

# Трение в кинематических парах

1. Виды трения.
2. Трение в поступательных кинематических парах. Определение коэффициента трения.
3. Трение во вращательных кинематических парах.
4. Передача работы и мощности. КПД машины. Коэффициент потерь.
5. КПД поступательной кинематической пары.
6. КПД вращательной кинематической пары.
7. Определение КПД механизма.
8. КПД соединенных машин.

## 15.1. Виды трения.

Общее сопротивление, возникающее в местах соприкосновения двух тел, которые перемещаются друг относительно друга, называется силой трения. Сопротивление движению возникает из-за упругих вязких и пластических деформаций шероховатых поверхностей соприкасающихся тел.

Трение в одних случаях является полезным фактором, например: при сцеплении винта и гайки с закрепляемой деталью колес автомобиля или

трамвая с дорогой, дисков тормозов различных машин.

В других случаях трение вызывает непроизводительный расход энергии, быстрый износ трущихся деталей. Например, короткий ресурс различных двигателей, редукторов, ряда машин, объясняется быстрым износом контактирующих поверхностей звеньев, т. е. кинематических пар.

Уменьшая трение в кинематических парах, можно обеспечить уменьшение расхода энергии и увеличить их долговечность, а следовательно повысить ресурс различных машин.

Трение препятствует относительному движению звеньев в кинематических парах. В зависимости от характера относительного движения различают:

- трение скольжение в низших кинематических парах,
- трение качения или трение качения с трением скольжения в высших кинематических парах.

Трение скольжения, в свою очередь можно разделить на:

- сухое трение (из-за сопротивления микронеровностей контактирующих поверхностей при отсутствии смазки),
- полусухое трение (из-за сопротивления микронеровностей при наличии смазки),
- жидкостное трение (при отсутствии контакта поверхностей жидким

слоем жидкости, за счет вязкости жидкости).

Природа сухого и жидкостного трения, а также трения качения - различна, поэтому отличаются и методы определения тех сопротивлений, которые появляются при относительном движении элементов кинематических пар.

В технических расчетах для определения силы трения сухих поверхностей пользуются формулой

$$F=f \cdot N, \quad (15.1)$$

где  $f$  - коэффициент трения скольжения при движении

$N$  - нормальная сила

Коэффициент трения покоя  $f_0$  больше коэффициента трения при движении,

т.е.  $f_0 > f$ . Коэффициент  $f$  зависит от многих факторов и определяется

экспериментально; для основных материалов он приводится в справочниках,

Зависимостью (15.1) пользуются для оценки силы трения в поступательных кинематических парах, представляя её в виде

$$F_{\text{тр}} = f_{\text{пр}} \cdot N, \quad (15.2)$$

Где  $f_{\text{пр}}$  - приведенный коэффициент трения, учитывающий коэффициент трения материалов, форму и размеры элементов кинематической пары и характер приложения силы.

### **15.1.1 Трение в поступательных кинематических парах. Определение коэффициента трения.**

Рассмотрим поступательную кинематическую пару на звено I массой  $m_1$  под углом  $\alpha$ , в которой внешняя сила (рис. 15.1) действует на кинематическую пару. Разложим эту силу на нормальную  $F_N$  и тангенциальную составляющую  $F$ . Сила  $N = F_N + G_1$  (где  $G_1$  - сила тяжести звена I) прижимает звено I к звену 2, в результате чего появляется сила трения  $F_{\text{тр}} = f \cdot N$ , препятствующая скольжению звена I под действием силы  $F$ . В том случае, когда  $F < F_{\text{тр}}$ , звено I неподвижно. При  $F > F_{\text{тр}}$  звено I будет двигаться с

ускорением  $Q = (F - F_{\text{тр}}) / m_1$ . При изменении угла приложения внешней силы  $\alpha$  возможны два случая:

