

Лекция 8.

Проектирование типовых планетарных механизмов

Краткое содержание: Постановка задачи синтеза. Условия подбора чисел зубьев. Вывод расчетных формул для условий соосности, соседства и сборки. Подбор чисел зубьев по методу сомножителей. Примеры решения задач по подбору чисел зубьев. Оптимальный синтез планетарных механизмов при автоматизированном проектировании.

8.1. Постановка задачи синтеза.

При проектировании многопоточных планетарных механизмов необходимо, кроме требований технического задания, выполнять ряд условий связанных с особенностями планетарных и многопоточных механизмов. Задача проектирования и в этом случае может быть разделена на структурный и метрический синтез механизма. При структурном синтезе определяется структурная схема механизма, при метрическом - определяются числа зубьев колес, так как радиусы зубчатых прямо пропорциональны числам зубьев

$$r_i = m \cdot z_i / 2.$$

Для типовых механизмов первая задача сводится к выбору схемы из набора типовых схем. При этом руководствуются рекомендуемым для схемы диапазоном передаточных отношений и примерными оценками ее КПД. Для рассматриваемых схем эти данные приведены в таблице 15.1. После выбора схемы механизма необходимо определить сочетание чисел зубьев его колес, которые обеспечат выполнение условий технического задания - для редуктора это передаточное отношение и величина момента сопротивления на выходном валу. Передаточное отношение задает условия выбора относительных размеров зубчатых колес - чисел зубьев колес, крутящий момент задает условия выбора абсолютных размеров - модулей зубчатых зацеплений. Так как для определения модуля необходимо выбрать материал зубчатой пары и вид его термообработки, то на первых этапах проектирования принимают модуль зубчатых колес равным единице, то есть решают задачу кинематического синтеза механизма в относительных величинах.

При кинематическом синтезе (подборе чисел зубьев колес) задача формулируется так: для выбранной схемы планетарного механизма при заданном числе силовых потоков (или числе сателлитов и заданном передаточном отношении необходимо подобрать числа зубьев колес, которые обеспечат выполнение ряда условий.

8.2. Условия подбора чисел зубьев. Вывод расчетных формул для условий соосности, соседства и сборки:

Условия, которые необходимо выполнить при подборе чисел зубьев колес типового планетарного механизма:

1. заданное передаточное отношение с требуемой точностью
2. соосность входного и выходного валов механизма
3. свободное размещение (соседство) сателлитов
4. сборку механизма при выбранных числах зубьев колес

5. отсутствие подреза зубьев с внешним зацеплением
6. отсутствие заклинивания во внутреннем зацеплении
7. минимальные относительные габариты механизма.

Рассмотрим эти условия подробнее на примере двухрядного планетарного механизма с одним внешним и одним внутренним зацеплением.

