ВВЕДЕНИЕ

При изучении данной темы особое внимание следует уделить приобретению навыков решения задач. Для этого, изучив теоретическую часть, надо обязательно разобраться в решениях приведенных задач, обратив особое внимание на методические указания к их решению. Примеры для самостоятельного решения подобраны таким образом, чтобы их мог решить любой студент, начинающий самостоятельное изучение данной темы.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики / С. М. Тарг. – Москва: Высш. шк., 2010. – 416 с.

2. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики. Статика. Кинематика. Динамика / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – Москва: КноРус, 2011. – 608 с.

3. Горбач, Н. И. Теоретическая механика. Динамика: учеб. пособие / Н. И. Горбач. – Минск: Высш. шк., 2012. – 320 с.

4. Мещерский, И. В. Сборник задач по теоретической механике / И. В. Мещерский. – Москва: Наука, 2008. – 448 с.

5. Митюшов, Е. А. Теоретическая механика / Е. А. Митюшов, С. А. Берестова. – Ижевск: Ин-т компьют. исслед., 2006. – 175 с.

6. Лачуга, Ю. Ф. Теоретическая механики / Ю. Ф. Лачуга, В. А. Ксендзов. – Москва: КолосС, 2010. – 575 с.

1. ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА ДЛЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ. СИЛА ИНЕРЦИИ

Принцип Даламбера для материальной точки можно получить, воспользовавшись вторым законом динамики. Для несвободной материальной точки массой m, движущейся с ускорением $\bar{a}$, под действием равнодействующих активных сил $\bar{F}$ и силы реакции связи $\bar{R}$ можно записать

$$m\bar{a} = \bar{F} + \bar{R}. \tag{1}$$

Так как $m\bar{a}$ имеет размерность силы, то, поступая формально, выражение (1) перепишем в следующем виде:

$$\bar{F} + \bar{R} + (-m\bar{a}) = 0.$$

Произведение $(-m\bar{a})$ обозначим буквой $\bar{\Phi}$ и эту векторную величину назовем силой инерции. Тогда окончательно получаем

$$\bar{F} + \bar{R} + \bar{\Phi} = 0. \qquad (2)$$

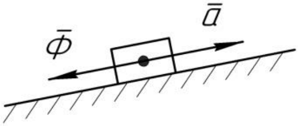
Уравнение (2) выражает собой принцип Даламбера для несвободной материальной точки, который формулируется следующим образом: **если в любой момент времени к материальной точке наряду с активными силами и силой реакции связи условно приложить силу инерции, то геометрическая сумма этих сил равна нулю.**

Из сказанного следует, что сила инерции материальной точки при ее движении как бы уравновешивает активные силы и силу реакции связи. И действительно, уравнение (2) по форме аналогично уравнению равновесия системы сходящихся сил в статике. Однако отмеченное равновесие условное, так как в действительности сила инерции к точке не приложена. Она приложена к телу, которое сообщает точке ускорение.

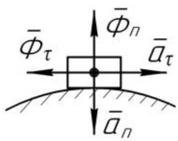
Итак, сила инерции является силой действия материальной точки на тело, сообщающее ей ускорение. По величине сила инерции равна массе материальной точки, умноженной на ее ускорение, а вектор силы инерции (рис. 1, *а*) всегда направлен в сторону, противоположную вектору ускорения.

$$\bar{\Phi} = -m\bar{a}.$$

Если точка движется по заданной криволинейной траектории, то ее ускорение удобнее определять как сумму двух слагаемых – нормального $\bar{a}_n$ и касательного $\bar{a}_\tau$. Тогда и силу инерции также необходимо представить в виде двух составляющих (рис. 1, *б*) – нормальной $\bar{\Phi}_n = -m\bar{a}_n$ и касательной $\bar{\Phi}_\tau = -m\bar{a}_\tau$. Направляют эти векторы противоположно векторам соответствующих ускорений.



а



б

Рис. 1

Следует иметь в виду, что введение силы инерции и, как результат, получение уравнения (2), аналогичного уравнению равновесия, не сводит динамический характер движения к статическому. При ускоренном движении материальной точки равновесия ее не может быть. Такой прием позволяет лишь записать уравнения динамики в форме уравнений статики. А это, в свою очередь, дает возможность формально решать задачи динамики методами статики. Рассмотрим сказанное на примере.

Пример 1. Ленточный транспортер (рис. 2), наклоненный под углом α к горизонту, используется для загрузки зерна. Требуется определить минимальную угловую скорость вращения ведущего шкива радиуса *R*, при которой частица зерна массой *m* отделяется от ленты в месте набегания ленты на шкив.

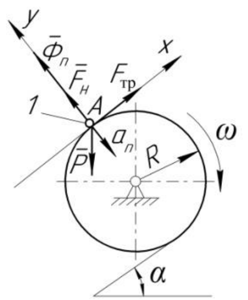


Рис. 2

Решение. 1. Рассматриваем движение частицы зерна, изобразив ее в точке *A* набегания ленты барабана.

2. Освобождаем частицу от связи (ленты) и прикладываем к ней реакции: нормальную $\bar{F}_{н}$ и силу трения $\bar{F}_{тр}$. Из активных сил на частицу действует сила тяжести $\bar{P}$.

3. Прикладываем силы инерции к частице. Так как угловая скорость шкива постоянна, то в точке начала перегиба ленты частица имеет только нормальное ускорение $\bar{a}_n$, поэтому к частице прикладываем только нормальную силу инерции $\bar{\Phi}_n$, направив ее противоположно ускорению.

4. Выбираем оси координат, как показано на рисунке.

5. Так как отрыв частицы произойдет в направлении оси y, то составляем уравнение проекций всех сил на эту ось

$$\Sigma F_y = 0,\ F_н + \Phi_n - P\cos\alpha = 0,$$

где $\Phi_n = ma_n = m\omega^2 R$.

В момент отделения частицы от ленты нормальная реакция $F_н = 0$. Следовательно, с учетом сказанного, уравнение примет вид

$$m\omega^2 R - mg\cos\alpha = 0.$$

Отсюда находим

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}\cos\alpha}.$$

Из полученного результата вытекает вывод: скорость, необходимая для отрыва частицы, не зависит от ее массы, т. е. при вращении шкива с полученной угловой скоростью частица любой массы будет отрываться в точке набегания ленты на шкив.

2. ПРИНЦИП ДАЛАМБЕРА ДЛЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ. МЕТОД КИНЕТОСТАТИКИ

Распространение принципа Даламбера на механическую систему сводится к применению его к каждой материальной точке.

Выделим из системы какую-нибудь материальную точку массой m_k и обозначим равнодействующую всех внешних сил, активных сил и реакций, действующих на нее, – $\bar{F}_k$, а равнодействующую внутренних сил – $\bar{F}_k^i$. Тогда, если к точке приложить силу инерции $\bar{\Phi}_k = -m_k\bar{a}_k$, на основании принципа Даламбера будем иметь

$$\bar{F}_k + \bar{F}_k^i + \bar{\Phi}_k = 0. \qquad (3)$$

Число таких уравнений будет соответствовать числу точек системы. Если их n, то $k = 1, 2, \ldots, n$. Следовательно, для несвободной механической системы принцип Даламбера может быть сформулирован следующим образом: ***в любой момент времени геометрическая сумма внешних, внутренних и условно приложенных сил инерции к каждой материальной точке несвободной механической системы***

равна нулю. Такая система сил будет уравновешенной и к ней можно применять все уравнения статики.

Однако для практического использования принцип Даламбера в форме уравнения (3) неудобен из-за большого числа уравнений (по числу точек системы). Более приемлемую форму уравнений можно получить, если системы сил привести к простейшему виду, как это выполнялось в статике.

С учетом сказанного, учитывая, что геометрическая сумма внутренних сил и сумма их моментов равны нулю, систему уравнений (3) можно заменить следующими двумя:

$$\Sigma \bar{F}_k + \Sigma \bar{\Phi}_k = 0;$$

$$\Sigma \bar{M}_0(F_k) + \Sigma \bar{M}_0(\Phi_k) = 0. \qquad (4)$$

Уравнения (4) показывают, что в любой момент времени для несвободной механической системы ***геометрические суммы внешних (активных и реакций связей), сил и сил инерции равны нулю и геометрические суммы моментов внешних сил и сил инерции относительно любого неподвижного центра также равны нулю***.

