

ВВЕДЕНИЕ

При выполнении технологических процессов на звенья механизма действуют различные по своей природе силы, которые оказывают влияние на работоспособность всей машины. Исследование движения машины с учетом сил, действующих на ее звенья, является основной задачей динамического анализа. Кроме того, динамический анализ позволяет установить, как будет вести себя машина (еще не созданная в металле) при выполнении технологического процесса, сделать качественную оценку спроектированного механизма, подобрать наиболее экономичный двигатель для его привода.

Практическая сторона этого вопроса во всех учебниках не рассматривается. Поэтому основная задача настоящих методических указаний состоит в том, чтобы дать рекомендации по порядку и последовательности выполнения расчетов, а также по выбору тех или других параметров, которыми при выполнении расчетов надо задаваться, дать указания и показать на конкретном примере, как составляется динамическая модель машины и какими уравнениями описывается ее движение. Кроме того, методические указания ставят своей целью научить студентов готовить материал для выполнения наиболее трудоемких и однообразных расчетов с помощью ЭВМ, проводить обработку и анализировать результаты расчетов на ЭВМ, что сократит время и облегчит работу при выполнении расчета приведения сил, действующих на звенья механизма, к динамической модели.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М. : Наука, 1975. – § 58, 80, 89, 90, 92–96, 75–79.
2. Левитский, Н. И. Теория механизмов и машин / Н. И. Левитский. – М. : Высш. шк., 1979. – Гл. 5–18.
3. Юдин, В. А. Теория механизмов и машин / В. А. Юдин, Л. В. Петрокас. – М. : Наука, 1977. – С. 270–297, 303–317, 334–338, 356–398.
4. Коловский, М. З. Динамика машин / М. З. Коловский. – Л. : Машиностроение, 1989. – 265 с.
5. Филонов, И. П. Теория механизмов, машин и манипуляторов / И. П. Филонов, П. П. Анципорович, В. К. Акулич. – Минск : Дизайн ПРО, 1998. – 656 с.
6. Попов, С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / С. А. Попов, Г. А. Тимофеев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1998. – 351 с.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИВЕДЕНИЯ СИЛ К ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

1.1. Динамическая модель

Динамическая модель – это упрощенная расчетная схема движения машинного агрегата, учитывающая его инерционные и силовые характеристики.

При составлении динамической модели предполагается, что силовые факторы, циркулирующие в машинном агрегате, не вызывают остаточной деформации звеньев и элементов кинематических пар. Это упрощение позволяет пренебречь работой сил упругости звеньев за цикл работы машины, а динамическую модель принять за абсолютно твердое тело, положение которого в плоскости движения однозначно определяется одной обобщенной координатой (φ_1) (рис. 1.1, в, з).

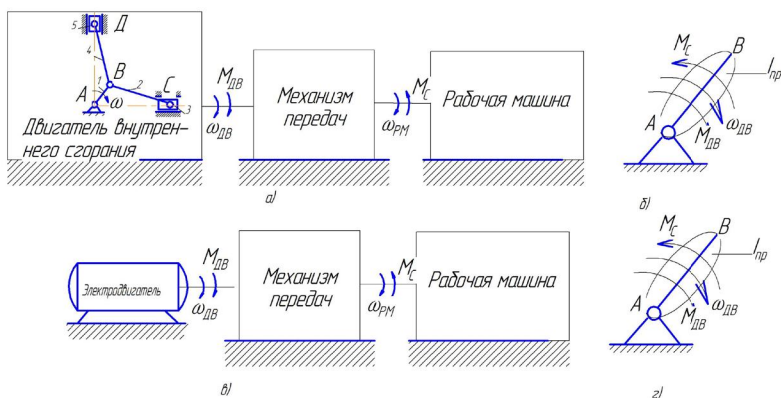


Рис. 1.1. Схема машинного агрегата и динамической модели:
а, б – с двигателем внутреннего сгорания;
в, з – с электродвигателем и рабочей машиной

При изучении динамики машин особого рассмотрения требуют силы трения, возникающие в кинематических парах. Под действием этих сил происходит нагрев и износ элементов кинематических пар. Энергия, затраченная на нагрев кинематических пар, излучается в окружающую (охлаждающую) среду и считается безвозвратно утерянной.

За цикл работы машины эти потери составляют сотые доли энергии, затраченной на преодоление сил технического сопротивления.

Поэтому при изучении динамики машин силами трения в кинематических парах часто пренебрегают, рассматривая механизмы и их модели как системы с идеальными связями. Это упрощение позволяет поток энергии, циркулирующий в машине, считать неразрывным, что указывает на взаимное влияние движущихся сил и сил полезного сопротивления на работу механизмов соответственно рабочей машины и двигателя.

При выполнении этих условий любые машинные агрегаты с жесткими звеньями будут иметь одну и ту же динамическую модель. Движение динамической модели будет описываться одним видом дифференциальных уравнений. Поэтому динамический анализ любых машинных агрегатов выполняется по общей методике, приведенной ниже.

В качестве динамической модели принимается кривошипный вал или любое другое вращающееся звено машины.

