

Анализ и синтез зубчатых механизмов. Эвольвентное зубчатое колесо и эвольвентное зацепление. Цилиндрическая зубчатая передача.

Краткое содержание: Эвольвентное зубчатое колесо и его параметры. Методы изготовления эвольвентных зубчатых колес. Основные размеры зубчатого колеса. Основные уравнения эвольвентного зацепления.

6.1. Эвольвентное зубчатое колесо и его параметры.

Эвольвентным зубчатым колесом называют звено зубчатого механизма, снабженное замкнутой системой зубьев. При проектировании зубчатого колеса вначале нужно определить его число зубьев z , а затем определить параметры зубьев. Для этого нужно произвольную окружность колеса r_y разделить на z частей, каждая из которых называется окружным шагом p_y .

где $m_y = p_y / \pi = d_y / z$ - модуль зацепления по окружности произвольного радиуса.

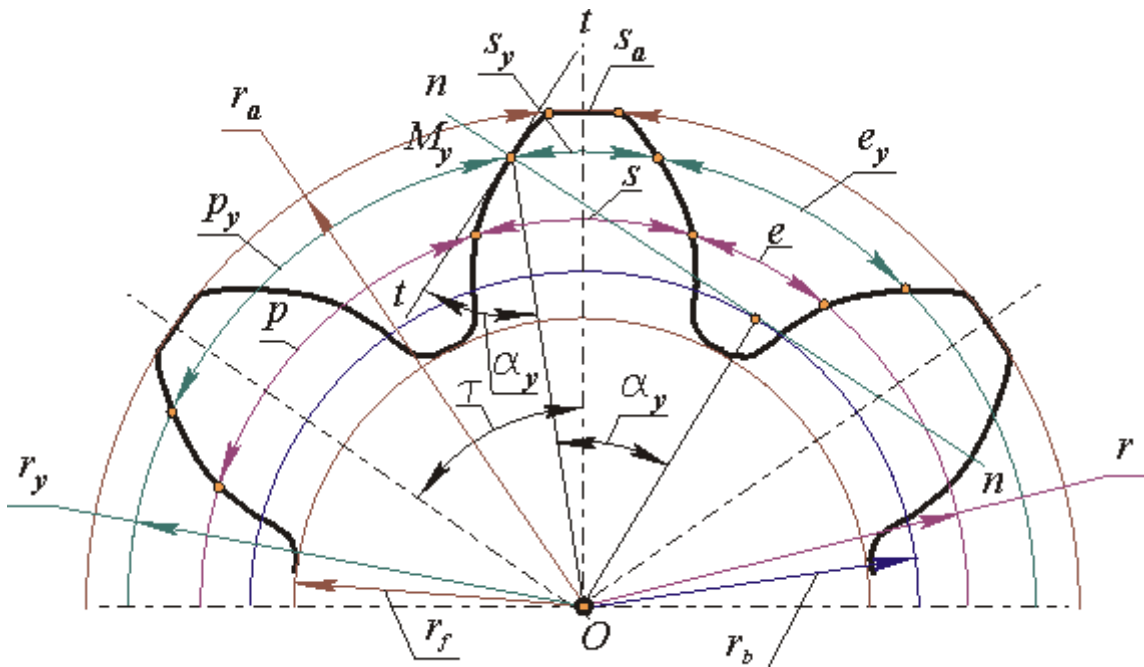


Рис. 6.1.

Модулем зацепления называется линейная величина в π раз меньшая окружного шага или отношение шага по любой концентрической окружности зубчатого колеса к π . В зависимости от окружности по которой определен модуль различают делительный, основной, начальный. Для косозубых колес еще и нормальный, торцевой и осевой модули. В ряде стран используется величина обратная модулю, которая называется *питчем*. *Питч (диаметральный) - число зубьев колеса, приходящееся на дюйм диаметра.* Исходя из этого модуль можно определить как *число миллиметров диаметра, приходящееся на один зуб.* На колесе можно провести бесчисленное число окружностей на каждой из которых будет свой модуль. Для ограничения этого числа ГОСТом введен стандартный ряд модулей. Стандартной модуль определяется по окружности называемой *делительной*. Точнее *делительной называется такая окружность зубчатого колеса, на которой модуль и шаг принимают стандартное значение.* *Окружным шагом или шагом называется расстояние по дуге окружности между одноименными точками профилей соседних зубьев (под одноименными понимаются правые или левые профили зуба).* *Угловой шаг τ - центральный угол соответствующий дуге p - окружному шагу по делительной окружности.*

Примечание: Согласно ГОСТ основные элементы зубчатого колеса обозначаются по следующим правилам: линейные величины - строчными буквами латинского алфавита, угловые - греческими буквами; установлены индексы для величин :

- по окружностям: делительной - без индекса, вершин - a , впадин - f , основная - b , начальная - w , нижних точек активных профилей колес - p , граничных точек - l ;
- по сечениям: нормальное сечение - n , торцевое сечение - t , осевое сечение - x ;
- относящихся к зуборезному инструменту - θ .

