

Кинематика планетарных механизмов

Краткое содержание: Сложные зубчатые механизмы. Многопоточные и планетарные механизмы. Кинематика рядного зубчатого механизма. Формула Виллиса для планетарных механизмов. Кинематическое исследование типовых планетарных механизмов графическим и аналитическим методами.

7.1. Сложные зубчатые механизмы.

Сложными зубчатыми механизмами называются механизмы с зубчатыми передачами с числом зубчатых колес больше двух. Это могут быть механизмы с оригинальными структурными схемами или механизмы, образованные последовательным и (или) параллельным соединением простейших типовых зубчатых механизмов. Механизмы, в которых кинематические цепи образуют один или несколько замкнутых контуров и в которых входной поток механической мощности в процессе передачи и преобразования делится на несколько потоков, а затем суммируется на выходном звене, называются **многопоточными механизмами**. Распределение передаваемых усилий по нескольким кинематическим парам уменьшает нагрузку на элементы пар и позволяет существенно уменьшать габаритные размеры и массу механизмов. Многозонный контакт звеньев механизма существенно увеличивает жесткость механизма, а за счет осреднения ошибок и зазоров, уменьшает мертвый ход и кинематическую погрешность механизма. Однако, за счет образования в структуре механизма внутренних контуров, число избыточных или пассивных связей в механизме увеличивается. Поэтому при изготовлении и сборке механизма необходимо либо повышать точность деталей, либо увеличивать зазоры в кинематических парах. Сложные зубчатые механизмы, в которых ось хотя бы одного колеса подвижна, называются **планетарными механизмами**. К типовым планетарным механизмам относятся:

- однорядный планетарный механизм;
- двухрядный планетарный механизм с одним внешним и одним внутренним зацеплением
- двухрядный планетарный механизм с двумя внешними зацеплениями;
- двухрядный планетарный механизм с двумя внутренними зацеплениями.

Элементы планетарного механизма имеют специальные названия:

- зубчатое колесо с внешними зубьями, расположенное в центре механизма называется "солнечным";
- колесо с внутренними зубьями называют "короной" или "эпициклом";
- колеса, оси которых подвижны, называют "сателлитами";
- подвижное звено, на котором установлены сателлиты, называют "водилом". Звено водила принято обозначать не цифрой, а латинской буквой h .

В таблице 7.1 приведены структурные схемы типовых планетарных механизмов, а также диапазоны рекомендуемых передаточных отношений и ориентирующие значения КПД при этих передаточных отношениях.

Таблица 7.1 Типовые планетарные механизмы

№	Структурная схема механизма	Уред	КПД
1		$u_{1h}^{(3)} = \omega_1 / \omega_h = 1 + z_3/z_1.$ <p>3....10</p>	0.97....0.99
2		$u_{1h}^{(3)} = \omega_1 / \omega_h = 1 + z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3).$ <p>7....16</p>	0.96....0.98
3		$u_{1h}^{(3)} = \omega_1 / \omega_h = 1 - z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3).$ <p>25....30</p>	0.9....0.3
4		$u_{1h}^{(3)} = \omega_1 / \omega_h = 1 - z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3).$ <p>30....300</p>	0.9....0.3

7.2. Кинематика рядного зубчатого механизма.

Рядным зубчатым механизмом называется сложный зубчатый механизм с неподвижными осями колес, образованный последовательным соединением нескольких простых зубчатых механизмов. Рассмотрим кинематику рядного механизма составленного из двух зубчатых передач: одной внешнего зацепления и одной внутреннего зацепления. Схема механизма изображена на рис. 7.1.

