

1. ВВЕДЕНИЕ

Определение кинематических характеристик твердого тела, совершающего плоское движение, одна из наиболее важных и трудных тем раздела «Кинематика». Поэтому целью данной работы является оказание помощи студентам-заочникам, как в изучении темы, так и в приобретении навыков определения скоростей и ускорений точек плоской фигуры.

При изучении отдельных вопросов с целью более качественного их усвоения рекомендуется решать самостоятельно задачи, приведенные в методической разработке.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Добронравов В. В., Никитин Н. Н. Курс теоретической механики. — М.: Высшая школа, 1983.
2. Тарг С. М. Краткий курс теоретической механики. — М., 1972 (и др. издания).
3. Яблонский А. А., Никифорова В. М. Курс теоретической механики. Часть I. — М.: Высшая школа, 1977 (и др. издания).

2. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

1. Плоское движение тела и движение плоской фигуры в ее плоскости. Уравнения движения плоской фигуры и ее точек. Разложение движения плоской фигуры на поступательное вместе с полюсом и вращательное — вокруг полюса. Независимость угловой скорости и углового ускорения фигуры от выбора полюса.

2. Теорема об определении скорости любой точки плоской фигуры. Теорема о проекциях скоростей двух точек фигуры на линию, их соединяющую.

3. Мгновенный центр скоростей. Определение скоростей точек плоской фигуры с помощью мгновенного центра скоростей, частые случаи определения положения мгновенного центра скоростей.

4. Методика определения скоростей точек плоской фигуры при решении задач.

5. Определение ускорений точек плоской фигуры как геометрической суммы ускорения полюса и ускорения этой точки при вращении фигуры вокруг полюса.

6. Определение угловой скорости и углового ускорения плоской фигуры.

3. УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ КИНЕМАТИКИ ПЛОСКОГО (ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО) ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

3.1. Методический подход к изучению плоского движения тела

Ознакомиться с рассматриваемым вопросом можно в [1, гл. 3, § 1, 2]; [2, § 77, 78]; [3, § 85, 86].

Изучение плоского движения тела следует начинать с четкого уяснения самого понятия этого движения. Необходимо установить принципиальное отличие плоского движения от других, изученных ранее простейших движений тела, поступательного и вращательного. Необходимо также установить связь в определении кинематических характеристик тела и его точек (скоростей и ускорений) при плоском и при поступательном и вращательном движениях. Это позволит раскрыть общность методики определения скоростей и ускорений точек тела при простейших его движениях и при более сложном плоском движении.

Первым важным моментом, который следует уяснить при изучении темы является то, что изучение плоского движения твердого тела сводится к рассмотрению движения какого-нибудь его сечения плоскостью, параллельной условно неподвижной плоскости. Это вытекает из самого понятия плоского движения твердого тела, а именно: плоскопараллельным или плоским называется такое движение твердого тела, при котором все его точки перемещаются параллельно некоторой неподвижной плоскости.

Примерами такого движения могут служить качение колеса по прямолинейному рельсу, движение шатуна кривошипно-шатунного механизма, движение сателлита планетарной передачи и др.

Вторым важным моментом является то, что действительное плоское перемещение фигуры (тела) из данного положения (рис. 1) в другое можно всегда заменить

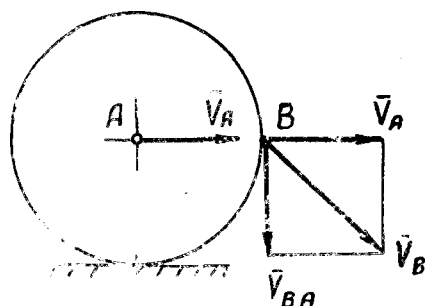


Рис. 1.

двумя простейшими — поступательным и вращательным. При этом принимается, что при поступательном перемещении все точки фигуры движутся как произвольно выбранная точка, называемая полюсом. Вращение же фигуры рассматривается вокруг полюса.

Как видно из рисунка, характер поступательного движения зависит от выбора полюса (точки А или В), величина же угла поворота и направление поворота от выбора полюса не зависят. Следовательно, угловая скорость и угловое ускорение тела также не зависят от выбора полюса и соответствуют истинным значениям скорости и ускорения в конечном положении плоской фигуры (тела).

Указанная замена движения плоской фигуры не воспроиз-

водит, вообще говоря, действительного ее движения. При такой замене мы получаем лишь те же самые начальные и конечные положения плоской фигуры. Однако скорости и ускорения как самой фигуры, так и ее точек будут соответствовать их истинным значениям в начальном и конечном положениях.

Итак, действительное движение плоской фигуры в каждый момент времени можно рассматривать как сложное, переносное — поступательное перемещение вместе с полюсом и относительное — вращение вокруг полюса. Такой подход к рассмотрению движения плоской фигуры в ее плоскости позволяет использовать для определения скоростей и ускорений ее точек основные положения, полученные при изучении сложного движения материальной точки.

3.2. Особенности определения скоростей точек плоской фигуры

Основные теоремы и положения об определении скоростей точек плоской фигуры можно изучить в [1, гл. 3, § 4, 5]; [2, § 79. . . 81]; [3, § 87, 88, 90].

В указанной литературе рассмотрены три способа определения скоростей точек плоской фигуры. Поэтому при изучении данного вопроса следует четко уяснить условия применимости каждого способа и его возможности. Точнее, необходимо твердо знать, какие исходные данные надо иметь для того, чтобы применять тот или иной способ.

Первый способ вытекает из представления плоского движения как сложного, переносного — поступательного движения фигуры вместе с произвольно выбранным полюсом и относительного — вращения фигуры вокруг полюса. Тогда на основании теоремы о сложении скоростей точки при ее сложном движении для всякого положения плоской фигуры скорость любой ее точки равна геометрической сумме двух скоростей: скорости другой, произвольно выбранной точки, принимаемой за полюс (рис. 2, точка А), и скорости для искомой точки при вращении фигуры вокруг полюса, т. е.

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}. \quad (1)$$

В качестве полюса можно выбирать любую точку, поэтому на практике берут точку, скорость которой известна или можно легко определить. Следовательно, в уравнении (1) скорость \vec{v}_A известна полностью.

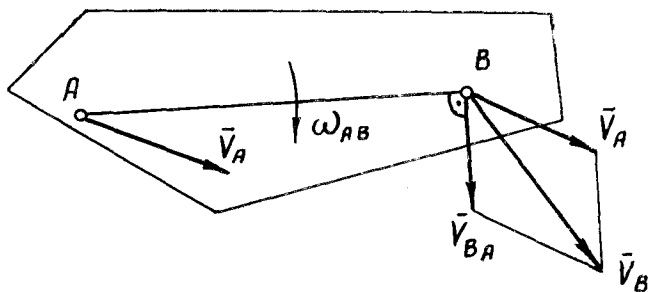


Рис. 2.

Что же касается скорости \vec{v}_{BA} , то, так как она представляет собой скорость B при вращении фигуры вокруг полюса A, вектор всегда направлен перпендикулярно BA в сторону вращения. Величину скорости \vec{v}_{BA} можно определить следующим образом:

$$v_{BA} = \omega_{AB} AB, \quad (2)$$

где ω_{AB} — угловая скорость фигуры в данный момент времени.

Из сказанного следует, что векторное равенство (1) можно использовать для определения скорости любой точки плоской фигуры, если известны величина и направление вектора скорости какой-нибудь одной точки и мгновенная угловая скорость тела. Но чаще угловая скорость тела (плоской фигуры) бывает неизвестна. В таком случае пользоваться равенством (1) можно тогда, когда наряду с полностью известной скоростью полюса (точка A) необходимо, чтобы было известно хотя бы направление вектора искомой \vec{v}_B скорости точки.

Второй способ основан на использовании теоремы о проекции скоростей двух точек плоской фигуры на линию, их соединяющую, из которой следует, что указанные проекции (рис. 3) равны между собой, т. е.

$$v_{B(AB)} = v_{A(AB)}. \quad (3)$$

Использовать равенство (3) можно только тогда, когда известна величина и направление вектора скорости какой-нибудь одной точки плоской фигуры и направление вектора скорости другой точки.

