

# КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

## ВВЕДЕНИЕ

Кинематическое исследование механизмов состоит в изучении движения отдельных звеньев независимо от сил, вызывающих это движение, и может выполняться графическими, графоаналитическими и аналитическими методами.

Графические методы, основанные на построении диаграмм движения отдельных звеньев механизма с последующим графическим дифференцированием, обладают простотой и наглядностью. Однако они имеют недостаточную точность.

Графоаналитические методы кинематического анализа механизмов получили широкое распространение в инженерных расчетах и основаны на построении планов скоростей и ускорений механизма с последующим определением скоростей и ускорений наиболее характерных его точек. Имеют достаточную для инженерных расчетов точность. Однако с изменением размеров звеньев механизма требуется новое построение планов скоростей и ускорений механизма для определения кинематических параметров.

Аналитические методы основаны на получении математических зависимостей изменения кинематических параметров механизма как функции угла поворота ведущего звена. Имеют высокую точность расчетов. Из-за громоздкости уравнений аналитические исследования выполняются только с использованием современной вычислительной техники.

## 1. ОСНОВНЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

В любом механизме имеется звено (или несколько звеньев), которому задается движение в виде закона изменения угловой или линейной координат относительно принятой системы отсчета. Такое звено механизма называется *входным*. Число входных звеньев всегда равно числу степеней подвижности механизма. Линейные и угловые координаты, однозначно определяющие положение входного звена (звеньев) относительно принятой системы отсчета, называются *обобщенными*.

В рычажных механизмах заданное движение входного звена преобразуется в требуемое движение звена (звеньев), непосредственно вы-

полняющего технологический процесс. Звено (звенья), выполняющее технологический процесс (движущиеся по требуемому закону), называется *выходным*, или исполнительным. Установление зависимости между кинематическими характеристиками входного и выходного звеньев механизма является основной задачей кинематического анализа.

К кинематическим характеристикам механизмов относятся траектории точек, перемещения точек и звеньев, их скорости и ускорения.

К числу кинематических характеристик относятся и такие, которые не зависят от закона движения начальных звеньев, а определяются только строением механизма, размерами его звеньев и в общем случае зависят от обобщенных координат. Это функции положения, аналоги скоростей или передаточные функции, аналоги ускорений точек и звеньев механизма. Знание кинематических характеристик важно также и для динамического анализа механизма.

По кинематическим характеристикам конструктор делает вывод о том, насколько успешно выполнена одна из основных задач проектирования механизма – выбор структурной схемы и определение размеров звеньев. Следовательно, для создания механизма, наилучшим образом отвечающего поставленным требованиям, необходимо знать методы определения кинематических характеристик механизма.

Пусть в данный момент времени положение кривошипа  $AB$  (рис. 1.1) определяется углом поворота  $\varphi_1(t)$ , а шатуна  $BC$  – углом  $\varphi_2$ , который является неразрывной и однозначной функцией угла  $\varphi_1$ .

$$\varphi_2 = f(\varphi_1). \quad (1.1)$$

Для определения угловой скорости шатуна  $AB$  продифференцируем выражение (1.1) по времени  $t$ :

$$\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_2^* \cdot \omega_1, \quad (1.2)$$

где  $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$  – угловая скорость кривошипного вала (рад/с);

$\omega_2^* = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}$  – безразмерная величина, зависящая только от положения

механизма и независящая от угловой скорости кривошипного вала, называется *аналогом угловой скорости шатуна*.

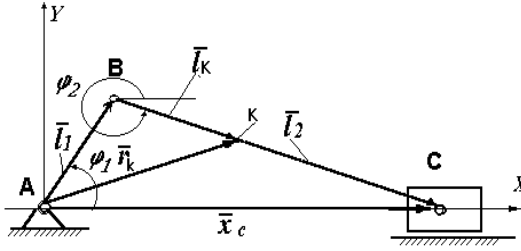


Рис. 1.1. Расчетная схема механизма

Дифференцируя по времени выражение (1.2), найдем угловое ускорение шатуна  $BC$ :

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d(\omega_2^* \cdot \omega_1)}{dt} = \omega_1 \cdot \frac{d\omega_2^*}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} + \omega_2^* \cdot \frac{d\omega_1}{dt} = \varepsilon_2^* \cdot \omega_1^2 + \varepsilon_1 \cdot \omega_2^*, \quad (1.3)$$

где  $\varepsilon_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$  – угловое ускорение кривошипного вала ( $\text{рад/с}^2$ );

$\varepsilon_2^* = \frac{d\omega_2^*}{d\varphi_1}$  – аналог углового ускорения звена 2.

Пусть положение точки  $K$  на звене  $AB$  механизма определяется радиус-вектором  $r_K$ , который является однозначной функцией угла  $\varphi_1$ , т. е.

$$\vec{r} = \vec{r}_1(\varphi_1). \quad (1.4)$$

В этом случае скорость точки  $K$  найдем, дифференцируя выражение (1.4) по времени:

$$\vec{V}_K = \frac{d\vec{r}_K}{dt} = \frac{d\vec{r}_K}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} = \vec{V}_K^* \cdot \omega_1, \quad (1.5)$$

где  $\vec{V}_K^*$  – аналог скорости точки  $K$ , имеет размерность длины, зависит от положения и размеров звеньев механизма и не зависит от угловой скорости кривошипного вала.

Дифференцируя выражение (1.5) по времени, получим следующее:

$$\vec{a}_K = \frac{d\vec{V}_K}{dt} = \frac{d(\vec{V}_K^* \cdot \omega_1)}{dt} = \omega_1 \cdot \frac{d\vec{V}_K^*}{d\varphi_1} \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} + \vec{V}_K^* \cdot \frac{d\omega_1}{dt} = \vec{a}_K^* \cdot \omega_1^2 + \varepsilon_1 \cdot \vec{V}_K^*, \quad (1.6)$$

где  $\vec{a}_K^* = \frac{d\vec{V}_K^*}{d\varphi_1}$  – аналог вектора ускорения точки  $K$  звена, имеет размерность длины.

Анализ зависимостей (1.1)–(1.6) показывает, что скорости и ускорения звеньев и их точек находятся простым перемножением их аналогов на угловую скорость или угловое ускорение кривошипного вала. Аналоги скоростей и ускорений звеньев и их точек зависят только от обобщенной координаты (положение механизма) и не зависят от закона движения входного звена.

При определении аналогов скоростей и ускорений звеньев механизмов графоаналитическим методом аналог угловой скорости кривошипного вала принимается равным единице ( $\omega_1^* = 1$ ).

Физическая сущность аналогов скоростей и аналогов ускорений точек состоит в том, что они определяют расстояние от данной точки до мгновенного центра соответственно скоростей и ускорений рассматриваемого звена механизма. Поэтому они измеряются в линейных единицах (метрах). Аналоги угловых скоростей звеньев для каждого конкретного положения механизма определяют передаточное отношение от рассматриваемого звена к кривошипному валу. Так как передаточное отношение является безразмерной величиной, то и аналоги угловых скоростей также не имеют размерности.

## 2. ПОСТРОЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ СХЕМ МЕХАНИЗМОВ

Для определения кинематических параметров механизмов графическими или графоаналитическими методами необходимо выполнить построение кинематических схем механизмов.

Исходными данными служат истинные размеры звеньев механизма.

*Кинематической* называется схема механизма, построенная в выбранном масштабе (масштабном коэффициенте).

