены фрикционные дисковые муфты *1* и *4* между полуосевыми шестернями *3* и корпусом *2* дифференциала. Ведущие и ведомые диски муфт прижимаются друг к другу осевыми силами, возникающими при работе конических шестерен дифференциала и пропорциональными передаваемому через дифференциал крутящему моменту. В некоторых конструкциях момент трения муфт увеличивается в результате специаль-

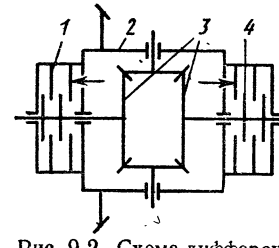


Рис. 9.2. Схема дифференциала с блокировочными фрикционными муфтами

но созданных дополнительных осевых усилий, также пропорциональных передаваемому моменту.

Пока дифференциал остается заблокированным, обе полуоси вращаются как одно целое, и крутящий момент, подводимый к дифференциалу, распределяется между полуосями пропорционально приложенным к ним сопротивлениям. Когда происходит разблокировка дифференциала, забегающая полуось вращается быстрее, а отстающая — медленнее.

Определим распределение ведущих моментов между полуосями в этом случае. С учетом уравнения равновесия внешних моментов, приложенных к дифференциалу, и условия, что подводимая к дифференциалу мощность равна сумме мощностей, передаваемых полуосями и затрачиваемых на трение внутри дифференциала, имеем

$$M_{диф} = M_{к1} + M_{к2};$$

$$P_{диф} = P_{к1} + P_{к2} + P_{т}, \qquad (9.2)$$

где $M_{диф}$ и $P_{диф}$ — крутящий момент и мощность, подводимые к дифференциалу; $M_{к1}$ и $P_{к1}$ — крутящий момент и мощность на отстающей полуоси; $M_{к2}$ и $P_{к2}$ — крутящий момент и мощность на забегающей полуоси; $P_{т}$ — мощность, затрачиваемая на трение внутри дифференциала.

Из теории дифференциалов известно, что

$$\omega_{диф} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2},$$

где ω_1 и ω_2 — угловые скорости отстающей и забегающей полуосей.

Тогда $P_{к1} = M_{к1}\omega_2$; $P_{к2} = M_{к2}\omega_2$; $P_{диф} = M_{диф}\omega_{диф}$. Относительная угловая скорость ведущих и ведомых дисков блокировочных муфт

$$\omega_{диф} - \omega_1 = 0{,}5\,(\omega_1 + \omega_2) - \omega_1 = 0{,}5\,(\omega_2 - \omega_1).$$

Учитывая это, имеем

$$P_{т} = 0{,}5M_{т}\,(\omega_2 - \omega_1),$$

где $M_{т}$ — момент трения блокировочных муфт.

Решив совместно уравнения (9.2) и сделав соответствующие подстановки, получим, что дифференциальный эффект при применении самоблокирующихся дифференциалов проявляется, когда ведущие моменты на отстающей и забегающей полуосях имеют следующие значения:

$$M_{к1} = \frac{M_{диф} + M_{т}}{2};$$

$$M_{к2} = \frac{M_{диф} - M_{т}}{2}.$$

Следовательно, момент на отстающей полуоси больше момента, передаваемого забегающей полуосью. Отношение указанных мо-

ментов характеризует блокировочные свойства дифференциала и называется *коэффициентом блокировки:*

$$k_{бл} = \frac{M_{к1}}{M_{к2}} = \frac{M_{диф} + M_r}{M_{диф} - M_r}.$$

Суммарная касательная сила тяги трактора с колесной формулой 4К2 при применении самоблокирующегося дифференциала

$$F_к = F_{к\,min}(1 + k_{бл}). \qquad (9.3)$$

Таким образом, чем больше коэффициент блокировки, тем полнее используется сцепной вес трактора, тем, следовательно, лучше проходимость. Однако повышение коэффициента блокировки ухудшает управляемость трактора (см. гл. 6), поскольку вследствие разности касательных сил тяги на отстающем и забегающем колесах в плоскости их контакта с грунтом возникает момент, препятствующий повороту.

Следует отметить, что равенство (9.3) справедливо в том случае, когда блокирующиеся свойства дифференциала реализуются по условиям сцепления с грунтом колеса, передающего больший момент, т. е. при выполнении условия $F_{к\,max} \geqslant F_{к\,min} k_{бл}$.

Момент трения дифференциала, по предложению Д. А. Чудакова, удобно выражать безразмерным, для чего вводится понятие об удельном моменте трения дифференциала:

$$M_{r\,уд} = M_r / M_{диф}.$$

По Д. А. Чудакову, связь между коэффициентом блокировки и удельным моментом трения дифференциала имеет вид

$$k_{бл} = \frac{M_{диф} + M_{r\,уд} M_{диф}}{M_{диф} - M_{r\,уд} M_{диф}} = \frac{1 + M_{r\,уд}}{1 - M_{r\,уд}}.$$

Следует отметить, что согласно приведенным формулам коэффициент блокировки дифференциала не зависит от того, какая из полуосей машины является забегающей, а какая — отстающей. В действительности ввиду конструктивных особенностей, различных технологических погрешностей при изготовлении дифференциалов и их сборке, а также невозможности обеспечения идентичных условий трения, независимо от направления действия дифференциала, блокировочные свойства его не совсем симметричны, т. е. коэффициент блокировки в одном направлении несколько отличается от коэффициента блокировки в другом направлении.

