Лекция 7 **ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ОДНОФАКТОРНОГО ПОЛЕВОГО ОПЫТА**

1. Виды экспериментальных исследований
2. Дисперсионный анализ данных однофакторного полевого опыта
3. Дисперсионный анализ данных однофакторного полевого опыта проведенного по схеме латинского квадрата.

Вопрос 1

Эксперимент является важнейшей составной частью научных исследований, в основе которого находится научно поставленный опыт с точно учитываемыми и управляемыми условиями. Само по себе понятие «эксперимент» означает действие, направленное на создание условий в целях воспроизведения того или иного явления и по возможности наиболее чистого, т.е. не осложняемого другими явлениями. Основная цель эксперимента – выявление свойств исследуемых объектов, проверка справедливости гипотез и на этой основе широкое и глубокое изучение темы научного исследования. Постановка и организация эксперимента определяются его назначением. Эксперименты, которые проводятся в различных отраслях науки, являются отраслевыми и имеют соответствующие названия: физические, химические, биологические, социальные, психологические, и т.п. Эксперименты различаются:

– по целям исследования (констатирующие, преобразующие, поисковые, решающие, контролирующие);

– по способу формирования условий (естественный и искусственный);

– по структуре изучаемых объектов и явлений (простые, сложные);

– по организации проведения (лабораторные, натурные, полевые, производственные и т.п.);

– по характеру внешних воздействий на объект исследования (вещественные, энергетические, информационные);

– по характеру взаимодействия средства экспериментального исследования с объектом исследования (обычный и модельный)

– по типу моделей, исследуемых в эксперименте (материальный и мысленный);

– по числу варьируемых факторов (однофакторный и многофакторный);

– по контролируемым величинам (пассивный и активный);

– по характеру изучаемых объектов или явлений (технологический, социометрический) и т.п.

Для классификации экспериментов могут быть использованы и другие признаки. Лабораторный эксперимент проводится в лабораторных условиях с применением специальных моделирующих установок, типовых приборов, стендов, оборудования и т.д. Чаще всего в лабораторном эксперименте изучается не сам объект, а его образец (модель). Этот эксперимент позволяет доброкачественно, с требуемой повторностью изучить влияние одних характеристик при варьировании других, тем самым получить хорошую научную информацию с минимальными затратами времени и ресурсов. Однако такой эксперимент не всегда полностью моделирует реальный ход изучаемого процесса, поэтому возникает потребность в проведении натурного эксперимента. Натурный эксперимент проводится в естественных условиях и на реальных объектах. Этот вид эксперимента часто используется в процессе натурных испытаний изготовленных систем. В зависимости от места проведения испытаний натурные эксперименты подразделяются: на производственные, полигонные, полевые, полунатурные и т.п. Натурный эксперимент всегда требует тщательного продумывания и планирования, а также рационального выбора методов исследования. Основной научной проблемой натурного эксперимента является обеспечение достаточного соответствия (адекватности) условий эксперимента реальной ситуации, в которой затем будет работать создаваемый объект. Поэтому центральными задачами натурного эксперимента являются:

– идентификация статистических и динамических параметров объекта;

– изучение характеристик воздействия среды на испытываемый объект;

– оценка эффективности функционирования объекта и проверка его на соответствие заданным требованиям.

Однофакторный эксперимент предполагает:

– выделение особо значимых факторов;

– поочередное варьирование факторов, интересующих исследователя;

– стабилизацию мешающих факторов.

Суть многофакторного эксперимента состоит в том, что варьируются все переменные сразу и каждый эффект оценивается по результатам всех опытов, проведенных в данной серии экспериментов. При проведении пассивного эксперимента предусматривается измерение только выбранных показателей (переменных, параметров) в результате наблюдения за объектом без искусственного вмешательства в его функционирование.

В заключение отметим, что для проведения эксперимента любого типа необходимо:

– сформулировать гипотезу, подлежащую проверке;

– создать программы экспериментальных работ;

– определить способы и приемы вмешательства в объект исследования;

– обеспечить условия для осуществления процедуры экспериментальных работ;

– разработать пути и приемы фиксирования хода и результатов эксперимента;

– подготовить средства эксперимента (модели, установки, приборы, и т.п.).

– обеспечить эксперимент необходимым обслуживающим персоналом.

Вопрос 2

Пример обработки данных однофакторного опыта, имеющего четыре варианта (L) и три повторности методом дисперсионного анализа.

