

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ №3

### Составление оптимизационной задачи по сельхозорганизации

#### Пример 1.

1. Предприятие собирается возделывать озимые и яровые зерновые, зернобобовые, корнеплоды, многолетние и однолетние травы, имеет пастбища и сенокосы. В животноводстве хозяйство специализируется на производстве свинины. Для выполнения внутрихозяйственных работ будут использованы лошади. Наличие земельных угодий (га): пашня – 1255, сенокосы – 118, пастбища – 89. Объем трудовых ресурсов составит 400550 чел.-ч. Имеется возможность дополнительно привлечь сезонных работников в количестве до 10275 чел.-ч, неся затраты 0,5 у.д.е. за 1 чел.-ч.

2. Информация о развитии растениеводства дана в табл. 1.

Т а б л и ц а 1. Показатели растениеводческой отрасли

Культуры (угодья)	Урожайность, ц/га	В том числе		Затраты труда на 1 га, чел.-ч
		на корм скоту	товарная продукция	
Озимые продовольственные	26,0	2,0	20,95	26,60
Яровые фуражные	29,4	26,4	–	25,25
Зернобобовые:				
продовольственные	17,9	1,5	13,35	27,90
фуражные	17,9	14,9	–	27,90
Корнеплоды	333	333	–	346,50
Многолетние травы на:				
травяную муку	25,1	25,1	–	25,25
сено	37,2	37,2	–	20,10
сенаж	62,8	62,8	–	18,75
зеленый корм	135,5	135,5	–	18,20
Однолетние травы на зеленый корм	111	111	–	20,75
Сенокосы на сено	22,8	22,8	–	18,20
Пастбища на зеленый корм	86,5	86,5	–	15,05

3. Данные о состоянии отрасли животноводства характеризует табл. 2.

Т а б л и ц а 2. Информация по животноводству

Животные	Продуктивность, ц	Расход на 1 гол.		Затраты труда на 1 гол., чел.-ч
		ц к.ед.	ц п.п.	
Свиньи	1,97	6,83	0,7	27,26
Лошади	-	31,5	3,6	68,3

4. С учетом требований севооборотов и мощности животноводческих помещений установлены технологические ограничения на размеры отраслей:

а) площадь посева зерновых и зернобобовых должна составить не менее 40% и не более 57,3% от пашни; б) площадь посева озимых должна быть не более 555 га, зернобобовых – не менее 51 га; в) поголовье свиней должно составлять от 855 до 1000 голов; г) поголовье лошадей равно 47 голов.

5. Расход кормов на внутрихозяйственные нужды для развития личного подсобного хозяйства населения, ц: концентраты – 1455, сено – 2207ц.

6. Нормы кормления для поголовья животных в расчете на 1 среднегодовую голову отражены в табл. 3.

Т а б л и ц а 3. Питательность кормов и нормы скармливания, ц

Корма	Свиньи		Лошади	Содержание в 1 ц корма	
	не менее	не более		ц к.ед.	ц п.п.
Концентраты	4,3	8,1	9,5	1,0	0,125
Травяная мука	0,5	7,55	-	0,68	0,091
Корнеплоды	0,4	2,25	4	0,13	0,01
Зеленый корм	0,2	3,1	40	0,19	0,022
Сено	-	-	23,5	0,45	0,049
Сенаж	-	-	11,9	0,28	0,029
ЗЦМ	0,1	0,38	-	2,02	0,221
Обрат	0,5	1,75	-	0,13	0,035
Мясокостная мука	0,05	1,9	-	1,04	0,341

7. Коммерческий отдел предусматривает покупку кормов для предприятия:

концентратов из комбикормового завода – до 244 ц; заменителя цельного молока (ЗЦМ) и обрата из молочного комбината соответственно до 474 и до 580 ц; мясокостной муки из мяскокомбината – до 193 ц. Цена единицы покупных кормов (у.д.е. за 1 ц): концентраты – 150; ЗЦМ – 170; обрат – 8; мясокостная мука – 110.

8. Сельхозорганизация будет реализовывать зерно и свинину в счет договорных поставок не менее 2044 ц и 1078 ц соответственно. Кроме того, служба маркетинга районного управления сельского хозяйства и продовольствия предлагает для сельхозорганизации сбыт зерна и свинины по рыночным каналам – соответственно до 344 и до 282 ц.

9. Планируемая прибыль от реализации каждого вида продукции (у.д.е. за 1 ц):

зерно в счет договорных поставок – 4; зерно по рыночным каналам – 4,5; свинина в счет договорных поставок – 10; свинина по рыночным каналам – 14.

Введем неизвестные величины задачи, которые можно сгруппировать следующим образом.

