





УЧЕБНИКИ И УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ ДЛЯ ВЫСШИХ
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Б. А. ДОСПЕХОВ

профессор, член-корреспондент ВАСХНИЛ

МЕТОДИКА ПОЛЕВОГО ОПЫТА

**(С ОСНОВАМИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ
РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ)**

ИЗДАНИЕ ПЯТОЕ, ДОПОЛНЕННОЕ И ПЕРЕРАБОТАННОЕ

Допущено Главным управлением высшего и среднего сельскохозяйственного образования министерства сельского хозяйства СССР в качестве учебника для студентов высших сельскохозяйственных учебных заведений по агрономическим специальностям



МОСКВА АГРОПРОМИЗДАТ 1985

ББК 41.4

Д70

УДК 631.5/9.001.4:519.2(075.8)

Рецензенты: профессор кафедры земледелия Всесоюзного сельскохозяйственного института заочного образования *Н. Н. Сурков*; доценты кафедры селекции и семеноводства Воронежского сельскохозяйственного института им. К. Д. Глинки *Ю. И. Абрамович* и *В. Т. Зажарский*.

Издание подготовлено к публикации доцентами кафедры земледелия и методики опытного дела Московской сельскохозяйственной академии имени К. А. Тимирязева *Д. В. Васильевой*, *И. П. Васильевым*, *Р. Р. Усмановым*.

Доспехов Б. А.

Д 70 Методика полевого опыта (с основами статистической обработки результатов исследований). — 5-е изд., доп. и перераб. — М.: Агропромиздат, 1985. — 351 с., ил. — (Учебники и учеб. пособия для высш. учеб. заведений).

Учебник написан в соответствии с программой одноименного курса. Содержит теоретический курс методики полевого опыта: современные методы планирования эксперимента, наблюдений и учетов, выбора и подготовки земельных участков, закладки и проведения опыта и т. д. Даны основы статистической обработки результатов исследований и техника математической обработки данных наблюдений, однофакторных и многофакторных полевых и вегетационных опытов. В пятом издании (четвертое вышло в 1979 г.) учтены достижения науки и передового опыта за последние годы.

Для студентов агрономических специальностей.

Д $\frac{3803010000-205}{035(01)-85}$ 74—85 ТП изд-ва «Колос»

ББК 41.4
631.1

© Издательство «Колос», 1979

© ВО «Агропромиздат», 1985 с изменениями

Борис Александрович Доспехов — крупнейший советский ученый, земледельца, видный специалист, один из основоположников современных направлений отечественного сельскохозяйственно-го опытного дела. Длительное время он работал в Московской сельскохозяйственной академии имени К. А. Тимирязева, возглавлял кафедру земледелия и методики опытного дела.

Б. А. Доспехов родился 10 декабря 1927 г. в селе Проказна Лунинского района Пензенской области в семье агронома. Учеба в средней школе, защита Родины в Великой Отечественной войне, учеба в Московской сельскохозяйственной академии имени К. А. Тимирязева, защита кандидатской (1956 г.) и докторской (1968 г.) диссертаций — вот основные этапы творческого роста Б. А. Доспехова.

Широкая эрудиция, самоотверженный, кропотливый труд, талант ученого позволили Б. А. Доспехову достичь успехов в науке, завоевать широкое признание и уважение. Труды Б. А. Доспехова в области земледелия и методики опытного дела внесли неоценимый вклад в теорию и практику отечественного земледелия, современные методы планирования полевых сельскохозяйственных опытов, методы планирования наблюдений и анализов в опытах. За сравнительно короткий период (26 лет) научной и педагогической деятельности Б. А. Доспехов оставил большое научное наследие — более 150 печатных работ, из которых 20 вышли отдельными изданиями, им подготовлено 11 кандидатов наук. Многие работы и в особенности учебник «Методика полевого опыта» пользовались широким спросом.

В Продовольственной программе СССР, одобренной майским (1982 г.) Пленумом ЦК КПСС, и в решениях последующих пленумов ЦК КПСС на первый план выдвигается производство зерна. В двенадцатой пятилетке поставлена задача — довести среднегодовое производство зерна до 250—255 млн. т.

На апрельском (1984 г.) Пленуме ЦК КПСС было отмечено, что высшая школа существенно влияет на темпы нашего экономического, социального и духовного прогресса. Именно в ней создаются предпосылки органичного соединения социалистической системы хозяйствования с новейшими достижениями научно-технической революции.

В учебнике содержится методика полевого опыта, излагаются методы научной агрономии, сущность и особенности выборочного метода исследований. Большое внимание уделено полевому опыту, как основному методу исследований в агрономии. Даны классификация ошибок в полевом опыте и пути их устранения, современные представления о влиянии методики (повторность и повторение, площадь делянки, ее форма и расположение, число

вариантов и методы их размещения и т. п.) полевого опыта на его ошибку.

Изложена современная теория планирования эксперимента, планирования наблюдений и учетов в полевом опыте, техники закладки и проведения полевого опыта, особенности проведения опытов в условиях орошения, опытов по защите почв от эрозии с овощными, плодовыми культурами и виноградом.

В пятом издании расширен раздел по документации и отчетности по полевому опыту. Учебник содержит основы статистической обработки результатов исследований и технику математической обработки данных наблюдений, однофакторных и многофакторных вегетационных и полевых опытов — дисперсионный, корреляционный, регрессионный и ковариационный анализы.

В приложении даны статистические таблицы для математической обработки данных и планирования выборочных наблюдений, указатель символов и обозначений, встречаемых в тексте.

Автор доступно и логично излагает теоретические положения математической статистики: даны понятия о выборочном методе, о распределениях — нормальном, Стьюдента, Фишера, Пуассона, Пирсона, занимающих в теории статистики особое положение и являющихся исходными для построения целого ряда важнейших критериев, о параметрах распределения и их статистических оценках, о доверительном интервале, о проверке гипотез, об ошибках первого и второго рода, причем все это рассматривается и иллюстрируется на конкретном биологическом материале.

Исходным пунктом для всех статистических методов обработки и анализа результатов является предпосылка о наличии случайной выборки. В той мере, в какой эта предпосылка соответствует действительности, все выводы статистики будут правильными; в случае нарушения принципа случайного отбора законность и реальность последующих выводов становятся неопределенными и недостаточно обоснованными: конечно, нельзя ожидать, что идеализированные в определенной степени и абстрактные условия, на которых строится математическая теория, могут быть полностью осуществлены на практике при проведении полевых экспериментов. Однако приближение к этим условиям в той мере, в какой достижимо, безусловно, обязательно. Рендомизация является именно тем средством, которое в доступной степени приближает нас к абстрактной случайной выборке и которое дает известные гарантии в правильности практических выводов, полученных в результате статистической обработки конкретных данных наблюдений и эксперимента.

Рендомизированное размещение вариантов по деланкам полевого опыта является единственным средством устранения систематических ошибок, возникающих в результате территориального закономерного варьирования почвенного плодородия опытных участков. Эти ошибки приводят к искажению эффектов изучаемых вариантов, вводят экспериментатора в заблуж-

дение, что усугубляется еще и неправомерным использованием математических критериев для оценки существенности различий между вариантами.

На данном этапе развития сельскохозяйственной науки, когда на первый план выдвигаются вопросы дальнейшего совершенствования принципов управления наукой, разработка вопросов планирования и проведения экспериментов в биологических исследованиях имеет исключительно важное значение.

