

# Расчёт потерь мощности на трение в кинематических парах рычажного механизма. Расчёт долговечности элементов кинематических пар

**Краткое содержание:** Параметры кинематических пар. Расчёт потерь мощности на трение в кинематических парах. Расчёт долговечности элементов кинематических пар

## 14.1. Расчётные параметры кинематических пар

При работе цикловых машин все критерии, характеризующие кинематические, динамические и эксплуатационные параметры рычажных механизмов и их кинематические пары, непрерывно изменяются в пределах от минимального до максимального значения. В таких случаях или при недостаточной выборке экспериментальных данных расчёт элементов кинематических пар ведётся по усреднённым параметрам [3]

$$P = \frac{2|P_{\min}| + 3|P_{\max}|}{5}, \quad (14.1)$$

где  $P$ ,  $|P_{\min}|$ ,  $|P_{\max}|$  – модуль расчётного, минимального и максимального значений параметра (силы, угловой или линейной скорости, мощности и т. д.), характеризующего данную кинематическую пару.

Пусть в результате силового анализа входного звена определена уравновешивающая сила  $P_{yp1}$  и  $P_{yp2}$  (лекция 13) для двух положений механизма. При условии, что  $P_{yp1} > P_{yp2}$ , по формуле (14.1) определяем расчётное значение уравновешивающей силы

$$P_{yp} = \frac{2|P_{yp2}| + 3|P_{yp1}|}{5}. \quad (14.2)$$

Расчётный крутящий момент на валу входного звена определяется по формуле

$$M_{кр} = M_{yp} = P_{yp} \cdot l_{ав}. \quad (14.3)$$

Через кинематические пары крутящий момент передаётся от входного к исполнительному звену механизма.

В плоских рычажных механизмах применяются только одноподвижные кинематические пары, допускающие вращательное или поступательное относительное движение звеньев.

Элементами вращательных пар является сопряжение типа «вал-втулка». В поступательных парах сопряжение осуществляется между ползуном и направляющей специальной конфигурации (цилиндр для поршней;

«ласточкин хвост» для ползуна и кулисы; трапецеидальная направляющая для решет калибровки семян и др.).

В конструктивном отношении участки валов и осей, которыми они соприкасаются с опорами, называются *цапфами*.

Опоры, на которых лежат цапфы, называются *подшипниками скольжения*. Важнейшими эксплуатационными характеристиками опор скольжения являются несущая способность и потери мощности на трение в кинематических парах.

Несущая способность опор скольжения определяется материалами сопрягаемых деталей, диаметром и длиной цапфы.

Так как кинематические пары испытывают динамические нагрузки, то для изготовления валов, осей, пальцев применяют стали марок 30, 40, 45 и 50 с пределом прочности на кручение  $[\tau_{кр}] = (6 \div 7) \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$  и на изгиб  $[\sigma]_{и} = (5 \div 6) \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$ .

Основным видом деформации цапф кривошипного вала является кручение. Из условия прочности вала на кручение диаметр цапф, соединяющих кривошип со стойкой, определяется по формуле

$$d_{01} = 1,1 \cdot \sqrt[3]{M_{кр1} / (0,2 \cdot [\tau_{кр}])}. \quad (14.4)$$

Подставив в формулу (1.49) значение  $[\tau_{кр}]$ , получим рабочую формулу расчёта диаметра цапфы кривошипа:

$$d_{01} = (4,8 \div 4,6) \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt[3]{M_{кр}}, \quad (14.5)$$

где  $M_{кр}$  определяется по формуле (1.48), (Н·м).

Исходя из уравнения прочности на кручение вала и условия неразрывности потока мощности ( $M_1 \omega_1 = M_i \omega_i$ ) диаметр цапф кинематических пар, связанных со стойкой, определяется по формуле

$$d_{0i} = d_{01} \cdot \sqrt[3]{\omega_{спi}^*}, \quad (14.6)$$

где  $\omega_{спi}^*$  – усреднённое значение аналога угловой скорости  $i$ -го звена, рассчитанное по формуле (1.46).