Изображение кинематической схемы механизма в выбранном масштабе, соответствующее определенному положению входного звена, называется *планом механизма*. Масштаб плана механизма определяет размеры отрезков, изображающих длину звеньев и координаты точек звеньев.

Масштаб плана механизма обозначают  $\mu_l$  (с размерностью м/мм).

Под масштабом длин понимают отношение натуральной длины звена в единицах СИ, т. е. в метрах к длине отрезка, изображающего это звено на чертеже (в миллиметрах).

Масштаб кинематической схемы механизма определяется следующим образом: истинную длину кривошипа, рассчитанную ранее ( $l_{O_1A}$ ),

разделим на длину отрезка, изображающего кривошип на чертеже (рис. 2.1). Предварительно длину отрезка принимаем в пределах 30–60 мм.

$$\mu_l = \frac{l_{O_1A}}{O_1A}, \quad (2.1)$$

где  $l_{O_1A}$  – истинная длина звена, м;

$O_1A$  – длина отрезка, изображающего звено на чертеже, мм.

Если рассчитанный масштабный коэффициент не соответствует ГОСТу, то необходимо выбрать ближайший из заданного ряда: 50; 5; 0,5; 0,05; 0,005, ...; 20; 2; 0,2; 0,02; 0,002; 0,0002, ...; 10; 1; 0,1; 0,001; 0,0001 и т. д.

По принятому масштабу определяем длину отрезков, изображающих звенья механизма на чертеже, следующим образом:

$$O_1A = \frac{l_{O_1A}}{\mu_l}; \quad AB = \frac{l_{AB}}{\mu_l}; \quad BC = \frac{l_{BC}}{\mu_l} \text{ и т. д.}$$

Построение планов положений механизма начинаем с определения координат неподвижных точек и направляющих (рис. 2.1). Затем из центра вращения кривошипа радиусом  $O_1A$  описываем окружность и делим ее на 12 равных частей. В качестве нулевого принимаем положение, в котором точка  $B$  находится в верхней или нижней мертвых точках. Из отмеченных на окружности точек ( $A_0, A_1, A_2, A_3$  и т. д.) методом засечек строим 12 положений звеньев механизма. Одно из этих положений механизма вычерчиваем жирными линиями, а остальные – тонкими.

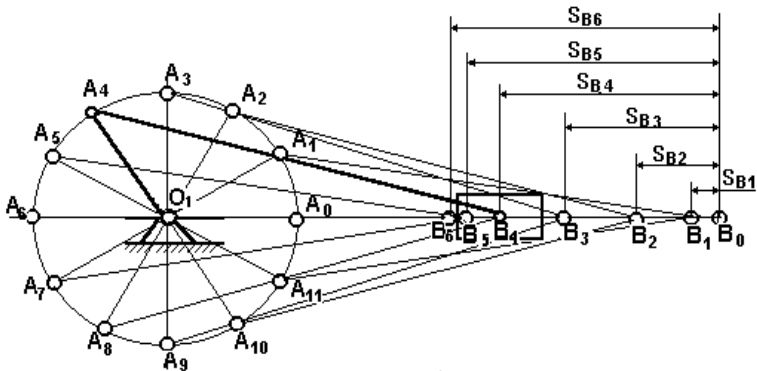


Рис. 2.1. Кинематическая схема механизма

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

**Цель работы:** приобрести навыки определения кинематических характеристик механизмов с использованием планов аналогов скоростей, построения годографов и графиков изменения аналогов скоростей и анализа полученных результатов.

**Оборудование:** действующие модели рычажных механизмов (или схема механизма, построенная в масштабе), чертежные приборы.

#### 3.1. Графоаналитический метод определения кинематических параметров

Графоаналитический метод основан на построении планов скоростей (или их аналогов) и дает возможность определить линейные скорости (или их аналоги) всех точек механизма, угловые скорости (или их аналоги) звеньев механизма в данном его положении. В основу метода положена теорема о сложении скоростей точек твердого тела при плоском движении.

$$\vec{V}_K = \vec{V}_M + \vec{V}_{KM}; \quad (3.1)$$

$$\vec{V}_K^* = \vec{V}_M^* + \vec{V}_{KM}^*. \quad (3.2)$$

Уравнение (3.1) в векторной форме отражает теорему сложения скоростей, а (3.2) – теорему сложения аналогов скоростей двух точек твердого тела при плоском движении.

В уравнениях (3.1) и (3.2) индексы означают:

$K$  – точка твердого тела, скорость (аналог скорости) которой следует определить по величине и направлению;

$M$  – точка твердого тела, скорость (аналог скорости) которой известна по величине и направлению;

$\vec{V}_{KM}$  – вектор скорости (или аналога скорости) точки  $K$  во вращательном движении вокруг точки  $M$ . Этот вектор всегда направлен перпендикулярно отрезку  $KM$ .

Направление вектора скорости точки  $K$  (или аналога скорости этой точки) определяется видом кинематической пары, которая используется для соединения двух звеньев механизма в точке  $K$ .

*В дальнейшем не будет делаться различия между планами скоростей и планами аналогов скоростей, так как эти планы отличаются только своими масштабами.*

Формула (3.1) или (3.2) последовательно составляется для каждого звена механизма по следующей методике:

1) на  $i$ -м звене механизма определяется хотя бы одна точка, скорость которой в данный момент нам известна. К такой относится точка образования вращательных кинематических пар между звеном и стойкой. Скорость этих точек всегда равна нулю. Эту точку принимаем за полюс и в векторном уравнении (3.2) вместо индекса  $M$  записываем ту букву, которой обозначена эта кинематическая пара на схеме;

2) на данном звене выбираем точку, скорость которой необходимо определить (чаще всего это точка, в которой рассматриваемое звено соединяется с последующим при помощи кинематической пары) и в векторном уравнении (3.2) вместо индекса  $K$  проставляем букву, которой обозначена эта точка на схеме;

3) по траектории абсолютного движения точки  $K$  устанавливается линия, по которой направлен вектор скорости этой точки (линия действия вектора);

4) дальнейшее решение векторного уравнения (3.1) сводится к определению величины и истинного направления векторов  $\vec{V}_{KM}^*$  и  $\vec{V}_K^*$  методом построения плана скоростей для данного положения механизма.

Для решения ряда практических задач по конструированию кинематических пар (определения зоны наиболее интенсивного износа, режима работы подшипников, зоны максимального динамического воздействия, мест подвода смазки и т. д.) по данным планов механизма и планов аналога скоростей строятся диаграммы изменения кинематических параметров наиболее характерных точек механизма в функции угла поворота кривошипного вала или их годографы. *Годографом* называется кривая линия, соединяющая концы пучка векторов, выходящих из одного центра. Годограф может быть построен для любой физической величины, которую можно изобразить в виде вектора (годограф перемещения, скорости, сил и т. д.). Если исследования выполняются за цикл работы механизма, то годографом является замкнутая кривая. Годограф скорости какой-либо точки строится путем последовательного параллельного переноса векторов скоростей этой точки из планов скоростей в какой-либо неподвижный центр и последующего соединения концов этих векторов плавной кривой линией.

Последовательность построения планов аналогов скоростей рассмотрим на примере.

