**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И КАДРОВ

**Учреждение образования
«БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»**

Е. В. Равков, Г. И. Витко, М. Н. Авраменко

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И УИРС

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

***Рекомендовано учебно-методическим объединением
по образованию в области сельского хозяйства в качестве
учебно-методического пособия для студентов учреждений
высшего образования, обучающихся по специальностям
1-74 02 01 Агрономия и 1-74 02 02 Селекция и семеноводство***

**Горки
БГСХА
2018**

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И КАДРОВ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

Е. В. Равков, Г. И. Витко, М. Н. Авраменко

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И УИРС

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
по образованию в области сельского хозяйства в качестве
учебно-методического пособия для студентов учреждений
высшего образования, обучающихся по специальностям
1-74 02 01 Агрономия и 1-74 02 02 Селекция и семеноводство*

Горки
БГСХА
2018

УДК 311.21(075.8)
ББК 60.6
Р13

Рекомендовано методической комиссией агрономического факультета 20.04.2017 (протокол № 8) и Научно-методическим советом БГСХА 24.05.2017 (протокол № 9)

Авторы:
кандидат сельскохозяйственных наук, доцент *Е. В. Равков*;
кандидат сельскохозяйственных наук, доцент *Г. И. Витко*;
кандидат сельскохозяйственных наук, доцент *М. Н. Авраменко*

Рецензенты:
доктор сельскохозяйственных наук, профессор *И. П. Козловская*;
доктор сельскохозяйственных наук, профессор *Т. М. Булавина*

Равков, Е. В.
Р13 Основы научных исследований и УИРС. Статистические методы обработки экспериментальных данных: учебно-методическое пособие. / Е. В. Равков, Г. И. Витко, М. Н. Авраменко. – Горки : БГСХА, 2018. – 80 с.
ISBN

Изложены основные теоретические положения и алгоритм выполнения статистического анализа экспериментальных данных методами вариационной статистики, корреляционно-регрессионного и дисперсионного анализа. Приведены материал для выполнения индивидуальных заданий на лабораторных занятиях, формы записи расчетов, обработки и анализа полученных данных.

Для студентов учреждений высшего образования, обучающихся по специальностям 1-74 02 01 Агрономия и 1-74 02 02 Селекция и семеноводство.

УДК 311.21(075.8)
ББК 60.6

ISBN

© УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия», 2018

ВВЕДЕНИЕ

Постоянное усовершенствование методов эксперимента и измерительной техники в биологической науке и сельском хозяйстве привело к тому, что агрономическая наука вышла из разряда наук описательных и более приближается к точным наукам. Однако в силу большой изменчивости объектов в этих областях знания невозможно проводить даже самые простые эксперименты без использования математических методов обработки опытных данных.

Математическая статистика позволяет экспериментатору в четкой и сжатой форме излагать результаты своих исследований, предостерегая его от недооценки или, что обычно бывает чаще, переоценки полученных результатов, помогая глубже осмыслить и правильно интерпретировать данные в процессе анализа результатов опыта.

Эксперимент, результаты которого не подвергались математической обработке, нельзя считать законченным, более того, только пользуясь методами математической статистики, можно правильно наметить план предстоящего эксперимента, особенно в тех случаях, когда необходимо обеспечить заданную точность результатов.

ТЕМА 1. ВЫЧИСЛЕНИЕ И АНАЛИЗ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛИЧЕСТВННОЙ И КАЧЕСТВЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ

Необходимость вычисления статистических характеристик в агрономических исследованиях связана с постоянной изменчивостью признаков и свойств изучаемых растений и условий их выращивания. Исследования, как правило, ведутся выборочным методом, который дает приблизительные параметры изучаемых величин. Статистические методы позволяют по выборочным данным определить границы предельных значений интересующих исследователя показателей.

Распределение результатов измерений, полученных при изучении выборки, подчиняется определенным статистическим закономерностям. Наиболее распространенным среди них является закон нормального распределения, на основании которого может быть определено положение любой случайной изменчивости.

Характер изменчивости индивидуальных значений в выборочной совокупности также подчиняется закону нормального распределения. Вероятность появления изменчивой величины X в данной области может быть рассчитана по формуле

$$X = \bar{x} \pm t \cdot s,$$

где $\bar{x}$ – средняя арифметическая;

t – критерий распределения;

s – среднее квадратическое отклонение.

Фактически анализ любой выборочной совокупности начинается с определения этих двух основных характеристик.

Рассмотрим вычисление основных статистических характеристик на следующем примере. Пусть требуется определить среднее число коробочек на растениях льна-долгунца изучаемого сорта, среднюю длину технической части стебля и поражение стеблей ржавчиной. Для этого на участке размножения сорта, проходя по диагонали, в 25 местах случайно, без выбора, берем по одному растению. Каждое растение анализируем по трем признакам. Данные анализа записываем в сводку наблюдений (табл. 1).

Анализ сводки наблюдений показывает, что все величины варьируют, причем характер варьирования по признакам разный. Объекты счета (коробочки) имеют естественные границы и варьируют дискретно, в то время как объекты измерений (длина) таких границ не имеют и

варьируют непрерывно в зависимости от точности измерения. Объекты, отличающиеся присутствием или отсутствием признака (болезни), варьируют качественно. В зависимости от характера варьирования статистическая обработка данных ведется различными способами.

Таблица 1. **Сводка наблюдений льна-долгунца**

Номер растений	Признаки и свойства		
	Число коробочек, шт.	Длина стебля, см	Болезни (+, –)
1	2	78	+
2	3	92	–
3	4	96	–
4	1	83	+
5	4	95	–
6	4	98	–
7	2	88	+
8	3	96	–
9	4	95	–
10	3	92	–
11	5	105	–
12	2	86	+
13	5	103	–
14	3	90	+
15	5	102	–
16	3	89	–
17	4	100	–
18	3	88	–
19	1	83	+
20	3	91	–
21	3	94	–
22	2	90	+
23	3	91	–
24	1	75	+
25	2	82	+

При дискретном варьировании простейшее упорядочение данных можно провести ранжированием величин в порядке возрастания или убывания: 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 4; 5; 5; 5. Из ранжированного ряда видно, что различные варианты в выборке встречаются неодинаково часто. Такую информацию можно свернуть и показать в виде таблицы, где с одной стороны показаны варьирующие величины X в порядке возрастания или убывания через определенных интервал, а с другой стороны – их частота f. Такая таблица чисел называется вариационным рядом.

X	1	2	3	4	5
f	3	5	9	5	3

При непрерывной изменчивости построить таким образом вариационный ряд невозможно. Непрерывный ряд чисел нужно искусственно разделить на группы или классы через определенный интервал, а затем подсчитать частоты. Работу выполняют в такой последовательности:

1) определяют объем выборки:

$$n = 25;$$

2) устанавливают число групп или классов:

$$k \approx \sqrt{n} = 5;$$

3) находят максимальное значение в выборке:

$$X_{\max} = 105;$$

4) находят минимальное значение в выборке:

$$X_{\min} = 75;$$

5) вычисляют размах варьирования:

$$R = X_{\max} - X_{\min} = 105 - 75 = 30 \text{ см};$$

6) устанавливают межклассовый интервал:

$$i = \frac{R}{k} = 30 : 5 = 6 \text{ см};$$

7) составляют вариационный ряд:

Классы X	Частоты f	
75–80	/ /	2
81–86	/ / / /	4
87–92	/ / / / / / / / /	9
93–98	/ / / / / /	6
99–105	/ / / /	4

За начало первого класса X_n обычно берут $X_{\min} = 75$. Начало второго и последующих классов берут через интервал $i = 6$. Конец класса записывают на условную единицу меньше, чем начало следующего класса. Заканчивают последний класс $X_{\max} = 105$.

Частоты по классам разносят в виде точек или штрихов, отмечая условным обозначением взятые варианты. После частоты суммируют и проставляют цифрами. Общая сумма частот должна быть равна объему выборки ($\sum f = n = 25$).

Вариационный ряд качественной изменчивости состоит из двух показателей: числа признаков X и частоты f. В нашем примере растения подразделяются на здоровые (16 шт.) и больные (9 шт.).

X	Здоровые	Больные	Всего
f	16	9	25

Кроме цифровых показателей характер распределения частот в вариационных рядах может быть выражен в виде графиков, гистограмм, диаграмм и формул. При дискретном варьировании характер распределения лучше всего представлять в виде графика вариационной кривой (рис. 1), при непрерывной изменчивости – в виде столбиков гистограммы (рис. 2). Распределение частот при качественной изменчивости наиболее удобно показывать диаграммой в виде сектора (рис. 3).

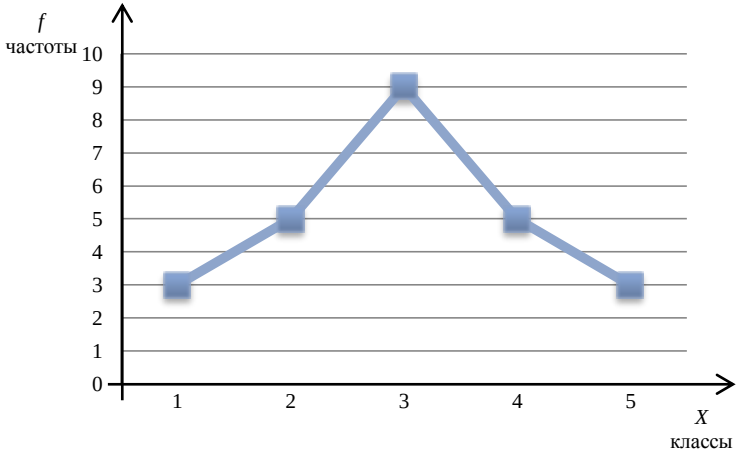

Рис. 1. Пример построения графика при дискретном варьировании

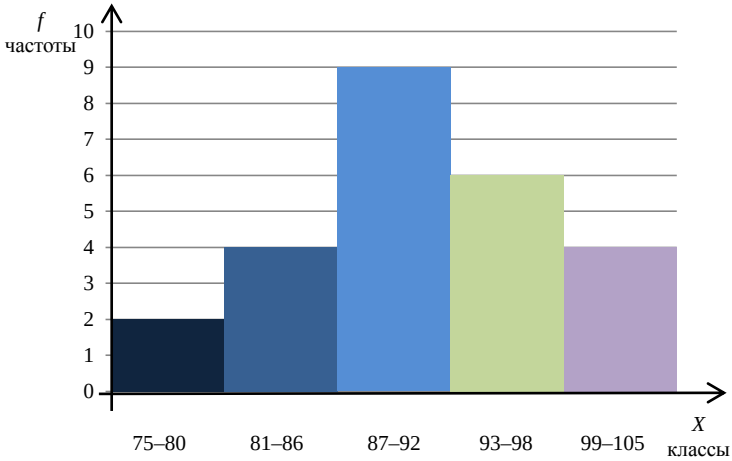

Рис. 2. Пример построения графика при непрерывной изменчивости

Рис. 3. Пример построения графика при качественной изменчивости

Вычисление статистических характеристик вариационных рядов проводят по соответствующим формулам прямым или косвенным методом.

К статистическим характеристикам количественной изменчивости относятся: *средняя арифметическая* $\bar{x}$, *дисперсия* S^2, *среднее квадратическое отклонение* S, *коэффициент вариации* V, *ошибка средней арифметической* $S_{\bar{x}}$ и *относительная ошибка* $S_{\bar{x}\%}$.

Выборочная средняя арифметическая является абстрактной математически вычисленной величиной, характеризующей всю совокупность в целом. В простейшем виде она находится путем сложения всех изменчивых величин выборки и деления на их число:

$$\bar{x} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots + X_n}{n} = \frac{\sum X}{n}.$$

Как обобщающая характеристика средняя арифметическая обладает рядом свойств:

1. С увеличением или уменьшением индивидуальных значений выборки средняя арифметическая изменяется пропорционально;

2. На числовой оси средняя арифметическая является центром колебания индивидуальных значений выборочной совокупности;

3. Сумма отклонений значений от средней арифметической всегда равна нулю:

$$\sum\left(X - \bar{x}\right) = 0;$$

4. Сумма квадратов отклонений от средней всегда меньше суммы отклонений индивидуальных значений от любого произвольного числа *A*, не равного средней:

$$\sum\left(X - \bar{x}\right)^2 < \sum\left(X - A\right)^2;$$

5. Средняя арифметическая не показывает индивидуальных колебаний изучаемых признаков. Поэтому для всесторонней характеристики совокупность нуждается в дополнительных показателях. К таким показателям относятся дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Дисперсия является мерой рассеяния индивидуальных значений совокупности около центра, которым является средняя арифметическая.

Дисперсия обладает рядом присущих ей свойств:

1. Дисперсия показывает возможную площадь рассеяния индивидуальных признаков от среднего значения;

2. Будучи показателем четной степени, она позволяет избавиться от отрицательных значений замеров отклонений от средней, приводящих результаты сложения к нулю;

3. Положительные значения замеров отклонений дают возможность найти средний показатель отклонения по совокупности в целом:

$$S^2 = \frac{\sum(X-\bar{x})^2}{n-1};$$

4. Результаты учетов даются в квадратной степени, что не всегда является удобным для использования.

Для перевода меры рассеяния на площади к линейным мерам используют среднее квадратическое отклонение, которое находится путем извлечения корня квадратного из дисперсии:

$$S = \sqrt{S^2}.$$

Если выборочные данные сведены в вариационный ряд, то вычисление средней арифметической и дисперсии проводят в специальных таблицах с учетом групповых значений и их частот *f*:

$$\bar{x} = \frac{\sum fX}{n};$$

$$S^2 = \frac{\sum(X-\bar{x})^2}{n-1}.$$

Результаты расчетов по первой выборке (число коробочек льна на растении, шт.) приведены в табл. 2.

Таблица 2. **Вычисление статистических характеристик прямым способом**

Классы, X	Частоты, f	$f\,X$	$X-\bar{x}$	$f\,(X-\bar{x})$	$f\,(X-\bar{x})^2$
1	3	3	-2	-6	12
2	5	10	-1	-5	5
3	9	27	0	0	0
4	5	20	1	5	5
5	3	15	2	6	12
Суммы	$\sum f = n = 25$	$\sum fX = 75$	$\sum(X-\bar{x}) = 0$	$\sum f\,(X-\bar{x}) = 0$	$\sum(X-\bar{x})^2 = 34$

Расчет основных статистических характеристик проводили по следующим формулам:

– средняя арифметическая

$$\bar{x} = \frac{\sum fX}{n} = \frac{75}{25} = 3{,}0 \text{ (коробочки).}$$

– дисперсия

$$S^2 = \frac{\sum f\ (X - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{34}{24} \approx 1{,}4 \text{ (коробочки).}$$

– среднее квадратическое отклонение

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{1{,}4} \approx 1{,}2 \text{ (коробочки).}$$

Статистические характеристики вариационных рядов непрерывной изменчивости удобнее вычислять косвенным способом от произвольного числа A, опираясь на 4-е свойство средней арифметической (табл. 3). Для этого многочленные показатели классов X преобразуют в средние однозначные классы:

$$X_1 = \frac{X_{\text{нач}} + X_{\text{кон}}}{2};$$

В качестве центра колебания берут не $\bar{x}$, а произвольное число A, близкое к середине ряда, или модальный класс. Отклонения $X - \bar{x}$ заменяют отклонением α:

$$\alpha = \frac{(X_1 - A)}{i};$$

$$\alpha_1 = (78 - 90) : 6 = -2;$$

$$\alpha_2 = (84 - 90) : 6 = -1 \text{ и т. д.}$$

Таблица 3. **Вычисление статистических характеристик косвенным способом (от *A* = 90)**

Классы, X	Частоты, f	Середина класса, X_1	$\alpha = \frac{(X_1 - A)}{i}$	$f \cdot \alpha$	$f \cdot \alpha^2$
75–80	2	78	–2	–4	8
81–86	4	84	–1	–4	4
87–92	9	A = 90	0	0	0
93–98	6	96	1	6	6
99–105	4	102	2	8	16
Суммы	$\sum f = 25$	–	–	$\sum f \cdot \alpha = 6$	$\sum f \cdot \alpha^2 = 34$

Среднюю арифметическую вычисляют по формуле

$$\bar{x} = A + i\ \frac{\sum f\alpha}{n}.$$

$$\bar{x} = 90 + 6 \cdot \frac{6}{25} = 90 + 1{,}44 = 91{,}44 \text{ см}.$$

Соответственно дисперсию находят по формуле

$$S^2 = i^2 \cdot \frac{\sum f\alpha^2 - (\sum f\alpha)^2 : n}{n-1}.$$

$$S^2 = 36 \cdot \frac{34 - 6^2 : 25}{25 - 1} = 36 \cdot \frac{34 - 1{,}44}{24} = 36 \cdot 1{,}36 = 48{,}96.$$

Среднее квадратическое отклонение – по формуле

$$S = \sqrt{S^2}\ .$$

$$S = \sqrt{48{,}96} \approx 7{,}0.$$

Среднее квадратическое отклонение обладает следующими свойствами:

1. Если генеральная совокупность, из которой взята выборка, подчиняется закону нормального распределения, то и выборочное среднее квадратическое отклонение также подчиняется этому закону;

2. В среднем 68 % индивидуальных значений выборки находятся в пределах $\bar{x} \pm 1S$, 95 % – в пределах $\bar{x} \pm 2S$ и 99 % в пределах $\bar{x} \pm 3S$. Риск (значимость) выйти за эти пределы составляет соответственно 32; 5 и 1 %;

3. В селекционно-семеноводческой практике наиболее эффективными следует считать отборы растений для производства элитных семян при сортообновлениях в пределах от $\bar{x} \pm 2S$ до $\bar{x} \pm 3S$ как выходящие за пределы средних показателей, а для создания новых сортов методом отбора следует выделять растения, выходящие за пределы $\bar{x} \pm 3S$ как выходящие за пределы данной совокупности.

Среднее квадратическое отклонение выражается в тех же именованных величинах, что и среднее арифметическое. Поэтому сравнить между собой две выборки при различных величинах средних и разных

наименований становится невозможным. В нашем примере признак числа коробочек на растении (3,0 ± 1,2) коробочки нельзя сравнить с длиной технической части стеблей (91,44 ± 7,0) см. Такие сравнения можно сделать в процентах.