Векторным уравнениям (4) соответствуют шесть алгебраических уравнений, представляющих собой суммы проекций сил на координатные оси и суммы моментов сил относительно каждой из координатных осей:

$$\Sigma F_{kx} + \Sigma \Phi_{kx} = 0;$$

$$\Sigma F_{ky} + \Sigma \Phi_{ky} = 0;$$

$$\Sigma F_{kz} + \Sigma \Phi_{kz} = 0;$$

$$\Sigma M_x(\bar{F}_k) + \Sigma M_x(\bar{\Phi}_k) = 0; \qquad (5)$$

$$\Sigma M_y(\bar{F}_k) + \Sigma M_y(\bar{\Phi}_k) = 0;$$

$$\Sigma M_z(\bar{F}_k) + \Sigma M_z(\bar{\Phi}_k) = 0.$$

Уравнения (5) называют основными уравнениями кинетостатики. Метод же решения задач, основанный на их применении, называют методом кинетостатики.

Если активные силы, реакции связей и силы инерции образуют произвольную плоскую систему сил, то число уравнений (5) уменьшится до трех: два уравнения проекций сил на координатные оси и одно уравнение моментов сил относительно любой точки плоскости.

$$\Sigma F_{kx} + \Sigma \Phi_{kx} = 0;$$
$$\Sigma F_{ky} + \Sigma \Phi_{ky} = 0; \qquad (6)$$
$$\Sigma M_O(F_k) + \Sigma M_O(\Phi_k) = 0.$$

Уравнения (5) или (6) по своей форме аналогичны уравнениям равновесия статики. Отсюда и вытекает общность методики решения задач динамики системы на основании принципа Даламбера с методикой решения задач статики.

2.1. Приведение сил инерции точек твердого тела к простейшему виду

Приведение системы сил инерции точек твердого тела к простейшему виду можно выполнять так же, как в статике приводились физические силы к главному вектору и к главному моменту. В динамике в качестве центра приведения сил инерции удобно выбирать центр масс тела. При приведении сил инерции точек твердого тела к центру масс или к любой другой точке O получается главный вектор $\bar{\Phi}_O$, называемый в дальнейшем силой инерции тела, и главный вектор-момент $\bar{M}_O^u$, называемый моментом сил инерции относительно центра приведения.

Сила инерции тела определяется как произведение массы тела на ускорение $a_с$ центра масс и направляется всегда в сторону, противоположную вектору ускорения.

$$\bar{\Phi} = -m\bar{a}_с. \qquad (7)$$

Величина силы инерции не зависит от центра приведения и всегда равна $\Phi = ma_с$.

Момент сил инерции зависит от центра приведения и равен производной от вектора-момента количества движения относительно центра, взятой с обратным знаком.

$$\bar{M}_O^u = -\frac{d\bar{K}_O}{dt}. \qquad (8)$$

Формулы (7) и (8) дают общий метод определения сил и моментов сил инерции твердого тела. В частных случаях движения твердого тела его силы инерции определяются более просто. Методика их определения зависит от вида движения тела. Рассмотрим эти случаи при условии приведения сил инерции к центру масс тела.

1. Тело движется поступательно. В этом случае угловая скорость тела равна нулю. Тогда $\bar{K}_C = 0$, а следовательно, и $\bar{M}_C^и = 0$. Сила же инерции тела, если оно движется прямолинейно, равна $\Phi = ma_c$ и приложена в центре масс. Если центр масс описывает криволинейную траекторию, то силу инерции удобно представлять в виде двух составляющих – касательной $\Phi_\tau = ma_c^\tau$ и нормальной $\Phi_n = ma_c^n$, как и для точки (см. рис. 1).

Векторы $\bar{\Phi}$, $\bar{\Phi}_\tau$ и $\bar{\Phi}_n$ направляют противоположно соответствующим ускорениям.

2. Тело вращается с переменной угловой скоростью вокруг неподвижной оси, параллельной оси симметрии и не проходящей через его центр масс. При таком движении (рис. 3, *а*) в центре масс тела необходимо приложить касательную и нормальную силы инерции. Кроме того, так как угловое ускорение $\varepsilon \neq 0$, то необходимо приложить момент сил инерции, равный по модулю

$$M^и = I_{zc}\varepsilon, \tag{9}$$

где I_{zc} – момент инерции тела относительно оси z_c, параллельной оси вращения *b*, проходящей через центр масс. Направляют $M^и$ противоположно угловому ускорению (рис. 3, *а*).

3. Тело вращается вокруг оси симметрии, проходящей через центр масс (рис. 3, *б*). К нему необходимо приложить момент сил инерции $M^и$, величина которого определяется по формуле (9).

Сила инерции в рассматриваемом случае равна нулю, так как ускорение центра масс равно нулю.

4. Однородный стержень равномерно вращается вокруг неподвижной оси (рис. 3, *в*). В этом случае к стержню необходимо приложить нормальную силу инерции, по величине равную произведению массы стержня на нормальное ускорение центра масс. Но линия действия силы должна проходить не через центр масс стержня, а через геометрический центр фигуры, образованной силами инерции точек стержня.

В приведенном примере – через центр C_1 треугольника ABD.

$$\Phi_n = ma_c^n = m\omega^2 KC,$$

где KC – расстояние от центра масс стержня до оси вращения тела.

Если стержень вращается ускоренно, то к нему надо приложить еще и касательную силу инерции, определяемую по тем же правилам, что и нормальную.

$$\Phi_\tau = ma_c^\tau = m\varepsilon KC.$$

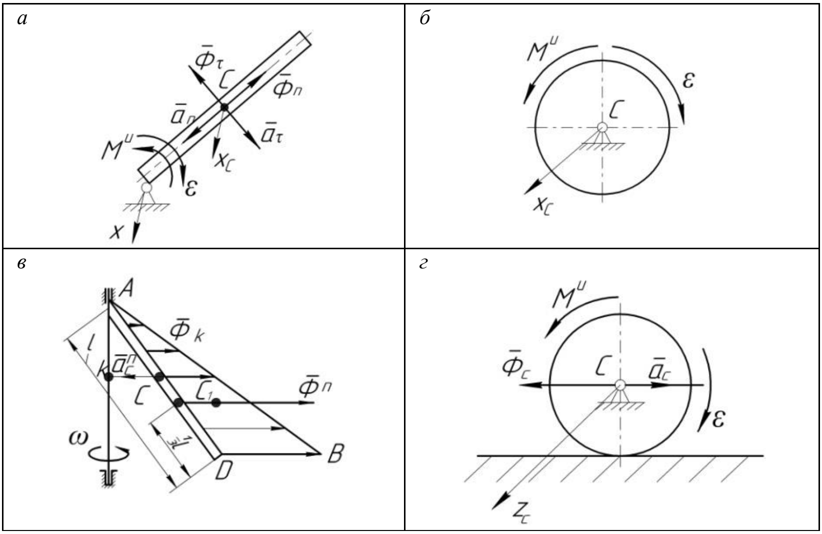


Рис. 3

5. Тело движется плоскопараллельно (рис. 3, *г*). При таком движении к нему необходимо приложить силу инерции в центре масс и момент сил инерции. Величины и направления их определяются, как и в случае вращения тела вокруг оси, не проходящей через центр масс.

$$\Phi = ma_c; \;\; M^u = I_{zc}\varepsilon.$$

Задание 1. В целях приобретения практических навыков по определению сил инерции тел в случаях простейших движений выполните задание 1, расчетные схемы для которого приведены на рис. 4. Порядковые номера условий к расчетным схемам, приведенные ниже, соответствуют их номерам на рис. 4.