Для параметров зубчатого колеса справедливы следующие соотношения

$d_y = m_y \cdot z$ - диаметр окружности произвольного радиуса,

$d = m \cdot z$ - диаметр делительной окружности,

$p_y = m_y \cdot \pi$ - шаг по окружности произвольного радиуса,

$p = m \cdot \pi$ - шаг по делительной окружности,

где α - угол профиля на делительной окружности,

α_y - угол профиля на окружности произвольного радиуса.

Углом профиля называется острый угол между касательной к профилю в данной точке и радиусом - вектором, проведенным в данную точку из центра колеса.

Шаг колеса делится на толщину зуба s_y и ширину впадины e_y . Толщина зуба s_y - расстояние по дуге окружности r_y между разноименными точками профилей зуба. Ширина впадины e_y - расстояние по дуге окружности r_y между разноименными точками профилей соседних зубьев.

На основной окружности $\alpha_b \Rightarrow 0$ и $\cos \alpha_b \Rightarrow 1$, тогда $m_b = m \cdot \cos \alpha \Rightarrow p_b = \pi \cdot \cos \alpha$. В зависимости от соотношения между толщиной зуба и шириной впадины на делительной окружности зубчатые колеса делятся на:

нулевые $s = e = \pi \cdot m / 2$, $\Delta = 0$; положительные $s > e$, $\Rightarrow \Delta > 0$;

отрицательные $s < e$, $\Rightarrow \Delta < 0$;

где Δ - коэффициент изменения толщины зуба (отношение приращения толщины зуба к модулю). Тогда толщину зуба по делительной окружности можно записать $s = (\pi \cdot m / 2) + \Delta \cdot m = m \cdot [(\pi / 2) + \Delta]$.

Более подробно познакомиться с основными определениями и расчетными зависимостями можно в литературе [11.1] и в ГОСТ 16530-83.

Толщина зуба колеса по окружности произвольного радиуса.

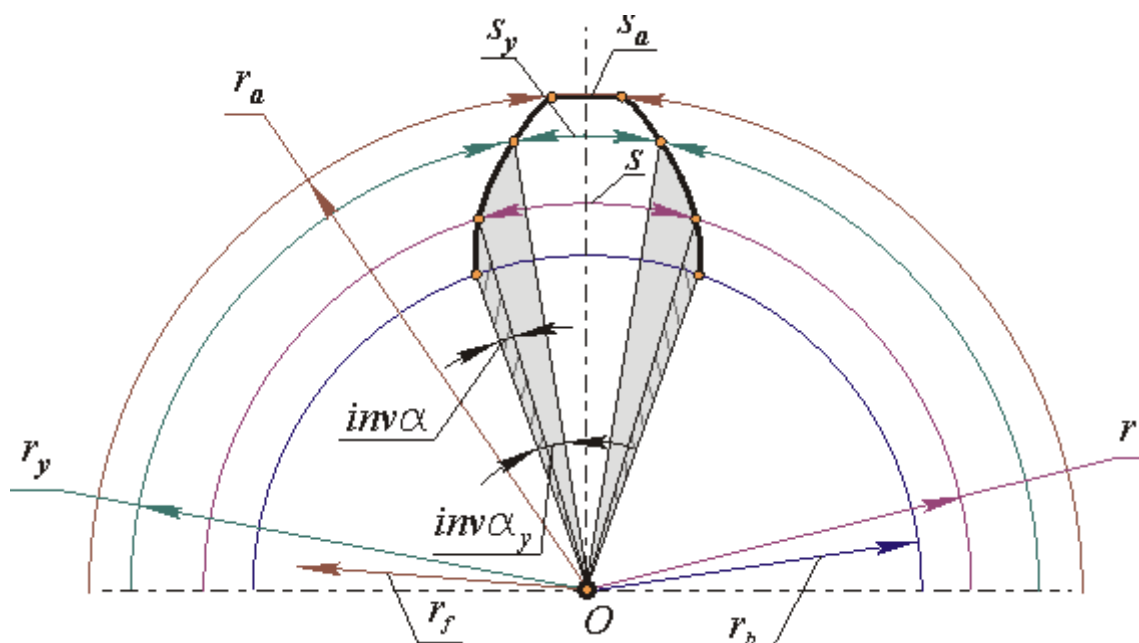


Рис. 6.2.