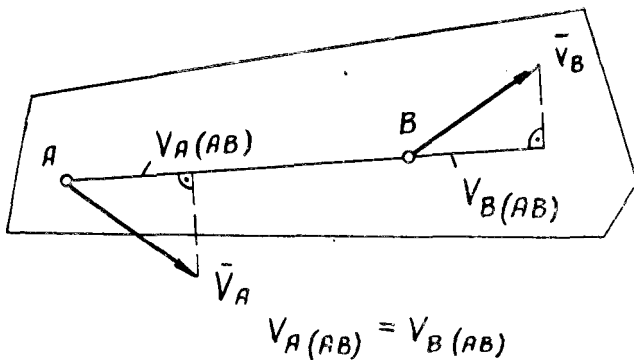


Рис. 3.

Третий способ определения скоростей точек плоской фигуры (тела) основан на использовании мгновенного центра скоростей. Этот способ наиболее удобен для расчетов, поэтому при изучении темы ему должно быть уделено наибольшее внимание. Прежде всего следует твердо усвоить, что мгновенный центр скоростей (МЦС) — это точка, неразрывно связанная с плоской фигурой, вокруг которой в данный момент времени вращается последняя, т. е. точка вокруг которой в заданном положении происходит мгновенный поворот тела.

Знание положения МЦС позволяет свести методику определения скоростей точек тела при его плоском движении к методике определения скоростей точек вращающегося тела, а именно, **скорость любой точки плоской фигуры в данный момент времени равна произведению ее угловой скорости на расстояние от точки до мгновенного центра скоростей**. Следовательно, при плоском движении тела скорости всех его точек в каждый момент времени пропорциональны их расстояниям до МЦС, т. е. (рис. 4)

$$\frac{V_A}{AP_v} = \frac{V_O}{OP_v} = \frac{V_B}{BP_v} = \dots \quad (4)$$

Направлены векторы скоростей всегда перпендикулярно линиям, проведенным через точки и мгновенный центр скоростей.

Необходимо, однако, помнить, что положение мгновенного центра скоростей при движении тела изменяется, он как бы

движется совместно с телом. Поэтому находить его следует для каждого нового положения тела.

Учитывая важность знания положения МЦС (точки P_v) для тела, движущегося плоскопараллельно, необходимо хорошо усвоить методику его определения.

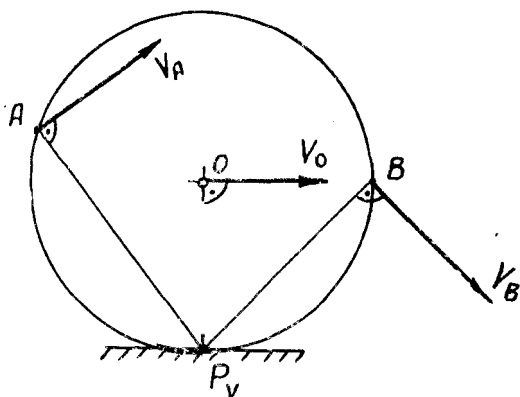


Рис. 4.

В общем случае положение МЦС можно найти, если известны величина и направление вектора скорости какой-нибудь точки плоской фигуры, например точки A (рис. 5), величина ее угловой скорости и направление поворота. При знании указанных параметров положение МЦС (точку P_v) определяют следующим построением: 1) из точки A под уг-

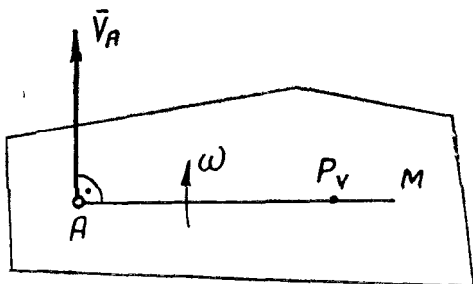


Рис. 5.

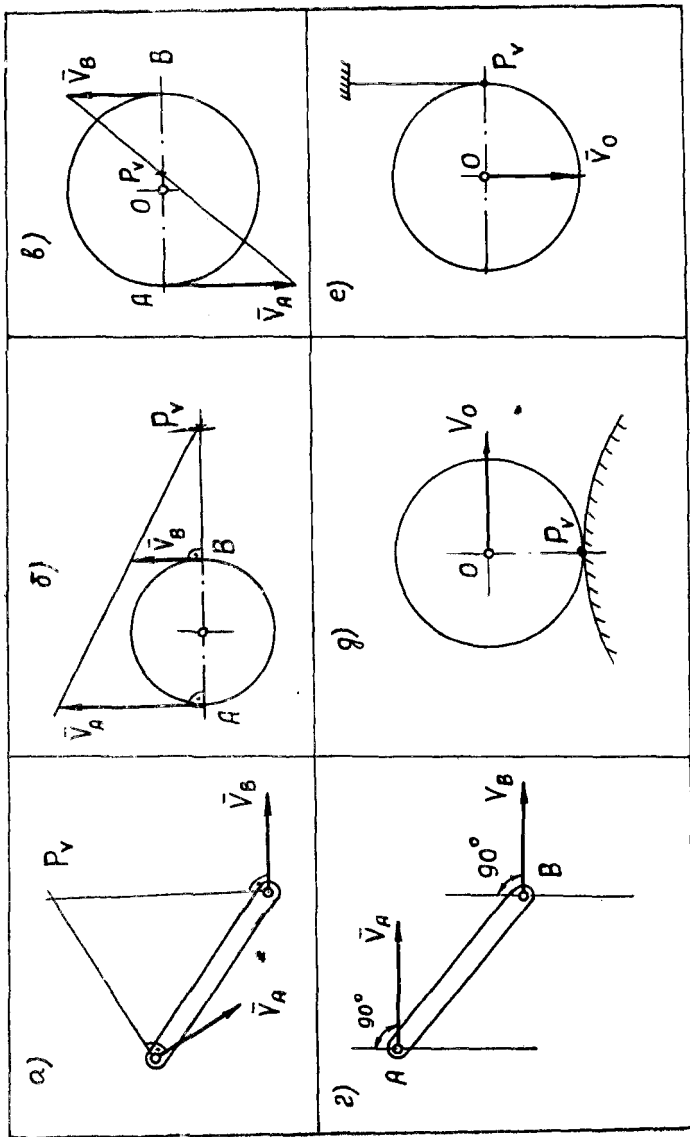


Рис. 6.

лом 90° к вектору \vec{v}_A в сторону вращения провести прямую АМ; 2) на линии АМ от точки А отложить отрезок AP_v ,

$$AP_v = \frac{v_A}{\omega}.$$

Точка P_v и будет являться мгновенным центром скоростей, так как ее скорость всегда равна нулю.

Из полученного общего правила, а также физической сущности мгновенного центра скоростей, являющегося как бы центром мгновенного поворота, вытекают следующие частные случаи его нахождения.

Первый случай. Известны направления векторов скоростей двух точек тела (рис. 6а) — МЦС (точка P_v) находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из точек к векторам их скоростей.

Второй случай. Векторы скоростей двух точек плоской фигуры параллельны, не равны между собой, и точки лежат на одном перпендикуляре к направлениям (рис. 6б и в). МЦС находят как точку пересечения линии АВ с линией, проведенной через концы векторов скоростей. Справедливость такого построения вытекает из свойства пропорциональности скоростей точек их расстояниям до МЦС.

Третий случай. Скорости двух точек параллельны, а линия, проведенная через точки, не перпендикулярна направлениям скоростей (рис. 6г). МЦС в этом случае расположен в бесконечности, а скорости всех точек тела равны по величине. Тело в рассматриваемом положении движется мгновенно поступательно.

Четвертый случай. Тело (например, диск или колесо) катится без проскальзывания по неподвижной поверхности или линии (рис. 6д, е). МЦС расположен в точке касания тела и поверхности.