Стандартное отклонение, выраженное в процентах к средней арифметической данной совокупности, называется коэффициентом вариации (V). Коэффициент вариации является относительным показателем изменчивости:

$$V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100\ \%.$$

Изменчивость принято считать слабой, если коэффициент вариации не превышает 10 %, средней, если коэффициент выше 10 %, но меньше 20 %, и сильной, если коэффициент вариации больше 20 %. В нашем примере коэффициент изменчивости числа коробочек у растений льна-долгунца составляет 40,0 %, а технической части стебля – 7,7 %:

$$V_{\text{к}} = \frac{1{,}2}{3{,}0} \cdot 100\ \% = 40{,}0\ \%,$$

$$V_{\text{ст}} = \frac{7{,}0}{91{,}44} \cdot 100\ \% = 7{,}7\ \%.$$

Следовательно, у льна-долгунца данного сорта число коробочек на растениях варьирует сильно, а длина технической части стебля – слабо.

Характеристика, обратная коэффициенту вариации, называется коэффициентом выравненности B и определяется по равенству

$$B = 100\ \% - V.$$

Для числа коробочек коэффициент выравненности составляет 60,0 %, а для технической части стебля – 92,3 %:

$$B_{\text{к}} = 100 - 40{,}0 = 60{,}0\ \%,$$

$$B_{\text{ст}} = 100 - 7{,}7 = 92{,}3\ \%\ .$$

Вычисление основных статистических характеристик выборочным методом всегда связано с неизбежными ошибками. Ошибка выбороч-

ной средней является мерой отклонения выборочной средней от средней генеральной совокупности. Она прямо пропорциональна стандартному отклонению и обратно пропорциональна корню квадратному из объема выборки, т. е.

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

Для числа коробочек ошибка средней арифметической составляет 0,24 шт., а для технической части стебля – 1,4 см:

$$S_{\bar{x}} = \frac{1,2}{\sqrt{25}} = \frac{1,2}{5} = 0,24.$$

$$S_{\bar{x}} = \frac{7,0}{\sqrt{25}} = \frac{7,0}{5} = 1,4.$$

Ошибка средней арифметической обладает рядом свойств, которые могут быть использованы в практической работе.

1. Ошибка средней арифметической подчиняется закону нормального распределения.

Это свойство дает возможность определить параметры генеральной средней μ с заданной надежностью

$$\mu = \bar{x} \pm t \cdot S_{\bar{x}}.$$

Вероятность нахождения генеральной средней в пределах $\bar{x} \pm 1S$ составляет 68 %, в пределах $\bar{x} \pm 2S$ – соответственно 95 % и $\bar{x} \pm 3S$ достигает 99 % и более.

2. Ошибка средней арифметической позволяет определить критерии существенности разности между выборочной средней и генеральной средней из формулы $\mu = \bar{x} \pm t \cdot S_{\bar{x}}$ в общем виде

$$t = \frac{\mu\bar{x}}{S_{\bar{x}}}.$$

3. Ошибку средней арифметической можно регулировать, изменяя объем выборки.

Для каждой величины ошибки объем выборки определяют по соотношению

$$n = \left(\frac{S}{S_{\bar{x}}}\right)^2.$$

4. Ошибка средней арифметической выражается в тех же единицах, что и сама средняя. Поэтому сравнить между собой ошибочность определения средних разных признаков одной и той же совокупности бывает затруднительно или даже невозможно. Такое сравнение можно провести, если ошибку выразить в процентах. Ошибка выборки, выраженная в процентах от соответствующей средней, называется относительной ошибкой выборочной средней:

$$S_{\bar{x}}\% = \frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100\ \%.$$

Относительная ошибка средней прямо пропорциональна абсолютной ошибке и обратно пропорциональна средней арифметической. В нашем примере относительная ошибка по числу коробочек на растениях льна-долгунца равна 8,0 %, а по технической части стебля – 1,53 %:

$$S_{\bar{x}}\%_{\text{к}} = \frac{0{,}24}{3{,}0} \cdot 100 = 8{,}0\ \%,$$

$$S_{\bar{x}}\%_{\text{ст}} = \frac{1{,}4}{91{,}44} \cdot 100 = 1{,}53\ \%.$$

Отсюда можно сделать вывод, что исследование по признаку числа коробочек проведено с большей ошибочностью, чем по признаку технической длины стебля.

Задание 1. В соответствии с выданным заданием сгруппировать данные вариационного ряда, определить его статистические показатели, построить кривую распределения и сделать выводы по выполненному анализу.

Исходные данные приведены в табл. 4–10.

Таблица 4. **Высота растений межсортовых гибридов озимой пшеницы (см)**

Номера колосьев	Варианты												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	100	103	101	88	102	112	93	102	118	105	99	102	106
2	112	90	103	92	97	104	100	96	111	107	102	96	101
3	94	102	105	90	103	106	103	110	102	98	86	97	105
4	109	102	104	100	101	101	103	96	112	109	99	101	105
5	101	103	109	88	103	108	102	96	101	104	106	103	104
6	108	106	102	92	103	104	100	109	109	102	105	98	105
7	107	109	110	76	112	110	108	102	107	103	105	96	108
8	99	95	105	80	106	100	105	94	106	108	111	96	106
9	96	104	104	98	98	99	113	92	108	106	106	110	99
10	94	94	103	100	102	110	106	95	103	95	105	108	99
11	115	97	95	83	107	100	106	95	104	105	101	108	104
12	99	106	102	93	108	101	111	109	112	105	97	102	104
13	85	99	104	89	101	104	115	107	104	108	92	108	101
14	102	105	87	102	102	101	108	97	107	105	100	111	97
15	106	108	104	90	103	103	108	96	101	107	95	104	103
16	96	107	103	91	102	112	99	101	95	104	103	118	102
17	91	105	103	98	103	116	111	92	100	117	104	110	106
18	92	102	100	96	102	103	108	100	90	110	111	99	100
19	96	100	104	90	101	103	104	98	102	108	108	112	97
20	97	106	102	96	98	94	91	90	105	102	108	114	96
21	106	97	102	86	110	103	107	104	107	106	99	96	112
22	102	101	105	95	110	111	108	102	102	106	94	107	102
23	94	103	104	90	98	93	100	109	96	109	93	103	101
24	98	100	112	105	108	94	105	112	106	108	101	109	94
25	89	98	108	97	113	110	100	116	102	108	103	105	96

Окончание табл. 4

Номера колосьев	Варианты												
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	101	110	92	100	92	90	101	94	104	93	102	104	100
2	109	98	93	92	100	97	95	98	97	107	102	98	99
3	105	112	95	99	112	104	105	96	99	95	101	106	100
4	102	106	96	101	113	92	100	107	102	108	106	98	104
5	97	101	99	94	104	92	103	106	94	104	106	105	98
6	96	102	86	97	96	86	101	163	98	99	100	109	100
7	106	108	85	91	101	92	101	102	98	108	99	105	99
8	104	118	90	97	104	84	96	103	105	92	100	102	102
9	97	112	94	103	98	82	96	100	102	94	95	105	92
10	96	108	87	105	103	90	103	102	105	96	101	107	92
11	97	101	94	101	111	89	93	100	110	103	105	100	100
12	107	113	83	101	95	87	94	97	97	108	104	99	104
13	103	111	93	96	98	90	94	97	104	108	98	110	103
14	99	120	92	96	110	90	102	98	105	98	100	103	105
15	100	116	91	107	110	94	98	100	105	106	98	88	95
16	109	96	94	98	105	86	100	106	108	96	101	100	88
17	96	106	96	94	101	91	102	105	104	102	100	108	94
18	99	107	90	107	106	86	104	106	97	92	98	107	103
19	105	108	92	101	102	91	103	103	96	96	102	100	102
20	104	113	96	100	99	94	101	97	92	93	99	103	105
21	91	101	81	101	106	88	112	104	98	101	104	102	102
22	100	108	93	100	97	90	104	105	103	93	104	109	100
23	101	100	87	92	100	94	101	111	105	97	103	105	98
24	100	110	91	100	109	96	105	107	100	93	98	108	98
25	92	109	91	95	104	86	104	103	98	104	100	94	97

Таблица 5. **Длина колосьев межсортовых гибридов озимой пшеницы (см)**

Номера колосьев	Варианты												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	10,0	11,0	10,4	9,3	12,3	12,1	10,1	11,4	12,0	12,2	12,0	11,8	10,2
2	10,4	10,0	10,3	9,8	11,0	13,0	10,6	10,4	10,5	11,1	11,3	10,7	9,4
3	7,9	10,8	9,9	9,8	10,0	11,0	10,2	10,0	10,8	10,8	10,5	9,7	10,3
4	10,3	10,2	10,6	9,6	11,8	10,0	11,2	12,6	12,3	10,4	11,2	10,1	10,8
5	11,6	9,4	11,2	9,6	11,3	11,7	10,3	13,0	10,8	9,4	12,2	10,5	10,0
6	10,1	10,5	10,6	9,0	11,9	11,4	9,5	11,0	11,3	10,8	10,1	11,8	10,1
7	11,3	11,5	10,9	9,0	11,9	10,8	10,8	11,2	11,6	10,6	10,4	9,5	10,8
8	9,5	8,0	10,2	8,6	11,0	10,1	12,0	9,7	11,0	10,2	10,3	11,2	10,8
9	9,4	9,0	10,7	10,6	11,2	10,8	10,5	12,3	11,2	12,7	11,3	10,4	10,3
10	9,0	10,4	10,5	10,3	10,4	12,5	10,9	11,2	10,0	10,4	10,2	11,6	10,5
11	10,1	9,1	10,8	8,8	10,8	9,7	10,5	10,6	11,7	12,0	10,3	10,0	10,2
12	9,9	10,1	10,3	10,6	11,3	10,5	9,8	12,2	10,5	11,1	11,1	9,5	11,2
13	10,3	12,0	10,4	9,6	9,7	11,2	10,8	11,0	11,0	12,2	11,4	9,9	11,8
14	10,6	9,5	11,5	11,0	9,4	12,4	10,5	11,0	10,3	11,6	10,8	10,5	9,7
15	9,5	10,8	10,8	10,4	11,0	11,7	10,7	10,0	9,4	11,3	9,3	11,0	10,5
16	8,5	9,5	10,8	10,4	10,7	11,1	11,5	10,9	10,7	10,8	10,3	10,4	10,8
17	9,5	9,7	10,8	11,5	9,1	11,5	10,5	10,6	7,8	11,8	10,6	11,2	10,0
18	9,5	9,8	10,1	10,5	10,8	11,1	11,8	11,0	10,8	10,5	11,3	9,8	10,3
19	9,0	9,7	11,0	9,7	12,3	10,5	10,8	10,1	9,6	12,6	10,9	11,2	11,2
20	9,7	9,8	10,3	10,5	10,5	10,4	8,8	10,7	11,2	11,0	10,8	11,9	11,3
21	11,5	10,6	10,4	8,5	10,6	11,2	11,1	11,5	11,8	11,5	10,8	10,7	11,9
22	10,2	10,5	11,0	10,0	11,5	11,7	10,5	10,7	10,3	11,3	10,0	10,4	10,9
23	9,4	9,8	11,3	10,3	11,1	11,4	10,0	11,1	12,3	12,0	9,4	10,5	10,4
24	10,5	9,6	11,2	10,6	9,8	11,2	11,2	12,4	11,7	11,0	10,8	9,9	9,5
25	9,8	10,5	10,5	10,3	11,2	12,0	12,1	11,0	10,1	10,5	11,2	10,1	11,4

Окончание табл. 5

Номера колосьев	Варианты												
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	11,8	11,8	11,3	9,9	10,1	10,0	10,8	9,4	10,5	9,9	9,8	11,2	10,2
2	12,5	10,0	11,8	8,6	11,3	11,2	9,9	10,4	10,0	12,1	10,2	10,0	10,5
3	11,0	12,6	10,9	12,5	10,8	11,2	10,6	10,2	9,8	11,2	9,1	10,6	9,3
4	10,6	10,3	11,8	12,1	10,7	9,9	10,1	10,8	10,3	11,6	10,8	10,4	11,2
5	11,2	12,1	11,3	10,5	9,6	10,6	10,4	11,8	9,4	10,1	10,4	10,3	11,0
6	11,1	11,4	10,1	10,7	11,7	10,6	10,6	10,4	10,6	10,8	10,7	10,0	10,1
7	11,4	10,9	10,4	11,1	10,7	9,7	9,5	10,8	9,1	11,1	11,6	10,6	11,1
8	10,6	10,8	10,6	10,5	10,4	10,1	9,8	10,5	10,7	11,2	11,6	10,6	9,9
9	12,3	10,7	11,3	12,0	10,7	9,3	10,0	10,5	10,4	10,7	10,6	11,3	10,2
10	10,4	11,2	11,0	12,0	10,4	10,6	10,7	10,5	9,8	8,5	9,9	10,6	10,1
11	10,5	9,8	10,7	12,5	10,8	9,6	9,8	12,2	10,5	10,9	10,6	10,0	10,3
12	10,8	11,8	10,4	9,3	10,0	9,9	10,8	10,9	10,9	11,7	10,8	9,7	10,3
13	12,0	11,4	11,3	11,4	10,7	10,7	10,2	10,5	10,4	10,5	10,8	10,3	10,9
14	10,6	10,3	10,3	12,7	11,0	10,5	9,8	10,2	11,4	9,9	11,2	10,5	10,2
15	11,7	11,2	9,8	12,7	11,1	12,1	10,2	9,3	11,4	10,2	10,2	9,7	10,4
16	11,7	10,7	11,7	10,2	10,4	10,9	10,3	10,3	10,4	10,5	9,7	10,1	9,5
17	12,2	11,8	10,2	11,7	10,3	9,6	9,6	10,6	10,9	10,5	11,0	11,0	11,2
18	11,8	10,2	10,8	11,2	11,3	9,6	11,5	11,0	10,0	9,2	11,2	10,5	10,2
19	12,3	10,7	9,6	11,4	10,6	10,1	9,7	10,6	11,1	11,3	10,0	10,4	10,2
20	13,1	11,5	11,1	10,8	9,9	10,6	10,5	9,6	10,0	9,9	11,2	9,0	10,1
21	10,2	11,7	10,2	10,6	9,7	10,8	9,8	9,6	9,9	11,1	11,3	10,1	9,6
22	10,8	11,2	11,2	13,0	10,4	9,4	9,7	10,6	11,0	10,4	11,2	11,3	11,3
23	11,8	10,5	10,7	10,3	10,2	9,6	9,6	11,4	10,4	10,5	10,2	10,5	10,2
24	11,2	10,5	10,3	12,1	10,4	10,6	11,0	10,5	10,8	8,8	11,1	10,0	10,2
25	10,4	10,8	12,3	10,8	9,7	8,8	10,2	11,2	10,5	11,9	9,9	9,8	9,7

Таблица 6. **Число колосков на главном колосе гибридов озимой пшеницы (шт.)**

Номера колосьев	Варианты												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	17	20	19	18	22	22	17	20	22	20	20	20	19
2	17	16	19	18	20	23	19	20	20	19	20	19	19
3	16	18	17	19	19	20	19	18	22	20	20	19	18
4	18	20	18	18	20	18	19	20	21	19	21	17	20
5	21	17	18	17	21	20	19	20	20	16	19	19	18
6	19	19	19	17	20	20	20	18	21	22	17	20	20
7	19	19	19	17	22	19	18	20	21	19	18	16	19
8	17	15	19	17	20	21	21	18	21	22	17	20	20
9	17	17	19	20	21	21	18	19	21	22	19	19	19
10	19	19	20	19	17	22	20	22	19	19	20	20	19
11	19	17	19	18	19	20	20	20	20	20	20	19	21
12	19	17	19	17	19	16	20	19	21	21	19	20	19
13	19	19	19	17	18	21	20	21	21	22	19	19	22
14	18	17	19	20	18	21	20	19	20	21	20	19	18
15	18	18	20	17	19	21	21	17	18	22	19	21	19
16	17	19	19	17	20	20	19	19	19	19	19	20	20
17	19	18	18	20	17	20	20	19	20	22	21	21	18
18	17	19	18	18	19	22	21	19	19	22	21	19	19
19	17	19	19	18	20	18	20	18	18	21	20	20	20
20	18	18	20	20	18	19	17	18	20	21	20	21	19
21	19	20	18	16	20	20	21	20	22	22	19	20	19
22	16	20	19	18	19	20	20	19	20	20	19	21	18
23	17	18	20	19	20	21	18	20	20	22	20	21	19
24	19	19	20	20	19	20	21	21	20	22	19	19	17
25	18	19	20	18	21	19	22	20	19	21	20	21	19

Окончание табл. 6

Номера колосьев	Варианты												
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	21	20	19	16	21	19	19	20	19	18	19	20	18
2	22	19	19	19	20	19	18	19	19	20	18	19	19
3	21	20	19	21	20	18	19	19	20	19	19	19	16
4	20	12	20	21	20	18	20	20	19	19	18	20	20
5	21	20	19	18	19	19	20	20	18	19	18	19	20
6	20	18	17	19	19	19	20	19	20	19	18	18	19
7	21	19	17	20	19	17	18	20	19	19	19	19	20
8	20	18	20	20	19	19	18	19	20	20	20	19	19
9	21	21	20	21	19	18	20	20	20	19	19	19	18
10	20	20	19	19	18	19	19	20	20	17	18	19	18
11	19	20	19	21	19	19	19	19	19	19	19	19	20
12	20	22	18	18	18	18	19	19	20	20	19	19	21
13	21	20	19	21	19	19	18	18	18	21	19	19	20
14	20	21	18	21	19	20	19	19	21	18	18	19	19
15	22	20	19	22	20	20	18	19	20	19	17	18	19
16	21	19	19	19	20	19	17	19	18	20	18	20	18
17	22	21	18	21	19	18	17	20	21	19	18	18	20
18	20	18	18	21	19	18	19	20	19	17	20	18	19
19	20	18	18	22	19	19	17	19	20	19	17	19	18
20	20	20	18	19	19	18	18	18	17	17	18	17	19
21	18	21	17	17	20	19	20	19	19	20	20	17	17
22	21	20	18	20	19	20	18	19	20	19	18	18	21
23	20	20	18	19	20	20	19	20	20	17	18	19	19
24	21	21	19	21	20	19	19	19	20	19	19	18	18
25	20	19	20	20	19	18	18	20	19	20	18	18	19