Б. А. Доспехов неоднократно подчеркивал, что эффективность и качество научной работы, рациональное использование научного оборудования, темпы, глубина и результативность исследований в области земледелия всецело определяется методическим уровнем базовых полевых экспериментов научного учреждения. Методы работы коллектива института или опытной станции характеризуют его научный уровень, они определяют способность научных учреждений решать проблемы, выдвигаемые потребностями сельскохозяйственного производства.

Большое внимание в учебнике уделено принципам планирования, технике закладки и проведения многолетних многофакторных полевых опытов. Теоретические разработки Б. А. Доспехова нашли живое воплощение в стационарных многофакторных опытах кафедры земледелия, заложенных в учхозе ТСХА «Михайловское» Подольского района Московской области, а также в других научно-исследовательских учреждениях страны.

Результаты многолетних и длительных опытов, таких как длительный опыт ТСХА, являются фундаментом для разработки крупных теоретических вопросов в земледелии.

Полевой опыт, как выборочное исследование, всегда сопровождается анализами и наблюдениями за растениями, почвой, окружающей средой. Эти наблюдения и анализы представляют собой, как правило, двухстадийные и трехстадийные выборки, где единицей первого порядка является делянка, второго порядка — площадка (скважина, параллельные точки отбора образцов и т. п.) внутри делянки и единицей третьего порядка — параллельные лабораторные анализы. В этом случае ошибка средней будет складываться из трех ошибок, свойственных единицам учета (ошибки между делянками, между площадками внутри делянки и между параллельными анализами). Изучив эти особенности выборочного метода исследований, Б. А. Доспехов разработал рекомендации по принципам планирования наблюдений и анализов, методам отбора почвенных и растительных образцов.

Б. А. Доспехов разработал организацию, методику и технику полевого опыта в производственной обстановке.

Новые приемы и технологии необходимо внедрять на полях совхозов и колхозов в соответствии с местными особенностями.

Опыты по учету агроэкономической эффективности новых приемов в производственной обстановке являются продолжением научного эксперимента и выражают связь между наукой и

практикой. Они завершают научное исследование и дают возможность дать научно обоснованные рекомендации производству.

Объективность и обоснованность анализа результатов исследований и рекомендаций производству в значительной степени зависят от правильного ведения научной документации. В учебнике излагаются вопросы ведения дневника и журнала опыта — какие сведения об опыте должны содержать первичные документы, как их заполняют и где хранят. Завершающий этап экспериментальной работы — оформление ее результатов в виде отчета.

Наряду с общими принципами методики полевого опыта в учебнике излагаются частные вопросы, связанные с особенностями методики исследований в плодоводстве и овощеводстве, опытов по защите почвы от эрозии, проведения опытов на сенокосах и пастбищах и т. п.

Б. А. Доспехов отдавал много энергии и труда подготовке агрономов и научных сотрудников. Его лекции были насыщены фактическим материалом, убедительными и яркими фактами, взятыми из практики сельскохозяйственного производства.

Настоящее издание будет способствовать дальнейшему совершенствованию методики полевого опыта, более широкому внедрению в практику опытной работы объективных статистических методов оценки результатов исследований и повышению качества подготовки специалистов сельского хозяйства.

Доценты Московской сельскохозяйственной академии имени К. А. Тимирязева *Д. В. Васильева, И. П. Васильев, Р. Р. Усманов*

МЕТОДИКА ОПЫТНОГО ДЕЛА

Глава 1

**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ.
ПОЛЕВОЙ ОПЫТ И ЕГО ОСОБЕННОСТИ**

§ 1. МЕТОДЫ НАУЧНОЙ АГРОНОМИИ

Агрономия — комплексная наука. Она занимается разработкой теоретических основ и агротехнических приемов дальнейшего повышения продуктивности культурных растений и улучшения качества урожая. Для решения этих задач необходимо постоянное расширение научных знаний, нахождение способов направленного изменения растений, выведение новых форм и сортов сельскохозяйственных культур, наиболее приспособленных к условиям среды, и изменение условий среды в соответствии с потребностями растений. Это достигается научно-исследовательской работой, изучением биологии культурных растений и приемов возделывания, изысканием новых возможностей повышения продуктивности земледелия.

В связи с большой комплексностью изучаемых объектов в научной агрономии используются разнообразные методы исследования, заимствованные из области точных наук — химии, математики, физики, физиологии, а также свои специфические методы. К основным методам агрономического исследования относятся лабораторный, вегетационный, лизиметрический и полевой, которые в сочетании с наблюдениями за растениями и условиями внешней среды представляют важнейшие инструменты научной агрономии. Среди них главным является опыт в поле. Полевой опыт завершает поисковое исследование, количественно оценивает агротехнический и экономический эффект нового способа или технологии возделывания растений и дает объективные основания для внедрения научного достижения в сельскохозяйственное производство. С того времени, как человек начал возделывать растения, постепенно стали накапливаться разрозненные наблюдения над ростом растений и их урожаями, то, что мы теперь называем народным опытом, который долгое время был единственным источником сельскохозяйственных знаний.

Научная агрономия начала развиваться под влиянием непосредственных запросов материального производства. С ростом потребностей в продуктах питания и уменьшением свободных для освоения земель практическое земледелие уже не могло на

основании одних эмпирических знаний удовлетворить потребности все увеличивающегося населения в пищевых ресурсах. Необходимо было более детальное изучение растений и их отношения к условиям среды, нужны были научный метод изучения вопросов, интересующих земледельца, и люди, владеющие этим методом. Так создавались объективные условия зарождения научной агрономии и формирования ее в самостоятельную науку. Экспериментальные работы по агрономии велись вначале на небольших полевых участках — опытных полях, затем возникли опытные станции, научные институты и другие сельскохозяйственные учреждения.

Хотя научные учреждения по сельскому хозяйству (опытные поля и станции) начали создаваться в России давно, но развитие их до Великой Октябрьской социалистической революции проходило очень медленно. Достаточно сказать, что к 1913 г. насчитывалось всего немногим более ста опытных учреждений, где работало меньше 1000 научных сотрудников. Опытное дело было бессистемным и слабоорганизованным, достижения научной агрономии, недоступные для мелких крестьянских хозяйств, использовались только немногими крупными частновладельческими хозяйствами.

Великая Октябрьская социалистическая революция внесла коренные изменения в развитие народного хозяйства и науки в нашей стране. Была широко развернута научно-исследовательская работа по сельскому хозяйству, стали внедряться в производство механизация, мелиорация, селекционные сорта, минеральные удобрения и другие средства повышения продуктивности растений.

Научное исследование, т. е. изучение и объяснение закономерностей развития явлений в любой области науки, может быть теоретическим или экспериментальным. Явления, изучаемые научной агрономией, так многообразны и сложны, что точное теоретическое решение вопроса часто затруднительно или порой невозможно. Поэтому многие исследования в области агрономии комплексные, и трудно провести грань между теоретическим и экспериментальным исследованием.

Первоосновой, источником теоретических исследований служит наблюдение, опыт, а обобщение экспериментальных данных развивает теорию. В большинстве случаев эксперимент является единственно надежным способом решения поставленной задачи и контроля правильности теоретических выводов, основой познания и критерием истины.