Таблица 3.1 **Урожайность пшеницы в зависимости от минеральных удобрений**

Вариант	Повторность			Сумма	Среднее
	1	2	3	$\sum V$	$\bar{x}_v$
1.$P_{60}K_{60}$ фон	15,0	16,2	17,4	48,6	16,2
2.N_{60}+ фон	18,4	17,5	18,4	54,3	18,1
3.N_{90}+ фон	20,2	19,0	19,9	59,1	19,7
4.N_{120}+ фон	16,5	15,1	17,1	48,7	16,3
Сумма $\sum P$	70,1	67,8	72,8	$\sum X$=210,7	$\bar{x}_0$=17,5

Порядок решения, следующий:

1.Составляем таблицу 3.1 урожаев.

2.Находим общее число делянок в опыте: $N=\ell\times n=4\times3=12$.

3.Находим суммы по вариантам, суммируя данные по повторностям. Например, для первого варианта 15,0+16,2+17,4=48,6.

4.Находим суммы по повторностям. Например, для первой повторности имеем :15,0+18,4+20,2+16,5=70,1.

5.Выполняем проверку правильности расчетов, используя равенство: $\sum P=\sum V=\sum X$=70,1+67,8+72,8=48,6+54,3+59,1+48,7=210,7.

6.Находим средние арифметические ($\bar{x}$) по каждому варианту делением суммы вариантов на число повторностей: для первого варианта

48,6/3=16,2.

7. Среднюю арифметическую опыта ($\bar{x}_0$) находим делением общей суммы на число делянок в опыте: 210,7/12=17,5.

8.Определяем C_y, C_p, C_v, C_z.

Суммы квадратов отклонений (общую - C_y; повторений - C_p; вариантов – C_v; ошибок - C_z) можно определить двумя способами: первый – через произвольное число А, а второй способ через А=0.

Произвольное число А – это круглые целые числа – 0, 5, 10, 15, 20 и т.д. При общей средней $\bar{x}_0$=17,6, значение А может быть равно 15 или 20, то есть ближайшие круглые целые числа к средней опыта. Примем А равное 15.

Виды варьирования C_y, C_p, C_v, C_z можно установить двумя способами.

Первый способ.

1)Составляем таблицу отклонений поделяночных урожаев

Таблица 3.2 **Данные отклонений от произвольного числа А=15**

Варианты	Отклонения (X – 15)*			Сумма
	1	2	3	ΣV_A
1.	0	1,2	2,4	3,6
2.	3,4	2,5	3,4	9,3
3.	5,2	4,0	4,9	14,1
4.	1,5	0,1	2,1	3,7
Сумма (ΣP_A)	10,1	7,8	12,8	[(X – A)]=30,7

⁕ Отклонения могут быть положительными и отрицательными. Промежуточные расчеты ведутся с точностью до второго знака после запятой, конечные результаты округляются с точностью до исходных данных.

Данные в таблице 3.2 получены следующим образом:

Для первой повторности – первое отклонение равно X1-A=15-15=0

Второе – X2-A=16,2-15=1,2; третье – X3-A=17,4-15=2,4;

четвертое –X4-A=18,4-15=3,4 и т.д.

2)Выполняем проверку правильности найденных сумм отклонений:

$\mathbf{\Sigma P_A = \Sigma V_A = [(X - A)]}$

10,1+7,8+12,8=3,6+9,3+14,1+3,7=30,7

3)Общее число наблюдений N в опыте находим. умножая число вариантов на число повторений

$N=\ell \times n=4\times 3=12$.

4)Определяем корректирующий фактор (C) используя выражение:

$C=\mathbf{[(X - A)]^2/N} = 30{,}7^2/12=942{,}49/12=78{,}54$.

5) Находим общую сумму квадратов отклонений по формуле:

$\mathbf{C_y=\sum(X-A)^2-C}$

$C_y=0^2+1{,}2^2+2{,}4^2+3{,}4^2+5{,}2^2+4{,}0^2+4{,}9^2+1{,}5^2+0{,}1^2+3{,}4^2-78{,}54=31{,}79$.

6) Определяем сумму квадратов отклонений повторений

$\mathbf{C_p= \sum P_A^2 / \ell -C}$

$C_p = (10{,}1^2+7{,}8^2+12{,}8^2):4-78{,}54 =3{,}17$.

