Лекция 9.

Динамический анализ машинного агрегата.

Краткое содержание: Прямая задача динамики машин. Понятие о динамической модели машины при ***W=1***. Уравнения движения динамической модели. Параметры динамической модели: Iпрå - приведенный суммарный момент инерции механизма и Мпрå - приведенный суммарный момент внешних сил. Механические характеристики машин. Пример на определение параметров динамической модели.

9.1.Прямая задача динамики машин.

Прямая задача динамики машины, как отмечалось и ранее, является задачей анализа, задачей по определению закона движения механической системы под действием заданных внешних сил. При решении этой задачи параметры машинного агрегата и действующие на него внешние силы известны, необходимо определить закон движения: скорости и ускорения в функции времени или обобщенной координаты. Иначе эту задачу можно сформулировать так: заданы управляющие силы и силы внешнего сопротивления, определить обеспечиваемый ими закон движения машины. Обратная задача - это задача синтеза управления, когда задан требуемый закон движения машины и внешние силы сопротивления, а определяются управляющие силы. При решении задач динамики используются либо уравнения силового равновесия системы - метод кинетостатики, либо уравнения энергетического равновесия - закон сохранения энергии. Для идеальной механической системы, в которой не потерь энергии и звенья абсолютно жесткие, этот закон можно применять в виде теоремы о изменении кинетической энергии. Согласно этой теореме работа всех внешних сил действующих на систему расходуется только на изменение ее кинетической энергии. При этом потенциальные силы - силы веса рассматриваются как внешние

$$\Delta T = T - T_{нач} = \sum_{i=1}^{f+m} A_i ,$$

где Δ ***T*** - изменение кинетической энергии системы, ***T*** - текущее значение кинетической энергии системы, $T_{нач}$ -начальное значение кинетической энергии системы,

$$\sum_{i=1}^{n} A_i$$

суммарная работа внешних сил, действующих на систему.

Рассмотрим сложную механическую систему (рис.6.1), состоящую из ***n*** подвижных звеньев из которых ***r*** - звеньев совершают вращательное движение, ***j*** - плоское, ***k*** - поступательное. Основная подвижность системы равна ***W=1***. На систему действуют: ***f*** - внешних сил и ***m*** - внешних моментов. Движение этой системы определяется изменением одной независимой обобщенной координаты. Такую систему при решении задач динамики можно заменить более простой динамической моделью. Положение звена этой модели определяется обобщенной координатой, а динамические параметры заменяются: инерционные - суммарным приведенным моментом инерции $I^{пр\Sigma}$, силовые - суммарным приведенным моментом $M^{пр\Sigma}$. Эти параметры динамической модели рассчитываются по критериям подобия модели и объекта, которые определяются соответственно из равенства правых и левых частей уравнений изменения кинетической энергии для модели и объекта, т.е.

$$\sum_{i=1}^{f+m} A_i = A_{Mпр\Sigma} \qquad \sum_{i=1}^{n} \Delta T_i = \Delta T_м$$

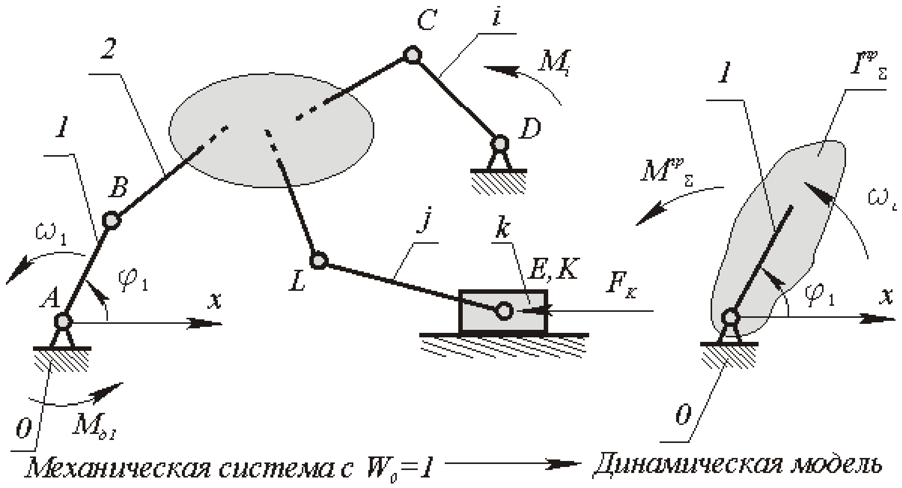


Рис 9.1

Где $\sum_{i=1}^{f+m} A_i$

- сумма работ всех внешних сил, действующих на систему,

$A_{Mпр\Sigma}$

- работа суммарного приведенного момента,

$\sum_{i=1}^{n} \Delta T_i$

- сумма кинетических энергий звеньев системы,

$\Delta T_м$

- кинетическая энергия динамической модели.