В основе любого теоретического и экспериментального исследования лежит общий метод познания — метод диалектического материализма, вскрывающий наиболее общие законы развития природы и общества. Агрономическая наука, опираясь на диалектический метод познания, при разработке теоретических основ и новых практических приемов повышения продуктивности растений пользуется общепринятыми приемами научного

исследования — наблюдением и экспериментом (опытом), которые соответственно своеобразию объекта научной агрономии имеют специфику и проводятся по определенной методике.

Наблюдения — это количественная или качественная регистрация интересующих исследователя сторон развития явления, констатация наличия того или иного его состояния, признака или свойства. Для наблюдения и регистрации тех или иных свойств или состояний явления применяют разнообразные средства измерений вплоть до самых совершенных.

На метеорологических станциях, например, систематически ведут наблюдения за температурой воздуха и почвы, осадками, направлением и силой ветра, влажностью воздуха и почвы. Мы можем наблюдать за засоренностью посевов, наличием в почве питательных веществ и влаги, морозостойкостью и засухоустойчивостью различных сортов, работой сельскохозяйственных машин и т. п. Во всех этих и подобных им случаях наблюдение дает нам количественную или качественную характеристику явления, но не вскрывает его сущности. В ряде случаев этого вполне достаточно для установления связи между отдельными явлениями, признаками или свойствами и позволяет предвидеть эти явления, а следовательно, оказывать на них определенное влияние. Однако чаще всего наблюдение в агрономии не является самостоятельным приемом исследования, а составляет важную часть более сложного метода исследования — эксперимента, который иногда называют активным наблюдением.

Эксперимент, опыт — это такое изучение, при котором исследователь искусственно вызывает явления или изменяет условия так, чтобы лучше выяснить сущность явления, происхождение, причинность и взаимосвязь предметов и явлений. Опыт — ведущий метод исследования, включающий наблюдения, корреляции, строгий учет измененных условий и учет результатов. *Характернейшая черта и главная особенность любого точного научного опыта — его воспроизводимость.*

Между наблюдением и экспериментом с точки зрения теории познания есть принципиальная разница: наблюдение отражает внешний мир, идет извне в наш мозг, оно фиксирует факты, а эксперимент идет из нашего сознания, из мышления, он как бы гипотеза, ищущая проверки фактами, практикой.

По сравнению с наблюдением опыт имеет большие преимущества, благодаря которым эксперимент стал господствующим методом исследования всех естественных наук. Так, экспериментатор может сам воссоздать нужное ему явление, не дожидаясь, когда оно наступит в природе, может расчленять явления (анализ) и вновь объединять их (синтез), создавать надлежащие сопутствующие условия опыта, которые позволяют глубже изучать явления, понять причину их и следствие.

Наиболее характерной особенностью эксперимента, отличающей его от наблюдения и корреляции, является предвари-

тельный мысленный эксперимент; направленный на создание соответствующей обстановки опыта. Эта предварительная работа почти всегда самая трудная часть опыта, она требует от исследователя большой эрудиции и воображения. Необходимо мысленно представить весь ход эксперимента, убрать все лишнее, мешающее изучению явления.

Экспериментатор должен уметь сосредоточить свое внимание на исследуемой проблеме — продолжительно и упорно думать о ней. Когда Ньютона спросили, как он сделал свои открытия, он ответил: я постоянно думал о них. Правда, иногда приходится слышать утверждения, что великие открытия — дело случая: упало яблоко — открыл закон всемирного тяготения, забрался в ванну — гидростатический закон. На самом же деле «непроизвольные» мысли были подготовлены всей предшествующей умственной работой; решение уже созрело, и нужен был самый незначительный повод для того, чтобы оно вылилось с полной ясностью.

Экспериментатор должен преодолевать в себе привычку к рутинному мышлению, подходить ко всему с вопросом, развивать любознательность. Это необходимо не только потому, что тот, кто много спрашивает, многому научится, но и для творческой деятельности, самостоятельного мышления, критического отношения ко всему.

Важнейшие и неотъемлемые качества истинного экспериментатора — отсутствие чувства непреложности авторитета и догматизма, признание сложности изучаемых объектов, осторожность и скромность в утверждениях. Это не означает, однако, что на каждом шагу следует ставить под сомнение все ранее установленное и проверенное точным опытом; наоборот, наука действует методом дальнейшего развития, а не отбрасывания уже достигнутого, но в поиске новых знаний исследователь должен обязательно учитывать возможные ошибки своих предшественников и современников. Часто это настолько важно, что выяснение возможных ошибок является условием развития науки. Каждый сам может повторить опыты и убедиться, соответствуют ли действительности его выводы.

Экспериментатор всегда ищет новые пути, всегда находится на краю неизвестного, и если то или иное мнение существует давно как общепринятое, если прием применяется всегда и всеми, это для исследователя не может служить доказательством его рациональности. В тех научных коллективах, где ко всему подходят критически, проявляют пытливость и любознательность, где не существует непреложности авторитетов, возникают научные школы, творческие коллективы, стоящие на передовых рубежах мировой науки.

И наконец, экспериментатор должен обладать большой работоспособностью и настойчивостью. Недаром говорят: «гений — это терпение». Ч. Дарвин указывал, что его успех как исследователя определяется сложными и разнообразными условиями,

среди которых самые важные — любовь к науке, бесконечное терпение при размышлении над определенной темой, наблюдательность, достаточная доля изобретательности и здравого смысла.

Важной задачей сравнительного эксперимента является количественная оценка эффектов опытных, т. е. изучаемых в опыте, вариантов. Один или несколько вариантов, с которыми сравнивают опытные варианты, называют контролем, или стандартом. Совокупность опытных и контрольных вариантов составляет схему эксперимента.

Варианты бывают качественные — сорта, культуры, способы посева и обработки почвы, предшественники и т. п. и количественные — нормы полива, дозы удобрений и пестицидов, глубина обработки почвы и т. п. Каждый вариант применяют к одной или нескольким элементарным единицам опыта — образцам семян или почвы, совокупности растений в сосуде или на делянке полевого эксперимента. Число одноименных элементарных единиц контрольного или опытного варианта, например чашек Петри в лабораторном, сосудов в вегетационном и делянок в полевом опытах, называют повторностью.

Как уже было отмечено выше, в широкой практике агрономических исследований используют в основном четыре типа сравнительных экспериментов: лабораторный, вегетационный, лизиметрический и полевой.

Лабораторный эксперимент — исследование, осуществляемое в лабораторной обстановке с целью установления действия и взаимодействия факторов на изучаемые объекты. Проводят лабораторные опыты как в обычных (комнатных), так и в искусственных строго регулируемых условиях — в термостатах, боксах и климатических камерах, позволяющих строго регулировать свет, температуру, влажность воздуха и другие факторы. Многие важные агрономические вопросы успешно разрешают именно методом лабораторного опыта. Например, в семеноведении широко используют лабораторный эксперимент для выяснения оптимальных условий прорастания семян, оценки влияния биологических свойств и качества семян на их всхожесть. Лабораторные опыты на прорастающих семенах и проростках растений используют в исследованиях с удобрениями, пестицидами и регуляторами роста.

Для лабораторного опыта не обязательно наличие главного объекта изучения агрономической науки — растения. В зависимости от целей и задач исследований экспериментатор может, например, смоделировать и изучить в лабораторных условиях течение почвенных процессов, различные режимы и балансы, изменения количественного и видового состава живой фазы почвы и т. д.