3.3. Методика определения скоростей точек звеньев плоского механизма

Основные положения и теоремы кинематики плоского движения тела (плоской фигуры) наибольшее применение находят в изучении кинематики движения звеньев и их точек в плоских механизмах. Поэтому важно хорошо усвоить методический подход к определению скоростей точек звеньев механизма при решении задач.

Рассматриваемые в указанной ранее учебной литературе методы определения скоростей точек плоской фигуры являются графоаналитическими и позволяют определять их для заданного момента времени. Поэтому при решении задач необходимо руководствоваться следующим: 1) изобразить механизм в положении, соответствующем заданному моменту времени; 2) последовательно, начиная со звена, движение которого задано (ведущего звена), определить скорости точек, являющихся общими для смежных звеньев (точек связи звеньев), дойдя до интересующей точки.

При определении скоростей общих точек необходимо исходить, прежде всего, из вида движения звеньев, т. е. прежде чем определять скорость какой-нибудь точки, необходимо установить вид движения звена, которому она принадлежит. Далее, в соответствии с видом движения звена определить скорость интересующей нас точки. Если звено движется плоскопараллельно, то скорости его точек можно определять с помощью трех приведенных ранее методов.

Рассмотрим последовательность определения скоростей точек звена каждым из методов.

Первый метод — с помощью теоремы о сложении скоростей точек плоской фигуры:

1) выбрать в качестве полюса ту точку звена, скорость которой известна или может быть легко определена;

2) найти другую точку звена, направление вектора скорости которой известно;

3) записать векторное уравнение для нахождения скорости выбранной точки через скорость полюса. Например, если за полюс выбрана точка А, то для точки В оно будет иметь вид

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA};$$

4) определить неизвестные величины скоростей v_B и v_{BA} , спроецировав векторное уравнение на выбранные оси координат;

5) определить угловую скорость звена из формулы

$$\omega_{BA} = \frac{v_{BA}}{BA};$$

6) зная угловую скорость звена и скорость полюса, найти с помощью векторного уравнения искомую скорость другой точки.

При решении векторных уравнений методом проекций на координатные оси последние удобно выбрать так, чтобы одна из осей проходила через полюс и точку, скорость которой определяется.

Для закрепления материала решите задачу. В рычажном механизме грохота (рис. 7) кривошип OA вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{OA} = 10 \text{ с}^{-1}$. В точке A с кривошипом шарнирно соединен шатун AB . К коромыслу BO_1 в точке C присоединен второй шатун CD , который соединен с ползуном D . Определить скорость ползуна D для момента времени, когда $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 150^\circ$, а коромысло BO_1 занимает вертикальное положение, и угловые скорости всех звеньев.

Расчеты выполнить при условии, если $OA = 0,2 \text{ м}$, $AB = 0,5 \text{ м}$, $BC = CO_1 = 0,2 \text{ м}$, $CD = 0,4 \text{ м}$.

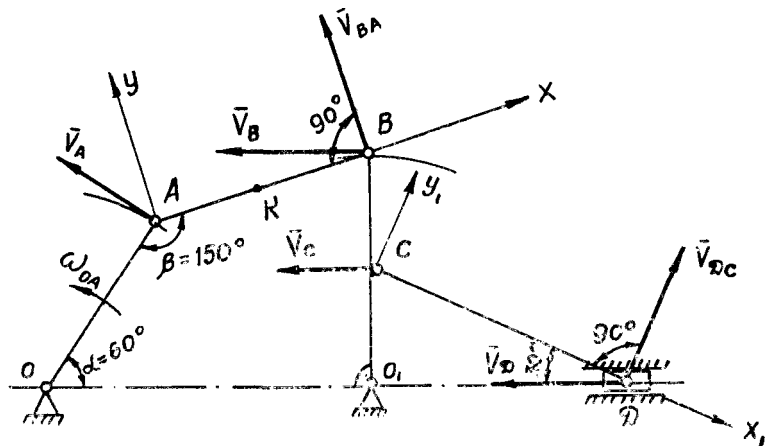


Рис. 7.

Указания к решению

1. Изобразите механизм в положении, соответствующем заданному моменту времени (на рис. 7 это выполнено).

2. Определите скорость точки A ведущего звена, являющейся общей для кривошипа OA и шатуна AB . Так как кривошип совершает вращательное движение, то

$$v_A = \omega_{OA} OA.$$

Направлен вектор \vec{v}_A перпендикулярно OA .

3. Определите скорость точки В, соединяющей шатун АВ и коромысло ВО₁. Так как шатун АВ движется плоскопараллельно, то скорость точки В необходимо определять, воспользовавшись основной теоремой плоского движения, выбрав в качестве полюса точку А, скорость которой известна, а именно

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}.$$

В записанном уравнении известно направление вектора скорости точки В — он направлен перпендикулярно коромыслу ВО₁, так как последнее совершает вращательное движение. Известна полностью величина и направление скорости точки А, а также направление вектора скорости v_{BA} (он всегда перпендикулярен звену ВА). Оставшиеся две неизвестные величины скоростей v_B и v_{BA} определите методом проекций уравнения на оси координат.

В результате расчетов получите $v_B = 1,14$ м/с; $v_{BA} = -1,15$ м/с.

4. Зная v_{BA} и v_B , можно определить угловые скорости звеньев АВ и ВО₁ по формулам

$$\omega_{AB} = \frac{v_{BA}}{AB}, \quad \omega_{BO_1} = \frac{v_B}{BO_1}.$$

5. Имея угловую скорость шатуна АВ можно определить скорость любой его точки. Например, для точки К

$$\vec{v}_K = \vec{v}_A + \vec{v}_{KA}.$$

В этом уравнении неизвестны величина и направление скорости точки К, но зато \vec{v}_A известна полностью, а \vec{v}_{KA} направлена перпендикулярна АВ. Величина же ее может быть определена как

$$v_{KA} = \omega_{AB} KA.$$

Далее, проецируя векторное уравнение на оси координат, можно определить v_{Kx} и v_{Ky} , а по ним и v_K .

6. Скорость точки С связи звеньев ВО₁ и CD определите с учетом того, что коромысло ВО₁ вращается, а именно:

$$\vec{v}_C = \omega_{BO_1} CO_1,$$

Направлен вектор \vec{v}_C перпендикулярно ВО₁.

7. Определите скорость точки D исходя из того, что звено

CD движется плоскопараллельно. Выбрав в качестве полюса точку С, можно записать:

$$\vec{v}_D = \vec{v}_C + \vec{v}_{DC}.$$

В записанном уравнении известны направления всех векторов (\vec{v}_D вдоль направляющей; \vec{v}_{DC} перпендикулярен DC) и величина скорости v_C . Две неизвестные величины скоростей v_D и v_{DC} определите, спроецировав векторное уравнение на оси. В результате расчетов получите $v_D = v_C = 0,57$ м/с; $v_{DC} = 0$.

Полученные результаты указывают на то, что звено DC в данном положении движется мгновенно поступательно, а следовательно, все его точки имеют одинаковые скорости.

Второй метод — с помощью теоремы о проекции скоростей двух точек плоской фигуры на линию, их соединяющую.

Он применим только тогда, когда известны направления векторов скоростей двух точек тела и величина одной из них. Последовательность решения задач рассматриваемым методом практически такая же, как описано выше. Аналогично и расчеты те же, если, как в рассматриваемом примере, одну из координатных осей проводить через полюс и точку. Тогда проецирование векторного уравнения на эту ось есть не что иное, как использование теоремы о проекции скоростей точек на линию АВ. В рассмотренном примере это проецирование уравнения на оси Ax и Cx.

Третий метод — с использованием мгновенного центра скоростей. Определять скорости точек звеньев, совершающих плоское движение, при этом целесообразно в такой последовательности: 1) найти положение МЦС одним из рассмотренных ранее способов; 2) найти расстояние от точки плоской фигуры (звена), скорость которой известна, до МЦС (точки P_v) и определить угловую скорость звена, разделив величину скорости точки на найденное расстояние; 3) найти величину скорости интересующей нас точки, умножая угловую скорость звена на расстояние от точки до МЦС.