Из свойства рассмотренных самоблокирующихся дифференциалов следует, что их применение несовместимо с принудительным торможением отстающей полуоси машины на поворотах; поэтому у тракторов при использовании такого приема поворота самоблокирующийся дифференциал установлен только в переднем мосту. В заднем мосту расположен дифференциал с принудительной блокировкой, у которого блокировочные связи между ведущими полуосями автоматически прекращаются, когда передние управля-

емые колеса отклоняются от нейтрального положения на заранее установленный угол. Дифференциал такой конструкции установлен в заднем мосту на тракторах МТЗ-80/82 «Беларусь» и др.

Таким образом, для улучшения тягово-сцепных свойств трактора и его проходимости по слабым грунтам применяют следующие способы: 1) увеличивают опорную поверхность (снижают давление воздуха в шинах, применяют арочные и широкопрофильные шины, полугусеничный ход, уширители, сдвоенные колеса и др.); 2) увеличивают сцепную массу; 3) применяют активный привод на все колеса и рабочие органы тракторного агрегата, а также блокировку дифференциалов.

Обычно эти способы комбинируют. Например, у трактора со всеми ведущими колесами с принудительной и автоблокировкой устанавливают арочные шины с пониженным давлением воздуха. Рациональное сочетание этих способов дает значительный эффект повышения проходимости колесного трактора по слабым грунтам.

9.4. ПРОХОДИМОСТЬ В МЕЖДУРЯДЬЯХ ПРОПАШНЫХ КУЛЬТУР

Под агротехнической проходимостью понимают способность трактора двигаться в междурядьях без повреждения растений.

Проходимость трактора в междурядьях пропашных культур зависит от двух основных показателей: защитных зон и агротехнического просвета. Наиболее полно проходимость в междурядьях определяется абрисом проходимости.

Защитная зона — расстояние по горизонтали от середины рядка до ближайших частей движителя трактора. Это понятие используют для оценки горизонтальной проходимости в междурядьях.

Абрис проходимости — часть контура поверхности трактора в проекции на вертикальную поперечную плоскость, которым трактор вписывается между растениями.

При работе трактора в междурядьях пропашных культур возможны три основные схемы прохода:

1) над растениями (хлопок, картофель, кукуруза и др.); в этом случае проходимость зависит от размера защитных зон и абриса проходимости (нижний абрис); 2) между растениями (хмель, виноград), когда проходимость зависит от размера защитных зон; 3) под растениями (под кронами деревьев); в этом случае проходимость зависит в основном от абриса проходимости (верхний абрис).

Для оценки вертикальной проходимости используют понятие агротехнического просвета (рис. 9.3). Агротехнический просвет измеряют на горизонтальной площадке: у гусеничного трактора с учетом погружения грунтозацепов, у колесного — на плотной почве.

Достаточные размеры защитных зон обеспечивают сохранность корневой и наземной части растений при проходе тракторного агрегата, а также уменьшают потери урожая (повреждение клубней картофеля, сбивание на землю коробочек хлопка).

Оптимальные защитные зоны соответствуют симметричному расположению колес трактора относительно междурядий. При этом условии внутренняя защитная зона (рис. 9.3)

$$y = \frac{(B - b) - s(n - 1)}{2};$$

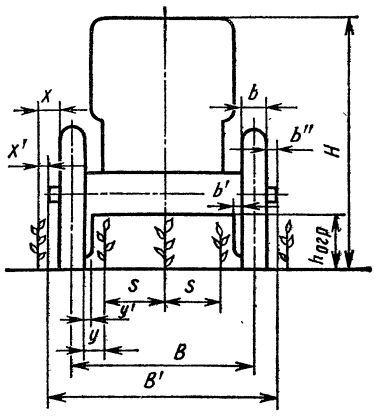


Рис. 9.3. Схема к определению защитных зон трактора

внешняя защитная зона

$$x = \frac{s(n - 1) - (B + b)}{2},$$

где B — ширина колеи; b — ширина движителя; s — размер междурядья; n — число рядков, проходящих под трактором.

Преобразовав эти формулы, получим

$$y = \frac{(s - b) + (B - sn)}{2};$$

$$x = \frac{(s - b) - (B - sn)}{2}.$$

Откуда оптимальные размеры защитных зон получают в том случае, когда

$$x = y = (s - b)/2,$$

т. е. $B - sn = 0$. Следовательно, для получения наивыгоднейших зон колея B должна быть равна произведению размера междурядья на число рядков n, проходящих под трактором, а ширина движителя должна быть минимальной.

В некоторых случаях на колесных пропашных тракторах при расположении конечных передач у колес отдельные части выступают из контура движителя внутрь на величину b' или наружу на величину b''. В таких случаях защитные зоны

$$y' = \frac{(s - b) + (B - sn)}{2} - b';$$

$$x' = \frac{(s - b) - (B - sn)}{2} - b''.$$

Пропашные культуры возделывают при различных размерах междурядий, которые зависят от вида культуры и природно-

климатических условий. При выборе размеров междурядий должна учитываться возможность механизированной их обработки. В основном встречаются следующие размеры (см) междурядий:

сахарная свекла, просо	45—60
хлопчатник	60—90
картофель, кукуруза, подсолнечник, сорго	60—70

Поскольку пропашные тракторы предназначены для обработки междурядий различных размеров, должна быть предусмотрена возможность изменения размеров колеи. Для изменения колеи применяют следующие способы: 1) перемещение колеса по полуосям; 2) перестановка колес при несимметричной их конструкции; 3) изменение положения обода относительно ступицы; 4) раздвижение рукава моста. Для увеличения диапазона изменения колеи задних колес на большинстве тракторов применяют одновременно два или три перечисленных способа.