7) Определяем сумму квадратов отклонений вариантов

$\mathbf{C_v=\sum V_A^2/\mathit{n}-C}$

$C_v= (3{,}6^2+9{,}3^2+14{,}1^2+3{,}7^2)/3 - 78{,}54 = 25{,}45$.

8) Находим сумму квадратов отклонений ошибок (остатка)

$\mathbf{C_z = C_y - C_p - C_v} = 31{,}79-3{,}17-25{,}45 = 3{,}20$.

Второй способ

$\mathbf{C_y, C_p, C_v, C_z}$

При A=0 формула $\mathbf{C_y =\sum(X-A)^2 - C}$, принимает вид $\mathbf{C_y =\sum(X)^2 - C}$, где корректирующий фактор $\mathbf{C = (\sum X)^2/\mathit{N}}$

Определения сумм квадратов отклонений при A=0, данные берем из таблицы 1.

1)Находим корректирующий фактор:

$C = \mathbf{(\sum X)^2:\mathit{N}} =(210{,}7)^2:12=44394:12=3699{,}5$.

2) Общее варьирование $\mathbf{C_y =\sum(X)^2 - C}$

$C_y=15{,}2^2+16{,}2^2+17{,}4^2+18{,}4^2+20{,}2^2+19{,}0^2+19{,}9^2+16{,}5^2+15{,}1^2+17{,}1^2- -3699{,}5=31{,}79$;

3) повторений $\mathbf{C_p= \sum P_A^2/\ell-C}$

$C_p= (70{,}1^2+67{,}8^2+72{,}8^2) :4-3699{,}5=3{,}17$;

4) вариантов $\mathbf{C_v=\sum V^2: \mathit{n}-C}$

$C_v= (48{,}6^2+54{,}3^2+59{,}1^2+48{,}7^2):3-3699{,}5=25{,}45$;

5) остатка $\mathbf{C_z = C_y – C_p - C_v}$ =31,79-3,17-25,45=3,20,

Как видим суммы, полученные в первом и втором способе, одинаковы и их можно заносить в табл.3.3

Таблица 3.3 **Результаты дисперсионного анализа**

Вид рассеяния	Сумма квадратов отклонений	Число степеней свободы (υ)	Дисперсия (s^2)	Отношение дисперсий	
				$F_{факт}$	$F_{табл}$
Общее (Cy)	31,79	11	-	-	-
Повторений (Cp)	3,17	2	-	-	-
Вариантов (Cv)	25,45	3	8,49	16,33	**4,76**
Остатка (Cz)	3,20	6	0,53	-	-

6) Определяем число степеней свободы (υ) – число наблюдений без единицы. Вычисляем и записываем в колонку 3 таблицы:

Число степеней свободы общего варьирования

$\upsilon_{Cy}=N$-1= 12-1=11.

Число степеней свободы повторений

$\upsilon_p= n$ -1=3-1=2.

Число степеней свободы вариантов

$\upsilon_v= \ell$ -1=4-1=3.

Число степеней свободы остатка (ошибок) можно определить двумя способами. Первый – по разнице: $\upsilon_z=\upsilon_{Cy} - \upsilon_p- \upsilon_v$= 11-2-3=6.

Второй– по произведению числа степеней свободы повторений на число степеней свободы вариантов: υ_z= (n-1)×(ℓ-1)=(3-1)×(4-1)=2×3=6.

7) Далее вычисляем дисперсии:

а) вариантов по формуле $S^2_v=C_v:(\ell-1)$ =25,45:3=8,49;

б) дисперсию остатка (ошибок) $S^2_z=C_z:(n-1)\times(\ell-1)$= 3,20:6=0,53.

Результаты вычислений занесены в четвертый столбец таблицы 3.3.

8) определяем критерий Фишера $\boldsymbol{F}$ (отношение дисперсий):

– фактический $F_{факт.} = S^2_v: S^2_z$=8,49:0,53= 16,33, (записываем в столбец 5 таблицы 3.3);

– табличное значение критерия Фишера определяем по таблице приложения 2 на пересечении трех степеней свободы дисперсии вариантов (числитель) по горизонтали и шести степеней свободы дисперсии остатка (знаменатель) по вертикали. Табличное значение равно **4,76.** Записываем в столбец 6 таблицы 3.3.

Сравнивая табличное значение критерия Фишера $F_{табл}$ с фактическим $F_{факт}$ приходим к выводу, что в опыте имеются существенные отличия по вариантам.