Таблица 7. **Число зерен на главном колосе гибридов озимой пшеницы (шт.)**

Номера колосьев	Варианты												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	35	43	36	42	53	56	31	54	59	49	52	47	43
2	41	37	41	49	36	62	41	49	32	52	50	41	35
3	37	43	35	41	44	40	40	43	45	51	51	43	33
4	36	36	39	40	38	38	48	44	54	54	42	43	37
5	47	36	50	46	45	48	42	58	52	36	49	49	42
6	39	43	40	44	46	46	40	40	59	45	56	43	43
7	59	42	36	48	43	46	42	53	51	62	47	45	42
8	36	37	38	36	39	41	49	34	47	41	43	49	44
9	37	38	42	44	45	38	48	42	55	51	53	45	41
10	35	34	43	50	38	54	35	58	58	43	45	81	39
11	40	26	39	33	41	40	40	52	47	52	32	45	40
12	40	30	48	43	44	36	50	51	44	46	40	37	41
13	37	36	31	41	38	44	45	39	52	59	36	49	44
14	48	40	32	31	37	48	42	51	42	48	41	44	31
15	26	37	42	51	38	43	48	39	42	51	39	41	37
16	35	33	44	51	40	47	45	48	43	42	40	42	38
17	33	38	37	51	29	53	43	43	58	59	52	47	41
18	36	36	36	48	53	63	51	51	48	47	44	39	40
19	39	36	46	18	48	33	41	36	42	57	44	51	45
20	39	42	40	44	34	41	26	49	53	52	48	54	48
21	46	35	40	38	43	52	46	60	54	52	39	47	51
22	43	35	44	43	46	44	40	42	41	44	43	43	45
23	42	35	48	40	52	45	40	43	56	51	40	41	52
24	45	38	48	48	43	55	47	58	52	45	46	42	36
25	38	39	41	38	37	50	47	38	46	54	41	45	48

Окончание табл. 7

Номера колосьев	Варианты												
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	50	48	54	34	57	44	38	34	53	31	38	47	43
2	60	39	67	34	43	49	38	44	48	43	37	42	41
3	46	47	50	59	47	48	47	43	40	36	34	44	39
4	53	46	61	49	45	37	41	50	55	48	43	41	44
5	49	59	56	41	42	47	40	55	42	37	38	38	43
6	39	46	55	51	54	47	48	47	42	32	42	45	48
7	46	43	48	57	44	43	41	44	31	45	51	32	77
8	40	49	52	44	49	44	43	45	50	29	48	38	52
9	54	35	55	54	40	38	43	56	45	35	38	49	38
10	46	44	43	42	40	49	48	51	40	36	36	40	49
11	50	37	54	51	48	46	38	44	52	48	37	35	51
12	51	45	40	39	49	38	39	46	48	40	46	34	47
13	49	46	49	52	48	48	43	38	50	43	38	40	46
14	39	41	36	53	43	40	44	43	46	32	46	38	51
15	51	38	41	57	47	57	35	33	48	32	35	37	47
16	45	46	54	44	45	44	46	47	41	36	39	37	32
17	55	44	46	51	42	39	50	51	55	39	40	41	45
18	43	36	53	41	45	46	41	37	43	31	38	42	47
19	47	43	41	43	42	47	39	39	58	40	38	36	37
20	49	37	44	47	46	37	53	36	39	35	47	28	41
21	35	42	42	41	47	51	46	50	47	47	43	39	41
22	44	40	63	52	45	37	42	42	48	41	36	52	43
23	46	45	48	34	42	39	47	46	39	29	36	39	40
24	46	45	49	57	43	37	58	55	46	32	38	40	24
25	40	39	58	63	45	42	44	42	37	44	38	41	37

Таблица 8. **Число зерен на растении гибридов озимой пшеницы (шт.)**

Номера колосьев	Варианты												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	121	145	120	65	209	209	121	203	234	146	193	126	178
2	266	124	138	165	141	246	178	181	260	211	250	185	134
3	195	118	127	101	132	118	229	121	183	154	169	132	126
4	107	224	139	109	72	107	184	70	345	132	189	164	194
5	183	112	210	88	75	171	74	125	149	96	140	136	156
6	129	249	147	44	178	127	95	114	345	112	143	148	109
7	332	237	153	176	106	136	147	232	149	272	91	160	111
8	108	75	163	74	88	80	454	59	245	221	137	92	181
9	120	137	149	109	142	248	170	92	204	288	200	192	194
10	75	62	113	133	134	258	149	303	151	107	119	220	103
11	63	56	77	82	89	93	85	254	214	266	121	154	177
12	79	105	111	190	101	191	125	155	130	170	130	116	145
13	70	110	128	96	61	131	227	197	120	148	76	106	230
14	348	140	111	85	95	326	91	161	250	104	87	79	132
15	102	187	189	179	131	133	211	99	68	187	97	111	180
16	55	72	114	160	135	163	253	108	228	145	200	163	228
17	92	61	100	129	53	157	123	159	248	396	143	209	208
18	114	85	82	48	148	63	116	357	101	184	105	152	95
19	63	94	146	59	222	121	148	96	86	209	108	197	122
20	66	125	119	79	59	75	51	185	190	221	163	220	193
21	202	110	68	122	112	141	109	290	266	178	163	239	238
22	101	117	229	120	157	194	60	116	162	139	99	196	196
23	167	141	269	66	226	231	49	104	302	264	136	180	346
24	214	75	174	119	142	161	234	214	175	100	176	222	229
25	146	161	111	151	143	188	81	160	172	120	180	117	282

Окончание табл. 8

Номера колосьев	Варианты												
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	158	242	188	88	233	207	126	111	194	71	181	83	138
2	328	69	241	58	84	198	112	132	86	175	139	63	104
3	330	138	279	225	175	174	126	116	73	99	105	167	107
4	251	84	221	239	127	62	172	193	124	279	207	142	190
5	141	163	215	229	61	114	111	188	232	145	99	113	210
6	122	118	263	233	212	198	138	154	180	82	131	87	94
7	128	111	251	162	112	229	73	107	89	115	117	111	163
8	198	182	239	99	154	283	102	74	168	80	139	77	193
9	272	201	300	223	83	97	749	128	137	99	121	207	98
10	75	176	297	142	70	206	183	194	138	96	77	80	116
11	87	89	214	95	113	176	117	242	227	278	155	73	243
12	219	185	92	116	159	236	86	74	146	179	118	52	244
13	204	144	254	103	95	182	147	124	171	126	137	117	177
14	125	98	103	185	97	118	105	107	181	78	207	63	201
15	144	217	183	290	150	246	117	125	116	90	86	114	111
16	117	81	272	124	114	247	90	138	140	105	95	117	80
17	296	143	170	201	70	149	122	122	273	106	149	113	157
18	211	97	155	273	197	109	144	68	145	104	155	148	146
19	137	185	144	180	198	293	62	211	225	68	115	89	180
20	139	162	161	124	185	175	274	111	164	92	154	70	139
21	71	245	124	138	205	180	73	119	207	191	181	138	93
22	59	228	252	263	196	170	162	150	276	78	132	206	147
23	108	109	134	114	173	122	147	157	125	95	122	85	108
24	150	142	298	230	183	113	173	156	179	101	197	98	99
25	143	103	174	211	99	58	168	192	121	116	135	176	112

Таблица 9. **Масса зерна в главном колосе гибридов озимой пшеницы (г)**

Номера колосьев	Варианты												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1,90	1,91	1,72	2,02	3,15	3,25	1,50	2,94	3,19	2,56	2,87	2,58	2,48
2	1,97	1,67	1,91	2,53	1,75	3,40	2,15	2,68	2,60	2,54	2,51	1,96	1,68
3	1,78	1,91	1,70	2,25	2,33	2,15	2,00	2,39	2,18	1,70	2,69	2,90	1,89
4	2,01	1,91	2,00	2,08	1,69	1,55	2,12	2,67	2,51	2,77	2,00	2,50	2,10
5	2,20	1,78	2,58	2,25	2,39	2,60	1,78	3,00	2,51	1,82	2,89	2,56	2,25
6	2,04	2,68	2,12	2,15	2,56	2,36	1,80	2,30	3,30	2,33	2,36	2,80	1,80
7	3,23	2,46	2,21	1,70	2,45	2,22	1,98	2,79	2,50	3,13	1,69	2,39	2,05
8	1,91	1,76	1,71	0,93	1,85	2,71	2,57	1,65	2,26	1,46	2,08	2,55	2,21
9	1,65	1,70	1,98	2,61	2,56	2,02	2,33	2,08	2,80	1,93	2,81	2,22	2,15
10	1,83	1,81	2,00	3,51	2,11	3,20	1,35	3,39	3,04	1,99	2,43	3,07	1,99
11	2,00	1,39	1,38	1,66	2,45	2,18	1,70	2,60	2,35	2,84	2,61	2,63	2,08
12	1,99	1,91	1,91	2,58	2,53	1,99	2,11	2,87	2,05	2,43	2,09	1,90	2,22
13	1,76	2,02	1,50	2,21	2,02	2,32	2,51	1,38	2,35	2,78	1,63	2,51	2,12
14	2,85	2,08	1,42	1,81	1,87	2,79	2,01	2,68	1,85	2,61	1,95	2,41	1,48
15	1,50	2,00	2,26	1,05	1,96	2,00	2,12	2,21	1,93	2,68	1,89	2,25	1,88
16	1,65	1,65	2,20	2,79	2,05	2,21	2,89	2,40	2,18	2,29	1,92	2,33	2,08
17	1,55	1,65	1,79	2,96	1,40	2,67	1,61	2,16	2,95	3,86	2,39	2,59	2,02
18	1,89	1,72	1,79	2,38	2,83	2,65	2,59	2,74	2,28	2,32	2,22	1,84	2,09
19	1,79	1,79	2,37	0,85	3,00	1,77	2,15	1,59	2,15	2,90	1,49	2,95	2,45
20	1,88	2,11	2,11	2,19	1,70	1,80	1,07	2,83	2,79	2,46	2,31	2,75	2,39
21	2,35	1,86	1,92	1,72	2,06	2,30	2,31	3,42	2,98	3,00	1,91	2,15	3,08
22	2,33	1,82	2,19	2,22	2,81	2,52	2,00	2,31	1,89	2,10	1,99	2,05	2,48
23	2,08	1,74	2,31	2,09	2,65	2,60	2,02	2,35	3,50	2,92	2,72	2,30	2,90
24	2,50	1,77	2,55	2,58	2,12	3,00	2,19	3,18	2,87	2,00	2,35	2,23	2,15
25	1,77	1,89	1,96	1,96	2,04	2,85	2,01	2,18	2,55	2,80	2,02	2,18	2,97

Окончание табл. 9

Номера колосьев	Варианты												
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	3,40	2,88	3,03	1,64	2,75	2,19	2,17	1,76	2,57	1,71	2,26	2,47	2,10
2	3,05	1,55	2,84	1,00	1,75	2,43	1,69	1,86	2,33	2,82	1,79	2,00	1,41
3	2,30	2,59	2,49	3,72	2,35	2,44	2,27	1,95	1,82	2,21	1,65	2,23	2,10
4	2,73	2,58	3,10	2,38	2,21	2,05	1,80	2,22	2,69	2,84	2,30	2,41	2,22
5	2,57	3,25	3,41	2,71	1,67	2,68	1,93	2,51	2,00	2,27	1,98	1,73	2,31
6	2,79	2,71	2,99	2,92	2,88	2,45	2,13	2,20	2,09	1,83	2,14	2,00	2,09
7	2,52	2,56	2,38	3,16	2,21	2,10	2,06	1,90	1,74	1,01	2,39	1,68	3,11
8	2,38	2,20	2,52	2,17	2,45	2,28	1,93	1,97	2,40	1,67	2,57	1,67	2,79
9	3,23	2,22	2,86	2,71	1,91	1,76	1,99	2,14	2,02	1,81	2,05	1,98	1,84
10	2,49	2,21	3,03	2,68	2,05	2,49	2,00	2,59	2,04	1,84	1,75	2,03	2,45
11	2,40	1,70	2,81	2,71	2,47	2,00	1,69	2,45	2,49	2,98	1,97	1,57	2,82
12	2,23	2,33	1,84	2,30	2,25	1,73	1,60	2,00	2,37	2,31	2,03	1,85	2,63
13	2,88	2,77	2,46	3,15	2,05	2,78	2,14	1,55	2,81	2,11	1,91	1,92	2,59
14	2,10	1,87	2,02	3,33	2,08	2,04	1,76	2,08	2,44	1,98	2,26	2,07	2,51
15	2,99	1,80	2,30	3,51	2,38	2,51	1,80	1,34	2,52	1,82	1,67	1,40	2,35
16	2,56	2,29	2,65	2,12	2,18	2,40	2,33	2,42	2,40	1,87	2,14	1,75	1,54
17	2,77	2,39	2,09	2,31	2,00	2,02	2,35	2,37	2,79	2,18	2,07	2,52	2,29
18	3,45	1,92	2,78	2,40	2,59	1,98	2,00	1,28	1,89	2,26	2,00	2,46	2,52
19	2,68	1,75	1,81	2,53	2,32	2,81	1,83	2,00	2,80	1,34	2,00	2,30	1,95
20	3,00	2,48	2,12	2,40	2,11	1,93	2,06	1,74	2,04	1,61	2,58	1,34	2,29
21	1,80	2,55	1,74	2,70	2,21	2,62	2,27	2,64	2,21	2,71	2,09	2,19	2,02
22	2,56	1,81	3,73	2,99	2,50	1,78	2,08	1,97	2,16	2,14	1,68	2,49	2,12
23	2,57	2,52	2,15	1,65	2,22	1,77	2,50	2,08	2,10	1,99	1,80	2,12	1,85
24	2,59	2,11	2,43	3,21	2,11	1,53	3,21	2,50	2,30	1,67	2,20	1,87	1,40
25	1,92	2,51	3,30	3,55	2,30	2,22	2,11	2,03	2,68	2,31	1,84	2,03	1,94

Таблица 10. **Масса зерна с растений гибридов озимой пшеницы (г)**

Номера колосьев	Варианты												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	5,7	5,7	6,1	3,0	10,0	9,4	5,4	10,7	1,5	7,3	10,0	5,8	9,3
2	12,3	4,4	5,9	7,0	5,7	11,2	7,7	9,4	10,2	9,3	11,8	8,3	5,7
3	9,1	4,7	5,8	4,6	6,6	5,9	11,5	6,2	7,6	5,3	8,5	7,1	6,3
4	5,1	5,5	5,9	4,9	3,0	4,0	8,2	3,6	19,2	6,3	8,8	8,9	9,0
5	8,1	4,4	7,5	3,8	3,9	8,9	3,3	5,5	6,7	4,7	6,4	6,5	7,5
6	5,7	13,3	6,0	2,2	7,0	5,8	4,2	5,3	17,1	6,5	6,0	9,8	4,7
7	15,3	12,2	9,5	7,3	5,7	5,8	5,9	9,1	6,7	12,7	3,4	8,0	5,2
8	5,2	2,8	6,9	7,0	3,9	3,2	12,9	2,7	11,2	9,1	5,8	4,7	8,8
9	5,2	6,2	6,4	5,6	4,3	12,7	8,1	4,3	9,4	12,5	9,9	9,8	9,5
10	3,1	2,8	5,4	3,5	6,9	9,7	5,8	15,6	7,0	4,4	5,7	9,9	5,3
11	3,0	2,6	2,2	2,3	5,4	4,2	3,7	7,6	9,8	13,9	5,6	9,0	8,4
12	3,7	5,9	4,8	9,6	4,8	9,7	4,8	8,5	5,4	8,1	5,2	6,0	7,0
13	3,2	4,9	5,0	4,4	3,0	6,6	10,1	8,5	5,1	6,7	2,9	4,7	10,7
14	21,5	5,5	4,1	3,9	4,9	15,9	4,2	7,6	9,1	5,0	3,0	4,3	5,5
15	4,7	8,5	8,3	5,8	6,4	6,7	8,7	4,9	3,0	9,5	4,5	5,5	8,2
16	2,4	3,4	3,9	6,1	6,0	7,5	14,4	4,6	10,9	6,8	8,6	8,3	10,7
17	4,1	2,4	4,1	6,7	2,6	6,4	5,1	6,7	12,0	19,3	5,4	10,6	9,9
18	5,6	3,9	3,8	2,4	8,4	2,6	5,4	18,4	4,5	8,6	5,0	6,7	4,4
19	2,8	3,5	7,1	2,4	9,5	6,0	7,2	4,5	4,1	9,1	4,5	9,7	5,2
20	3,1	5,7	6,0	4,3	2,5	3,2	2,2	9,3	9,0	10,3	6,7	10,3	9,3
21	8,9	5,0	3,1	5,2	5,5	6,6	4,8	14,9	3,0	8,6	7,4	11,7	13,2
22	5,1	5,4	9,5	6,3	8,1	9,4	2,7	6,0	6,9	6,1	4,3	7,1	9,9
23	8,9	4,1	12,1	3,1	9,7	9,9	2,8	5,3	15,4	12,8	5,4	8,9	18,5
24	10,7	2,8	8,6	5,7	6,2	7,7	10,5	10,6	7,8	4,4	7,6	9,5	7,0
25	6,5	6,7	4,0	6,9	7,4	9,2	3,4	7,8	8,6	6,2	5,8	5,4	16,7

Окончание табл. 10

Номера колосьев	Варианты												
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
1	7,0	13,2	9,0	4,2	11,2	9,5	6,0	3,8	9,1	3,4	7,6	4,2	6,8
2	16,8	2,7	12,0	2,4	3,5	10,0	4,5	5,4	3,9	9,0	6,1	3,2	4,4
3	15,3	13,0	13,5	13,0	8,0	8,1	5,8	5,3	3,4	4,5	5,0	7,8	5,1
4	12,9	3,9	12,0	2,6	6,4	3,0	7,4	8,6	5,6	13,3	9,8	7,5	9,3
5	7,3	8,2	10,4	7,0	2,4	5,8	5,4	8,5	7,3	7,0	4,8	5,0	11,0
6	5,6	5,3	13,2	11,1	8,4	9,3	6,2	7,0	8,0	3,4	6,3	4,0	4,0
7	7,2	5,8	11,0	9,0	5,4	9,3	3,0	3,6	4,4	5,6	5,0	5,2	9,6
8	10,0	7,6	10,9	4,8	7,4	12,5	4,7	3,2	8,1	3,0	6,6	3,5	10,2
9	13,4	7,5	15,9	10,3	3,7	4,4	6,2	5,3	6,0	4,8	5,9	9,0	4,3
10	3,9	8,4	15,9	6,3	3,4	9,3	7,7	7,9	6,6	4,6	3,3	3,8	5,7
11	4,0	4,1	10,7	5,0	7,6	7,3	4,9	12,1	10,8	14,0	7,7	2,9	13,8
12	11,6	9,4	4,0	6,0	6,4	7,4	3,8	3,4	6,4	9,0	5,2	2,5	13,5
13	11,9	6,7	11,2	3,7	8,2	8,8	6,3	5,2	8,2	6,2	6,4	5,8	8,8
14	6,0	4,1	5,0	10,7	4,4	6,0	3,5	4,7	8,0	4,2	9,7	3,2	10,9
15	8,0	9,3	9,0	16,	7,4	11,7	5,7	5,2	4,4	4,9	4,1	5,0	5,2
16	6,3	3,7	12,2	5,4	5,2	11,4	4,6	7,0	6,7	4,9	4,8	5,5	3,8
17	14,0	6,8	7,5	9,0	3,2	6,7	5,4	6,0	13,3	5,3	7,3	6,7	7,5
18	10,9	4,7	7,0	14,4	10,5	4,5	6,6	3,7	5,8	5,3	7,2	9,2	7,5
19	6,4	9,9	6,2	9,7	10,0	13,9	2,7	11,4	10,4	2,7	5,8	5,0	8,6
20	7,8	7,2	7,4	6,0	8,6	8,7	14,0	5,0	7,6	4,0	7,0	3,6	6,5
21	3,3	12,6	5,4	8,3	8,5	8,6	3,1	6,3	8,7	8,5	8,3	6,7	4,5
22	3,0	11,4	12,0	14,0	9,8	5,7	6,9	6,9	11,7	3,6	5,3	10,6	6,8
23	5,5	4,5	6,2	5,3	8,0	5,4	6,5	8,0	5,8	5,0	5,4	4,0	4,6
24	7,3	7,3	14,5	12,0	8,6	5,1	8,5	7,3	7,9	4,3	9,8	4,9	4,9
25	6,4	6,4	9,3	9,0	4,7	2,9	8,0	8,5	5,8	5,3	7,6	9,3	5,4

Как было отмечено ранее, под качественной изменчивостью понимается такая изменчивость, при которой различия между вариантами определены показателями качества, не имеющими числового выражения (в нашем примере больные – здоровые растения).