Цапфы подвижных кинематических пар подвергаются совместному действию крутящего и изгибающего моментов.

Из условия прочности на кручение диаметр цапфы, соединяющей  $i$ -е и  $k$ -е звенья механизма, определяется по формуле (1.50), в которой

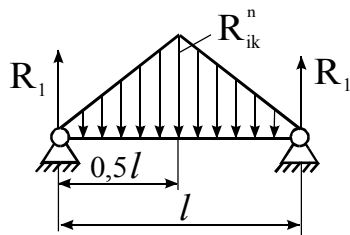
$$M_{кр} = M_{ик} = R_{ик}^{\tau} \cdot l_i, \quad (14.7)$$

где  $R_{ик}^{\tau}$  – усреднённое по формуле (1.46) значение касательной составляющей реакции кинематической пары;

$l_i$  – длина  $i$ -го звена.

Из условия прочности на изгиб диаметр цапфы определяется по формуле

$$d_u = \sqrt[3]{M_{из} / (0,1 \cdot [\sigma]_u)}, \quad (14.1)$$



где  $M_{из}$  – изгибающий момент, определяемый по расчётной схеме (рис.1.7).

$$M_{из} = \frac{1}{2} R_{ик}^n \cdot \frac{1}{2} l = \frac{1}{4} R_{ик}^n \cdot l, \quad (14.8)$$

Рис. 1.7. Эпюра изгибающего

момента цапфы.  $R_{ик}^n$  – вектор нормальной составляющей реакции кинематической пары, Н;

изгибающего

момента цапфы.  $l$  – длина цапфы (ширина подшипника), м.

В зависимости от величины радиальной нагрузки длина подшипника принимается из соотношения

$$l = \psi \cdot d. \quad (14.9)$$

Подставив в формулу (1.53) выражения (1.54), (1.55) и  $[\sigma]_u = (5 \div 6) \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$ , после преобразований получим

$$d_u = (0,22 \div 0,21) \cdot 10^{-4} \cdot \sqrt{R_{ик}^n} \cdot \psi, \quad (14.10)$$

где численное значение параметра  $\psi$  принимается из таблицы

*Рекомендуемое соотношение между длиной подшипника скольжения и диаметром цапфы*

Кинематические пары механизмов	$\psi = l/d$
Двигатели внутреннего сгорания	0,8 – 1,2
Сельскохозяйственные машины, насосы, компрессоры	1,0 – 1,5
Подъёмные и транспортные машины, станки	1,2 – 1,5
Электромашины, измерительные приборы, легко нагруженные кинематические пары	0,4 – 0,8

#### 14.1. Материалы для узлов трения

Подбор материала для узлов трения – наиболее важный вопрос при расчёте элементов кинематических пар.

Во всех машинах нельзя избежать работы опор скольжения в режиме смешанного и граничного трения, когда сопротивление движению и интенсивность изнашивания трущихся поверхностей зависит от свойств материала цапфы и подшипника. Критериями для оценки работоспособности и надёжности опор скольжения в условиях граничного и смешанного трения служат:

- потери мощности на трение в кинематических парах;
- допустимое контактное давление  $[\rho]$ ;
- интенсивность тепловыделения  $[\rho \cdot v]$ ;
- допустимая скорость скольжения  $[v]$ .

Для каждого вида узлов машины – подшипники, тормоза, диски сцепления и др. – используются материалы, наиболее полно удовлетворяющие условиям их работы. Характеристики основных материалов, используемых в кинематических парах современных машин, приведены в приложении.

## 14.2. Расчёт потерь мощности на трение в кинематических парах рычажного механизма

При вращении цапфы в подшипнике на их соприкасающихся поверхностях возникает сила трения скольжения, величина которой зависит от материала соприкасающихся элементов и величины реакции в кинематической паре.