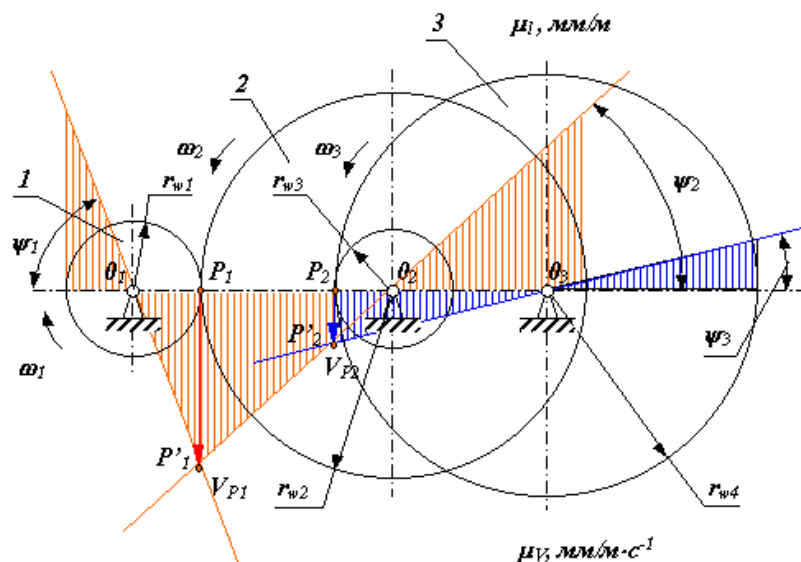
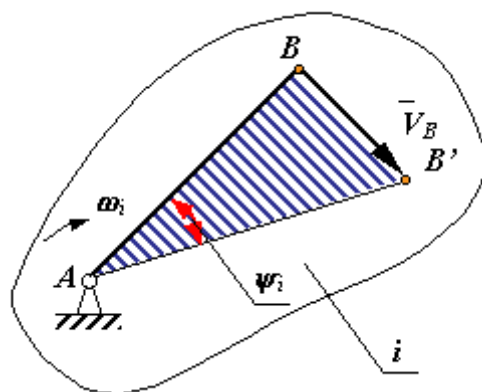


Рис. 7.1.

Напоминание: Для вращательного движения твердого тела относительно оси проходящей через точку А. Примем для размеров масштаб μ_l , мм/мм, а для линейных скоростей - масштаб μ_v , мм/мм·с⁻¹. Угловая скорость звена i равна



$$\omega_i = V_B / l_{AB} = (\mu_l / \mu_v) \cdot (BB' / AB) = (\mu_l / \mu_v) \cdot \operatorname{tg} \psi_i = c \cdot \operatorname{tg} \psi_i.$$

Таким образом при графическом кинематическом анализе угловая скорость звена равна произведению тангенса угла наклона прямой распределения линейных скоростей на отношение масштабов длин и скоростей.

Рис. 7.2.

7.3. Аналитическое исследование кинематики рядного механизма

Из основной теоремы зацепления, для первой пары зубчатых колес с внешним зацеплением, можно записать

$$\omega_1 / \omega_2 = -r_{w2} / r_{w1} = -z_2 / z_1;$$

для второй пары зубчатых колес с внутренним зацеплением

$$\omega_2 / \omega_3 = r_{w4} / r_{w3} = z_4 / z_3.$$

Передаточное отношение механизма в целом будет равно:

$$u_{13} = \omega_1/\omega_3 = (\omega_1/\omega_2) \cdot (\omega_2/\omega_3) = u_{12} \cdot u_{23} = - (z_2 \cdot z_4)/(z_1 \cdot z_3).$$

Передаточное отношение сложного рядного зубчатого, образованного из нескольких соединенных последовательно простых зубчатых механизмов равно произведению передаточных отношений этих механизмов.

Графическое исследование кинематики рядного механизма

Изобразим в масштабе μ_l , мм/м, кинематическую схему рядного зубчатого механизма. Нанесем на эту схему линейную скорость точки **P1**, изобразив ее в произвольном масштабе μ_V , мм/м·с-1 отрезком **P1P'1**. Соединим конец этого отрезка точку **P'1** с центрами вращения колес **1** и **2** точками **O1** и **O2** и получим прямые, определяющие распределение линейных скоростей этих звеньев, для точек лежащих на линии центров. Эти прямые образуют с линией центров соответственно углы ψ_1 и ψ_2 . Точка **P2** является точкой касания начальных окружностей колес **3** и **4**. Так как в точке касания начальных окружностей линейные скорости звеньев **2** и **3** равны, а распределение линейных скоростей по линии центров для звена **2** известно, то можно определить отрезок **P2P'2**, который изображает скорость точки **P2** в масштабе μ_V , мм/м·с-1. Соединив прямой точку **P'2** с центром вращения звена **3** получим прямую распределения линейных скоростей для точек звена **3**, лежащих на линии центров. Угол, который образует эта прямая с линией центров, обозначим ψ_3 . Угловые скорости звеньев определяются из этой схемы по формулам