- при  $\alpha > \Psi$  звено I будет двигаться, т. к.  $F > F_{\text{тр}}$
- при  $\alpha < \Psi$  звено I будет неподвижно, т.к.  $F < F_{\text{тр}}$

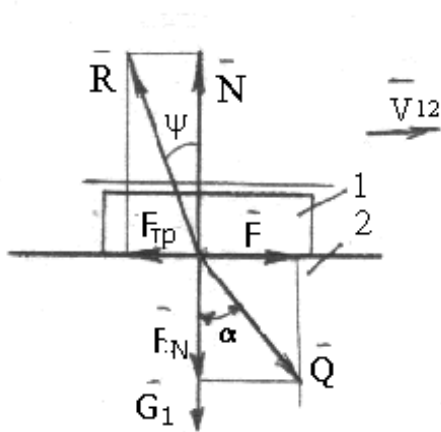


Рис.15.1 Трение в поступательной кинематической паре.

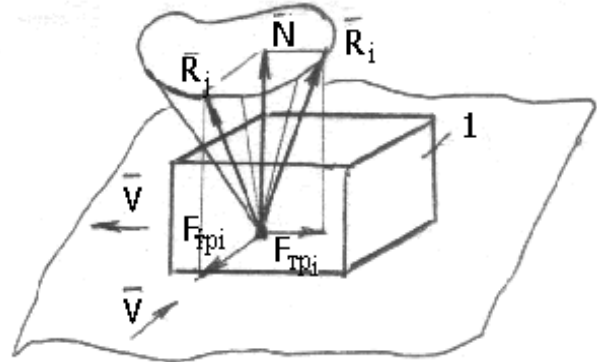


Рис.15.2 Конус трения

Между углом  $\Psi$  и коэффициентом трения  $f$  существует определенная связь. Из силового многоугольника (рис.15.1) т.е. коэффициент трения  $f$  геометрически интерпретируется как тангенс угла трения.

В зависимости от направления движения звена I относительно звена 2 реакция R будет располагаться в различных вертикальных плоскостях, проходящих через нормаль (рис.15.2), отклоняясь от последней на угол трения. Семейство положений реакции R образуют линейчатую поверхность называемую конусом трения.

Основание конуса может быть очерчено различными кривыми, вид которых связан с изменением коэффициента трения в зависимости от направления движения.

Если сила Q, приложенная к звену I, проходит внутри конуса трения, то звено находится в покое. Для случая движения сила Q должна проходить вне конуса трения»

При рассмотрении случая изложенного ранее, предполагалось, что внешняя сила Q прижимает ползун (звено I, рис. 15.3) направляющей

второго звена всей плоскостью, а направление силы  $Q$  не выходит за пределы опорной поверхности.

В случае действия силы  $Q$  за пределами опорной поверхности и из-за наличия зазора в кинематической паре, имеет место перекося звеньев, который изменяет коэффициент трения

Рассмотрим это явление на примере поступательной кинематической пары (рис.15.3)

Под действием силы  $Q$  в точках контакта звеньев (точки  $A$  и  $B$ ) возникают реакции  $R'$  и  $R''$ . Разложим эти реакции на две составляющие  $F_{тр}$  и  $N$ .

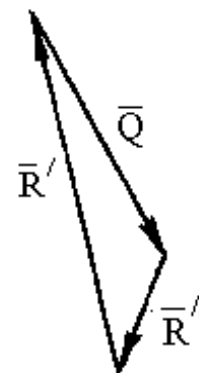
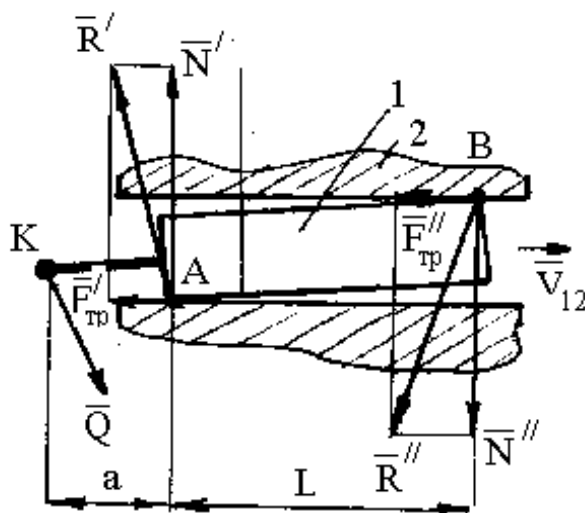