Уравнения движения динамической модели

Уравнение движения динамической модели в интегральной форме.

Запишем для динамической модели теорему о изменении кинетической энергии

$$\Delta T = T - T_{нач} = A_{Mпр\Sigma},$$

где

$$T = I^{пр}{}_{\Sigma} \cdot \omega^2{}_1/2 \; ; \quad T_{нач} = I^{пр}{}_{\Sigma нач} \cdot \omega^2{}_{1нач}/2 \; ; \quad A_{M\varphi\Sigma} = \int_{\varphi_{1нач}}^{\varphi_1} M^{пр}{}_{\Sigma} \cdot d\varphi_1 \; ;$$

и уравнение движения динамической модели в интегральной или энергетической форме

$$I^{np}_{\Sigma}\cdot\omega^2_1/2 - T_{нач} = A_{M\Sigma\varphi\Sigma}.$$

Из этого уравнения после преобразований

$$\omega_1 = \sqrt{2\cdot(A_{M\Sigma\varphi\Sigma} + T_{нач})/I^{np}_{\Sigma}},$$

получим формулу для расчета угловой скорости звена приведения.

Для машин работающих в режиме пуск-останов

$$\omega_{1нач} = 0 \qquad \text{и} \qquad T_{нач} = 0,$$

формула принимает вид

$$\omega_1 = \sqrt{2\cdot A_{M\Sigma\varphi\Sigma}/I^{np}_{\Sigma}}.$$

Уравнение движения динамической модели в дифференциальной форме.

Продифференцируем полученное выше уравнение по обобщенной координате

$$I^{np}_{\Sigma}\cdot d(\omega_1^2)/(2\cdot d\varphi_1) + (d\,I^{np}_{\Sigma}/d\varphi_1)\cdot(\omega_1^2/2) = d(A_{M\Sigma\varphi\Sigma})/d\varphi_1,$$

где

$$0.5\cdot(d(\omega_1^2)/dt)\cdot(dt/d\varphi_1) = 0.5\cdot 2\cdot\omega_1\,d\omega_1/dt\cdot(1/\omega_1) = d\omega_1/dt = \varepsilon_1,$$

$$d(A_{M\Sigma\varphi\Sigma})/d\varphi_1 = M^{np}_{\Sigma}.$$

После подстановки получим

$$I^{np}_{\Sigma}\cdot d\omega_1/dt + (\omega_1^2/2)\cdot(d\,I^{np}_{\Sigma}/d\varphi_1) = M^{np}_{\Sigma},$$

уравнение движения динамической модели в дифференциальной форме.

Из этого уравнения после преобразований

$$\varepsilon_1 = d\omega_1/dt = M^{np}_{\Sigma}/I^{np}_{\Sigma} - \omega_1^2/(2\cdot I^{np}_{\Sigma})\cdot(d\,I^{np}_{\Sigma}/d\varphi_1),$$

получим формулу для расчета углового ускорения звена приведения.

Для механических систем в которых приведенный момент не зависит от положения звеньев механизма.

$$\varepsilon_1 = d\omega_1/dt = M^{пр}_{\Sigma}/I^{пр}_{\Sigma}.$$

Определение параметров динамической модели машины (приведение сил и масс).

Рассмотрим изображенную на рис. 6.1 механическую систему и ее динамическую модель. Запишем для них уравнение изменения кинетической энергии. Кинетическая энергия:

- для механической системы

$$T_c = \sum_{i=1}^{r+k} m_i \cdot V_{Si}^2/2 + \sum_{i=1}^{r+j} I_{Si} \cdot \omega_i^2/2\,,$$

- для модели

$$T_м = I^{пр}_{\Sigma} \cdot \omega^2_1/2\,;$$

Суммарная работа внешних сил:

- для механической системы

$$A_{\Sigma c} = \sum_{i=1}^{f} \int F_i \cdot dS_i \cdot \cos(\widehat{\bar{F}_i, \bar{dS}_i}) + \sum_{i=1}^{m} \int M_i \cdot d\varphi_i\,,$$

- для модели

$$A_{\Sigma м} = \int M^{пр}_{\Sigma} \cdot d\varphi_1$$

Модель будет энергетически эквивалентна рассматриваемой механической системе, если правые и левые части уравнений изменения кинетической энергии для модели и для системы будут соответственно равны. То есть для левых частей выполняется условие $T_c = T_м$, а для правых - $A_{\Sigma c} = A_{\Sigma м}$. Для того чтобы второе равенство выполнялось в течение всего диапазона изменения обобщенной координаты, необходимо обеспечить не равенство интегралов, а равенство подынтегральных выражений $dA_{\Sigma c} = dA_{\Sigma м}$. Подставляя в равенства, записанные ранее выражения для кинетических энергий и работ получим:

для левых частей

$$I^{пр}_{\Sigma} \cdot \omega^2_1/2 = \sum_{i=1}^{r+k} m_i \cdot V_{Si}^2/2 + \sum_{i=1}^{r+j} I_{Si} \cdot \omega_i^2/2\,,$$

для правых частей

$$M^{пр}_{\Sigma}\cdot d\varphi_1 = \sum_{i=1}^{f} F_i \cdot dS_i \cdot \cos(\bar{F}_i, \hat{\bar{dS}_i}) + \sum_{i=1}^{m} M_i \cdot d\varphi_i .$$

Из уравнения для левых частей получаем формулу для определения *приведенного суммарного момента инерции динамической модели*

$$I^{пр}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{r+k} m_i \cdot (V_{Si}/\omega_1)^2 + \sum_{i=1}^{r+j} I_{Si} \cdot (\omega_i/\omega_1)^2 ,$$

$$I^{пр}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{r+k} m_i \cdot (V_{qSi})^2 + \sum_{i=1}^{r+j} I_{Si} \cdot (\omega_{qi})^2 .$$

Из уравнения для правых частей получаем формулу для определения *приведенного суммарного момента динамической модели*

$$M^{пр}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{f} F_i \cdot (dS_i / d\varphi_1) \cdot \cos(\bar{F}_i, \hat{\bar{dS}_i}) + \sum_{i=1}^{m} M_i \cdot (d\varphi_i / d\varphi_1).$$

$$M^{пр}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{f} F_i \cdot V_{qSi} \cdot \cos(\bar{F}_i, \hat{\bar{dS}_i}) + \sum_{i=1}^{m} M_i \cdot \omega_{qi}.$$

9.2. Механические характеристики машин.

Механической характеристикой машины называется зависимость силы или момента на выходном валу или рабочем органе машины от скорости или перемещения точки или звена ее приложения.

Рассмотрим примеры механических характеристик различных машин.

- Двигатели внутреннего сгорания (ДВС):
  - четырехтактный ДВС

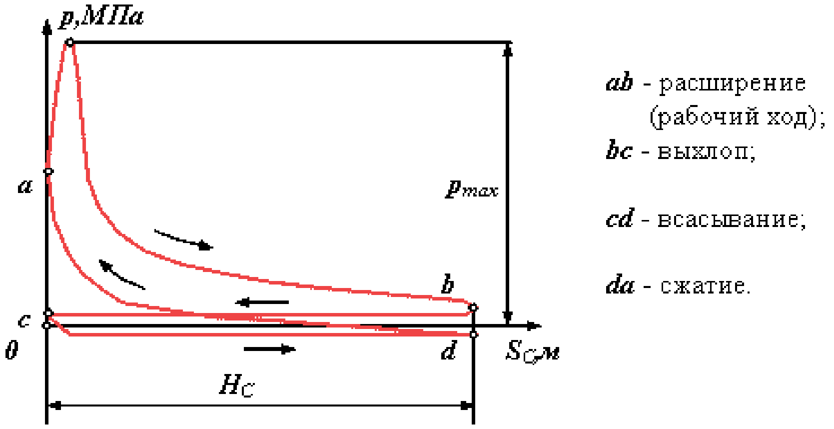


Рис 9.2

- Индикаторная диаграмма - графическое изображение зависимости давления в цилиндре поршневой машины от хода поршня.
- двухтактный ДВС

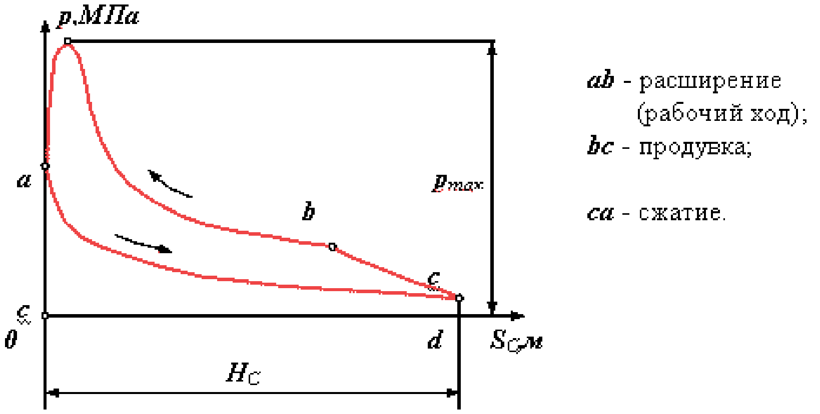


Рис 9.3

- Электродвигатели
  - асинхронный электродвигатель переменного тока На диаграмме: $M_{\partial п}$ - пусковой момент; $M_{\partial н}$ - номинальный крутящий момент; $M_{\partial к}$ или $M_{\partial max}$ - критический или максимальный момент; $\omega_{\partial н}$ - номинальная круговая частота вращения вала двигателя; $\omega_{\partial xx}$ или $\omega_{\partial c}$ - частота вращения вала двигателя холостого хода или синхронная. Уравнение статической характеристики асинхронного электродвигателя на линеаризованном участке устойчивой части