У трактора МТЗ-80/82, например, перестановкой задних колес можно изменить колею от 1,2 до 1,55 м; переставив колеса, можно получить колею от 1,6 до 1,8 м.

Трактор Т-25 имеет небольшие выносные конечные передачи (портальная конструкция), что позволяет переналаживать его по высоте. Поэтому его колею изменяют только применением второго и третьего способов.

Существует два варианта размещения передних колес пропашного трактора: расставленные колеса (например, трактор МТЗ-80/82) и одно переднее колесо (например, трактор МТЗ-80Х). В отношении проходимости в междурядьях и повышения поперечной устойчивости предпочтение отдается расставленным колесам. Однако на многих пропашных тракторах для увеличения просвета, облегчения установки навесных машин между осями колес и улучшения поворачиваемости применяют одно переднее колесо; такие тракторы работают при прохождении только над четным числом рядков.

Пропашные культуры, над рядками которых проходит трактор, могут быть разделены на низкостебельные и высокостебельные, причем имеется в виду не физиологическая высота растений, а агротехническая, т. е. наибольшая высота, при которой производят последние операции междурядной обработки.

Агротехнический просвет должен быть рассчитан на многократный проход трактора над растениями без их повреждения.

Для возделывания низкостебельных культур применяют тракторы с просветом 0,4—0,5 м (рис. 9.4, *а*); для высокостебельных (поливной хлопчатник, чай) — тракторы с просветом 0,8—1,0 м и более, так как уборка их относится к числу междурядных операций (рис. 9.4, *б*, *в*). Уборка чая и поливка хлопчатника отличаются от уборки таких культур, как кукуруза, подсолнечник, для доброкачественного возделывания которых трактор должен иметь агротехнический просвет, определяемый высотой растений

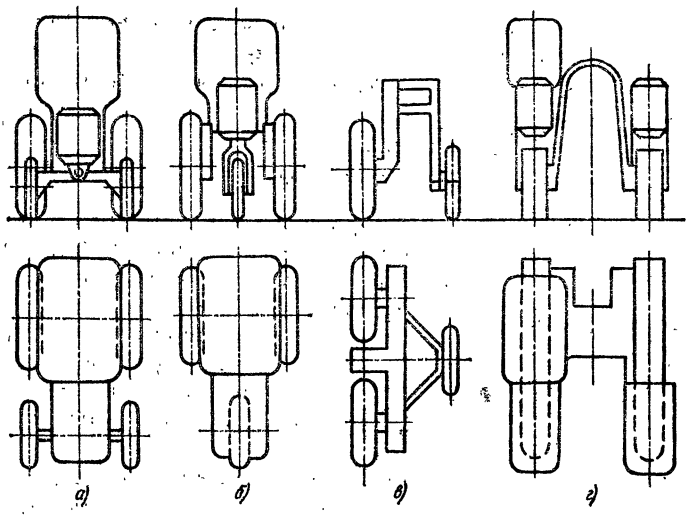


Рис. 9.4. Схемы ходовых систем пропашных тракторов:

а — с расставленными передними колесами; *б* — с одним передним колесом и повышенным агротехническим просветом; *в* — с боковым опорным колесом и высоким агротехническим просветом; *г* — портальный гусеничный трактор

при последней культивации. Тракторы и машины, работающие только на уборке кукурузы и подсолнечника, могут не иметь повышенного просвета.

При возделывании таких культур, как виноград, высота которого достигает 2 м, в последнее время применяют портальные гусеничные тракторы (рис. 9,4, *г*), у которых движители левого и правого борта соединены аркой и каждый имеет свой двигатель. Агротехнический просвет этих тракторов достигает 2 м и более.

Для прохождения трактора в междурядьях пропашных культур, кроме просвета, большое значение имеет абрис проходимости трактора. Конкретные требования к абрису проходимости тракторов, определяющиеся спецификой культур, в полной мере еще не изучены. Можно привести лишь отдельные примеры.

Например, для тракторов, возделывающих чай, рекомендуется абрис проходимости (рис. 9.5), представляющий собой дугу окружности радиусом 1 м, расположенную выпуклостью вверх симметрично по отношению к рядку. Такой абрис примерно соответствует профилю чайной шпалеры.

Фактический абрис проходимости некоторых пропашных тракторов показан на рис. 9.6. При возделывании винограда, хмеля и подобных культур проходимость между рядами растений определяется габаритной шириной трактора. У тракторов тягового класса 0,6 габаритная ширина не должна превышать 0,9—1,0 м; эти тракторы могут проходить в междурядьях шириной 1,5 м и более. Тракторы тягового класса 2 должны иметь ширину не более 1,1 м.

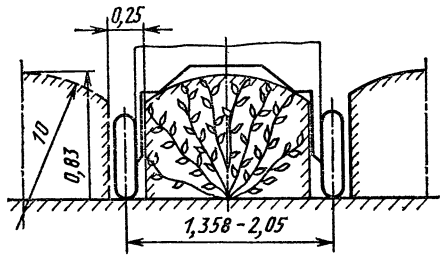


Рис. 9.5. Абрис проходимости для тракторов, возделывающих чайные насаждения

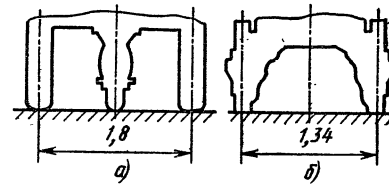


Рис. 9.6. Абрис проходимости пропашных тракторов:
а — колесного для хлопководства;
б — гусеничного для свекловодства

При работе в садах и под кронами деревьев в лесу важным фактором, определяющим проходимость, является габаритная высота трактора (с водителем). Для перспективных типов отечественных садовых тракторов предельные значения габаритной высоты установлены 1,2—1,3 м. Садовые тракторы оснащены обтекателями, предотвращающими повреждения деревьев и кустов.