Вегетационный эксперимент — исследование, осуществляемое в контролируемых условиях — вегетационных домиках, теплицах, оранжереях, климатических камерах и других сооруже-

ниях с целью установления различий между вариантами опыта и количественной оценки действия и взаимодействия изучаемых факторов на урожай растений и его качество. Обязательным требованием к вегетационному опыту является наличие опытного растения.

Сущность вегетационного метода исследования состоит в том, что растения выращивают в вегетационных сосудах, в искусственной, но агрономически обоснованной обстановке, регулируемой экспериментатором. Для вегетационных опытов применяют самые разнообразные сосуды — стеклянные, глиняные, из пластических и других материалов. В качестве субстрата для выращивания растений используют почву, песок или воду. Во время опыта сосуды с растениями помещают в специально построенные вегетационные домики, теплицы или лаборатории искусственного климата. Это делают для того, чтобы защитить растения от неизучаемых или неблагоприятных факторов и выявить значение того или иного фактора жизни в возможно более «чистом» виде, сделать расчлененный анализ, который нельзя провести в природе.

В зависимости от субстрата, на котором выращиваются растения, различают вегетационные опыты с почвенными, песчаными, гравийными, водными и стерильными культурами. Каждый из этих методов направлен на решение различных задач. Так, опыты на искусственных (беспочвенных) средах позволили разрешить важные вопросы по физиологии растений, которые имеют большое значение для практической агрономии.

Совершенствование техники вегетационного метода привело к созданию современных сложных инженерных сооружений — автоматизированных станций искусственного климата — фитотронов.

Фитотрон включает лабораторный корпус, оранжерею, климатические и морозильные камеры, позволяющие круглый год работать с растениями, создавая (моделируя) для них любые условия жизни. Это позволяет не только намного сократить сроки проведения исследований, например ускорить сроки создания новых сортов и гибридов, но и решить такие фундаментальные теоретические проблемы по физиологии, селекции, генетике и питанию растений, которые раньше были недоступны.

Лизиметрический сельскохозяйственный эксперимент — исследование жизни растений и динамики почвенных процессов в специальных лизиметрах, позволяющих учитывать передвижение и баланс влаги и питательных веществ в естественных условиях. Лизиметрический метод отличается от вегетационного тем, что исследование жизни растений и свойств почвы проводят в поле, в специальных лизиметрах, где почва отгорожена со всех сторон (с боков и снизу) от окружающей почвы и подпочвы. Основное условие, определяющее конструкцию лизиметра, — приспособления, позволяющие изучать просачивание воды и растворенных в ней веществ. Мощность слоя в лизиметре может

варьировать в широких пределах — от глубины пахотного слоя до 1—2 м.

Лизиметрические опыты используют в земледелии, мелиорации, почвоведении, агрометеорологии, физиологии, агрохимии и селекции для выяснения таких вопросов, как водный баланс под различными сельскохозяйственными культурами, вымывание и перемещение питательных веществ атмосферными осадками и поливными водами, определение транспирационных коэффициентов в естественной обстановке и др.

В зависимости от способа наполнения почвой различают лизиметры с почвой естественного строения и лизиметры с насыпной почвой. Материалы, из которых изготовляют лизиметры, могут быть очень разнообразными: делают бетонные и кирпичные лизиметры объемом 1—2 м³ в расчете на длительное использование; металлические — с радиусом от 10 до 40—50 см и так называемые лизиметрические воронки диаметром 25—50 см. Могут быть и другие конструкции лизиметров.

В лизиметрах значительно легче учитывать влагу, питательные вещества в почве и растениях. Однако полное отделение почвы в лизиметрах от нижележащих слоев создает в них, несомненно, иной питательный и водно-воздушный режим, чем в обычных полевых условиях.

Для выяснения закономерностей передвижения воды и растворенных в ней веществ через определенный слой почвы принцип лизиметрических исследований широко применяют в лабораторных экспериментах, в которых не обязательно наличие растений.

Лизиметрические опыты в полевых условиях с растениями занимают промежуточное положение между вегетационным и полевым экспериментами. Аналогичное положение занимают и так называемые вегетационно-полевые эксперименты, которые проводят в поле в цилиндрических или квадратных сосудах (ящиках) без дна. Почва в сосудах или ящиках отгорожена только с боков (на глубину 20—50 см) и все время находится в контакте с подпочвой при естественном увлажнении и аэрации.

Вегетационно-полевые опыты могут быть использованы для решения самых разнообразных вопросов земледелия — оценки эффективности удобрений, плодородия различных генетических горизонтов и слоев почвы и т. п. Важно отметить, что такие опыты могут быть заложены как на специально выделенном участке, так и среди поля, в условиях климата той зоны, в которой развиваются растения в естественной обстановке. Кроме того, проведение вегетационно-полевых опытов не требует соответствующей материальной базы и специального оборудования, необходимых при постановке вегетационных и лизиметрических опытов.

В последние годы вегетационно-полевой метод исследования широко используют в селекции растений, агрометеорологии и

земледелии для углубленных теоретических разработок, активного моделирования необходимых экспериментатору условий почвенной среды и метеорологических факторов. С помощью современных технических средств — стационарных и передвижных климатических вегетационных камер низких температур и передвижных вегетационных домиков из полиэтиленовой пленки с автоматическим регулированием факторов внешней среды можно моделировать все типы климата на разных этапах вегетации растений, присущие данному региону. Это позволяет экспериментатору разложить погоду на составляющие ее элементы и познать роль каждого из них в формировании урожайности, что практически невозможно в естественных полевых условиях.

Полевой сельскохозяйственный опыт — исследование, осуществляемое в полевой обстановке на специально выделенном участке. Основной задачей полевого опыта является установление различий между вариантами опыта, количественная оценка действия факторов жизни, условий или приемов возделывания на урожай растений и его качество.

Как бы ни были ценны наблюдения, результаты лабораторных, вегетационных и лизиметрических опытов, прежде чем сделать выводы из них и рекомендации для производства (если вообще такие могут быть предложены), они должны быть проверены в условиях сравнительного полевого опыта. Все это делает полевой опыт основным, важнейшим методом исследования в полеводстве, луговодстве, овощеводстве и плодоводстве.

Полевой опыт связывает теоретические исследования в агрономии с сельскохозяйственной практикой. Результаты полевых опытов и обобщения практических наблюдений могут быть достаточно убедительным основанием для широкого внедрения новых средств повышения урожая — агротехнических приемов, новых сортов, удобрений и др.

Наряду с экспериментами сельскохозяйственная наука широко использует лабораторные и полевые наблюдения за растениями и факторами внешней среды. Эти методы очень разнообразны и многочисленны. Они включают различные наблюдения и учеты в период вегетации, химические, физические, физико-химические, микробиологические, биохимические и другие виды анализов почвы, растений и удобрений в лабораторных и полевых условиях. Лабораторные и полевые наблюдения и учеты могут иметь самостоятельное значение, но чаще являются составной и нередко очень важной частью более широких агрономических исследований. Например, при проведении полевых, вегетационных и лизиметрических опытов правильная организация и осуществление лабораторных анализов почв и растений позволяют понять и объяснить сущность изучаемых явлений, сделать обоснованные выводы. В зависимости от целей и задач исследования относительное количество лабораторных и полевых наблюдений и учетов в общем объеме исследователь-

ских работ может быть различным. Однако во всех случаях правильно спланированные и выполненные лабораторные и полевые наблюдения, учеты и анализы помогают понять ход процессов и на основании этого объяснить действие тех или иных факторов на урожай.