### 3.11. Пример построения планов аналогов скоростей кривошипно-шатунного механизма II класса

Определение аналогов скоростей точек механизма по методу планов основано на графическом решении векторных уравнений кинематики точки и твердого тела и выполняется в следующей последовательности:

1) по результатам метрического синтеза строится кинематическая схема механизма и выбирается одно из положений;

2) записываем численные значения линейных размеров звеньев механизма в метрах и принимаем аналог угловой скорости кривошипа ( $\omega_1^* = 1$ ;  $l_1 = 0,11$  м;  $l_2 = 0,325$  м).

На рис. 3.1 представлена кинематическая схема кривошипно-шатунного механизма, выполненная в масштабе  $\mu_l = 0,005$  м/мм.

Степень подвижности данного механизма  $W = 1$ . Формула строения имеет следующий вид:

$$I(0-1) \rightarrow II(BBB)(2-3). \quad (3.3)$$

В соответствии с формулой строения, кинематический анализ начинается с определения параметров входного звена и заканчивается расчетом структурной группы, в которую входит выходное звено.

В рассматриваемом механизме входным звеном является кривошип  $OA$  длиной  $l_{OA} = 0,11$  м. В точке  $O$  кривошип образует со стойкой вращательную кинематическую пару (0–1). Аналог скорости этой точки в любой момент времени равен нулю. Поэтому для кривошипа точку  $O$  принимаем за полюс и в векторном уравнении (3.2) вместо  $\vec{V}_A$  записываем  $\vec{V}_O$ . В точке  $A$  кривошип  $OA$  с шатуном  $AB$  образуют вращательную кинематическую пару. Поэтому если мы определяем аналог скорости точки  $A$  кривошипа, то будет известен и аналог скорости точки  $A$  шатуна  $AB$ .

Следовательно, цель кинематического анализа входного звена – определение аналога скорости точки  $A$  кривошипа. Поэтому в векторном уравнении (3.2) вместо  $\vec{V}_K^*$  запишем  $\vec{V}_A^*$ , а вместо  $\vec{V}_{KM}^* - \vec{V}_{AO}^*$ . В этом случае векторное уравнение (3.2) примет следующий вид:

$$\vec{V}_A^* = \vec{V}_O^* + \vec{V}_{AO}^*. \quad (3.4)$$

Так как точка  $A$  (при вращении кривошипа вокруг точки  $O$ ) описывает окружность, то вектор  $\vec{V}_{AO}^*$  направлен перпендикулярно кривошипу в сторону его вращения.

Величина вектора  $\vec{V}_{AO}^*$  определяется по формуле

$$V_{AO}^* = \omega_1^* \cdot l_{OA} = 1 \cdot 0,11 = 0,11 \text{ м/с}. \quad (3.5)$$

Так как аналог угловой скорости определяет передаточное отношение от рассматриваемого звена к кривошипному валу, то (в нашем случае рассматриваемое звено – кривошип) передаточное отношение  $\omega_1^* = 1$ .

Для изображения вектора аналога скорости точки  $A$  на плане аналога скоростей выбираем масштабный коэффициент

$$\mu_V = \frac{V_A^*}{Pa} = \frac{0,11}{50} = 0,0022 \text{ м/мм}, \quad (3.6)$$

где  $Pa$  принимается в пределах 50–60 мм.

Полученный масштабный коэффициент не соответствует ГОСТу, поэтому необходимо принять ближайший из представленного ряда: 0,1; 0,01; 0,001; 0,0001; ...; 0,2; 0,02; 0,002; ...; 0,5; 0,05; 0,005; 0,0005 и т. д.

Принимаем масштабный коэффициент (в дальнейшем масштаб):

$$\mu_V = 0,0025 \text{ м/мм}.$$

В принятом масштабе вектор аналога скорости точки  $A$  на чертеже изображается отрезком

$$Pa = \frac{V_A^*}{\mu_A} = \frac{0,11}{0,0025} = 44 \text{ мм}. \quad (3.7)$$

Из точки  $P$  (произвольно выбранной на чертеже вблизи от кинематической схемы механизма) проводим луч перпендикулярно кривошипу  $OA$ . Начиная от точки  $P$ , на этом луче отложим отрезок  $Pa = 44$  мм. Острие этого вектора направим в сторону вращения кривошипа. Полученный отрезок  $Pa$  (в масштабе  $\mu_V$ ) изображает графическое решение векторного уравнения (3.3) и носит название аналога скорости точки  $A$  входного звена (рис. 3.1). Точка  $P$  называется полюсом плана скоростей. Абсолютная скорость этой точки равна нулю. *С полюсом плана аналога скоростей совпадают аналоги скоростей всех неподвижных точек механизма. На плане аналогов скоростей начало и конец векторов обозначается прописными буквами, соответствующими обозначению кинематических пар на кинематической схеме.*

В соответствии с формулой строения механизма, в точке  $A$  к кривошипной  $OA$  присоединена группа  $\Pi(BBP)(2-3-0)$ , состоящая из шатуна  $AB$  и ползуна.

Для определения аналога скорости точки  $B$  составим векторное уравнение:

$$\vec{V}_B^* = \vec{V}_A^* + \vec{V}_{BA}^* ; \quad (3.8)$$

$$\vec{V}_B^* \parallel OB; \vec{V}_A^* \perp OA; \vec{V}_{BA}^* \perp BA.$$

Векторное уравнение (3.8) решаем графически – строим план аналога скоростей в выбранном масштабе.

Через точку  $a$  отрезка проводим линию, перпендикулярную положению шатуна  $AB$ ; а из полюса  $P$  проводим линию, параллельную оси  $OB$ ; пересечение линий определило положение точки  $b$ , а треугольник  $Pab$  есть решение векторного уравнения (3.8) (рис. 3.1), из которого получаем:

$$V_B^* = (Pb) \cdot \mu_v = 38 \cdot 0,0025 = 0,095 \text{ м};$$

$$V_{BA}^* = (\dot{ab}) \cdot \mu_v = 30 \cdot 0,0025 = 0,075 \text{ м};$$

$$\omega_2^* = \frac{\vec{V}_{BA}^*}{l_2} = \frac{0,075}{0,325} = 0,23.$$

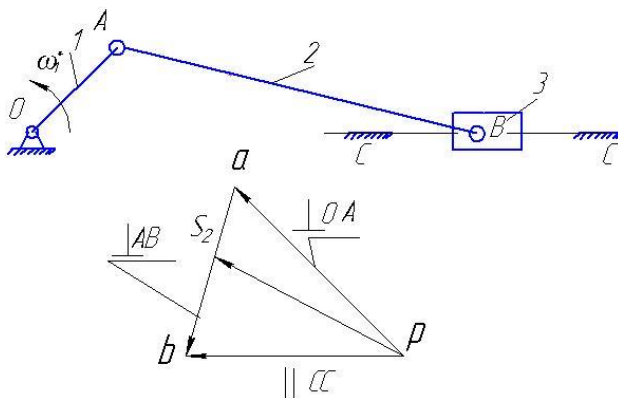


Рис. 3.1. Кинематическая схема кривошипно-шатунного механизма и план аналога скоростей

Применяя теорему подобия, определяем аналог скорости центра масс шатуна:

$$\frac{AS}{AB} = \frac{(as_2)}{(ab)} \Rightarrow (as_2) = (ab) \frac{AS_2}{AB} = 0,35(ab); \quad (3.9)$$

$$(as_2) = 30 \cdot 0,35 = 10,5 \text{ мм.}$$

Отмечаем точку  $S$  на плане аналога скоростей и полюс  $P$  соединяем с точкой  $S$ . Аналог скорости точки  $S$  определяем по формуле

$$V_{S_2}^* = (ps_2) \cdot \mu_v = 33 \cdot 0,0025 = 0,0825 \text{ м.}$$

Производим аналогичные расчеты и построения для других положений механизма и результаты заносим в таблицу.