1.2. Математическое описание динамической модели

Уравнения движения динамической модели будут адекватно описаны движением начального звена машины с жесткими звеньями при равенстве:

1) кинетических энергий динамической модели и машины в любой момент времени цикла:

$$T_{\text{мод}} = T_{\text{агр}}; \quad (1.1)$$

2) работ сил, приложенных к модели и звеньям машины на любых возможных перемещениях точек приложения этих сил:

$$A_{\text{мод}} = A_{\text{агр}}. \quad (1.2)$$

Условия (1.1) и (1.2) реализуются приведением масс и сил к динамической модели за цикл работы машины и описанием этих величин в виде непрерывных периодических функций.

1.3. Характеристика сил

Прежде чем приступить к расчетам, необходимо обратить внимание на физическую сущность, способ задания и характер изменения всех сил, действующих на звенья машинного агрегата; уяснить, какие силы изменяются с изменением скоростного режима, какие силы

изменяют величину и направление с изменением положения механизма, в каких точках приложены силы и какие траектории описывают эти точки.

Силы, приложенные к различным звеньям механизма, с течением времени могут оставаться постоянными (например, силы тяжести) или изменяться по какому-либо закону, причем закон изменения может быть периодическим (например, силы давления газов на поршень в поршневых машинах, силы сопротивления резанию в металлорежущих станках и т. д.). Тот промежуток времени, по истечении которого все звенья механизма приходят в свое первоначальное положение, а действующие силы, меняясь по определенному закону, достигают своего первоначального значения, называется периодом цикла работы механизма (или циклом механизма). Период цикла определяется рабочим процессом двигателя или рабочей машины и обычно равен времени одного или двух оборотов кривошипного вала машины.

При решении задач силового расчета и при динамическом анализе машинного агрегата необходимо знать силу, действующую на исполнительное звено исследуемого механизма. Эта сила (движущая или полезное сопротивление) в двигателях внутреннего сгорания, компрессорах, насосах, штампах, металлообрабатывающих станках – величина переменная и является функцией положения исполнительного звена. Для каждого из положений механизма она может быть определена, если задана индикаторная (для двигателей внутреннего сгорания, компрессоров) или нагрузочная (для потребителей энергии) диаграмма машины. Такие диаграммы получаются при записи характера изменения давления газов в цилиндре двигателя или компрессора или среднего значения сил сопротивления, действующих на исполнительное звено при обработке материала, предусмотренного технологическим процессом. Пользуясь этими диаграммами, можно определить силы, действующие на ползун двигателя или рабочей машины в зависимости от угла поворота кривошипа.

1.3.1. Индикаторная диаграмма и циклограмма работы двигателя внутреннего сгорания

Последовательность процессов, происходящих в машинном агрегате, необходимо согласовать с положением исполнительного звена, принимаемого за нулевое при кинематическом анализе механизма. Этот вопрос рассмотрим на примере V-образного четырехтактного

двигателя внутреннего сгорания с углом развала цилиндров в 60° (рис. 1.2). Пусть при кинематическом анализе в качестве нулевого принято положение механизма, при котором поршень C находится в верхней мертвой точке. При вращении кривошипа против часовой стрелки (такое направление принято при делении траектории точки A на 12 равных частей при кинематическом анализе механизма) поршень C начнет двигаться от верхней мертвой точки (ВМТ) к нижней мертвой точке (НМТ), пройдя путь, равный S при повороте кривошипа на 180° . Предположим, что впускной клапан закрыт, тогда в цилиндре будет происходить рабочий ход. Давление в цилиндре будет изменяться от p_2 до p_b по линии $z-b$.

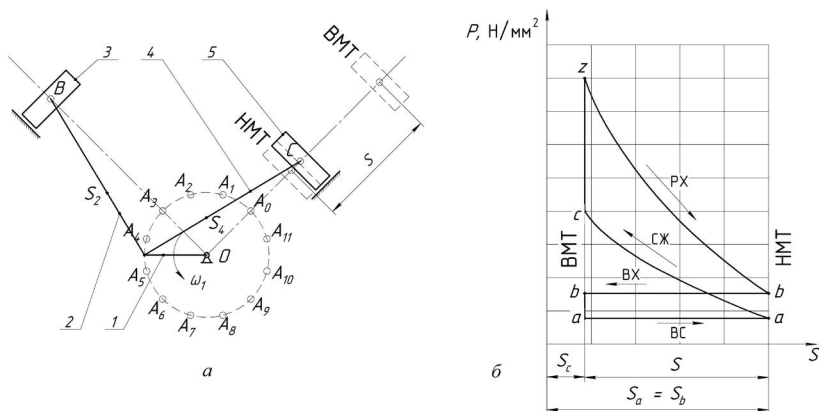


Рис. 1.2. Принципиальная схема работы четырехтактного двигателя:
 а – кинематическая схема механизма; б – индикаторная диаграмма