Качественную изменчивость характеризуют следующие статистические характеристики: доля наличия признаки (p), доля отсутствия признака (q), показатель изменчивости качественного признака (S), ошибка выборочной доли (S_p), коэффициент вариации (V, %).

Общий объем выборки обозначают буквой N, а число объектов с данным признаком – n.

Доля наличия признака – это отношение числа объектов с данным признаком к общему числу объектов, т. е. к объему выборки:

$$p = \frac{n}{N}.$$

Она может быть выражена в частях единицы или в процентах, т. е. доля признака показывает вероятность появления данного признака в данной совокупности.

В нашем примере в выборке из 25 растений льна-долгунца 9 растений поражены ржавчиной (n_1 = 9), а 16 растений являются здоровыми (n_2 = 16). Таким образом, объем выборки составляет 25 растений, а доля пораженных ржавчиной растений 36 %:

$$N = n_1 + n_2 = 9 + 16 = 25.$$

$$p = \frac{n}{N} = \frac{9}{25} = 0{,}36, \text{ или } 36\ \%.$$

Доля отсутствия признака – это разность между целым, т. е. единицей, и долей наличия признака:

$$q = 1 - p.$$

$$q = 1 - 0{,}36 = 0{,}64, \text{ или } q = 100 - 36 = 64\ \%.$$

Показатель изменчивости качественного признака для альтернативной изменчивости, как в нашем случае, когда изучаемый объект имеет две градации (пораженные и не пораженные ржавчиной растения льна), рассчитывают по формуле

$$S = \sqrt{p \cdot q}.$$

$$S = \sqrt{0{,}36 \cdot 0{,}64} = 0{,}48, \text{ или } 48\ \%.$$

Максимальная изменчивость, как видно из формулы, наблюдается при $p = q = 0{,}5$. При этом показателе изменчивость S также равна 0,5:

$$S_{\max} = \sqrt{0{,}5 \cdot 0{,}5} = 0{,}5.$$

При трех градациях признак равен 0,333 (33,3 %), четырех – 0,25 (0,25 %), пяти – 0,200 (20 %), шести – 0,167 (16,7 %) и т. д.

Если изучаемый объект имеет более двух градаций, то показатель изменчивости вычисляется по формуле

$$\mathrm{S} = \sqrt[k]{p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \ldots \cdot p_k},$$

где p_1, p_2, p_3, …, p_k – доли признака от общего объема выборки;

k – число градаций признака.

Ошибка выборочной доли – это мера отклонения от доли наличия признака, которую для альтернативной изменчивости вычисляют по формуле

$$S_p = \sqrt{\frac{p \cdot q}{N}}.$$

В нашем случае она составляет:

$$S_p = \sqrt{\frac{0{,}23}{25}} = 0{,}10.$$

Интервальную оценку доли дают по формуле $p = \pm\, 2S_p$ на уровне доверительной вероятности P_{095} и по формуле $p = \pm\, 3S_p$ на уровне доверительной вероятности P_{099}.

Интервал при P_{095} составляет $0{,}36 \pm 2 \cdot 0{,}14 = 0{,}36 \pm 0{,}28 = 0{,}08 \div 0{,}64$. Таким образом, нижняя граница интервала составит 0,08, а верхняя – 0,64.

Если градаций более двух, то ошибку выборочной доли вычисляют по формуле

$$S_p = \frac{S}{\sqrt{N}},$$

где S – показатель изменчивости;

N – объем выборки.

Коэффициент вариации – отношение показателя изменчивости к его максимальному значению, выраженное в процентах:

$$V_p = \frac{S}{S_p}.$$

Коэффициент вариации в примере составит:

$$V_p = \frac{0{,}48}{0{,}10} \cdot 100\ \% = 4{,}8\ \%.$$

Коэффициент вариации характеризует относительную изменчивость изучаемых признаков и широко используется для сравнительной оценки выравненности различных совокупностей.

Задание 2. В соответствии с выданным вариантом рассчитать статистические показатели качественной изменчивости, построить диаграмму и сделать выводы.

Исходные данные приведены в табл. 11–13.

Таблица 11. **Пораженность паршой плодов груши (в каждой выборке по 150 шт.)**

Вариант	Задание									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Белорусская поздняя	55	56	63	58	38	67	45	56	67	50
Лагодная	44	45	46	48	35	37	30	36	50	35
Мраморная	21	30	16	20	19	24	16	26	20	22
Дюшес летний	72	80	83	79	77	84	90	68	65	60

Таблица 12. **Окраска плодов томата в F_2**

Вариант	Задание									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Красная	136	115	193	178	175	150	150	220	228	135
Оранжевая	75	135	56	114	120	97	88	115	106	112
Желтая	56	80	89	78	65	45	75	125	136	115
Бурая	14	45	57	53	60	53	58	45	41	72

Таблица 13. **Окраска зерен овса, шт.**

Вариант	Задание									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Белые	236	215	293	278	275	250	250	200	326	220
Желтые	96	75	106	115	112	120	136	115	196	178
Коричневые	150	100	120	112	75	96	54	47	65	75
Серые	52	56	89	68	80	75	65	89	78	35

ТЕМА 2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ

Любая разность между средними арифметическими двух генеральных совокупностей всегда существенна. В опытной работе обычно сравнивают средние величины не генеральных, а выборочных совокупностей, поэтому приходится доказывать методами математической статистики достоверность различий в действии изучаемых факторов и на основании этого делать выводы и предложения для производства.

Использование статистических методов или критериев проверки гипотез – основа принятия решений при изучении явлений, обусловленных случайной вариацией.

Статистическая гипотеза – это научное предположение о тех или иных статистических законах распределения рассматриваемых случайных величин, которое может быть проверено на основе выборки. Почти всегда задача заключается в проверке *нулевой гипотезы* (H_0) – предположении об отсутствии реального различия между фактическими и ожидаемыми наблюдениями. Если в результате проверки различия между фактическими и теоретическими наблюдениями близки к нулю или находятся в области допустимых значений, то нулевая гипотеза не опровергается (подтверждается). Если же различия оказываются в критической для данного статистического критерия области, невозможны при нашей гипотезе и поэтому несовместимы с ней, то гипотеза опровергается.

Принятие H_0 гипотезы означает, что данные не противоречат предположению об отсутствии различий между фактическими и теоретическими или двумя рядами фактических распределений. Отбрасывание гипотезы означает, что эмпирические данные несовместимы с H_0 и верна другая, альтернативная гипотеза.

Справедливость H_0 проверяется вычислением статистических критериев проверки для определенного уровня значимости. Для проверки H_0 используют критерии двух видов: параметрические и непараметрические.

Параметрические критерии – это критерии, основанные на предположении, что распределение признака в совокупности подчиняется известном закону (например, закону нормального распределения). К таким показателям относятся критерии t и F, использование которых предполагает вычисление оценок параметров распределения.

Непараметрические критерии – это критерии, использование которых не требует вычисления оценок неизвестных параметров распреде-

ления и приближенного значения распределения признака. Этими критериями пользуются только в предварительных исследованиях.

Статистические показатели выборочной совокупности (выборки) являются приближенными оценками показателей (параметров) генеральной совокупности. Оценка может быть точечная (представлена одним числом) или интервальная.

Через выборочную среднюю $\bar{x}$ и ее ошибку $S_{\bar{x}}$ можно дать точечную оценку генеральной средней в виде $\bar{x} \pm S_{\bar{x}}$. Это означает, что $\bar{x}$ – оценка генеральной средней μ с ошибкой, равной $S_{\bar{x}}$.

Интервальная оценка характеризуется двумя числами – концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительный интервал – это такой интервал, который с заданной вероятностью покрывает оцениваемый параметр. *Центр доверительного интервала* – выборочная оценка точки, а пределы, или доверительные границы, определяются средней ошибкой оценки и уровнем вероятности.

Математически доверительный интервал для генеральной средней записывается так:

$$\bar{x} \pm t \cdot S_{\bar{x}},$$

где $t \cdot S_{\bar{x}}$ – предельная ошибка выборочной средней при данном числе свободы и принятом уровне значимости (t_{05} или t_{01}).

Крайние точки интервала (начало – $\bar{x} - t \cdot S_{\bar{x}}$; конец – $\bar{x} + t \cdot S_{\bar{x}}$) называют *доверительными границами*. Интервальную оценку используют для статистической проверки гипотез при сравнении выборочных средних. Например, при n = 30 были получены такие выборочные средние и ошибки средних:

$$\bar{x}_1 \pm S_{\bar{x}_1} = 37{,}4 \pm 0{,}3;$$
$$\bar{x}_2 \pm S_{\bar{x}_2} = 34{,}8 \pm 0{,}5.$$

Необходимо определить, существенно ли различаются эти выборочные средние при 5%-ном уровне значимости, т. е. проверить нулевую гипотезу H_0:

$$\mu_1 - \mu_2 = d = 0.$$

Для $\nu = n - 1 = 30 - 1 = 29$ степеней свободы t_{05} = 2,05, и при 95%-ном уровне вероятности доверительные интервалы составят:

$$\bar{x}_1 \pm t_1 \cdot S_{\bar{x}_1} = 37{,}4 \pm 2{,}05 \cdot 0{,}3 = 37{,}4 \pm 0{,}615 = 36{,}785 \div 38{,}015;$$
$$\bar{x}_2 \pm t_2 \cdot S_{\bar{x}_2} = 34{,}8 \pm 2{,}05 \cdot 0{,}5 = 34{,}8 \pm 1{,}025 = 33{,}775 \div 35{,}825.$$

Доверительные интервалы для генеральных средних перекрывают друг друга. Поэтому разность между выборочными средними $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 2{,}6$ нельзя переносить на генеральные средние μ_1 и μ_2, так как генеральная разность между ними может быть равна нулю или быть отрицательной величиной, когда $\mu_2 > \mu_1$. Поэтому $H_0 : d = 0$ не отвергается.

Нулевую гипотезу об отсутствии существенных различий методом интервальной оценки можно определить другим способом – по формуле

$$S_d = \sqrt{S_{\bar{x}_1}{}^2 + S_{\bar{x}_2}{}^2},$$

где вначале вычисляется ошибка разности средних (S_d), а затем рассмотренным выше способом рассчитываются доверительные интервалы для генеральной разности средних $d \pm t \cdot S_1$.

Величина, указывающая границу предельным случайным отклонениям, называется *наименьшей существенной разностью* (НСР) и определяется по соотношению

$$\text{НСР} = t \cdot S_d.$$

Если фактическая разность между выборочными средними $d \geq$ НСР, то нулевая гипотеза отвергается, а если $d <$ НСР – не отвергается.

Наименьшая существенная разность используется при построении доверительных интервалов и проверке статистических гипотез. Доверительный интервал для разности генеральных средних определяется по отношению $d \pm$ НСР, где НСР $= t \cdot S_d$ – предельная ошибка разности выборочных средних при данном числе степеней свободы $\nu = n_1 + n_2 - 2$ и принятом уровне значимости.

Если по величине $\bar{x} \pm t \cdot S_{\bar{x}}$ оцениваются доверительные границы, в которых находится средняя арифметическая, то по величине стандартного отклонения S оценивается интервал для отдельного значения X и всей совокупности $\bar{x} \pm t \cdot S$. Внутри этого интервала будут находиться с 95%-ным или 99%-ным уровнем вероятности значения генеральной

средней μ и все индивидуальные значения варьирующей величины, где величина $t \cdot S$ – область разброса индивидуальных значений.

При сравнении средних необходимо учитывать два момента:

1) средние двух независимых выборок сравнивают, когда единицы наблюдения первой и второй выборок не связаны общим условием;

2) сравнивают те две сопряженные выборки, в которых единицы наблюдения одной из которых сопряжены каким-то общим условием с единицами наблюдения второй.

При сравнении средних двух независимых выборок по *t*-критерию Стъюдента оценивается существенность разности средних ($d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$), а при сравнении двух сопряженных выборок – существенность средней разности ($d = \sum d : n$).

Оценка разности средних независимых выборок по *t*-критерию и НСР$_{05}$

В теории статистики ошибка разности или суммы средних арифметических выборок при одинаковом числе наблюдений ($n_1 = n_2$) определяется по формуле

$$S_d = \sqrt{S_{\bar{x}_1}{}^2 + S_{\bar{x}_2}{}^2},$$

где S_d – ошибка разности или суммы;

$S_{\bar{x}_1}$ и $S_{\bar{x}_2}$ – ошибка сравниваемых средних арифметических $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$.

Гарантией надежности вывода о существенности или несущественности различий между $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ служит отношение разницы к ее ошибке. Это отношение получило название *критерия существенности разности*:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_{\bar{x}_1}{}^2 + S_{\bar{x}_2}{}^2}} = \frac{d}{S_d}.$$

Если $t_{факт} > t_{теор}$, то нулевая гипотеза об отсутствии существенности различий между средними опровергается, а если различия находятся в пределах случайных колебаний для принятого уровня значимости (т. е. H_0 : d = 0), – не опровергается.

Теоретическое значение критерия t находят по таблице, зная, что число степеней свободы $\nu = n_1 + n_2 - 2$ по принятому уровню значимости.

Проверить H_0 можно и по величине НСР, выраженной в единицах варьирующего признака. Когда разность между средними (d > НСР) попадает в критическую область существенных различий, она признается значимой и H_0 опровергается. Когда d < НСР и лежит в области случайных колебаний, то H_0 не опровергается.

Например, в борьбе с аскохитозом гороха было проведено протравливание семян 80 %-ным ТМТД (4 кг/т) и был подсчитан процент поражения растений. Необходимо определить 5 %-ные доверительные интервалы и проверить значимость действия препарата.

В связи с тем, что пробные площадки для учета поражения растений аскохитозом не связаны общим условием, полученные данные следует обрабатывать по типу несопряженных выборок. Последовательность вычислений при сравнении средних несопряженных выборок приведена в табл. 14.

Расчеты по каждой выборке проводят в следующем порядке:

1) сумма квадратов

$$\sum (X - \bar{x}_1)^2 = \sum \bar{x}_1{}^2 - \frac{(\sum \bar{x}_1)^2}{n} = 716 - \frac{4}{10} = 715{,}6;$$

$$\sum (X - \bar{x}_2)^2 = \sum \bar{x}_2{}^2 - \frac{(\sum \bar{x}_2)^2}{n} = 70 - \frac{25}{10} = 67{,}5;$$

2) ошибка выборочной средней

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{x})^2}{n \cdot (n - 1)}};$$

$$S_{\bar{x}_1} = \sqrt{\frac{715{,}6}{10 \cdot (10 - 1)}} = 2{,}82;$$

$$S_{\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{67{,}5}{10 \cdot (10 - 1)}} = 0{,}87;$$

Таблица 14. **Последовательность вычислений несопряженной выборки**

Номер пробной площадки	Контроль (без протравливания)			При обработке семян		
	Процент поражения аскохитозом	$\bar{x}_1 = X - A_1$	$\bar{x}_1^2$	Процент поражения аскохитозом	$\bar{x}_2 = X - A_2$	$\bar{x}_2^2$
1	41	$\bar{x}_1 = 41 - 34 = 7$	49	10	$\bar{x}_2 = 10 - 10 = 0$	0
2	29	$\bar{x}_1 = 29 - 34 = -5$	25	11	$\bar{x}_2 = 11 - 10 = 1$	1
3	37	$\bar{x}_1 = 37 - 34 = 3$	9	15	$\bar{x}_2 = 15 - 10 = 5$	25
4	29	$\bar{x}_1 = 29 - 34 = -5$	25	13	$\bar{x}_2 = 13 - 10 = 3$	9
5	32	$\bar{x}_1 = 32 - 34 = -2$	4	8	$\bar{x}_2 = 8 - 10 = -2$	4
6	25	$\bar{x}_1 = 25 - 34 = -9$	81	11	$\bar{x}_2 = 11 - 10 = 1$	1
7	26	$\bar{x}_1 = 26 - 34 = -8$	64	8	$\bar{x}_2 = 8 - 10 = -2$	4
8	27	$\bar{x}_1 = 27 - 34 = -7$	49	9	$\bar{x}_2 = 9 - 10 = -1$	1
9	45	$\bar{x}_1 = 45 - 34 = 11$	121	10	$\bar{x}_2 = 10 - 10 = 0$	0
10	51	$\bar{x}_1 = 51 - 34 = 17$	289	5	$\bar{x}_2 = 5 - 10 = -5$	25
	$\sum X = 342$	$\sum \bar{x}_1 = 2$	$\sum \bar{x}_1^2 = 716$	$\sum X = 100$	$\sum \bar{x}_2 = -5$	$\sum \bar{x}_2^2 = 70$
	$\bar{x}_1 = \frac{\sum X}{n} = \frac{342}{10} = 34{,}2$		$A_1 = 34$	$\bar{x}_1 = \frac{\sum X}{n} = \frac{100}{10} = 10$		$A_1 = 10$

3) относительная ошибка средней

$$S_{\bar{x}}\% = \frac{S_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100\ \%;$$

4) доверительный интервал для генеральной средней

$$\bar{x} \pm t_{05} \cdot S_{\bar{x}}.$$

При степенях свободы $\nu = n - 1 = 10 - 1 = 9$ по прил. 1 находим t_{05}, которое равно 2,26. Далее получим:

$$\bar{x}_1 \pm t_{05} \cdot S_{\bar{x}_1} = 34{,}2 \pm 2{,}26 \cdot 2.82 = 34{,}2 \pm 6{,}4 = 27{,}8 \div 40{,}6;$$
$$\bar{x}_2 \pm t_{05} \cdot S_{\bar{x}_2} = 10 \pm 2{,}26 \cdot 0{,}87 = 10{,}0 \pm 2{,}0 = 8{,}0 \div 12{,}0;$$

5) критерий существенности

$$t_{\text{факт}} = \frac{d}{S_d} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_{\bar{x}_1}{}^2 + S_{\bar{x}_2}{}^2}} = \frac{34{,}2 - 10{,}0}{\sqrt{2{,}82^2 + 0{,}87^2}} = \frac{24{,}2}{\sqrt{7{,}95 + 0{,}76}} = 8{,}2.$$

Полученный критерий $t_{\text{факт}}$ сравнивается с теоретическим, который находится по прил. 1 при числе степеней свободы $\nu = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 10 - 2 = 18$, $t_{\text{теор}} = 2{,}1$ на 5%-ном уровне значимости. Сопоставляя фактическое значение с теоретическим, приходим к выводу, что $t_{\text{факт}} > t_{\text{теор}}$. Следовательно, разность существенна при 5%-ном уровне значимости.