Свойства планов аналога скоростей:

- 1) в полюсах планов аналогов скорости равны нулю – все неподвижные точки механизма расположены в полюсах;
- 2) абсолютные аналоги скоростей по величине и направлениям определяются относительно полюсов;
- 3) планы относительных аналогов скоростей звеньев механизма подобны планам звеньев, и их отрезки пропорциональны.

При проведении кинематического анализа необходимо учитывать соотношения:

- 1) если звенья образуют вращательную кинематическую пару, то их аналоги скоростей в данной точке равны;
- 2) если звенья образуют поступательную пару, то их аналоги скоростей в данной точке разные.

### 3.1.2. Пример построения планов аналогов скоростей кривошипно-кулисного механизма II класса

Определение аналогов скоростей точек механизма выполняется в следующей последовательности:

- 1) по результатам метрического синтеза строится кинематическая схема механизма и выбирается одно из положений;
- 2) записываем численные значения линейных размеров звеньев механизма в метрах и принимаем аналог угловой скорости кривошипа ( $\omega_1^* = 1$ ;  $l_1 = 0,13 \text{ м}$ ;  $l_{O_2O_1} = 0,25 \text{ м}$ ).

На рис. 3.2 представлена кинематическая схема кривошипно-кулисного механизма, выполненная в масштабе  $\mu_l = 0,01 \text{ м/мм}$ .

Степень подвижности данного механизма  $W = 1$ . Формула строения имеет следующий вид:

$$I(0-1) \rightarrow II(BPB)(2-3) \rightarrow II(PBP)(4-5). \quad (3.10)$$

В соответствии с формулой строения, кинематический анализ начинается с определения параметров входного звена и заканчивается расчетом структурной группы, в которую входит выходное звено.

В рассматриваемом механизме входным звеном является кривошип  $O_1A$  длиной  $l_{O_1A} = 0,13$  м. В точке  $O_1$  кривошип образует со стойкой вращательную кинематическую пару (0–1). Аналог скорости этой точки в любой момент времени равен нулю. Поэтому для кривошипа точку  $O_1$  принимаем за полюс, и в этом случае векторное уравнение примет следующий вид:

$$\vec{V}_{A_1}^* = \vec{V}_{O_1}^* + \vec{V}_{A_1O_1}^* \quad (3.11)$$

Так как точка  $A$  (при вращении кривошипа вокруг точки  $O_1$ ) описывает окружность, то вектор  $\vec{V}_{A_1O_1}^*$  направлен перпендикулярно кривошипу в сторону его вращения.

Величина вектора  $\vec{V}_{A_1O_1}^*$  определяется по формуле

$$V_{A_1O_1}^* = \omega_1^* \cdot l_{O_1A} = 1 \cdot 0,13 = 0,13 \text{ м/с} \quad (3.12)$$

Для изображения вектора аналога скорости точки  $A_1$  на плане аналога скоростей выбираем масштабный коэффициент

$$\mu_v = \frac{V_{A_1O_1}^*}{Pa_1} = \frac{0,13}{26} = 0,005 \text{ м/с} \wedge \text{ м} \quad (3.13)$$

где  $Pa_1$  принимается самостоятельно.

Полученный масштабный коэффициент соответствует ГОСТу, поэтому оставляем его.

Из точки  $P$  (произвольно выбранной на чертеже вблизи от кинематической схемы механизма) проводим луч перпендикулярно кривошипу  $O_1A$ . Начиная от точки  $P$ , на этом луче отложим отрезок  $Pa_1 = 26$  мм. Острие этого вектора направим в сторону вращения кривошипа. Полученный отрезок  $Pa_1$  (в масштабе  $\mu_v$ ) изображает графическое решение векторного уравнения (3.10) и носит название аналога скорости точки  $A_1$  входного звена (рис. 3.2). Точка  $P$  называется полюсом плана скоростей. Абсолютная скорость этой точки равна нулю.

В соответствии с формулой строения механизма, в точке  $A$  к кривошипу  $O_1A$  присоединена группа II(ВПВ)(2–3–0), состоящая из ползуна и кулисы  $O_2B$ .

Рассмотрим соединение звеньев в точке  $A$ .

Звенья 1 и 2 образуют вращательную кинематическую пару, а 2 и 3 – поступательную. Следовательно,

$$\vec{V}_{A_1} = \vec{V}_{A_2} \neq \vec{V}_{A_3}. \quad (3.14)$$

Значит, точка  $a_2$  на плане аналога скоростей будет совпадать с точкой  $a_1$ .

Для определения аналога скорости точки  $A_3$ , принадлежащей кулисе, составим систему векторных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_{A_3}^* &= \vec{V}_{A_{1,2}}^* + \vec{V}_{A_3A_2}^*; \\ \vec{V}_{A_3}^* &= \vec{V}_{f_2}^* + \vec{V}_{A_3f_2}^*. \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

где  $\vec{V}_{A_3A_2}^*$  – аналог скорости скольжения кулисы относительно ползуна 2, направление этого вектора параллельно кулисе ( $\vec{V}_{A_3A_2}^* \parallel AO_2$ );

$\vec{V}_{A_3O_2}^*$  – аналог скорости кулисы относительно точки ее вращения  $O_2$ , направление этого вектора перпендикулярно кулисе ( $\vec{V}_{A_3O_2}^* \perp AO_2$ ).

Систему векторных уравнений (3.15) решаем графически. Из точки  $a_1$  плана аналога скоростей проводим линию, параллельную кулисе, которая соответствует вектору  $\vec{V}_{A_3A_2}^*$ . Из точки  $P$  плана аналогов скоростей проводим линию, перпендикулярную кулисе, которая соответствует вектору  $\vec{V}_{A_3O_2}^*$ . Точка пересечения этих прямых определит положение точки  $a_3$  на плане аналогов скоростей.

Численные значения определяемых аналогов скоростей определим по уравнениям:

$$V_{\dot{A}_3\dot{A}_2}^* = (\dot{a}_2\dot{a}_3) \cdot \mu_V = 12 \cdot 0,005 = 0,06 \text{ м/с};$$

$$V_{\dot{A}_3}^* = (P\dot{a}_3) \cdot \mu_V = 23 \cdot 0,005 = 0,115 \text{ м/с};$$

$$\omega_3^* = \frac{V_{A_3}^*}{l_{AO_2}} = \frac{(Pa_3) \cdot \mu_V}{AO_2 \mu_l} = \frac{23 \cdot 0,005}{34 \cdot 0,01} = 0,338.$$

Для определения аналога скорости точки  $B_3$ , принадлежащей кулисе, применяем теорему подобия, на основании которой составляем соотношения отрезков:

$$\frac{O_2A}{O_2B} = \frac{(Pa_3)}{(Pb_3)} \Rightarrow (Pb_3) = Pa_3 \frac{O_2B}{O_2A} = 23 \frac{51}{34} = 34,5; \quad (3.16)$$

$$V_{A_3}^* = (Pb_3) \cdot \mu_V = 34,5 \cdot 0,005 = 0,173 \text{ м/с} .$$

Производим аналогичные расчеты и построения для других положений механизма и результаты заносим в таблицу.

