

## Лекция 5.

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

**Краткое содержание:** приобрести навыки определения кинематических характеристик механизмов с использованием планов аналогов скоростей, построением годографов и графиков изменения аналогов скоростей и анализа полученных результатов.

#### 5.1. Пример построения планов аналогов скоростей кривошипно-шатунного механизма II класса

Определение скоростей и ускорений точек механизма по методу планов основано на графическом решении векторных уравнений кинематики точки и твёрдого тела и выполняется в следующей последовательности:

1) по результатам метрического синтеза строится кинематическая схема механизма и выбирается одно из положений;

2) записываем численные значения линейных размеров звеньев механизма в метрах и принимаем угловую скорость кривошипа ( $\omega_1 = 1$ ;  $l_1 = 0,11$  м;  $l_2 = 0,35$  м.).

На рис.5.2 представлена кинематическая схема кривошипно-шатунного механизма, выполненная в масштабе  $\mu_l = 0,002$  м/мм.

Степень подвижности данного механизма  $W=1$ . Формула строения имеет следующий вид:

$$I(0-1) — II(BBV)(2-3). \quad (5.1)$$

В соответствии с формулой строения, кинематический анализ начинается с определения параметров входного звена и заканчивается расчетом структурной группы, в которую входит выходное звено.

В рассматриваемом механизме входным звеном является кривошип  $OA$  длиной  $l_{OA} = 0,11$  м. В точке  $O$  кривошип образует со стойкой вращательную кинематическую пару  $(0-1)$ . Скорость этой точки в любой момент времени равна нулю. Поэтому для кривошипа точку  $O$  принимаем за полюс и в векторном уравнении (5.2) вместо  $\vec{V}_A$  записываем  $\vec{v}_o$ . В точке  $A$  кривошип  $OA$  с шатуном  $AB$  образуют вращательную кинематическую пару. Поэтому, если мы определяем аналог скорости точки  $A$  кривошипа, то будет известен и аналог скорости точки  $A$  шатуна  $AB$ .

Следовательно, цель кинематического анализа входного звена — определение аналога скорости точки  $A$  кривошипа. Поэтому в векторном уравнении (5.2) вместо  $\vec{v}_k^*$  запишем  $\vec{v}_A^*$ , а вместо  $\vec{v}_{KM}^*$  —  $\vec{v}_{AO}^*$ . В этом случае векторное уравнение (5.2) примет следующий вид:

$$\vec{V}_A^* = \vec{V}_O^* + \vec{V}_{AO}^* . \quad (5.2)$$

Так как точка  $A$  ( при вращении кривошипа вокруг точки  $O$ ) описывает окружность, то вектор  $\vec{v}_{AO}^*$  направлен перпендикулярно кривошипу в сторону его вращения.

Величина вектора  $\vec{v}_{AO}^*$  определяется по формуле

$$V_{AO}^* = \omega_1^* \cdot l_{OA} = 1 \cdot 0,11 = 0,11(\text{м}). \quad (5.3)$$

Так как аналог угловой скорости определяет передаточное отношение от рассматриваемого звена к кривошипному валу, то (в нашем случае рассматриваемое звено — кривошип) передаточное отношение  $\omega_1^* = 1$ .

Для изображения вектора аналога скорости точки  $A$  на плане аналога скоростей выбираем масштабный коэффициент

$$\mu_V = \frac{V_A^*}{(Pa)} = \frac{0,11}{50} = 0,0022 \text{ (м/мм)}, \quad (5.4)$$

где  $(Pa)$  принимается в пределах 50–60 мм.

Полученный масштабный коэффициент не соответствует ГОСТу, поэтому необходимо принять ближайший из представленного ряда: 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001.....; 0,2; 0,02; 0,002.....; 0,5; 0,05; 0,005; 0,0005 и т.д.

Принимаем масштабный коэффициент (в дальнейшем масштаб):

$$\mu_V = 0,002 \text{ (м/мм)}.$$

В принятом масштабе вектор аналога скорости точки  $A$  на чертеже изображается отрезком

$$(Pa) = \frac{V_A^*}{\mu_V} = \frac{0,11}{0,002} = 55 \text{ (мм)}. \quad (5.5)$$