$$\begin{aligned} \omega_1 &= (\mu_l/\mu_V) \cdot \operatorname{tg} \psi_1 = c \cdot \operatorname{tg} \psi_1, \\ \omega_3 &= (\mu_l/\mu_V) \cdot \operatorname{tg} \psi_3 = c \cdot \operatorname{tg} \psi_3. \end{aligned}$$

Передаточное отношение, рассматриваемого рядного зубчатого механизма, будет равно

$$u_{13} = \omega_1/\omega_3 = \operatorname{tg} \psi_1 / \operatorname{tg} \psi_3.$$

Формула Виллиса.

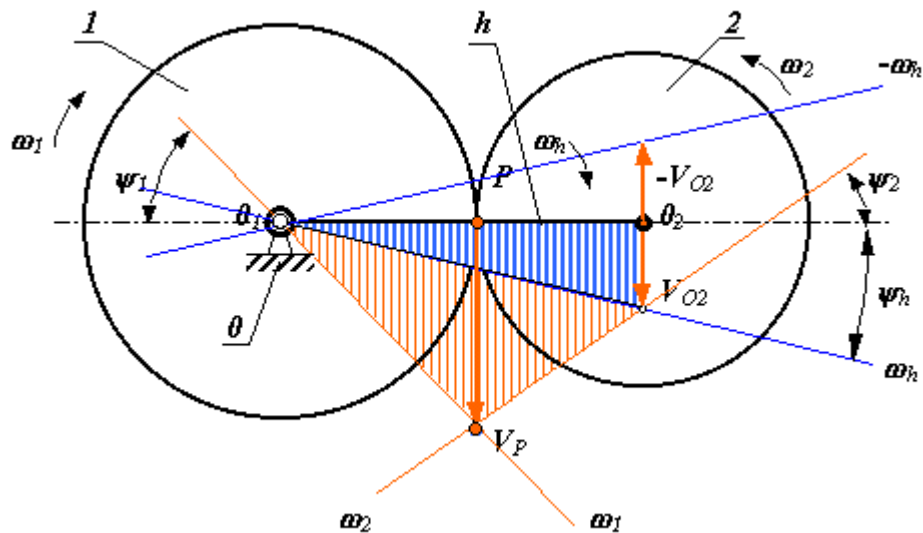
Формула Виллиса выводится на основании основной теоремы зацепления и устанавливает соотношение между угловыми скоростями зубчатых колес в планетарном механизме. Рассмотрим простейший планетарный механизм с одним внешним зацеплением (см. рис. 7.3). Число подвижностей в этом механизме равно

$W^{np} = 3 \cdot n - 2 \cdot p_1 - 1 \cdot p_2 = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 \cdot 1 = 2$, то есть для получения определенности движения звеньев механизма необходимо сообщить независимые движения двум его звеньям. Рассмотрим движение звеньев механизма относительно стойки и относительно водила. Угловые скорости звеньев в каждом из рассматриваемых движений приведены в таблице 7.2.

<i>Движение механизма</i>	<i>Звено 1</i>	<i>Звено 2</i>	<i>Звено h</i>	<i>Звено θ</i>
<i>относительно стойки</i>	ω_1	ω_2	ω_h	$\omega_\theta = \theta$
<i>относительно водила</i>	$\omega_1^* = \omega_1 - \omega_h$	$\omega_2^* = \omega_2 - \omega_h$	$\omega_h - \omega_h = 0$	$-\omega_h$

В движении звеньев относительно водила угловые скорости звеньев равны угловым скоростям в движении относительно стойки минус угловая скорость водила. Если в движении относительно стойки ось зубчатого колеса 2 подвижна, то в движении относительно водила оси обоих зубчатых колес неподвижны. Поэтому к движению относительно водила можно применить основную теорему зацепления.