В практике агрономических исследований, особенно при проведении полевых опытов, часто применяют лабораторные и полевые методы определения агрофизических и агрохимических свойств почвы, химического состава культурных растений и оценки качества урожая. Все эти методы хорошо разработаны и описаны в специальных руководствах.

Важнейшую роль в современной агрономической науке играют статистические методы планирования исследований и обработки полученных данных. Сравнительно недавно основное применение статистики в опытном деле сводили к определению средних значений и их ошибок. В настоящее время математическая статистика является активным средством планирования эксперимента. Принципиальное ее требование — рендомизация неконтролируемых условий исследования, позволяющая в известной мере компенсировать систематические погрешности эксперимента, а статистически обоснованный план эксперимента определяет метод математического анализа данных. Опыт показывает, что при значительной неоднородности неконтролируемых условий проведения опыта только рендомизированные планы обеспечивают объективную, статистически достоверную оценку результатов исследований. При этом важно подчеркнуть, что если действие изучаемого фактора невелико, то рендомизированный план более необходим, чем при значительном его действии.

Наряду с важной задачей планирования эксперимента современные математические методы составляют неотъемлемую часть процесса обработки и интерпретации результатов наблюдений и опытов. Они позволяют извлечь максимум информации из исходных данных, оценить, насколько существенны, реальные различия между вариантами, установить коэффициенты уравнений регрессий и производственных функций — математических моделей урожая, качества продукции, свойств почвы и других показателей.

Экспериментальная работа позволяет исследователю накопить факты, но сама по себе не решает проблемы. Необходимы систематизация знаний, обоснование рабочей гипотезы, которая служила бы отправным пунктом для планирования данного исследования или ее опровержения. Вся история науки с этой точки зрения есть история формирования новых гипотез, отбрасывания неверного в них и приближение ко все более правильному познанию действительности путем превращения гипотез в теорию. Между гипотезой и теорией есть существенное различие. Гипотеза по мере развития знаний может быть отвергнута в главном. Теория по мере развития науки уточняется или огра-

ничивается, но сохраняет свои главные положения и в той или иной мере входит в сокровищницу абсолютной истины.

Современная агрономическая наука — явление сложное и многогранное. Это одновременно и непрерывно развивающаяся система знаний, теоретических положений и методов исследования. Это и специфическая форма человеческой деятельности, творческий процесс получения новых знаний, создание новых идей. Это и важнейший инструмент воздействия и управления материальным производством. Но наука не может превратиться в непосредственную силу без системы образования. При этом с усложнением и усовершенствованием сельскохозяйственного производства все больше и больше требуется квалифицированных специалистов, владеющих одновременно основами научного знания и методами исследования, умеющих мыслить творчески, внедрять достижения науки и обладать практическими трудовыми навыками. В свою очередь, через образование осуществляется подготовка кадров как для производства, так и для науки, кадров, владеющих научными знаниями и способных создать новые идеи, новые знания. Такая триединая связь и взаимодействие между наукой, образованием и производством типичны для любой развитой страны. Повышению эффективности научных исследований и подготовке высококвалифицированных агрономов с высшим образованием способствуют различные формы интеграции сельскохозяйственных вузов и научно-исследовательских институтов, создание учебно-научных центров и широкое внедрение в учебный процесс научно-исследовательской работы студентов (НИРС).

§ 2. ТРЕБОВАНИЯ К ПОЛЕВОМУ ОПЫТУ

Особенность полевого опыта, отличающая его от других методов исследования, состоит в том, что культурное растение изучают вместе со всей совокупностью почвенных, климатических и агротехнических факторов, очень близких к производственным, или непосредственно в производственных условиях. Только полевой опыт может установить связь между урожаем и средствами воздействия на него. Кроме того, существуют вопросы, которые вообще не могут быть изучены вне полевой обстановки, вне полевого опыта, например система обработки почвы и ухода за растениями, севооборот, применение удобрений в севообороте, сочетание удобрений и гербицидов с другими агротехническими приемами, механизация уборки и т. д.

Ценность результатов полевого опыта зависит от соблюдения определенных методических требований. Важнейшие из них следующие: 1) типичность опыта; 2) соблюдение принципа единственного различия; 3) проведение опыта на специально выделенном участке; 4) учет урожая и достоверность опыта по существу.

Под типичностью, или репрезентативностью, полевого опыта понимают соответствие условий его проведения почвенно-

климатическим (природным) и агротехническим условиям данного района или зоны. Любой полевой опыт должен отвечать требованию почвенно-климатической типичности. Совершенно очевидно, что нет смысла изучать приемы повышения плодородия почв в опыте, расположенном на песчаных почвах, если результаты работы предполагается использовать на глинистых почвах. Что касается второго требования, а именно соответствия условий проведения опыта агротехническим, производственным условиям, то оно в различных полевых опытах выполняется по-разному. Полностью это требование выдерживается в полевых опытах, которые проводят непосредственно в производственной обстановке. Однако в ряде случаев, особенно на первых этапах исследования (ограниченное количество семян, нового вида гербицида, удобрения и т. д.), это требование выполняется не полностью и полевой опыт проводят в некотором отрыве от типичных производственных условий.

В понятие «типичность» для агротехнического полевого опыта входит также требование проводить исследование с районированными (или перспективными) сортами и типичными для данной зоны культурами. Агротехнические опыты с экологически не приспособленными культурами и сортами теряют ценность, потому что районированные сорта и типичные культуры могут по-иному реагировать на изучаемые приемы, и, следовательно, нельзя распространять выводы из подобных опытов на обычные производственные условия.

К типичности относится также требование проведения полевого опыта при общем высоком уровне агротехники; опыты при низком уровне агротехники не имеют большой производственной ценности. Часто не оправдан выбор некультуренной почвы для полевого опыта, особенно с удобрениями. Это хотя и дает результаты, производящие большое впечатление, но не соответствует практическим условиям обычных старопахотных почв. Совершенно очевидно, что на бедных землях изучаемые в опыте удобрения будут более эффективными даже при более низком общем уровне урожая. Поэтому достоверность выводов из опытов, проведенных на окультуренных почвах при высоком уровне агротехники, значительно выше и применимость результатов таких опытов шире, чем тех, которые ставятся на некультуренных землях при низком уровне агротехники.

При постановке полевых опытов необходимо соблюдать единство всех условий, кроме одного — изучаемого. Это очень важное и обязательное требование методики называют принципом единственного различия. Он должен строго соблюдаться в опытной работе. Например, в полевом опыте с дозами азотных удобрений единственным различием по вариантам будут дозы. Все остальные условия опыта (почвенные условия, предшественник, способы обработки почвы, сорт, посев, уход и т. д.) во всех вариантах должны быть тождественными, одинаковыми. Без соблюдения этого требования методики нельзя

правильно установить эффективность изучаемых доз удобрений.