Оценка существенности разности средних сопряженных выборок по *t*-критерию и НСР

Для оценки существенности разности средних сопряженных выборок по *t*-критерию и НСР расчеты проводят в следующем порядке:

1) вычисляют S_d по формуле

$$S_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum d^2 - (\sum d)^2 : n}{n\,(n-1)}}\ ;$$

2) вычисляют $t_{\text{факт}}$ по формуле

$$t_{\text{факт}} = \frac{\bar{d}}{S_{\bar{d}}};$$

3) число степеней свободы ν находят по равенству

$$\nu = n - 1,$$

где n – число сопряженных пар;

4) вычисляют НСР по формуле

$$\text{НСР}_{05} = t_{05} \cdot S_d;$$

5) на основании решения задачи конкретного варианта делают письменные выводы.

Все расчеты удобнее проводить по форме табл. 15.

Таблица 15. **Последовательность вычисления сопряженных выборок**

Номер пары наблюдений	X_1	X_2	Разность $d = X_1 - X_2$	Квадрат разности d^2
1 2 … n				
Сумма	$\sum X_1$	$\sum X_1$	$\sum d$	$\sum d^2$
Среднее $\bar{x}$	$\bar{x}_1 = \frac{\sum X_1}{n}$;	$\bar{x}_2 = \frac{\sum X_2}{n}$		

Оценка соответствия между наблюдаемыми (фактическими) и ожидаемыми (теоретическими) распределениями по критерию χ^2 (хи-квадрат)

Критерий χ^2 применяют в том случае, когда необходимо установить соответствие двух сравниваемых рядов распределения – эмпирического (фактического) и теоретического или двух эмпирических. Особенно широко критерий соответствия используется в генетическом анализе, когда необходимо убедиться в том, является ли обнаруженное отклонение от теоретически ожидаемого расщепления (1:1; 1:2:1; 3:1; 9:3:4; 9:3:3:1; 9:7 и т. д.) отклонением закономерным или оно лежит в пределах возможных случайных колебаний. Этот показатель используется при изучении качественных признаков для оценки соответствия эмпи-

рических данных теоретической предпосылке, нулевой гипотезе (H_0). Гипотеза отвергается, если $\chi^2_{факт} > \chi^2_{теор}$, и не отвергается, если $\chi^2_{факт} < \chi^2_{теор}$ или когда фактические и теоретические ожидаемые частоты совпадают ($\chi^2 = 0$).

Теоретически ожидаемые частоты обозначают через M, а опытные, эмпирически полученные, – через m. Б. А. Доспехов данные частоты обозначает соответственно через F и f, что неудобно, так как через F обозначают в генетике и селекции соответствующее поколение гибрида, а в дисперсионном анализе F – это критерий Фишера. Общей мерой отклонения фактических данных от теоретических, т. е. критерия соответствия χ^2, будет сумма отношений квадратов разностей между частотами эмпирического и теоретического распределений к частотам теоретического распределения для данной группы:

$$\chi^2 = \frac{(m_1 - M_1)^2}{M_1} + \frac{(m_2 - M_2)^2}{M_2} + \ldots + \frac{(m_n - M_n)^2}{M_n} = \sum \frac{(m - M)^2}{M}.$$

Критерий χ^2 широко используется в генетическом анализе соответствия расщепления гибридов теоретически ожидаемому, для оценки независимости (или сопряженности), в распределении объектов выборки (наиболее широко применяют при решении токсикологических и других задач в защите растений), определения степени соответствия фактического распределения изучаемого признака нормальному и оценки соответствия двух эмпирических распределений.

Следует помнить, что в формулу для определения χ^2 должны подставляться только частоты. Величина χ^2 зависит от числа степеней свободы. В наиболее типичных случаях число степеней свободы ν определяется по формуле

$$\nu = (c - 1) \cdot (k - 1),$$

где c – число строк;

k – число колонок в анализируемой таблице.

Пример 1. В результате расщепления во втором поколении гибридов люпина по алкалоидности были получены следующие результаты: алкалоидных семян – 679 шт., безалкалоидных – 483 шт. Необходимо установить, соответствует ли эмпирическое распределение частей (m) теоретически ожидаемому наследованию в соотношении 9 : 7.

Расчет осуществляем согласно табл. 16.

Таблица 16. **Последовательность расчета критерия χ^2**

Показатели	Расщепление в F_2		Сумма
	Алкалоидные	Безалкалоидные	
Ожидаемое расщепление H_0	9	7	16
Наблюдаемые частоты m	679	483	1162
Ожидаемые частоты M	654	508	1162
Разность $m - M$	+25	–25	–
Квадрат разности $(m - M)^2$	625	625	–
Соотношение $\frac{(m - M)^2}{M}$	0,96	1,23	2,19 = χ^2

Ожидаемые частоты определяем умножением теоретически ожидаемой доли растений на общее число наблюдений. Так, доля алкалоидных растений должна быть равна 9/16 и, следовательно,

$$M_1 = 9/16 \cdot 1162 = 654,$$
$$M_2 = 7/16 \cdot 1162 = 508.$$
$$M_1 + M_2 = 654 + 508 = 1162.$$

Подставляя эмпирические и теоретические ожидаемые частоты в формулу для определения χ^2, получают:

$$\chi^2 = \sum \frac{(m - M)^2}{M} = \frac{(679 - 654)^2}{654} + \frac{(483 - 508)^2}{508} = 2{,}19.$$

Вывод. При $k - 1 = 1$ теоретическое значение $\chi^2 = 3{,}84$. Так как $\chi^2_{факт} < \chi^2_{теор}$, то нулевая гипотеза не отвергается.

Пример 2. Из 50 имаго колорадского жука было обработано актарой 30 имаго (опытные насекомые), а 20 не обрабатывались (контроль). В опытной группе погибло 28 жуков, а в контрольной – 4.

Доказывают ли результаты опыта токсическое действие актары или гибель жуков зависит от случайных причин?

Решение. Обработка результатов опыта и расчеты приведены в табл. 17 и 18.

Напоминаем, что m и M – соответственно фактически наблюдаемое и теоретически ожидаемое количество насекомых.

Таблица 17. **Токсичность актары и вычисление ожидаемого количества насекомых по группам (схема 2 × 2)**

Группа насекомых	Количество насекомых				∑	%
	погибших		здоровых			
	m_1	M	m_2	M		
Опытная	28	19,2	2	10,8	30	60
Контрольная	4	12,8	16	7,2	20	40
∑	32	32	18	18	50	100
%	64	–	36	–	–	100

Таблица 18. **Различия между фактическими и ожидаемыми количествами насекомых в группах (*m* – *M*)**

Группа насекомых	Количество насекомых		Сумма
	погибших	здоровых	
Опытная	8,8	–8,8	0
Контрольная	–8,8	8,8	0
∑	0	0	0

Количество насекомых по группам распределилось следующим образом:

– погибших в опытной группе

$$M_1 = \frac{60 \cdot 32}{100} = 19{,}2;$$

– здоровых в опытной группе

$$M_2 = \frac{60 \cdot 18}{100} = 10{,}8;$$

– погибших в контрольной группе:

$$M_3 = \frac{40 \cdot 32}{100} = 12{,}8;$$

– здоровых в контрольной группе:

$$M_4 = \frac{40 \cdot 18}{100} = 7{,}2;$$

$$\chi^2 = \sum \frac{(m-M)^2}{M} = \frac{8{,}8^2}{19{,}2} + \frac{(-8{,}8)^2}{10{,}8} + \frac{(-8{,}8)^2}{12{,}8} + \frac{8{,}8^2}{7{,}2} =$$

$$= 4{,}03 + 7{,}17 + 6{,}05 + 10{,}76 = 28{,}01.$$

При $n = (c - 1) \cdot (k - 1) = (2 - 1) \cdot (2 - 1) = 1$ теоретическое значение $\chi^2_{05} = 3{,}84$ (прил. 2)

Вывод. Наблюдается существенное увеличение гибели имаго колорадского жука после обработки их актарой ($\chi^2_{факт} > \chi^2_{05}$). Нулевая гипотеза о независимости гибели вредителя от актары отвергается.

Задание 3. Дать точечную и интервальную оценку генеральной совокупности по выборочной средней $\bar{x}$, ошибке среднего арифметического $S_{\bar{x}}$ и среднеквадратическому отклонению S.

Определить, существенно ли различаются эти выборочные средние на 1%-ном и 5%-ном уровне значимости (т. е. проверить нулевую гипотезу) по t-критерию и НСР для независимых выборок.

Исходные данные приведены в табл. 19.

Таблица 19. **Исходные данные к заданию 3**

№ п. п.	$\bar{x}_1$	$S_{\bar{x}_1}$	S_1	n_1	$\bar{x}_2$	$S_{\bar{x}_2}$	S_2	n_2
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	73,41	0,56	5,03	15	76,76	0,70	6,30	20
2	81,46	0,83	7,44	20	86,28	0,84	7,53	25
3	1,88	0,09	0,77	25	1,95	0,09	0,78	15
4	6,25	0,26	2,35	30	5,93	0,23	2,07	10
5	4,84	0,14	1,22	35	4,58	0,14	1,28	25
6	19,20	0,91	8,16	40	16,40	0,79	7,10	45
7	16,10	0,64	5,74	45	13,64	0,57	5,06	40
8	79,64	3,94	35,43	50	68,26	3,40	30,43	55
9	68,59	2,96	26,48	55	58,21	2,55	22,81	50
10	80,26	0,63	5,65	60	74,74	0,65	5,82	25
11	87,75	0,95	8,52	10	85,49	0,96	8,60	15
12	1,98	0,09	0,83	65	1,93	0,09	0,82	60
13	5,04	0,23	2,08	15	5,16	0,25	2,24	70
14	3,83	0,13	1,14	35	3,80	0,10	0,89	15
15	13,71	0,64	5,74	30	14,79	0,76	6,77	25
16	11,48	0,42	3,79	15	12,08	0,43	3,83	20
17	59,23	2,80	25,04	10	65,24	3,33	29,78	15
18	51,36	2,01	17,98	25	55,36	2,11	18,91	20
19	68,75	1,09	8,42	10	73,53	1,06	8,19	25
20	71,60	1,06	8,18	15	74,85	1,06	8,22	10

Окончание табл. 19.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
21	4,58	0,21	1,61	25	4,32	0,22	1,70	10
22	3,75	0,13	1,04	20	3,67	0,15	1,13	15
23	14,42	0,55	4,29	30	12,75	0,48	3,73	10
24	13,02	0,42	3,23	15	11,82	0,43	3,33	10
25	55,78	2,57	19,92	20	50,10	1,91	14,73	25

Задание 4. Дать точечную и интервальную оценку генеральной совокупности по выборочной средней $\bar{x}$, ошибке среднего арифметического $S_{\bar{x}}$ и стандартному отклонению S.

Определитm, существенно ли различаются эти выборочные средние на 1%-ном и 5%-ном уровнях значимости (т. е. проверить нулевую гипотезу) по t-критерию и НСР для независимых выборок.

Исходные данные приведены в табл. 20.

Таблица 20. **Исходные данные к заданию 4**

№ п. п.	$\bar{x}_1$	$S_{\bar{x}_1}$	S_1	$n_1 = n_2$	$\bar{x}_2$	$S_{\bar{x}_2}$	S_2
1	77,10	0,87	6,75	25	63,32	0,96	7,42
2	79,10	0,88	6,85	30	66,67	1,04	8,03
3	5,22	0,29	2,22	15	5,65	0,26	2,00
4	4,08	0,12	0,96	35	4,27	0,11	0,86
5	15,48	0,65	5,02	10	18,05	0,83	6,45
6	13,65	0,40	3,11	40	15,32	0,53	4,14
7	58,97	2,24	17,39	15	65,73	3,03	23,45
8	53,13	1,70	13,16	55	50,52	2,29	17,76
9	37,60	0,81	3,63	20	34,85	0,98	4,38
10	48,75	2,19	9,79	60	43,65	1,45	6,47
11	2,30	0,19	0,86	25	2,35	0,23	1,04
12	6,20	0,73	3,27	50	6,15	0,80	3,56
13	3,25	0,29	1,29	30	2,90	0,27	1,21
14	21,65	2,61	11,66	45	21,35	2,81	12,58
15	12,10	1,19	5,33	35	10,10	0,95	4,24
16	61,25	0,46	6,16	40	59,05	0,42	5,64
17	63,19	0,59	7,97	25	60,19	0,45	5,98
18	4,37	0,19	2,61	10	4,97	0,21	2,84
19	5,11	0,27	3,58	30	4,92	0,23	3,13
20	18,18	0,57	7,69	15	13,75	0,69	9,22
21	16,40	0,69	9,20	20	14,61	0,75	10,02
22	3,14	0,14	1,82	45	2,06	0,08	1,04
23	8,38	0,41	5,54	35	4,66	0,22	2,94
24	10,82	0,49	6,58	15	6,48	0,25	3,33
25	28,32	1,40	18,76	10	13,30	0,65	8,70

Задание 5. Соответствуют ли эмпирические расщепления частот (m) теоретически ожидаемому наследованию в соотношении 9 : 4 : 3.

Исходные данные приведены в табл. 21.

Таблица 21. **Исходные данные к заданию 5**

№ п. п.	Семена			№ п.п.	Семена		
	серые	белые	мраморные		серые	белые	мраморные
	9	4	3		9	4	3
1	657	284	219	14	653	303	238
2	261	124	97	15	591	283	212
3	467	215	156	16	679	237	314
4	384	162	124	17	654	320	232
5	291	134	103	18	426	224	166
6	262	162	–	19	422	215	157
7	521	243	186	20	398	207	157
8	571	276	207	21	361	187	132
9	662	324	238	22	242	117	87
10	344	168	126	23	300	148	112
11	372	189	149	24	353	168	129
12	440	217	169	25	415	193	143
13	419	222	163				

ТЕМА 3. КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

Между различными признаками в природе существуют определенные взаимосвязи. Знание этих связей, зависимости одного признака от другого важно и для агрономической практики. Выращивание сельскохозяйственных культур предполагает знание связей между продуктивностью и обеспеченностью растений элементами питания, теплом и т. п.

Для описания связей между переменными величинами (признаками) применяют понятие функции f, которая ставит в соответствие каждому определенному значению независимой переменной X определенное значение зависимой переменной Y. Такие однозначные связи называются функциональными $(Y = f(x))$. Но в природе они встречаются не всегда. В биологических, сельскохозяйственных науках чаще встречаются такие соотношения между переменными, когда каждому значению признака X соответствует не одно, а множество значений Y. Например, колосья пшеницы одной и той же длины могут содержать различное число зерен. Причиной такого варьирования является тот факт, что каждый биологический признак представляет собой функцию многих переменных: на него влияют и генетические, и средовые факторы. Поэтому зависимость между такими признаками имеет не функциональный, а стохастический характер. Эти связи обнаруживаются при массовом изучении признаков и называются ***корреляционными***, или ***корреляцией***.

Так как при корреляции разным значениям одной переменной соответствуют различные распределения другой переменной, то форма стохастической связи может быть описана не как зависимость отдельных значений Y от величины X, а как зависимость частных средних $\overline{Y}_x$ от значений X. Изменение функций в зависимости от определенного изменения значений одного или нескольких аргументов называется регрессией. Описанию корреляционных связей служит корреляционно-регрессионный анализ.

Корреляции подразделяют по направлению, форме и числу связей.

По числу связей корреляция бывает простой (зависимость между двумя признаками) и множественной (три и более), по форме – прямолинейной и криволинейной, по направлению – прямой и обратной.

Под прямолинейной корреляцией понимают такую зависимость, которая носит линейный характер и выражается уравнением прямой линии $Y = a + b \cdot X$. Когда при одинаковых приращениях аргумента функция имеет неодинаковые изменения, корреляция называется кри-

волинейной. Если при увеличении аргумента функция возрастает, то корреляция называется положительной или прямой, а если убывает – отрицательной или обратной.

В качестве числового показателя простой линейной корреляции, отражающего тесноту (силу) и направление связи, используют отвлеченное безразмерное число, называемое коэффициентом корреляции и обозначаемое буквой r.

Для анализа линейной корреляции между X и Y проводят n независимых парных наблюдений, исходом каждого из которых является пара чисел (X_1; Y_1), (X_2; Y_2), …, (X_n; Y_n). Технику вычисления коэффициента корреляции рассмотрим на примере (табл. 22).

Коэффициент корреляции вычисляют по формуле

$$r = \frac{\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{x})^2 \cdot \sum (Y - \bar{y})^2}} = \frac{5{,}61}{\sqrt{0{,}3778 \cdot 136}} = \frac{5{,}61}{\sqrt{51{,}3808}} = 0{,}783$$

или, минуя вычисления отклонений и квадратов отклонений, – по формуле

$$r = \frac{\sum XY - (\sum X \cdot \sum Y) \cdot n}{\sqrt{(\sum X^2 - (\sum X)^2 : n)(\sum Y^2 - (\sum Y)^2 : n)}},$$

или через средние квадратические отклонения

$$r = \frac{\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{n \cdot S_{\bar{x}} \cdot S_{\bar{y}}},$$

где $S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{x})^2}{n - 1}}$, $\quad S_{\bar{y}} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \bar{y})^2}{n - 1}}$,

где $(X - \bar{x})$ и $(Y - \bar{y})$ – отклонения значений X и Y от своих средних значений $\bar{x}$ и $\bar{y}$ в n сопоставимых парах.

Значения коэффициента корреляции могут находиться в пределах от +1 при прямой функциональной связи до –1 при обратной функциональной связи. При полном отсутствии корреляции $r = 0$, при $r < \pm 0{,}3$ корреляционная зависимость слабая, при $r = \pm 0{,}3 \div 0{,}7$ – средняя, а при $r > \pm 0{,}7$ – сильная.