Толщина зуба по дуге делительной окружности $s = (\pi \cdot m / 2) + \Delta \cdot m$.

Угловая толщина зуба по окружности произвольного радиуса из схемы на рис. 6.2

$$s_y / r_y = s / r - (\operatorname{inv} \alpha_y - \operatorname{inv} \alpha) \cdot 2.$$

$$\text{где } r = m \cdot z / 2, r_y = m \cdot z \cdot \cos \alpha / (2 \cdot \cos \alpha_y).$$

Подставляя в формулу угловой толщины эти зависимости, получим

$$s_y = s \cdot r_y / r - (\operatorname{inv} \alpha_y - \operatorname{inv} \alpha) \cdot 2 \cdot r_y,$$

или

$$s_y = m \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_y) \cdot [(\pi / 2) + \Delta - (\operatorname{inv} \alpha_y - \operatorname{inv} \alpha) \cdot z].$$

6.2. Методы изготовления эвольвентных зубчатых колес.

Существует множество вариантов изготовления зубчатых колес. В их основу положены два принципиально отличных метода:

- метод копирования, при котором рабочие кромки инструмента по форме соответствуют обрабатываемой поверхности (конгруэнтны ей, т. е. заполняют эту поверхность как отливка заполняет форму);
- метод огибания, при котором инструмент и заготовка за счет кинематической цепи станка выполняют два движения - резания и огибания (под огибанием понимается такое относительное движение заготовки и инструмента, которое соответствует *станочному зацеплению*, т. е. зацеплению инструмента и заготовки с требуемым законом изменения передаточного отношения).

Из вариантов изготовления по способу копирования можно отметить:

- Нарезание зубчатого колеса профилированной дисковой или пальцевой фрезой (проекция режущих кромок которой соответствует конфигурации впадин). При этом методе резание производится в следующем порядке: прорезается впадина первого зуба, затем заготовка с помощью делительного устройства (делительной головки) поворачивается на угловой шаг и прорезается следующая впадина. Операции повторяются пока не будут прорезаны все впадины. Производительность данного способа низкая, точность и качество поверхности невысокие.
- Отливка зубчатого колеса в форму. При этом внутренняя поверхность литейной формы конгруэнтна наружной поверхности зубчатого колеса.

Производительность и точность метода высокая, однако при этом нельзя получить высокой прочности и твердости зубьев.

Из вариантов изготовления по способу огибания наибольшее распространение имеют:

- Обработка на зубофрезерных или зубодолбежных станках червячными фрезами или долбьями. Производительность достаточно высокая, точность изготовления и чистота поверхностей средняя. Можно обрабатывать колеса из материалов с невысокой твердостью поверхности.
- Накатка зубьев с помощью специального профилированного инструмента. Обеспечивает высокую производительность и хорошую чистоту поверхности. Применяется для пластичных материалов, обычно на этапах черновой обработки. Недостаток метода образование наклепанного поверхностного слоя, который после окончания обработки изменяет свои размеры.
- Обработка на зубошлифовальных станках дисковыми кругами. Применяется как окончательная операция после зубонарезания (или накатки зубьев) и термической обработки. Обеспечивает высокую точность и чистоту поверхности. Применяется для материалов с высокой поверхностной прочностью.

Понятие о исходном, исходном производящем и производящем контурах

Для сокращения номенклатуры режущего инструмента стандарт устанавливает нормативный ряд модулей и определенные соотношения между размерами элементов зуба. Эти соотношения определяются:

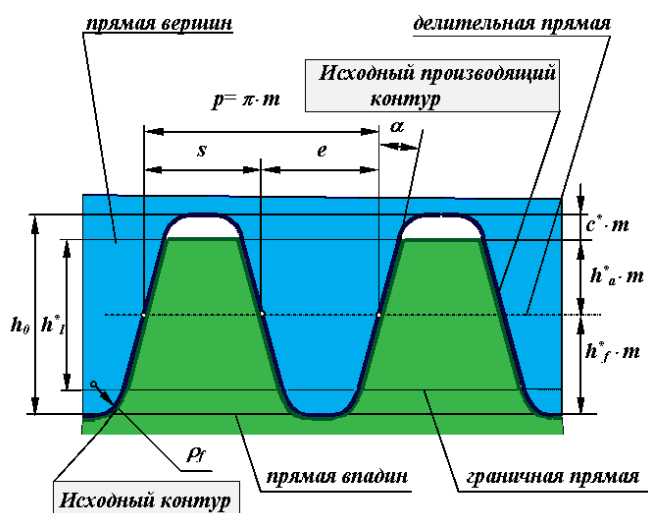


Рис. 6.3.