Несмотря на несложные принципиальные подходы к постановке опытов по принципу единственного различия в практике опытного дела как при разработке схемы, так и при постановке и истолковании результатов полевого опыта, возникают значительные затруднения. Следует иметь в виду, что полное сохранение равенства всех условий, кроме изучаемого, оказывается невозможным из-за тесной связи и взаимозависимости между разными факторами жизни растений и почвы и действующими на них агротехническими приемами. Например, при изменении глубины обработки почвы изменяется ее влажность, температура, воздушный режим, биологическая деятельность и питательный режим. Но значит ли это, что принцип единственного логического различия (только глубина обработки) неверен? Нет, не значит. Для того чтобы признать изменение в результате опыта как следствие тех изменений, которые произошли в изучаемом факторе, вовсе не нужно постоянное равенство в состоянии всех других неизучаемых условий в течение всего опыта, а достаточно, чтобы такое равенство имелось до опыта т. е. до того момента, когда внесены изменения в изучаемый фактор. Изменения же, которые происходят под его влиянием в неизучаемых условиях, необходимо рассматривать как функции произведенного изменения в изучаемом факторе.

Принцип единственного логического различия — неперемное условие научного эксперимента. Но единственное различие не следует понимать механически, под этим принципом понимается главное, изучаемое различие. Поясним это примером. Предположим, в опыте сравниваются два сорта пшеницы, которые вследствие биологических особенностей по-разному реагируют на изменение густоты посева. Казалось бы, что для сравнения урожайности двух сортов необходимо применять одинаковую норму посева. Однако если сравнимые сорта по биологическим особенностям (способности куститься и т. д.) требуют различной густоты посева, то их нельзя высевать одинаковой нормой, так как при этом один из сортов оказался бы в заведомо невыгодных для сравнения условиях. Более правильно сравнивать урожаи не при одинаковых, а наиболее соответствующих, оптимальных для каждого сорта нормах посева. Сходные вопросы возникают и в других случаях — в отношении сроков посева, уборки, обработки почвы, удобрения и т. д. Во всех этих случаях принцип единообразия должен пониматься как принцип целесообразности и оптимальности.

Требование проведения полевого опыта на специально выделенном участке с хорошо известной историей — это логическое следствие требования принципа единственного различия. Оно также обязательно для любого полевого опыта. В практике опытного дела это требование методики нередко игнорируют, опыты закладывают на участках, история которых неизвест-

на, в связи с чем результаты таких опытов невозможно понять, интерпретировать и тем более использовать. Требование методики проводить опыты на специально выделенном участке чаще всего нарушается производителями. Им кажется гораздо проще и убедительнее ставить опыты не на специально выделенном однообразном участке, а на целых полях севооборота с заведомо разной историей и неодинаковыми условиями; такие опыты, особенно единичные, не могут дать удовлетворительных результатов. Нельзя называть полевым опытом какие бы то ни было испытания приемов агротехники или сортов, если их проводят на случайных участках.

Требование учета урожая и достоверности опыта. Урожай и качество сельскохозяйственных растений — главный объективный показатель при характеристике изучаемых в опыте вариантов. В результате учета урожая, который отражает и интегрирует действие на растение всех условий возделывания, становится возможным количественно установить влияние тех факторов, которые изучаются в данном опыте. Однако данные учета урожая и оценки его качества могут иметь реальный смысл и объективно отражают изучаемое явление только в том случае, если опыт достоверен по существу. *Под достоверностью опыта, по существу, понимают логически правильно построенную схему и методику проведения опыта, соответствие их поставленным перед исследованием задачам, правильный выбор объекта и условий проведения данного опыта.* Совершенно очевидно, что опыты, проведенные по неправильно разработанной схеме и методике, при несоответствующих данному исследованию условиях или с нарушением методики и техники, т. е. опыты, недостоверные по существу, искажают эффекты изучаемых вариантов и не могут быть использованы для их сравнительной оценки. Такие опыты следует браковать.

При проведении опыта экспериментатор обычно встречается с тремя видами ошибок — случайными, систематическими и грубыми. *Ошибка — это расхождение между результатами выборочного наблюдения и истинным значением измеряемой величины.* Оценка истинного значения результативного признака, например урожая, по полученным в полевом опыте данным является одной из основных задач математической статистики. Чтобы правильно решить эту задачу, необходимо знать основные свойства ошибок и причины их возникновения.

Случайные ошибки — это ошибки, возникающие под воздействием очень большого числа факторов, эффекты действия которых столь незначительны, что их нельзя выделить и учесть в отдельности. Любой полевой опыт содержит в себе некоторый элемент случайности, т. е. изменчивость получаемых данных обусловлена в какой-то степени неизвестными нам причинами — случайными ошибками.

Случайное варьирование опытных данных — постоянный спутник полевых опытов, и ни в одном из них, как бы тщатель-

но он ни проводился, нельзя получить абсолютно точные данные. Таким образом, случайные ошибки являются неизбежными, однако математическая статистика дает методы количественного определения величины случайных ошибок, совокупность которых при большом числе наблюдений подчиняется закону нормального распределения, а при ограниченном числе параллельных наблюдений — закону t -распределения Стьюдента. На основании этих законов распределения случайных ошибок устанавливается, насколько существенны разности между средними показателями, например урожаями по вариантам.

Характерная особенность случайных ошибок — их тенденция взаимно погашаться в результате приблизительно одинаковой вероятности как положительных, так и отрицательных значений, причем малые значения встречаются чаще, чем большие. Благодаря такой тенденции к взаимному погашению разнонаправленных случайных ошибок при обобщении данных и выведении средних показателей погрешности уменьшаются по мере увеличения числа наблюдений.

Систематические ошибки искажают измеряемую величину в сторону преувеличения или преуменьшения в результате действия вполне определенной постоянной причины. В полевом опыте такой причиной часто является закономерное варьирование неизучаемых факторов, например плодородия почвы, и элиминировать их действие на результативный признак можно путем правильной методики.

Основную особенность систематических ошибок составляет их однонаправленность, т. е. они завышают или занижают результаты опыта. Это приводит к тому, что такие ошибки в отличие от случайных не имеют свойства взаимопогашения и, следовательно, целиком входят как в показания отдельных наблюдений, так и в средние показатели.

Грубые ошибки, или промахи, возникают чаще всего в результате нарушения основных требований к полевому опыту, недосмотра или небрежного и неумелого выполнения работ. Например, исполнитель опыта по небрежности дважды внес удобрение на одну и ту же делянку, перепутал делянки при взвешивании урожая, неправильно записал его массу и т. д. Подобные ошибки ни при каких условиях не могут быть «погашены», компенсированы, и остается только забраковать испорченные делянки, повторения или весь опыт. Избежать грубых ошибок можно продуманной, тщательной организацией и проведением полевого опыта.

Для математической обработки и обоснованных выводов можно использовать лишь те результаты полевых опытов, которые не содержат грубых и систематических односторонних ошибок. Неустранимость же случайных ошибок из данных полевого опыта и возможность их количественной оценки ведут к тому, что все выводы по результатам эксперимента имеют вероятностный характер.

§ 3. ВИДЫ ПОЛЕВЫХ ОПЫТОВ

Полевые опыты делятся на две большие группы: 1) агротехнические; 2) опыты по сортоиспытанию сельскохозяйственных культур.