При этом следует иметь в виду, что МЦС должен определяться для каждого звена и каждого нового его положения.

Рассмотрите сказанное на примере, причем для сравнения методов решите предыдущую задачу с использованием МЦС.

Указания к решению

1. Изобразите механизм в положении, соответствующем заданному моменту времени (рис. 8).

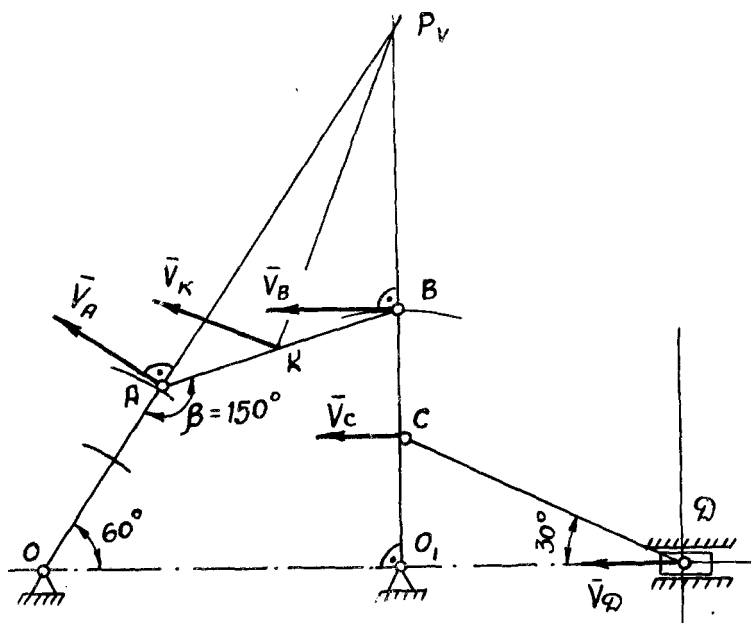


Рис. 8.

2. Определите, как в первом случае, величину скорости точки A и укажите ее направление.

3. Для определения скорости точки B (звено AB движется плоскопараллельно) найдите положение МЦС звена. В рассматриваемом случае для звена AB полностью известна скорость точки A и направление вектора скорости точки B ($\vec{v}_B \perp BO_1$), поэтому МЦС найдите как точку пересечения перпендикуляров к векторам скоростей точек A и B (рис. 8).

4. Найдите расстояния AP_v и BP_v .

5. Определите угловую скорость звена AB по формуле

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AP_v}.$$

6. Определите скорость точки В:

$$v_B = \omega_{AB} BP_V.$$

7. Найдите угловую скорость звена BO_1 (как и ранее $\omega_{BO_1} = 2,85 \text{ с}^{-1}$).

8. Определите скорость точки С при условии, что звено BO_1 вращается.

$$v_C = \omega_{BO_1} OC.$$

9. Звено CD движется плоскопараллельно, поэтому скорость точки D определите через МЦС. Для нахождения положения МЦС укажите направление векторов скоростей двух точек звена С и D и из них восстановите перпендикуляры к векторам скоростей. Как видно из рисунка, перпендикуляры к векторам скоростей не пересекаются, т. е. МЦС находится в бесконечности. Следовательно, звено CD в рассматриваемом положении движется мгновенно-поступательно, и скорости всех его точек одинаковы и составят:

$$v_C = v_D = 0,57 \text{ м/с}.$$

Из сравнения рассмотренных методов определения скоростей точек тела при его плоском движении видим, что последний менее громоздок.

3.4. Особенности определения ускорений точек плоской фигуры

Вопрос изложен в [1, гл. 3, § 7]; [2, § 84]; [3, § 96].

При изучении данного вопроса следует обратить внимание на то, что как и скорости точек плоской фигуры их ускорения определяют на основе замены ее истинного движения двумя простейшими: переносным — поступательным движением фигуры вместе с полюсом, и относительным — вращением фигуры вокруг полюса. Так как относительное движение фигуры — ее вращение вокруг полюса, то ускорение в относительном движении точки всегда представляется в виде двух, нормального и касательного.

С учетом сказанного на основании теоремы о сложении ускорений точки при сложном движении (рис. 9) имеем:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^c, \quad (5)$$

где \bar{a}_B — интересующее нас ускорение искомой точки;

\bar{a}_A — ускорение полюса (произвольно выбранной точки);

$\bar{a}_{BA}^n, \bar{a}_{BA}^\tau$ — нормальное и касательное ускорения точки В при вращении фигуры вокруг полюса А.

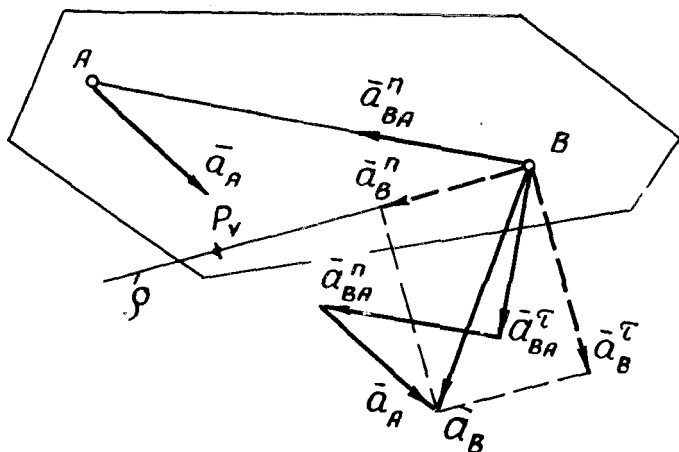


Рис. 9.

Следует иметь в виду, что уравнение (5) в зависимости от вида движения точек А и В может быть записано и в других формах. Если полюс А движется по заданной криволинейной траектории, то его ускорение представляется в виде двух слагаемых \bar{a}_A^n и \bar{a}_A^τ , и уравнение (5) примет вид

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau. \quad (6)$$

Может быть случай, когда и точка В движется по заданной криволинейной траектории, тогда \bar{a}_B также представляется в виде двух слагаемых, нормального \bar{a}_B^n и касательного \bar{a}_B^τ . В результате имеем

$$\bar{a}_B^n + \bar{a}_B^\tau = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau. \quad (7)$$

Необходимо уяснить также, что составляющие нормального \bar{a}_{BA}^n и касательного \bar{a}_{BA}^τ ускорений точки в относительном движении в общем случае не совпадают с нормальным \bar{a}_B^n и касательным \bar{a}_B^τ ускорениями точки в истинном движении. Величины первых определяются из уравнений

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 AB, \quad a_{BA}^{\tau} = \varepsilon_{AB} AB.$$

Направлены они (рис. 9) следующим образом: нормальное — вдоль АВ от В к А, касательное — перпендикулярно ВА.

Величины ускорений \bar{a}_B^n и \bar{a}_B^{τ} можно определить только через радиус кривизны траектории точки В.

$$a_B^n = \frac{v_B^2}{\rho} \cdot a_B^{\tau} = \varepsilon_{AB} \rho.$$

Направлены векторы ускорений: \bar{a}_B^n — к центру кривизны траектории точки (в сторону МЦС), \bar{a}_B^{τ} — по касательной к траектории точки, т. е. перпендикулярно нормальному.

3.5. Методика определения ускорений точек звеньев механизма при их плоском движении

Общий методический подход к определению ускорений точек звеньев при их плоском движении остается практически таким же, как и при определении скоростей. Суть его заключается в следующем: 1) механизм изображается в положении, соответствующем заданному моменту времени; 2) последовательно начиная с ведущего звена, определяют ускорения точек связи звеньев между собой, дойдя до интересующей точки.

При определении ускорений точек исходной предпосылкой является вид движения звена, которому принадлежит точка. Рассмотрим отличительные особенности методики расчетов при определении ускорений точек, принадлежащих звеньям, движущимся плоскопараллельно.