$$M_\partial = b_1 + k_1 \cdot \omega_\partial ,$$

  - где M_∂ - движущий момент на валу двигателя,
  - ω_∂ - круговая частота вала двигателя ,

$$b_1 = M_{\partial н} \cdot \omega_\partial /(\omega_{\partial c} - \omega_{\partial н}) \ , \quad k_1 = - M_{\partial н} / (\omega_{\partial c} - \omega_{\partial н}).$$

  - Статическая характеристика асинхронного двигателя, выражающая зависимость нагрузки от скольжения, определяется формулой Клосса

$$M_\partial = 2 \cdot M_{\partial к} \cdot (S/S_к + S_к/S), \text{ где } \quad S = 1 - \omega_\partial / \omega_{\partial c} , \quad S_к = 1 - \omega_{\partial к} / \omega_{\partial c} , \ \omega_\partial >= \omega_{\partial c}$$

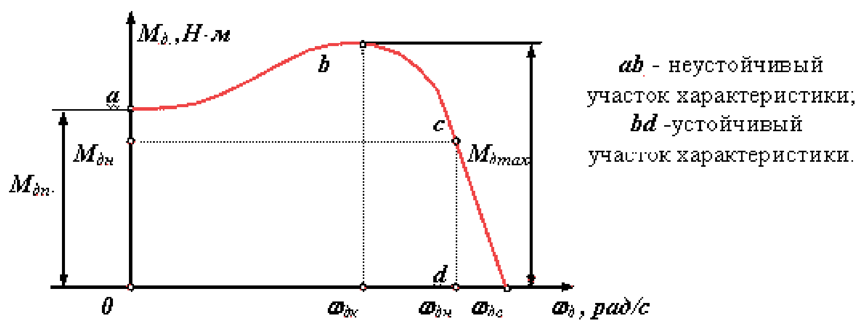


Рис 9.4

- двигатель постоянного тока с независимым возбуждением

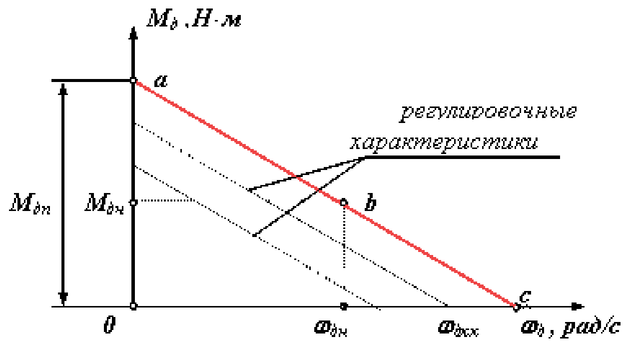


Рис 9.5

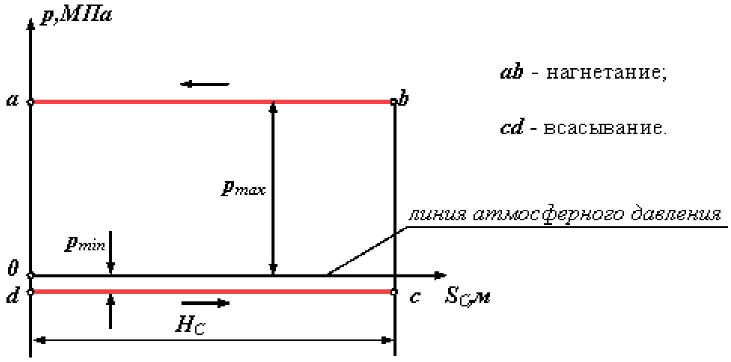
- Уравнение статической характеристики для двигателя постоянного тока с независимым возбуждением

$$M_{д} = M_{дн} + k\cdot(\omega_{дн} - \omega_{д}),$$

- где $k = M_{дн}(\omega_{дxx} - \omega_{дн})$.
- В электрических параметрах характеристика записывается в следующем виде

$$M_{д} = M_{дн} + k\cdot(\omega_{дн} - \omega_{д}),$$

- где $k_M = M_{дн}/I_{ян}$ - коэффициент момента, $k\omega = (U_{ян} - R_{ян}\cdot I_{ян}) / \omega_{дн}$ - коэффициент противоэлектродвижущей силы, $U_я$ - напряжение в цепи якоря, $R_я$ - сопротивление цепи якоря
- Рабочие машины
  - поршневой насос