1. Оптимальные размеры в растениеводстве и животноводстве:  $x_1$  – площадь озимых продовольственных, га;  $x_2$  – площадь яровых фуражных, га;  $x_3$  – площадь зернобобовых продовольственных, га;  $x_4$  – площадь зернобобовых фуражных, га;  $x_5$  – площадь корнеплодов, га;  $x_6$  – площадь многолетних трав на травяную муку, га;  $x_7$  – площадь многолетних трав на сено, га;  $x_8$  – площадь многолетних трав на сенаж, га;  $x_9$  – площадь многолетних трав на зеленый корм, га;  $x_{10}$  – площадь однолетних трав на зеленый корм, га;  $x_{11}$  – площадь сенокосов для получения сена, га;  $x_{12}$  – площадь пастбищ на зеленый корм, га;  $x_{13}$  – поголовье свиней, гол.;  $x_{14}$  – поголовье лошадей, гол.

2. Оптимальное количество покупных ресурсов (кормов, труда):  $x_{15}$  – объем сезонных работников, чел.-ч;  $x_{16}$  – поставка концентратов из комбикормового завода, ц;  $x_{17}$  – поставка ЗЦМ, ц;  $x_{18}$  – поставка обрата, ц;  $x_{19}$  – поставка мясокостной муки из мяскокомбината, ц.

3. Скользящая переменная по кормам на всё поголовье свиней, за счет которой (добавки) норма скармливания корма животному может быть увеличена в пределах от минимума до максимума и составит оптимальную величину (ц):  $x_{20}$  – скользящая переменная или добавка концентратов для поголовья свиней;  $x_{21}$  – добавка травяной муки для свиней;  $x_{22}$  – добавка корнеплодов для свиней;  $x_{23}$  – добавка зеленого корма для свиней;  $x_{24}$  – добавка ЗЦМ для свиней;  $x_{25}$  – добавка обрата для свиней;  $x_{26}$  – добавка мясокостной муки для свиней.

4. Оптимальные объемы сбыта продукции потребителям с учетом предполагаемых каналов (ц):  $x_{27}$  – сбыт зерна в счет договорных поставок;  $x_{28}$  – сбыт зерна на рынке;  $x_{29}$  – сбыт свинины в счет договорных поставок;  $x_{30}$  – сбыт свинины на рынке.

Далее записываются ограничения экономико-математической задачи, первая группа которых описывает использование сельхозугодий.

I. Сумма площадей сельскохозяйственных культур, возделываемых на данном виде сельхозугодий, не должна превышать площади этих угодий. По пашне:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \leq 1255.$$

Аналогично нужно записать условия 2 и 3 (по сенокосам и пастбищам).

II. Вторая группа ограничений включает использование трудовых ресурсов. Затраты труда на развитие отраслей растениеводства и животноводства не должны превышать наличие труда в организации с учетом его привлечения.

4. По труду: 
$$26,6x_1 + 25,25x_2 + 27,9x_3 + 27,9x_4 + 346,5x_5 + 25,25x_6 + 20,1x_7 + 18,75x_8 + 18,2x_9 + 20,75x_{10} + 18,2x_{11} + 15,05x_{12} + 25,26x_{13} + 68,3x_{14} \leq 400550 + x_{15}.$$

5. Привлеченный труд должен быть ограниченным. Условие на привлеченный труд:  $x_{15} \leq 10275.$

III. Третья группа ограничений включает баланс кормов. Нормы расхода (минимальная или фиксированная) отдельного вида корма, умноженные на поголовье соответствующих групп животных по всем видам и половозрастным группам животных, с учетом скользящих переменных (добавок корма), не должны превышать объема собственного производства корма, с учетом возможной покупки и расхода его для нужд населения.

6. По балансу концентратов

$$4,3x_{13} + x_{20} + 9,5x_{14} \leq 2x_1 + 26,4x_2 + 1,5x_3 + 14,85x_4 + x_{16} - 1455.$$

Далее аналогично записывают условия 7 – 11 по балансу травяной муки, корнеплодов, зеленого корма, сена и сенажа. Баланс кормов животного происхождения, являющихся покупными ресурсами, записывается со знаком равно.

12. По балансу ЗЦМ 
$$0,1x_{13} + x_{24} = x_{17}.$$

Таким образом, записываются условия 13 и 14 по балансу обраты и мясокостной муки.

IV. Группа ограничений на объем покупки кормов.

15. Ограничение по максимальному количеству покупки концентратов

$$x_{16} \leq 244.$$

Аналогично ограничиваем количество покупки других кормов, записывая условия 16 – 18.

V. Пятую группу составляют ограничения на скользящие переменные, т.е. добавка корма для животных не должна превышать разности между максимальной и минимальной нормами кормления на голову, умноженной на поголовье.

19. Ограничение на добавку концентратов для поголовья свиней

$$x_{20} \leq (8,1 - 4,3) \cdot x_{13}.$$

Такие же условия нужно записать по каждой добавке других кормов (20 – 25).