Последующему повороту кривошипа на угол от 180 до 360° будет соответствовать движение поршня C от НМТ к ВМТ. В цилиндре будет открыт выпускной клапан (очистка цилиндра от отработанных газов). По индикаторной диаграмме процесс выпуска происходит по линии $b-b$ при постоянном давлении p_b . Повороту кривошипа на следующие 180° ($360-540^\circ$) соответствует движение поршня от ВМТ до НМТ. В это время в цилиндре открыт впускной клапан. Процесс впуска рабочей смеси в цилиндр происходит по линии $a-a$ при постоянном давлении p_a . При последующем повороте кривошипа на 180° поршень C перемещается от НМТ до ВМТ при закрытых клапанах. В цилиндре происходит сжатие рабочей смеси по линии $a-c$. Вблизи верхнего

крайнего положения такта сжатия (3–5° по углу поворота кривошипа) в цилиндре происходит воспламенение топлива. Давление резко возрастает от p_c до p_z . Поскольку в лабораторной работе за угловой шаг принят угол 30°, то угол поворота кривошипа в 3–5° оказывается меньше углового шага. Поэтому изменение давления на индикаторной диаграмме показано как скачкообразное по вертикальной линии $c-z$. На этом цикл рабочего процесса в цилиндре C заканчивается, после чего происходит его повторение.

В начале цикла, когда поршень C находится в ВМТ, поршень B будет занимать промежуточное положение в своем цилиндре, не доходя до ВМТ на величину перемещения S_p , соответствующую углу поворота кривошипа в 60° (угол развала цилиндров). В это время в цилиндре B возможен процесс сжатия или выпуска отработанных газов. Если в цилиндре B допустить процесс сжатия, то в дальнейшем циклы рабочего хода в цилиндрах совпадут (на угле поворота кривошипа в 120°), что вызовет резкую неравномерность хода всего машинного агрегата. Чтобы избежать такого явления, в цилиндре B следует организовать такт выпуска отработанных газов. Дальнейшая совместная работа цилиндров C и B будет происходить в соответствии с циклограммой, представленной в табл. 1.1.

Таблица 1.1. Циклограмма работы цилиндров V-образного двигателя

Номер цилиндра	Фаза, угол поворота кривошипа				
	I (C)	Рабочий ход, 0–180°	Выпуск, 180–360°	Впуск, 360–540°	Сжатие, 540–720°
II (B)	Сжатие, 0–60°	Рабочий ход, 60–240°	Выпуск, 240–420°	Впуск, 420–600°	Сжатие, 600–720°

Из табл. 1.1 следует, что полный цикл работы двигателя совершается за два оборота кривошипа.

На основании данных табл. 1.1 строится развернутая индикаторная диаграмма в масштабе μ_p и диаграмма сил $P = f(\varphi)$.

Из описания рабочего процесса четырехтактного двигателя следует, что кинетическая энергия, сообщаемая звеньям механизма во время рабочего хода, используется затем как источник движения в последующих тактах. Таким образом, только на рабочем ходе работа сил, приложенных к поршням двигателя, имеет положительное значение.

При выполнении лабораторной работы необходимо, используя заданное, построить индикаторную диаграмму в таком же масштабе перемещений, в каком построена кинематическая схема механизма. Для упрощения построения индикаторной диаграммы и дальнейших расчетов в лабораторной работе допускается криволинейные участки расширения $z-b$ и сжатия $a-c$ газов заменить прямыми линиями. Для того чтобы было легче представить процесс изменения силы давления на поршень, индикаторную диаграмму следует располагать таким образом, чтобы положение мертвых точек на ней было аналогично расположению этих точек на кинематической схеме механизма. Тогда стрелки над линиями диаграммы, совпадающие с направлением движения поршня, укажут, где следует измерять ординаты для вычисления давления p_i (см. рис. 1.2, б).

1.3.2. Индикаторная диаграмма и циклограмма работы компрессора

Схема двухступенчатого компрессора и индикаторная диаграмма для него представлены на рис. 1.3.

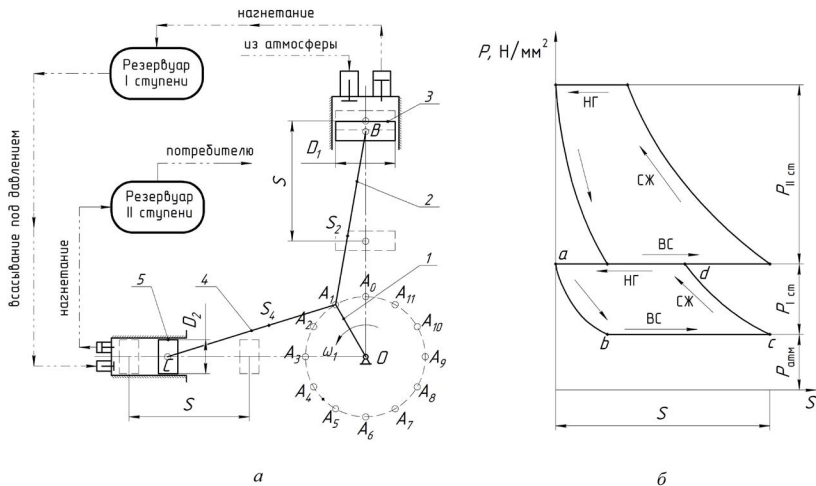


Рис. 1.3. Принципиальная схема работы двухступенчатого компрессора: а – кинематическая схема механизма; б – индикаторная диаграмма