  - Рис 9.6
  - поршневой компрессор

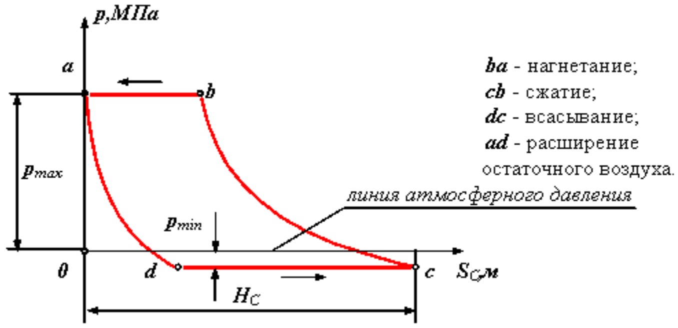


Рис 9.7

- Линии ***bc*** и ***ad*** - линии сжатия и расширения газа (воздуха) определяются параметрами газа (объемом, давлением и температурой) и в общем виде описываются уравнением политропы $\boldsymbol{p\cdot V^n = const}$, где ***n*** - показатель политропы ***(1<n <0).***
- строгальный станок

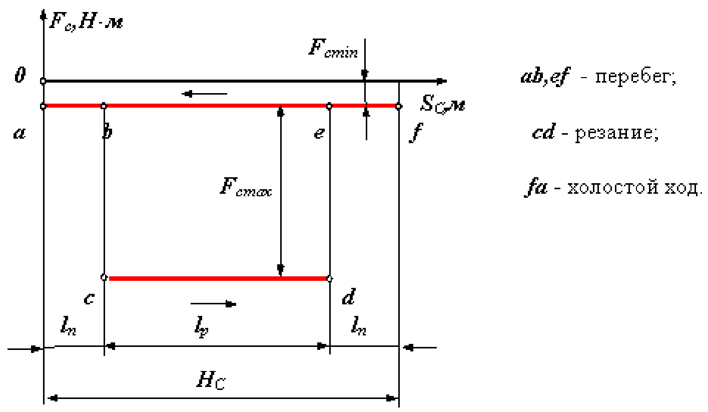


Рис 9.8

- Механические характеристики определяют внешние силы и моменты, действующие на входные и выходные звенья, рассматриваемой механической системы со стороны взаимодействующих с ней внешних систем и окружающей среды. Характеристики определяются экспериментально, по результатам экспериментов получают регрессионные эмпирические модели, которые в дальнейшем используются при проведении динамических расчетов машин и механизмов.

Пример на определение параметров динамической модели(на приведение сил и масс).

Дано: Кинематическая схема механизма поршневого насоса($\boldsymbol{l_i, \varphi_i}$), $\boldsymbol{M_\partial}$, $\boldsymbol{F_c}$, $\boldsymbol{m_i}$, $\boldsymbol{I_{Si}}$;