Рис. 15.3 Трение в реальной кинематической паре.

Рис.15.4 План сил

Силы трения в точках  $A$  и  $B$  равны

$$F'_{тр} = f \cdot N' \text{ и } F''_{тр} = f \cdot N''$$

Суммарная сила трения

$$F_{тр} = F'_{тр} + F''_{тр}$$

а суммарное давление в условиях перекося

$$N = N' - N''$$

Тогда приведенный коэффициент трения в этом случае

$$f_{пр} = F_{тр} / N = f \cdot ((N' + N'') / (N' - N'')) \quad (15.3)$$

Вследствие равновесия звеньев в кинематической паре, главный вектор и

главный момент сил будут равны нулю. Пренебрегая силами и моментами сил инерции, которые целесообразно учитывать лишь при больших относительных скоростях движения в кинематической паре и при больших массах звеньев, составим уравнение моментов сил относительно точки К и приравняем нулю.

$$N'' \cdot (L+a) - N' \cdot a = 0$$

В этом уравнении не учтены моменты сил трения, т.к. они обычно на один или несколько порядков ниже моментов от сил N.

$$N' = ((L+a)/a) \cdot N''$$

Подставляя последнее выражение а (3.3) находим приведенный коэффициент трения.

$$f_{пр} = f \cdot (1 + 2a/L) \quad (15.4)$$

При перемещении ползуна величина а будет изменяться, изменяя соответственно, и приведенный коэффициент трения  $f_{пр}$ .

Уменьшить приведенный коэффициент трения  $f_{пр}$  можно за счет увеличения длины ползуна L .

Условие равновесия сил, действующих на ползун

$$Q + R' + R'' = 0$$

позволяет построить план скоростей, откуда можно определить реакции  $R'$  и  $R''$ , а затем и составляющие  $N'$  и  $N''$ . (см.рис.15.4).

### 15.1.2 Трение во вращательной кинематической паре.

Рассмотрим трение во вращательной кинематической паре (рис.15.5), диаметр вала (звена 1) в которой меньше диаметра втулки (звена 2). На вал действуют следующие силы:

Нагрузка Q, нормальная реакция N и сила трения  $f_{тр}$ .

Под действием силы трения контакт вала с втулкой происходит в точке С.

$$\text{Из рис.3.22 } M_{тр} = f_{тр} \cdot r \quad (15.5)$$

где  $r = P/\sin\psi$ , при малых углах  $\psi$

$$\sin \psi \approx \tan \psi = f, \text{ т.е. } r = P/f$$

Подставив последние выражения в (15.5) получим

$$M_{\text{тр}} = N \cdot f \cdot P/f = N \cdot P \quad (15.6)$$

Круг радиусом  $r$  называется кругом трения. При равномерном вращении вала, равнодействующая сил, приложенных к нему, касается круга трения.

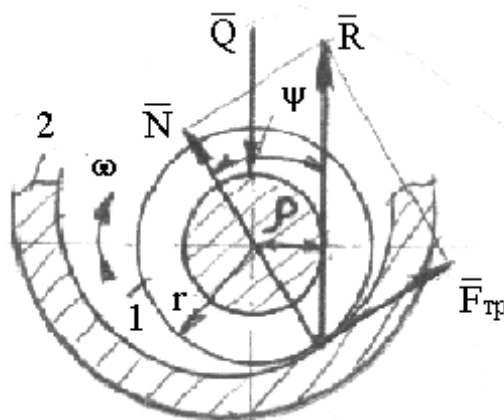


Рис.15.5 Трение в кинематической паре

Если равнодействующая проходит вне круга трения, то вал вращается ускоренно, а если внутри круга, то вал находится в состоянии покоя или вращается замедленно.