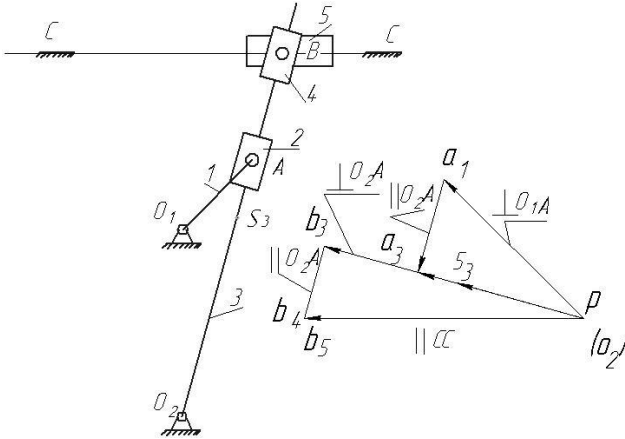


Рис. 3.2. Кинематический анализ кулисного механизма и план аналога скоростей

Аналог скорости точки  $B_3$  можно определить и по следующей формуле:

$$V_{B_3}^* = \omega_3^* l_{BO_2} = \omega_3^* \cdot BO_2 \mu_l = 0,338 \cdot 51 \cdot 0,01 = 0,173 \text{ м/с} .$$

Аналоги скоростей точек  $B_4$  и  $B_5$  равны, так как соединены вращательной кинематической парой. Для их определения необходимо составить векторное уравнение

$$\vec{V}_{B_{4,5}}^* = \vec{V}_{B_3}^* + \vec{V}_{B_4B_3}^* , \quad (3.17)$$

где  $\vec{V}_{B_{4,5}}^*$  – аналог скорости ползуна 5 относительно направляющих, направление этого вектора параллельно  $CC$  ( $\vec{V}_{B_{4,5}}^* \parallel CC$ );

$\vec{V}_{B_4B_3}^*$  – аналог скорости ползуна 4 относительно кулисы, направление этого вектора параллельно кулисе ( $\vec{V}_{B_4B_3}^* \parallel BO_2$ ).

Векторное уравнение (3.17) решаем графически. Из точки  $b_3$  плана аналога скоростей проводим линию, параллельную кулисе, которая

соответствует вектору  $\vec{V}_{B_4B_3}^*$ . Из точки  $P$  плана аналога скоростей проводим линию  $\vec{V}_{B_4B_3}^*$ , параллельную направляющим  $CC$ , которая соответствует вектору  $\vec{V}_{B_4,5}^*$ . Точка пересечения этих прямых определит положение точки  $b_5$  на плане аналогов скоростей.

Численные значения определяемых аналогов скоростей определим по уравнениям:

$$V_{B_4,5}^* = (Pb_{4,5}) \cdot \mu_V = 37 \cdot 0,005 = 0,185 \text{ м/с};$$

$$V_{B_4A_3}^* = (b_{4,5}b_3) \cdot \mu_V = 10 \cdot 0,005 = 0,05 \text{ м/с}.$$

### 3.1.4. Пример построения планов аналогов скоростей шарнирного шестизвенного рычажного механизма II класса

На рис. 3.3 представлена кинематическая схема шестизвенного механизма, выполненная в масштабе  $\mu_l = 0,01 \text{ м/мм}$ .

Степень подвижности данного механизма  $W = 1$ . Формула строения имеет следующий вид:

$$I(0-1) \rightarrow II(BBB)(2-3) \rightarrow II(BBII)(4-5-0). \quad (3.18)$$

В соответствии с формулой строения, кинематический анализ начинается с определения параметров входного звена и заканчивается расчетом структурной группы, в которую входит выходное звено.

В рассматриваемом механизме входным звеном является кривошип  $OA$  длиной  $l_{OA} = 0,14 \text{ м}$ . В точке  $O$  кривошип образует со стойкой вращательную кинематическую пару (0-1). Скорость этой точки в любой момент времени равна нулю. Поэтому для кривошипа точку  $O$  принимаем за полюс. В точке  $A$  кривошип  $OA$  с шатуном  $AB$  образуют вращательную кинематическую пару. Определяем аналог скорости точки  $A$  кривошипа.

$$\vec{V}_A^* = \vec{V}_O^* + \vec{V}_{AO}^*. \quad (3.19)$$

Так как точка  $A$  (при вращении кривошипа вокруг точки  $O$ ) описывает окружность, то вектор  $\vec{V}_{AO}^*$  направлен перпендикулярно кривошипу в сторону его вращения.

Величина вектора  $\vec{V}_{AO}^*$  определяется по формуле

$$V_{AO}^* = \omega_1^* \cdot l_{OA} = 1 \cdot 0,14 = 0,14 \text{ м/с}. \quad (3.20)$$

Так как аналог угловой скорости определяет передаточное отношение от рассматриваемого звена к кривошипному валу, то (в нашем случае рассматриваемое звено – кривошип) передаточное отношение  $\omega_1^* = 1$ .

Для изображения вектора аналога скорости точки  $A$  на плане аналога скоростей выбираем масштабный коэффициент

$$\mu_V = \frac{V_A^*}{Pa} = \frac{0,14}{35} = 0,004 \text{ м/мм}, \quad (3.21)$$

где  $Pa$  принимается в пределах 30–60 мм.

В принятом масштабе вектор аналога скорости точки  $A$  на чертеже изображается отрезком

$$Pa = \frac{V_A^*}{\mu_V} = \frac{0,14}{0,004} = 35 \text{ мм}. \quad (3.22)$$

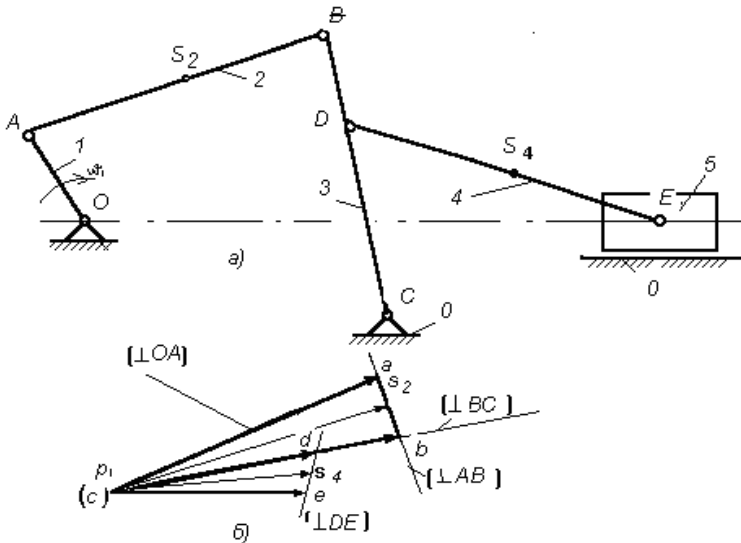


Рис. 3.3. Расчетная схема:  $a$  – кинематическая схема шестизвенного механизма;  $b$  – план аналога скоростей для заданного положения механизма

Из точки  $P$  (произвольно выбранной на чертеже вблизи от кинематической схемы механизма) проводим луч перпендикулярно кривошипу  $OA$ . Начиная от точки  $P$ , на этом луче отложим отрезок  $Pa = 35$  мм.

Острие этого вектора направим в сторону вращения кривошипа. Полученный отрезок  $Pa$  (в масштабе  $\mu_V$ ) изображает графическое решение векторного уравнения (3.19) и носит название аналога скорости точки  $A$  входного звена (см. рис. 3.3, б). Точка  $P$  называется полюсом плана скоростей. Абсолютная скорость этой точки равна нулю.