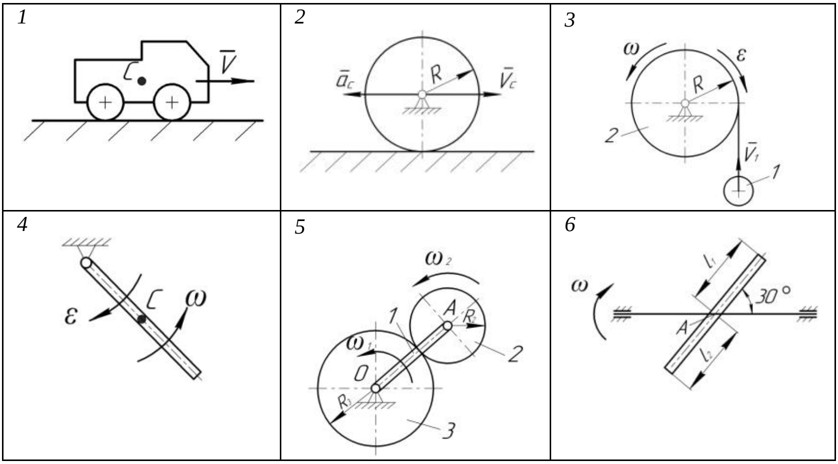


Рис. 4

1. Автомобиль массой m = 1 т в момент торможения движется с замедлением a = 2 м/с^2. Требуется определить величину и показать направление вектора силы инерции автомобиля (Ф = 2000 Н, $M^и$ = 0).

2. Колесо массой m = 100 кг и радиусом R = 0,6 м катится без проскальзывания по ровной поверхности замедленно. Считая колесо сплошным однородным диском, нужно приложить к нему необходимые силы инерции и определить их величины, если $a_с$ = 2 м/с^2 (Ф = 200 Н; $M^и$ = 60 Н · м).

3. Груз массой m_1 = 100 кг подвешен на нерастяжимом тросе, второй конец которого намотан на барабан *2* массой m_2 = 10 кг и радиусом R = 0,2 м. Направление вращения барабана показано на рисунке. Массой троса следует пренебречь, а барабан считать сплошным однородным диском. Требуется приложить к грузу и барабану необходимые силы инерции и определить их величины при условии, что ε = 10 с$^{-2}$ ($M_2^и$ = 2 Н · м; Ф$_1$ = 200 Н; Ф$_2$ = 0).

4. Однородный стержень массой m = 12 кг и длиной l = 1 м вращается вокруг горизонтальной оси O так, что в изображенном на схеме

положении его угловая скорость и угловое ускорение соответственно равны: ω =10 c^{-1}, ε = 10 c^{-2}. Требуется приложить к стержню необходимые силы инерции и определить их величины (Φ_c^τ = 60 Н; Φ_c^n = 600 Н; M^u = 10 Н · м).

5. Планетарный механизм состоит из кривошипа *ОА* длиной l = 0,6 м и массой m_1 = 4 кг. В точке *А* кривошип шарнирно соединен с зубчатым колесом *2* массой m_2 = 3 кг и радиусом R_2 = 0,2 м. Колесо *2* может обкатываться по неподвижному колесу *3*. Кривошип вращается с постоянной угловой скоростью ω_1 = 100 c^{-1}. Считая кривошип тонким однородным стержнем, а колесо *2* сплошным однородным диском, нужно определить величины и приложить необходимые силы инерции к движущимся телам (Φ_1^n = 12 кН; Φ_1^τ = 0; M_1^u = 0; Φ_2^τ = 0; Φ_2^n = 18000 Н; M_2^u = 0).

6. Тонкий однородный стержень массой m = 6 кг жестко прикреплен к горизонтальному валу в точке *А*. Вал вращается с постоянной угловой скоростью ω = 40 c^{-1}. Нужно определить величины и направления сил инерции стержня, если l_1 = 0,2 м, l_2 = 0,4 м (так как ускорения частей стержня направлены в разные стороны, то силы инерции необходимо прикладывать к каждой из них) (Φ_1 = 320 Н; Φ_2 = 1280 Н; M^u = 0).

В качестве примера определим силы инерции звеньев механизма, изображенного на схеме *5* (рис. 4). Так как кривошип *1* равномерно вращается вокруг шарнира *0*, то касательные ускорения всех его точек, равные нулю (ε_1 = 0), будут только нормальные ускорения. Следовательно: Φ_1^τ = 0; M_1^u = 0; $\Phi_1^n = m_1 a_c^n = m_1\omega^2 l / 2 = 4 \cdot 100^2 \cdot 0{,}6 / 2 = 12000$ Н. Сила инерции Φ_1^n должна быть приложена в центре масс кривошипа (на расстоянии l / 2 от точки 0) и направлена в сторону точки *А*.

Колесо *2* совершает плоское движение с постоянной угловой скоростью. Так как касательное ускорение точки *А* равно нулю, то: Φ_2^τ = 0; $M_2^u = 0; \Phi_2^n = m_2 a_A^n = m_2\omega_1^2 l = 3\ 100^2 \cdot 0{,}6 = 18000$ Н.

3. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Методика решения задач с помощью принципа Даламбера требует расчленения системы на части или отдельные тела. Особенно удобен метод кинетостатики при определении реакций связей.

Решать задачи с помощью принципа Даламбера рекомендуется в определенной последовательности.

1. Выбрать тело или механическую систему, движение которых необходимо рассмотреть. Сложные системы целесообразно расчленять на части.

2. Изобразить тело или систему в необходимом положении. Если определяется закон движения или закон изменения каких-то величин в функции времени, то систему необходимо изображать в произвольном промежуточном положении. Если же необходимо определить какие-то параметры (ускорение, скорость, силу и др.) в определенный момент времени, то систему необходимо изображать в положении, соответствующем этому моменту времени. Указать направления осей координат.

3. Освободить выбранное тело или систему тел от связей, заменив их действие силами реакций связей, и приложить активные силы.

4. Установить направление ускорений тел и приложить соответствующие силы инерции к каждому из них противоположно ускорениям.

5. Составить необходимые уравнения кинетостатики в форме уравнения (5) или (6) для системы в целом или для каждого тела, если она расчленялась.

6. Выразить все ускорения точек или тел, входящие в записанные уравнения, через какое-нибудь одно ускорение (как правило, которое задано или требуется определить) и решить полученную систему уравнений относительно неизвестных величин. При этом необходимо иметь в виду, что число неизвестных не должно превышать число уравнений.

Рассмотрим приведенную методику решения задач на конкретных примерах.

Пример 1. Лебедка (рис. 5, *а*) состоит из ведущего шкива *1* радиусом R_1 = 0,1 м, барабана *2* радиусом r_2 = 0,1 м, с которым жестко соединен шкив *2* радиусом R_2 = 0,4 м. Тела *1* и *2* связаны между собой нерастяжимой нитью, образующей угол 30° с горизонтом.

На барабан намотана нить, к концу которой подвешен груз *3* весом P_3 = 5 кН. Вес шкива *1* равен $\bar{\Phi}_\tau$ = 1 кН, вес барабана *2* вместе со шкивом *2* P_2 = 2 кН. В начальный момент система была неподвижна. Затем к шкиву *1* приложили постоянный вращающий момент M = 0,14 кН · м.

Требуется определить в произвольный момент времени, пренебрегая трением, ускорения тел, реакции подшипников *A* и *B* и натяжение нити, на которой подвешен груз *3*. Радиус инерции тела *2* относительно оси вращения z_2 равен i_2 = 0,2 м. Шкив *1* следует считать сплошным однородным диском.