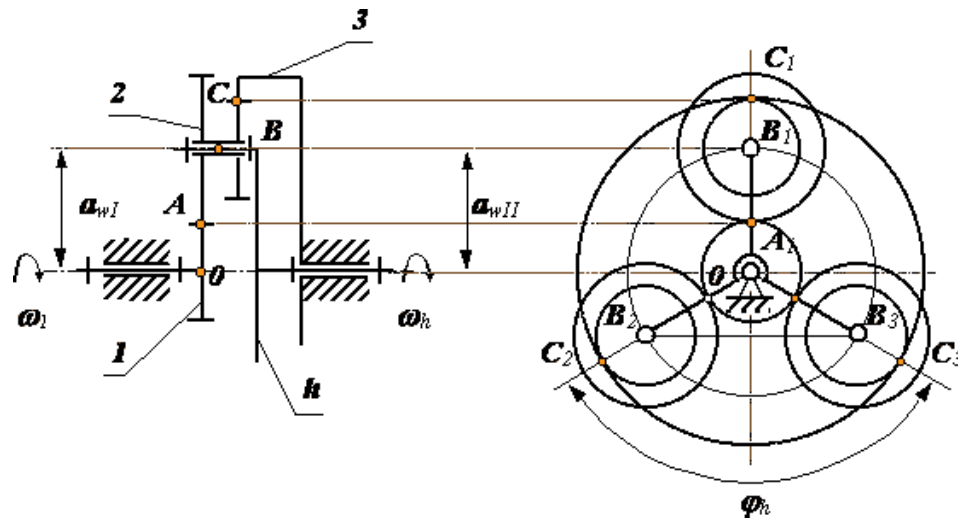


Рис. 8.1

1. Обеспечение заданного передаточного отношения с требуемой точностью:
Принимаем требуемую точность $\pm 5\%$, тогда для рассматриваемой схемы механизма
$$u_{1k} = [1 + (z_2 \cdot z_4)/(z_1 \cdot z_3)] \cdot (0.95 \dots 1.05).$$

2. Обеспечение соосности входного и выходного валов:
Для этого необходимо чтобы межосевое расстояние в передаче внешнего зацепления (первый ряд) равнялось межосевому расстоянию в передаче внутреннего зацепления (второй ряд), то есть
$$a_{wI} = a_{wII}; a_{wI} = r_{w1} + r_{w2} = r_1 + r_2; a_{wII} = r_{w4} - r_{w3} = r_4 - r_3.$$

Обычно в планетарных механизмах применяются зубчатые колеса без смещения, для которых $x_i = 0$ и $r_{wi} = r_i = z_i \cdot m / 2$. Тогда

$$r_1 + r_2 = r_4 - r_3 \Rightarrow m_I (z_1 + z_2) = m_{II} (z_4 - z_3).$$

Принимаем, что $m_I = m_{II} = m$, и получаем условие соосности для данной схемы механизма $z_1 + z_2 = z_4 - z_3$

3. Обеспечение условия соседства сателлитов (при числе сателлитов $k > 1$):
Сателлиты размещаются на окружности радиуса a_w .
Вершины зубьев сателлитов не будут мешать движению друг друга, если выполняется условие
$$\max (d_{a2,3}) < l_{B2B3}.$$

Для зубчатых колес без смещения ($h_a^* = 1, x_{2,3} = 0, 2\Delta y = 0$) максимальный из диаметров сателлитов равен

$$\max(d_{a2,3}) = \max[(z_{2,3} + 2 \cdot h_a^* + 2 \cdot x_{2,3} - 2\Delta y) \cdot m] = \max[(z_{2,3} + 2) \cdot m].$$

Расстояние между осями сателлитов

$$l_{B2B3} = 2 \cdot a_w \cdot \sin(j_h/2) = 2 \cdot (r_1 + r_2) \cdot \sin(p/k) = (z_1 + z_2) \cdot m \cdot \sin(p/k).$$

Подставим полученные выражения в неравенство и получим условие соседства

$$\max[(z_{2,3} + 2) \cdot m] < (z_1 + z_2) \cdot m \cdot \sin(p/k).$$

$$\sin(p/k) > \max[(z_{2,3} + 2)/(z_1 + z_2)]$$

Обеспечить возможность сборки механизма с подобранными числами зубьев колес при заданном числе сателлитов $k > 1$:

Для вывода формулы условия сборки воспользуемся следующим методом:

Допустим, что все сателлиты устанавливаются на оси водила в одном и том же положении - точке B_1 . После установки первого сателлита, зубья колес z_1 и z_4 определенным образом установились относительно зубьев венцов сателлита. Тогда установить второй сателлит в этом же положении будет можно, если после поворота водила на угол φ_h колесо z_1 повернется на целое число угловых шагов B . При этом зубья колес z_1 и z_4 установятся относительно зубьев венцов сателлита так же, как и при установке первого сателлита.

$$\text{Угол поворота водила} \Rightarrow \varphi_h = 2 \cdot p / k$$

$$\text{Угловой шаг первого колеса} \Rightarrow \tau_1 = 2 \cdot p / z_1$$

$$\text{Угол на который повернется первое колесо при повороте водила на угол } \varphi_h$$

$$\varphi_1 = \varphi_h \cdot u_{1h} \Rightarrow \varphi_1 = 2 \cdot p \cdot u_{1h} / k$$

Число угловых шагов τ_1 в угле $\varphi_1 \Rightarrow B = \varphi_1 / \tau_1$, где B - произвольное целое число.