Последовательность и характер расчетов при определении ускорений точек тела, совершающих плоское движение, зависят прежде всего от полноты информации о характере и виде движения точек. По общности расчетов, связанных с определением ускорений точек, задачи могут быть разделены на четыре типа. Рассмотрим методику определения ускорения для всех четырех типов задач.

Первый тип задач. Точка, ускорение которой определяют, движется по заданной прямой (например, ползун кривошипно-шатунного механизма). В таких задачах всегда можно указать направление вектора искомого ускорения. Тогда из векторного уравнения (5) или (6) остается определить лишь его величину. Решается задача в такой последовательности.

1. Изобразить звено (механизм) в положении, соответствующем заданному моменту времени.

2. Выбрать полюс—точку, ускорение которой известно или может быть определено из условий задачи.

3. Записать векторное уравнение для определения ускорения интересующей нас точки через ускорение полюса. Если полюс—точка А, а уравнение составляется для точки В, то оно будет иметь следующий вид:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^{\tau} + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^{\tau}.$$

В общем случае векторное уравнение позволяет определить лишь два параметра. Записанное же содержит всего десять параметров, подлежащих определению: пять величин векторов ускорений и пять их линий действия (направлений). Поэтому, чтобы решить уравнение, восемь параметров должно быть определено из условий задачи.

В задачах рассматриваемого типа решением векторного уравнения можно определить величины ускорений a_B и a_{BA}^{τ} . Остальные линии действия (направления) всех ускорений и величин ускорений \vec{a}_A^n , \vec{a}_A^{τ} , \vec{a}_{BA}^n позволяют определить исходные данные.

4. Показать на схеме направление вектора ускорения \vec{a}_B .

5. Найти в зависимости от способа задания движения величины ускорений \vec{a}_A^n и \vec{a}_A^{τ} полюса и показать их направление.

6. По формуле

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 AB$$

определить величину и указать направление относительного нормального ускорения. При этом, если угловая скорость ω_{AB} звена ранее не определялась, ее необходимо найти, используя методы, рассмотренные при определении скоростей точек плоской фигуры.

7. Показать на расчетной схеме направление вектора \vec{a}_{BA}^{τ} . Он всегда перпендикулярен линии ВА.

8. Выбрать удобным образом оси координат и спроецировать векторное уравнение на них. В результате получим два алгебраических уравнения вида

$$a_{Bx} = a_{Ax}^n + a_{Ax}^{\tau} + a_{BAx}^n + a_{BAx}^{\tau},$$

$$a_{By} = a_{Ay}^n + a_{Ay}^{\tau} + a_{BAy}^n + a_{BAy}^{\tau}.$$

9. Решив полученные алгебраические уравнения относительно a_B и a_{BA}^{τ} , найти их величины.

Решите задачу

Кривошип OA (рис. 10) длиной 0,2 м нецентрального кривошипно-шатунного механизма вращается равномерно с уг-

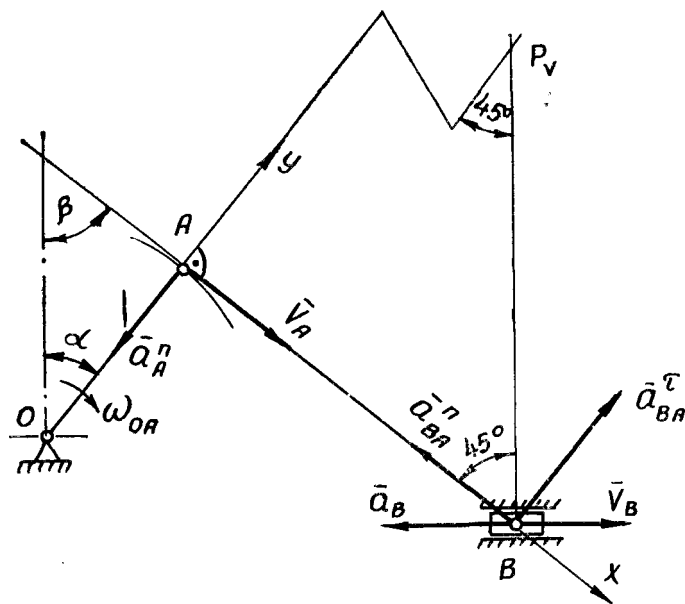


Рис. 10.

ловой скоростью $\omega_{OA} = 10 \text{ с}^{-1}$ и приводит в движение шатун AB длиной 1,0 м; ползун B движется по горизонтали.

Найти ускорение ползуна B в момент, когда кривошип и шатун взаимно перпендикулярны и образуют с вертикальной осью углы $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 45^\circ$.

Указания к решению

Так как в задаче предстоит определить ускорение точки B звена AB механизма, то расчет будем вести последовательно, начиная с ведущего звена.

1. Изобразите механизм в заданном положении (рис. 10).

2. Определите ускорение точки А кривошипа, принадлежащей одновременно и шатуну. Так как кривошип совершает вращательное движение, то ускорение точки А определите в виде двух составляющих, нормального и касательного:

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 OA; \quad a_A^{\tau} = \varepsilon_{OA} OA.$$

Направлен вектор a_A^n от А к О.

3. Ускорение точки В определите исходя из того, что шатун АВ совершает плоское движение. Выбрав за полюс точку А (ускорение ее известно), составьте векторное уравнение для ускорения точки В.

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^{\tau} + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^{\tau}. \quad (A)$$

Так как из записанного уравнения необходимо определить величины ускорений \bar{a}_B и \bar{a}_{BA}^{τ} , то предварительно определите остальные параметры.

4. Покажите направление вектора ускорения точки В (всегда вдоль направляющей).

5. Ускорения полюса \bar{a}_A^n и \bar{a}_A^{τ} определены ранее.

6. Определите величину ускорения a_{BA}^n .

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 AB.$$

Здесь неизвестна угловая скорость звена АВ. Определите ее через МЦС, положение которого можно найти, так как можем указать направление векторов скоростей точек А и В. Вектор скорости точки А направлен перпендикулярно кривошипу ОА, а скорость точки В — вдоль направляющих. Перпендикуляры к ним пересекутся в точке P_v . Тогда

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AP_v},$$

где $v_A = \omega_{OA} OA$.

Направлен вектор a_{BA}^n от В к А.

7. Покажите направление вектора \bar{a}_{BA}^{τ} (перпендикулярно АВ).

8. Выберите оси координат, как показано на схеме (рис. 10), и спроецируйте на них векторное уравнение (А). Решая полученные уравнения, определите ускорение точки В. Оно должно быть равно ($-5,7 \text{ м/с}^2$).

Знак минус указывает, что вектор \bar{a}_{BA}^{τ} направлен в противоположную сторону. При необходимости можно определить величину a_{BA}^{τ} .

Второй тип задач. Точка звена, совершающего плоское движение, ускорение которой необходимо определить, движется по заданной криволинейной траектории. В таких задачах искомое ускорение распадается на два, и тогда для расчетов необходимо использовать уравнение (7).

Задачи второго типа решаются практически в такой же последовательности, как и задачи первого типа. Принципиальное отличие состоит, во-первых, в том, что в левой части векторного уравнения стоят два ускорения, нормальное \bar{a}_B^n и касательное \bar{a}_B^{τ} , хотя направления их и известны. Во-вторых, с помощью векторного уравнения (16) должны определяться величины обоих касательных ускорений a_B^{τ} и a_{BA}^{τ} так как иным путем найти их невозможно. Следовательно, остальные 10 параметров, входящих в уравнение, необходимо определить на основании исходных данных. Рассмотрим сказанное на примере.