При граничном и полужидкостном трении величина силы трения определяется законом Амонтона – Кулона

$$F_{\text{тр}} = R_{\text{ик}} \cdot f_{\text{ик}}^* \quad (14.11)$$

где  $R_{\text{ик}}$  – усреднённая величина реакции кинематической пары, рассчитанная по формуле (1.46);

$f_{\text{ик}}^*$  – приведенный коэффициент трения, учитывающий форму и условия работы кинематической пары.

Для новых:

- вращательных кинематических пар

$$f^* = 1,33 f; \quad (14.12)$$

- цилиндрических ползунов

$$f^* = 1,27 f; \quad (14.13)$$

- трапецеидальных направляющих

$$f^* = f/\sin(\alpha/2), \quad (14.14)$$

где  $\alpha$  – угол при вершине трапеции;

$f$  – коэффициент трения между сталью и материалом подшипника (см. приложение).

Потери мощности в поступательной паре определяются по формуле

$$N_T^n = f^* \cdot R_{\text{ик}} \cdot V_{\text{ик}}, \quad (14.15)$$

где  $R_{\text{ик}}$  – сила давления в паре, рассчитанная по формуле (1.46), Н;

$V_{\text{ик}}$  – относительная скорость звеньев кинематической пары, м/с.

Потери мощности на трение во вращательной кинематической паре определяются по формуле

$$N_T^B = f^* \cdot R_{\text{ик}} \cdot ((\omega_i) \pm (\omega_k)) \frac{d_{\text{ц}}}{2}, \quad (14.16)$$

где  $\omega_i, \omega_k$  – относительные угловые скорости звеньев данной пары,  $\text{с}^{-1}$ ;

$d_{\text{ц}}$  – диаметр цапфы, м.

В выражении (1.62) ставится знак «+», если направления угловых скоростей звеньев противоположны, и «-» – если совпадают.

Абсолютные величины потерь мощности на трение вычисляются по формуле

$$N_T = \sum N_T^n + \sum N_T^B. \quad (14.17)$$

Коэффициент потерь рассчитывается по зависимости

$$\varphi = \frac{N_T}{M_{ур} \cdot \omega_1 + N_T}, \quad (14.18)$$

где  $M_{ур}$  и  $\omega_1$  – соответственно уравнивающий момент и угловая скорость входного вала.

Мгновенное значение к.п.д. механизма находится по формуле

$$\eta_{рм} = 1 - \varphi. \quad (14.19)$$

Дать анализ силового расчета механизма.

Для определения потерь мощности на трение следует придерживаться приведенной ниже последовательности расчётов.

1. Используя результаты силового анализа для двух положений механизма, по формуле (14.1) определить расчётное значение реакций во всех кинематических парах и уравнивающий момент по формуле (41.3).
2. Задаться материалом (сталь 40, 45, 50) и по формуле (14.5) определить диаметр коренной шейки (цапфы) кривошипного вала.
3. По формуле (14.1) определить расчётные значения аналогов угловых скоростей (передаточное отношение от рассматриваемого звена к кривошипу) всех звеньев механизма, связанных со стойкой (коромысла, кулисы).
4. По формуле (14.6) определить диаметр цапф, связывающих  $i$ -е звено со стойкой.
5. Для подвижных кинематических пар по формуле (14.7) рассчитать крутящий момент и по формуле (14.8) определить диаметр подвижной цапфы из условия прочности на кручение.
6. Используя рекомендации таблицы (п.1.10), задаться параметром  $\psi$ .
7. По формуле (14.1) определить расчётное значение нормальной реакции кинематической пары.
8. Используя результаты пунктов 6 и 7, по формуле (14.11) определить диаметр подвижной цапфы из условия прочности на изгиб.
9. Сопоставить результаты расчётов по пунктам 5 и 8 и к расчёту принять большее значение диаметра цапфы или рассчитать эквивалентный диаметр.

$$d_{ик}^э = \sqrt{(d_{ик}^к)^2 + (d_{ик}^{из})^2}. \quad (14.20)$$

10. Используя данные таблицы (п.1.10), по формуле (14.13) определить длину подшипника для каждой цапфы механизма.