Рассмотрим индикаторную диаграмму первой ступени (цилиндр B , рис. 1.3). Когда поршень начинает движение от ВМТ к НМТ, то в цилиндре образуется разрежение (от расширения газов в замкнутом пространстве, линия $a-b$). При повороте кривошипа на угол $\varphi_{p1} = 180 - \varphi_{в1}$ (см. задание) разрежение в цилиндре становится ниже атмосферного. Под действием кулачкового механизма всасывающий клапан 1 открывается, и цилиндр начинает заполняться воздухом окружающей среды (линия $b-c$). При перемещении поршня B в левое крайнее положение (кривошип повернулся вокруг своей оси на 180°) впускной клапан закрывается и начинается сжатие воздуха, поступающего в цилиндр (линия $c-d$). При достижении в цилиндре заданного давления p_1 открывается выпускной клапан 2 , и воздух из цилиндра вытесняется в ресивер (линия $d-a$). Продолжительность открытия выпускного клапана определяется временем поворота кривошипа на угол $\varphi_{с1} = 180 - \varphi_{н1}$. При достижении поршнем верхнего крайнего положения выпускной клапан закрывается. Цикл в цилиндре B завершен за один оборот кривошипного вала.

Особенность работы второй ступени компрессора состоит в том, что на такте всасывания воздух в цилиндр C поступает под давлением p_1 из резервуара, сжимается до давления p_2 и дальше поступает потребителю или в другой резервуар.

В соответствии с приведенным выше описанием процессов, происходящих в цилиндрах, составим циклограмму работы компрессора. По заданию продолжительность открытия впускного клапана соответствует повороту кривошипного вала на угол $\varphi_{вi}$, а нагнетательного — $\varphi_{нi}$. В этом случае продолжительность процессов расширения и сжатия будет определяться поворотом кривошипа на углы

$$\varphi_{pi} = 180 - \varphi_{вi}; \quad \varphi_{ci} = 180 - \varphi_{нi}, \quad (1.3)$$

где i — номер цилиндра компрессора.

При построении циклограммы следует обратить внимание на начальное расположение исполнительных звеньев. Так, в рассматриваемом примере если поршень B начинает движение из крайнего положения, принятого за нулевое, то из-за развала осей цилиндров на 90° поршень C начнет движение из среднего положения. Вследствие этого цикл сжатия во второй ступени на циклограмме представлен в виде двух участков (табл. 1.2).

В соответствии с циклограммой строятся индикаторные диаграммы в масштабе μ_p для каждой ступени компрессора, по которым определя-

ется индикаторное давление в каждом из расчетных положений механизма.

Таблица 1.2. Циклограмма работы двухступенчатого компрессора

Цилиндр	Процесс, угол поворота кривошипа				
	<i>B</i>	Расширение, 0–30°	Всасывание, 30–180°	Сжатие, 180–320°	Нагнетание, 320–360°
<i>C</i>	Сжатие, 0–50°	Нагнетание, 50–90°	Расширение, 90–120°	Всасывание, 120–270°	Сжатие, 270–360°

Примечание. В качестве примера приняты углы открытия всасывающих ($\varphi_{n1} = \varphi_{n2} = 150^\circ$) и нагнетательных ($\varphi_{n1} = \varphi_{n2} = 40^\circ$) клапанов.

Сила P_i , действующая на поршень, является алгебраической суммой сил, действующих на поршень со стороны рабочей полости цилиндра и со стороны картера двигателя (компрессора). Так как картер двигателя постоянно сообщается с атмосферой, то на поршень (со стороны нерабочей части) в любой момент времени (в любом положении механизма) действует сила атмосферного давления ($1 \text{ атм} = 10^5 \text{ Н/м}^2 = 0,1 \text{ Н/мм}^2$). Поэтому во всех случаях поршневых машин простого действия при определении давления p_i следует учитывать атмосферное давление. Если в характерных точках индикаторной диаграммы размерность давления приведена в ньютонах на квадратный метр (Н/мм^2), то расчетное давление, отсчитываемое от нулевой линии диаграммы

$$p_i = y_i \mu_p - 0,1, \quad (1.4)$$

где y_i – ордината индикаторной диаграммы в i -м положении поршня, мм;

μ_p – масштаб построения диаграммы, (Н/мм^2)/мм.

Часто индикаторные диаграммы строятся так, что осью абсцисс является линия атмосферного давления. Тогда сила давления газов на поршень определяется по формуле

$$P_i = y_i \mu_p F = p \pi D^2 / 4, \quad (1.5)$$

где D – диаметр поршня, мм.

Знак силы устанавливается следующим образом: если линия действия силы совпадает с направлением движения поршня, то она положительна, в противном случае сила отрицательна.

Необходимо обратить внимание на то, что в ДВС направление силы и движения поршня совпадает только на такте «рабочий ход». В двух-

ступенчатых компрессорах направление силы и движения поршня совпадает только на такте всасывания второй ступени. Рабочие машины (насосы, прессы, металлообрабатывающие станки и т. д.) являются потребителями энергии двигателей. В этих машинах вектор силы всегда направлен в сторону противоположную движению исполнительного звена. Поэтому работа силы сопротивления всегда отрицательна.