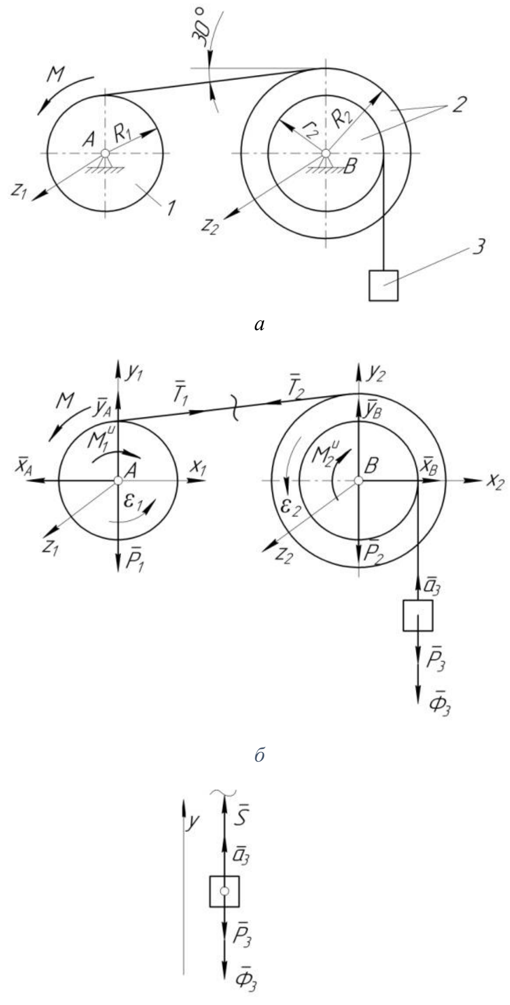


Рис. 5

Решение. Для решения задачи рассмотрим движение всей системы, тела которой движутся с ускорениями. К телам системы прикладываем активные силы $\overline{P}_1$, $\overline{P}_2$, $\overline{P}_3$, вращающий момент M и силы реакций неподвижных цилиндрических шарниров $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, $\overline{X}_B$, $\overline{Y}_B$.

Учитывая вид движения тел, прикладываем к ним силы инерции против ускорений. Так, тело *1* вращается ускоренно вокруг оси z_1, проходящей через его центр масс, к нему прикладываем только момент сил инерции M_1^u, направленный в сторону, противоположную угловому ускорению ε_1. Тело *2* вращается с угловым ускорением ε_2, к нему прикладываем момент сил инерции M_2^u противоположно угловому ускорению ε_2. Груз *3* движется поступательно с ускорением α_3 вверх, поэтому к нему прикладываем силу инерции $\overline{\Phi}_3$, направленную вниз.

Под действием приложенных активных сил, реакций связей и сил инерции тела системы находятся в состоянии условного равновесия, поэтому дальнейшее решение задачи выполняем, как в статике.

Расчленяем систему на две части, тело *1* и систему тел *2–3*, как показано на рис. 5, *б*. Заменим действие нерастяжимой нити силой натяжения $\overline{T}_1$ для тела *1* и силой $\overline{T}_2$ для тел *2–3*. При этом эти силы равны по величине.

$$T_1 = T_2 = T.$$

На каждую из выделенных частей системы действует произвольная плоская система сил, поэтому составляем необходимые и достаточные уравнения равновесия в форме (6).

Для тела *1*:

$$\left.\begin{aligned}
&\sum F_{kx} = 0;\ T_1\cos 30^\circ - X_A = 0,\\
&\sum F_{ky} = 0;\ Y_A - P_1 + T_1\cos 60^\circ = 0,\\
&\sum M_A\left(\overline{F_k}\right) = 0;\ M - M_I^u - T_1R_1 = 0.
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Для системы тел *2–3*:

$$\left.\begin{aligned}
&\sum F_{kx} = 0;\ X_B - T_2\cos 30^\circ = 0,\\
&\sum F_{ky} = 0;\ Y_B - P_2 - T_2\cos 60^\circ - P_3 - \Phi_3 = 0,\\
&\sum M_B\left(\overline{F_k}\right) = 0;\ T_2R_2 - M_2^u - P_3r_2 - \Phi_3r_2 = 0.
\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Определяем величины сил инерции тел:

$$\Phi_3 = m_3 a_3 = \frac{P_3}{g} a_3 = 5\ \cdot\ 10^2 a_3\ \text{Н};$$

$$M_I^u = I_{z_1} \varepsilon_1 = \frac{P_1 R_1{}^2 \varepsilon_1}{2g} = 0{,}5\varepsilon_1\ \text{Н} \cdot \text{м};$$

$$M_2^u = I_{z_2} \varepsilon_2 = \frac{P_2 i_2{}^2 \varepsilon_2}{g} = 8\varepsilon_2\ \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Между угловыми ускорениями и линейным ускорением груза *3* имеют место соотношения:

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1 R_1}{R_2};$$

$$a_3 = \varepsilon_2 r_2 = \frac{\varepsilon_1 R_1 r_2}{R_2}.$$

С учетом изложенного, исключая из последних уравнений систем (10) и (11) T, найдем ε_1:

$$\frac{M}{R_1} - \frac{0{,}5\varepsilon_1}{R_1} = \frac{8\varepsilon_1 R_1}{R_2^2} + \frac{P_3 r_2}{R_2} + \frac{5 \cdot 10^2 R_1 r_2{}^2 \varepsilon_1}{R_2^2},$$

откуда

$$\varepsilon_1 = 12{,}5\ \text{с}^{-2}.$$

Тогда

$$\varepsilon_2 = 3{,}12\ \text{с}^{-2};\ \alpha_3 = 0{,}32\ \text{м/с}^2;\ \Phi_3 = 160\ \text{Н}.$$

Подставляя ε_1 в последнее уравнение системы (10), находим натяжение нити между телами *1* и *2*.

$$T = T_1 = T_2 = 1{,}34\ \text{кН}.$$

Из остальных уравнений определяем неизвестные реакции:

$$X_A = X_B = T\cos 30^\circ = 1{,}15\ \text{кН};$$

$$Y_A = P_1 - T\cos 60^\circ = -0{,}43\ \text{кН};$$

$$Y_B = P_2 + T\cos 60^{\circ} + P_3 + \Phi_3 = 15{,}2 \text{ кН}.$$

Для определения натяжения нити, на которой висит груз *3*, расчленим систему тел *2–3* и рассмотрим условное равновесие груза *3*. На груз действует условно уравновешенная система сходящихся сил $\overline{P_3}$, $\overline{\Phi}_3$ и сила натяжения нити $\overline{S}$ (рис. 5, *в*). Для которой

$$\sum F_{ky} = 0;\ S - P_3 - \Phi_3 = 0,$$

отсюда

$$S = P_3 + \Phi_3 = 6{,}55 \text{ кН}.$$

Пример 2. Сплошной цилиндр *1* (рис. 6) массой m_1 = 200 кг и радиусом r_1 = 0,4 м может подниматься вверх по наклонной ($\alpha = 30°$) деформируемой и шероховатой плоскости лебедкой, на барабан *2* которой намотан невесомый трос. Лебедка представляет собой электродвигатель с закрепленным на его валу барабаном радиусом r_2 = 0,2 м. Барабан следует считать сплошным однородным диском массой m_2 = 50 кг. В начальный момент времени барабан был заторможен. Затем выключили тормоз и к барабану приложили постоянный вращающий момент $M_{дв}$ (включили электродвигатель).

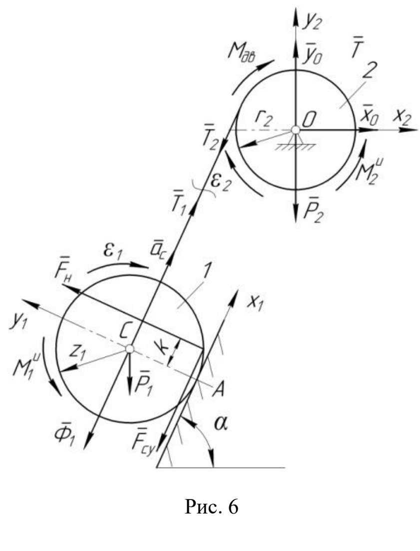


Рис. 6

Пренебрегая трением в подшипниках, требуется определить величину момента двигателя, при которой цилиндр будет катиться без проскальзывания. При этом необходимо учесть, что в пределах разгона величина коэффициента трения скольжения $f = 0{,}3$, коэффициента трения качения $k = 0{,}01$ м. Нужно найти также давление барабана *2* на подшипники (реакцию точки O).

Решение. Так как движения барабана и цилиндра взаимосвязаны, необходимо рассмотреть движение всей системы.