11. Диаметры цапф и длину подшипников округлить до ближайшей стандартной величины (до целой величины в миллиметрах, кратных 2 или 5). Задаться материалом подшипника, используя рекомендации приложения.

12. Рассчитать среднее удельное давление, приходящееся на единицу опорной поверхности подшипника, и сравнить с допустимым, приведенным в приложении.

$$\rho_{ик} = \frac{R_{ик}}{d_{ик} \cdot l_{ик}} \leq [\rho]. \quad (14.21)$$

13. Если условие (14.20) не выполняется, то уточнить расчёты по формуле (14.11).

14. При выполнении условия (14.20) последовательно произвести расчёты по формулам (14.17–14.19).

### 14.3. Расчёт долговечности элементов кинематических пар

Одна из причин нарушения работоспособности машины – изнашивание трущихся поверхностей кинематических пар. В результате износа элементов кинематических пар не только снижается прочность деталей и точность механизма, но и повышается нагрузка на подшипники от дополнительной неуравновешенности, вибрации, автоколебаний и биения оси цапфы в подшипниках.

Критериями оценки износа являются величина зазора  $\Delta$  и скорость  $\gamma$  изнашивания кинематической пары.

Для проработанных поверхностей элементов кинематических пар механизмов скорость изнашивания (износ в единицу времени) определяется по формуле [3]

$$\gamma = \frac{d(\delta)}{dt} = \frac{d(\delta)}{dS} \cdot \frac{dS}{dt} = I_S \cdot V_{\text{ск}}, \quad (14.22)$$

где  $\delta$  – линейный износ материала, м;

$S$  – путь трения, м;

$V_{\text{ск}}$  – скорость скольжения элементов кинематических пар в относительном движении, м/с;

$I_S$  – удельный износ, т.е. износ, приходящийся на единицу пути трения; безразмерная величина.

Для установившегося режима работы машины средняя скорость изнашивания в точке контакта цапфы с подшипником определяется по формуле

$$\gamma = K \cdot \rho \cdot V_{\text{ск}}^2. \quad (14.23)$$

Решая совместно уравнения (1.68) и (1.69) при предельных значениях давления  $[\rho]$  и скорости скольжения  $[V_{\text{ск}}]$ , определим коэффициент износа  $K$ , т.е. износ элементов пары [м] за время  $t = 1$  с под действием давления в  $1 \text{ Н/м}^2$ :

$$K = I_S / ([\rho] \cdot [V_{\text{ск}}]) = \text{const}. \quad (14.24)$$

Интегрируя выражение (1.68) с учётом формулы (1.69), определим износ за время одного цикла работы машины:

$$\delta_{\text{ц}} = K \int_0^{t_{\text{ц}}} \rho \cdot V_{\text{ск}}^2 dt. \quad (14.25)$$

При установившемся режиме работы машины ( $\rho = \text{const}$ ,  $V_{\text{ск}} = \text{const}$ ) износ вращательной пары за цикл составит:

$$\delta_{\text{ц}}^{\text{в}} = K \int_0^{\varphi} \rho \cdot V_{\text{ск}}^2 \cdot \frac{dt}{d\varphi} \cdot d\varphi = K \cdot \rho_{\text{max}} \cdot \frac{V_{\text{ск}}^2}{\omega_1} \cdot \varphi. \quad (14.26)$$

Для поступательной пары

$$\delta_{\text{ц}}^{\text{п}} = K \int_0^S \rho \cdot V_{\text{ск}}^2 \cdot \frac{dt}{dS} \cdot dS = K \cdot \rho_{\text{max}} \cdot V_{\text{ск}} \cdot S, \quad (14.27)$$