Движение механизма относительно стойки



Движение механизма относительно водила

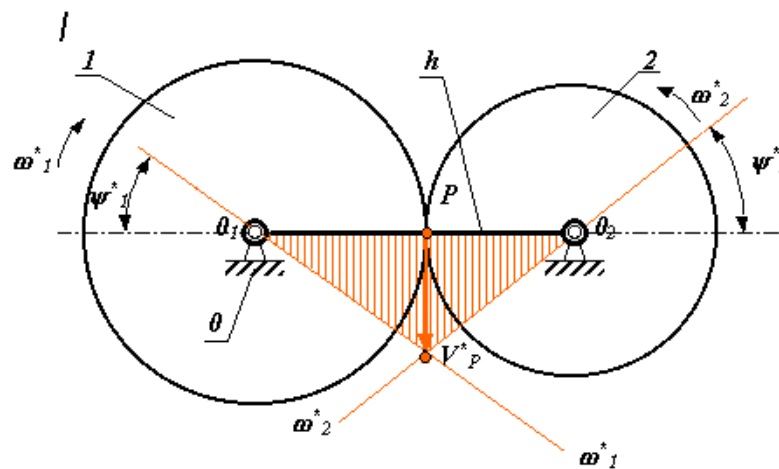


Рис.. 7.3.

То есть можно записать выражение, которое называется формулой Виллиса для планетарных механизмов

$$\omega_2^* / \omega_1^* = (\omega_1 - \omega_h) / (\omega_2 - \omega_h) = -z_1/z_2.$$

7.4. Кинематическое исследование типовых планетарных механизмов графическим и аналитическим методами.

1. Двухрядный механизм с одним внутренним и одним внешним зацеплением.

Дано: Кинематическая схема механизма - ri , числа зубьев колес - zi ;

Определить: Передаточное отношение механизма - ?

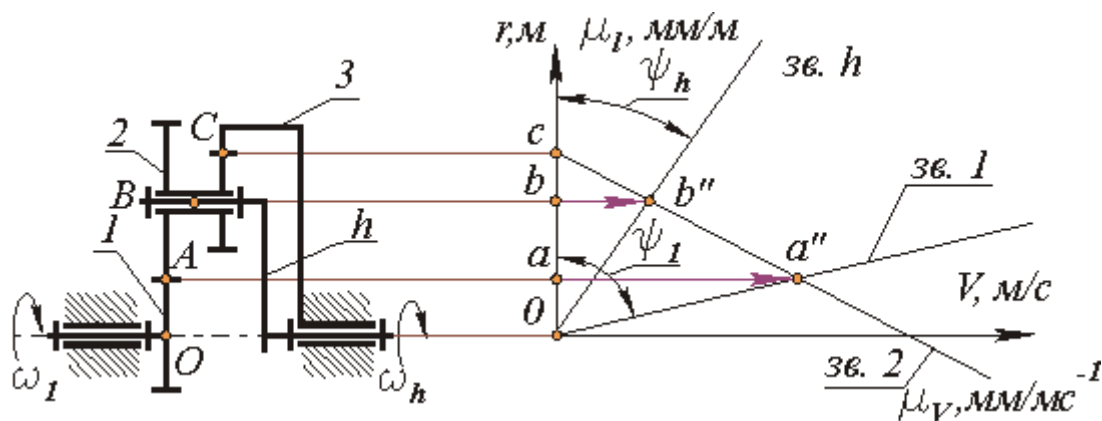


Рис.. 7.4

Аналитическое определение передаточного отношения.

В планетарном редукторе, изображенном на рис.7.4 на звене 2 нарезаны два зубчатых венца:

z_2 , который зацепляется с зубчатым венцом z_1 звена 1;

z_3 , который зацепляется с внутренним зубчатыми венцом z_4 звена 3.