При $F_{факт} \geq F_{табл}$ нулевая гипотеза отвергается, что указывает на то, что в опыте есть варианты с достоверными прибавками.

При $F_{факт} < F_{табл}$ нулевая гипотеза принимается и в этом случае разности между средними вариантов находятся в пределах ошибки опыта.

9) Далее находим частные различия между вариантами, то есть НСР (наименьшая средняя разность).

1) ошибку средней: $S\overline{x} = \sqrt{\frac{S_z^2}{n}} = \sqrt{\frac{0.53}{3}}$=0,42 ц/га;

2)ошибку разности: $S_d = \sqrt{\frac{2S_z^2}{n}}$=1,41 $S\overline{x} = \sqrt{\frac{2\times 0.53}{3}}$ =0,59 ц/га

3)наименьшая существенная разность (НСР):

$НСР_{05} = t_{05} \times S_d$ = 2,45×0,59=1,44 ц/га

Критерий Стьюдента t_{05} находим в приложении 1 на пересечении числа степеней свободы остатка (в данном случае 6 табл.3.3, столбец 3) и 5% уровня значимости. В данном примере t_{05}= 2,45;

4) наименьшую существенную разность в процентах:

$НСР_{05}\% = НСР_{05}:\overline{x_0}\times 100$=1,44:17,6×100=8,18%

Ошибка опыта: $S\overline{x}\% = S\overline{x}:\overline{x_0}\times 100$=0,42:17,6×100=2,4%.

Для характеристики частных различий сравниваем $НСР_{05}$ с прибавками урожая опытных вариантов. Прибавку урожая (d) находим по разности урожаев опытных и контрольных вариантов. Разницу урожая находим не только в сравнении с контрольным вариантом, но и среди опытных вариантов. Это позволит найти наиболее оптимальный вариант.

При $d \geq НСР_{05}$ эффект получен за счет изучаемого приема или фактора.

Если $d < НСР_{05}$, то существенного различия между вариантами и контролем нет или оно получено за счет ошибки, то есть случайно.

10.Так как в опыте получены достоверные прибавки урожая, то составляем итоговую таблицу результатов опыта и статистической обработки.

Таблица 3.4 **Урожайность яровой пшеницы**

Удобрения	Средняя урожайность, ц/га	Прибавка урожая	
		ц/га	%
1.$P_{60}K_{60}$ фон контроль	16,2	-	-
2.N_{60}+ фон	18,1	**1,9***	11,7
3.N_{90}+ фон	19,7	**3,5****	21,7
4.N_{120}+ фон	16,3	0,1	0,6
$НСР_{05}$	-	1,44	8,18

Прибавку урожая (d, ц/га) находим:

d_1 =18,1-16,2= 1,9;

d_2 =19,7-16,2= 3,5;

d_3 =16,3-16,2= 0,1.

Эти прибавки записываем в третий столбец таблицы 3.4.

Вычисляем прибавку урожая в процентах:

$d_{1\%}$=1.9/16,2×100 =11,7 %

$d_{2\%}$=3,5/16,2×100 =21,7 %

$d_{3\%}$=0,1/16,2×100 =0,6 %

Прибавки в % записываем в четвертый столбец таблицы 4

Вывод: ⁎ Прибавки урожая 1,9 3,5 ц/га второго и третьего вариантов достоверны, они существенно отличаются от контроля, т.к. обе превышают $НСР_{05}$ *= 1,44 ц/га.*

⁎⁎ Оптимальным вариантом в опыте является третий, так как прибавка урожая третьего варианта по отношению ко второму варианту составляет 19,7-18,1=1,6 ц/га и она больше $НСР_{05}$ *=1,44 ц/га.*

Вопрос 3

Латинским квадратом n × n называют квадратную таблицу, составленную из *n* элементов (чисел или букв) таким образом, чтобы каждый элемент повторялся в каждой строке и каждом столбце только один раз.

Латинский квадрат 2 × 2

A	B
B	A

Латинский квадрат 3 × 3

A	B	C
B	C	A
C	A	B

Латинский квадрат 4 × 4

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	A	B
D	A	B	C

где A, B, C, D – уровни фактора

Стандартный латинский квадрат строится по следующим правилам:

– первая строка и первый столбец построены в алфавитном порядке;

– одношаговая циклическая перестановка – вторая строка строится перестановкой первого элемента первой строке в конец строки; третья строка строится перестановкой первого элемента второй строки в конец строки.