Таким образом, агротехническая проходимость определяется способностью трактора проходить в междурядьях растений, над и под ними без их повреждения. Основными показателями достаточной проходимости являются абрис проходимости и агротехнический просвет при выполнении обязательного условия — сохранности защитных зон.

9.5. ГЕОМЕТРИЯ ГРУНТОВ И ПРОХОДИМОСТЬ ТРАКТОРА

Полная или неполная проходимость трактора, а также любой другой машины при преодолении встречающихся препятствий может быть вызвана двумя причинами. Первая — зацепление любой части машины (кроме колес и гусениц) за отдельные препятствия вследствие недостаточности клиренса (дорожного просвета), угла атаки и др. Вторая причина — часто встречающиеся случайные препятствия, вызывающие колебательные процессы, что приводит к снижению скорости движения тракторного агрегата или к полной остановке его и ухудшению устойчивости.

При анализе потери проходимости вследствие первой причины рассматриваются распределения дискретных величин одиночных и группы препятствий; вследствие второй причины в настоящее время находят применение методы гармонического анализа.

Проходимость трактора по склонам (см. гл. 5) определяют с помощью статических и динамических критериев.

Размеры и форма препятствий, вызывающих потерю проходимости машины, очень разнообразны, но можно ограничиться

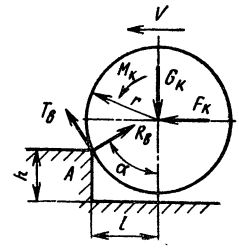


Рис. 9.7. Схема сил, действующих на ведущее колесо в начале преодоления выступа

рассмотрением только нескольких типовых. Поэтому вместо группировки и классификации препятствий по их геометрии определим только основные элементы неровностей, вызывающих потерю проходимости.

Имеется два основных вида потерь проходимости: зависание трактора или тракторного агрегата над препятствием вследствие недостаточного клиренса (см. рис. 1.8, *а*) и упор носовой части вследствие недостаточного угла атаки (см. рис. 1.8, *б*). Оба случая бывают при выпуклых или вогнутых профилях, образованных двумя пересекающимися поверхностями.

Препятствие может быть описано полностью, если приведены все размеры профиля, как показано на рис. 1.9. Дальнейшее упрощение формы препятствий представлено на рис. 1.10 и приведено к комбинации уступа и выступа, т. е. канавы и насыпи. Подобная аппроксимация полезна, в частности, при оценке проходимости проектируемого трактора.

Прохождение колесным трактором выступа или порогового препятствия состоит в последовательном преодолении этого препятствия отдельными колесами, если выступающая носовая часть не упирается в выступ.

Рассмотрим преодоление выступа отдельным колесом, например ведущим, на которое действует толкающее усилие со стороны остова трактора. Допустим, что движение — установившееся; сопротивлением качению пренебрегаем ввиду его малости по сравнению с основным сопротивлением перекатыванию колеса через выступ. Для упрощения колесо и препятствие принимаем жесткими. В реальных условиях они податливы, что облегчает преодоление препятствия.

На колесо (рис. 9.7) действуют крутящий момент $M_к$, толкающая сила $F_к$, нагрузка на ось $G_к$ (задачу рассматриваем как плоскую) и реакции выступа (точка A) — нормальная $R_в$ и касательная $T_в$.

Так как колесо при преодолении выступа проскальзывает, имеем

$$T_в = \varphi_в R_в,$$

где $\varphi_в$ — коэффициент сцепления на выступе.

Составим уравнение моментов относительно точки A:

$$M_к + F_к(r - h) - G_к l = 0, \qquad (9.4)$$

где h — высота препятствия.

Поскольку $M_к = T_в r = \varphi_в R_в r$, $l = \sqrt{r^2 - (r-h)^2}$ и $R_в = F_к \sin\alpha + G_к \cos\alpha$, из уравнения (9.4) находим

$$h = \left[1 - \frac{1 - \varphi_в F_к / G_к}{\sqrt{(1+\varphi_в^2)\left(1 + \frac{F_к^2}{G_к^2}\right)}}\right] r, \qquad (9.5)$$

где $\sin\alpha = \frac{l}{r}$ и $\cos\alpha = \frac{r-h}{r}$.

Рассмотрим преодоление препятствия в форме выступа трактором с колесными формулами 4К2 и 4К4. Предположим, что нагрузка распределена равномерно по осям. Для трактора с колесной формулой 4К2

$$\varphi_в = 0; \quad G_к = \frac{1}{2} G;$$

$$F_к = \varphi G_к = \frac{1}{2} \varphi G,$$

где G — вес трактора; φ — коэффициент сцепления задних колес с грунтом.

Согласно формуле (9.5) получим

$$h_{max} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\varphi^2}}\right) r.$$

При $\varphi_в = 0{,}7$ $h_{max} = 0{,}3r$ или максимальная высота порога, преодолеваемого трактором с колесной формулой 4К2, составляет примерно 30 % радиуса колеса.

Для трактора с колесной формулой 4К4

$$F_к = \frac{1}{2} \varphi G; \quad G_к = \frac{1}{2} G.$$

Тогда

$$h_{max} = \left[1 - \frac{\varphi_в \varphi}{\sqrt{(1+\varphi_в^2)(1+\varphi^2)}}\right] r.$$

При $\varphi_в = \varphi = 0{,}7$ $h_{max} = 0{,}66r$. Следовательно, максимальная высота выступа, преодолеваемого трактором с колесной формулой 4К4, больше половины радиуса переднего колеса.