По формуле Виллиса отношение угловых скоростей звеньев для внешнего зацепления колес z_2 и z_1

$$(\omega_1 - \omega_h) / (\omega_2 - \omega_h) = -z_2/z_1;$$

для внутреннего зацепления колес z_4 и z_3

$$(\omega_2 - \omega_h) / (\omega_3 - \omega_h) = z_4/z_3.$$

Перемножим, правые и левые части этих уравнений, и получим

$$\frac{[(\omega_1 - \omega_h) / (\omega_2 - \omega_h)] \cdot [(\omega_2 - \omega_h) / (\omega_3 - \omega_h)]}{=0} = -z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3),$$

$$[(\omega_1 - \omega_h) / (-\omega_h)] = -z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3),$$

$$u_{1h}^{(2)} = \omega_1 / \omega_h = 1 + z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3).$$

Графическое определение передаточного отношения.

В системе координат $riOV$ построим треугольники распределения линейных скоростей звеньев. Для этого из точки A с ординатой r_1 в выбранном произвольном масштабе μV , $mm/m \cdot c^{-1}$ отложим отрезок aa' . Через конец этого отрезка и начало координат проведем прямую, которая определит распределение скоростей для точек звена 1, лежащих на оси ri . Эта прямая образует с осью ri угол ψ_1 . Так как в точке с скорости звеньев 2 и 3 равны между собой и равны нулю, то соединяя точку с с прямой с точкой a' , получим линию распределения скоростей для звена 2. Так как точка принадлежит звеньям 2 и h , то ее скорость определяется по лучу с a' для радиуса равного $r_B = (r_1 + r_2)$, что в масштабе μV , $mm/m \cdot c^{-1}$ соответствует отрезку bb' . Соединяя точку b' с началом координат прямой, найдем линию распределения скоростей для водила. Эта линия образует с осью ri угол ψ_h . Передаточное отношение планетарного механизма определенное по данным графическим построениям можно записать так

$$u_{1h}^{(2)} = \omega_1 / \omega_h = \operatorname{tg} \psi_1 / \operatorname{tg} \psi_h = aa' / aa''.$$

2. Однорядный механизм с одним внутренним и одним внешним зацеплением.

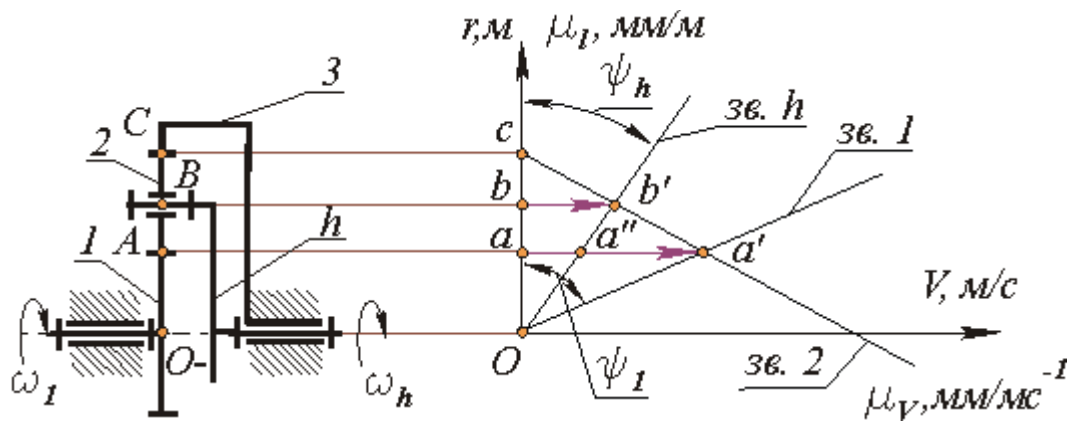


Рис.. 7.5

Аналитическое определение передаточного отношения.