Освобождаем выбранную систему от связей, заменяя их действие силами реакций. Связями для системы являются неподвижный шарнир O и шероховатая деформируемая поверхность, по которой катится цилиндр. Реакцию шарнира O заменяем двумя взаимно перпендикулярными составляющими $\bar{X}_O$ и $\bar{Y}_O$, а реакцию наклонной поверхности – нормальной составляющей $F_{\text{Н}}$, сдвинутой в направлении движения на величину k, и силой сцепления $\bar{F}_{\text{сц}}$.

Прикладываем к телам системы активные силы. Из активных сил к барабану приложен момент двигателя $M_{\text{дв}}$ и сила тяжести $\bar{P}_2$, а к цилиндру – только сила тяжести $\bar{P}_1$.

К телам системы, учитывая их вид движения, прикладываем силы инерции. Барабан совершает ускоренное вращательное движение вокруг неподвижной оси O, проходящей через центр масс. Следовательно, к нему приложим только момент сил инерции $M_2^и$, направив его в сторону, противоположную угловому ускорению ε_2. Цилиндр движется плоскопараллельно, поэтому к его центру масс приложим силу инерции $\bar{\Phi}_1$, направив в сторону, противоположную ускорению $\bar{a}_{\text{с}}$ точки C, а также момент сил инерции $M_1^и$, направленный в сторону, противоположную ускорению ε_1.

Система сил, приложенных к телам, как бы уравновешена, поэтому дальнейшее решение задачи выполняем так, как это делалось в статике.

Расчленяем систему на две части – барабан и цилиндр – и рассматриваем равновесие каждой из них. Расчленение производим мысленным разрезом троса, показав его реакцию как для барабана $\bar{T}_2$, так и для цилиндра $\bar{T}_1$. По величине эти силы равны ($T_1 = T_2$).

На каждую из выделенных частей (барабан и цилиндр) действует произвольная плоская система условно уравновешенных сил, поэтому составляем необходимые и достаточные уравнения равновесия в форме (6). Выбираем, как показано на рисунке, оси координат отдельно для барабана и цилиндра и составляем уравнения кинетостатики:

для барабана:

$$1)\ \Sigma F_{kx_2} = 0;\ x_o - T_2 \cos 30° = 0;$$

$$2)\ \Sigma F_{ky_2} = 0;\ y_o - P_2 - T_2 \sin 30° = 0;$$

$$3)\ \Sigma M_O(\overline{F}_k) = 0;\ M_{дв} - M_2^и - T_2 r_2 = 0;$$

для цилиндра:

$$4)\ \Sigma F_{kx_1} = 0,\ T_1 - \Phi_1 - P_1 \sin 30° - F_{сц} = 0;$$

$$5)\ \Sigma F_{ky_1} = 0,\ F_н - P_1 \cos 30° = 0;$$

$$6)\ \Sigma M_с(\overline{F}_k) = 0,\ F_{сц}\, r_1 - F_н\, k - M_1^и = 0.$$

В записанных уравнениях $T_1 = T_2 = T$ – натяжение троса. Силы инерции и моменты сил инерции соответственно равны:

$$\Phi_1 = m_1 a_с = 200\ a_с;\ M_1^и = 0{,}5 m_1 r_1^2\ \varepsilon_1 = 16\ \varepsilon_1;$$

$$M_2^и = I_2 \varepsilon_2 = 0{,}5 m_2 r_2^2\ \varepsilon_2 = 1\varepsilon_2.$$

Ускорения, входящие в записанные равенства, взаимосвязаны и могут быть выражены через одно, например через $a_с$. Так, угловое ускорение цилиндра, катящегося без скольжения, $\varepsilon_1 = a_с / r_1 = 2{,}5 a_с$.

Из условия равенства касательного ускорения точки обода барабана *2* ускорению $a_с$ находим $\varepsilon_2 = a_с / r_2 = 5 a_с$.

Сила сцепления барабана с поверхностью $F_{сц} = f F_н = 0{,}3\ F_н$.

Учитывая, что $P_1 = m_1 g = 2000$ Н, $P_2 = m_2 g = 500$ Н, и подставив значения всех найденных выше величин в исходные уравнения, получаем:

$$x_O - 0{,}86T = 0;$$

$$y_O - 500 - 0{,}5T = 0;$$

$$M_{дв} - 5a_с - 0{,}2T = 0;$$

$$T - 200a_с - 1000 - 0{,}3F_н = 0;$$

$$F_н - 1720 = 0;$$

$$0{,}12\ F_н - 0{,}01F_н - 40a_с = 0.$$

Решая полученную систему уравнений, находим неизвестные величины. Из уравнения (5) имеем $F_н = 1720$ Н. Из уравнения (6) определяем $a_с$ и, подставив в (4), находим T:

$$a_с = 4{,}73 \text{ м/с},\ T = 2462 \text{ Н}.$$

Подставляя полученные значения в первые три уравнения, находим:

$$x_O = 1217 \text{ Н},\ y_O = 1231 \text{ Н},\ M_{дв} = 516 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Полученное значение момента двигателя при данных условиях задачи является наибольшим, при котором цилиндр будет еще катиться без проскальзывания. Наименьшее же значение момента двигателя, при котором возможно движение цилиндра вверх, можно получить из условия равновесия системы, т. е. когда $a_с = 0$. Тогда из уравнения (4) имеем $T = 1516$ Н, из уравнения (3) – $M_{дв} = 303{,}2$ Н · м.

Задание 2. Механическая система состоит из двухступенчатых тел *1* и *2*, соединенных между собой при помощи бесконечного ремня или находящихся в зацеплении (схемы показаны на рисунках в прил. 1). К концу нити, намотанной на одну из ступеней тел *1* или *2*, подвешен груз массой m_3. Нить сходит в точке, указанной в столбце 3 таблицы, приведенной в прил. 2. К концу нити, намотанной на одну из ступеней другого шкива, приложена сила $\bar{F}$ так, что осуществляется подъем груза *3*. Нить сходит в точке, указанной в столбце 4. Радиусы инерции тел *1* и *2* относительно осей вращения равны i_1 и i_2. Следует принять силу натяжения ведомой ветви ремня равной нулю. Требуется найти силы реакций в подшипниках (в точках O_1 и O_2), натяжение в ведущей ветви ремня или усилие в зацеплении для зубчатых колес, а также натяжение нити, на которой висит груз *3*.

4. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Как определяются величина и направление силы инерции материальной точки?

2. Какие силы инерции необходимо приложить к твердому телу при поступательном движении; при вращении вокруг оси симметрии, про-

ходящей через центр масс; при вращении вокруг произвольной оси, параллельной оси симметрии; при плоском движении твердого тела?

3. Как определяются величина и направление момента силы инерции вращающегося тела?

4. В чем заключается суть принципа Даламбера для твердого тела и механической системы?

5. Сколько и какие уравнения необходимо составлять при применении принципа Даламбера для плоской произвольной системы сил; для системы сил, расположенных в пространстве?

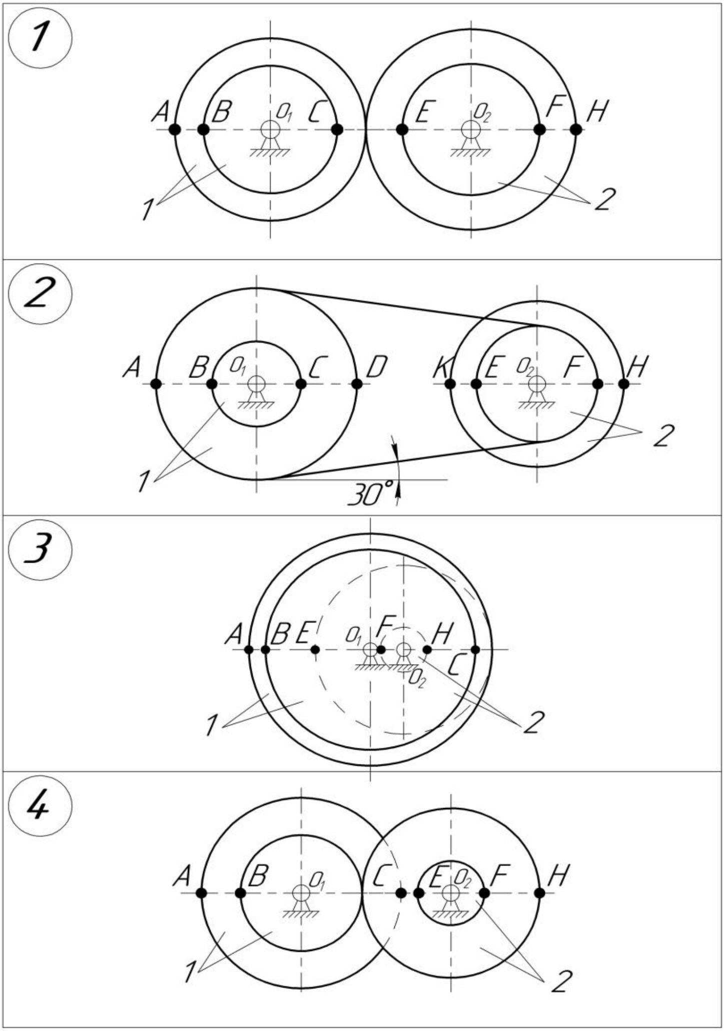
6. Как поступать с механической системой при применении принципа Даламбера (расчленять или не расчленять на части)?