Таким образом, при преодолении препятствия проходимость полноприводных тракторов значительно выше, чем с приводом только на одни задние колеса.

Рассмотрим случай потери проходимости при упоре носовой части трактора в препятствие (9.8). Допустим, что трактор спускается в канаву. Глубина канавы h. Дно канавы наклонено к горизонту под углом β_1. Передняя часть трактора, обозначенная точкой A, выступает за ось переднего колеса на расстояние $L_1 = L$.

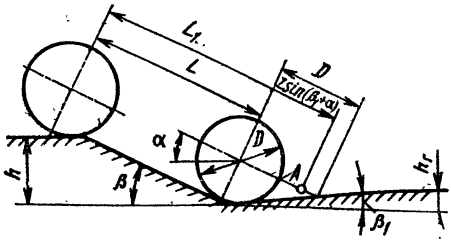


Рис. 9.8. Схема к определению проходимости через сложные препятствия

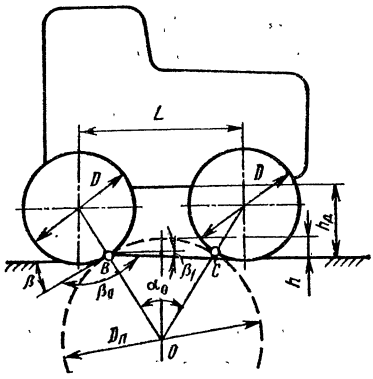


Рис. 9.9. Продольный клиренс трактора

Трактор теряет проходимость, если

$$\frac{D}{2\sin(\beta_1+\alpha)} \leqslant L_1 - L, \qquad (9.6)$$

где α — угол наклона продольной оси трактора в момент потери проходимости.

Для упрощения вывода уравнения передний выступ трактора расположим на линии, соединяющей центры колес; в общем случае он может располагаться на любом уровне, поэтому в формулу (9.6) необходимо внести соответствующие поправки. Неравенство может быть решено, если известен угол α, который определяют из следующего уравнения:

$$L\sin\alpha = h + 0{,}5D - \frac{0{,}5D\cos\alpha\,\mathrm{tg}\,\beta_1}{\sin(\beta_1+\alpha)} - \frac{0{,}5D\sin\alpha}{\sin(\beta_1+\alpha)}. \qquad (9.7)$$

После алгебраических и тригонометрических преобразований уравнения (9.7) получим

$$A\sin\alpha\cos\alpha + B\sin\alpha^2 - C\cos\alpha - E\sin\alpha = 0, \qquad (9.8)$$

где

$$A = L\sin\beta_1;\ B = L\cos\beta_1;$$

$$C = (h + 0{,}5D)\sin\beta_1 - 0{,}5D\,\mathrm{tg}\,\beta_1;$$

$$E = (h + 0{,}5D)\cos\beta_1 - 0{,}5D\,\mathrm{tg}\,\beta.$$

Уравнение (9.8) может быть решено на ЭВМ; при этом $0 < \alpha < \beta$. Например, при $L = 2{,}26$ м, $h = 1{,}25$ м, $D = 1{,}4$ м, $\beta = 11°$ угол α в момент потери проходимости равен 32°. Угол β может быть определен непосредственно из рис. 9.8:

$$(\mathrm{ctg}\,\beta + \mathrm{ctg}\,\beta_1)(0{,}5D + h + L\sin\alpha) -$$
$$- 0{,}5D(\cos\beta\,\mathrm{ctg}\,\beta + \cos\beta_1\,\mathrm{ctg}\,\beta_1) -$$
$$- 0{,}5D(\sin\beta + \sin\beta_1) = 0.$$

Рассчитывать угол β нет необходимости, так как его можно определить непосредственно из геометрии препятствия.

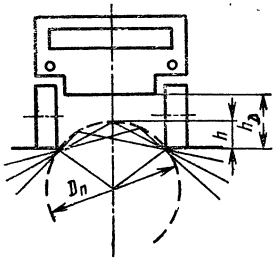


Рис. 9.10. Поперечный клиренс трактора

После определения α условие проходимости трактора для рассматриваемого случая будет выражено следующей формулой:

$$\frac{1{,}4}{2\sin(11^\circ + 32^\circ)} \leqslant L_1 - 2{,}26;$$

потеря проходимости наступает при $L_1 = 3{,}35$ м.

Таким образом, выступающая вперед часть трактора не должна быть больше $L_1 - L = 3{,}35 - 2{,}26 = 1{,}09$ м, иначе трактор задевает верхний слой препятствия, высота которого в горизонтальной плоскости будет $h_г$, а угол β_1.

Если высота $h_г$ мала и носовая часть трактора проходит над препятствием, то потери проходимости не происходит и канава преодолевается без взаимодействия носовой части трактора с препятствием, даже если

$$\frac{D}{2\sin(\beta_1 + \alpha)} = L_1 - L.$$

Если разность между $D/[2\sin(\beta_1 + \alpha)]$ и длиной носовой части $L_1 - L$ меньше нуля, то трактор передней частью упирается в откос канавы.

Рассмотрим случай потери проходимости вследствие касания днища трактора поверхности препятствия. Допустим, что трактор неподвижен, а перемещается поверхность грунта с выпуклым препятствием. Тогда траекторией движения точек препятствия является окружность диаметром $D_п$ (рис. 9.9). Установлено, что реальная траектория точек представляет собой спираль Паскаля, которая в первом приближении может аппроксимироваться окружностью. Точки B и C, которыми окружность касается колес, характеризуются углами α_0, и они определяют центр окружности диаметром $D_п$.