В соответствии с формулой строения механизма, в точке  $A$  к кривошипу  $OA$  присоединена группа  $\Pi(BBB)(2-3-0)$ , состоящая из шатуна  $AB$  и коромысла  $BC$ .

В точке  $B$  шатун  $AB$  и коромысло  $BC$  образуют вращательную кинематическую пару. Для шатуна  $AB$  известен вектор аналога скорости точки  $A$ . Для коромысла  $BC$  известен вектор аналога скорости точки  $C$  ( $\vec{V}_C^* = 0$ , так как в точке  $C$  коромысло  $BC$  образуют со стойкой вращательную кинематическую пару). Для определения аналога скорости точки  $B$  по величине и направлению составим векторные уравнения по формуле (3.23) для шатуна  $AB$  и коромысла  $BC$ , приняв соответственно точки  $A$  и  $C$  за полюса:

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_B^* &= \vec{V}_A^* + \vec{V}_{BA}^* ; \\ \vec{V}_B^* &= \vec{V}_C^* + \vec{V}_{BC}^* . \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

В первом уравнении системы (3.23) вектор  $\vec{V}_A^*$  известен по величине и направлению, а вектор  $\vec{V}_{AA}^*$  — только по направлению (направлен перпендикулярно звену  $AB$ ). Вектор  $\vec{V}_B^*$  аналога скорости точки  $B$ , как принадлежащей шатуну  $AB$ , не известен по величине и направлению.

Во втором уравнении системы (3.23) вектор  $\vec{V}_{AN}^*$  аналога скорости точки  $B$ , как принадлежащей коромыслу  $BC$ , направлен перпендикулярно отрезку  $BC$ . При этом из второго уравнения системы (3.23) следует, что  $\vec{V}_N^* = \vec{V}_{AN}^*$  (так как  $\vec{V}_N^* = 0$ ).

Следовательно, в уравнениях (3.23) не известна величина векторов  $\vec{V}_B^*$  и  $\vec{V}_{BA}^*$ . Эти величины могут быть определены при совместном решении уравнений (3.23) графическим методом.

Графическое решение системы векторных уравнений выполняется в следующей последовательности:

1) в соответствии с первым векторным уравнением системы (3.23) из точки  $a$  плана аналога скоростей (см. рис. 3.3, б) проводим линию, перпендикулярную звену  $AB$ , что соответствует линии действия векто-

ра  $\vec{V}_{BA}^*$ . Где-то на этой прямой должна находиться точка  $b$ , определяющая конец вектора  $\vec{V}_{BA}^*$ ;

2) в соответствии со вторым векторным уравнением системы (3.23), из точки  $c$  плана аналога скоростей (она совпадает с полюсом  $P$ , так как  $\vec{V}_C^* = 0$ ) (см. рис. 3.3, б) проводим линию, перпендикулярную звену  $BC$  (что соответствует линии действия вектора  $\vec{V}_{BC}^*$ ), до пересечения с линией действия вектора  $\vec{V}_{BA}^*$ . Точка пересечения этих прямых и определит положение точки  $b$  на плане аналогов скоростей, что соответствует концу векторов  $\vec{V}_{BA}^*$  и  $\vec{V}_{BC}^*$ .

На плане аналогов скоростей отрезок  $ab$  в масштабе изображает аналог относительной скорости точки  $B$  во вращении вокруг точки  $A$ . Отрезок  $cb$  в масштабе изображает аналог относительной скорости точки  $B$  во вращательном движении коромысла  $BC$  вокруг точки  $C$ . Так как точка  $C$  коромысла совпадает с полюсом плана аналога скоростей, то аналог абсолютной скорости точки  $B$  коромысла  $BC$  равен относительной скорости, т. е.  $\vec{V}_B^* = \vec{V}_{BC}^*$ .

Положение точек  $S_2, S_3, D$  и др. на плане аналогов скоростей удобно определять по теореме подобия: *отрезки прямых линий, соединяющие точки на кинематической схеме звена механизма, и отрезки прямых линий, соединяющие концы векторов относительных скоростей этих точек на плане скоростей, образуют подобные и сходно расположенные фигуры*. Фигура на плане скоростей повернута на  $90^\circ$  относительно фигуры схемы звена, а порядок букв на схеме механизма и плане аналога скоростей должен сохраняться (сходно располагаться) при обходе контура по часовой (или против часовой) стрелке.

Эта теорема позволяет определять аналогии скоростей любых точек любого звена механизма не из уравнений, а графически, т. е. построением подобных фигур или пропорциональных отрезков.

Применительно к точкам  $S_2, S_3$  и  $D$ , определяющим положение центра масс шатуна  $AB$  и коромысла  $BC$  и точки присоединения структурной группы (4–5) к коромыслу 3, теорема подобия имеет следующий вид:

$$\frac{AB}{AS_2} = \frac{ab}{as_2}; \quad \frac{CB}{CS_3} = \frac{cb}{cs_3}; \quad \frac{CB}{CD} = \frac{cb}{cd}. \quad (3.24)$$

Из соотношений определяется положение точек  $S_2, S_3$  и  $D$  на плане аналога скоростей:

$$as_2 = \frac{ab \cdot AS_2}{AB}; cs_3 = \frac{cb \cdot CS_3}{CB}; cd = \frac{cd \cdot CD}{CB}. \quad (3.25)$$

Соединив на плане аналога скоростей точки  $s_2, s_3$  и  $d$  с полюсом, получим направление и абсолютную величину вектора аналога скоростей центров масс звеньев 2 и 3 и точки  $D$  соответственно. Модули этих величин будут равны:

$$V_{S_2}^* = (Ps_2) \cdot \mu_V; V_{S_3}^* = (Ps_3) \cdot \mu_V; V_D^* = (Pd) \cdot \mu_V. \quad (3.26)$$

Аналоги угловых скоростей звеньев 2 и 3 определяются по следующим зависимостям:

$$\omega_2^* = \frac{V_{BA}^*}{l_{AB}}; \omega_3^* = \frac{V_{BC}^*}{l_{BC}}. \quad (3.27)$$

Чтобы определить направление угловой скорости звена, мысленно выделяют это звено и шарнирно закрепляют одну из его точек (например, точку  $A$  шатуна  $AB$ ). Затем в точку  $B$  из плана аналога скоростей параллельно самому себе переносят вектор  $ba$ , изображающий на плане аналога скоростей относительную скорость  $\vec{V}_{BA}^*$ . Так как вектор аналога скорости  $ba$  всегда перпендикулярен звену  $BA$ , то стрелка этого вектора укажет направление вращения шатуна  $AB$  относительно точки  $A$ .

Таким образом, определяются все кинематические параметры структурной группы.

**Построение планов аналогов скоростей группы Ассура, состоящей из звеньев 4–5**, которая вращательной кинематической парой в точке  $D$  присоединена к коромыслу 3 (см. рис. 3.3). В точке  $E$  шатун 4 образует с ползуном 5 вращательную кинематическую пару. Ползун 5 этой группы образует с неподвижной направляющей (стойкой) поступательную кинематическую пару.

Следовательно, вектор абсолютной скорости (или ее аналог) всегда направлен параллельно направляющим ползуна.

Так как при поступательном движении тела аналоги скоростей всех точек будут одинаковые, то и вектор аналога скорости точки  $E$  шатуна будет направлен параллельно направляющей.