Из точки  $P$  (произвольно выбранной на чертеже вблизи от кинематической схемы механизма) проводим луч перпендикулярно кривошипу  $OA$ . Начиная от точки  $P$ , на этом луче отложим отрезок  $(Pa) = 55 \text{ мм}$ . Острие этого вектора направим в сторону вращения кривошипа. Полученный отрезок  $Pa$  (в масштабе  $\mu_V$ ) изображает графическое решение векторного уравнения (3.3) и носит название аналога скорости точки  $A$  входного звена (рис.4.1,б) Точка  $P$  называется полюсом плана скоростей. Абсолютная скорость этой точки равна нулю. *С полюсом плана аналога скоростей совпадают аналоги скоростей всех неподвижных точек механизма. На плане аналогов скоростей начало и конец векторов обозначается прописными буквами, соответствующими обозначению кинематических пар на кинематической схеме.*

В соответствии с формулой строения механизма, в точке  $A$  к кривошипу  $OA$  присоединена группа  $II(BVB)(2-3-0)$ , состоящая из шатуна  $AB$  и коромысла  $BC$ .

Для определения аналога скорости точки  $B$  составим векторное уравнение:

$$\vec{V}_B^* = \vec{V}_A^* + \vec{V}_{BA}^*, \quad (5.6)$$

$$\vec{v}_B^* // OB; \vec{v}_A^* \perp OA; \vec{v}_{BA}^* \perp BA;$$

$\omega_2^*$  – аналог угловой скорости шатуна неизвестен.

векторное уравнение (5.6) решаем графически – строим план скоростей в выбранном масштабе.

Из произвольной точки  $p$ , принятой за полюс, откладываем отрезок  $(pa) = 55 \text{ мм}$  перпендикулярно положению кривошипа в направлении вращения; через точку «а» отрезка проводим линию перпендикулярную положению шатуна  $AB$ ; а из полюса «р» проводим линию параллельную оси  $OB$ ;

пересечение линий определило положение точки «b», а треугольник (*pab*) – есть решение векторного уравнения (5.8), из которого получаем: (рис. 5.1 а).

$$V_B^* = (pb) \cdot \mu_V = 39 \cdot 0,001 = 0,039 \text{ м};$$

$$V_{BA}^* = (ab) \cdot \mu_V = 23 \cdot 0,001 = 0,023 \text{ м};$$

$$\omega_2^* = \frac{V_{BA}^*}{l_2} = \frac{0,023 \text{ м}}{0,12} = 0,192.$$

Применяя теорему подобия, определяем аналог скорости центра масс шатуна:

$$\frac{AS}{AB} = \frac{(as_2)}{(ab)} \Rightarrow (as_2) = (ab) \frac{AS_2}{AB} = 0,35(ab), \quad (5.7)$$

$$(as_2) = 23 \cdot 0,35 = 8 \text{ мм.}$$

$$V_{S_2}^* = (ps_2) \cdot \mu_V = 38 \cdot 0,001 = 0,038 \text{ м.}$$

Производим аналогичные расчёты и построения для других положений механизма и результаты заносим в таблицу.

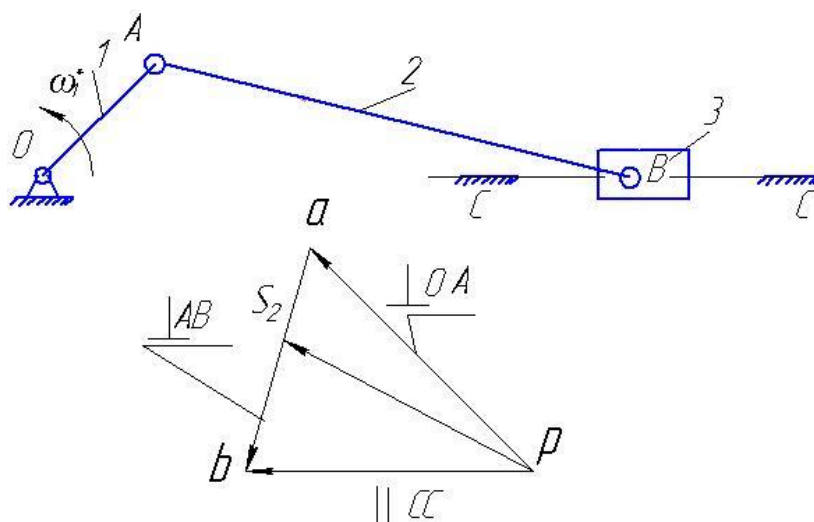


Рис.5.1. Кинематическая схема кривошипно-шатунного механизма и план аналога скоростей.

Свойства планов скоростей и ускорений:

1. В полюсах планов скорости и ускорения равны нулю – все неподвижные точки механизма расположены в полюсах;

2. абсолютные скорости и ускорения по величине и направлениям определяются относительно полюсов;

3. планы относительных скоростей и относительных ускорений звеньев механизма подобны планам звеньев и их отрезки пропорциональны.