Опытный участок должен быть квадратной формы. Его разбивают на ряды и столбцы, число которых должно быть равным числу вариантов. В каждом ряду и каждом столбце варианты размещаются рендомизировано. Повторность опыта обязательно должна быть равна числу вариантов. (n =ℓ)´N = ℓ^2 Это ограничение является недостатком латинского квадрата. Поэтому латинский квадрат используют при количестве вариантов не менее 3 и не более 8 (ℓ = 3-8).

К недостаткам латинского квадрата относится следующее:

– число вариантов должно быть равно числу повторений;

– с увеличением числа вариантов и соблюдением этого равенства, увеличивается количество опытных делянок, опыт становится громоздким при небольшой его информативности.

Так, если в схеме опыта 10 вариантов, потребуется заложить 100 опытных делянок. Поэтому, считается нерациональным использование латинского квадрата при числе вариантов более 8. Отсюда, стремление найти другой метод размещения вариантов по принципу латинского квадрата, но без равенства n=l. Чтобы, не увеличивая повторности, использовать преимущество латинского квадрата, вариант опыта на опытных делянках необходимо размещать латинским прямоугольником.

В основе латинского прямоугольника лежит латинский квадрат, форма которого определяется по числу повторностей. Чтобы квадрат преобразовать в прямоугольник, необходимо число вариантов разделить на число повторностей. На полученное число расщепить каждый ряд или столбец квадрата. Например, число вариантов в схеме опыта 12, повторность – четырёхкратная, число делянок – 48. Вначале строим латинский квадрат 4×4. Затем каждый столбец расщепляем на 3 делянки (12:4 = 3). Получаем необходимое число делянок – 48. В каждом ряду и в каждом столбце будет 12 делянок, на которых размещаются варианты опыта. Так же, как и в латинском квадрате, столбцы и ряды содержат полный набор вариантов

Обработку данных полевого опыта, проведенного по схеме латинский квадрат, рассмотрим на примере.

Пример

Таблица 3.5 **Урожайность картофеля (т/га) в зависимости от густоты посадки (латинский квадрат 4×4).**

Ряды	Столбцы				Суммы по		Среднее по вариантам
	1	2	3	4	рядам ∑P	вариантам ∑V	
1	16/1	28/2	26/3	19/4	89	64	16,0
2	28/2	18/4	16/1	27/2	89	109	27,3
3	27/3	17/1	17/4	29/3	90	112	28,0
4	16/4	29/3	27/2	15/1	87	70	17,5
Суммы по столбцам ∑C	87	92	86	90	**∑X=355,0**		$\overline{x_0}$**=22,2**
Примечание	*Варианты: Густота 1-20; 2- 40; 3-60; 4-80 тыс./ га*						

Выполняем обработку полученных данных в такой последовательности:

1.Находим суммы по рядам ΣP, столбцам ΣC, вариантам ΣV, общую сумму ΣX и средние по вариантам. Правильность расчетов подтверждает выражение ΣP + ΣC + ΣV + ΣX =**355,0.**

2.Находим:

Общее число наблюдений $N=l\times n=n^2=4\times4=$**16**.

Корректирующий фактор $C=(\Sigma X)^2 : N=355^2:16=$**7876,56.**

Общая $C_y=\Sigma X^2-C=8369-7876{,}56=$**492,44.**

Рядов $C_p = \Sigma P : n - C = 315114 : 4 - 7876{,}56 =$**1,19.**

Столбцов $C_c = \Sigma C^2 : n - C = 31529 :4 - 7876{,}56 =$ **5,69.**

Вариантов $C_v = \Sigma V^2 : n - C = 33421:4 - 7876{,}56 =$ **478,69**.

Остатка $C_z = C_y - C_p - C_c - C_v = 492{,}44 - 1{,}19 - 5{,}69 - 478{,}69=$ **6,87.**

3. Оцениваем существенность различий в опыте по критерию F

Таблица 3.6 **Результаты дисперсионного анализа**

Виды варьирования	Сумма квадратов	Степень свободы	Средний квадрат S^2	$F_{факт}$	F_{05}
Общее	492,44	15(N –1)			
Рядов	1,19	3 (n – 1)			
Столбцов	5,69	3 (n–1)			
Вариантов	478,69	3 (n–1)	**159,56**	**138,75**	4,76
Остаток	6,87	6	**1,15**		

4.Оцениваем существенность частных различий и делаем выводы.