По формуле Виллиса отношение угловых скоростей звеньев для внешнего зацепления колес z_2 и z_1 :

$$(\omega_1 - \omega_h) / (\omega_2 - \omega_h) = -z_2 / z_1;$$

для внутреннего зацепления колес z_2 и z_3 :

$$(\omega_2 - \omega_h) / (\omega_3 - \omega_h) = z_3 / z_2.$$

Перемножим, правые и левые части этих уравнений, и получим:

$$[(\omega_1 - \omega_h) / (\omega_2 - \omega_h)] \cdot [(\omega_2 - \omega_h) / (\omega_3 - \omega_h)] = -z_3 / z_1,$$

$$[(\omega_1 - \omega_h) / (-\omega_h)] = -z_3 / z_1,$$

$$u_{1h}^{(3)} = \omega_1 / \omega_h = 1 + z_3 / z_1.$$

Графическое определение передаточного отношения.

$$u_{1h}^{(3)} = \omega_1 / \omega_h = \operatorname{tg} \psi_1 / \operatorname{tg} \psi_h = aa' / aa''.$$

3. Двухрядный механизм с двумя внешними зацеплениями.

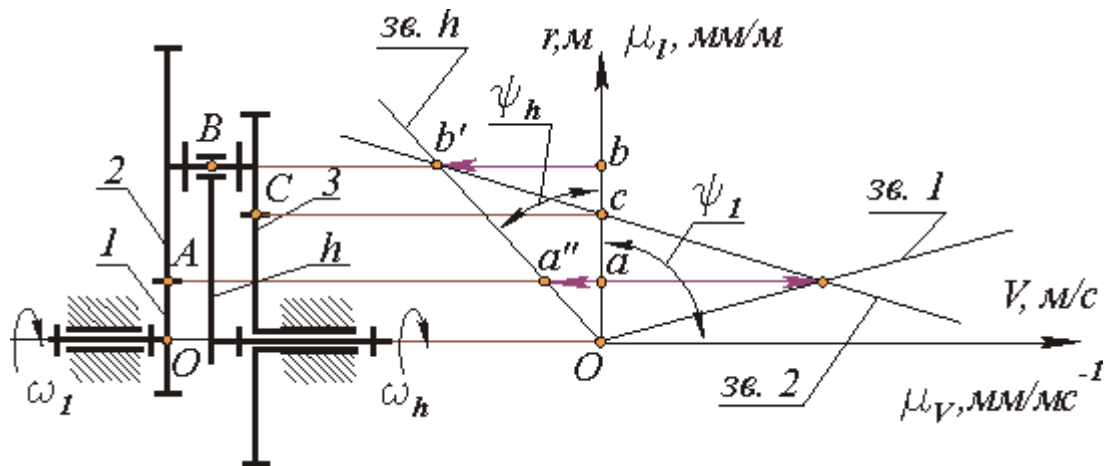


Рис. 7.6

Аналитическое определение передаточного отношения.

В планетарном редукторе, изображенном на рис.7.6 на звене 2 нарезаны два зубчатых венца:

z_2 , который зацепляется с зубчатым венцом z_1 звена 1;

z_3 , который зацепляется с внутренним зубчатыми венцом z_4 звена 3.

По формуле Виллиса отношение угловых скоростей звеньев для внешнего зацепления колес z_2 и z_1 :

$$(\omega_1 - \omega_h) / (\omega_2 - \omega_h) = -z_2 / z_1;$$

для внешнего зацепления колес z_4 и z_3 :

$$(\omega_2 - \omega_h) / (\omega_3 - \omega_h) = -z_4 / z_3.$$

Перемножим, правые и левые части этих уравнений, и получим:

$$[(\omega_1 - \omega_h) / (\omega_2 - \omega_h)] \cdot [(\omega_2 - \omega_h) / (\omega_3 - \omega_h)] = z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3),$$

$$[(\omega_1 - \omega_h) / (-\omega_h)] = z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3),$$

$$u_{1h}^{(3)} = \omega_1 / \omega_h = 1 - z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3).$$

Графическое определение передаточного отношения.

$$u_{1h}^{(3)} = \omega_1 / \omega_h = \operatorname{tg} \psi_1 / \operatorname{tg} \psi_h = aa' / aa''.$$

7.5. Двухрядный механизм с двумя внутренними зацеплениями.