Таблица 22. **Вычисление коэффициента корреляции между числом зерен в колосе (X) и продуктивностью растений озимой ржи сорта Ясельда (*Y*)**

№ расте-ния	Значение признаков		Отклонение от средней		Квадраты отклонений		Произведение отклонений
	Число зерен в колосе *X*, шт.	Продуктивность растений *Y*, г/раст.	$X-\bar{x}$	$Y-\bar{y}$	$(X-x)^2$	$(Y-\bar{y})^2$	$(X-\bar{x})\cdot(Y-\bar{y})$
1	38	1,74	–3	–0,13	9	0,0169	0,39
2	46	2,06	5	0,19	25	0,0361	0,95
3	38	1,75	–3	–0,12	9	0,0144	0,36
4	42	2,00	1	0,13	1	0,0169	0,13
5	38	1,53	–3	–0,34	9	0,1156	1,02
6	44	1,78	3	–0,09	9	0,0081	–0,27
7	38	1,77	–3	–0,10	9	0,0100	0,30
8	37	1,80	–4	–0,07	16	0,0049	0,28
9	48	2,22	7	0,35	49	0,1225	2,45
10	41	2,05	0	0,18	0	0,0324	0
Сумма	$\sum X = 410$	$\sum Y = 18{,}70$	$\sum(X-\bar{x}) = 0$	$\sum(Y-\bar{y}) = 0$	$\sum(X-\bar{x})^2 = 136$	$\sum(Y-\bar{y})^2 = 0{,}3778$	$\sum(X-\bar{x})\cdot(Y-\bar{y}) = 5{,}61$
Среднее	$\bar{x} = \frac{\sum X}{n} = \frac{410}{10} = 41$	$\bar{y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{18{,}7}{10} = 1{,}87$	–	–	–	–	–

Примечание. $n = 10$.

Знак при коэффициенте корреляции указывает направление связи: «+» – прямая зависимость; «–» – связь обратная.

Таким образом, связь между числом зерен в колосьях и продуктивностью растений озимой ржи сорта Ясельда сильная (r = 0,783).

Степень связи между признаками более точно измеряется коэффициентом детерминации d_{yx}, равным квадрату коэффициента корреляции:

$$d_{yx} = r^2.$$

Он показывает долю (%) тех изменений, которые зависят от изучаемого фактора. В нашем примере $d_{yx} = 0{,}783^2 = 0{,}613$. Таким образом, только 61,3 % изменчивости признака Y (продуктивность растений озимой ржи сорта Ясельда) обусловлено действием факториального признака X (числом зерен в колосе), остальная часть корреляционной связи (1 – 0,613 = 0,387) обусловлена другими факторами.

Коэффициент корреляции выборочных наблюдений подвержен случайным колебаниям, которые зависят от объема выборки и точности проведения наблюдений. Поэтому для оценки надежности выборочного коэффициента корреляции вычисляют его ошибку и критерий существенности.

Стандартную ошибку коэффициента корреляции определяют по формуле

$$S_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0{,}783^2}{10 - 2}} = 0{,}220,$$

где S_r – ошибка коэффициента корреляции;

r – коэффициент корреляции;

n – число пар значений выборки.

Чем больше число наблюдений, тем меньше будет ошибка коэффициента корреляции. Значение коэффициента корреляции обычно записывается вместе с его ошибкой

$$r \pm S_r = 0{,}783 \pm 0{,}220.$$

Критерий существенности коэффициента корреляции вычисляют по формуле

$$t_r = \frac{r}{S_r} = \frac{0{,}783}{0{,}220} = 3{,}56.$$

Сопоставляя фактические и теоретически рассчитанные значения t_r при числе степеней свободы, равном $n - 2$, оценивают существенность корреляционной связи. Если $t_{r_{\text{факт}}} \geq t_{r_{\text{теор}}}$, то корреляционная связь существенна, а при $t_{r_{\text{факт}}} < t_{r_{\text{теор}}}$, – несущественна.

Теоретическое значение критерия находят по таблице Стъюдента (прил. 1), принимая 5%-ные или 1%-ные уровни значимости. Так, t_{05} равен значению 2,45 при $n - 2 = 8$ степенях свободы. Значит, коэффициент корреляции в нашем случае существен.

При малых выборках и значениях r, близких к единице, распределение выборочных коэффициентов корреляции заведомо отличается от нормального и оценка существенности коэффициента корреляции по критерию Стъюдента становится ненадежной. Р. Фишер в этих случаях предлагает преобразовывать коэффициент корреляции в величину z, используя специальные таблицы. Тогда

$$S_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}};$$

$$t_r = \frac{z}{S_z};$$

$$z \pm t \cdot S_z.$$

Определив коэффициент корреляции, мы выясняем направление и степень сопряженности в изменчивости признаков. Однако он не позволяет узнать, как количественно изменяется результативный признак (в нашем примере продуктивность растений) при изменении факториального (в нашем примере число зерен в колосе) на единицу измерения (т. е. на 1 шт.). Это решается с помощью ***регрессионного анализа***. Его основная задача – определить формулу корреляционной зависимости. Различают регрессию простую и множественную, а по форме – прямо- и криволинейную.

Сущность регрессионного анализа состоит в том, чтобы построить линию, которая наиболее точно выражала бы зависимость одного признака от другого.

Зависимость между признаками может быть выражена коэффициентом регрессии, показывающим, в каком направлении и на какую

величину изменяется в среднем один признак Y (функция) при изменении другого X (аргумент) на единицу измерения. Коэффициентов регрессии столько, сколько признаков, они имеют знак коэффициента корреляции и вычисляются по следующим формулам:

$$b_{yx} = \frac{\sum(X-\bar{x})(Y-\bar{y})}{\sum(X-\bar{x})^2} = \frac{5{,}61}{136} = 0{,}0413;$$

$$b_{xy} = \frac{\sum(X-\bar{x})\,(Y-\bar{y})}{\sum(Y-\bar{y})^2} = \frac{5{,}61}{0{,}3778} = 14{,}8491.$$

Их можно вычислить и через средние квадратические отклонения:

$$b_{yx} = r \cdot \frac{S_{\bar{y}}}{S_{\bar{x}}}\ ;$$

$$b_{xy} = r \cdot \frac{S_{\bar{x}}}{S_{\bar{y}}}\ .$$

Произведение коэффициентов регрессии равно квадрату коэффициента корреляции:

$$b_{yx} \cdot b_{xy} = r^2.$$

$$r = \sqrt{0{,}04125 \cdot 14{,}8491} = \sqrt{0{,}6125} = 0{,}783.$$

Ошибку коэффициентов регрессии вычисляют по формулам

$$S_{b_{yx}} = S_t \cdot \sqrt{\frac{\sum(Y-\bar{y})^2}{\sum(X-\bar{x})^2}} = 0{,}220 \cdot \sqrt{\frac{0{,}3778}{136}} = 0{,}220 \cdot 0{,}0527 = 0{,}0116;$$

$$S_{b_{xy}} = S_t \cdot \sqrt{\frac{\sum(X-\bar{x})^2}{\sum(Y-\bar{y})^2}} = 0{,}220 \cdot \sqrt{\frac{136}{0{,}3778}} = 0{,}220 \cdot 18{,}97 = 4{,}1741.$$

Критерий существенности коэффициентов регрессии ($S_{b_{yx}}$ и $S_{b_{xy}}$) определяется по формулам

$$t_{b_{xy}} = \frac{b_{xy}}{S_{b_{xy}}} = \frac{0{,}0413}{0{,}0116} = 3{,}56.$$

$$t_{b_{yx}} = \frac{b_{yx}}{S_{b_{yx}}} = \frac{14{,}8491}{4{,}1741} = 3{,}56.$$

Критерии существенности коэффициентов регрессии равны критерию существенности коэффициента корреляции: $t_b = t_r$.

В зависимости от того, между какими признаками рассматривается связь, не всегда имеет смысл вычислять все коэффициенты регрессии.

Корреляция может быть изображена графически в виде линии регрессии. Линию регрессии можно построить двумя способами – графическим и аналитическим.

При графическом способе по оси абсцисс откладывают значения признака X, по оси ординат – значения признака Y. Каждое наблюдение под двумя переменными отличается точкой с координатами (X; Y). Такой график называют точечной диаграммой, или корреляционным полем.

На точечной диаграмме при помощи прозрачной линейки проводят линию на глаз так, чтобы она располагалась как можно ближе ко всем точкам и сумма расстояний этой линии от эмпирических точек была наименьшей. Данный способ приблизителен, так как дает возможность выявить лишь общую тенденцию, поэтому лучше пользоваться аналитическим способом.

При аналитическом способе используют уравнение прямой линии (для линейной регрессии)

$$Y = a + bx.$$

По исходным наблюдениям вычисляют $\bar{x}$, $\bar{y}$, и b_{yx} и подставляют в уравнение линейной регрессии

$$a = Y - bx;$$

$$b = b_{yx},$$

имеющее следующий вид:

$$Y = \bar{y} + b_{yx}\,(X - \bar{x}).$$

$$Y = 1{,}87 + 0{,}0413\,(X - 41) = 1{,}87 + 0{,}0413 \cdot X - 0{,}0413 \cdot 41.$$

$$Y = 0{,}17875 + 0{,}04125 \cdot X.$$

По уравнению находят теоретически усредненные значения Y для крайних (min и max) значений ряда X. Найденные точки ($X_{\min}$; $Y_{\min}$) и ($X_{\max}$; $Y_{\max}$) наносят на график и соединяют прямой. Это и будет теоретическая линия регрессии Y по X.

В нашем случае при $X_{\min} = 37$ $Y_{\min}$ составит 1,7048, а при $X_{\max} = 48$ $Y_{\max} - 2{,}1592$.

$$Y_{\min} = 0{,}1767 + 0{,}0413 \cdot 37 = 1{,}7048.$$

$$Y_{\max} = 0{,}1767 + 0{,}0413 \cdot 48 = 2{,}1592.$$

Найденные точки (37; 1,7048) и (48; 2,1592) наносим на график и соединяем прямой. Получаем теоретическую линию регрессии Y и X, которая показывает, что при увеличении числа зерен в колосе (на 1 шт.) продуктивность растений увеличивается в среднем на 0,0413 г/раст. Судя по коэффициенту детерминации $d_{yx} = r^2 = (0{,}783)^2 = 0{,}613$, примерно 61,3 % изменений продуктивности колоса у ржи обусловлено изменениями озерненности колоса, 38,7 % изменений связано с другими факторами.

На графике целесообразно указать уравнения регрессии, коэффициент регрессии и корреляции, доверительную зону для истинной линии регрессии в совокупности (рис. 4).

Для установления доверительной зоны необходимо вверх и вниз от теоретической линии регрессии отложить величину одной (68%-ная зона) или двух (95%-ная зона) ошибок отклонений от регрессии, т. е. $\pm S_{yx}$ или $\pm 2S_{yx}$, и соединить найденные точки пунктирными линиями. Область, заключенная между этими линиями, и называется доверительной зоной регрессии.

Выводы. Корреляция между продуктивностью растений озимой ржи сорта Ясельда и числом зерен в колосе прямая, сильная ($r = 0{,}783$). Продуктивность растений на 61,3 % зависит от числа зерен в колосе. При увеличении числа зерен в колосе на 1 шт. продуктивность растений озимой ржи сорта Ясельда увеличивается на 0,0413 г. Данная зависимость выражается уравнением $Y = 0{,}1767 + 0{,}0413 \cdot X$.

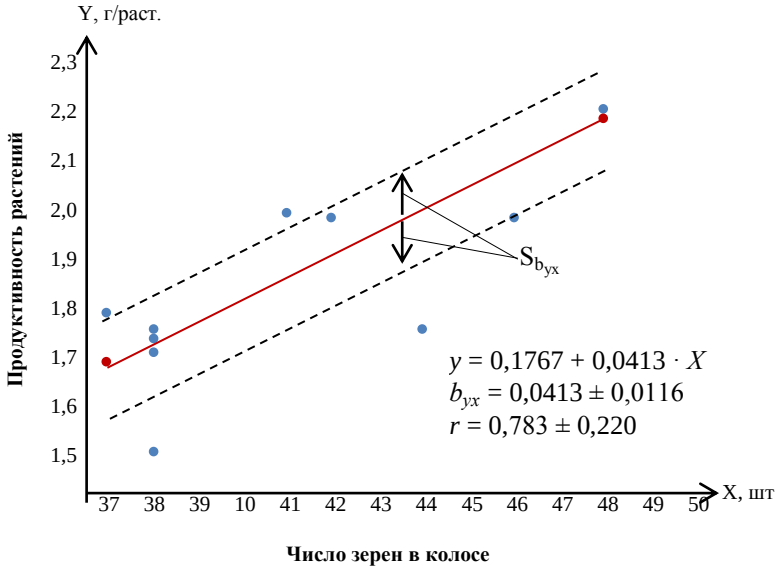

Рис. 5. Точечный график и теоретическая линия регрессии при прямой корреляции между продуктивностью растений и числом зерен в колосе

Задание 6. Вычислите коэффициенты прямолинейной корреляции и регрессии, рассчитайте уравнение регрессии, представьте полученные данные в виде графика и сделайте выводы.

Исходные данные приведены в табл. 23.

Таблица 23. Независимые переменные

Номер растения	Урожайность Y, ц/га	Высота растений X_1, см	Продуктивная кустистость X_2, шт.	Длина колоса X_3, см	Число колосков в колосе X_4, шт.	Число зерен в колосе X_5, шт	Число зерен с растения X_6, шт.	Масса 1000 семян X_7, г	Продуктивность растения X_8, г	Густота стеблестоя X_9, шт/м^2
1	32	91	3	8,5	17	33	67	32	1,90	402
2	36	99	2	9,3	18	35	69	40	1,97	431
3	48	102	6	10,6	19	47	75	43	2,30	456
4	51	110	7	11,7	19	50	83	50	2,63	520
5	33	98	4	8,0	17	32	73	36	1,88	411
6	40	103	3	9,4	17	35	69	40	2,05	438
7	42	100	5	9,0	18	37	90	38	2,12	426
8	55	112	6	12,0	19	46	85	52	2,77	451
9	54	110	7	10,8	19	49	76	49	2,83	480
10	49	105	7	10,7	17	46	74	46	2,65	465
11	40	102	4	9,4	18	38	75	46	1,99	431
12	43	101	2	9,0	17	44	83	37	2,07	463
13	47	112	5	10,7	19	37	96	34	2,53	472
14	33	93	2	8,8	17	33	80	36	1,80	428
15	39	99	2	8,7	18	37	77	43	1,88	433
16	35	96	3	8,5	18	35	72	40	1,73	418
17	40	105	5	10,3	19	46	89	47	2,12	453
18	43	112	4	11,2	17	49	92	44	2,49	460
19	52	108	7	11,7	19	47	108	50	2,69	489
20	58	102	6	11,7	18	54	117	53	2,80	493
21	35	97	2	9,2	17	32	63	38	1,87	427
22	33	92	3	8,7	17	33	87	33	1,92	465
23	48	105	5	10,1	18	36	92	47	2,12	483
24	41	100	3	9,8	18	39	85	43	2,00	470
25	53	98	4	11,3	21	40	112	50	2,68	459
26	42	111	4	10,5	18	40	96	47	1,98	433
27	36	101	3	9,7	17	33	83	37	1,87	447
28	38	98	4	9,5	17	33	112	39	2,06	475
29	43	112	6	10,3	18	35	67	43	2,21	459
30	51	116	6	11,9	19	39	113	53	2,39	462

ТЕМА 4. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Наряду с относительно простыми способами сравнения одной выборки с другой (например, с помощью *t*-критерия) встречаются и более сложные задачи, когда необходимо сравнить несколько выборок, объединяемых в статистический комплекс. Попарное сравнение в таких случаях оказывается обременительным и требует большой вычислительной работы. С учетом этого, Р. Фишером был предложен метод комплексной оценки сравниваемых средних, получивший название ***дисперсионный анализ***.

Метод дисперсионного анализа основан на разложении общей дисперсии статистического комплекса на составляющие ее компоненты, сравнивая которые друг с другом посредством *F*-критерия, можно определить, какую долю общей вариации учитываемого (результативного) признака обусловливает действие на него как регулируемых, так и не регулируемых в опыте факторов.

Регулируемые факторы, т. е. те, которые могут регулироваться в опыте экспериментатором (дозы удобрений, различные агротехнические приемы, сорта и т. д.), выступают в опыте в качестве вариантов. В зависимости от того, сколько факторов регулируется, опыты могут быть одно- и многофакторные.

В полевом опыте общая изменчивость результативного (изучаемого) признака образуется под влиянием пестроты почвенного плодородия, изучаемых вариантов и случайных ошибок.

Пестрота почвенного плодородия бывает внутри повторений и между повторениями. Изменчивость плодородия почвы внутри повторений менее значительна, чем между повторениями, поэтому она дисперсионным анализом не выделяется и относится к случайным ошибкам.

В общем виде изменчивость полевого опыта представляют следующим выражением:

$$C_y = C_p + C_v + C_z,$$

где C_y – общая изменчивость;

C_p – изменчивость по повторениям;

C_v – изменчивость по вариантам;

C_z – изменчивость, обусловленная случайными ошибками.

В агрономических опытах возникает необходимость отдельно учитывать влияние такого нерегулируемого фактора, как почвенное плодородие. Для этого опыты проводятся в нескольких повторениях.

В настоящее время дисперсионный анализ является наиболее распространенным из статистических методов, используемых в сельскохозяйственном опытном деле. Это обусловлено в первую очередь тем, что с разработкой метода дисперсионного анализа стало возможно статистическое планирование опыта в соответствии с требованиями анализа, а соответственно и более эффективная интерпретация полученных экспериментальных данных.

Дисперсионный анализ однофакторного полевого опыта

Техника дисперсионного анализа однофакторных полевых опытов сводится главным образом к расчету показателей варьирования, которыми в области дисперсионного анализа служат ***средний квадрат отклонений***, или ***дисперсия***.

Отношение дисперсии межгрупповой, или факториальной (S_v^2), к дисперсии внутригрупповой (S_z^2), или остаточной (неучтенного варьирования условной среды и самих растений), служит критерием оценки влияния на признак (фактор), регулируемый (изучаемый) в опыте.

$$\frac{S_v^2}{S_z^2} = F.$$

В честь автора дисперсионного анализа критерий обозначили первой буквой его фамилии F (критерий Фишера).

Критерий Фишера F устанавливает только факт наличия существенных различий между средними, если $F_{факт} > F_{теор}$, но не указывает, между какими средними имеются эти различия.

Если же $F_{факт} \leq F_{теор}$, то между всеми выборочными средними нет существенных различий.