Для одного из положений механизма приводится числовой расчет силы давления газов на каждый из поршней по формуле (1.5). Для остальных 12 (для четырехтактных двигателей внутреннего сгорания – 24) положений механизма результаты расчетов представляются в виде таблицы. Для удобства дальнейших расчетов рядом со столбцом сил следует привести значения аналогов скоростей исполнительного звена (из результатов кинематического анализа). По полученным данным строится диаграмма сил в функции угла поворота кривошипного вала.

1.3.3. Диаграмма сил полезного сопротивления строгального станка и циклограмма его работы

Последовательность определения сил сопротивления, действующих на исполнительное звено, рассмотрим на примере строгального станка.

Кинематическая схема привода исполнительного звена поперечно-строгального станка изображена на рис. 1.4. Усилие резания определяется по диаграмме сил сопротивления (рис. 1.4, б). Направление силы резания P всегда противоположно направлению движения исполнительного звена. Сопоставим участки движения механизма с силами, действующими на исполнительное звено. При движении исполнительного звена 5 из правого крайнего положения (ПКП) в левое (рабочий ход) на участке $a-b$ (недобег резца) силой сопротивления движению является сила трения в кинематических парах. Когда резец коснется обрабатываемой детали, начнется процесс резания. Сопротивление перемещению звена 5 мгновенно (скачкообразно) возрастает (точка c) и остается примерно постоянным до конца резания (линия $c-d$). После выхода резца за пределы обрабатываемой детали (перебег резца) усилие P снова падает (линия $e-f$). Как только резец достигнет точки f , заканчивается рабочий ход. Исполнительное звено достигает левого крайнего положения (ЛКП). Движение звена 5 из ЛКП в ПКП соответствует холостому ходу механизма. Сопротивление движению механизма на холостом ходу определяется силами трения в кинематических парах (линия $f-a$).

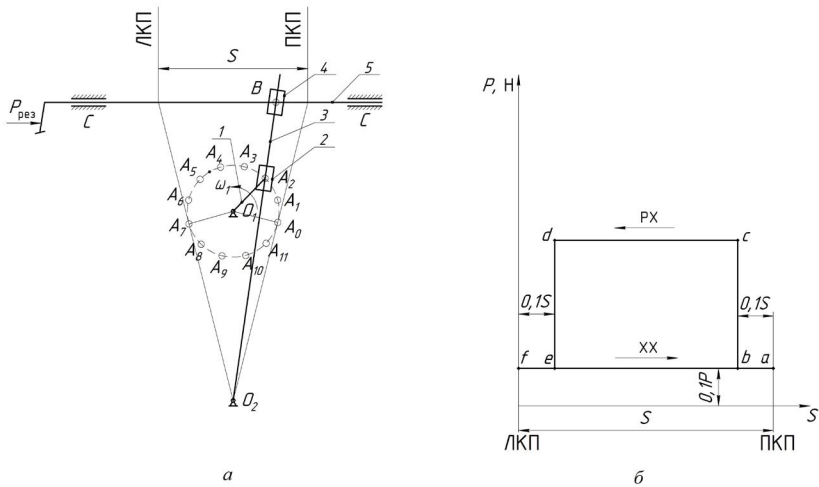


Рис. 1.4. Принципиальная схема работы строгального станка:
а – кинематическая схема механизма; *б* – диаграмма сил

Угол поворота кривошипа на холостом ходу определяется из соотношения

$$\varphi_{xx} = \frac{360}{k+1}, \quad (1.6)$$

где k – коэффициент изменения средней скорости.

Угол поворота кривошипа на рабочем ходу определяется по зависимости

$$\varphi_{px} = 360^\circ - \varphi_{xx}. \quad (1.7)$$

Участки $a-b$ (недобег) и $e-f$ (перебег) резца задаются в долях хода исполнительного звена:

$$s_H = m_1 s; \quad s_{II} = m_2 s, \quad (1.8)$$

где s_H и s_{II} – путь, проходимый резцом на участках недобега и перебега; m_1 и m_2 – коэффициенты пропорциональности.

Этим участкам соответствуют углы поворота кривошипа, определяемые из соотношений

$$\varphi_n = \frac{\varphi_{рх} s_n}{s} = \varphi_{рх} m_1; \quad (1.9)$$

$$\varphi_n = \frac{\varphi_{рх} s_n}{s} = \varphi_{рх} m_2.$$

В соответствии с полученными данными строится циклограмма работы механизма (табл. 1.3).

Таблица 1.3. Циклограмма работы строгального станка

Угол поворота кривошипа	0–30°	30–210°	210–240°	240–360°
Процесс	Недобег реза	Резание	Перебег реза	Холостой ход
	Рабочий ход			

Примечание. В качестве примера в таблице принято: $\varphi_{рх} = 240^\circ$ ($k = 1,4$); $\varphi_n = \varphi_n = 30^\circ$ ($m_1 = m_2 = 0,125$).