7. От чего в первую очередь зависят силы инерции тела при его движении?

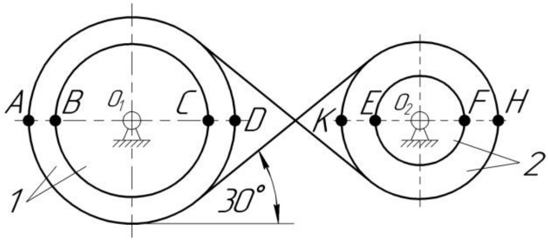
ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

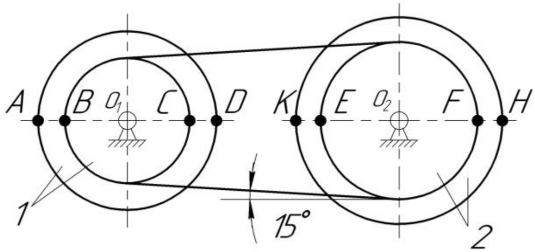
Расчетные схемы для задания



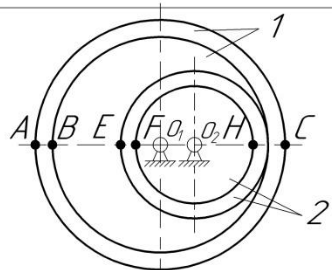
5


A
B
O1
C
D
K
E
O2
F
H
1
2
30°

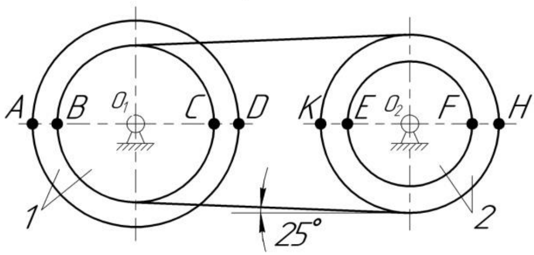
6


A
B
O1
C
D
K
E
O2
F
H
1
2
15°

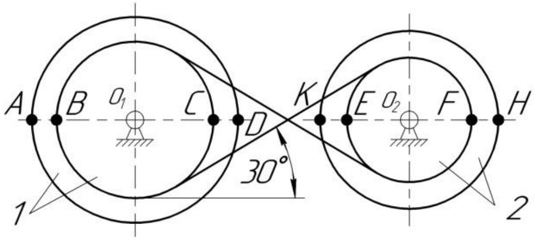
7


1
A
B
E
F
O1
O2
H
C
2

8

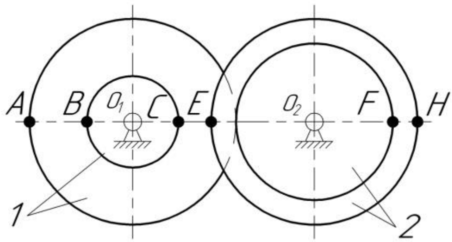

A
B
O1
C
D
K
E
O2
F
H
1
2
25°

9



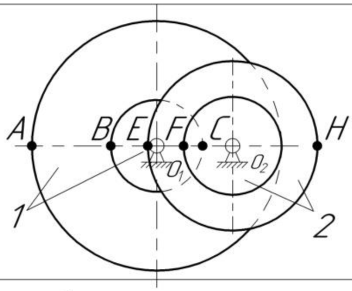
A
B
O_1
C
D
K
E
O_2
F
H
30°
1
2

10



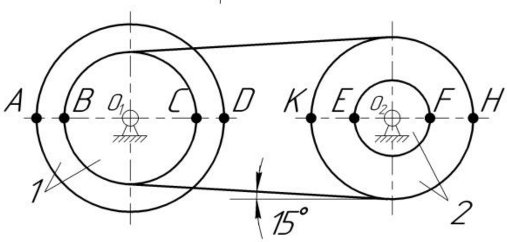
A
B
O_1
C
E
O_2
F
H
1
2

11



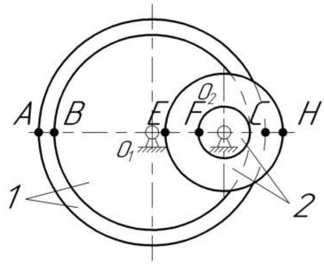
A
B
E
F
C
H
O_1
O_2
1
2

12

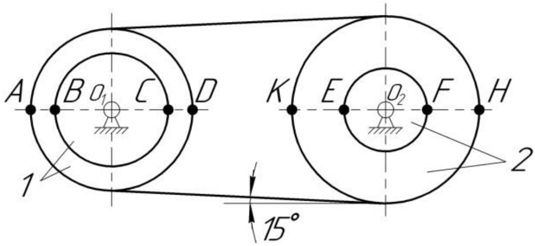


A
B
O_1
C
D
K
E
O_2
F
H
1
2
15°

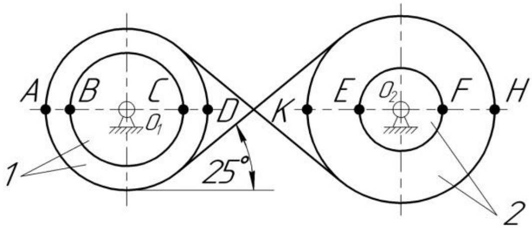
13


A
B
E
F
C
H
O_2
O_1
1
2

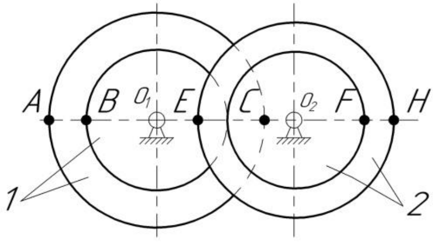
14


A
B
O_1
C
D
K
E
O_2
F
H
1
2
15°

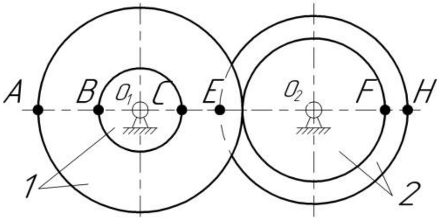
15


A
B
C
O_1
D
K
E
O_2
F
H
25°
1
2

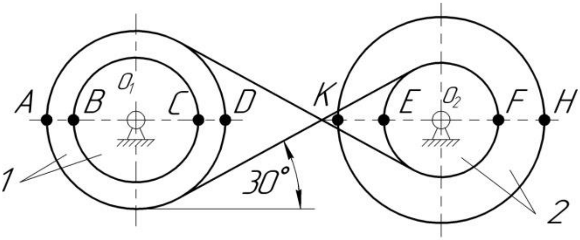
16


A
B
O_1
E
C
O_2
F
H
1
2

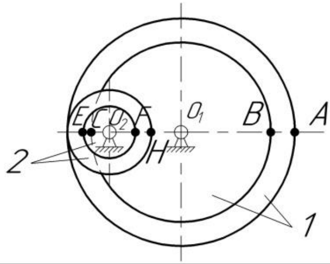
17


A
B
O_1
C
E
O_2
F
H
1
2

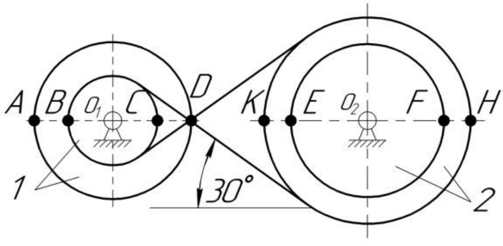
18


A
B
O_1
C
D
K
E
O_2
F
H
30°
1
2

19


E
C
O_2
F
H
O_1
B
A
2
1

20


A
B
O_1
C
D
K
E
O_2
F
H
30°
1
2

Приложение 2

Исходные данные к заданию

№ схемы	№ варианта	Точка схода нити для груза 3	Точка приложения силы $\bar{F}$	m_1	m_2	m_3	i_1	i_2	r_1	r_2	R_1	R_2	F
				кг			м						Н
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	1	*C*	*F*	100	2200	300	0,3	0,2	0,2	0,3	0,4	0,6	8000
	2	*B*	*H*	150	300	1600	0,4	0,4	0,2	–	0,4	0,8	10000
	3	*F*	*A*	144	220	125	0,4	0,3	0,5	0,4	0,6	0,5	4000
1	4	*B*	*E*	300	200	100	0,3	0,5	0,2	0,4	0,4	0,8	8000
	5	*C*	*H*	75	700	100	0,4	0,2	0,2	0,5	0,5	0,8	2000
	6	*E*	*A*	1600	375	375	0,2	0,2	0,3	0,4	0,8	0,5	4000
	7	*E*	*B*	300	700	180	0,4	0,2	0,6	0,5	0,8	0,6	4800
	1	*H*	*C*	300	220	50	0,4	0,5	0,8	0,6	1,0	0,6	4000
	2	*B*	*H*	240	400	600	0,5	0,4	0,2	0,3	0,8	0,4	8000
	3	*A*	*E*	125	450	450	0,2	0,4	0,3	0,6	0,4	0,9	12000
2	4	*B*	*E*	100	180	120	0,5	0,2	0,5	0,3	0,8	0,5	5000
	5	*C*	*E*	450	700	200	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	6000
	6	*F*	*A*	150	300	280	0,4	0,2	0,4	0,5	0,5	0,8	8000
	7	*A*	*H*	96	100	40	0,5	0,4	0,9	0,3	1,0	0,6	1000
	1	*H*	*A*	100	500	100	0,5	0,2	0,6	0,3	1,0	0,8	4000
	2	*B*	*F*	125	300	200	0,6	0,3	0,4	0,4	1,2	0,9	3000
	3	*C*	*H*	75	128	100	0,4	0,5	0,4	0,4	0,9	0,6	2000
3	4	*E*	*B*	300	1400	800	0,3	0,2	0,3	0,2	0,6	0,4	10000
	5	*A*	*E*	450	232	600	0,4	0,2	0,5	0,2	0,8	0,4	5000
	6	*H*	*C*	1250	1600	200	0,2	0,2	0,2	0,1	0,5	0,3	8000
	7	*A*	*F*	200	100	50	0,3	0,4	0,3	0,2	0,6	0,5	3000
	1	*A*	*H*	600	400	40	0,2	0,2	0,6	0,2	1,0	0,4	4000
	2	*H*	*A*	192	220	50	0,5	0,5	0,8	0,5	1,2	0,6	4000
	3	*A*	*F*	288	450	125	0,3	0,4	0,2	0,4	0,4	0,6	12000