Пример. С помощью дисперсионного анализа необходимо установить достоверность различий урожайности семян желтого люпина в зависимости от норм высева семян и выяснить степень влияния изучаемого фактора (норма высева семян) на общую изменчивость урожайности.

Данные, полученные от наблюдений, представлены в табл. 24.

Таблица 24. **Сводка наблюдений урожайности семян желтого люпина в зависимости от норм высева семян, ц/га**

Вариант	Повторения			
	1	2	3	4
0,8 млн.	24,8	23,7	24,4	23,5
1,0 млн.	25,7	26,3	25,1	24,9
1,2 млн.	28,5	29,0	30,4	29,3
1,4 млн.	20,1	21,0	19,2	21,7

Дисперсионный анализ начинается с вычисления показателей, представленных в табл. 25.

Таблица 25. **Урожайность семян желтого люпина в зависимости от норм высева семян, ц/га**

Вариант	Повторения x				Сумма по вариантам V	Среднее по вариантам $\bar{x}$
	1	2	3	4		
0,8 млн.	24,8	23,7	24,4	23,5	96,4	24,1
1,0 млн.	25,7	26,3	25,1	24,9	102,0	25,5
1,2 млн.	28,5	29,0	30,4	29,3	117,2	29,3
1,4 млн.	20,1	21,0	19,2	21,7	82,0	20,5
Сумма по повторениям P	99,1	100,0	99,1	99,4	x = 397,6	x_0 = 24,85

Суммы по вариантам V находят сложением урожайных данных всех четырех повторений каждого варианта (каждой строки):

$$24{,}8 + 23{,}7 + 24{,}4 + 23{,}5 = 96{,}4 \text{ и т. д.}$$

Суммы по повторениям P находят сложением урожайных данных каждой повторности по всем вариантам (по каждой колонке):

$$24{,}8 + 25{,}7 + 28{,}5 + 20{,}1 = 99{,}1 \text{ и т. д.}$$

Среднее арифметическое $\bar{x}$ по каждому варианту находят делением сумм по вариантам на число повторений:

$$\bar{x} = \sum V : n;$$

$$\bar{x}_1 = 96{,}4 : 4 = 24{,}1.$$

Правильность расчетов устанавливают по равенству

$$\sum P = \sum V = \sum X.$$

Для нахождения средней урожайности по всему полевому опыту $\bar{x}_0$ делят сумму всех урожайностей $\sum X$ на общее число делянок в опыте N (число наблюдений):

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum X}{N} = \frac{397{,}6}{16} = 24{,}85.$$

Для облегчения дальнейших расчетов исходные данные целесообразно преобразовать по соотношению

$$X_1 = X - A,$$

приняв за A число 25, близкое к $\bar{x}_0$. Преобразованные данные записываются в табл. 26.

Таблица 26. **Таблица преобразованных данных**

Вариант	$X_1 = X - 25$				Сумма по вариантам V_1
	1	2	3	4	
0,8 млн.	–0,2	–1,3	–0,6	–1,5	–3,6
1,0 млн.	0,7	1,3	0,1	–0,1	2,0
1,2 млн.	3,5	4,0	5,4	4,3	17,2
1,4 млн.	–4,9	–4,0	–5,8	–3,3	–18,0
Сумма по повторениям P_1	–0,9	0	–0,9	–0,6	$\sum X_1 = -2{,}4$

Правильность расчетов проверяют по равенству

$$\sum P_1 = \sum V_1 = \sum X_1.$$

Данные табл. 26 возводят в квадрат и заполняют табл. 27.

Для дальнейших расчетов путем сложения находятся соответствующие суммы:

$$\sum X_1^2 = 0{,}04 + 1{,}69 + \ldots + 10{,}89 = 166{,}98.$$

$$\sum V_1^2 = 12{,}96 + 4{,}00 + 295{,}84 + 324{,}00 = 636{,}8.$$

$$\sum P_1^2 = 0{,}81 + 0{,}81 + 0{,}36 = 1{,}98.$$

Таблица 27. **Таблица квадратов**

Вариант	X_1^2				V_1^2
	1	2	3	4	
0,8 млн.	0,04	1,69	0,36	2,25	12,96
1,0 млн.	0,49	1,69	0,01	0,01	4,00
1,2 млн.	12,25	16,00	29,16	18,49	295,84
1,4 млн.	24,01	16,00	33,64	10,89	324,00
P_1^2	0,81	0,0	0,81	0,36	$(\sum X_1)^2 = 5,76$

Общее число наблюдений N (общее число делянок) в полевом опыте определяется умножением числа вариантов l на число повторений n:

$$l = 4;$$
$$n = 4;$$
$$N = l \cdot n = 4 \cdot 4 = 16.$$

Затем определяется корректирующий фактор C:

$$C = (\sum X_1)^2 : N = 5,76 : 16 = 0,36.$$

Сумму квадратов отклонений рассчитываем по следующим формулам:

для общего варьирования

$$C_Y = \sum X_1^2 - C = 166,98 - 0,36 = 166,62;$$

для варьирования повторений

$$C_p = \sum P_1^2 : l - C = 1,98 : 4 - 0,36 = 0,14;$$

для варьирования вариантов

$$C_V = \sum V_1^2 : n - C = 636,8 : 4 - 0,36 = 158,84;$$

для варьирования ошибки (остатка)

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 166,62 - 0,14 - 158,84 = 7,64.$$

Для выяснения достоверностей различий между вариантами данные сводим в табл. 28.

Таблица 28. **Результаты дисперсионного анализа**

Вид варьирования	Сумма квадратов	Степени свободы	Дисперсия S^2	Критерий Фишера	
				$F_ф$	F_{05}
Варьирование общее C_Y	166,62	15	–	–	–
Варьирование повторений C_P	0,14	3	–	–	–
Варьирование вариантов C_V	158,84	3	52,95	64,29	3,86
Варьирование ошибки (остатка) C_Z	7,64	9	0,85	–	–

Число степеней свободы для общего варьирования определяется общим числом наблюдений за минусом единицы:

$$N - 1 = 16 - 1 = 15.$$

Также определяют степени свободы для повторений и вариантов:

$$n - 1 = 4 - 1 = 3;$$

$$l - 1 = 4 - 1 = 3.$$

Число степеней свободы для остаточного варьирования определяется умножением чисел степеней свободы вариантов и повторений:

$$(n - 1) \cdot (l - 1) = 3 \cdot 3 = 9.$$

Дисперсия для различных видов варьирования находится делением суммы квадратов вида варьирования на число степеней свободы:

для вариантов

$$S_V^2 = 158{,}84 : 3 = 52{,}95,$$

для ошибки (остатка)

$$S_Z^2 = 7{,}34 : 9 = 0{,}82.$$

Критерий Фишера $F_{факт}$ находят делением дисперсии вариантов на дисперсию ошибок:

$$F_{факт} = \frac{S_V^2}{S_Z^2} = \frac{52{,}95}{0{,}82} = 64{,}29.$$

Значение критерия F_{05} определяют по прил. 3. Данный критерий находят для доверительной вероятности 95 % (соответственно уровень значимости 5 %). По горизонтали находят колонку с числом, соответствующим числу степеней свободы вариантов (числитель), а по вертикали – строку, соответствующую числу степеней свободы дисперсии ошибки (знаменатель). На пересечении находят число, показывающее табличное отношение дисперсий. В нашем случае F_{05} = 3,86.

Сравнивая теоретическое и фактическое значения критерия F, подтверждают или отвергают нулевую гипотезу $H_0 : d = 0$. В случае если $F_{факт} \geq F_{теор}$, нулевая гипотеза $H_0 : d = 0$ отвергается. Следовательно, между изучаемыми вариантами есть существенные различия. Если $F_{факт} < F_{теор}$, нулевая гипотеза $H_0 : d = 0$ подтверждается и между вариантами существенных различий нет. Различия находятся в пределах ошибки опыта. В последнем случае дисперсионный анализ заканчивается и вычисляется только ошибка опыта $S_{\bar{x}}$.

В нашем примере $F_{факт}$ = 64,29 > F_{05} = 3,86, значит, нулевая гипотеза отвергается, между изучаемыми нормами высева есть существенные различия по урожайности.

Таким образом, результат дисперсионного анализа показал, что есть существенные различия между вариантами опыта, однако неизвестно, какие именно варианты различаются. Поэтому проводят попарные сравнения средних значений. Простейшим из них является оценка значимости разности между средними по наименьшей существенной разности (НСР).

Для того чтобы оценить существенность частных различий, вычисляют:

ошибку опыта:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{S_Z^{\,2}}{n}} = \sqrt{\frac{0,85}{4}} = 0,46 \text{ ц/га};$$

ошибку разности средних:

$$S_d = \sqrt{\frac{2 \cdot S_Z^{\,2}}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,85}{4}} = 0,65 \text{ ц/га},$$

наименьшую существенную разность (НСР) для 5%-ного (или 1%-ного) уровня значимости в абсолютных или относительных показателях:

$$НСР_{05} = t_{05} \cdot S_d = 2{,}26 \cdot 0{,}65 = 1{,}47 \text{ ц};$$

$$НСР_{05} = \frac{t_{05} \cdot S_d}{x_0} \cdot 100 = \frac{1{,}47}{24{,}85} \cdot 100 = 5{,}92\ \%.$$

Значение критерия t_{05} берут из прил. 1 для степеней свободы дисперсии остатка (ошибки). В нашем примере она равняется 9, t_{05} = 2,26. Итоги результатов опыта и статистической обработки данных записывают в табл. 29.

Таблица 29. **Результаты анализа**

Норма высева (млн. штук)	Урожайность, ц/га	Отклонение от контроля		Группа
		ц/га	%	
0,8 *St*	24,1	–	–	II
1,0	25,5	1,40	5,81	II
1,2	29,3	5,20	21,58	I
1,4	20,5	–3,60	–14,94	III
$НСР_{05}$		1,47	5,92	

В колонку «Урожайность» переносят среднее значение по вариантам из табл. 25. Отклонения от контроля находят, отнимая от средней урожайности по вариантам среднюю урожайность контроля. Если в опыте отсутствует стандарт (контроль), то среднюю урожайность опытных вариантов сравнивают со средней урожайностью в опыте. Затем сравнивают полученные значения с величиной НСР. В том случае если величина отклонения от контроля имеет положительный знак и больше величины НСР, делают вывод о том, что данный вариант существенно превышает контроль, и его относят к группе I.

Если отклонение от контроля является величиной отрицательной и больше НСР, значит данный вариант существенно хуже контроля, и его относят к группе III.

Варианты, у которых отклонения с положительным или отрицательным знаком не выходят за пределы НСР, несущественно отличаются от контроля, и они относятся к группе II.

По результатам анализа делается вывод.

Вывод. При возделывании люпина наивысшая урожайность семян получена в варианте с нормой высева 1,2 млн. всхожих зерен. Этот вариант существенно превышает другие изучаемые варианты опыта. Увеличение нормы высева до 1,4 млн. всхожих зерен существенно снизило урожайность люпина. Различия в урожайности между контролем и вариантом с нормой высева 1 млн. всхожих зерен несущественны.

Дисперсионный анализ дает возможность получить представление о степени или доле выяснения того или иного фактора в общей дисперсии (изменчивости) признака. Это можно определить по следующим формулам:

Влияние варианта (норм высева)

$$\eta_V^2 = \frac{C_V}{C_Y};$$

влияние повторений

$$\eta_P^2 = \frac{C_P}{C_Y};$$

влияние случайных факторов

$$\eta_Z^2 = \frac{C_Z}{C_Y};$$

влияние всех факторов

$$\eta_Y^2 = \eta_V^2 + \eta_P^2 + \eta_Z^2 = 1{,}0 \text{ (или 100 \%)}.$$

В нашем примере получим:

влияние норм высева

$$\eta_V^2 = \frac{C_V}{C_Y} = \frac{158{,}84}{166{,}32} = 0{,}953 \text{ (95,3 \%)};$$

влияние повторений (пестрота почвенного участка по уровню плодородия)

$$\eta_P^2 = \frac{C_P}{C_Y} = \frac{0{,}14}{166{,}62} = 0{,}001\ (0{,}1\ \%);$$

влияние случайных факторов

$$\eta_Z^2 = \frac{C_Z}{C_Y} = \frac{7{,}64}{166{,}62} = 0{,}046\ (4{,}6\ \%).$$

влияние всех факторов

$$\eta_Y^2 = \eta_V^2 + \eta_P^2 + \eta_Z^2 = 0{,}953 + 0{,}001 + 0{,}046 = 1{,}0\ (\text{или } 100\ \%).$$

Задание 7. Провести дисперсионный анализ однофакторного полевого опыта, сделать заключение о достоверности различий между вариантами, найти НСР.

Исходные данные приведены в табл. 30–32.

Варианты заданий приведены в табл. 33

Таблица 30. **Урожайность сортов ячменя**

№ п. п.	Сорт	Урожайность зерна по повторениям, ц/га			
		I	II	III	IV
1	Стратус	49,4	47,6	51,0	49,2
2	Сильфид	48,6	48,9	46,5	47,4
3	Бровар	41,3	38,4	39,3	42,2
4	Серваль	54,3	56,6	52,2	55,1
5	Зубр	52,2	51,4	50,2	52,4
6	Батька	60,8	59,1	61,2	60,1
7	Ксанаду	58,5	57,4	56,9	58,2
8	Ладны	51,1	50,3	51,4	49,0
9	Водар	50,4	47,6	49,5	50,5
10	Толар	56,7	57,3	56,1	55,1
11	Магутны	39,1	37,9	40,0	40,2
12	Кангу	57,2	55,3	58,0	57,3
13	Марта	36,6	34,4	34,2	35,0
14	Корморан	35,9	33,1	34,8	33,2
15	Фэст	44,0	41,0	42,4	43,4
16	Скарб	42,7	41,7	40,5	41,1
17	Дача	38,3	39,3	37,1	38,1
18	Жана	51,4	50,5	52,0	53,1
19	Суверен	41,2	40,3	39,5	39,2
20	Добры	35,3	36,4	33,1	34,0

Таблица 31. **Урожайность сортов картофеля**

№ п. п.	Сорт	Урожайность клубней по повторениям, ц/га			
		I	II	III	IV
1	Скарб	211	205	198	202
2	Лазурит	246	237	251	232
3	Архидея	187	174	182	197
4	Одиссей	295	271	285	291
5	Каприз	306	320	313	303
6	Журавинка	216	205	218	211
7	Блакит	283	295	274	280
8	Снегирь	391	403	398	400
9	Бриз	307	295	304	310
10	Чародей	204	214	192	182
11	Лилея	280	273	270	291
12	Ред Скарлет	257	232	248	243
13	Бард	194	182	201	191
14	Уладар	187	180	164	171
15	Фальварак	240	231	260	243
16	Белляроза	364	402	386	370
17	Зорачка	308	310	291	283
18	Вега	333	303	315	321
19	Таисия	170	164	186	172
20	Манифест	233	251	240	230

Таблица 32. **Урожайность сортов озимого рапса**

№ п. п.	Сорт	Урожайность маслосемян по повторениям, ц/га			
		I	II	III	IV
1	Лидер	34,8	31,2	33,6	32,0
2	Элла	36,3	37,9	35,0	35,4
3	Добродей	38,6	37,0	40,1	37,9
4	Прогресс	36,1	34,2	33,6	36,3
5	Зорный	29,8	27,4	26,8	26,0
6	Вектар	39,5	40,4	39,7	39,0
7	Арсенал	28,1	27,6	29,4	28,1
8	Капитал	24,4	22,1	21,3	24,8
9	Мартын	21,8	18,6	19,4	18,2
10	Маяк	25,8	26,3	24,9	25,0
11	Боян	24,7	24,0	25,0	23,1
12	Нельсон	28,9	27,6	29,2	30,3
13	Геркулес	40,2	39,6	39,8	38,0
14	Днепр	43,9	44,5	44,3	42,3
15	Финесса	48,7	47,6	50,1	48,2
16	Прометей	37,5	36,4	37,2	38,5
17	Абакус	44,7	44,0	43,9	42,0
18	Румба	27,2	28,0	26,9	27,2
19	Сакс	23,5	22,1	23,8	22,2
20	Марафон	33,8	33,2	31,8	35,6

Таблица 33. **Варианты заданий для обработки экспериментальных данных методом дисперсионного анализа**

Номер варианта	Порядковый номер сорта	Номер варианта	Порядковый номер сорта	Номер варианта	Порядковый номер сорта
1	2, 4, 16, 18	15	1, 15, 16, 17, 18	29	6, 8, 11, 15, 20
2	1, 6, 11, 16,17	16	3, 9, 10, 14, 19	30	4, 5, 10, 15, 16, 20
3	13, 16, 19	17	6, 12, 13, 17	31	1, 7, 8, 12, 15, 18
4	2, 8, 10, 13, 17	18	2, 6, 10, 14	32	9, 10, 11, 12, 17
5	1, 3, 17, 19	19	1, 3, 5, 7, 11, 18	33	5, 11, 12, 16, 20
6	3, 5, 8, 12, 20	20	2, 17, 18, 19, 20	34	4, 6, 9, 13, 19
7	9, 11, 13, 15	21	2, 4, 7, 10, 13, 17	35	5, 8, 14, 15, 19
8	4, 11, 12, 13, 14	22	1, 4, 10 11, 15	36	4, 8, 12, 16, 17
9	5, 6, 7, 8, 10	23	2, 7, 12, 17, 19	37	1, 5, 9, 13, 14, 20
10	1, 4, 7, 10	24	3, 6, 9, 12, 14, 15	38	10, 12, 14, 16
11	2, 5, 8, 11, 19	25	7, 8, 9, 10, 13	39	5, 7, 10, 14
12	2, 4, 7, 11, 13	26	3, 4, 5, 6, 14, 17	40	1, 3, 6, 10, 11, 16
13	4, 9, 14, 19	27	14, 15, 16		
14	14, 17, 20	28	2, 8, 9, 13, 15, 19		

Дисперсионный анализ многофакторного полевого опыта

Дисперсионный анализ многофакторного полевого опыта позволяет статистически оценить действие и взаимодействие изучаемых факторов на изменчивость результативного признака.

В полевом опыте эффект от совместного применения изучаемых факторов может быть больше (синергизм) или меньше (антогонизм) суммы эффектов от раздельного применения каждого из них. В первом случае такое взаимодействие является положительным, во втором – отрицательным. Когда факторы не взаимодействуют, то прибавка от совместного применения равна сумме прибавок от раздельного воздействия (аддитивизм).

Поэтому задачей многофакторного полевого опыта является изучение влияния факторов в отдельности и их взаимодействия на результативный признак.