При проведении кинематического анализа необходимо учитывать соотношения:

1) если звенья образуют вращательную кинематическую пару, то их скорости и ускорения в данной точке равны;

2) если звенья образуют поступательную пару, то их скорости и ускорения в данной точке разные.

## 5.2. Пример построения планов аналогов скоростей кривошипно-кулисного механизма II класса

Определение аналогов скоростей точек механизма по методу планов основано на графическом решении векторных уравнений кинематики точки и твёрдого тела и выполняется в следующей последовательности:

1) по результатам метрического синтеза строится кинематическая схема механизма и выбирается одно из положений;

2) записываем численные значения линейных размеров звеньев механизма в метрах и принимаем угловую скорость кривошипа ( $\omega_1 = 1$ ;  $l_1 = 0,11$  м;  $l_2 = 0,35$  м.).

На рис.5.2 представлена кинематическая схема кривошипно-кулисного механизма, выполненная в масштабе  $\mu_l = 0,002$  м/мм.

Степень подвижности данного механизма  $W=1$ . Формула строения имеет следующий вид:

$$I(0-1) - II(ВПВ)(2-3) - II(ПВП)(4-5). \quad (5.8)$$

В соответствии с формулой строения, кинематический анализ начинается с определения параметров входного звена и заканчивается расчетом структурной группы, в которую входит выходное звено.

В рассматриваемом механизме входным звеном является кривошип  $OA$  длиной  $l_{OA} = 0,11$  м. В точке  $O$  кривошип образует со стойкой вращательную кинематическую пару  $(0-1)$ . Скорость этой точки в любой момент времени равна нулю. Поэтому для кривошипа точку  $O$  принимаем за полюс и в этом случае векторное уравнение примет следующий вид:

$$\vec{v}_A^* = \vec{v}_O^* + \vec{v}_{AO}^* \quad (5.9.)$$

Так как точка  $A$  (при вращении кривошипа вокруг точки  $O$ ) описывает окружность, то вектор  $\vec{v}_{AO}^*$  направлен перпендикулярно кривошипу в сторону его вращения.

Величина вектора  $\vec{v}_{AO}^*$  определяется по формуле

$$v_{AO}^* = \omega_1 \cdot l_{OA} = 1 \cdot 0,11 = 0,11(\text{м}). \quad (5.10)$$

Так как аналог угловой скорости определяет передаточное отношение от рассматриваемого звена к кривошипному валу, то (в нашем случае рассматриваемое звено — кривошип) передаточное отношение  $\omega_1^* = 1$ .

Для изображения вектора аналога скорости точки  $A$  на плане аналога скоростей выбираем масштабный коэффициент

$$\mu_v = \frac{v_A^*}{(Pa)} = \frac{0,11}{50} = 0,0022 \quad (\text{м/мм}), \quad (5.11)$$

где  $(Pa)$  принимается в пределах 50–60 мм.

Принимаем масштабный коэффициент:  $\mu_v = 0,002$  (м/мм).

В принятом масштабе вектор аналога скорости точки  $A$  на чертеже изображается отрезком

$$(Pa) = \frac{V_A^*}{\mu_v} = \frac{0,11}{0,002} = 55 \quad (\text{мм}). \quad (5.12)$$

Из точки  $P$  (произвольно выбранной на чертеже вблизи от кинематической схемы механизма) проводим луч перпендикулярно кривошипу  $OA$ . Начиная от точки  $P$ , на этом луче отложим отрезок  $(Pa) = 55$  мм. Острие этого вектора

направим в сторону вращения кривошипа. Полученный отрезок  $Pa$  (в масштабе  $\mu_V$ ) изображает графическое решение векторного уравнения (5.3) и носит название аналога скорости точки  $A$  входного звена (рис.5.2,б) Точка  $P$  называется полюсом плана скоростей. Абсолютная скорость этой точки равна нулю. *С полюсом плана аналога скоростей совпадают аналоги скоростей всех неподвижных точек механизма. На плане аналогов скоростей начало и конец векторов обозначается прописными буквами, соответствующими обозначению кинематических пар на кинематической схеме.*

В соответствии с формулой строения механизма, в точке  $A$  к кривошипу  $OA$  присоединена группа  $II(BBV)(2-3-0)$ , состоящая из шатуна  $AB$  и коромысла  $BC$ .