Подставляем все эти выражения в формулу для B и после преобразований получаем

$$2 \cdot \pi \cdot u_{1h} \cdot z_1 / (k \cdot 2 \cdot \pi) = B \Rightarrow$$

$$u_{1h} \cdot z_1 / k = B.$$

Поворачивать водило можно на угол φ_h плюс произвольное число p полных оборотов водила, то есть

$$\varphi_h = 2 \cdot \pi / k + 2 \cdot \pi \cdot p = 2 \cdot \pi / k (1 + k \cdot p).$$

С учетом этого, формула для условия сборки примет следующий вид:

$$u_{1h} \cdot z_1 / k (1 + k \cdot p) = B.$$

Обеспечить отсутствие подрезания колес с внешними зубьями зубьев:
 Это условие обеспечивается, если для всех колес с внешними зубьями выполняется неравенство $z_i > z_{min}$.

4. Обеспечить отсутствие заклинивания во внутреннем зацеплении:
 Это условие для передачи внутреннего зацепления, состоящей из колес без смещения, можно обеспечить при выполнении следующих неравенств

$$\begin{aligned} z_{\text{с внеш. зуб.}} > 20, z_{\text{с внутр. зуб.}} > 85, \\ z_d = z_{\text{с внутр. зуб.}} - z_{\text{с внеш. зуб.}} > 8. \end{aligned}$$

5. Обеспечить минимальные габариты механизма.
 Для рассматриваемой схемы условие обеспечения минимального габаритного размера R можно записать так
 $R = \min [\max (z_1 + 2 \cdot z_2), (k_K \cdot z_4)]$, где k_K - коэффициент, учитывающий особенности конструкции зубчатого колеса с внутренними зубьями.

8.3. Подбор чисел зубьев по методу сомножителей

Рассмотрим один из методов, используемых при подборе чисел зубьев планетарного редуктора, - метод сомножителей. Метод позволяет объединить в расчетные формулы некоторые из условий подбора (условия 1, 2, 5 и 6). Выполнение остальных условий для выбранных чисел зубьев проверяется. Из первого условия выразим внутреннее передаточное отношение механизма. Внутренним называют передаточное отношение механизма при остановленном водиле, то есть механизма с неподвижными осями или рядного механизма.

$$u_{14}^h = (z_2 \cdot z_4) / (z_1 \cdot z_3) = [u_{1h} / (0.95 \dots 1.05) - 1] = (B \cdot D) / (A \cdot C).$$

Разложим внутреннее передаточное отношение u_{14}^h на сомножители - некоторые целые числа A, B, C и D . При этом сомножитель A соответствует числу зубьев z_1 , $B - z_2$, $C - z_3$ и $D - z_4$. Сомножители могут быть произвольными целыми числами, комбинация $(B \cdot D) / (A \cdot C)$ которых равна u_{14}^h .

Для рассматриваемой схемы желательно придерживаться следующих диапазонов изменения отношений между сомножителями

$$B / A = z_2 / z_1 = 1 \dots 6 \text{ - внешнее зацепление,}$$

$$D / C = z_4 / z_3 = 1.1 \dots 8 \text{ - внутреннее зацепление.}$$

Включим в рассмотрение условие соосности:

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_3$$

и выразим его через сомножители

$$\alpha \cdot (A + B) = \beta \cdot (D - C).$$

Если принять, что коэффициенты α и β равны
 $\alpha = (D - C)$, $\beta = (A + B)$,

то выражение превращается в тождество.