### 15.3. Трение качения.

При перекачивании круглого катка А (рис.15.6) по плоскости в зоне соприкосновения М катка и плоскости возникают силы, оказывающие сопротивление движению. Сопротивление, оказываемое плоскостью при чистом качении катка по ней, называется трением качения.

Это сопротивление возникает из-за деформации контактирующих звеньев, в основном из-за деформации плоскости.

Момент трения определяется по формула:

где  $K$  - коэффициент трения качения, зависящий от упругих и пластических свойств контактирующих поверхностей. Чем тверже поверхность, тем  $K$

меньше.

Трение качения намного меньше трения скольжения, следовательно, и потери мощности в механизмах, где отсутствуют низшие кинематические пары с трением скольжения также меньше.

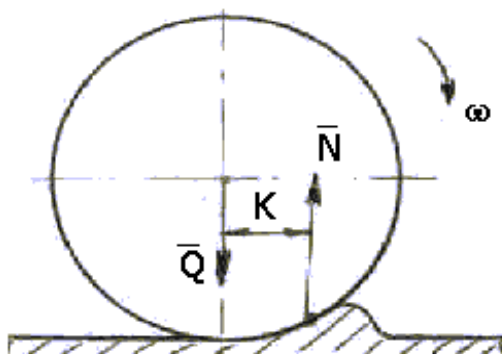


Рис.15. 6 Трение качения

#### 15. 4. Передача работы и мощности. КПД машин. Коэффициент потерь.

Цель применения машин - это производство определенных операции, связанных с затратой энергии. Однако, энергия при выполнении операции затрачивается и на преодоление паразитных сопротивлений, появляющихся при движении механизма.

При установившемся движении машины работа движущих сил  $A_0$  расходуется на преодоление работы всех сил сопротивления  $A_C$

$$A_{\delta} = A_C = A_{п.с} + A_{в.с} \quad (15. 7)$$

$A_{п.с}$  - работа сил полезных сопротивлений  $A_{в.с}$  - работа сил вредных сопротивлений (в основном это силы трения).

Отношение работы сил полезного сопротивления к работе движущих сил за один цикл установившегося движения, называется цикловым коэффициентом полезного действия или просто КПД.

$$\eta^u = A^u_{п.с} / A^u_g \quad (15.8)$$

Так как  $A^u_{п.с} = A^u_g - A^u_{в.с}$ , то  $\eta^u = 1 - (A^u_{в.с} / A^u_g) = 1 - \psi^u$

Величина  $\psi^u$ , представляющая отношение работы сил вредного

сопротивления к работе сил движущих называется коэффициентом потерь.

Коэффициенты  $\psi^u$  и  $\eta^u$  связаны зависимостью:  $\psi^u + \eta^u = 1$ . Так как работы всех сил совершаются за один и тот же промежуток времени, то они в выражениях КПД могут быть заменены средними значениями соответствующих мощностей

$$P_{cp} = A^u / \tau^u = F_{cp} \cdot V_{cp} \quad \text{или} \quad P_{cp} = A_u / \tau_u = M_{cp} \cdot W_{cp} \quad (15.9)$$

В этом случае формулы определения КПД через работу могут быть заменены следующими формулами:

$$\eta = P_{п.с} / P_g, \quad \text{т.к.} \quad P_{п.с} = P_y - P_{в.с}, \quad \text{то} \quad \eta = 1 - \psi \quad (15.10)$$

Мгновенные значения КПД могут быть вычислены только для механизмов, у которых все звенья движутся с постоянной скоростью, а работой сил тяжести можно пренебречь.