Окружность диаметром $D_п$ определяет максимальную высоту h препятствия, которое может разместиться между колесами (гусеницами) при рассмотрении поперечного клиренса (рис. 9.10). Если клиренс трактора h_D меньше высоты препятствия, т. е. $h_D < h$, то машина днищем касается поверхности препятствия. То же самое имеет место при рассмотрении поперечного клиренса. В теории трактора величину $D_п/2$ называют *радиусом продольной и поперечной проходимости.*

Определение этих радиусов позволяет оценить проходимость препятствия. Из рис. 9.9 видно

$$(D + D_п)\cos\alpha_0 = L; \qquad (9.9)$$

$$(\cos\beta_1 - \sin\alpha_0)/(2L/D - \cos\alpha_0 - \sin\beta_1) = \operatorname{tg}\beta_1, \qquad (9.10)$$

где $\beta_1 = \alpha_0 - (90^\circ - \beta)$.

Совместное решение уравнений (9.9) и (9.10) определяем как функцию:

$$D + D_{\text{п}} = \frac{2L^2 D(\cos\beta + \cos^2\beta)}{4L^2\sin^2\beta - D^2(\cos^2\beta - 2\cos\beta + 1)} + \\ + \left[\left(\frac{2L^2 D(\cos\beta + \cos^2\beta)}{4L^2\sin^2\beta - D^2(\cos^2\beta - 2\cos\beta + 1)}\right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{4L^2}{4L^2\sin^2\beta - D^2(\cos^2\beta - 2\cos\beta + 1)}\right]^{1/2}. \quad (9.11)$$

Условие потери проходимости определяется из уравнений (9.11) и (9.9). В соответствии с рис. 9.9 трактор теряет проходимость, если

$$h + \left(h_D - \frac{D}{2}\right) \leqslant \frac{D_n}{2}; \quad (9.12)$$

$$h = 0{,}5\,(D + D_n)\sin\alpha_0.$$

При совместном решении уравнений (9.11) и (9.12) условие проходимости имеет вид

$$h_D \leqslant 0{,}5\,(1 - \sin\alpha_0)\,(D + D_n).$$

Поскольку значение D_n определяется из уравнений (9.9) и (9.11),

$$h_D \leqslant 0{,}5\left[(D + D_n) - \sqrt{(D - D_n)^2 - L^2}\right].$$

Следует отметить, что уменьшение рабочих скоростей вследствие снижения проходимости трактора по случайным часто встречающимся неровностям определяется недопустимым уровнем колебаний частоты и ускорения.

Таким образом, влияние геометрии поверхности на проходимость трактора можно рассматривать по-разному. В одном случае проходимость можно рассматривать с точки зрения «трактор проходит» или «трактор не проходит», т. е. преодолевает или не преодолевает выступ, впадину или уклон. В другом случае проходимость трактора по часто встречающимся неровностям определяется снижением рабочей скорости движения.

При изучении движения тракторного агрегата препятствия не могут рассматриваться отдельно от трактора, его конструктивных форм, характеристики тягово-сцепных свойств, так как одни и те же препятствия оказывают разное влияние на проходимость малых и больших машин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Агейкин Я. С.** Проходимость автомобилей. М.: Машиностроение, 1981. 232 с.
2. **Антонов А. С.** Гусеничные машины. М.: Машиностроение, 1970. 352 с.
3. **Беккер М. Г.** Введение в теорию системы местность—машина. М.: Машиностроение, 1973. 519 с.
4. **Гуськов В. В.** Тракторы. Ч. II. Теория. Минск: Вышэйшая школа, 1977. 384 с.
5. **Динамика** системы дорога—шина/Под общей ред. А. А. Хачатурова. М.: Машиностроение, 1976. 536 с.
6. **Комиссарик С. Ф.** Гидравлические объемные трансмиссии. М.: Машиностроение, 1963. 238 с.
7. **Ксеневич И. П., Скотников В. А., Ляско М. И.** Ходовая система почва—урожай. М.: Агропромиздат, 1985. 304 с.
8. **Лефаров А. Х.** Дифференциалы автомобилей и тягачей. М.: Машиностроение, 1972. 232 с.
9. **Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А.** Динамика неголономных систем. М.: Наука, 1967. 520 с.
10. **Силаев А. А.** Спектральная теория подрессоривания транспортных машин. М.: Машиностроение, 1971. 241 с.
11. **Чудаков Д. А.** Основы теории и расчета трактора и автомобиля. М.: Колос, 1972. 475 с.

А

Автоколебания управляемых колес 297
Алгоритм расчета тяговой характеристики 174

Б

Баланс мощности гусеничного движителя 108
— — колеса 45
— — трактора 143
— тяговый гусеничного трактора 133
— — колесного трактора 81
Буксование 36

В

Время запаздывания срабатывания тормоза 307
— нарастания тормозного момента 307
— разгона (общее) 199
— реакции системы трактор—водитель 282

Г

Галопирование 314
Гидротрансформатор 178
Гистерезис 210
Грунт 6
— влажность абсолютная 7
— — относительная 7
— плотность 6
— состав гранулометрический 6
— структура 6
Грунтозацеп 65
Гусеница забегающая 248
— отстающая 248
Гусеничный обвод 100
— — ленточный 100
— — звенчатый 103

Д

Давление гусеницы на грунт 109
— — — максимальное 114
— — — минимальное 114
— — — среднее 114
— колеса на грунт 16
Движение криволинейное 207
— неустановившееся 83
— переносное поступательное 100
— прямолинейное 207
— относительное вращательное 100
— установившееся 83
— устойчивое 282
Движитель гусеничный 97
— колесный 33
— комбинированный 33
Деформация шины 39
— — окружная (тангенциальная) 39
— — поперечная (боковая) 39
— — радиальная (нормальная) 39
Диаметр приведенный 54
Диапазон нагрузок 163
— скоростей пониженный 168
— — транспортный 168
Дисперсия 28