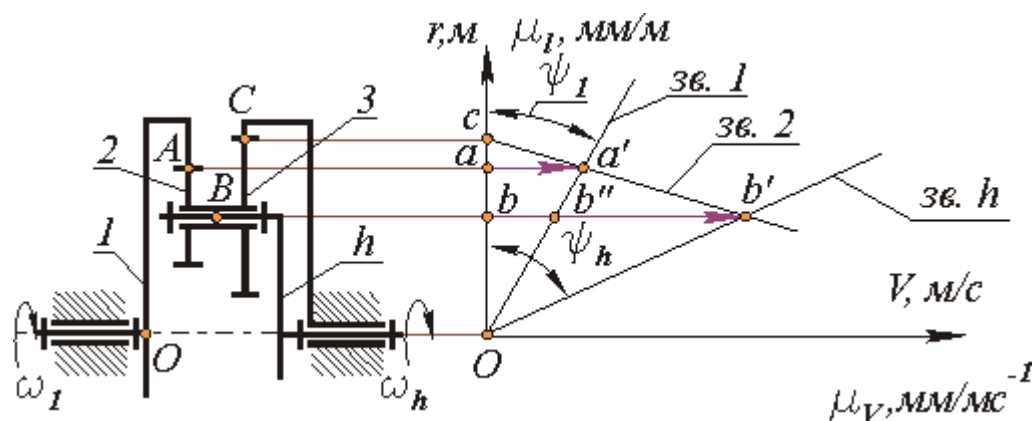


Рис. 7.7

Аналитическое определение передаточного отношения.

В планетарном редукторе, изображенном на рис.7.6 на звене 2 нарезаны два зубчатых венца:

z_2 , который зацепляется с зубчатым венцом z_1 звена 1

; z_3 , который зацепляется с внутренним зубчатыми венцом z_4 звена 3.

По формуле Виллиса отношение угловых скоростей звеньев для внутреннего зацепления колес z_2 и z_1 :

$$(\omega_1 - \omega_h) / (\omega_2 - \omega_h) = z_2 / z_1;$$

для внутреннего зацепления колес z_4 и z_3 :

$$(\omega_2 - \omega_h) / (\omega_3 - \omega_h) = z_4 / z_3.$$

Перемножим, правые и левые части этих уравнений, и получим:

$$\frac{[(\omega_1 - \omega_h) / (\omega_2 - \omega_h)] \cdot [(\omega_2 - \omega_h) / (\omega_3 - \omega_h)]}{=0} = z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3),$$

$$[(\omega_1 - \omega_h) / (-\omega_h)] = z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3),$$

$$i_{1h}^{(3)} = \omega_1 / \omega_h = 1 - z_2 \cdot z_4 / (z_1 \cdot z_3).$$

Графическое определение передаточного отношения.

$$i_{1h}^{(3)} = \omega_1 / \omega_h = \operatorname{tg} \psi_1 / \operatorname{tg} \psi_h = bb' / bb''.$$

Кинематическое исследование пространственных планетарных механизмов методом планов угловых скоростей.

Рассмотрим этот метод исследования на примере планетарного механизма конического дифференциала заднего моста автомобиля. На рис. 7.8 изображена схема механизма и планы угловых скоростей.