Очевидно, что КПД может принимать значения  $0 < \eta < 1$ , т.к. при  $\eta = 1$  нет потери энергии - следовательно это вечный двигатель, невозможность существования которого доказана, при  $\eta = 0$  механизм неподвижен.

Механический КПД машин, коэффициенты потерь в кинематических парах являются критериям, позволяющими производить их качественную оценку. Величина КПД характеризует сравнительную рентабельность механизмов и машин аналогичных типов.

Коэффициенты потерь кинематических пар тесно связаны с представлениями о долговечности или износостойкости их элементов.

#### **15.4.1 КПД поступательной кинематической пары.**

Рассмотрим поступательную кинематическую пару (рис.15.7).

На звено I под углом  $\alpha$  действует сила Q. Разложим эту силу на составляющие  $F_N$  и F

При наличии трения в паре мгновенный КПД определится как

$$\eta = 1 - \psi = 1 - (P_{в.с} / P_g) \quad (15.11)$$

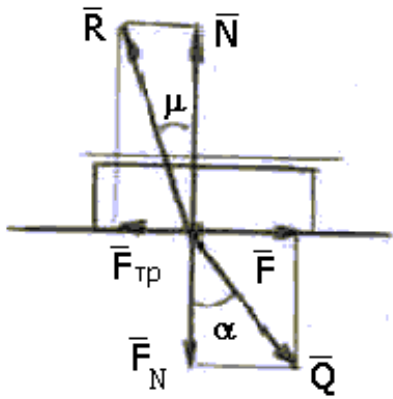


Рис.15.7 К определению КПД  
 поступательной пары

При установившемся движении

$$P_{в.с} = P_{тр}$$

$$P_{в.с} = F_{т.р} \cdot V = N \cdot f \cdot V = Q \cdot \cos \alpha \cdot f \cdot V$$

$$P_g = F_g \cdot V = Q \cdot \sin \alpha \cdot V$$

Подставим последние выражения в формулу (3.24)

$$\eta = 1 - (Q \cdot \cos \alpha \cdot f \cdot V / Q \cdot \sin \alpha \cdot V) = 1 - \operatorname{ctg} \alpha \cdot f$$

$$\text{т.к. } f = \operatorname{tg} \mu, \text{ то } \eta = 1 - \operatorname{ctg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \mu \quad (15.12)$$

В режиме самоторможения или заклинивания  $\psi = 1, \eta = 0$ , т.е. сила  $Q$  проходит по образующей или внутри конуса трения.

#### 15.4.2 КПД вращательной кинематической пары.

В соответствии с рис.15.8  $M_g = Q \cdot r \cdot \cos \alpha$  и  $M_{т.р} = N \cdot \rho$

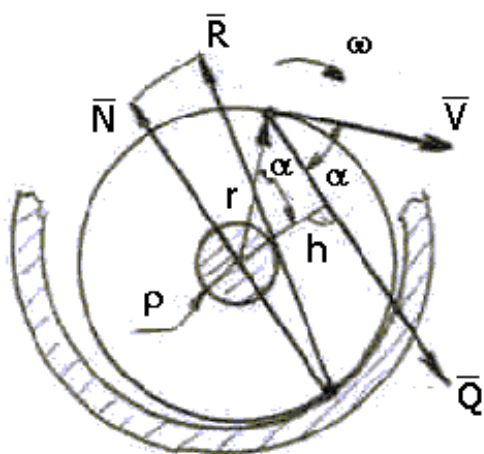


Рис.15.8 К определению КПД вращательной пары.

тогда  $\eta = 1 - \psi = 1 - P_{тр}/P_g$

из условия равновесия

$$N=Q, \eta = 1 - \rho/h \tag{15.13}$$

где  $h = r \cdot \cos \alpha$

При  $\psi=1$ , т.е. когда  $\rho=h$  наступает самоторможение. В этом случае сила проходит по касательной к кругу трения.