Ж

Жесткость подвески 317
— — приведенная 320
— шины нормальная 40

З

Задание техническое 137
Замедление при торможении 304
Занос трактора 290
Зацепление гребневое 98
— зубовое 98
— цевочное 98

К

Качества общетехнические 5
— технико-экономические 5
— технологические (агротехнические) 4
— эксплуатационные 3
Кинематика качения колеса 34
— поворота гусеничного трактора 247
— — колесного трактора 214
Колебания вынужденные 315
— поступательно-вертикальные (подпрыгивание) 214
— — поперечные (пошатывание) 314
— — продольные (подергивание) 314
— собственные 315
— угловые боковые (рыскание) 314
— — поперечные (покачивание) 314
— — продольные (галопирование) 314
— частота 324
Колесо ведомое 33
— ведущее 33
— забегающее 90
— нестабилизированное 70
— неуправляемое 33
— отстающее 90
— стабилизированное 70
— тормозное 33
Концепция машины 137
Коэффициент блокировки дифференциала 226
— буксования 37
— возможной перегрузки 154
— демпфирования в подвеске 331
— деформации почвы 19
— жесткости шины 40
— запаса сцепления 143
— качения 44
— кинематического несоответствия 91
— момента 179
— нагрузки двигателя 158
— неравномерности движения гусеничного обвода 105
— объёмного смятия почвы 12
— относительной неравномерности давления 114
— приспособляемости двигателя 141
— скольжения 37
— — боковому уводу 40
— — воздуха 85
— структурности 9
— сцепления 57
— трансформации момента 178
— трения покоя 16
— — приведенный 19
— — скольжения 16
— эксплуатационной нагрузки двигателя 158
КПД буксования 58
— движителя 145
— привода ВОМ 144
— сопротивления движению 58
— трансмиссии 145
— тяговый 144, 146

М

Макропрофиль 26
Масса трактора вращающаяся 83
— — конструктивная 159
— — неподрессоренная 313
— — подрессоренная 313
— — эксплуатационная 159
Механизмы поворота 241
— — планетарно-фрикционные 241
— — фрикционные 241
Микропрофиль 26
— спектральная плотность 31
Модель агрегата динамическая 193
— базовая 4
Момент двигателя крутящий 156
— ведущий 106
— инерции 82
— опрокидывающий 79
— сопротивления качению 52
— — повороту 225
— стабилизирующий 79
— тормозной 306
Мощность двигателя максимальная 140
— — номинальная 140
— на крюке 143

Н

Нагрузка на шину нормальная 39
— — тангенциальная 40

О

Опрокидывание трактора 298

П

Плавность хода 313
Плотность грунта 6
— спектральная 31
Площадка контакта шины 78
Площадь лобовая 84
Поворачиваемость трактора 209

— динамическая 230
— избыточная 218
— недостаточная 218
— нейтральная 218
Поворот 207
— способы 210
— неустановившийся 273
— установившийся 260
Подвеска зависимая 316
— независимая 316
Полюс вращения 248
— трения 257
Преобразования Лапласа 238
Преодоление препятствия 365
Привод блокированный 89
— дифференциальный 89
Принцип Д'Аламбера 44
Проходимость трактора 348

Р

Радиус инерции подрессоренной массы 319
— колеса динамический (силовой) 42
— — качения (кинематический) 42
— — свободный (номинальный) 41
— — статический 42
— поворота трактора действительный 215
— — теоретический 215
Развал колеса 79
Разгон тракторного агрегата 189
Расчет тяговый 137
Реакция 43
— боковая 79
— вертикальная 43
— горизонтальная 43
— касательная 78
— нормальная 78
— равнодействующая 43

С

Сила боковая 78
— возмущающая 208
— инерции 44
— равнодействующая 43
— сопротивления воздуха 84
— — качению 44
— толкающая 43
— тяги (касательная) 57
— — на крючке 84
— тяжести 82
— управляющая 208
Система координации для трактора 314
Скольжение 36
Скорость действительная 38
— относительная 34
— переносная 34
— поворота трактора 248
— результирующая 35
— теоретическая 39
— трактора критическая 289
— угловая 34
Сопротивление внешнее 123
— внутреннее 118
— грунта сжатию 12
— — сдвигу 14
— тяговое 34
Степень неравномерности сопротивления тракторного агрегата 156
Схема информационно-поточная 173

Т

Траектория 35
Трансмиссия механическая 163
— гидродинамическая 178
— гидрообъемная 182
— ступенчатая 163
Типаж 4
Торможение, путь 304
— сила 304
— экстренное 304

У

Увод шины 41
Угол атаки 124
— охвата 36
— склона 90
Уплотняемость почвы 23
Управляемость 208
Уравнение Аппеля 275
— Лагранжа 235
Усилие тяговое номинальное 4
Ускорение колеса 36
— трактора 219
— угловое 43
Устойчивость трактора 280
— — курсовая 283
— — против заноса 290
— — — опрокидывания 298

Ф

Функция диссипативная 318
— корреляционная 29
— машины 137
— передаточная 338

Х

Характеристика амортизатора 318
— амплитудно-частотная 337
— двигателя 138
— — регуляторная 141
— — скоростная 138
— подвески 316
— теоретическая управляемости гусеничного трактора 270
— трактора тяговая 171
— — с гидродинамической трансмиссией 178
— — с гидрообъемной трансмиссией 182
— — с отбором мощности 186
— — со ступенчатой трансмиссией 172