Таким образом, общую изменчивость в многофакторном опыте можно представить в следующем виде:

$C_y = (C_A + C_B + C_{AB}) + C_p + C_Z$ – для двухфакторного опыта;

$C_y = (C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC}) + C_p + C_Z$ – для трехфакторного опыта.

Рассмотрим пример статистической обработки урожайных данных полевого двухфакторного опыта, поставленного в четырехкратной повторности (n = 4), где фактор A – сорта (l_A = 3), фактор B – дозы удобрений (l_B = 4).

Исходные данные вносим в табл. 34 и определяем суммы и средние. Проверим правильность вычислений по соотношению

$$\sum P = \sum V = \sum X.$$

Таблица 34. **Влияние различных доз азотных удобрений на урожайность сортов озимой пшеницы**

A	B	Повторение				Суммы V	Сред-ние
		I	II	III	IV		
Капылянка (контроль)	Без удобрений (Фон $P_{60}K_{90}$)	32	29	25	21	107	26,8
	Фон + N_{60}	48	46	44	42	177	44,3
	Фон + N_{90}	58	54	52	50	214	53,5
	Фон + N_{120}	61	55	58	52	226	56,5
Актер	Без удобрений	30	31	27	21	109	27,3
	Фон + N_{60}	46	50	47	36	179	44,8
	Фон + N_{90}	60	62	55	49	226	56,5
	Фон + N_{120}	68	70	64	50	252	63,0
Августина	Без удобрений	36	30	28	22	116	29,0
	Фон + N_{60}	50	46	45	34	175	43,8
	Фон + N_{90}	52	50	47	42	191	47,8
	Фон + N_{120}	64	60	57	50	231	57,8
Суммы P		605	583	546	469	$\sum X$ = 2203	$\bar{x}_0$ = 45,9

Определим суммы квадратов отклонений, для чего вначале необходимо все цифры таблицы 34 за исключением средних возведем в квадрат и занесем в соответствующие графы таблицы 35.

Таблица 35. **Таблица квадратов**

A	B	Повторность				V^2
		I	II	III	IV	
1	2	3	4	5	6	7
Капылянка (контроль)	(Фон $P_{60}K_{90}$)	1024	841	625	441	11 449
	Фон + N_{60}	2304	2116	1681	1764	31 329
	Фон + N_{90}	3364	2916	2704	2500	45 796
	Фон + N_{120}	3721	3025	3364	2704	51 076

Окончание табл. 35.

1	2	3	4	5	6	7
Актер	(Фон $P_{60}K_{90}$)	900	961	729	441	11881
	Фон + N_{60}	2116	2500	2209	1296	32041
	Фон + N_{90}	3600	3844	3025	2401	51076
	Фон + N_{120}	4624	4900	4096	2500	63504
Августина	(Фон $P_{60}K_{90}$)	1296	900	784	484	13456
	Фон + N_{60}	2500	2116	2025	1156	30625
	Фон + N_{90}	2704	2500	2209	1764	36481
	Фон + N_{120}	4096	3600	3249	2500	53361
P^2		366 025	339 889	298 116	219 961	$(\sum X)^2$ = 4 853 209

Число наблюдений составит:

$$N = l_A \cdot l_B \cdot n = 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48.$$

Корректирующий фактор

$$C = (\sum X)^2 : N = (2203)^2 : 48 = 101108{,}5.$$

Определяем виды варьирования:

$$C_y = \sum X^2 - C = (1024 + 841 + \ldots + 2500) - 101\,108 =$$
$$= 109\,119 - 101\,108{,}5 = 8010{,}5.$$

$$C_p = \sum P^2 : l_A \cdot l_B - C = (366\,025 + 339\,889 + 298\,116 + 219\,961) : (3 \cdot 4) -$$
$$- 101\,108{,}5 = 1\,223\,991{,}0 : 12 - 101\,108{,}5 = 890{,}8.$$

$$C_V = \sum V^2 : n - C = (11\,449 + 31\,329 + \ldots + 53\,361) : 4 - 101\,108{,}5 =$$
$$= 432\,075 : 4 - 101\,108{,}5 = 6910{,}3.$$

$$C_Z = C_y - C_p - C_v = 8010{,}5 - 890{,}8 - 6910{,}3 = 209{,}4.$$

Следующим этапом дисперсионного анализа многофакторного опыта является определение сумм квадратов для факторов *A*, *B* и их взаимодействия *AB*. Для этого составляем вспомогательную таблицу 3×4, в которую заносим результаты суммы урожаев по вариантам из табл. 35 и находим необходимые для расчета главных эффектов суммы *A* и *B* (табл. 36).

Таблица 36. **Определение главных эффектов и взаимодействия**

Сорт (фактор *A*)	Удобрения (фактор *B*)				Суммы *A*
	Фон ($P_{60}K_{90}$)	Фон + N_{60}	Фон + N_{90}	Фон + N_{120}	
Капылянка (контроль)	107	177	214	226	724
Актер	109	179	226	252	766
Августина	116	175	191	231	713
Сумма *B*	332	531	631	709	∑X = 2203

$$C_A = \sum A^2 : (l_b \cdot n) - C = (724^2 + 766^2 + 713^2) : (4 \cdot 4) - 101\,108{,}5 =$$
$$= 1\,619\,301 : 16 - 101\,108{,}5 = 97{,}8$$

при $(l_A - 1) = (3–1) = 2$ степенях свободы;

$$C_B = \sum B^2 : (l_A \cdot n) - C = (332^2 + 531^2 + 631^2 + 709^2) : (3 \cdot 4) -$$
$$101108{,}5 = 1293027 : 12 - 101108{,}5 = 6643{,}8$$

при $(l_B - 1) = (4 - 1) = 3$ степенях свободы;

$$C_{AB} = C_V - C_A - C_B = 6910{,}3 - 97{,}8 - 6643{,}8 = 168{,}7$$

при $(l_A - 1)(l_в - 1) = (3 - 1)(4 - 1) = 6$ степенях свободы.

Затем составляем таблицу дисперсионного анализа и определяем значимость действия и взаимодействия изучаемых факторов по критерию Фишера (табл. 37).

Таблица 37. **Результаты дисперсионного анализа двухфакторного опыта (3×4)**

Дисперсия	Суммы квадратов	Доля вариации, %	Степени свободы	Средний квадрат (S^2)	Критерий F	
					факт.	теор.
Общая C_y	8010,5	100	$N - 1 = 47$	-	-	-
Повторений C_p	890,8	11,1	$n - 1 = 3$	-		-
Фактор C_A	97,8	1,2	$l_A - 1 = 2$	49,35	7,77	4,17
Фактор C_B	6643,8	82,9	$l_B - 1 = 3$	2214,6	348,76	3,32
Взаимодействия C_{AB}	168,7	2,1	$(l_A - 1)(l_B - 1) = 6$	28,1	4,43	2,53
Остаток (ошибка) C_Z	209,4	2,7	33	6,35	-	-

Таким образом, разложение межгрупповой дисперсии на составляющие позволяет определить доли влияния на результативный показатель каждого из факторов и их взаимодействия в отдельности.

Значение F_{05} находим по прил. 3, исходя из степеней свободы для дисперсии главных эффектов *A*, *B* и взаимодействия *AB* (числитель) и 33 степеней свободы дисперсии остатка (знаменатель). Так как $F_ф > F_{05}$, эффект и их взаимодействия значимы на 5%-ном уровне.

Для оценки существенности частных различий определяем:

$$S_{\overline{X}} = \sqrt{\frac{S_Z^2}{n}} = \sqrt{\frac{6,35}{4}} = 1,26 \text{ ц/га};$$

$$S_d = \sqrt{\frac{2 \cdot S_Z^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,26}{4}} = 1,78 \text{ ц/га};$$

$$НСР_{05} = t_{05} \cdot S_d = 2,04 \cdot 1,78 = 3,63 \text{ ц/га}.$$

Определяем оценку существенности главных эффектов и взаимодействия по $НСР_{05}$, при этом частные средние опираются на $n = 4$, а средние для главного эффекта *A* – на $n \cdot l_B = 4 \cdot 4 = 16$ и средние для главного эффекта *B* – на $n \cdot l_A = 4 \cdot 3 = 12$ наблюдений. Вычисляем S_d и $НСР_{05}$ для главных эффектов:

$$S_d = \sqrt{\frac{2S_Z^2}{n \cdot l_B}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,35}{4 \cdot 4}} = 0,89 \text{ ц/га};$$

$$НСР_{05(A)} = t_{05} \cdot S_d = 2,04 \cdot 0,89 = 1,82 \text{ ц/га}.$$

Для фактора *B* и взаимодействия *AB*

$$S_d = \sqrt{\frac{2S_Z^2}{n \cdot l_A}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,35}{4 \cdot 3}} = 1,03 \text{ ц/га};$$

$$НСР_{05(B)} = t_{05} \cdot S_d = 2,04 \cdot 1,03 = 2,1 \text{ ц/га}.$$

Затем составляем итоговую таблицу (табл. 36), в которой показываем три значения $НСР_{05}$: одно для оценки существенности частных раз-

личий между средними ($НСР_{05}$ = 3,63 ц/га), а два других для оценки существенности разности средних по фактору *A* ($НСР_{05}$ = 1,82 ц/га) и фактору *B* ($НСР_{05}$ = 1,82 ц/га).

Таблица 36. **Итоговая таблица дисперсионного анализа**

Фактор *A* (сорт)	Фактор *B* (удобрения)	Средняя урожайность, ц/га	Разность по факторам		$НСР_{05}$
			A	*B*	
Капылянка (контроль)	(Фон $P_{60}K_{90}$)	26,8	–	–	3,63
	Фон + N_{60}	44,3	–	17,5	
	Фон + N_{90}	53,5	–	26,7	
	Фон + N_{120}	56,5	–	29,7	
Актер	(Фон $P_{60}K_{90}$)	27,3	0,5	–	
	Фон + N_{60}	44,8	0,5	17,5	
	Фон + N_{90}	56,5	3,0	29,2	
	Фон + N_{120}	63,0	6,5	35,7	
Августина	(Фон $P_{60}K_{90}$)	29	2,2	–	
	Фон + N_{60}	43,8	0,5	14,8	
	Фон + N_{90}	47,8	-5,7	18,8	
	Фон + N_{120}	57,8	1,3	28,8	
$НСР_{05}$			1,82	2,1	

Итоговые данные можно представить графически (рис. 4)

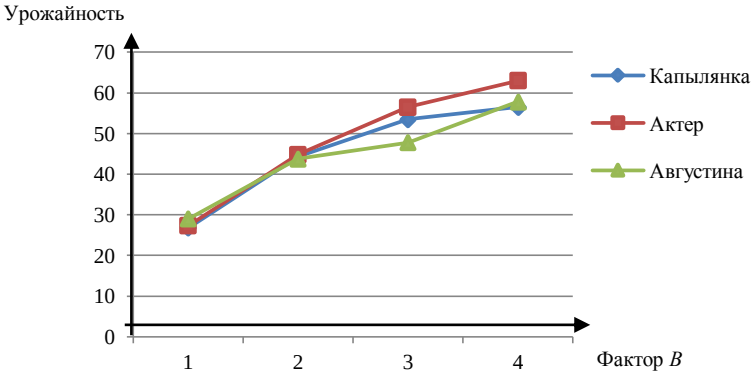

Рис. 4. Урожайность сортов озимой пшеницы в зависимости от доз азотных удобрений

Выводы. Поскольку фактические критерии Фишера F_A и F_B составляют соответственно 7,77 и 348,76, что значительно больше теоре-

тических критериев (4,17 и 3,32), то влияние сорта и удобрений достоверно. Критерий Фишера для взаимодействия факторов F_{AB} составляет 4,43, что также больше теоретического значения (2,53), следовательно, взаимодействие сорта и удобрений существенно.

Достоверная прибавка от применения удобрений (B) получена по всем дозам. Сорт Актер (фактор A) достоверно увеличивал урожайность при дозах N_{90} и N_{120}, по сравнению с другими сортами, где эти различия были недостоверны или существенно уступали.

Задание 8. Выполнить дисперсионный анализ двухфакторного полевого опыта.

Исходные данные приведены в табл. 38, 39.

Таблица 37. **Влияние известкования и доз фосфорных удобрений на урожайность сена злаково-бобовых трав, ц/га (2×4)**

Известкование (фактор A)	Дозы фосфорных удобрений (фактор B)	Повторение x			
		I	II	III	IV
0	B_0	23	21	25	27
	B_1	27	24	27	30
	B_2	30	29	32	32
	B_3	32	36	31	32
1	B_0	27	24	30	26
	B_1	30	31	34	30
	B_2	31	33	36	38
	B_3	36	38	39	34

Таблица 38. **Влияние густоты посадки и удобрений на выход семенной фракции картофеля, т/га**

Густота посадки, фактор A	Система удобрений	Повторение x			
		I	II	III	IV
70 тыс. кл./га	Минеральные удобрения B_1	18,4	20,0	21,2	17,9
	Органические удобрения B_2	16,9	19,6	20,2	20,7
	Минеральные + органические B_3	22,5	21,4	20,7	22,1
60 тыс. кл./га	B_1	19,6	20,2	22,1	19,2
	B_2	15,2	14,3	14,0	14,2
	B_3	20,2	18,9	20,4	16,5

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Значение критерия *t* на 5%-ном и 1%-ном уровнях значимости

Число степеней свободы	Уровень значимости		Число степеней свободы	Уровень значимости	
	0,05	0,01		0,05	0,01
1	12,71	63,66	18	2,10	2,88
2	4,30	9,93	19	2,09	2,86
3	3,18	5,84	20	2,09	2,85
4	2,78	4,60	21	2,08	2,83
5	2,57	4,03	22	2,07	2,82
6	2,45	3,71	23	2,07	2,81
7	2,37	3,50	24	2,06	2,80
8	2,31	3,36	25	2,06	2,79
9	2,26	3,25	26	2,06	2,78
10	2,23	3,17	27	2,05	2,77
11	2,20	3,11	28	2,05	2,76
12	2,18	3,06	29	2,05	2,76
13	2,16	3,01	30	2,04	2,75
14	2,15	2,98	50	2,01	2,68
15	2,13	2,95	100	1,98	2,63
16	2,12	2,92	∞	1,96	2,58
17	2,11	2,90			

Приложение 2

Значение критерия χ^2

Число степеней свободы	Уровень значимости 0,05	Число степеней свободы	Уровень значимости 0,05	Число степеней свободы	Уровень значимости 0,05
1	3,84	6	12,59	11	19,68
2	5,99	7	14,07	12	21,03
3	7,81	8	15,51	13	22,36
4	9,49	9	16,92	14	23,68
5	11,07	10	18,31	15	25,00

Приложение 3

Значения критерия *F* на 5%-ном уровне значимости (вероятность 95 %)

Степени свободы для меньшей дисперсии (знаменателя)	Степени свободы для большей дисперсии (числителя)													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	24	50	100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	249	252	253
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,39	19,41	19,45	19,47	19,49
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,74	8,64	8,58	8,56
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,77	5,70	5,66
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,68	4,53	4,44	4,40
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,27	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,84	3,75	3,71
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,57	3,41	3,32	3,28
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,28	3,12	3,03	2,98
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,07	2,90	2,80	2,76
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,97	2,91	2,79	2,64	2,59
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,79	2,61	2,50	2,45
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,69	2,50	2,40	2,35
13	4,64	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,60	2,42	2,32	2,26
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,53	2,35	2,24	2,19
15	4,54	3,70	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,48	2,29	2,18	2,12
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,24	2,13	2,07
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,38	2,19	2,08	2,02
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,15	2,04	1,98
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,55	2,48	2,43	2,38	2,31	2,11	2,00	1,94
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,52	2,45	2,40	2,35	2,28	2,08	1,96	1,90
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,05	1,93	1,87
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,47	2,40	2,35	2,30	2,23	2,03	1,91	1,84

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,45	2,38	2,32	2,28	2,20	2,00	1,88	1,82
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,43	2,36	2,30	2,26	2,18	1,98	1,86	1,80
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,41	2,34	2,25	2,24	2,16	1,96	1,84	1,77
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	1,95	1,82	1,76
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	1,91	1,78	1,72
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,34	2,27	2,21	2,12	2,09	1,89	1,76	1,69
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,07	2,00	1,79	1,66	1,59
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,02	1,95	1,74	1,60	1,52
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,10	2,03	1,97	1,92	1,85	1,63	1,48	1,39

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Глуховцев, В. В. Практикум по основам научных исследований в агрономии / В. В. Глуховец, В. Г. Кириченко, С. Н. Зудилин. – Москва: Колос, 2006. – 240 с.

2. Доспехов, Б. А. Методика полевого опыта. / Б. А. Доспехов. – Москва: Агропромиздат, 1985. – 351 с.

3. Моисейченко, В. Ф. Основы научных исследований в плодоводстве, овощеводстве и виноградарстве / В. Ф. Моисейченко, А. Х. Завирюха, М. Ф. Трифонова. – Москва, 1994. – 383 с.

4. Основы научных исследований в агрономии / В. Ф. Моисейченко [и др.]– Москва: Колос, 1996. – 336 с.

5. Кирюшин, Б. Д. Основы научных исследований в агрономии / Б. Д. Кирюшин, Р. Р. Усманов, И. П. Васильев. – Москва: Колос, 2009. – 398 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение ……. 3
Тема 1. Вычисление и анализ статистических характеристик количественной и качественной изменчивости ……..... 4
Тема 2. Статистические методы проверки гипотез …… 34
Оценка разности средних независимых выборок по t-критерию и $НСР_{05}$ …… 37
Оценка существенности разности средних сопряженных выборок по t-критерию и НСР ……. 40
Оценка соответствия между наблюдаемыми (фактическими) и ожидаемыми (теоретическими) распределениями по критерию χ2 (хи-квадрат) ……. 41
Тема 3. Корреляционно-регрессионный анализ …… 48
Тема 4. Дисперсионный анализ …… 58
Дисперсионный анализ однофакторного полевого опыта ……. 59
Дисперсионный анализ многофакторного полевого опыта ……. 69
Приложения …… 76
Библиографический список …… 79

Учебное издание

Равков Евгений Викторович
Витко Галина Ивановна
Авраменко Марина Николаевна

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАННИЙ И УИРС

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Учебно-методическое пособие

Редактор О. Г. Толмачёва
Технический редактор Н. Л. Якубовская
Корректор

Подписано в печать __.__.2018. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная.
Ризография. Гарнитура «Таймс». Усл. печ. л.___. Уч.-изд. л.___.
Тираж 75 экз. Заказ .

УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия».
Свидетельство о ГЗИИГЛПИ №1/52 от 09.10 2013.
Ул.Мичурина, 13, 213407, г. Горки.

Отпечатано в УО «Белорусская государственная сельскохозяйственная академия».
Ул. Мичурина, 5, 213407, г. Горки.