3) определяем аналог скорость точки  $A$  кривошипа и шатуна:

$$V_A^* = \omega_1 l_1 = 1 \cdot 0,04 = 0,04 \text{ м}, \quad \vec{V}_A^* \perp OA;$$

4) определяем аналог скорость точки  $B$ . Точки  $A$  и  $B$  принадлежат шатуну, который совершает плоскопараллельное движение:

$$\vec{V}_B^* = \vec{V}_A^* + \vec{V}_{BA}^*, \quad (3.13)$$

$$\vec{v}_B^* // OB; \quad \vec{v}_A^* \perp OA; \quad \vec{v}_{BA}^* \perp BA;$$

$\omega_2$  – аналог угловой скорости шатуна неизвестен.

5) векторное уравнение (5.13) решаем графически – строим план скоростей в масштабе:

$$\mu_{V^*} = \frac{V_A^*}{(pa)} = \frac{0,04 \text{ м}}{40 \text{ мм}} = 0,001 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Из произвольной точки  $p$ , принятой за полюс, откладываем отрезок  $(pa) = 40$  мм перпендикулярно положению кривошипа в направлении вращения; через точку «а» отрезка проводим линию перпендикулярную положению шатуна  $AB$ ; а из полюса «р» проводим линию параллельную оси  $OB$ ; пересечение линий определило положение точки «b», а треугольник  $(pab)$  – есть решение векторного уравнения (5.13), из которого получаем: (рис. 5.2, а).

$$V_B^* = (pb) \cdot \mu_{V^*} = 39 \cdot 0,001 = 0,039 \text{ м};$$

$$V_{BA}^* = (ab) \cdot \mu_{V^*} = 23 \cdot 0,001 = 0,023 \text{ м};$$

$$\omega_2^* = \frac{V_{BA}^*}{l_2} = \frac{0,023 \text{ м}}{0,12} = 0,192.$$

Применяя теорему подобия, определяем аналог скорости центра масс шатуна:

$$\frac{AS}{AB} = \frac{(as_2)}{(ab)} \Rightarrow (as_2) = (ab) \frac{AS_2}{AB} = 0,35(ab), \quad (5.14)$$

$$(as_2) = 23 \cdot 0,35 = 8 \text{ мм}.$$

$$V_{S_2}^* = (ps_2) \cdot \mu_{V^*} = 38 \cdot 0,001 = 0,038 \text{ м}.$$

Производим аналогичные расчёты и построения для других положений механизма и результаты заносим в таблицу.



$$V_{A_3A_2}^* = (a_{1,2} a_3) \cdot \mu_V = 21 \cdot 0,001 = 0,021 \text{ м.}$$

$$\omega_3^* = \frac{V_{A_3}^*}{l_{AO_2}} = \frac{(pa_3) \cdot \mu_V}{AO_2 \mu_l} = \frac{21 \cdot 0,001}{49,5 \cdot 0,002} = 0,212.$$

Определяем скорость точки  $B_3$ :

$$V_{B_3}^* = \omega_3^* l_{BO_2} = \omega_3^* \cdot BO_2 \mu_l = 0,212 \cdot 64 \cdot 0,002 = 0,027 \text{ м.}$$

$$(pb_3) = \frac{V_{B_3}^*}{\mu_V} = \frac{0,027}{0,001} = 27 \text{ мм.}$$

$$\vec{V}_{B_{4,5}}^* = \vec{V}_{B_3}^* + \vec{V}_{B_4B_3}^* \quad (5.18)$$

$$\vec{v}_{B_{4,5}}^* \parallel CC', \quad \vec{v}_{B_3}^* \perp BO_2, \quad \vec{v}_{B_4B_3}^* \parallel BO_2.$$

Решаем графически уравнение (5.18) и получаем

$$V_{B_{4,5}}^* = (pb_{4,5}) \cdot \mu_V = 27,5 \cdot 0,001 = 0,0275 \text{ м.}$$

$$V_{B_7B_3}^* = (b_{4,5} b_3) \cdot \mu_V = 7,5 \cdot 0,001 = 0,0075 \text{ м.}$$

Произведём в такой же последовательности определение аналогов ускорений.

$$a_{A_{1,2}}^{n*} = \omega_1^2 l_1 = 1^2 \cdot 0,03 = 0,03 \text{ м}; \quad \vec{a}_{A_{1,2}}^{*n} \parallel AO_1.$$

$$a_{A_3}^* = \vec{a}_{A_{1,2}}^{*n} + \vec{a}_{A_3A_2}^{*k} + \vec{a}_{A_3A_2}^{*r} \quad (5.19)$$

$$\vec{a}_{A_{1,2}}^{*n} \parallel AO_1, \quad \vec{a}_{A_3A_2}^{*k} \perp AO_2, \quad \vec{a}_{A_3A_2}^{*r} \parallel AO_2.$$