Из этого тождества можно записать:

$$z_1 = (D - C) \cdot A \cdot q, \quad z_3 = (A + B) \cdot C \cdot q,$$

$$z_2 = (D - C) \cdot B \cdot q, \quad z_4 = (A + B) \cdot D \cdot q.$$

где q - произвольный множитель, выбором которого обеспечиваем выполнение условий 5 и 6.

Зубья колес планетарного механизма, рассчитанные по этим формулам, удовлетворяют условиям 1, 2, 5 и 6. Проверяем эти зубья по условиям 3 (соседства) и 4 (сборки) и если они выполняются, считаем этот вариант одним из возможных решений. Если после перебора рассматриваемых сочетаний сомножителей получим несколько возможных решений, то проводим их сравнение по условию 7. Решением задачи будет сочетание чисел зубьев, обеспечивающее габаритный минимальный размер R .

Примеры подбора чисел зубьев для типовых планетарных механизмов

1. Двухрядный планетарный редуктор с одним внешним и с одним внутренним зацеплением.

Дано: Схема планетарного механизма, $u_{1h} = 13$, $k = 3$.

Определить: z_i - ?

Внутреннее передаточное отношение механизма:

$$u_{14}^h = (z_2 \cdot z_4) / (z_1 \cdot z_3) = [u_{1h} / (0.95 \dots 1.05) - 1] = 12 = (B \cdot D) / (A \cdot C) = 3 \cdot 4 / (1 \cdot 1) = 2 \cdot 6 / (1 \cdot 1) = 4 \cdot 3 / (1 \cdot 1) = \dots$$

Для первого сочетания сомножителей:

$$z_1 = (D - C) \cdot A \cdot q = (4 - 1) \cdot 1 \cdot q = 3 \cdot q; \quad z_1 = 18 > 17;$$

$$z_2 = (D - C) \cdot B \cdot q = (4 - 1) \cdot 3 \cdot q = 9 \cdot q; \quad q = 6; \quad z_2 = 54 > 17;$$

$$z_3 = (A + B) \cdot C \cdot q = (3 + 1) \cdot 1 \cdot q = 4 \cdot q; \quad z_3 = 24 > 20;$$

$$z_4 = (A + B) \cdot D \cdot q = (3 + 1) \cdot 4 \cdot q = 16 \cdot q; \quad z_4 = 96 > 85;$$

Проверка условия соседства:

$$\sin(\pi/k) > \max[(z_{2,3} + 2) / (z_1 + z_2)]$$

$$\sin(\pi/3) > (54 + 2) / (18 + 54)$$

$0.866 > 0.77$ - условие выполняется.

Проверка условия сборки:

$$(u_{1h} \cdot z_1 / k) \cdot (1 + k \cdot p) = B;$$

$$(13 \cdot 18 / 3) \cdot (1 + 3p) = B - \text{целое при любом } p.$$

Условие сборки тоже выполняется. То есть, получен первый вариант решения!

Габаритный размер $R = (18 + 2 \cdot 54) = 126$.

Для второго сочетания сомножителей:

$$z_1 = (D - C) \cdot A \cdot q = (6 - 1) \cdot 1 \cdot q = 5 \cdot q; \quad z_1 = 45 > 17;$$

$$z_2 = (D - C) \cdot B \cdot q = (6 - 1) \cdot 2 \cdot q = 10 \cdot q; \quad q = 9; \quad z_2 = 90 > 17;$$

$$z_3 = (A + B) \cdot C \cdot q = (2 + 1) \cdot 1 \cdot q = 3 \cdot q; \quad z_3 = 27 > 20;$$

$$z_4 = (A + B) \cdot D \cdot q = (2 + 1) \cdot 6 \cdot q = 18 \cdot q; \quad z_4 = 162 > 85;$$

Проверка условия соседства:

$$\sin(\pi/k) > \max[(z_{2,3} + 2)/(z_1 + z_2)]$$

$$\sin(\pi/3) > (90 + 2)/(45 + 90)$$

$0.866 > 0.681$ - условие выполняется.