### 15.4.3. Определение КПД механизма.

Рассмотрим приближенный способ определения КПД механизмов на примере четырехзвенного кривошипно-шатунного механизма(рис.15.9)

Известны: геометрические параметры звеньев, коэффициенты трения в кинематических парах, закон движения, приложенные силы, мощность движущих сил.

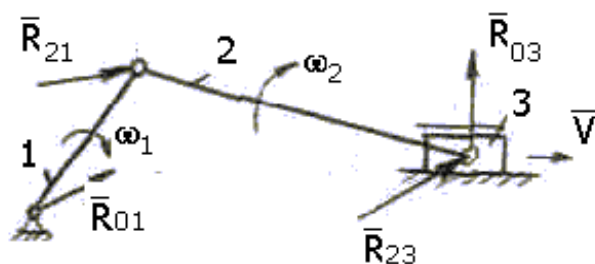


Рис. 15. 9 К определению КПД

## Механизма

Проведем кинематический анализ и определим относительные скорости всех звеньев  $V_{30}=V_B$

$$\omega_{10}=\omega_1, \omega_{12}=\omega_1+\omega_2, \omega_{23}=\omega_2$$

Методом кинетостатики определим реакции в кинематических парах без учета сил трения.

Затем определим мощность, затраченную на преодоление сил трения в кинематических парах.

$$P_{\text{тро}}=M_{\text{тро}} \cdot W_{10}=R_{01} \cdot f_{\text{цо}} \cdot r_{\text{цо}} \cdot \omega_{10}$$

$$P_{\text{трА}}=R_{12} \cdot f_{\text{ЦА}} \cdot r_{\text{ЦА}} \cdot \omega_{12}$$

$$P_{\text{трВ}}=R_{23} \cdot f_{\text{ЦВ}} \cdot r_{\text{ЦВ}} \cdot \omega_2$$

$$P_{\text{трп}}=R_{03} \cdot f_{\text{Ц}} \cdot V_B \tag{15.14}$$

$$P_{\text{тр}}=P_{\text{тро}}+P_{\text{трА}}+P_{\text{трВ}}+P_{\text{трп}}, P_{\text{с.л}}=P_{\text{тр}}$$

$$h = P_{\text{п.с}}/P_g$$

Этот метод является приближенным потому, что реакции найдены без учета сил трения.

Если требуется более высокая точность, то пользуются методом последовательных приближений.

1. Определяются реакции без учета сил трения.
2. По найденным реакциям находятся силы трения в кинематических парах.
3. Уточняется реакции с учетом сил трения.

### 15.4.4 КПД соединенных машин.

Рабочие машины и механизмы в большинстве случаев соединяются в группы. Поэтому появляется необходимость определения КПД целой группы механизмов. По способу использования поступающей энергии отдельные механизмы в группе могут соединяться последовательно, параллельно и смешанно.

1) При последовательном соединении механизмов (рис.15.10) работа или мощность, подводимая к первому механизму, последовательно проходит через все механизмы, теряя некоторую часть на каждом из них.

КПД сложного механизма при последовательном соединении равен

$$\eta = A_n / A_\partial$$

КПД частных механизмов равен

$$\eta_1 = A_1 / A_\partial; \eta_2 = A_2 / A_1, \dots, \eta_n = A_n / A_{n-1}$$

Перемножим все КПД отдельных механизмов.

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \dots \eta_n = A_1 / A_\partial \cdot A_2 / A_1 \dots A_n / A_{n-1} = A_n / A_\partial = \eta$$

$$\text{или } \eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \dots \eta_n \quad (15.15)$$

Таким образом, при последовательном соединении механизмов КПД < равен произведению КПД отдельных механизмов. Так как все отдельные КПД меньше единицы ( $\eta_1 < 1; \eta_2 < 1 \dots \eta_n < 1$ ), то общий КПД всегда меньше 1 и меньше каждого из частных.