Ускорение Кориолиса:

$$\vec{a}_{A_3A_2}^{*k} = 2\omega_3^* \cdot V_{A_3A_2}^* = 2 \cdot 0,212 \cdot 0,009 \text{ м}; \quad \vec{a}_{A_3A_2}^{*k} \perp AO_2.$$

Для определения направления ускорения Кориолиса необходимо вектор  $\vec{v}_{A_3A_2}^*$  повернуть относительно точки  $a_{1,2}$  на  $90^\circ$  по направлению  $\omega_3^*$ .

С другой стороны:

$$\vec{a}_{A_3}^* = \vec{a}_{A_3O_2}^{*n} + \vec{a}_{A_3O_2}^{*\tau} \quad (5.20)$$

$$a_{A_3O_2}^{*n} = (\omega_3^*)^2 l_{AO_2} = 0,212^2 \cdot 49,5 \cdot 0,002 = 0,0045 \text{ м}; \quad \vec{a}_{A_3O_2}^{*n} \parallel AO_2.$$

$$\vec{a}_{A_3O_2}^{*\tau} = \varepsilon_3^* \cdot l_{AO_2} - ? \quad \vec{a}_{A_3O_2}^{*\tau} \perp AO_2.$$

Объединим уравнения (5.19) и (5.20):

Для другие положений механизма производим аналогичные расчёты и построения.

Для определения действительных значений скоростей и ускорений необходимо принять зависимости:

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_k &= \vec{V}_k^* \cdot \omega_1 \\ \omega_n &= \omega_n^* \cdot \omega_1 \end{aligned} \right\} \quad (5.21)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{a}_k &= \vec{a}_k^* \cdot \omega_1^2 \\ \varepsilon_n &= \varepsilon_n^* \cdot \omega_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (5.22)$$

### 5.3. Пример построения планов аналогов скоростей шарнирного шестизвенного рычажного механизма II класса

На рис.5.4 представлена кинематическая схема шестизвенного механизма, выполненная в масштабе  $\mu_l = 0,002$  м/мм.

Степень подвижности данного механизма  $W=1$ . Формула строения имеет следующий вид:

$$I(0-1) - II(BVV)(2-3) - II(BV\Pi)(4-5-0). \quad (5.23)$$

В соответствии с формулой строения, кинематический анализ начинается с определения параметров входного звена и заканчивается расчетом структурной группы, в которую входит выходное звено.

В рассматриваемом механизме входным звеном является кривошип  $OA$  длиной  $l_{OA} = 0,11$  м. В точке  $O$  кривошип образует со стойкой вращательную кинематическую пару  $(0-1)$ . Скорость этой точки в любой момент времени равна нулю. Поэтому для кривошипа точку  $O$  принимаем за полюс. В точке  $A$  кривошип  $OA$  с шатуном  $AB$  образуют вращательную кинематическую пару. Определяем аналог скорости точки  $A$  кривошипа.

$$\vec{G}_A^* = \vec{G}_O^* + \vec{G}_{AO}^* . \quad (5.24)$$

Так как точка  $A$  (при вращении кривошипа вокруг точки  $O$ ) описывает окружность, то вектор  $\vec{G}_{AO}^*$  направлен перпендикулярно кривошипу в сторону его вращения.

Величина вектора  $\vec{G}_{AO}^*$  определяется по формуле

$$G_{AO}^* = \omega_1^* \cdot l_{OA} = 1 \cdot 0,11 = 0,11(\text{м}). \quad (5.25)$$

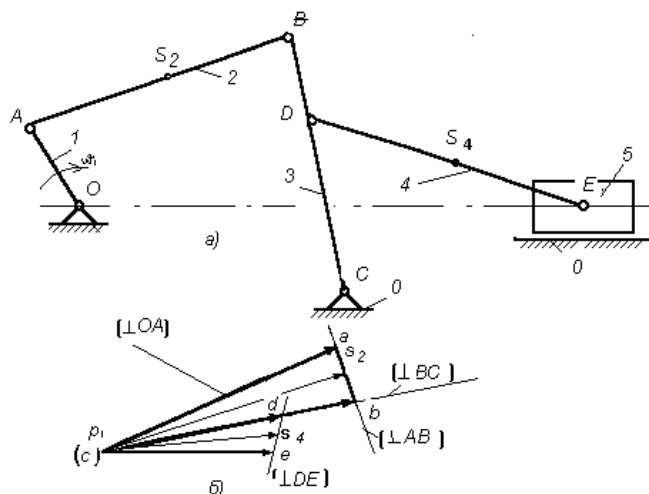


Рис. 5.4. Расчетная схема: а) кинематическая схема шестизвенного механизма; б) план аналога скоростей для заданного положения механизма.