В соответствии с циклограммой для каждого положения механизма определяется сила сопротивления, действующая на исполнительное звено.

Результаты расчетов сил сопротивления заносятся в таблицу в виде отдельного столбца для каждого из исполнительных звеньев. Рядом с силами в этой же таблице приводятся скорости движения исполнительных звеньев, значения которых получены в результате кинематического анализа механизма.

Аналогично выполняется анализ движения исполнительного звена при выполнении других технологических процессов и строится циклограмма работы механизма. В дальнейшем циклограмма используется для построения диаграммы сил, действующих на исполнительное звено при выполнении технологического процесса, а также для согласования работы механизмов управления (например, кулачкового механизма) с работой основного механизма.

1.3.4. Приведение сил, зависящих от положения механизма, к динамической модели

Анализ движения машинного агрегата с помощью динамической модели сводится к динамике тела с переменным моментом инерции и вращающимся вокруг неподвижной оси под действием движущих сил и сил полезного сопротивления.

Если на выходные звенья рычажного механизма действуют силы, то момент этих сил, приведенный к динамической модели, определяется из условия неразрывности потока мощности:

$$M_{\omega} \omega_j = \pm \sum P_{ij} V_{ij}, \quad (1.10)$$

где i, j – соответственно номер звена и номер положения на кинематической схеме механизма;

ω_j – угловая скорость динамической модели в рассматриваемом положении механизма;

P_{ij} – сила, приложенная к i -му звену в j -м положении механизма;

V_{ij} – скорость движения звена в направлении линии действия силы.

Из уравнения (1.10) определим момент сил, приведенный к динамической модели:

$$M_{\omega} = \pm \sum P_{ij} \frac{V_{ij}}{\omega_j} = \pm \sum P_{ij} V_{ij}^*, \quad (1.11)$$

где $V_{ij}^* = \frac{V_{ij}}{\omega_j}$ – аналог скорости точки приложения силы, м.

В уравнении (1.11) приведенный момент движущих сил положителен, а сил полезного сопротивления отрицателен.

Для определения приведенного момента сил необходимо определить значение сил при определенном положении кривошипного вала.

При расчете M_n следует обратить внимание на то, что в уравнение (1.11) подставляются конкретные численные значения физических величин, которые будут повторяться при каждом цикле машинного агрегата. Для составления уравнения движения машинного агрегата необходимо приведенный момент сил представить в виде непрерывной математической функции. В качестве такой функции применяется периодический ряд Фурье следующего вида:

$$M(\varphi) = \frac{1}{2} M_0 + M_{1c} \cos\left(\frac{\varphi}{l}\right) + M_{1s} \sin\left(\frac{\varphi}{l}\right) + M_{2c} \cos\left(\frac{2\varphi}{l}\right) + \dots + M_{2s} \sin\left(\frac{2\varphi}{l}\right) + \dots = \frac{1}{2} M_0 + \tilde{M}(\varphi), \quad (1.12)$$

где l – коэффициент продолжительности цикла машины ($l = 1$ и $l = 2$ при продолжительности цикла соответственно равном одному и двум оборотам кривошипного вала).

Коэффициенты ряда определяются по формулам:

$$M_0 = \frac{1}{NI} \sum_{j=0}^{j=N} M_{\text{ш}}; M_{\text{nc}} = \frac{2}{NI} \sum_{j=0}^{j=N} M_{\text{ш}} \cos\left(\frac{n\varphi}{l}\right);$$
$$M_{\text{нс}} = \frac{2}{NI} \sum_{j=0}^{j=N} M_{\text{ш}} \sin\left(\frac{n\varphi}{l}\right),$$
(1.13)

где $n = 1, 2, 3, \dots$ – номера гармоник, принятых к расчету.

Составляем уравнение изменения приведенного момента в виде периодического ряда (1.12) с учетом формулы (1.13) и определяем численные значения функции через каждые 30° (данные уравнения позволяют выполнить расчет через любой промежуток) угла поворота кривошипа.

2. ВЫПОЛНЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

2.1. Цели и задачи

Цели работы:

а) овладеть практическими навыками подготовки исходных данных для динамического исследования машинного агрегата;

б) получить навыки определения сил, действующих на исполнительные звенья механизма, с использованием индикаторных диаграмм.

Для достижения поставленных целей необходимо решить следующие задачи:

- 1) составить циклограмму работы механизма;
- 2) определить значение сил;
- 3) рассчитать приведенный момент сил к динамической модели;
- 4) получить непрерывную математическую функцию изменения приведенного момента.

2.2. Пример выполнения

Последовательность выполнения лабораторной работы рассмотрим на примере двухступенчатого углового компрессора (см. рис. 1.3).

1. Вычерчиваем схему механизма и индикаторную диаграмму.

2. Составляем циклограмму работы механизма (см. табл. 1.2).

Исходные данные для расчета выдаются преподавателем индивидуально каждому студенту. Для примера используем исходные данные, представленные в табл. 2.1.