VI. В шестую группу входят ограничения по балансу питательных веществ, где в левой части находится расход питательных веществ для всего поголовья каждого вида скота, а в правой – наличие питательных веществ в кормах предприятия.

26. По балансу кормовых единиц

$$6,83 \cdot x_{13} + 31,5x_{14} \leq (2x_1 + 26,4x_2 + 1,5x_3 + 14,85x_4 + x_{16} - 1455) \cdot 1,0 + 25,1x_6 \cdot 0,68 + 333x_5 \cdot 0,13 + (135,5x_9 + 111x_{10} + 86,5x_{12}) \cdot 0,19 + (37,2x_7 + 22,75x_{11} - 2208) \cdot 0,45 + 62,75x_8 \cdot 0,28 + 2,02x_{17} + 0,13x_{18} + 1,04x_{19}.$$

Ограничение 27 (по балансу переваримого протеина) нужно записать аналогичным образом.

VII. Седьмая группа включает ограничения по содержанию питательных веществ в добавках кормов для отдельных видов животных. В левой части – разность между потребностью в питательном веществе на 1 голову животного и содержанием этого вещества в рационе по минимальной норме, умноженная на поголовье животного, в правой – содержание питательного вещества в добавках кормов для данного вида животного.

28. По содержанию кормовых единиц в добавках кормов для поголовья свиней

$$[6,83 - (4,3 \cdot 1 + 0,5 \cdot 0,68 + 0,4 \cdot 0,13 + 0,2 \cdot 0,19 + 0,1 \cdot 2,02 + 0,5 \cdot 0,13 + 0,05 \cdot 1,04)] \cdot x_{13} \leq x_{20} \cdot 1,0 + x_{21} \cdot 0,68 + x_{22} \cdot 0,13 + x_{23} \cdot 0,19 + x_{24} \cdot 2,02 + x_{25} \cdot 0,13 + x_{26} \cdot 1,04.$$

Таким образом, записывают ограничение 29 – по содержанию переваримого протеина в добавках кормов для поголовья свиней.

VIII. Восьмая группа включает ограничения на размеры отраслей растениеводства и животноводства.

30. По площади посева зерновых и зернобобовых (нижняя граница)

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 0,4 \cdot 1255.$$

Далее нужно записать условия 31 – 36, где учитываются минимальные и максимальные размеры площадей и поголовья (зерновых и зернобобовых, озимых зерновых, зернобобовых, свиней, лошадей).

IX. В девятую группу входят ограничения по сбыту продукции, где производство товарной продукции распределяется по различным каналам реализации.

37. По сбыту зерна

$$20,95x_1 + 13,35x_3 = x_{27} + x_{28}.$$

Аналогичным образом нужно записать ограничения по сбыту свинины (38).

X. По предельным объемам сбыта продукции по различным каналам реализации.

39. По количеству сбываемого зерна в счет возможных договорных поставок

$$x_{27} \geq 2044.$$

Следующие ограничения (40-42) описывают предельные объемы сбыта зерна на рынке и свинины в счет договорных поставок и рыночных продаж.

Цель решения задачи – получение максимума прибыли за вычетом издержек на приобретение ресурсов:

$$F_{\max} = 4,55x_{27} + 7,1x_{28} + 21x_{29} + 23,5x_{30} - 0,5x_{15} - 144,5x_{16} - 164,5x_{17} - 13,5x_{18} - 204,5x_{19}..$$

После этого производим вычисления в ограничениях задачи, переносим переменные в левую часть уравнений или неравенств, заносим информацию в матрицу. Данная экономическая задача с 30 переменными и 42 ограничениями решается на персональном компьютере с использованием стандартных пакетов прикладных программ.

Анализ оптимального решения показал, что площади пашни, сенокосов и пастбищ будут использоваться полностью, а собственных трудовых ресурсов достаточно для эффективного функционирования.

Информация по оптимальной структуре посевов представлена в табл. 4. Оптимальное поголовье животных составит: свиней – 855 голов; лошадей – 47 голов. В процессе решения сформированы оптимальные рационы в отрасли свиноводства, определен рациональный объем закупаемых кормов.

Т а б л и ц а 4. Размер и структура площадей

Культуры, угодья	Площадь, га	Структура, %
Озимые зерновые	497	39,6
Яровые зерновые	171	13,6
Зернобобовые	51	4,1
Корнеплоды	2	0,1
Многолетние травы на:		
сено	17	1,4
сенаж	9	0,7
травяную муку	508	40,5

Предприятие реализует 11087 ц зерна, в том числе 3,1 % в счет рыночных продаж, а также 1684 ц свинины, в том числе 16,7 % на рынке. Максимальная прибыль по проекту составит 58760 у.д.е. Нужно иметь в виду, что полученная программа легко поддается корректировке. Например, изменяя в матрице значения отдельных ресурсов (земля, работники, корма и др.), а также ценовые параметры, можно получить новые варианты задачи.