- для зубчатых колес определяются параметрами исходной рейки через параметры ее нормального сечения - исходный контур;

для зубчатого инструмента определяются параметрами исходной производящей рейки через параметры ее нормального сечения - исходный производящий контур. По ГОСТ 13755-81 значения параметров исходного контура должны быть следующими:

- угол главного профиля $\alpha = 20^\circ$;
- коэффициент высоты зуба $h_a^* = 1$;
- коэффициент высоты ножки $h_f^* = 1.25$;
- коэффициент граничной высоты $h_l^* = 2$;
- коэффициент радиуса кривизны переходной кривой $\rho_f^* = c^* / (1 - \sin \alpha) = 0.38$;
- коэффициент радиального зазора в паре исходных контуров $c^* = 0.25$.

Исходный производящий контур отличается от исходного высотой зуба $h_0 = 2.5m$.

Исходный и исходный производящий контуры образуют между собой конгруэнтную пару (рис. 6.3), т.е. один заполняет другой как отливка заполняет заготовку (с радиальным зазором c^*m в зоне прямой вершин зуба исходной рейки). Принципиальное отличие этих контуров в том, что исходный контур положен в основу стандартизации зубчатых колес, а исходный производящий - в основу стандартизации зуборезного инструмента. Оба эти контура необходимо отличать от *производящего контура - проекции режущих кромок инструмента на плоскость перпендикулярную оси заготовки.*

Станочное зацепление.

Станочным зацеплением называется зацепление, образованное заготовкой колеса и инструментом, при изготовлении зубчатого колеса на зубообрабатывающем оборудовании по способу обката. Схема станочного зацепления колеса и инструмента с производящим контуром, совпадающим с исходным производящим контуром, изображена на рис. 6.4.

Линия станочного зацепления - геометрическое место точек контакта эвольвентной части профиля инструмента и эвольвентной части профиля зуба в неподвижной системе координат.

Смещение исходного производящего контура x^*m - кратчайшее расстояние между делительной окружностью заготовки и делительной прямой исходного производящего контура.

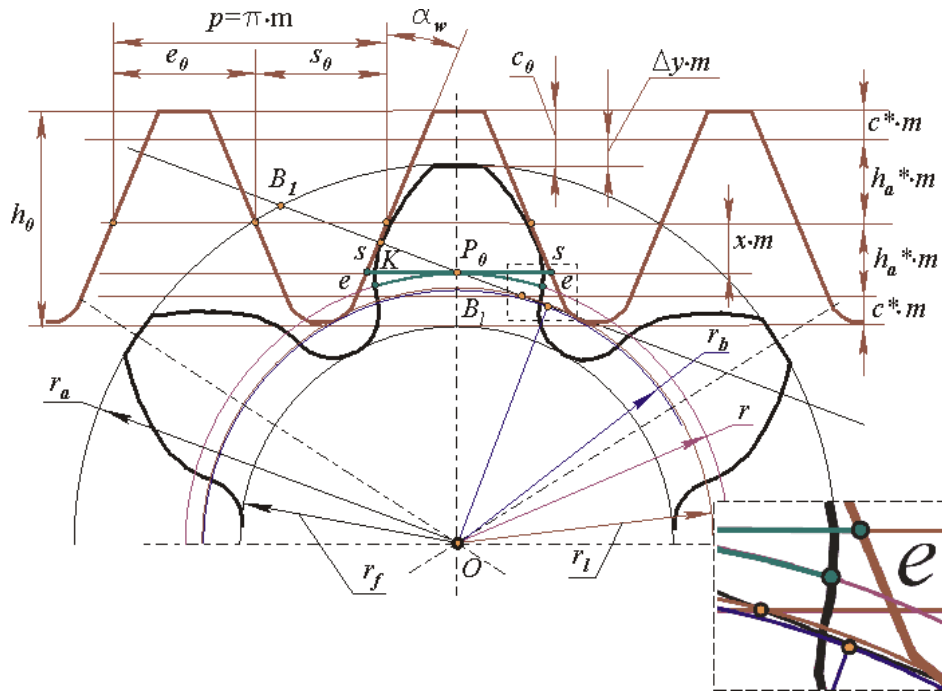


Рис. 6.4

Уравнительное смещение Δy^*m - условная расчетная величина, введенная в расчет геометрии зацепления с целью обеспечения стандартного радиального зазора в зацеплении (величина, выражающая в долях модуля уменьшение радиуса окружностей вершин колес, необходимое для обеспечения стандартной величины радиального зазора).