4	4	*C*	*F*	1400	700	64	0,2	0,3	0,4	0,3	0,5	0,6	6000
	5	*F*	*C*	96	600	280	0,5	0,2	1,2	0,5	1,4	0,6	7000
	6	*E*	*C*	200	1050	200	0,6	0,2	0,8	0,2	0,9	0,5	12000
	7	*B*	*H*	256	400	125	0,5	0,4	0,4	0,3	0,6	0,8	2000
	1	*F*	*A*	144	220	125	0,5	0,5	0,2	0,4	0,6	0,5	4000
	2	*C*	*H*	75	700	100	0,4	0,2	0,5	0,4	1,2	0,8	2000
	3	*B*	*F*	320	200	50	0,5	0,3	0,2	0,4	0,6	0,8	1000
5	4	*E*	*A*	100	60	375	0,6	0,5	0,3	0,4	0,8	0,5	4000
	5	*A*	*H*	500	72	200	0,4	0,5	0,1	0,3	0,8	0,6	4000
	6	*H*	*C*	1200	450	64	0,2	0,4	0,2	0,2	0,45	0,5	6000
	7	*C*	*E*	750	600	400	0,2	0,2	0,2	0,2	0,6	0,4	7000

Продолжение

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	1	*A*	*H*	150	300	400	0,4	0,4	0,2	0,4	0,4	0,6	8000
	2	*C*	*B*	125	300	50	0,4	0,2	0,6	0,3	0,8	0,6	1000
	3	*H*	*C*	450	550	280	0,4	0,2	0,6	0,2	1,0	0,5	6000
	4	*E*	*A*	400	600	375	0,5	0,2	0,5	0,2	0,8	0,4	8000
	5	*A*	*F*	850	300	150	0,2	0,3	0,4	0,6	0,6	0,8	4000
	6	*C*	*H*	150	625	375	0,4	0,4	0,2	0,5	0,4	0,9	10000
	7	*E*	*C*	256	600	250	0,5	0,2	0,4	0,3	0,8	0,4	5000
7	1	*H*	*C*	300	220	50	0,4	0,5	0,8	0,3	1,0	0,6	4000
	2	*B*	*H*	240	256	600	0,3	0,2	0,2	0,3	0,4	0,4	8000
	3	*A*	*E*	125	450	450	0,4	0,4	0,3	0,6	0,4	0,9	12000
	4	*E*	*A*	200	1000	200	0,8	0,2	0,8	0,1	1,0	0,2	4000
	5	*E*	*B*	216	550	600	0,5	0,2	0,6	0,3	0,7	0,4	6000
	6	*A*	*H*	600	100	40	0,2	0,4	0,9	0,3	1,0	0,6	1000
	7	*F*	*A*	150	96	280	0,4	0,5	0,4	0,5	0,5	0,8	8000
8	1	*B*	*F*	150	1460	248	0,4	0,2	0,5	0,5	1,0	1,0	2000
	2	*A*	*H*	750	400	216	0,2	0,4	0,4	0,5	0,5	0,8	5000
	3	*H*	*C*	400	1000	150	0,2	0,1	0,4	0,4	0,5	0,6	6000
	4	*E*	*A*	800	75	400	0,4	0,4	0,3	0,2	0,6	0,4	4000
	5	*A*	*F*	350	700	64	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,6	6000
	6	*E*	*C*	800	1050	200	0,4	0,2	0,8	0,2	0,9	0,5	12000
	7	*A*	*E*	150	900	240	0,4	0,2	0,4	0,4	0,5	0,6	6000
9	1	*A*	*H*	1100	450	192	0,2	0,4	0,2	0,6	0,5	0,8	9000
	2	*C*	*H*	150	625	375	0,4	0,4	0,2	0,5	0,4	0,9	10000
	3	*C*	*E*	232	192	120	0,5	0,5	0,2	0,4	0,5	0,9	6000
	4	*B*	*F*	1150	400	200	0,2	0,2	0,3	0,2	0,4	0,7	6000
	5	*E*	*A*	1250	350	150	0,2	0,2	0,5	0,4	1,0	0,6	2000
	6	*E*	*C*	400	600	250	0,4	0,2	0,4	0,3	0,8	0,4	5000
	7	*H*	*A*	225	700	224	0,4	0,2	0,6	0,4	0,9	0,5	5000
10	1	*B*	*E*	250	240	500	0,4	0,5	0,3	0,8	0,4	1,0	8000
	2	*C*	*F*	300	800	850	0,4	0,3	0,2	0,8	0,4	0,9	8000
	3	*C*	*H*	180	400	120	0,5	0,3	0,2	0,6	0,5	0,8	3000
	4	*F*	*B*	500	128	75	0,2	0,5	0,6	0,8	0,8	0,9	5000
	5	*E*	*A*	64	400	75	0,3	0,2	0,2	0,6	0,4	0,8	3000
	6	*H*	*B*	100	100	75	0,5	0,4	0,3	0,6	0,5	0,8	5000
	7	*E*	*C*	450	125	192	0,4	0,4	0,4	0,4	0,6	0,5	9000
11	1	*B*	*H*	192	225	300	0,5	0,4	0,3	0,6	0,5	0,9	6000
	2	*E*	*A*	200	1250	72	0,6	0,2	0,4	0,4	0,6	0,5	6000
	3	*H*	*A*	100	400	75	0,4	0,2	0,1	0,6	0,4	0,8	2000
	4	*C*	*F*	300	240	300	0,3	0,5	0,4	1,0	0,5	1,2	50000
	5	*A*	*E*	1300	300	100	0,2	0,3	0,2	0,9	0,6	1,2	3000
	6	*H*	*B*	200	400	50	0,5	0,2	0,2	0,6	0,5	0,8	7000
	7	*C*	*E*	300	200	850	0,4	0,6	0,2	0,8	0,4	1,0	8000