Таблица 2.1. Исходные данные для расчета сил

Показатель	Значение
Диаметр поршня II ступени D_2 , м	0,05
Максимальное давление воздуха в I ступени p_1 , кН/м ²	350
Максимальное давление воздуха в II ступени p_2 , кН/м ²	1100
Соотношение для определения диаметра поршня первой ступени	$\frac{p_1 - p_{\text{атм}}}{p_2 - p_{\text{атм}}} = \frac{D_2^2}{D_1^2}$

1. Определяем площадь поршня по формуле

$$S = \frac{\pi D^2}{4}. \quad (2.1)$$

$$S_{2c} = \frac{3,14 \cdot 0,05^2}{4} = 0,00196 \text{ м}^2.$$

$$D_1^2 = \frac{D_2^2 (p_2 - p_{\text{атм}})}{(p_1 - p_{\text{атм}})} = \frac{0,05^2 \cdot (1100 - 100)}{(350 - 100)} = 0,01 \text{ м}^2.$$

$$S_{1c} = \frac{3,14 \cdot 0,1^2}{4} = 0,00785 \text{ м}^2.$$

2. Определяем значение сил в характерных точках:

$$\begin{aligned} P_{\text{вс}1c} &= 0; \\ P_{\text{нг}1c} &= (p_1 - p_{\text{атм}})S_1; \\ P_{\text{вс}2c} &= (p_1 - p_{\text{атм}})S_2; \\ P_{\text{нг}2c} &= (p_2 - p_{\text{атм}})S_2. \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$P_{\text{нг}1c} = (350 - 100) \cdot 0,00785 \cdot 1000 = 1963 \text{ Н.}$$

$$P_{\text{вс}2c} = (350 - 100) \cdot 0,00196 \cdot 1000 = 490 \text{ Н.}$$

$$P_{\text{нг}2c} = (1100 - 100) \cdot 0,00196 \cdot 1000 = 1960 \text{ Н.}$$

3. По результатам расчетов строим развернутую диаграмму сил первого и второго цилиндров согласно циклограмме (см. табл. 1.2).

При построении графика выбираются масштабные коэффициенты по оси абсцисс μ_p и оси ординат μ_ϕ .

Для наших расчетов принимаем $\mu_p = 20 \text{ Н/мм}$, $\mu_\phi = 0,05 \text{ рад/мм}$. Полученные графики представлены на рис. 2.1. Для упрощения расчетов и построения графиков между характерными точками проводим прямые линии.

Значение сил в конкретных положениях определяются по формуле

$$P_{ij} = (y_{ij})\mu_p, \quad (2.3)$$

где y_{ij} – координата i -го поршня в j -м положении.

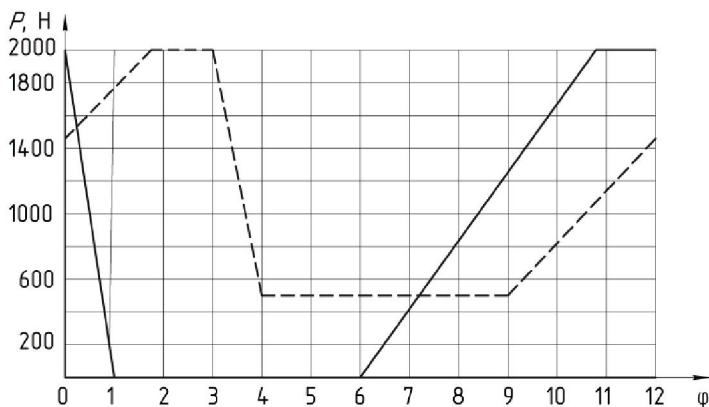


Рис. 2.1. Графики изменения сил, действующих на поршни:
 — сила P_3 ; ---- сила P_5

4. Результаты расчетов представлены в табл. 2.2.

Таблица 2.2. Результаты расчета сил

Сила	Положение											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
P_3	-1963	0	0	0	0	0	0	-210	-840	-1240	-1650	-1963
P_5	-1430	-1750	-1960	-1960	490	490	490	490	490	490	-810	-1310

5. Приведенный момент сил, приведенный к динамической модели, рассчитывается по зависимости (1.11) для всех положений механизма ($N = 12$ для машин с периодом цикла в один оборот кривошипного вала и $N = 24$ для четырехтактных ДВС). Результаты расчетов сводятся в табл. 2.3.

По результатам расчетов строится график изменения приведенного момента сил в функции изменения угла поворота динамической модели (рис. 2.2).

При построении графика рассчитываются масштабные коэффициенты по оси абсцисс μ_M и оси ординат μ_φ .

$$\mu_M = \frac{M_{п\max}}{y_{\max}}, \quad (2.4)$$

где $M_{п\max}$ – максимальное значение момента, подсчитанного по уравнению (1.11);

$y_{\max} = 50 \dots 120$ мм – длина отрезка, изображающего $M_{п\max}$ на чертеже.