Так как аналог угловой скорости определяет передаточное отношение от рассматриваемого звена к кривошипному валу, то (в нашем случае рассматриваемое звено — кривошип) передаточное отношение  $\omega_1^* = 1$ .

Для изображения вектора аналога скорости точки  $A$  на плане аналога скоростей выбираем масштабный коэффициент

$$\mu_V = \frac{V_A^*}{(Pa)} = \frac{0,11}{50} = 0,0022 \text{ (м/мм)}, \quad (5.26)$$

где  $(Pa)$  принимается в пределах 50–60 мм.

Полученный масштабный коэффициент не соответствует ГОСТу, поэтому необходимо принять ближайший из представленного ряда: 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001.....; 0,2; 0,02; 0,002.....; 0,5; 0,05; 0,005; 0,0005 и т.д.

Принимаем масштабный коэффициент (в дальнейшем масштаб):

$$\mu_V = 0,002 \text{ (м/мм)}.$$

В принятом масштабе вектор аналога скорости точки  $A$  на чертеже изображается отрезком

$$(Pa) = \frac{V_A^*}{\mu_V} = \frac{0,11}{0,002} = 55 \text{ (мм)}. \quad (5.27)$$

Из точки  $P$  (произвольно выбранной на чертеже вблизи от кинематической схемы механизма) проводим луч перпендикулярно кривошипу  $OA$ . Начиная от точки  $P$ , на этом луче отложим отрезок  $(Pa) = 55$  мм. Острие этого вектора направим в сторону вращения кривошипа. Полученный отрезок  $Pa$  (в масштабе  $\mu_V$ ) изображает графическое решение векторного уравнения (5.23) и носит название аналога скорости точки  $A$  входного звена (рис.3.4,б) Точка  $P$  называется полюсом плана скоростей. Абсолютная скорость этой точки равна нулю. *С полюсом плана аналога скоростей совпадают аналоги скоростей всех неподвижных точек механизма. На плане аналогов скоростей начало и конец векторов обозначается прописными буквами, соответствующими обозначению кинематических пар на кинематической схеме.*

В соответствии с формулой строения механизма, в точке  $A$  к кривошипу  $OA$  присоединена группа  $II(BBV)(2-3-0)$ , состоящая из шатуна  $AB$  и коромысла  $BC$ .

В точке  $B$  шатун  $AB$  и коромысло  $BC$  образуют вращательную кинематическую пару. Для шатуна  $AB$  известен вектор аналога скорости точки  $A$ . Для коромысла  $BC$  известен вектор аналога скорости точки  $C$  ( $\vec{v}_C^* = 0$ , так как в точке  $C$  коромысло  $BC$  образуют со стойкой вращательную кинематическую пару). Для определения аналога скорости точки  $B$  по величине и направлению, составим векторные уравнения по формуле (3.2) для шатуна  $AB$  и коромысла  $BC$ , приняв соответственно точки  $A$  и  $C$  за полюса:

$$\begin{aligned} \vec{V}_B^* &= \vec{V}_A^* + \vec{V}_{BA}^* \\ \vec{V}_B^* &= \vec{V}_C^* + \vec{V}_{BC}^* \end{aligned} \quad (5.28)$$

В первом уравнении системы (5.28) вектор  $\vec{V}_A^*$  известен по величине и направлению, а вектор  $\vec{V}_{BA}^*$  — только по направлению (направлен перпендикулярно звену  $AB$ ). Вектор  $\vec{V}_C^*$  аналога скорости точки  $B$ , как принадлежащей шатуну  $AB$ , не известен по величине и направлению.

Во втором уравнении системы (5.28) вектор  $\vec{\dot{q}}^*_B$  аналога скорости точки  $B$ , как принадлежащей коромыслу  $BC$ , направлен перпендикулярно отрезку  $BC$ . При этом, из второго уравнения системы (5.28) следует, что  $\vec{\dot{q}}^*_B = \vec{\dot{q}}^*_{BC}$  (так как  $\vec{\dot{q}}^*_C = 0$ ).