Продолжение

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
12	1	*A*	*E*	500	800	600	0,2	0,3	0,3	0,6	0,4	0,9	12000
	2	*E*	*B*	600	550	600	0,3	0,2	0,6	0,3	0,9	0,4	6000
	3	*H*	*C*	300	220	50	0,4	0,5	0,8	0,4	1,0	0,6	4000
	4	*B*	*H*	375	1600	600	0,4	0,2	0,2	0,3	0,5	0,4	8000
	5	*H*	*B*	350	700	64	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5	0,6	6000
	6	*F*	*A*	1250	225	50	0,2	0,4	1,0	0,7	1,3	0,8	2000
	7	*E*	*A*	800	75	400	0,4	0,3	0,3	0,2	0,6	0,4	4000
13	1	*C*	*E*	500	1200	50	0,2	0,1	0,6	0,3	0,8	0,6	1000
	2	*F*	*B*	350	128	600	0,4	0,3	0,6	0,3	0,7	0,4	8000
	3	*E*	*A*	400	150	375	0,5	0,4	0,5	0,2	0,8	0,4	8000
	4	*H*	*B*	300	150	400	0,4	0,4	0,4	0,2	0,7	0,4	10000
	5	*F*	*A*	400	1000	600	0,2	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	4000
	6	*A*	*H*	1100	450	192	0,2	0,4	0,2	0,6	0,5	0,8	9000
	7	*B*	*E*	1000	800	200	0,3	0,3	0,1	0,3	0,4	0,6	5000
14	1	*A*	*F*	125	225	100	0,4	0,4	0,6	0,4	0,8	0,6	3000
	2	*C*	*H*	300	700	100	0,2	0,2	0,5	0,7	1,2	0,8	2000
	3	*F*	*B*	600	1150	120	0,3	0,2	0,4	0,5	0,9	0,6	6000
	4	*B*	*H*	600	192	1600	0,2	0,5	0,2	0,7	0,4	0,8	10000
	5	*E*	*B*	300	224	800	0,3	0,4	0,3	0,2	0,6	0,4	10000
	6	*A*	*E*	200	400	50	0,3	0,2	0,2	0,3	0,3	0,6	3000
	7	*F*	*C*	225	750	600	0,4	0,2	0,3	0,6	0,6	0,9	6000
15	1	*C*	*H*	300	200	100	0,2	0,4	0,4	0,6	0,6	0,9	2000
	2	*T*	*A*	450	232	600	0,4	0,2	0,7	0,2	0,8	0,4	5000
	3	*F*	*B*	400	750	600	0,3	0,2	0,6	0,3	0,9	0,6	6000
	4	*H*	*C*	200	400	200	0,5	0,4	0,2	0,5	0,5	0,6	8000
	5	*A*	*F*	450	400	50	0,2	0,2	0,2	0,2	0,6	0,3	3000
	6	*C*	*E*	750	600	400	0,2	0,2	0,2	0,2	0,6	0,4	5000
	7	*F*	*A*	800	232	600	0,3	0,3	0,2	0,3	0,6	0,4	5000
16	1	*A*	*E*	850	300	150	0,2	0,3	0,4	0,6	0,6	0,7	5000
	2	*B*	*E*	1000	288	200	0,3	0,5	0,1	0,3	0,5	0,7	4500
	3	*H*	*B*	450	1050	200	0,4	0,2	0,3	0,1	0,6	0,5	8000
	4	*F*	*A*	256	700	400	0,5	0,2	0,4	0,3	0,5	0,7	7500
	5	*C*	*H*	625	125	400	0,4	0,4	0,5	0,2	0,7	0,4	9000
	6	*E*	*A*	1250	350	150	0,2	0,2	0,5	0,4	1,0	0,6	3000
	7	*F*	*C*	350	1650	500	0,4	0,2	0,4	0,2	0,6	0,4	4000
17	1	*F*	*F*	1300	300	100	0,2	0,3	0,3	0,9	0,6	1,1	3000
	2	*B*	*H*	192	225	300	0,5	0,4	0,3	0,6	0,5	0,9	6000
	3	*F*	*A*	1000	300	700	0,3	0,3	0,1	0,3	0,9	0,4	10000
	4	*H*	*B*	100	64	75	0,5	0,5	0,3	0,6	0,5	0,8	5000
	5	*C*	*H*	500	225	120	0,3	0,4	0,2	0,6	0,5	0,8	3000
	6	*B*	*F*	280	450	300	0,3	0,4	0,2	0,8	0,4	1,1	4000
	7	*H*	*C*	300	375	300	0,3	0,4	0,4	1,0	0,5	1,2	5000

Окончание

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
18	1	*H*	*B*	1250	400	50	0,2	0,2	0,2	0,6	0,5	0,8	7000
	2	*F*	*A*	1000	1950	300	0,3	0,2	0,4	0,2	0,6	0,7	6000
	3	*C*	*H*	180	144	120	0,5	0,5	0,2	0,6	0,5	0,8	3000
	4	*B*	*F*	250	240	500	0,4	0,5	0,3	0,8	0,4	1,0	8000
	5	*A*	*E*	200	300	100	0,5	0,4	0,6	0,8	0,8	1,0	5000
	6	*H*	*C*	100	64	75	0,5	0,5	0,3	0,6	0,5	0,8	5000
	7	*F*	*B*	250	1050	75	0,2	0,2	0,4	0,8	0,8	0,9	5000
19	1	*E*	*A*	500	220	125	0,2	0,5	0,3	0,4	0,6	0,5	4000
	2	*F*	*B*	216	1150	120	0,5	0,2	0,4	0,3	0,9	0,5	6000
	3	*B*	*H*	1200	700	100	0,1	0,2	0,5	0,4	1,2	0,8	2000
	4	*F*	*F*	80	400	100	0,5	0,3	0,5	0,4	0,8	0,6	3000
	5	*F*	*C*	400	750	600	0,3	0,2	0,6	0,3	0,9	0,6	6000
	6	*E*	*B*	300	350	800	0,3	0,4	0,3	0,2	0,6	0,4	10000
	7	*C*	*E*	750	600	400	0,2	0,2	0,2	0,6	0,6	0,9	7000
20	1	*H*	*B*	1250	225	50	0,2	0,4	1,0	0,6	1,5	0,8	2000
	2	*E*	*B*	400	1600	500	0,5	0,2	1,0	0,2	1,3	0,4	4000
	3	*B*	*F*	100	180	120	0,5	0,5	0,5	0,3	0,7	0,5	5000
	4	*F*	*C*	60	100	150	0,5	0,4	0,5	0,4	0,8	1,0	2000
	5	*C*	*H*	1600	1800	700	0,2	0,2	0,2	0,3	0,5	0,6	3000
	6	*H*	*A*	192	220	50	0,5	0,5	0,8	0,3	1,2	0,6	4000
	7	*A*	*F*	600	400	240	0,2	0,3	0,4	0,4	0,5	0,6	6000