Окружность граничных точек r_l - окружность проходящая через точки сопряжения эвольвентной части профиля зуба с переходной кривой.

6.3. Основные размеры зубчатого колеса.

Определим основные размеры эвольвентного зубчатого колеса, используя схему станочного зацепления (рис. 6.4).

1. Радиус окружности вершин

$$r_a = r + h_a^* \cdot m + x \cdot m - \Delta y \cdot m; \quad r = m \cdot z / 2;$$

$$r_a = m \cdot (z / 2 + h_a^* + x - \Delta y).$$

$$h = c^* \cdot m + 2 \cdot h_a^* \cdot m - \Delta y \cdot m;$$

2. Высота зуба $h = m \cdot (c^* + 2 \cdot h_a^* - \Delta y)$.

3. Радиус окружности впадин

$$r_f = r_a - h = m \cdot (z/2 - h_a^* - c^* + x).$$

4. Толщина зуба по делительной окружности.

Так как сточно-начальная прямая перекачивается в процессе огибания по делительной окружности без скольжения, то дуга $s-s$ по делительной окружности колеса равна ширине впадины $e-e$ по станочно-начальной прямой инструмента. Тогда, с учетом схемы на рис. 6.5, можно записать

$$s = e_0 + 2 \cdot x \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

$$s = m \cdot (\pi/2 + 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha),$$

где $\Delta = 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \alpha$.



Рис. 6.5

Виды зубчатых колес (Классификация по величине смещения).

В зависимости от расположения исходного производящего контура относительно заготовки зубчатого колеса, зубчатые колеса делятся на нулевые или без смещения, положительные или с положительным смещением, отрицательные или с отрицательным смещением.

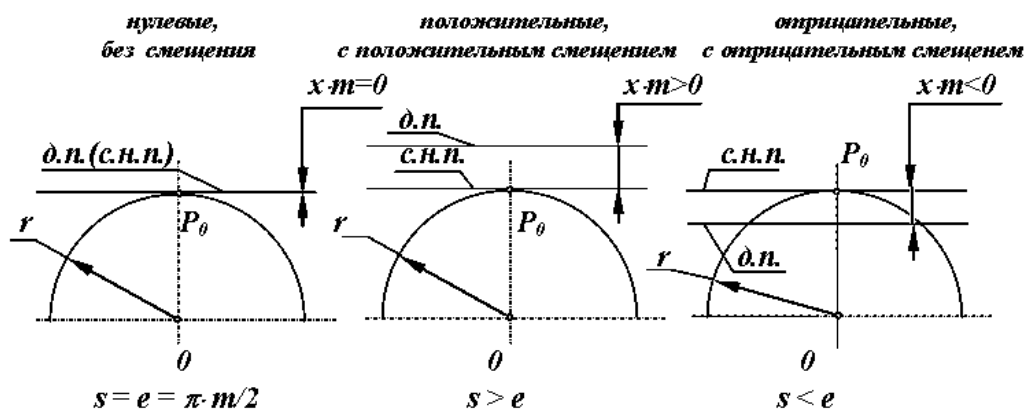


Рис. 6.6

Подрезание и заострение зубчатого колеса.

Если при нарезании зубчатого колеса увеличивать смещение, то основная и делительная окружность не изменяют своего размера, а окружности вершин и впадин увеличиваются. При этом участок эвольвенты, который используется для профиля зуба, увеличивает свой радиус кривизны и профильный угол. Толщина зуба по делительной окружности увеличивается, а по окружности вершин уменьшается.