Проверка условия сборки:

$$(u_{1h} \cdot z_1/k) \cdot (1 + k \cdot p) = B$$

$$(12 \cdot 45/3) \cdot (1 + 3p) = B - \text{целое при любом } p.$$

Условие сборки тоже выполняется и получен второй вариант решения!

Габаритный размер $R = (45 + 2 \cdot 90) = 225$.

Для третьего сочетания сомножителей:

$$z_1 = (D - C) \cdot A \cdot q = (3 - 1) \cdot 1 \cdot q = 2 \cdot q; \quad z_1 = 18 > 17;$$

$$z_2 = (D - C) \cdot B \cdot q = (3 - 1) \cdot 4 \cdot q = 8 \cdot q; \quad q = 9; \quad z_2 = 72 > 17;$$

$$z_3 = (A + B) \cdot C \cdot q = (1 + 4) \cdot 1 \cdot q = 5 \cdot q; \quad z_3 = 45 > 20;$$

$$z_4 = (A + B) \cdot D \cdot q = (1 + 4) \cdot 3 \cdot q = 15 \cdot q; \quad z_4 = 135 > 85;$$

Проверка условия соседства:

$$\sin(\pi/k) > \max[(z_{2,3} + 2)/(z_1 + z_2)]$$

$$\sin(\pi/3) > (70 + 2)/(18 + 72)$$

$0.866 > 0.8$ - условие выполняется.

Проверка условия сборки:

$$(u_{1h} \cdot z_1/k) \cdot (1 + k \cdot p) = B$$

$$(13 \cdot 18/3) \cdot (1 + 3p) = B - \text{целое при любом } p.$$

Условие сборки тоже выполняется и получен третий вариант решения.

Габаритный размер $R = (18 + 2 \cdot 72) = 162$.

Из рассмотренных трех вариантов габаритный наименьший размер получен в первом. Этот вариант и будет решением нашей задачи.

2. Однорядный механизм с одним внутренним и одним внешним зацеплением.

Дано: схема планетарного механизма, $u_{1h} = 7; k = 3$.

Определить: $z_i - ?$.

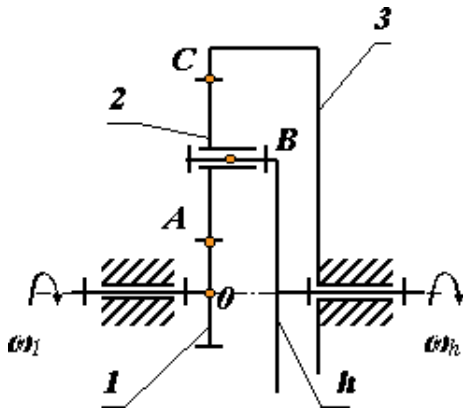


Рис. 8.2

Для однорядного планетарного механизма задача подбора чисел зубьев решается без применения метода сомножителей. Задаемся для первого колеса числом зубьев больше 17 и кратным u_{1h} или k .

В нашем примере принимаем:

$$z_1 = 18 > 17.$$

Тогда из формулы передаточного отношения можно определить число зубьев третьего колеса:

$$u_{1h} = (1 + z_3 / z_1) \cdot (0.95 \dots 1.05)$$

$$z_3 = [u_{1h} / (0.95 \dots 1.05) - 1] \cdot z_1$$

$$z_3 = [7 / (0.95 \dots 1.05) - 1] \cdot 18 = 108$$

Число зубьев второго колеса определим из условия соосности:

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2$$

$$z_2 = (z_3 - z_1) / 2 = (108 - 18) / 2 = 45$$

Проверка условия соседства:

$$\sin(\pi / k) > \max [(z_2 + 2) / (z_1 + z_2)]$$

$$\sin(\pi / 3) > (45 + 2) / (18 + 45)$$

$$0.866 > 0.73 - \text{условие выполняется.}$$

Проверка условия сборки:

$$(u_{1h} \cdot z_1 / k) \cdot (1 + k \cdot p) = B$$

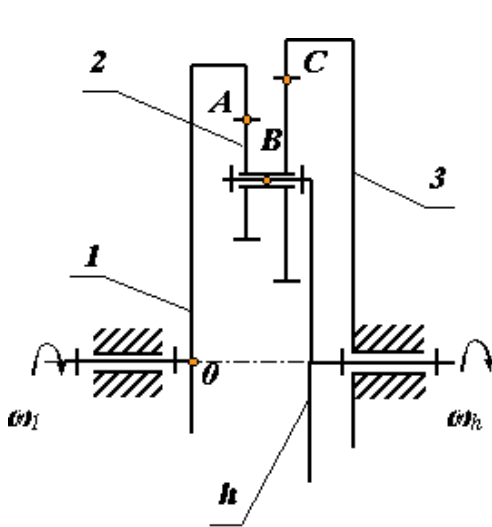
$$(7 \cdot 18 / 3) \cdot (1 + 3p) = B \text{ целое при любом } p.$$

В данном случае нет необходимости сравнивать варианты по габаритам, так как мы приняли минимально допустимую величину z_1 , то получим редуктор с минимальных размеров.

3. Двухрядный механизм с двумя внешними зацеплениями.

Аналогичным образом рассматриваются другие сочетания сомножителей и из вариантов, удовлетворяющих первым шести условиям, выбирается тот, который обеспечивает наименьшие габариты.

4. Двухрядный механизм с двумя внутренними зацеплениями.



Дано: схема планетарного механизма, $u_{1h} = 55$; $k = 2$.
 Определить: $z_i - ?$.

Рис. 8.4

Внутреннее передаточное отношение механизма:

$$u_{1h} = 1 / u_{h1};$$

$$u_{14}^h = (z_2 \cdot z_4) / (z_1 \cdot z_3) = [1 - u_{1h} / (0.95 \dots 1.05)] = 54 / 55 = (B \cdot D) / (A \cdot C) = 6 \cdot 9 / (11 \cdot 5) = 18 \cdot 3 / (55 \cdot 1) = \dots$$

Условие соосности для этой схемы:

$$z_1 - z_2 = z_4 - z_3$$

и выразим его через сомножители:

$$\alpha \cdot (A - B) = \beta \cdot (D - C)$$

Принимаем коэффициенты α и β :

$$\alpha = (D - C), \beta = (A - B)$$

и получаем для сочетания сомножителей обведенного рамкой:

$$\begin{aligned} z_1 &= (D - C) \cdot A \cdot q = (3 - 1) \cdot 55 \cdot q = 110 \cdot q; & z_1 &= 110 > 85; \\ z_2 &= (D - C) \cdot B \cdot q = (3 - 1) \cdot 18 \cdot q = 36 \cdot q; & q &= 1; & z_2 &= 36 > 20; \\ z_3 &= (A - B) \cdot C \cdot q = (55 - 18) \cdot 1 \cdot q = 37 \cdot q; & & & z_3 &= 37 > 20; \\ z_4 &= (A - B) \cdot D \cdot q = (55 - 18) \cdot 3 \cdot q = 111 \cdot q; & & & z_4 &= 111 > 85; \end{aligned}$$

Проверка условия соседства:

$$\sin(\pi/k) > \max [(z_{2,3} + 2) / (z_1 + z_2)]$$

$$\sin(\pi/2) > (37 + 2) / (110 - 36)$$

$1.0 > 0.527$ - условие выполняется.