Пример. В кривошипно-коромысловом механизме (рис. 11)

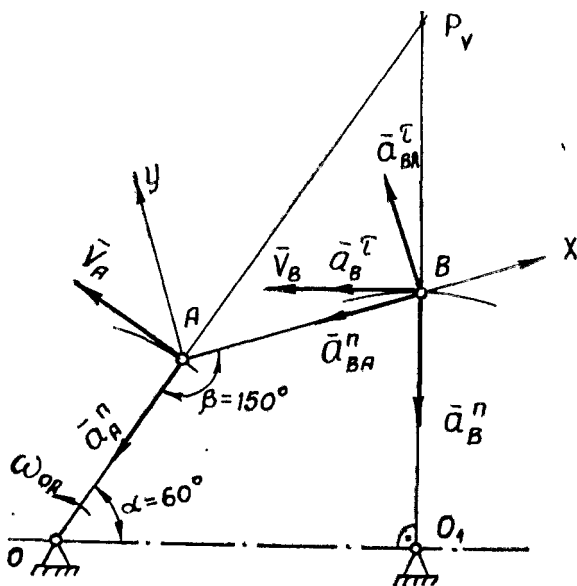


Рис. 11.

кривошип OA вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{OA} = 10 \text{ с}^{-1}$. Шатун AB в точке A шарнирно соединен с кривошипом, а в точке B — с коромыслом BO_1 . Определить ускорение точки B для момента времени, когда $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 150^\circ$, а коромысло BO_1 занимает вертикальное положение. Расчеты выполнить при условии, что $OA = 0,2 \text{ м}$, $AB = 0,5 \text{ м}$, $BO_1 = 0,4 \text{ м}$.

Решение

Как и в предыдущей задаче, расчет ведем последовательно, начиная с ведущего звена.

1. Изображаем механизм в положении (рис. 11), соответствующем заданному моменту времени.

2. Определяем ускорение точки A , связывающей звенья OA и AB . Так как точка A принадлежит вращающемуся телу (кривошипу OA), то ускорение ее состоит из нормального и касательного. Величины их соответственно равны:

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 OA = 10^2 \cdot 0,2 = 20 \text{ м/с}^2,$$

$$a_A^\tau = 0, \text{ так как } \epsilon_{OA} = 0.$$

Направляем вектор \vec{a}_A^n от A к O .

3. Составляем векторное уравнение для определения ускорения точки B исходя из того, что звено движется плоскопараллельно. При этом учитываем тот факт, что точка B принадлежит и вращающемуся коромыслу BO_1 , а следовательно, ускорение ее представляем в виде нормального \vec{a}_B^n и касательного \vec{a}_B^τ . Следовательно,

$$\vec{a}_B^n + \vec{a}_B^\tau = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau.$$

Учитывая, что для задач такого типа величины ускорений \vec{a}_B^n и \vec{a}_{BA}^n могут быть определены только из записанного векторного уравнения, находим остальные ускорения на основании условий задачи.

4. Определяем величину ускорения a_B^n . Так как точка B принадлежит одновременно и коромыслу BO_1 , которое вращается относительно оси O_1 , то ее нормальное ускорение можно определить следующим образом:

$$a_B^n = \omega_{BO_1}^2 BO_1.$$

Неизвестная угловая скорость звена BO_1 может быть определена только через скорость точки B . Последнюю опре-

делим из условия плоского движения звена АВ, зная его мгновенный центр скоростей и величину скорости точки А. Так как такой расчет уже был проделан в примере 3 (третий метод), то мы воспользуемся готовым результатом, а именно $\omega_{\text{ВО}_1} = 2,85 \text{ с}^{-1}$.

Тогда $a_B^n = 2,85^2 \cdot 0,4 = 32,5 \text{ м/с}^2$.

Направление вектора \vec{a}_B^n указываем от В к O_1 (рис. 11).

5. Указываем направление вектора a_B^{τ} (перпендикулярно ВО_1). Величину его определить не можем, так как неизвестно угловое ускорение звена.

6. Ускорение полюса (точки А) определено выше и показано на схеме.

7. Определяем величину ускорения $a_{\text{ВА}}^n$.

$$a_{\text{ВА}}^n = \omega_{\text{АВ}}^2 \text{ АВ.}$$

Здесь неизвестна угловая скорость шатуна АВ. Ее можно определить через величину скорости точки А и ее расстояние до мгновенного центра скоростей АР_v .

$$\omega_{\text{АВ}} = \frac{v_A}{\text{АР}_v}.$$

Так как расчеты эти выполнены в примере 3, то воспользуемся готовыми результатами, $\omega_{\text{АВ}} = 2,3 \text{ с}^{-1}$.

Тогда $a_{\text{ВА}}^n = 2,3^2 \cdot 0,5 = 2,65 \text{ м.с}^{-2}$.

Направляем вектор $\vec{a}_{\text{ВА}}^n$ от В к А.

8. Указываем направление вектора $\vec{a}_{\text{ВА}}^{\tau}$, он всегда перпендикулярен АВ.

9. Выбираем удобным образом оси координат (рис. 11) и проецируем векторное уравнение на них.

$$(Ax); -a_B^n \cos 60^\circ - a_B^{\tau} \cos 30^\circ = -a_A^n \cos 30^\circ - a_{\text{ВА}}^n,$$

$$(Ay); -a_B^n \sin 60^\circ + a_B^{\tau} \sin 30^\circ = -a_A^n \sin 30^\circ + a_{\text{ВА}}^{\tau}.$$

10. Из первого уравнения определяем величину касательного ускорения точки В. $a_B^{\tau} = -4 \text{ м/с}^2$.

11. Находим полное ускорение точки В₁

$$a_B = \sqrt{(a_B^n)^2 + (a_B^{\tau})^2} = 33,5 \text{ м/с}^2.$$

При необходимости можно определить и касательное ускорение из уравнения проекций на ось Ау.

Третий тип задач — задачи, в которых неизвестна вели-

чина искомого ускорения и невозможно указать направление его вектора. В таких задачах правая часть векторного уравнения вида (5) или (6) должна быть полностью определена, т. е. должны быть определены величины всех слагаемых ускорений и указаны их направления.

Отличительной особенностью таких задач является обязательность определения углового ускорения звена по ходу отыскания линейного ускорения интересующей точки. И действительно, в векторном уравнении вида

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau \quad (A)$$

при полностью неизвестном ускорении \vec{a}_B для его решения должна быть определена величина ускорения a_{BA}^τ . Определить же его можно только как произведение углового ускорения звена на расстояние между полюсом и точкой (AB), т. е.

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon_{AB} AB.$$

Определить угловое ускорение звена при плоском движении можно путем составления векторного уравнения вида (A) для точки звена, у которой известно хотя бы направление вектора ускорения (как в задачах первых двух типов). Проецируя такое уравнение на оси координат, можно найти касательное ускорение точки в относительном вращении фигуры вокруг полюса. Далее, разделив его на расстояние от точки до полюса, определяем угловое ускорение звена.

Последовательность и особенности решения установите на примере.

Пример для самостоятельного решения. Кривошип OA длиной 0,2 м (рис. 12) центрального кривошипно-шатунного механизма вращается вокруг оси O и в момент времени, когда угол φ равен 60° , имеет угловую скорость $\omega_{OA} = 10 \text{ с}^{-1}$ и угловое ускорение $\varepsilon_{OA} = 10 \text{ с}^{-2}$. При этом шатун AB образует с направляющей OB угол 30° . Для указанного момента времени определить ускорение точки C середины шатуна.

Указания к решению

1. Изобразите механизм в заданном положении.
2. Определите ускорение точки A кривошипа как точки связи между ним и шатуном по формулам:

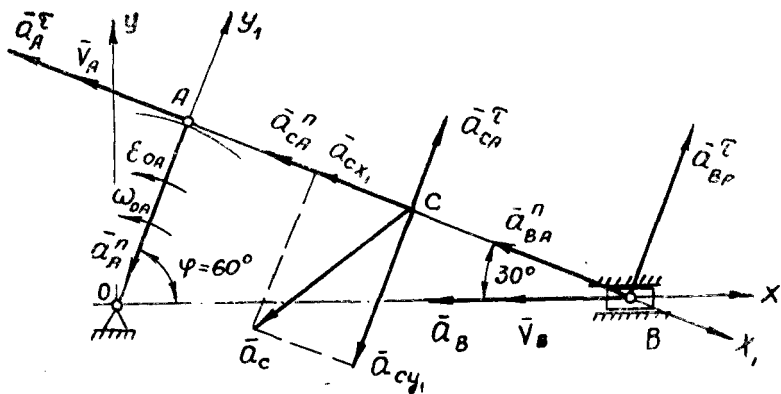


Рис. 12.