$S\bar{x} = \sqrt{\frac{S_z^2}{n}}$ = **0,54 т/га**;

$S_d = \sqrt{\frac{2S_z^2}{n}}$ = **0,76 т/га**;

$НСР_{05}= t_{05}\times S_d =$**2,45×0,76 = 1,86 т/га**

Таблица 3.7 **Урожайность картофеля (т/га) в зависимости от густоты посадки**

Варианты	Урожайность	Отклонение от стандарта	Группа
20 тыс./га	16,0	- 11,3	2
40 тыс./га	27,3	-	**1**
60 тыс./га	28,0	+0,7	**1**
80 тыс./га	17,5	-9,8	2
$НСР_{05}$		1,86	

Вывод: Оптимальная густота посадки 40–60 тысяч на 1 гектар.

Дисперсионный анализ данных полевого опыта с одной выпавшей из учета данной

При проведении полевых опытов, в силу разных причин, в каком-либо варианте и повторности данная может отсутствовать или возникает необходимость ее забраковать. Теория математической статистики разрешает проводить обработку данных при наличии в каждой клеточке таблицы урожайной величины. Восстанавливать в опыте можно до половины забракованных или потерянных данных. Существует несколько способов восстановления выпавших данных.

Пример. Восстановить потерянную величину и провести математическую обработку методом дисперсионного анализа после восстановления потерянной величины.

1.Таблица исходных данных

Сорта	Повторность				Сумма (ΣV)		Среднее $\overline{X}_\gamma$
	1	2	3	4	до восстановления (ΣV^1)	после восстановления	
1	2	3	4	5	6	7	8
1.Скарб	12,5	13,5	14,0	12,8	52,8	52,8	13,2
2.Невский	15,0	14,5	(15,9)	15,4	**44,9**	60,8	15,2
3.Мечта	18,1	18,8	19,0	18,0	73,9	73,9	18,5
Сумма (ΣP_1) до востановления			**33,0**		**ΣX^1= 171,6**	-	-
Сумма (ΣP_2) после востановления	45,6	46,8	48,3	46,2		ΣX=187,5	$\overline{X}_0$=15,6

Выполняем пример в следующей последовательности:

1. Находим сумму по вариантам:

первый вариант (Скарб) 12,4+13,5+14,0+12,8=**52,8;**

второй вариант с потерянным значением (Невский) 15,0+14,5+15,4=**44,9;**

третий (Мечта) – 18,1+18,8+19,0+18,0=**73,9.**

Суммы записываем в столбец 6 таблицы.

2.Определяем сумму повторений с потерянной данной:

ΣP^1=14,0+19,0=**33,0.** Сумму заносим в столбец 4 таблицы.

3.Определяем общую сумму без данной

ΣX^1 =52,8+44,9+73,9=**171,6.** Сумму записываем в столбец 6.

4. Находим выпавшую из учета данную по формуле:

$$\boldsymbol{A = (L\times\Sigma V^1+n\times\Sigma P^1-\Sigma X^1)/[(n-1)\times(L-1)]},$$

где $\boldsymbol{A}$ – выпавшая данная;

$\boldsymbol{n}$ – число повторений;

$\boldsymbol{L}$ – число вариантов;

$\boldsymbol{\Sigma V^1}$ – сумма вариантов с выпавшей данной;

$\boldsymbol{\Sigma P^1}$ – сумма повторений с выпавшей данной;

ΣX^1 – общая сумма до восстановления.

А= (3×44,9+4×33,0 – 171,6)/ [(4 – 1) × (3 – 1)] =**15,9.**

Восстановленное значение записываем в таблицу, столбец 4 и заключаем в скобки.

5. Уточняем суммы по вариантам и повторениям с учетом восстановленного значения и ΣX.

6. Находим средние вариантов:

$\bar{x}_1$=52,8/4=13,2; $\bar{x}_2$=60,8/4=15,2; $\bar{x}_3$=73,9/4=18,5.

7. Определяем среднее арифметическое опыта:

$\bar{X}_0$= **ΣX/N =** 187,5/12 **=15.6**, здесь N=n×ℓ = 3×4=12.

8. Определяем правильность определениям сумм:

ΣP = ΣV= ΣX =45,6+46,8+48,9+46,2=52,8+60,8+73,9 =187,5.