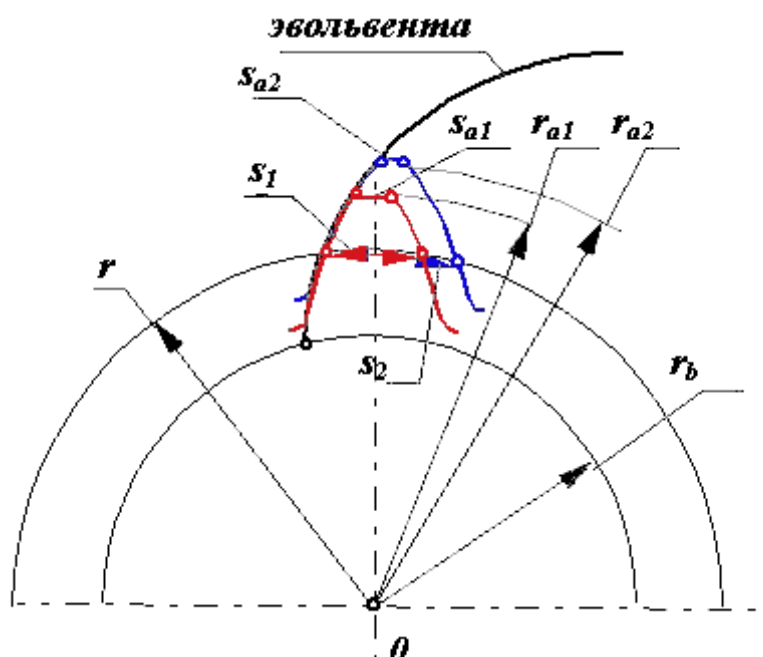


Рисунок 6.7

На рис. 12.7 изображены два эвольвентных зуба для которых

$$x_2 > x_1 \Rightarrow r_{a2} > r_{a1};$$

$$s_2 > s_1 \Rightarrow s_{a2} < s_{a1}.$$

Для термобработанных зубчатых колес с высокой поверхностной прочностью зуба заострение вершины зуба является нежелательным. Термообработка зубьев (азотирование, цементация, цианирование), обеспечивающая высокую поверхностную прочность и твердость зубьев при сохранении вязкой сердцевины, осуществляется за счет насыщения поверхностных слоев углеродом. Вершины зубьев, как выступающие элементы колеса, насыщаются углеродом больше. Поэтому после закалки они становятся более твердыми и хрупкими. У заостренных зубьев появляется склонность к скалыванию зубьев на вершинах. Поэтому рекомендуется при изготовлении не допускать толщин зубьев меньших некоторых допустимых значений. То есть *заостренным* считается зуб у которого

$$s_a < [s_a], \text{ где } s_a = m \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_a) \cdot [(\pi / 2) + \Delta - (\text{inv } \alpha_a - \text{inv } \alpha) \cdot z].$$

При этом удобнее пользоваться относительными величинами $[s_a/m]$. Обычно принимают следующие допустимые значения

улучшение, нормализация $[s_a/m] = 0.2$;

цианирование, азотирование $[s_a/m] = 0.25...0.3$;

цементация $[s_a/m] = 0.35...0.4$.

Подрезание эвольвентных зубьев в станочном зацеплении

В процессе формирования эвольвентного зуба по способу огибания, в зависимости от взаимного расположения инструмента и заготовки возможно срезание эвольвентной части профиля зуба той частью профиля инструмента, которая формирует переходную кривую. Условие при котором это возможно определяется из схемы станочного зацепления. Участок линии зацепления, соответствующий эвольвентному зацеплению определяется отрезком B_1 , где точка B_1 определяется пересечением линии станочного зацепления и прямой граничных точек инструмента. Если точка B_1 располагается ниже (см. рис.6.8) точки N , то возникает подрезание зуба. Условие при котором нет подрезания можно записать так

$$P_0N > P_0B_1. \quad \text{Из } \Delta P_0NO \quad P_0N = r \cdot \sin \alpha = m \cdot z \cdot \sin \alpha / 2,$$

$$\text{а из } \Delta P_0B_1F \quad P_0B_1 = (h_a^* - x) \cdot m / \sin \alpha.$$

$$\text{Тогда } z \cdot \sin \alpha / 2 > (h_a^* - x) / \sin \alpha, \text{ при } x=0 \quad z > 2 \cdot h_a^* / \sin^2 \alpha,$$

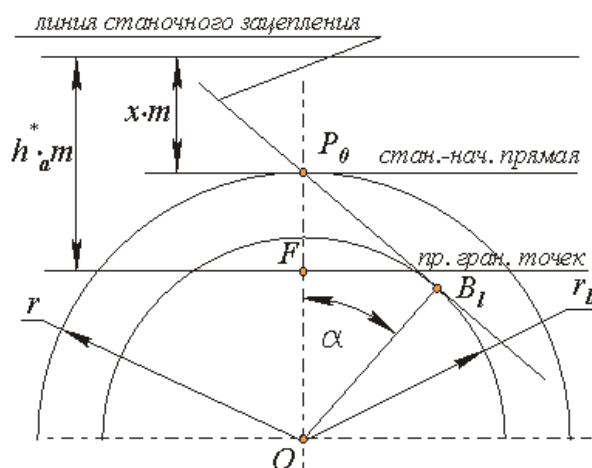


Рис. 6.8

$$z_{min} = 2 \cdot h_a^* / \sin^2 \alpha,$$

где z_{min} - минимальное число зубьев нулевого колеса нарезаемое без подрезания.