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 OA; \quad a_A^\tau = \varepsilon_{OA} OA.$$

Направление векторов покажите на рисунке.

3. Определите ускорение точки С шатуна, выбрав за полюс точку А.

$$\vec{a}_C = \vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau + \vec{a}_{CA}^n + \vec{a}_{CA}^\tau.$$

В записанном уравнении левая часть неизвестна полностью, ни величина, ни линия действия (направление) ускорения a_C , поэтому в правой части необходимо определить все параметры векторов.

4. Ускорения полюса a_A^n и a_A^τ определены выше.

5. Определите ускорение a_{CA}^n

$$a_{CA}^n = \omega_{AB}^2 AC.$$

Угловую скорость шатуна определите через мгновенный центр скоростей, который найдите как точку пересечения перпендикуляров к векторам скоростей точек А и В.

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AP_V},$$

где $v_A = \omega_{OA} \cdot OA$.

AP_V определите, решая прямоугольные треугольники OAB и OPB .

В итоге должно быть $\omega_{AB} = 3,33 \text{ с}^{-1}$; $a_{CA}^n = 1,9 \text{ м/с}^2$.
 Направьте вектор a_{CA}^n от С к А.

6. Определите величину ускорения a_{CA}^{τ} по формуле

$$a_{CA}^{\tau} = \epsilon_{AB} \cdot AC.$$

В записанном уравнении ϵ_{AB} неизвестно. Чтобы его определить, составьте векторное уравнение для нахождения ускорения какой-нибудь другой точки шатуна. В рассматриваемом случае это надо сделать для точки В, так как направление вектора ее ускорения можно указать (он направлен по линии хода поршня).

Итак,

$$a_B = a_A^n + a_A^{\tau} + a_{BA}^n + a_{BA}^{\tau}. \quad (B)$$

Записанное уравнение соответствует первому типу задач, поэтому решите его так, как уже было рассмотрено ранее. Покажите направление векторов всех ускорений, входящих в уравнение.

Величины ускорений a_A^n и a_A^{τ} определены ранее.

Определите величину ускорения a_{BA}^n по формуле

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB.$$

Выберите оси координат (рис. 12) и спроецируйте векторное уравнение (B) на ось Оу. Из полученного уравнения определите a_{BA}^{τ} , а по нему и ϵ_{AB} , используя формулу

$$\epsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^{\tau}}{AB}.$$

Сейчас можно определить ускорение a_{CA}^{τ} по формуле

$$a_{CA}^{\tau} = \epsilon_{AB} \cdot AC.$$

7. В правой части уравнения (A) все параметры известны, поэтому можно определить величину ускорения a_C . Выполните это, проецируя уравнение на оси координат, которые для удобства выберите следующим образом: ось Ах направьте по звену АВ, а Ау — перпендикулярно ему. По полученным проекциям определите a_C воспользовавшись формулой

$$a_C = \sqrt{a_{Cx_1}^2 + a_{Cy_1}^2}.$$

Должно получиться $a_C = 18,5 \text{ м/с}^2$.

Четвертый тип задач — задачи на определение ускорений

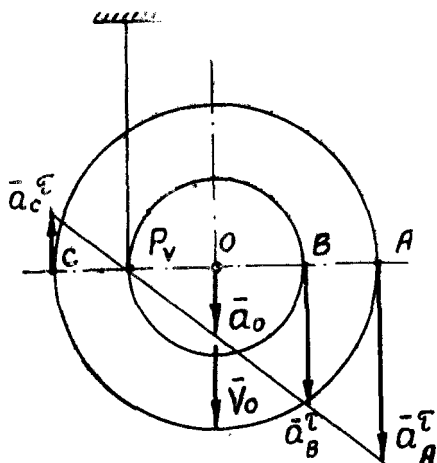


Рис. 13.

точек диска, катящегося без проскальзывания по неподвижной поверхности. Отличительной особенностью таких задач является то, что для катящегося диска заранее, не составляя векторного уравнения распределения ускорений точек, можно определить его угловое ускорение. Для этого достаточно иметь касательное ускорение любой точки диска, расположенной на перпендикуляре к опорной поверхности, проходящей через его центр. Зная указанные ускорения, угловое ускорение диска определится делением касательного ускорения точки на соответствующее расстояние до мгновенного центра скоростей P_v . Например, из рис. 13 получим

$$\varepsilon = \frac{a_A^c}{AP_v} = \frac{a_B^c}{BP_v} = \frac{a_C^c}{CP_v} = \frac{a_O^c}{OP_v}. \quad (8)$$

Из записанного следует, что касательные ускорения точек диска, расположенных на перпендикуляре к поверхности качения, пропорциональны расстояниям до МЦС.

При определении ускорений точек катящегося диска необходимо иметь в виду, что направления векторов их ускорений, кроме ускорения центра диска, неизвестны, т. е. в векторном уравнении левая его часть (искомое ускорение) неизвестна полностью. В этом смысле задачи рассматриваемого

типа должны решаться в такой же последовательности, как и задачи третьего типа.

Пример для самостоятельного решения

Барабан (рис. 14) меньшей ступенью может катиться без проскальзывания по прямолинейной горизонтальной поверхности. На большую ступень барабана намотана нить, перебро-

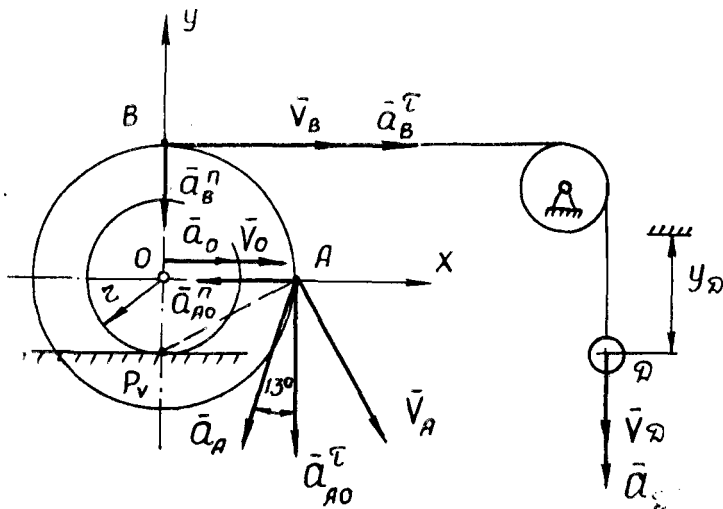


Рис. 14.

щенная через блок. Груз D , закрепленный на конце нити, начинает опускаться вниз по закону $y_D = 0,2 t^2$, м. Определить скорость и ускорение точки A обода барабана, через одну секунду от начала движения, если радиусы его соответственно равны $r = 0,2$ м и $R = 0,4$ м.

Как и в предыдущих задачах, определение скоростей и ускорений точек начните с ведущего звена.

Указания к решению

1. Найдите скорость груза D по формуле

$$v_D = \frac{dy_D}{dt}.$$

Направлен вектор скорости \vec{v}_D вертикально вниз.

2. Определите скорость точки В, общей для нити и барабана.

Так как нить нерастяжима, то скорость каждой ее точки направлена вдоль нити и равна по величине скорости точки Г. Следовательно, и скорость точки В барабана равна скорости точки В нити и направлена по нити.

$$v_B = v_D.$$

3. Определите скорость точки А барабана.

Барабан совершает плоское движение, поэтому скорость точки А найдите, воспользовавшись соответствующим методом. В рассматриваемом случае известно положение МЦС барабана — точка касания его и опорной поверхности. Поэтому удобно воспользоваться свойством пропорциональности скоростей точек плоской фигуры их расстояниям до МЦС.

$$\frac{v_B}{BP_v} = \frac{v_A}{AP_v}.$$

В итоге должны получить $v_A = 0,3$ м/с.

Направлен вектор скорости точки А перпендикулярно отрезку АР в сторону вращения колеса.