9. Вычисляем:

а) общее число наблюдений ***N=n×ℓ*** = 3×4=12;

б) корректирующий фактор

С =(ΣX)^2 / N = 187,5^2/12 = 35156,25/12=2929,68;

в) сумму квадратов отклонений:

общую C_y = ΣX^2 – C

$C^у$= 12,5^2+13,5^2+14,0^2+12,8^2+15,0^2+14,5^2+15,9^2+15,4^2+18,1^2+ +18,8^2+19,0^2+18,0^2-2929,68= **59,93**.

повторений

C_p = ΣP^2/L -C = (45,6^2+46,8^2+48,9^2+46,22)/3 – 2929,68 = **2,07**;

вариантов

C_v =ΣV^2/n – C = (52,8^2+60,8^2+73,9^2)/ 4 – 2929,68 = **56,74**;

Остатка (ошибок) C_z = C_y - C_p - C_v =59,93-2,07-56,74 =**1,12**.

10. Составляем таблицу дисперсионного анализа и оцениваем существенность различий по критерию F.

(n-1)×(ℓ-1) – 1 = (3×2) – 1 =5 столбец 3 таблицы 2.

Дисперсии вариантов и остатка находим делением суммы квадратов на соответствующее число степеней свободы:

S^2_v= C_v/ υ_v = 56,74/2 = 28,37

S^2_z= C_z/ υ_z = 1,12/5 = 0,22

Критерий Фишера фактический: $F_{факт.}$= **S^2_v/ S^2_z =** 28,37/0,22 = 128,95

2.Таблица дисперсионного анализа

Рассеяние	Сумма квадратов	Степени свободы	Средний квадрат (диспер S^2)	Критерий Фишера (F)	
				$F_{факт}$	$F_{05\ табл}$
1	2	3	4	5	6
Общая C_y	59,93	11			
Повторений C_p	2,07	3			
Вариантов C_v	56,74	2	28,37	128,95	5,79
Остатка C_z	1,12	6-1=5*	0,22		

⁕ Примечание: число степеней свободы остатка уменьшаем на одно наблюдение (число потерянных в опыте значений).

Вывод: $F_{факт} = 128,95 > F_{05\ табл.} = 5,79$,следовательно, при 5% уровне значимости нулевая гипотеза отвергается. Это говорит о том, что в опыте есть варианты, которые существенно различаются.

11. Оценим существенность частных различий по НСР. Для этого определяем следующие величины:

а) ошибку средней арифметической

$\overline{S}_x = \sqrt{S_z^2} \ / \ (n_1 + n_2 + n_3 + \ldots n_n)/\ell = \sqrt{0.22 : (4+3+4) : 3} = 0,24$ т/га;

б) ошибку разности для вариантов I и III ($n = 4$)

$Sd_1 = \sqrt{\frac{2S_z^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 0,22}{4}} = 0,33$ т/га;

ошибку разности для варианта II (n=3)

$Sd_2 = \sqrt{S_z^2 (n_1 + n_2) : (n_1 \times n_2} = \sqrt{0,22 \times (4+3) : (4 \times 3)} = 0.36$ т/га.

в) наименьшую существенную разность ($НСР_{05}$) для 5% уровня значимости

$НСР_{05}^1 = t_{05} \times Sd_1 = 2,57 \times 0,33 = 0,85$ т/га

$НСР_{05}^2 = t_{05} \times Sd_2 = 2,57 \times 0,36 = 0,93$ т/га

3 Урожай картофеля, т/га

Сорта	Средний урожай, т/га	Прибавка, т/га	$НСР_{05}$	Группа
Скарб	13,2	-	0,85	III
Невский	15,2	+2,0	0,93	II
Мечта	18,5	+5,3	0,85	I

Таким образом, сорта Невский и Мечта дали достоверную прибавку урожая 2,0 и 5,3 соответственно по сравнению с сортом Скарб., так как $НСР_{05}$ =0,85 и 0,93 т/га меньше прибавок урожая.

Прибавки урожая между всеми сортами достоверны, поэтому прибавка сорта Мечта попадает в первую группу, Невского во вторую и Скарб – в третью.

Аналогично выполняется дисперсионный анализ данных полевого опыта с несколькими выпавшими данными. Подробно ознакомиться с методикой можно в [2, с. 235…239].