Основная задача агротехнических опытов — сравнительная объективная оценка действия различных факторов жизни, условий, приемов возделывания или их сочетаний на урожай сельскохозяйственных культур и его качество. К этой группе относятся, например, полевые опыты по изучению обработки почвы, предшественников, удобрений, способов борьбы с сорняками, болезнями и вредителями, норм и сроков посева и т. д.

Опыты по сортоиспытанию, где сравниваются при одинаковых условиях генетически различные растения, служат для объективной оценки сортов и гибридов сельскохозяйственных культур. На основании этих опытов наиболее урожайные, ценные по качеству и устойчивые сорта и гибриды районировуют и внедряют в сельскохозяйственное производство.

Между указанными группами полевых опытов нет резкой границы. Для разработки сортовой агротехники опыты по сортоиспытанию нередко проводят на разных агротехнических фонах, а в схемы агротехнических опытов с удобрениями, обработкой почвы и севооборотами часто включают несколько перспективных сортов.

В зависимости от количества изучаемых факторов, охвата почвенно-климатических условий, длительности и места проведения полевые опыты подразделяют на несколько видов: однофакторные и многофакторные, единичные и массовые (географические), краткосрочные, многолетние и длительные, эксперименты, заложенные на специальных опытных полях и в производственной обстановке.

Если в опыте изучается один простой или сложный (составной) количественный фактор в нескольких градациях (дозы удобрения, пестициды, нормы посева, полива и т. п.) или сравнивается действие ряда качественных факторов (разные культуры, сорта, способы обработки, предшественники и т. п.), то такой эксперимент называют простым, или однофакторным. Иллюстрацией таких опытов могут быть следующие схемы из пяти вариантов:

| I. Сорта | II. Нормы посева семян | III. Дозы удобрения |
|-----------------|------------------------|-------------------------------------|
| 1. А (стандарт) | 1. 3 млн. | 1. Без удобрений (контроль) |
| 2. В | 2. 4 млн. | 2. $N_{60}P_{60}K_{60}$ (1 доза) |
| 3. С | 3. 5 млн. | 3. $N_{120}P_{120}K_{120}$ (2 дозы) |
| 4. D | 4. 6 млн. | 4. $N_{180}P_{180}K_{180}$ (3 дозы) |
| 5. E | 5. 7 млн. | 5. $N_{240}P_{240}K_{240}$ (4 дозы) |

Опыты, в которых одновременно изучают действие и устанавливают характер и величину взаимодействия двух и более факторов, называют многофакторными. Взаимодействие фак-

торов — это дополнительная прибавка (или снижение) урожая, которая получается при совместном применении двух и более факторов.

По характеру различают положительное взаимодействие, когда прибавка от совместного применения факторов больше, и отрицательное, когда она меньше арифметической суммы прибавок от их отдельного применения. Например, если от полива получена прибавка урожая зерна пшеницы 10 ц на 1 га, от удобрения — 5 ц на 1 га, а от совместного применения полива и удобрения — 25 ц на 1 га, то дополнительный положительный эффект равен $25 - (10 + 5) = 10$ ц на 1 га. Другой пример: от NPK получена прибавка урожая картофеля 120 ц на 1 га, от навоза — 110 ц на 1 га, а от совместного применения NPK и навоза — 180 ц на 1 га. Эффект взаимодействия равен $180 - (120 + 110) = -50$ ц на 1 га. Это отрицательное взаимодействие, которое наблюдается при определенных сочетаниях факторов, действующих, как правило, в одном направлении. Факторы действуют независимо, т. е. не взаимодействуют, когда прибавка от совместного их применения примерно равна арифметической сумме прибавок от их отдельного применения.

Установить величину и характер взаимодействия позволяют только те многофакторные опыты, которые спланированы по схеме полного факториального эксперимента (ПФЭ), которая предусматривает наличие всех возможных сочетаний изучаемых факторов и их градаций (доз). Поэтому не всякий опыт, включающий несколько факторов, можно назвать многофакторным.

Многофакторный эксперимент по полной факториальной схеме, в котором изучается два фактора в двух градациях ($2 \times 2 = 4$), например глубокая обработка почвы и удобрение, должен иметь четыре варианта:

1. Обычная обработка без удобрений (контроль).
2. Глубокая обработка без удобрений.
3. Обычная обработка + удобрение.
4. Глубокая обработка + удобрение.

При исключении из этого опыта любого второстепенного, по мнению исследователя, варианта схема становится неполной, нефакториальной. Такой эксперимент будет равноценен просто однофакторному опыту, он не может выявить величину и характер взаимодействия изучаемых факторов. Таким образом, принципиальной особенностью многофакторных экспериментов является постановка их по полным факториальным схемам.

Опыты называют единичными, если их закладывают в отдельных пунктах, независимых друг от друга, по различным схемам. Если полевые опыты одинакового содержания проводят одновременно по согласованным схемам и методикам в различных почвенно-климатических и хозяйственных условиях, в масштабе страны, области или района, то их называют мас-

совыми или географическими. Широкие географические опыты с сортами проводит Государственная комиссия по сортоиспытанию сельскохозяйственных культур, с удобрениями — Государственная агрохимическая служба и Географическая сеть опытов с удобрениями.

По длительности проведения полевые опыты разделяют на краткосрочные, многолетние и длительные.

К краткосрочным относят опыты продолжительностью от 3 до 10 лет. Они могут быть нестационарными и стационарными. Первые закладывают ежегодно по неизменной схеме с одной и той же культурой на новых участках и повторяют во времени обычно 3—4 года. Этого периода считается достаточно для учета влияния условий погоды на эффективность какого-либо приема. Вторые закладывают на стационарных участках и проводят в течение 4—10 лет.

К многолетним относят однофакторные и многофакторные стационарные полевые опыты продолжительностью 10—50, к длительным — более 50 лет. Основная задача многолетних и длительных стационарных экспериментов — изучение действия, взаимодействия и последствий систематически осуществляемых агротехнических приемов или комплексов их на плодородие почвы и качество продукции.

Многолетние и длительные опыты незаменимы при изучении физико-химических и биохимических процессов, медленно протекающих в почве и агрофитоценозах, расчетах баланса питательных веществ, учете потерь элементов питания и возможных масштабов загрязнения окружающей среды. Многолетняя повторность как бы «спрессовывает время», ведет к выявлению качественно новых закономерностей, которые невозможно установить в краткосрочных опытах. Результаты этих опытов нередко противоречат общепринятым представлениям, но именно эти необычные на первый взгляд данные, эти противоречия и указывают новые направления для научных поисков и разработок.

Во всех развитых странах мира многолетние и длительные полевые опыты широко используются для решения фундаментальных вопросов земледелия, для глубоких комплексных исследований, демонстрации роли основных факторов и условий жизни растений.

В нашей стране проводится много стационарных полевых опытов, рассчитанных на многолетний период. Среди них самый длительный — это многофакторный опыт, заложенный в 1912 г. в Петровской (ныне Тимирязевской) академии. Здесь на фоне полной факториальной схемы с удобрениями (0, N, P, K, NP, NK, PK, NPK, навоз, навоз+NPK) изучается действие севооборота, бессменных культур, «вечного пара» и периодического известкования на плодородие почвы. По количеству изучаемых в одном эксперименте факторов, объему и глубине проводимых исследований, их агрономическому значению и резуль-

тативности этот опыт является уникальным не только в нашей стране, но и в мировой практике опытного дела.