Проверка условия сборки:

$$(u_{1h} \cdot z_1 / k) \cdot (1 + k \cdot p) = B;$$

$$[110 / (55 \cdot 2)] \cdot (1 + 3p) = B - \text{целое при любом } p.$$

Условие сборки тоже выполняется. То есть, получен первый вариант решения.

$$\text{Габаритный размер } R = (1.2 \cdot 111) = 133.2, \text{ при } k_K = 1.2.$$

Аналогичным образом рассматриваются другие сочетания сомножителей и из вариантов, удовлетворяющих первым шести условиям, выбирается тот, который обеспечивает наименьшие габариты.

Оптимальный синтез планетарных механизмов при автоматизированном проектировании

При автоматизированном проектировании с помощью компьютера можно за относительно небольшой промежуток времени получить большое количество возможных решений задачи. Сопоставляя эти решения между собой находят то, которое удовлетворяет всем требованиям наилучшим образом. При этом перебор вариантов осуществляется в пределах заданных ограничений на параметры (в данном случае на числа зубьев колес) по какой-либо стратегии или чаще случайным образом. Программы оптимального синтеза могут использовать рассмотренные выше методы (например, метод сомножителей), а могут просто перебирать допустимые сочетания параметров и проверять их на соответствие заданным условиям. Использование компьютерных программ для синтеза планетарных механизмов позволяет существенно сократить время проектирования и существенно улучшить качественные показатели спроектированных механизмов.

8.4. Планетарные механизмы с двумя подвижностями (дифференциалы):

На практике в качестве механизмов с двумя подвижностями наиболее часто применяются планетарные зубчатые механизмы или как их еще называют планетарные дифференциалы. Это название справедливо для механизмов, в которых входной энергетический поток разделяется на два выходных потока. Если входные энергетические потоки суммируются на выходе в один выходной поток, то такие механизмы следует называть суммирующими или интегральными.

Все рассмотренные типовые схемы механизмов можно выполнить с двумя подвижностями. Рассмотрим в качестве примера двухрядный механизм с одним внешним и одним внутренним зацеплением (рис.8.5).

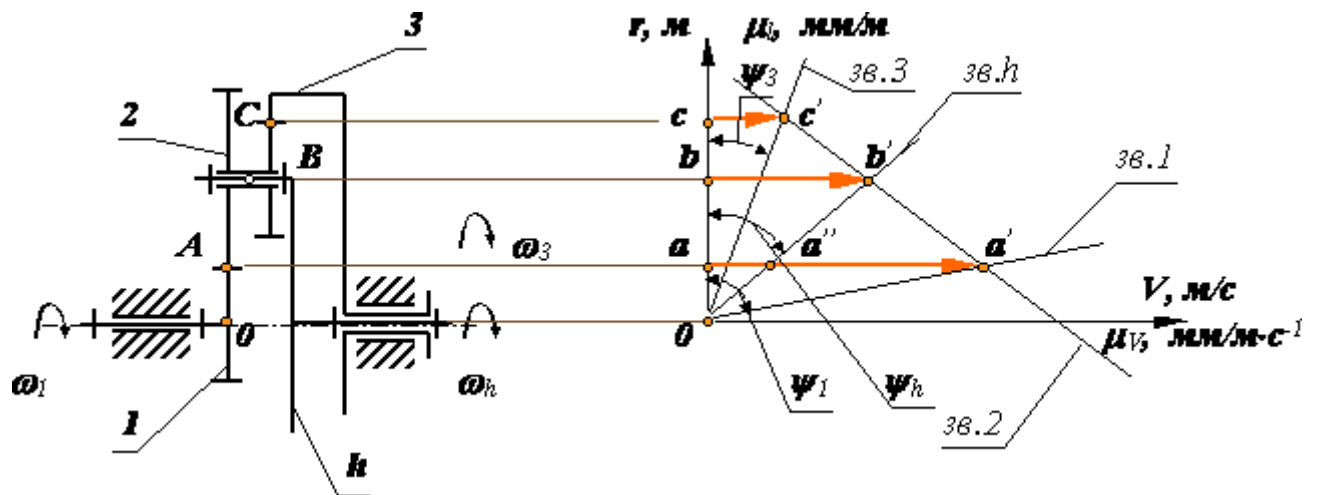


Рис. 8.5

По формуле Виллиса отношение угловых скоростей звеньев для внешнего зацепления колес z_2 и z_1