Избежать подрезания колеса можно если увеличить смещение инструмент так, чтобы точка B_I оказалась бы выше точки N или совпала с ней. Тогда смещение инструмента при котором не будет подрезания

$$x > h_a^* - z \cdot \sin^2 \alpha / 2, \Rightarrow x > h_a^* \cdot [1 - z \cdot \sin^2 \alpha / (2 \cdot h_a^*)],$$

$$x > h_a^* \cdot (1 - z / z_{min}).$$

В предельном случае, когда точка B_I совпадает с точкой N

$$x_{min} = h_a^* \cdot (1 - z / z_{min}),$$

где x_{min} - минимальное смещение инструмента при котором нет подрезания.

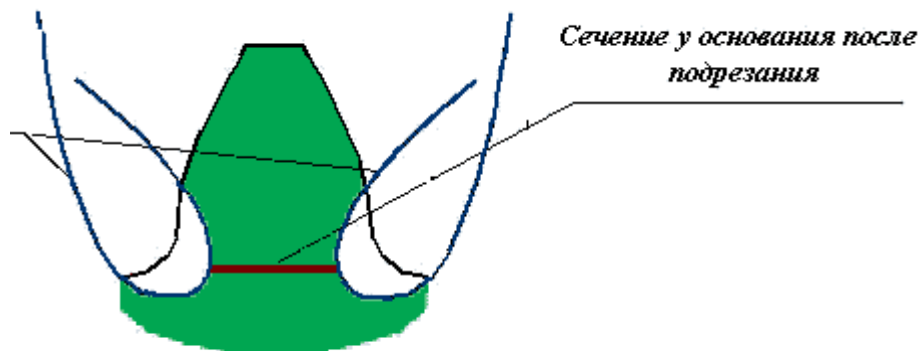


Рисунок 6.9

Цилиндрическая эвольвентная зубчатая передача.

Два зубчатых колеса с одинаковым модулем и с числами зубьев соответствующими заданному передаточному отношению образуют зубчатую передачу или простейший зубчатый механизм. В этом трехзвенном механизме зубчатые колеса образуют между собой высшую пару, а со стойкой низшие пары. Зубчатая передача, кроме параметров образующих ее колес, имеет и собственные параметры: угол зацепления α_w , межосевое расстояние a_w , воспринимаемое смещение y^*m и уравнивающее смещение Δy^*m . Передаточное отношение механизма u_{12} , числа зубьев колес z_1 и z_2 , начальные окружности r_{w1} и r_{w2} (или центроиды) и межосевое расстояние a_w связаны между собой следующими соотношениями (см. основную теорему зацепления и раздел по кинематике зубчатой передачи):

$$p_w = \pi \cdot m \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w).$$

Поставляя эти выражения в формулу для шага по начальной окружности, получим

$$\begin{aligned} p_w &= s_{w2} + s_w \pi \cdot m \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w) = m \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w) \cdot [(\pi / 2) + \Delta_2 - (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha) \cdot z_2 + (\pi / 2) + \Delta_1 - (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha) \cdot z_1] \\ (\Delta_1 + \Delta_2) - (z_1 + z_2) \cdot (\operatorname{inv} \alpha_w - \operatorname{inv} \alpha) &= 0, \\ \operatorname{inv} \alpha_w &= \operatorname{inv} \alpha + (\Delta_1 + \Delta_2) / (z_1 + z_2). \end{aligned}$$

2. Межосевое расстояние a_w

Из схемы эвольвентного зацепления (рис.6.10) можно записать

$$\begin{aligned} a_w &= r_{w1} + r_{w2}, \\ \text{но } r_y &= r \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_y) \text{ и } r_w = r \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w), \end{aligned}$$

после подстановки, получим

$$\begin{aligned} a_w &= r_1 \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w) + r_2 \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w), \\ a_w &= (m \cdot z_1 / 2 + m \cdot z_2 / 2) \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w), \\ a_w &= m \cdot (z_1 + z_2) \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w) / 2. \end{aligned}$$

3. Воспринимаемое смещение $y^* m$

Из схемы эвольвентного зацепления (рис.6.9) можно записать

$$\begin{aligned} a_w &= r_1 + r_2 + y \cdot m = m \cdot (z_1 + z_2) / 2 + y \cdot m, \\ m \cdot (z_1 + z_2) / 2 + y \cdot m &= m \cdot (z_1 + z_2) \cdot (\cos \alpha / \cos \alpha_w) / 2, \\ y &= (z_1 + z_2) \cdot [(\cos \alpha / \cos \alpha_w) - 1] / 2. \end{aligned}$$