Таблица 2.3. Результаты расчета сил

Положение	φ , град	φ , рад	Аналоги скоростей		Значение сил		M_b , Н·м
			V_{s3}^* , м	V_{s5}^* , м	P_3 , Н	P_5 , Н	
0	0	0	0	0	-1960	-1430	0
1	30	0,5236	0,056	0,032	0	-1750	-56
2	60	1,0472	0,088	0,064	0	-1960	-125,44
3	90	1,5708	0,088	0,088	0	-1960	-172,48
4	120	2,0944	0,064	0,088	0	490	43,12
5	150	2,618	0,032	0,056	0	490	27,44
6	180	3,1416	0	0	0	490	0
7	210	3,6652	0,036	0,064	-210	490	23,8
8	240	4,1888	0,064	0,064	-840	490	-22,4
9	270	4,7124	0,088	0,088	-1240	490	-66
10	300	5,236	0,088	0,064	-1650	-810	-197,04
11	330	5,7596	0,056	0,032	-1963	-1310	-151,85
12	360	6,2832	0	0	-1963	-1430	0

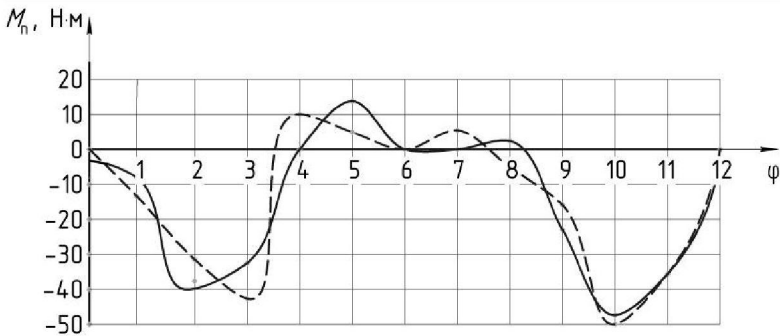


Рис. 2.2. Графики изменения приведенного момента сил:
 ——— $M(\varphi)$, - - - - M_n

При расчете M_n следует обратить внимание на то, что в уравнение (1.11) подставляются конкретные численные значения физических величин, которые будут повторяться при каждом цикле машинного агрегата. Для составления уравнения движения машинного агрегата необходимо приведенный момент сил представить в виде непрерывной математической функции. В качестве такой функции применяется периодический ряд Фурье. Для приведенного момента сил он представлен следующей формулой:

$$M(\varphi) = M_0 + M_{1c} \cos(\varphi) + M_{1s} \sin(\varphi) + M_{2c} \cos(2\varphi) + M_{2s} \sin(2\varphi) + \dots = M_0 + \tilde{M}(\varphi). \quad (2.5)$$

Коэффициенты ряда определяются по формулам:

$$M_0 = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{j=N} M_{nj}; \quad (2.6)$$

$$M_{nc} = \frac{2}{N} \sum_{j=0}^{j=N} M_{nj} \cos(n\varphi); \quad M_{ns} = \frac{2}{N} \sum_{j=0}^{j=N} M_{nj} \sin(n\varphi),$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$ – номера гармоник, принятых к расчету.

Составляем уравнение изменения приведенного момента в виде формулы (2.5) с учетом выражения (2.6) и определяем численные значения функции через каждые 30° (данные уравнения позволяют выполнить расчет через любой промежуток) угла поворота кривошипа.

Результаты расчетов с использованием компьютерной программы представлены в виде табл. 2.4.

Таблица 2.4. Результаты расчета $M(\varphi)$

Положение	φ , град	φ , рад	$M \cos \varphi$	$M \sin \varphi$	$M \cos 2\varphi$	$M \sin 2\varphi$	$M \cos 3\varphi$	$M \sin 3\varphi$	$M(\varphi)$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	-15,02
1	30	0,524	-48,5	-28	-28	-48,5	-3E-15	-56	-37,52
2	60	1,047	-62,72	-108,6	62,72	-108,6	125,44	-2E-14	-152,95
3	90	1,571	-1E-14	-172,5	172,48	-2E-14	3E-14	172,48	-133,91
4	120	2,094	-21,56	37,343	-21,56	-37,34	43,12	-1E-14	2,87
5	150	2,618	-23,76	13,72	13,72	-23,76	8E-15	27,44	52,21
6	180	3,142	0	0	0	0	0	0	2,57
7	210	3,665	-20,61	-11,9	11,9	20,611	3E-14	-23,8	-2,20
8	240	4,189	11,2	19,399	11,2	-19,4	-22,4	1E-14	9,54
9	270	4,712	1E-14	66	66	-2E-14	-4E-14	-66	-85,92
10	300	5,236	-98,52	170,64	98,52	170,64	197,04	-1E-13	-195,43
11	330	5,760	-131,5	75,924	-75,92	131,5	4E-13	151,85	-141,09
12	360	6,283	0	0	0	0	0	0	-15,02
Σ			-396	62,013	311,06	85,12	343,2	205,97	
K			-58	-66	10,336	51,843	14,187	57,2	34,328
			M_0	M_{c1}	M_{s1}	M_{c2}	M_{s2}	M_{c3}	M_{s3}

По полученным данным постройте график изменения $M(\varphi)$ в масштабе μ_M за цикл работ машинного агрегата, совместив его с графиком $M_{п} = f(\varphi)$ (см. рис. 2.2). Сходимость графиков оценивается визуально.