

## Лекция 4.

# ОСНОВНЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПОСТРОЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ СХЕМ МЕХАНИЗМОВ

**Краткое содержание:** 1. Основные кинематические характеристики рычажных механизмов 2. Построение кинематических схем механизмов

Кинематическое исследование механизмов состоит в изучении движения отдельных звеньев независимо от сил, вызывающих это движение, и может выполняться графическими, графоаналитическими и аналитическими методами.

Графические методы, основанные на построении диаграмм движения отдельных его звеньев с последующим графическим дифференцированием, обладают простотой и наглядностью. Однако они имеют недостаточную точность.

Графоаналитические методы кинематического анализа механизмов получили широкое распространение в инженерных расчетах и основаны на построении планов скоростей и ускорений механизма с последующим определением скоростей и ускорений наиболее характерных его точек. Имеют достаточную для инженерных расчетов точность. Однако с изменением размеров звеньев механизма требуется новое построение планов скоростей и ускорений механизма для определения кинематических параметров.

Аналитические методы основаны на получении математических зависимостей изменения кинематических параметров механизма как функции угла поворота ведущего звена. Имеют высокую точность расчетов. Из-за громоздкости уравнений аналитические исследования выполняются только с использованием современной вычислительной техники.

### **4.1. Основные кинематические характеристики рычажных механизмов**

В любом механизме имеется звено ( или несколько звеньев), которому задается движение в виде закона изменения угловой или линейной координат относительно принятой системы отсчета. Такое звено механизма называется входным. Число входных звеньев всегда равно числу степеней подвижности механизма. Линейные и угловые координаты, однозначно определяющие положение входного звена (звеньев) относительно принятой системы отсчета, называются обобщенными.

В рычажных механизмах заданное движение входного звена преобразуется в требуемое движение звена (звеньев), непосредственно выполняющего технологический процесс. Звено (звенья), выполняющее технологический процесс (движущиеся по требуемому закону), называется выходным или исполнительным. Установление зависимости между кинематическими характеристиками входного и выходного звеньев механизма является основной задачей кинематического анализа.

К кинематическим характеристикам механизмов относятся траектории точек, перемещения точек и звеньев, их скорости и ускорения.

К числу кинематических характеристик относятся и такие, которые не зависят от закона движения начальных звеньев, а определяются только строением механизма, размерами его звеньев и в общем случае зависят от обобщенных координат. Это функции положения, аналоги скоростей или передаточные функции, аналоги ускорений точек и звеньев механизма. Знание кинематических характеристик важно также и для динамического анализа механизма.

По кинематическим характеристикам конструктор делает вывод о том, насколько успешно выполнена одна из основных задач проектирования механизма — выбор структурной схемы и определение размеров звеньев. Следовательно, для создания механизма, наилучшим образом отвечающего поставленным требованиям, надо знать методы определения кинематических характеристик механизма.

Пусть в данный момент времени положение кривошипа  $AB$  (рис.4.1) определяется углом поворота  $\varphi_1(t)$ , а шатуна  $BC$  — углом  $\varphi_2$ , который является неразрывной и однозначной функцией угла  $\varphi_1$ .

$$\varphi_2 = f(\varphi_1). \quad (4.1)$$

Для определения угловой скорости шатуна  $AB$  продифференцируем выражение (1.1) по времени  $t$ :

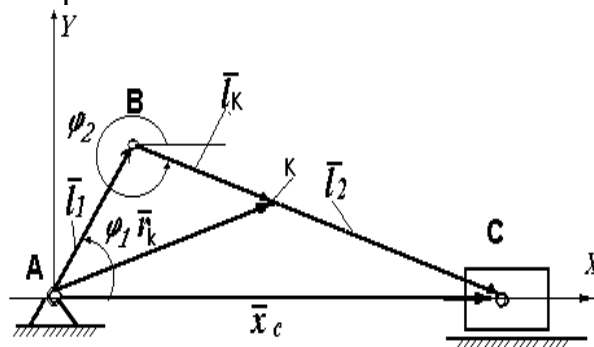


Рис. 4.1. Расчетная схема механизма

$$\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_2^* \cdot \omega_1, \quad (4.2)$$

где  $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$  — угловая скорость кривошипного вала ( рад/с);

$\omega_2^* = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}$  — безразмерная величина, зависящая только от положения механизма и независящая от угловой скорости кривошипного вала, называется аналогом угловой скорости шатуна.

Дифференцируя по времени выражение (1.2), найдем угловое ускорение шатуна  $BC$ :

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d(\omega_2^* \cdot \omega_1)}{dt} = \omega_1 \cdot \frac{d\omega_2^*}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} + \omega_2^* \cdot \frac{d\omega_1}{dt} = \varepsilon_2^* \cdot \omega_1^2 + \varepsilon_1 \cdot \omega_2^*, \quad (4.3)$$

где  $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt}$  — угловое ускорение кривошипного вала ( рад/с<sup>2</sup>);

$\varepsilon_2^* = \frac{d\omega_2^*}{d\varphi_1}$  — аналог углового ускорения звена 2.