$$(w_1 - w_h) / (w_2 - w_h) = -z_2 / z_1$$

для внутреннего зацепления колес z_4 и z_3

$$(w_2 - w_h) / (w_3 - w_h) = z_4 / z_3.$$

Перемножим, правые и левые части этих уравнений, и получим соотношение между угловыми скоростями механизма с двумя подвижностями

$$[(w_1 - w_h) / (w_2 - w_h)] \cdot [(w_2 - w_h) / (w_3 - w_h)] = -z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3)$$

$$(w_1 - w_h) / (w_3 - w_h) = -z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3) = u_{13}^{(h)}$$

$$u_{13}^{(h)} \cdot w_3 - u_{13}^{(h)} \cdot w_h = w_1 - w_h$$

$$w_1 - (1 + u_{13}^{(h)}) \cdot w_h - u_{13}^{(h)} \cdot w_3 = 0$$

Чтобы из механизма с двумя подвижностями получить одноподвижный механизм необходимо либо остановить одно из подвижных звеньев, либо связать между собой функционально (например, простой зубчатой передачей) два подвижных звена. Механизмы, образованные по второму способу, называются замкнутыми дифференциалами. Схема такого механизма приведена на рис.16.6.

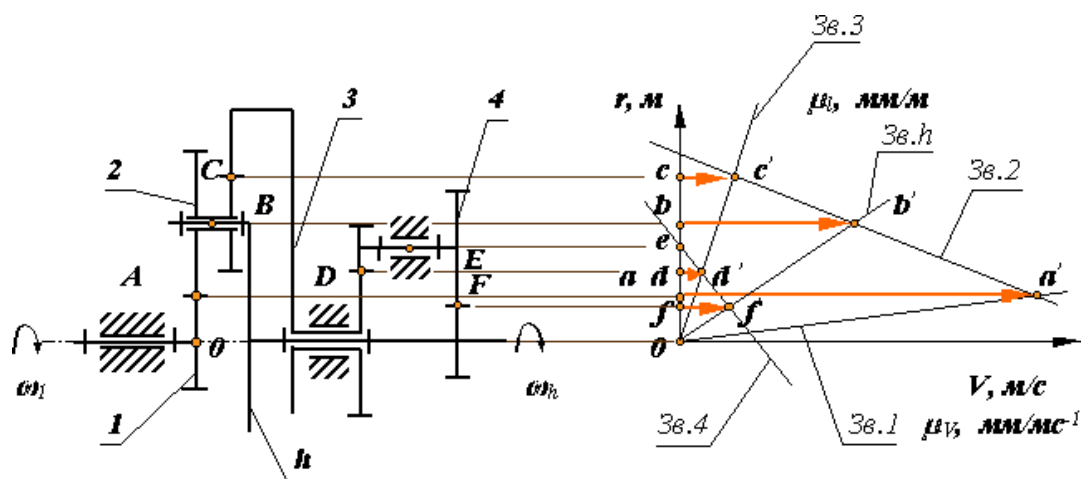


Рис. 8.6

Контрольные вопросы к лекции 8

1. Как формулируется задача кинематического синтеза планетарного механизма
2. Перечислите основные условия, которые необходимо выполнить при синтезе планетарного механизма
3. Запишите условие соседства для планетарного механизма с $K > 2$
4. Как обеспечивается условие сборки многосателлитного планетарного механизма?
5. Расскажите о подборе чисел зубьев одной из схем планетарного редуктора методом сомножителей
6. Как устанавливаются кинематические зависимости в дифференциальном планетарном механизме графическим методом.