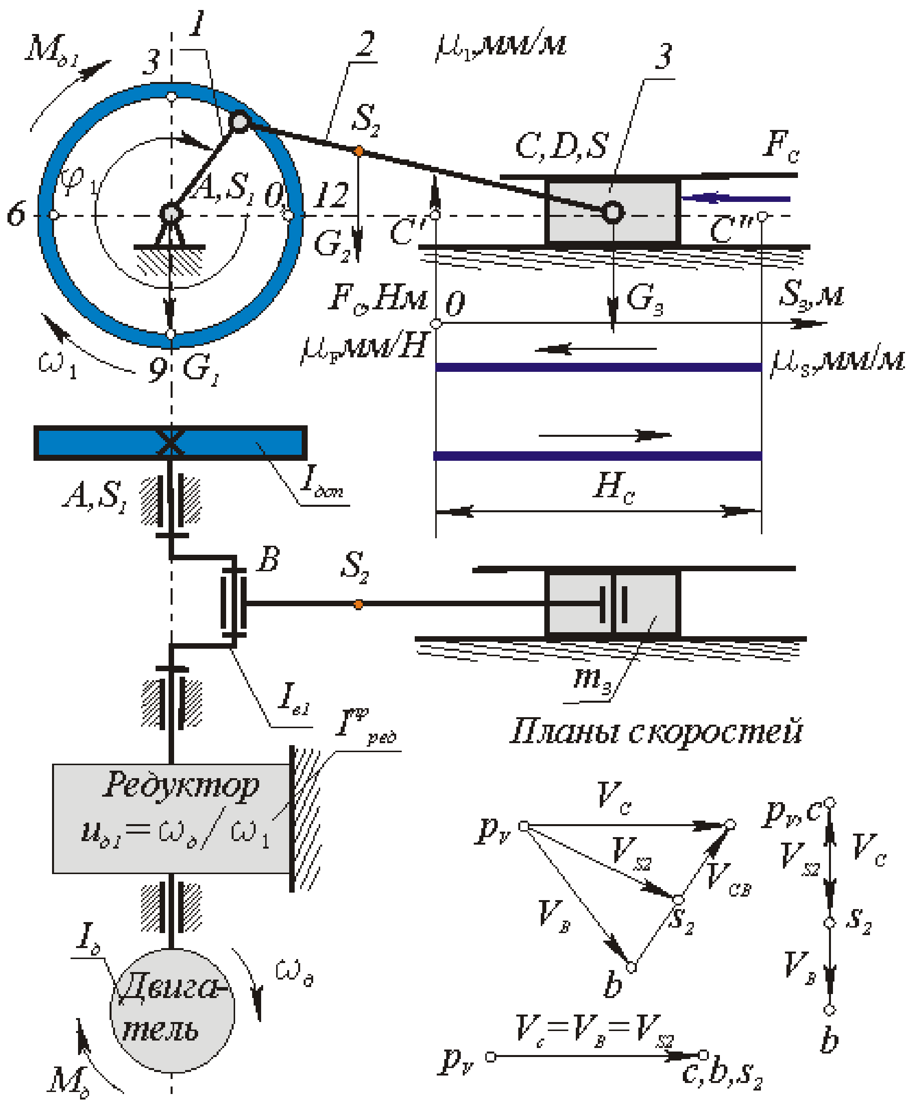


Рис 6.8

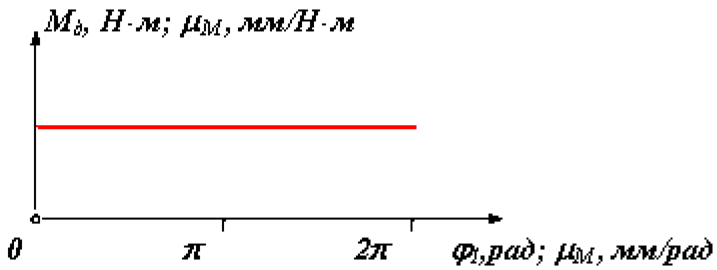


Рис 9.9

Определить: M^{np}_{Σ}, I^{np}_{Σ}=?

1. Определение сил веса $G_i = m_i \cdot g$.

2.Определение кинематических передаточных функций.

Простой и наглядный метод определения передаточных функций - графоаналитический метод планов возможных скоростей. При этом в произвольном масштабе строятся планы скоростей для рада положений цикла движения механизма. По отрезкам плана скоростей рассчитываются соответствующие передаточные функции по следующим формулам (для машины, схема которой изображена на рис.9.8):

Передаточные функции:

точки C $\quad V_{qC} = dS_C/d\varphi_1 = V_C/\omega_1 = (V_C/V_B)\cdot l_{AB} = (p_v c/p_v b)\cdot l_{AB}$;

точки S_2 $\quad V_{qS2} = dS_{S2}/d\varphi_1 = V_{S2}/\omega_1 = (V_{S2}/V_B)\cdot l_{AB} = (p_v s_2/p_v b)\cdot l_{AB}$;

звена 2 $\quad \omega_{q2} = u_{21} = d\varphi_2/d\varphi_1 = \omega_2/\omega_1 = (V_{CB}/V_B)\cdot(l_{AB}/l_{BC}) = (cb/p_v b)\cdot(l_{AB}/l_{BC})$;

По этим формулам строятся цикловые диаграммы передаточных функций для рассматриваемого механизма (см. рис. 9.10).