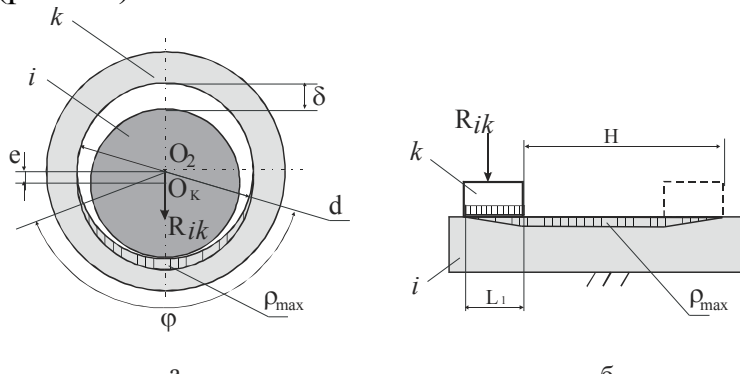
где  $\omega_1$  – среднее значение угловой скорости кривошипного вала;

$\varphi$  – угол охвата подшипником цапфы; при первом режиме работы подшипника  $\varphi = \pm \pi/2$ ;

$$S - \text{путь, пройденный ползуном за цикл работы машины;} \\ S = 2H, \quad (14.28)$$

где  $H$  – ход ползуна, м.

При расчётном усилии  $R_{ik}$  и работе подшипника по первому режиму (рис.1.8)



максимальное давление определяется по формуле

$$\rho_{\max} = R_{ik} : (\varphi \cdot l_{ik} \cdot r_{ik}) = 4R_{ik} : (\pi l_{ik} \cdot d_{ik}), \quad (14.29)$$

где  $\varphi = \pi/2$  – угол охвата цапфы по первому режиму работы подшипника;

$r_{ik} = d/2$  – радиус цапфы, м;

$R_{ik}$  – расчётная нагрузка в кинематической паре.

Давление в поступательной паре определяется по формуле

$$\rho_{\max} = \frac{R_{ik}}{F}, \quad (14.30)$$

где  $F$  – площадь контакта ползуна с направляющей.

Для ползунов с сечением прямоугольной формы

$$F = a \cdot b. \quad (14.31)$$

Для круглых ползунов

$$F = \pi \cdot D \cdot l. \quad (14.32)$$

Для поршней, имеющих уплотнительные (компрессионные) кольца,

$$F = \pi \cdot D \cdot z, \quad (14.33)$$

где  $a, b$  – ширина и длина ползуна, м;

$D, l$  – диаметр и длина поршня, м;

$z$  – суммарная толщина уплотнительных колец, м.

Средняя скорость скольжения определяется по следующим формулам:

- для элементов вращательных пар

$$V_{ск} = \omega_{ik} \cdot \frac{d_{ik}}{2} = \left( |\omega_i^*| + |\omega_k^*| \right) \cdot \omega_1 \cdot \frac{d_{ik}}{2}; \quad (14.34)$$

- для поступательных пар

$$V_{ск} = |V_{ik}^*| \cdot \omega_1, \quad (14.35)$$

где  $\omega_i^*, \omega_k^*$  – расчётное по формуле (1.46) значение аналога угловой скорости звеньев, образующих кинематическую пару;

$V_{ik}^*$  – расчётное значение аналога скорости скольжения звеньев в поступательном движении, м;

$\omega_1$  – угловая скорость кривошипа,  $c^{-1}$ .