Следовательно, в уравнениях (5.28) не известна величина векторов  $\vec{\dot{q}}^*_B$  и  $\vec{\dot{q}}^*_{BA}$ . Эти величины могут быть определены при совместном решении уравнений (5.28) графическим методом.

Графическое решение системы векторных уравнений выполняется в следующей последовательности:

а) в соответствии с первым векторным уравнением системы (5.28) из точки “а” плана аналога скоростей (см. рис.3.4,б) проводим линию, перпендикулярную звену  $AB$ , что соответствует линии действия вектора  $\vec{\dot{q}}^*_{BA}$ . Где-то на этой прямой должна находиться точка “в”, определяющая конец вектора  $\vec{\dot{q}}^*_{BA}$ ;

б) в соответствии со вторым векторным уравнением системы (5.28) из точки “с” плана аналога скоростей (она совпадает с полюсом  $P$ , так как  $\vec{\dot{q}}^*_C = 0$  см. рис.3.4,б) проводим линию, перпендикулярную звену  $BC$  (что соответствует линии действия вектора  $\vec{\dot{q}}^*_{BC}$ ) до пересечения с линией действия вектора  $\vec{\dot{q}}^*_{BA}$ . Точка пересечения этих прямых и определит положение точки “в” на плане аналогов скоростей, что соответствует концу векторов  $\vec{\dot{q}}^*_{BA}$  и  $\vec{\dot{q}}^*_{BC}$ .

На плане аналогов скоростей отрезок “ав” в масштабе изображает аналог относительной скорости точки  $B$  во вращении вокруг точки  $A$ . Отрезок “св” в масштабе изображает аналог относительной скорости точки  $B$  во вращательном движении коромысла  $BC$  вокруг точки  $C$ . Так как точка  $C$  коромысла совпадает с полюсом плана аналога скоростей, то аналог абсолютной скорости точки  $B$  коромысла  $BC$  равен относительной скорости, то есть  $\vec{\dot{q}}^*_B = \vec{\dot{q}}^*_{BC}$ .

Положение точек  $S_2, S_3, D$  и других на плане аналогов скоростей удобно определять по теореме подобия: *“отрезки прямых линий, соединяющие точки на кинематической схеме звена механизма, и отрезки прямых линий, соединяющие концы векторов относительных скоростей этих точек на плане скоростей, образуют подобные и сходно расположенные фигуры”*. Фигура на плане скоростей повернута на  $90^\circ$  относительно фигуры схемы звена, а порядок букв на схеме механизма и плане аналога скоростей должен сохраняться (сходно располагаться) при обходе контура по часовой (или против часовой) стрелке.

Эта теорема позволяет определять аналогии скоростей любых точек любого звена механизма не из уравнений, а графически, то есть построением подобных фигур или пропорциональных отрезков.

Применительно к точкам  $S_2, S_3$  и  $D$ , определяющим положение центра масс шатуна  $AB$  и коромысла  $BC$  и точки присоединения структурной группы (4–5) к коромыслу 3, теорема подобия имеет следующий вид:

$$\frac{AB}{AS_2} = \frac{ab}{as_2}; \frac{CB}{CS_3} = \frac{cb}{cs_3}; \frac{CB}{CD} = \frac{cb}{cd}, \quad (5.29)$$

из которых определяется положение точек  $S_2, S_3$  и  $D$  на плане аналога скоростей

$$as_2 = \frac{ab \cdot AS_2}{AB}; cs_3 = \frac{cb \cdot CS_3}{CB}; cd = \frac{cb \cdot CD}{CB}. \quad (5.30)$$

Соединив на плане аналога скоростей точки  $s_2, s_3$  и  $d$  с полюсом, получим направление и абсолютную величину вектора аналога скоростей центров масс звеньев 2 и 3 и точки ( $D$ ) соответственно. Модули этих величин будут равны

$$\mathcal{G}_{s_2}^* = (Ps_2) \cdot \mu_g; \mathcal{G}_{s_3}^* = (Ps_3) \cdot \mu_g; \mathcal{G}_D^* = (Pd) \cdot \mu_g. \quad (5.31)$$

Аналоги угловых скоростей звеньев 2 и 3 определяются по зависимостям

$$\omega_2^* = \frac{\mathcal{G}_{BA}^*}{l_{AB}}; \omega_3^* = \frac{\mathcal{G}_{BC}^*}{l_{BC}}. \quad (5.32)$$

Чтобы определить направление угловой скорости звена, мысленно выделяют это звено и шарнирно закрепляют одну из его точек (например, точку  $A$  шатуна  $AB$ ). Затем в точку  $B$  из плана аналога скоростей параллельно самому себе переносят вектор “ $va$ ”, изображающий на плане аналога скоростей относительную скорость  $\vec{\mathcal{G}}_{BA}^*$ . Так как вектор аналога скорости “ $va$ ” всегда перпендикулярен звену  $BA$ , то стрелка этого вектора укажет направление вращения шатуна  $AB$  относительно точки  $A$ .