Пусть положение точки  $K$  на звене  $AB$  механизма определяется радиус-вектором  $r_K$ , который является однозначной функцией угла  $\varphi_1$ , то есть

$$\vec{r} = \vec{r}_1(\varphi_1). \quad (4.4)$$

В этом случае скорость точки  $K$  найдем, дифференцируя выражение (4.4) по времени:

$$\vec{V}_K = \frac{d\vec{r}_K}{dt} = \frac{d\vec{r}_K}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \vec{V}_K^* \cdot \omega_1, \quad (4.5)$$

где  $V_K^*$  — аналог скорости точки “ $K$ ” имеет размерность длины, зависит от положения и размеров звеньев механизма и не зависит от угловой скорости кривошипного вала.

Дифференцируя выражение (4.5) по времени, получим следующее:

$$\vec{a}_K = \frac{d\vec{V}_K}{dt} = \frac{d(\vec{V}_K^* \cdot \omega_1)}{dt} = \omega_1 \cdot \frac{d\vec{V}_K^*}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} + \vec{V}_K^* \cdot \frac{d\omega_1}{dt} = \vec{a}_K^* \cdot \omega_1^2 + \varepsilon_1 \cdot \vec{V}_K^*, \quad (4.6)$$

где  $\vec{a}_K^* = \frac{d\vec{V}_K^*}{d\varphi_1}$  — аналог вектора ускорения точки “ $K$ ” звена имеет размерность длины.

Анализ зависимостей (4.1–4.6) показывает, что скорости и ускорения звеньев и их точек находятся простым перемножением их аналогов на угловую скорость или угловое ускорение кривошипного вала. Аналоги скоростей и ускорений звеньев и их точек зависят только от обобщенной координаты (положение механизма) и не зависят от закона движения входного звена.

При определении аналогов скоростей и ускорений звеньев механизмов графоаналитическим методом аналог угловой скорости кривошипного вала принимается равным единице ( $\omega_1^* = 1$ ).

Физическая сущность аналогов скоростей и аналогов ускорений точек состоит в том, что они определяют расстояние от данной точки до мгновенного центра соответственно скоростей и ускорений рассматриваемого звена механизма. Поэтому они измеряются в линейных единицах (метрах). Аналоги угловых скоростей звеньев для каждого конкретного положения механизма определяют передаточное отношение от рассматриваемого звена к кривошипному валу. Так как передаточное отношение является безразмерной величиной, то и аналоги угловых скоростей так же не имеют размерности.

## 4.2. Построение кинематических схем механизмов

Для определения кинематических параметров механизмов графическими или графоаналитическими методами необходимо выполнить построение кинематических схем механизмов.

Исходными данными служат истинные размеры звеньев механизма.

*Кинематической* называется схема механизма, построенная в выбранном масштабе (масштабном коэффициенте).

Изображение кинематической схемы механизма в выбранном масштабе, соответствующее определенному положению входного звена, называется

планом механизма. Масштаб плана механизма определяет размеры отрезков, изображающих длину звеньев и координаты точек звеньев.

Масштаб плана механизма обозначают  $\mu_l$  с размерностью (м/мм). Под масштабом длин понимают отношение натуральной длины звена в единицах СИ, то есть в метрах к длине отрезка, изображающего это звено на чертеже (в мм).

Масштаб кинематической схемы механизма определяется следующим образом: истинную длину кривошипа, рассчитанную ранее ( $l_{O_1A}$ ), разделим на длину отрезка, изображающего кривошип на чертеже (рис. 4.2). Предварительно длину отрезка принимаем в пределах 30–60 мм.

$$\mu_l = \frac{l_{O_1A}}{O_1A}, \quad (4.7)$$

где  $l_{O_1A}$  — истинная длина звена, м;

$O_1A$  — длина отрезка, изображающего звено на чертеже, мм.

Если рассчитанный масштабный коэффициент не соответствует ГОСТу, то необходимо выбрать ближайший из заданного ряда: 50; 5; 0.5; 0,05; 0.005....; 20; 2; 0,2; 0,02; 0,002; 0,0002....; 10; 1; 0,1; 0,001; 0,0001 и т.д.