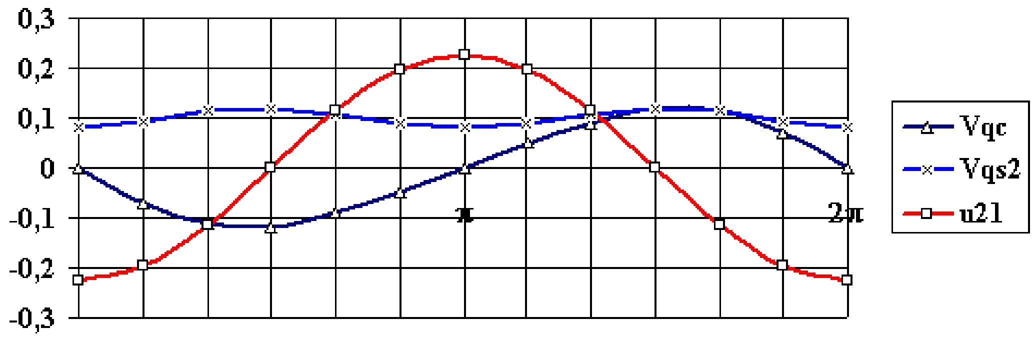


Рис.9.10

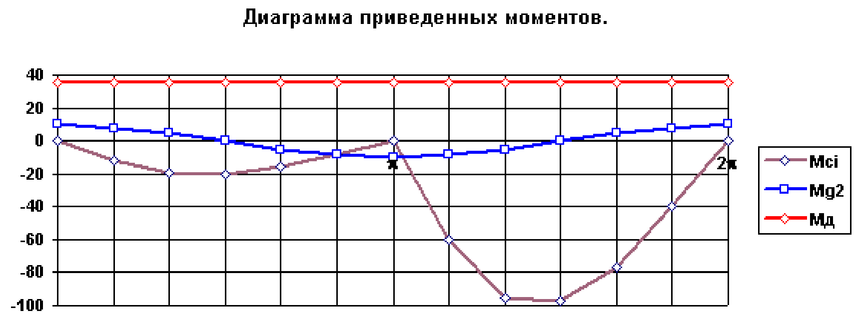
3. Определение суммарного приведенного момента M^{np}_{Σ}

Для определения суммарного приведенного момента необходимо просуммировать приведенные моменты от всех внешних сил, действующих на рассматриваемую систему. Приведенный момент от силы равен скалярному произведению вектора силы на вектор передаточной функции точки ее приложения, от момента - произведению момента на передаточное отношение от звена приложения момента к звену приведения. На рассматриваемую систему действуют силы веса звеньев G_i , сила сопротивления F_c и движущий момент $M_д$. Приведенный момент от этих сил рассчитывается по формуле:

$$M^{np}_{\Sigma} = M^{np}_{д} + M^{np}_{G2} + M^{np}_{G3} + M^{np}_{Fc} = M_д\cdot u_{д1} + G_2\cdot V_{qS2}\cdot\cos(\widehat{\bar{G}_2,\bar{V}_{qS2}}) + G_3\cdot V_{qC}\cdot$$

$$\cdot\cos(\widehat{\bar{G}_3,\bar{V}_{qC}}) + F_c\cdot V_{qC}\cdot\cos(\widehat{\bar{F}_c,\bar{V}_{qC}}) = M_д\cdot u_{д1} + G_2\cdot V_{qS2y} + G_3\cdot V_{qCy} +$$

$$+ F_c\cdot V_{qC}\cdot\cos(\widehat{\bar{F}_c,\bar{V}_{qC}}).$$



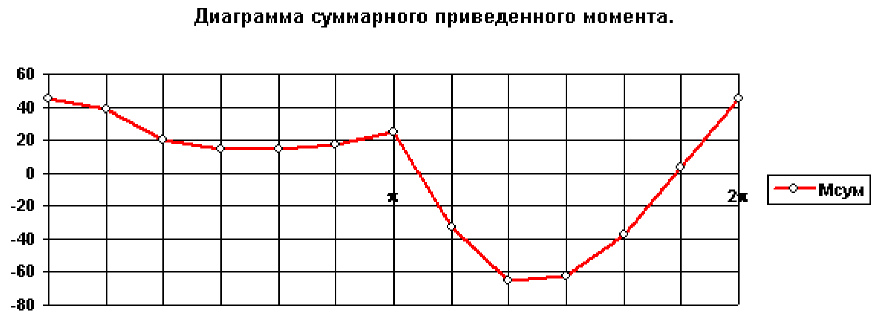


Рис. 9.11

4. Определение суммарного приведенного момента инерции $I^{пр}_{\Sigma}$.