Таким образом, для шатуна 4 известен аналог скорости точки  $D$  по величине и направлению (на плане аналогов скоростей этот вектор изображен отрезком  $Pd$ ), а также направление абсолютной скорости

точки  $E$ . Приняв точку  $D$  за полюс, векторное уравнение для определения величины аналога скорости точки  $E$  будет иметь следующий вид:

$$\vec{V}_E^* = \vec{V}_D^* + \vec{V}_{ED}^*, \quad (3.28)$$

где  $\vec{V}_D^*$  – вектор скорости точки  $E$  во вращательном движении шатуна  $DE$  вокруг полюса  $D$ .

При любом положении шатуна 4 этот вектор будет всегда направлен перпендикулярно отрезку  $DE$ .

Следовательно, в векторном уравнении (3.28) векторы  $\vec{V}_E^*$  и  $\vec{V}_{ED}^*$  неизвестны по величине.

Графическое решение векторного уравнения (3.28) выполняется в такой последовательности: из точки  $d$  на плане аналога скоростей проводим линию, перпендикулярную звену  $DE$ , которая соответствует линии действия вектора аналога скорости  $\vec{V}_{ED}^*$ . Из полюса  $P$  плана аналога скоростей проводим прямую, параллельную направляющей ползуна, которая соответствует линии действия вектора аналога скорости  $\vec{V}_E^*$ . Точка пересечения этих двух прямых определит положение точки  $e$  на плане аналога скоростей. Длина вектора  $de$  на плане аналога скоростей соответствует вектору аналога скорости  $\vec{V}_{ED}^*$ , а длина вектора  $Pe$  на плане аналога скоростей соответствует вектору  $\vec{V}_E^*$ .

Модули искоемых аналогов скоростей определим по формулам:

$$V_{ED}^* = (de) \cdot \mu_V; \quad V_E^* = (Pe) \cdot \mu_V. \quad (3.29)$$

Для определения аналогов скорости центров масс звена  $DE$  ( $V_{S_4}^*$ ) можно воспользоваться теоремой подобия, на основании которой составляется соотношение

$$\frac{DE}{DS_4} = \frac{de}{ds_4}, \quad (3.30)$$

из которого определяется положение точки  $S_4$  на плане аналога скоростей:

$$ds_4 = \frac{de \cdot DS_4}{DE}. \quad (3.31)$$

Соединив точку  $S_4$  с полюсом  $P$ , получим направление и величину вектора аналога скорости центра масс звена 4. Модуль аналога скорости будет равен:

$$V_{S_4}^* = (P_{S_4}) \cdot \mu_V. \quad (3.32)$$

Аналог угловой скорости звена 4 определяется по зависимости

$$\omega_4^* = \frac{V_{ED}^*}{l_{DE}}. \quad (3.33)$$

Направление аналогов угловой скорости звена 4 определяется вектором  $\vec{V}_{ED}^*$ , который необходимо перенести в точку  $D$  на кинематической схеме и определить, в каком направлении будет вращать данный вектор звено 4.

Аналогичным образом определяются аналоги скоростей механизма во всех его положениях. Результаты расчетов заносятся в таблицу. По результатам расчетов строятся годографы скоростей центров масс звеньев и графики изменения аналогов угловых скоростей звеньев.

### 3.2. Последовательность выполнения лабораторной работы

1. Произвести структурный анализ заданного механизма и составить формулу его строения.

2. Выбрать масштаб и построить план механизма для 12 равноотстоящих положений кривошипного вала. Одно из положений выделить жирными линиями, пронумеровать рисунок и сделать соответствующую подрисуючную подпись.

3. Построить планы аналогов скоростей для положений механизма, определенных преподавателем.

4. Определить аналоги скоростей характерных точек механизма, а также аналоги угловых скоростей всех звеньев механизма. Результаты расчетов свести в таблицу.

5. Построить годографы аналогов скоростей центров масс звеньев и графики изменения аналогов угловых скоростей.

6. Выполнить анализ полученных результатов расчета.

*Графическая часть выполняется карандашом с использованием чертежных инструментов и с учетом ЕСКД.*

## 4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

**Цель работы:** приобрести навыки составления уравнений замкнутости контура и вывода аналитических зависимостей для определения

кинематических параметров рычажных механизмов; составления алгоритма расчета заданных параметров для ЭВМ; анализа влияния размеров механизма на кинематические параметры; построения годографов и графиков изменения скоростей, ускорений и анализа полученных результатов.

**Оборудование:** действующие модели механизмов, их кинематические схемы, чертежные приборы.

#### **4.1. Определение кинематических параметров рычажных механизмов аналитическим методом**

Сущность аналитического метода заключается в том, что линейные и угловые координаты, скорости, ускорения звеньев и передаточные функции определяются в виде аналитических зависимостей, которые содержат конечное число алгебраических или тригонометрических операций. Исходными данными являются кинематическая схема, определяющая его структуру, размеры звеньев и их взаимное расположение в зависимости от положения кривошипного вала. Каждому положению кривошипного вала соответствует строго определенное взаимосвязанное расположение звеньев механизма на плоскости, т. е. звенья механизма образуют плоский замкнутый контур. Стороны этого контура принято обозначать в виде векторов, длина которых равна длине соответствующего звена механизма. Векторы, образующие замкнутый контур, относятся к одной из четырех групп:

а) векторы, постоянные по величине и переменные по направлению (звенья совершают вращательное или плоскопараллельное движение);

б) векторы, постоянные по линии действия и переменные по направлению (звенья совершают возвратно-поступательное движение);

в) векторы, переменные по величине и направлению (в процессе движения механизма изменяется длина вектора и его положение, например в кулисных механизмах);

г) векторы, постоянные по величине и направлению (отрезки, соединяющие две неподвижные точки механизма).

Положение векторов групп а и в однозначно определяется углами, отсчитываемыми в положительном направлении (против часовой стрелки) от оси абсцисс. Угол  $\varphi_1$ , определяющий положение кривошипа в данный момент, называется *обобщенной координатой*.

За начало отсчета угла  $\varphi_1$  принимается то положение механизма, когда исполнительное звено находится в одном из крайних положений (начало или окончание рабочего хода).

Длина векторов групп б и в также однозначно определяется значением обобщенной координаты  $\varphi_1$ .

Таким образом, задача кинематического анализа рычажных механизмов сводится к установлению математической зависимости между углом  $\varphi_i$ , определяющим положение вектора  $\vec{l}_i$  или его длину, и обобщенной координатой  $\varphi_1$ , определяющим положение кривошипного вала в заданный момент времени, т. е.

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \varphi(\varphi_1); \\ l_i &= l(\varphi_1). \end{aligned} \quad (4.1)$$

Для решения поставленной задачи рекомендуется начало системы координат совмещать с осью вращения кривошипного вала, а ось абсцис связывать со стойкой (например, совместить с направляющей движения исполнительного звена).

В качестве примера воспользуемся методом замкнутого контура для определения кинематических параметров кривошипно-ползунного механизма.