Ц

Центр давления гусеничного движителя 302
— поворота трактора 214
Циркуляция мощности 92

Ч

Частота возмущения 30
— связи 325
— собственная 324
Число передаточное трансмисии 163

Ш

Шина пневматическая 33

Э

Эксплуатационные качества 4
— — общетехнические 5
— — технико-экономические 5
— — технологические 5
Энергия 83
— кинетическая 83
— потенциальная 323
Эпюра давления 115

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 3

Глава 1. Физико-механические и геометрические свойства грунтов 6

1.1. Классификация грунтов и их физические свойства 6
1.2. Структура почв 8
1.3. Механические характеристики грунтов 12
1.4. Геометрические свойства поверхности грунтов 25

Глава 2. Общая динамика колесных тракторов 33

2.1. Колесный движитель 33
2.2. Качение ведомого колеса 43
2.3. Работа ведущего колеса 55
2.4. Особенности работы колеса на склоне 70
2.5. Качение эластичного колеса с уводом 78
2.6. Тяговый баланс колесного трактора 81
2.7. Тяговая динамика тракторов со всеми ведущими колесами . . . 89

Глава 3. Общая динамика гусеничных тракторов 97

3.1. Гусеничный движитель. Основные понятия и определения . . . 97
3.2. Кинематика гусеничного движителя 100
3.3. Динамика гусеничного движителя 106
3.4. Распределение давления по длине опорной поверхности движителя 109
3.5. Сопротивление движению гусеничного движителя 118
3.6. Сцепление гусеничного движителя с грунтом 129
3.7. Тяговый баланс гусеничного трактора 133

Глава 4. Тяговый расчет трактора 137

4.1. Основные понятия и определения 137
4.2. Определение ведущих моментов и характеристика тракторного двигателя 139
4.3. Баланс мощности трактора и тяговый КПД 143
4.4. Сопротивление машин и орудий, агрегатируемых с трактором 152
4.5. Определение массы проектируемого трактора и номинальной мощности двигателя 159
4.6. Определение передаточных чисел ступенчатой трансмиссии . . . 163
4.7. Построение тяговой характеристики трактора 171
4.8. Разгон тракторного агрегата 189

Глава 5. Поворот колесного трактора 207

5.1. Основные понятия и определения 207
5.2. Способы поворота колесных тракторов 210
5.3. Кинематика поворота колесного трактора 214
5.4. Распределение тягового усилия по ведущим мостам и колесам трактора 220
5.5. Статическая поворачиваемость колесного трактора 227
5.6. Динамическая поворачиваемость колесного трактора 230
5.7. Уравнения движения многозвенного машинно-тракторного агрегата 235

Глава 6. Поворот гусеничного трактора 240

6.1. Основные понятия и определения 240
6.2. Классификация механизмов поворота 241
6.3. Кинематика поворота гусеничного трактора 247
6.4. Взаимодействие гусеничного движителя с грунтом при повороте трактора 252
6.5. Установившийся поворот гусеничного трактора 260
6.6. Кинематика и динамика механизмов поворота с одинарным потоком мощности 267
6.7. Теоретическая характеристика управляемости гусеничного трактора при установившемся повороте 270
6.8. Динамическая поворачиваемость гусеничного трактора 273

Глава 7. Устойчивость трактора 280

7.1. Основные понятия и определения. Критерии устойчивости . . . 280
7.2. Устойчивость движения трактора 283
7.3. Устойчивость трактора против заноса 290
7.4. Устойчивость движения управляемых колес 294
7.5. Устойчивость трактора от опрокидывания 298
7.6. Динамика торможения трактора и тракторного поезда 304

Глава 8. Плавность хода трактора 313

8.1. Основные понятия и определения 313
8.2. Подвески и их характеристики 316
8.3. Расчетные схемы систем подрессоривания 319
8.4. Собственные колебания трактора 322
8.5. Вынужденные колебания трактора 329
8.6. Амплитудно-частотные характеристики колебаний линейной динамической системы 337
8.7. Воздействие колебаний на водителя 341

Глава 9. **Проходимость трактора** 348

9.1. Основные понятия и определения 348
9.2. Проходимость по грунтам со слабой несущей способностью . . . 349
9.3. Способы повышения проходимости колесных тракторов 352
9.4. Проходимость в междурядьях пропашных культур 358
9.5. Геометрия грунтов и проходимость трактора 362

Список литературы 368
Предметный указатель 369

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Гуськов Валерий Владимирович,
Атаманов Юрий Евгеньевич,
Бочаров Николай Федорович,
Велев Никола Начков,
Ксеневич Иван Павлович,
Солонский Александр Степанович

ТРАКТОРЫ. ТЕОРИЯ

Редактор Ю. Н. Макарова
Обложка художника В. И. Мусиенко
Художественный редактор В. Д. Лыськов
Технические редакторы Н. В. Тимофеенко
и Л. П. Гордеева
Корректоры И. М. Борейша, Л. Я. Шабашова

ИБ № 4723

Сдано в набор 10.08.87. Подписано в печать 25.11.87. Т-21547. Формат 60×90 1/16. Бумага кн.-журнальная № 2, Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 23,5. Усл. кр.-отт. 23,5. Уч.-изд. л. 24,98. Тираж 25800 экз. Заказ 210. Цена 1 р. 10 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Машиностроение», 107076, Москва, Стромынский пер., 4

Ленинградская типография № 6 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгении Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
193144, г. Ленинград, ул. Моисеенко, 10.