Для определения суммарного приведенного момента инерции необходимо просуммировать приведенные моменты инерции от всех масс и моментов инерции подвижных звеньев рассматриваемой системы. Приведенный момент инерции от массы равен произведению массы на квадрат передаточной функции ее центра, от момента инерции - произведению момента инерции звена на квадрат передаточного отношения от этого звена к звену приведения. Инерционность рассматриваемой системы определяется массами звеньев **2** и **3** и моментами инерции ротора двигателя, редуктора, коленчатого вала, маховика и звена **2**. В суммарный приведенный момент инерции входят как составляющие не зависящие от положения механизма, так и составляющие, зависящие от обобщенной координаты. Первые имеют постоянный момент инерции и относятся к первой группе звеньев, момент инерции других - переменный, они образуют вторую группу. Приведенный момент для рассматриваемой системы определяется по формуле:

$$I^{пр}_{\Sigma} = I^{пр}_{I} + I^{пр}_{II} = I^{пр}_{C} + I^{пр}_{V} =$$
$$= I_{д} \cdot (\omega_{qд1})^2 + I^{пр}_{ред} + I_{01} + I_{M} + m_2 \cdot (V_{qS2})^2 + + I_{S2} \cdot (\omega_{q2})^2 + m_3 \cdot (V_{qC})^2 ,$$

где $$I^{пр}_{I} = I^{пр}_{C} = I_{д} \cdot (\omega_{qд1})^2 + I^{пр}_{ред} + I_{01} + I_{M} = const,$$

$$I^{пр}_{II} = I^{пр}_{V} = m_2 \cdot (V_{qS2})^2 + I_{S2} \cdot (\omega_{q2})^2 + m_3 \cdot (V_{qC})^2 = I^{пр}_{2П} + I^{пр}_{2В} + I^{пр}_{3} = var.$$

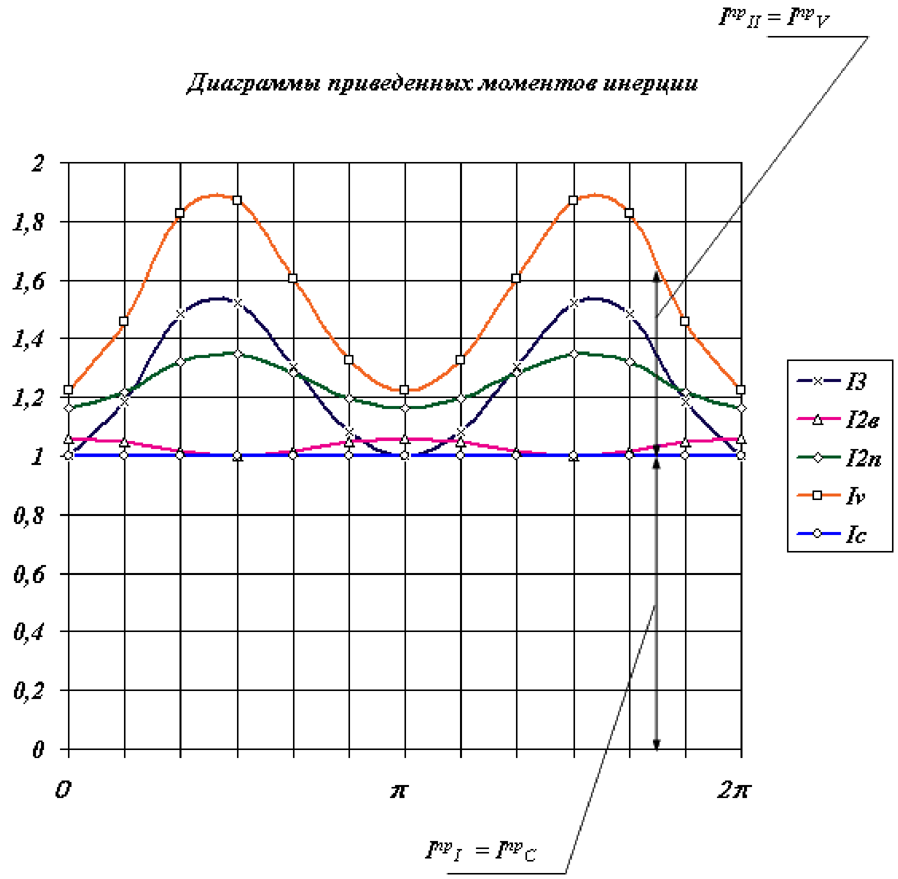


Рис. 9.12

Таким образом выполнена поставленная задача - определены параметры динамической модели поршневого насоса: приведенный суммарный момент $M^{пр}_{\Sigma}$ и приведенный суммарный момент инерции $I^{пр}_{\Sigma}$.

Контрольные вопросы к лекции 9.

1. Определите прямую задачу динамики машин ?
2. Сформулируйте теорему о изменении кинетической энергии для идеальной механической системы ?
3. Запишите уравнения движения динамической модели в интегральной и дифференциальной форме ?
4. Что называется динамической моделью машины ?
5. Какие параметры характеризуют динамическую модель машины ?
6. Что называется механической характеристикой машины ?
7. Изобразите механические характеристики (д.в.с., асинхронного электродвигателя, поршневого компрессора) и укажите их основные параметры ?
8. Изложите алгоритм определения параметров динамической модели для поршневого насоса ?