4. Уравнительное смещение $\Delta y^* m$

$$a_w = r_{a1} + c \cdot m + r_{f2},$$

Из рис. 6.10 $a_w = r_1 + r_2 + y \cdot m$,

откуда

$$r_{a1} + c \cdot m + r_{f2} = r_1 + r_2 + y \cdot m,$$

$$\text{где } r_{a1} = m \cdot (z_1 / 2 + h_a^* + x_1 - \Delta y), r_{f2} = m \cdot (z_2 / 2 - h_a^* - c^* + x_2).$$

Подставим эти выражения

$$m \cdot (z_1 \cdot z + h_a^* + x_1 - \Delta y) + c^* \cdot m + m \cdot (z_2 / z - h_a^* - c^* + x_2) = (m \cdot z_1 / z) + (-y - m).$$

$$x_1 + x_2 - \Delta y = y,$$

и, после преобразований, получим $\Delta y = (x_1 + x_2) - y$.

6.5. Определение геометрических параметров нулевых зубчатых колёс

Задача состоит в том, чтобы по заданному модулю m и числам зубьев z_1, z_2, \dots, z_6 определить геометрические параметры нулевых эвольвентных зубчатых колёс передаточного механизма (рис.6.11).

Эвольвентные профили зубьев удовлетворяют основному условию синтеза зубчатого зацепления – получению заданного передаточного отношения. Выполнение условия синтеза зависит в первую очередь от размеров зубьев. Эти размеры удобно задавать в долях модуля. Все размеры зубчатого колеса пропорциональны модулю и определяются по следующим формулам:

высота головки зуба $h_a = m$; (6.33)

высота ножки зуба $h_f = 1,25 m$; (6.34)

высота зуба $h = 2,25 m$; (6.35)

диаметр делительной окружности $d = mz$; (6.36)

диаметр окружности вершин зубьев $d_a = m(z \pm 2)$; (6.37)

диаметр окружности впадин зубьев $d_f = m(z \pm 2,5)$; (6.38)

угловой шаг зацепления $\tau = \frac{2\pi}{z}$; (6.39)

окружной шаг зацепления $p = \pi m$; (6.40)

толщина зуба по делительной окружности $s = 0,5 \pi m$; (6.41)

межосевое расстояние $a = 0,5m(z_1 \pm z_2)$. (6.42)

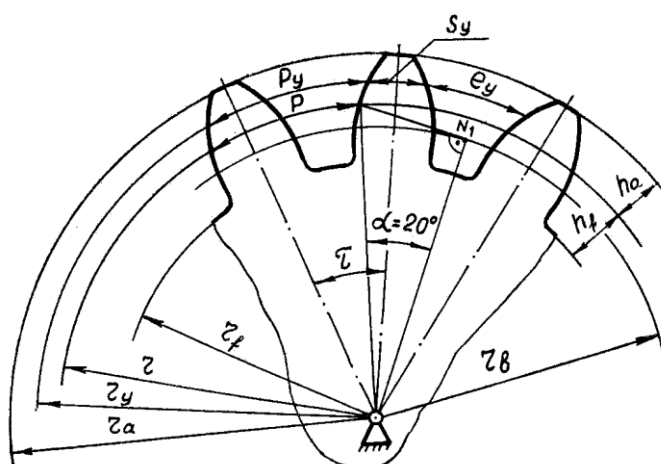


Рисунок 6.11.

В зависимостях (6.37), (6.42) знак плюс относится к внешнему зацеплению, а минус – к внутреннему. В зависимости (6.38) знак минус относится к внешнему зацеплению, а плюс – к внутреннему. По полученным данным определяются качественные показатели зацепления:

- а) коэффициент перекрытия пары зубчатых колёс z_1 и z_2 ;
 - б) коэффициент полезного действия планетарной ступени и всего механизма передач;
 - в) мощность, потребляемая машинным агрегатом.
- Формулы, по которым определяются данные показатели, приведены в следующем разделе.

Контрольные вопросы к лекции

1. Что называется зубчатым колесом?
2. Дайте определение модуля зацепления
3. Дайте определения окружного и углового шага эвольвентного зацепления
4. Запишите формулу для толщины зуба по окружности произвольного радиуса
5. Какие методы изготовления эвольвентных зубчатых колес Вы знаете ?(
6. В чем заключается сущность изготовления эвольвентных колес методом огибания?()
7. Выведите основные размеры зубчатого колеса (r_a, s, h), используя схему станочного зацепления
8. Запишите условие отсутствия подрезания в станочном зацеплении
9. Что такое x_{\min} ? Выведите формулу для определения x_{\min}
10. Запишите формулу для определения угла зацепления эвольвентной зубчатой передачи