2) При параллельном соединении механизмов (рис.15.11), подводимая ко всему сложному механизму работа  $A_\partial$  распределяется по отдельным механизмам в количествах  $k_1 \cdot A_g; k_2 \cdot A_g; k_3 \cdot A_g;$

$k_n \cdot A_g$ , которые являются для каждого механизма движущими.

где  $k_1, k_2 \dots k_n$  - коэффициенты распределения энергии;

$$A_g = k_1 \cdot A_g + k_2 \cdot A_g + \dots + k_n \cdot A_g$$

$$\text{откуда } k_1 + k_2 + \dots + k_n = 1$$

Для всех механизмов группы можно записать соотношения между работами сил полезного сопротивления и движущих сил,

$$A_{п.с1} = k_1 \cdot \eta_1 \cdot A_g, A_{п.с2} = k_2 \cdot \eta_2 \cdot A_g, A_{п.сn} = k_n \cdot \eta_n \cdot A_g$$

КПД всей группы является отношение суммы работ сил полезного сопротивления всех механизмов к сумме работ движущих сил

$$\eta = (A_{п.с1} + A_{п.с2} + \dots + A_{п.сn}) / A_g$$

$$\text{и окончательно } \eta = k_1 \cdot \eta_1 + k_2 \cdot \eta_2 + \dots + k_n \cdot \eta_n \quad (15.16)$$

КПД параллельно соединенных машин равно сумме произведений КПД отдельных машин на коэффициенты распределенной нагрузки.

Для повышения общего КПД выгодно большие порции энергии пропускать через машины с большим КПД, и наоборот, через машины с малым КПД пропускать небольшие порции энергии.

3) При смешанном соединении машин нужно выделить группы с последовательным и группы с параллельным соединением и для каждой из них определить КПД по соответствующим формулам, а затем рассмотреть объединение этих групп как отдельных механизмов.

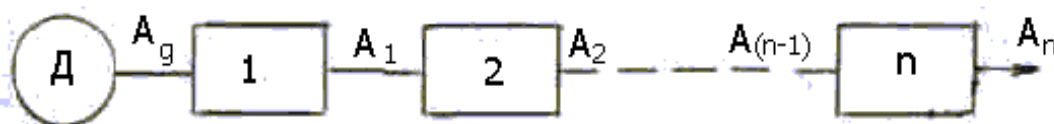


Рис.15.10 Последовательное соединение машин.

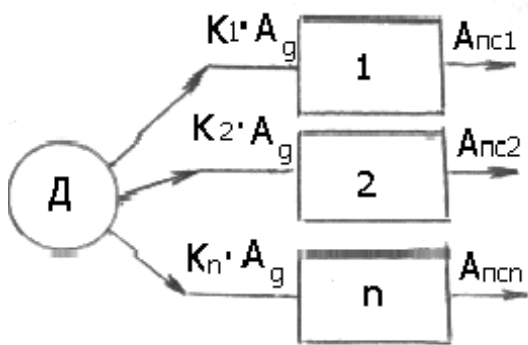


Рис.15.11 Параллельное соединение машин

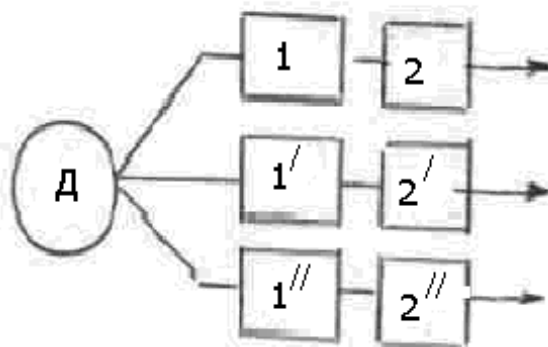


Рис.15.12 Смешанное соединение