Подшипники скольжения при перегрузках, в период пуска и остановки машины, когда угловая скорость вала недостаточна для поддержания жидкостного трения, а также при периодической смазке и с использованием самосмазывающихся материалов, работают в условиях полужидкостного и даже полусухого трения. Исходя из условия по обеспечению первого режима работы подшипника, допустимого удельного давления вала, величина предельного смещения оси вращения цапфы с оси подшипника определяется по формуле:

$$[e] = \frac{P \cdot f \cdot K_y \cdot d_{ц}}{4[\sqrt{(G-P)^2 - G^2 \cdot K_y^2} - P \cdot f \cdot K_y]}, \quad (14.36)$$

где  $P$  – предельно допустимая сила давления на подшипник, определяемая по формуле

$$P = \frac{\pi}{2} \cdot [\rho] \cdot \frac{[V_{ик}]}{\omega} \cdot b_n, \quad (14.37)$$

где  $V_{ик}$  – скорость относительного скольжения, определённая по формуле (1.80), м/с;

$\omega$  – абсолютная угловая скорость вращения цапфы,  $c^{-1}$ ;

$[\rho]$  – допустимое давление на материал подшипника, принимается по данным приложения 1;

$b_n$  – ширина подшипника, м;

$G$  – нагрузка на опору от веса звена, Н. Определяется по правилу распределения массы звена по двум точкам, принадлежащих этому звену;

$d_{ц}$  – диаметр цапфы, м;

$f$  – приведенный коэффициент трения для данной кинематической пары;

$K_y$  – коэффициент уравниваемости ротора. В соответствии с ГОСТ 22061–76 «Система классов точности балансировки» для обеспечения работы цапф ротора по первому режиму на протяжении всего срока эксплуатации принимается  $K_y \leq 0,5$  (5–9-е классы точности балансировки роторов).

Величина максимально допустимого зазора в сопряжении определяется из соотношения

$$[\delta] = 2 [e] - \delta_{\min}, \quad (14.38)$$

где  $\delta_{\min} = (12 - 15) \cdot 10^{-6}$  – минимальный зазор в сопряжении по 8–12-му классам чистоты поверхности, м.

Теоретически срок службы кинематической пары определяется по формуле

$$T = \frac{|\delta|}{\delta_{ц}} \cdot \frac{t_1}{3600}, \quad (14.39)$$

где  $|\delta|/\delta_{ц} = N$  – число циклов, соответствующих изменению зазора в сопряжении от минимального до предельного значения;

$t_1$  – продолжительность цикла,

$$t_1 = \frac{60}{n_1}, \quad (14.40)$$

где  $n_1$  – номинальная частота вращения кривошипного вала, об/мин;  
3600 – коэффициент перевода секунд в часы.

Для определения срока службы кинематической пары следует придерживаться приведенной ниже последовательности.

1. Для выбранного материала подшипника по данным приложения принять параметры:  $[\rho]$ ,  $[V_{ск}]$ ,  $I_s$ .

2. По формуле (14.24) определить коэффициент износа подшипника.

3. По формуле (14.29) рассчитать максимальное давление в точке контакта элементов пары с наибольшим износом (при расчёте износа в поступательной паре следует использовать формулы (14.28 – 14.30)).

4. По формуле (1.46) определить расчётные значения аналогов угловых скоростей звеньев в заданных положениях механизма.

5. По формуле (14.34) рассчитать скорость скольжения звеньев во вращательных парах (по формуле 14.35 – в поступательных парах).

6. Используя полученные данные, рассчитать цикловой износ:

- по формуле (14.26) – для вращательных;

- по формуле (14.27) – для поступательных пар.

7. По формуле (14.35) определить максимально допустимую величину зазора.

8. Используя данные пунктов 6 и 7, по формуле (14.39) рассчитать долговечность кинематической пары.

9. Проанализировать результаты силового анализа и сделать краткие выводы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А р т о б о л е в с к и й И.И. Теория механизмов и машин/ И.И. Артоболовский. М.: Наука, 1988.

2. М а ш н е в М.М. Теория механизмов и машин и детали машин/ М.М. Машнев, Е.Я. Красковский, П.А. Лебедев. Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1980.

3. К р а г е л ь с к и й И.В. Трение, изнашивание и смазка: справ.пособие/ И.В. Крагельский, В.В. Алисин. Кн. 1,2. М.: Машиностроение, 1979.