Определение ускорения точки А

1. Определите ускорение точки D по формуле

$$a_D = \frac{dv_D}{dt}.$$

2. Определите ускорение точки В барабана. Так как нить сходит с барабана в точке В по касательной, то ускорение точки В нити, равное ускорению груза a_D , является касательным ускорением точки В колеса, следовательно $a_B^{\tau} = a_D$

Направлено это ускорение вдоль нити.

Нормальное ускорение точки В барабана можно определить следующим образом:

$$a_B^n = \frac{v_B^2}{\rho},$$

где ρ — радиус кривизны траектории в точке В. Он неизвестен и определить его не представляется возможным. Следо-

зательно, величину \bar{a}_B^n найти прямым методом невозможно. Направление же его вектора можно указать.

Из сказанного следует, что точку В в качестве полюса принимать невозможно, поэтому необходимо определить ускорение какой-нибудь другой точки. В рассматриваемом случае просто определить ускорение центра барабана.

3. Определите ускорение точки О, воспользовавшись свойством пропорциональности касательных ускорений точек линии BP_v их расстояниям до МЦС:

$$\frac{a_B^{\tau}}{BP_v} = \frac{a_O}{OP_v}.$$

Направлен вектор a_O в направлении качения колеса.

4. Определите ускорение точки А, приняв в качестве полюса точку О.

$$\bar{a}_A = \bar{a}_O + a_{AO}^n + a_{AO}^{\tau}. \quad (A)$$

Для ускорения a_A неизвестна величина и его направление, поэтому все параметры правой части необходимо определить.

5. Определите ускорение a_{AO}^n по формуле

$$a_{AO}^n = \omega^2 OA.$$

Угловую скорость колеса определите следующим образом:

$$\omega = \frac{v_B}{BP_v}.$$

Тогда получите $a_{AO}^n = 0,18 \text{ м/с}^2$.

Направлен вектор a_{AO}^n от точки А к центру О.

6. Определите ускорение a_{AO}^{τ} .

$$a_{AO}^{\tau} = \varepsilon \cdot AO.$$

Неизвестное угловое ускорение ε определите, разделив a_B^{τ} на расстояние до МЦС,

$$\varepsilon = \frac{a_B^{\tau}}{BP_v}.$$

Тогда должно получиться $a_{AO}^{\tau} = 0,28 \text{ м/с}^2$.

Направлен вектор a_{AO}^{τ} перпендикулярно АО в сторону вращения колеса, так как ε положительно.

7. Определите ускорение точки А, для чего выберите оси координат как показано на рисунке, и спроецируйте векторное уравнение (А) на каждую из них. Решая уравнения проекций, определите a_{Ax} и a_{Ay} , а затем и a_A по формуле

$$a_A = \sqrt{a_{Ax}^2 + a_{Ay}^2}.$$

Окончательно a_A должно быть равно 0,29 м/с².

3.6. Методика определения угловой скорости и углового ускорения тела при плоском движении

Определение угловой скорости. Угловая скорость твердого тела при его плоском движении определяется в зависимости от того, как задано движение.

1. Движение задано функцией угла поворота тела от времени, $\varphi = f(t)$. Тогда угловая скорость определяется как производная от угла поворота по времени, т. е.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

2. Движение задано скоростями точек тела в определенный момент времени.

В таком случае угловую скорость тела определяют, используя основные теоремы и положения теории плоского движения, в частности теорему о сложении скоростей точек плоской фигуры, или через мгновенный центр скоростей.

В первом случае угловую скорость плоской фигуры определяют, предварительно найдя скорость какой-либо ее точки при вращении фигуры вокруг другой ее точки, принимаемой за полюс. Например, если за полюс выбрана точка А и определена скорость v_{BA} точки В во вращении вокруг А, то угловая скорость фигуры определяется по формуле

$$\omega = \frac{v_{BA}}{BA}. \quad (9)$$

Скорость же v_B определяется решением векторного уравнения вида

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}.$$

Определив предварительно \vec{v}_A и указав хотя бы направление вектора \vec{v}_B , методом проекции находим величину v_{BA} .

Во втором случае предварительно необходимо найти положение МЦС одним из рассмотренных ранее способов. Затем, разделив скорость какой-нибудь точки плоской фигуры на расстояние от точки до МЦС, определяем угловую скорость тела:

$$\omega = \frac{v_A}{AP_v} = \frac{v_B}{BP_v} = \dots \quad (10)$$

Определение углового ускорения. Методика определения углового ускорения также зависит от характера задания движения тела (плоской фигуры).

1. Движение задано в виде зависимости угла поворота или угловой скорости тела от времени. Тогда

$$\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt} \quad (11)$$

2. Заданы или из условий задачи просто определяются скорости и ускорения каких-нибудь точек плоской фигуры. Тогда угловое ускорение определяют через касательное ускорение какой-нибудь точки плоской фигуры ее вращения вокруг другой точки полюса. Если, например за полюс выбрана точка А и определено ускорение точки В во вращении фигуры вокруг А, то угловое ускорение определяется по формуле

$$\varepsilon = \frac{a_{BA}^{\tau}}{BA} \quad (12)$$

Величина же ускорения a_{BA}^{τ} определяется решением векторного уравнения вида

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^{\tau},$$

как это было рассмотрено в предыдущих примерах.

Рассмотренная методика используется для определения угловых ускорений звеньев рычажных механизмов. Для катящегося колеса угловое ускорение определяется через касательное ускорение какой-нибудь его точки, как это было рассмотрено при решении четвертого типа задач.

Решите задачу. Линейка АВ (рис. 15) длиной 0,5 м механизма эллипсографа движется так, что в заданном положении известны ускорения ее точек А и В, причем $a_A = a_B = 10 \text{ м/с}^2$. Определить угловую скорость и угловое ускорение линейки в данный момент времени.

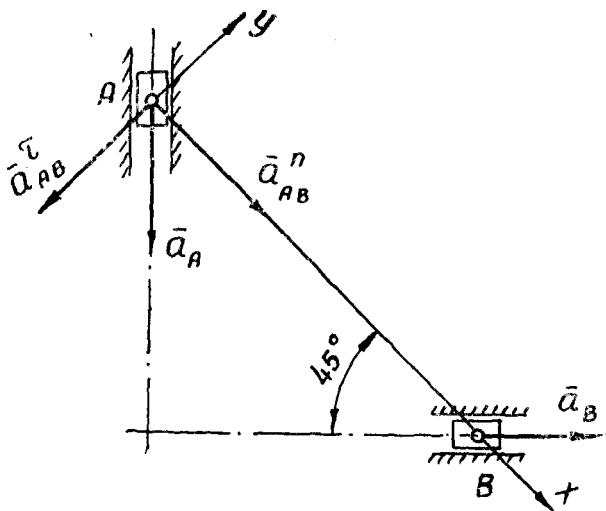


Рис. 15.

Указания к решению

1. Выберите в качестве полюса точку В и составьте векторное уравнение для определения ускорения точки А, величина которого уже известна:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_B + \bar{a}_{AB}^n + \bar{a}_{AB}^\tau. \quad (A)$$

В записанном векторном уравнении известны величины и направления векторов \bar{a}_B и \bar{a}_A , а также направления векторов \bar{a}_{AB}^n и \bar{a}_{AB}^τ . Вектор \bar{a}_{AB}^n направлен по звену АВ от точки А к В. Вектор же \bar{a}_{AB}^τ перпендикулярен АВ.

2. Выберите оси координат как показано на рисунке и спроецируйте векторное уравнение (А) на каждую из них.

3. Из полученных уравнений найдите a_{AB}^n и a_{AB}^τ .

4. Определите угловую скорость и угловое ускорение линейки по формулам:

$$\omega_{AB} = \sqrt{\frac{a_{AB}^n}{AB}}; \quad \epsilon_{AB} = \frac{a_{AB}^\tau}{AB}.$$

Результаты должны быть следующими:

$$\omega_{AB} = 5,5 \text{ с}^{-1}; \quad \epsilon_{AB} = 0.$$