#### **4.1.1. Пример составления аналитических зависимостей для определения кинематических параметров**

В произвольном положении звенья механизма образуют треугольник  $ABC$ . Стороны этого треугольника представим в виде векторов  $A\vec{B} = \vec{l}_1$ ;  $B\vec{C} = \vec{l}_2$ ;  $A\vec{C} = \vec{x}_C$ . Следует отметить, что векторы  $\vec{l}_1$  и  $\vec{l}_2$  постоянны по величине и переменны по направлению, а вектор  $\vec{x}_C$  постоянный по направлению и переменный по величине. Положение векторов  $\vec{l}_1$  и  $\vec{l}_2$  однозначно определяется углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , отсчитываемыми от положительного направления оси  $Ax$  против часовой стрелки. При этом угол  $\varphi_1$ , определяющий положение кривошипа  $AB$ , считается известным и принимается за обобщенную угловую координату. Положение вектора  $\vec{l}_2$  определяется углом  $\varphi_2$ , величина вектора  $\vec{x}_C$  является однозначной функцией обобщенной координаты  $\varphi_1$ . Основная задача

аналитических исследований рычажных механизмов – установление аналитического выражения  $\varphi_2 = f(\varphi_1)$  и  $\vec{x}_c = f(\varphi_1)$ .

Для кривошипно-ползунного механизма (рис. 4.1) векторное уравнение замкнутого контура имеет следующий вид:

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_2 = \vec{x}_c. \quad (4.2)$$

Запишем проекции уравнения (4.2) на оси координат:

$$\left. \begin{aligned} l_1 \cos(\varphi_1) + l_2 \cos(\varphi_2) &= x_c; \\ l_1 \sin(\varphi_1) + l_2 \sin(\varphi_2) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

откуда

$$\sin(\varphi_2) = \frac{-l_1 \sin(\varphi_1)}{l_2}. \quad (4.4)$$

Дифференцируя уравнения (4.3) по обобщенной координате  $\varphi_1$ , имеем:

$$\left. \begin{aligned} -l_1 \sin(\varphi_1) - \omega_2^* l_2 \sin(\varphi_2) &= V_c^*; \\ l_1 \cos(\varphi_1) + \omega_2^* l_2 \cos(\varphi_2) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4.5)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} \omega_2^* &= \frac{-l_1 \cos(\varphi_1)}{l_2 \cos(\varphi_2)}; \\ V_c^* &= \frac{dx_c}{d\varphi_1} = -l_1 \sin(\varphi_1) - \omega_2^* l_2 \sin(\varphi_2). \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Координата какой-либо точки  $S$  на шатуне  $BC$  однозначно определяется из условия замкнутости контура  $ABSA$  радиус-вектором  $A\vec{S} = \vec{r}$  (рис. 4.1).

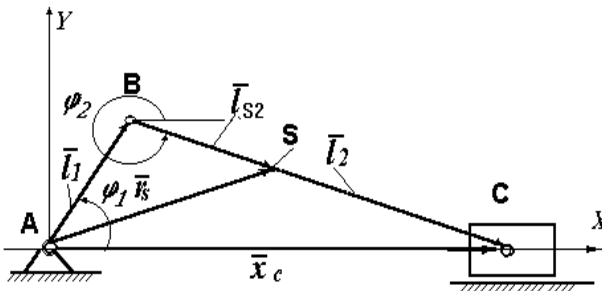


Рис. 4.1. Расчетная схема кривошипно-ползунного механизма

Составим векторное уравнение замкнутости данного контура:

$$\vec{l}_1 + \vec{l}_{S2} = \vec{r}. \quad (4.7)$$

Проектируя равенство (4.6) на оси координат, получим:

$$\left. \begin{aligned} l_1 \cos(\varphi_1) + l_{S2} \cos(\varphi_2) &= r_x; \\ l_1 \sin(\varphi_1) + l_{S2} \sin(\varphi_2) &= r_y. \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Дифференцируя уравнение (4.8) по обобщенной координате, определяются проекции аналога скорости точки  $S$  на координатные оси

$$\left. \begin{aligned} -l_1 \sin(\varphi_1) - \omega_2^* l_{BS2} \sin(\varphi_2) &= V_{S2x}^*; \\ l_1 \cos(\varphi_1) + \omega_2^* l_{BS2} \cos(\varphi_2) &= V_{S2y}^*. \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

В системе уравнений (4.9) угол  $\varphi_2$  и аналог угловой скорости шатуна  $\omega_2^*$  считаются известными и определяются по уравнениям (4.4), (4.6).

Модуль аналога скорости данной точки определяется по следующей формуле:

$$V_{S2}^* = \sqrt{(V_{S2x}^*)^2 + (V_{S2y}^*)^2}. \quad (4.10)$$

Направление вектора  $\vec{V}_{S2}^*$  относительно осей координат определяется направляющим косинусом:

$$\cos(\beta) = \frac{V_{S2x}^*}{V_{S2}^*} \quad \text{и} \quad \sin(\beta) = \frac{V_{S2y}^*}{V_{S2}^*}. \quad (4.11)$$

Аналогичным образом можно получить уравнения для любых других сложных плоских рычажных механизмов.

*Аналитические зависимости для определения кинематических параметров основных рычажных механизмов приведены в лекционном курсе по дисциплине «Теория машин и механизмов».*

## 4.2. Последовательность выполнения лабораторной работы

1. Произвести структурный анализ заданного механизма и составить формулу его строения.
2. Вычертить структурную схему механизма, длины звеньев представить в виде соответствующих векторов и привести подрисуночную подпись.
3. Составить векторное уравнение замкнутости контура.
4. Выразить необходимые зависимости для определения кинематических параметров механизма.

5. Составить алгоритм расчета для определения кинематических параметров механизма.

6. Рассчитать кинематические параметры механизма для размеров звеньев, заданных преподавателем, результаты расчетов свести в таблицу.

7. Построить графики изменения аналогов угловых скоростей и ускорений звеньев механизма.

8. Выполнить анализ полученных результатов расчета.

*Графическая часть выполняется карандашом с использованием чертежных инструментов.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболовский, И. И. Теория механизмов и машин: учебник / И. И. Артоболовский. – М.: Наука, 1988. – 640 с.

2. Козловский, М. З. Теория механизмов и машин. Структура и кинематика механизмов: лекции / М. З. Козловский. – СПб.: СПбГТУ, 1993. – 80 с.

3. Лебедев, В. И. Синтез механизмов с пассивными связями / В. И. Лебедев, А. М. Турланов // Теория механизмов и машин. – 2003. – № 2. – С. 28–31.

4. Пейсах, Э. Е. Система проектирования плоских рычажных механизмов / Э. Е. Пейсах, В. А. Нестеров. – М.: Машиностроение, 1988. – 233 с.

5. Решетов, Л. Н. Самоустанавливающиеся механизмы: справочник / Л. Н. Решетов. – М., 1985. – 428 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1. Основные кинематические характеристики рычажных механизмов.....	3
2. Построение кинематических схем механизмов.....	6
3. Определение кинематических характеристик плоских рычажных механизмов графоаналитическим методом.....	8
3.1. Графоаналитический метод определения кинематических параметров.....	8
3.1.1. Пример построения планов аналогов скоростей кривошипно-шатунного механизма II класса.....	10
3.1.2. Пример построения планов аналогов скоростей кривошипно-кулисного механизма II класса.....	13
3.1.3. Пример построения планов аналогов скоростей шарнирного шестизвенного механизма II класса.....	17
3.2. Последовательность выполнения лабораторной работы.....	23
4. Аналитические методы определения кинематических параметров рычажных механизмов.....	23
4.1. Определение кинематических параметров рычажных механизмов аналитическим методом.....	24
4.1.1. Пример составления аналитических зависимостей для определения кинематических параметров.....	25
4.2. Последовательность выполнения лабораторной работы.....	27
Литература.....	28