Таким образом определяются все кинематические параметры структурной группы.

**Построение планов аналогов скоростей группы Ассур, состоящей из звеньев 4–5**, которая вращательной кинематической парой в точке  $D$  присоединена к коромыслу 3. В точке  $E$  шатун 4 образует с ползуном 5 вращательную кинематическую пару. Ползун 5 этой группы образует с неподвижной направляющей (стойкой) поступательную кинематическую пару.

Следовательно, вектор абсолютной скорости (или ее аналог) всегда направлен параллельно направляющим ползуна.

Так как при поступательном движении тела аналоги скоростей всех точек будут одинаковые, то и вектор аналога скорости точки  $E$  шатуна будет направлен параллельно направляющей.

Таким образом, для шатуна 4 известен аналог скорости точки  $D$  по величине и направлению (на плане аналогов скоростей этот вектор изображен отрезком  $Pd$ ), а также направление абсолютной скорости точки  $E$ . Приняв точку  $D$  за полюс, векторное уравнение для определения величины аналога скорости точки  $E$  будет иметь следующий вид:

$$\vec{\mathcal{G}}_E^* = \vec{\mathcal{G}}_D^* + \vec{\mathcal{G}}_{ED}^*, \quad (5.33)$$

где  $\vec{\mathcal{G}}_{ED}^*$  — вектор скорости точки  $E$  во вращательном движении шатуна  $DE$  вокруг полюса  $D$ .

При любом положении шатуна 4 этот вектор будет всегда направлен перпендикулярно отрезку  $DE$ .

Следовательно, в векторном уравнении (5.30) вектор  $\vec{\mathcal{G}}_E^*$  и  $\vec{\mathcal{G}}_{ED}^*$  неизвестны по величине.

Графическое решение векторного уравнения (5.33) выполняется в такой последовательности: из точки ( $d$ ), на плане аналога скоростей, проводим линию перпендикулярную звену  $DE$ , которая соответствует линии действия вектора аналога скорости  $\vec{\mathcal{G}}_{ED}^*$ . Из полюса ( $P$ ), плана аналога скоростей, проводим прямую, параллельную направляющей ползуна, которая соответствует линии действия вектора аналога скорости  $\vec{\mathcal{G}}_E^*$ . Точка

пересечения этих двух прямых определит положение точки (e) на плане аналога скоростей. Длина вектора (de), на плане аналога скоростей, соответствует вектору аналога скорости  $\vec{g}_{ED}^*$ , а длина вектора (Pe), на плане аналога скоростей, соответствует вектору  $\vec{g}_E^*$ .

Модули искомым аналогов скоростей определим по формулам

$$g_{ED}^* = (de) \cdot \mu_g; \quad g_E^* = (Pe) \cdot \mu_g. \quad (5.34)$$

Для определения аналогов скорости центров масс звена DE ( $g_{S_4}^*$ ) можно воспользоваться теоремой подобия, на основании которой составляется соотношение

$$\frac{DE}{DS_4} = \frac{de}{ds_4}, \quad (5.35)$$

из которых определяется положение точки  $S_4$  на плане аналога скоростей:

$$ds_4 = \frac{de \cdot DS_4}{DE}. \quad (5.36)$$

Соединив точку  $S_4$  с полюсом (P), получим направление и величину вектора аналога скорости центра масс звена 4. Модуль аналога скорости будет равен

$$g_{S_4}^* = (Ps_4) \cdot \mu_g. \quad (5.37)$$

Аналог угловой скорости звена 4 определяется по зависимости

$$\omega_4^* = \frac{g_{ED}^*}{l_{DE}}. \quad (5.38)$$

Направление аналогов угловой скорости звена 4 определяется вектором  $\vec{g}_{ED}^*$ , который необходимо перенести в точку D на кинематической схеме и определить в каком направлении будет вращать данный вектор звено 4.

Аналогичным образом определяются аналоги скоростей механизма во всех его положениях. Результаты расчетов заносятся в таблицу. По результатам расчетов строятся годографы скоростей центров масс звеньев и графики изменения аналогов угловых скоростей звеньев.