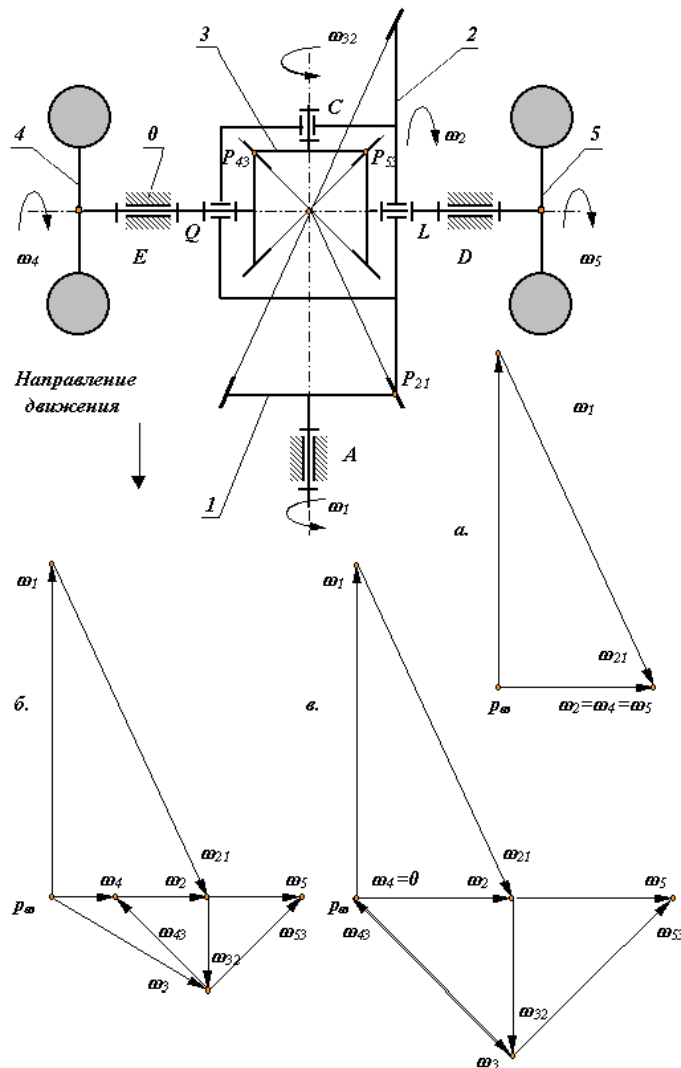


Рис. 7.8

Планы угловых скоростей строятся в соответствии с векторными уравнениями:

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_{21}; \quad \omega_3 = \omega_2 + \omega_{32};$$

$$\omega_4 = \omega_3 + \omega_{43} \quad \omega_5 = \omega_3 + \omega_{53}$$

Вектора относительных угловых скоростей направлены по осям мгновенного относительного вращения:

ω_{21} - по линии контакта начальных конусов звеньев **2** и **1**;

ω_{32} - по оси шарнира **C**;

ω_{43} - по линии контакта начальных конусов звеньев **4** и **3**;

ω_{53} - по линии контакта начальных конусов звеньев **5** и **3**.

Вектора абсолютных угловых скоростей направлены по осям кинематических пар, которые образуют звенья со стойкой:

ω_2 - по оси пары **B** ; ω_1 - по оси пары **A** ;

ω_4 - по оси пары **E** ; ω_5 - по оси пары **D** .

Направление угловой скорости сателлита **3** определяется соотношением величин угловых скоростей ω_2 и ω_{32} .

Рассмотрим три режима движения автомобиля:

- прямолинейное движение $\omega_4 = \omega_5$ (векторная диаграмма на рис.15.8а). В этом режиме движения корпус дифференциала **2** и полуоси **4** и **5** вращаются с одинаковыми угловыми скоростями $\omega_4 = \omega_5 = \omega_2$, а относительная угловая скорость сателлита $\omega_{32} = 0$.
- поворот автомобиля направо $\omega_4 < \omega_5$ (векторная диаграмма на рис.15.8б). При повороте направо угловые скорости полуосей не равны и связаны неравенством $\omega_4 < \omega_5$, поэтому сателлит будет вращаться с такой угловой скоростью ω_{32} , которая обеспечивает постоянство угловой скорости корпуса дифференциала ω_2 .
- буксование левого колеса $\omega_4 = 0$ (векторная диаграмма на рис.15.8в). При буксовании левого колеса, правое колесо останавливается $\omega_4 = 0$, а левое будет вращаться с угловой скоростью $\omega_5 = 2 \cdot \omega_2$.

Для того, чтобы в условиях низкого сцепления колес с грунтом, уменьшить опасность их пробуксовывания в дифференциалы автомобилей высокой проходимости включают элементы трения или блокировки.

Контрольные вопросы к лекции 7

1. Какой зубчатый механизм называется сложным?
2. Какой механизм называется планетарным?
3. Как определить передаточное отношение одной из схем планетарного редуктора аналитическим способом ?
4. Как используются графический и аналитический способы для определения угловых скоростей звеньев планетарных зубчатых механизмов?
5. Как устанавливаются кинематические зависимости в планетарном зубчатом механизме с коническими колесами?
6. Как используется графический способ для определения угловых скоростей звеньев дифференциалов?
7. Какова цель применения метода обращения движения при кинематическом анализе планетарных механизмов?