По принятому масштабу, определяем длину отрезков, изображающих звенья механизма на чертеже следующим образом:

$$O_1A = \frac{l_{O_1A}}{\mu_l}; \quad AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l}; \quad BC = \frac{l_{BC}}{\mu_l}, \quad \text{и т.д.}$$

Построение планов положений механизма начинаем с определения координат неподвижных точек и направляющих (рис.4.2). Затем из центра вращения кривошипа радиусом  $O_1A$  описываем окружность и делим ее на 12 равных частей. В качестве нулевого принимаем положение, в котором точка  $B$  находится в верхней или нижней мёртвых точках. Из отмеченных на окружности точек ( $A_0, A_1, A_2, A_3$  и т.д.) методом засечек строим 12 положений звеньев механизма. Одно из этих положений механизма вычерчиваем жирными линиями, а остальные — тонкими.

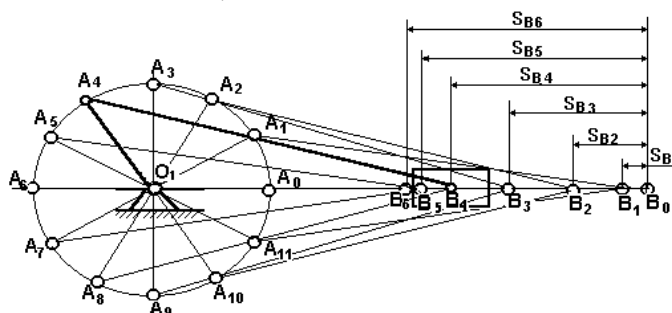


Рис. 4.2. Кинематическая схема механизма.

### 4.3. Графоаналитический метод определения кинематических параметров

Графоаналитический метод основан на построении планов скоростей (или их аналогов) и дает возможность определить линейные скорости (или их аналоги) всех точек механизма, угловые скорости (или их аналоги) звеньев

механизма в данном его положении. В основу метода положена теорема о сложении скоростей точек твердого тела при плоском движении.

$$\vec{V}_K = \vec{V}_M + \vec{V}_{KM} \quad (4.8)$$

$$\vec{V}_K^* = \vec{V}_M^* + \vec{V}_{KM}^* \quad (4.9)$$

Уравнение (4.8) в векторной форме отражает теорему сложения скоростей, а (4.9) — теорему сложения аналогов скоростей двух точек твердого тела при плоском движении.

В уравнениях (4.8 и 4.9) индексы означают:

$K$  — точка твердого тела, скорость (аналог скорости) которой следует определить по величине и направлению;

$M$  — точка твердого тела, скорость (аналог скорости) которой известна по величине и направлению;

$\vec{V}_{KM}$  — вектор скорости (или аналога скорости) точки  $K$  во вращательном движении вокруг точки  $M$ . Этот вектор всегда направлен перпендикулярно отрезку  $KM$ .

Направление вектора скорости точки  $K$  (или аналога скорости этой точки) определяется видом кинематической пары, которая использована для соединения двух звеньев механизма в точке  $K$ .

*В дальнейшем не будет делаться различия между планами скоростей и планами аналогов скоростей, так как эти планы отличаются только своими масштабами.*

Формула (4.8 или 4.9) последовательно составляется для каждого звена механизма по следующей методике:

1) на  $i$ -том звене механизма определяется хотя бы одна точка, скорость которой в данный момент нам известна. К такой относится точка образования вращательных кинематических пар между звеном и стойкой. Скорость этих точек всегда равна нулю. Эту точку принимаем за полюс и в векторном уравнении (4.9) вместо индекса  $M$  записываем ту букву, которой обозначена эта кинематическая пара на схеме;

2) на данном звене выбираем точку, скорость которой необходимо определить (чаще всего эта точка, в которой рассматриваемое звено соединяется с последующим при помощи кинематической пары) и в векторном уравнении (4.9) вместо индекса  $K$  проставляем ту букву, которой обозначена эта точка на схеме;

3) по траектории абсолютного движения точки  $K$  устанавливается линия, по которой направлен вектор скорости этой точки (линия действия вектора);

4) дальнейшее решение векторного уравнения (4.8) сводится к определению величины и истинного направления векторов  $\vec{V}_{KM}$  и  $\vec{V}_K$  методом построения плана скоростей для данного положения механизма.

Для решения ряда практических задач по конструированию кинематических пар (определения зоны наиболее интенсивного износа, режима работы подшипников, зоны максимального динамического воздействия, мест подвода смазки и т.д.) по данным планов механизма и планов аналога скоростей строятся диаграммы изменения кинематических параметров наиболее характерных точек механизма в функции угла поворота кривошипного вала (см. лабораторную работу) или их годографы. Годографом называется кривая линия, соединяющая концы пучка векторов, выходящих из одного центра. Годограф может быть построен для любой физической величины, которую можно изобразить в виде вектора (годограф

перемещения, скорости, сил и т.д.). Если исследования выполняются за цикл работы механизма, то годографом является замкнутая кривая. Годограф скорости какой-либо точки строится путем последовательного параллельного переноса векторов скоростей этой точки из планов скоростей в какой-либо неподвижный центр и последующего соединения концов этих векторов плавной кривой линией.