Из зарубежных длительных стационаров следует указать на всемирно известные опыты Ротамстедской опытной станции в Англии с удобрениями бессеменной пшеницы, ячменя и многолетних трав, заложенные между 1843 и 1855 г. Более 100 лет (с 1875 г.) ведется опыт с удобрениями в Гриньоне (Франция) в севообороте озимая пшеница — сахарная свекла. Продуктивность бессеменной кукурузы и при возделывании ее в 2—3-польных севооборотах более 100 лет (с 1876 г.) изучается в опыте Иллинойского университета (США). Столетие (с 1878 г.) продолжается опыт с бессеменной рожью в Галле (ГДР). Более 80—90 лет ведутся опыты по выявлению эффективности навоза и НРК в Дании, ГДР и Голландии; более 50 лет в Японии изучается действие систематического применения НРК, компостов и зеленых удобрений на урожай риса.

По месту проведения подразделяют полевые опыты, заложенные на специально организованных и приспособленных для этих целей участках или опытных полях, и полевые опыты, проведенные в производственной обстановке — в колхозах и совхозах на полях хозяйственных севооборотов.

Часто полевой опыт в производственной обстановке, различные производственные испытания, например, новых сортов или сельскохозяйственных машин в колхозах (совхозах) неправильно называют производственным опытом. Как известно, *производственный сельскохозяйственный опыт — это комплексное, научно поставленное исследование, которое проводится непосредственно в производственных условиях и отвечает конкретным задачам самого материального производства, его постоянного развития и совершенствования.* Из определения следует, что цели производственного эксперимента значительно шире, чем любого вида полевого опыта. В его задачу входит изучение агротехнической и экономической эффективности системы агрономических и организационно-хозяйственных мероприятий, а не отдельных приемов или элементов этой системы. Поэтому экспериментирование проводится большими производственными единицами — бригадами, хозяйствами или группой хозяйств.

Глава 2

ОСОБЕННОСТИ УСЛОВИЙ ПРОВЕДЕНИЯ ПОЛЕВОГО ОПЫТА, ВЫБОР И ПОДГОТОВКА ЗЕМЕЛЬНОГО УЧАСТКА

§ 1. ОСОБЕННОСТИ УСЛОВИЙ ПРОВЕДЕНИЯ ПОЛЕВОГО ОПЫТА

Наиболее характерной особенностью условий проведения полевого сельскохозяйственного опыта является сильная вариация, неоднородность неконтролируемых в эксперименте внешних факторов роста и развития растений. Сезонность, а отсюда и мед-

лительность в получении информации методом полевого эксперимента, сильная изменчивость метеорологических условий его проведения по годам и неоднородность почвенного плодородия земельных участков, где закладываются опыты, в сочетании с исключительной сложностью основных объектов исследования — растений создает значительные трудности в получении надежных и хорошо воспроизводимых результатов. Этими сложными нестабильными природными условиями проведения и отличается полевой опыт от лабораторного, инженерного, химико-технологического и других типов экспериментов.

В зависимости от условий погоды вегетационного периода на одном и том же земельном массиве при одинаковой агротехнике урожай одного и того же сорта сельскохозяйственных культур и эффективность изучаемых в полевом опыте факторов сильно колеблются по годам. По данным длительного полевого опыта Тимирязевской сельскохозяйственной академии, при традиционной агротехнике на интенсивно удобряемых дерновоподзолистых почвах наиболее вероятные отклонения фактических урожаев от запланированных (на основе среднемноголетней влагообеспеченности) могут изменяться от нуля до следующих величин (\pm ц на 1 га):

| | |
|-----------------------|-------|
| зерновые (зерно) | 6—7 |
| лен-долгунец (солома) | 14—18 |
| клевер (сено) | 30—40 |
| картофель (клубни) | 60—70 |

При резких колебаниях метеорологических условий отклонение фактических урожаев от среднемноголетних могут значительно превосходить и эти наиболее вероятные пределы колебания урожаев. На рисунке 1 видно, что за 18-летний период, когда уровень агротехники в опыте был стабильным как при ежегодном применении удобрений (окультуренная почва), так и без удобрений (слабоокультуренная почва) наблюдаются резкие колебания урожаев ржи, картофеля и клевера по годам.

Большая зависимость урожаев и эффектов вариантов от метеорологических факторов требует от экспериментатора максимальной осторожности и объективности в интерпретации однолетних данных полевого эксперимента. В большинстве случаев нецелесообразно делать определенные выводы по результатам одного года. Для получения достаточно надежных и воспроизводимых результатов необходимо, особенно для доказательства незначительных эффектов изучаемого варианта, иметь не менее чем трехлетние данные учета урожаев в опыте.

Итак, сильная вариабельность неконтролируемых природных факторов проведения полевого эксперимента требует обязательного повторения опыта во времени, в разных погодно-климатических условиях.

Структура полевого эксперимента в значительной степени определяется закономерностями территориального варьирова-

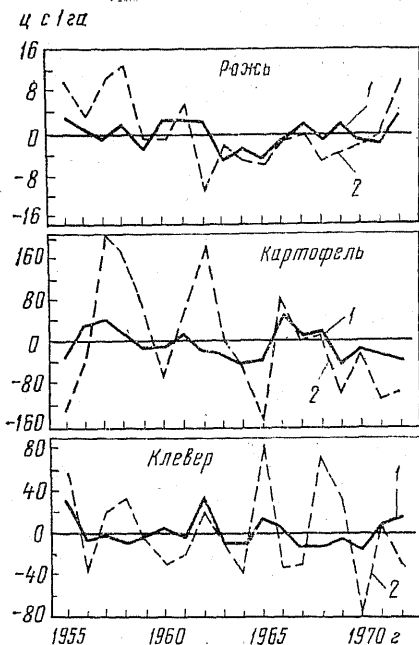


Рис. 1. Отклонения урожаев озимой ржи, картофеля и клевера по годам от среднего за 1955—1972 гг. на слабоокультуренной 1 и окультуренной 2 почвах длительного опыта ТСХА. Средний урожай ржи на слабоокультуренной почве 9,1 ц, на окультуренной 31,6 ц картофеля 67 и 191 ц и сена клевера 14,2 и 77,4 ц с 1 га соответственно.

личное варьирование всегда наблюдается и в урожаях повторных делянок любого варианта полевого опыта.

В поле экспериментатор не имеет возможности выбрать для закладки опыта идеально выравненный земельный участок, т. е. однородный во всех отношениях. Чаще всего проявляется довольно сильная неоднородность почвенного плодородия и урожайности при переходе от делянки к делянке дробного учета однообразно возделываемого посева. Необходимо отчетливо представлять всю сложность той конкретной обстановки, в которой на практике осуществляются полевые опыты, и хорошо знать основные закономерности территориальной (пространственной) изменчивости плодородия почвы, так как именно они лежат в основе современных методов размещения опытов.

Общая особенность территориальной изменчивости почвенного плодородия в том, что практически всегда при любом дробном учете есть участки, где наряду со случайным наблюдается более или менее выраженное систематическое, закономерное

ния пестроты почвенного плодородия. Особенности в изменчивости плодородия почвы земельных участков, на которых планируется закладка опытов, лучше всего изучить методом дробного учета урожая однородных рекогносцировочных посевов. *Рекогносцировочный или разведывательный, посев — это сплошной посев одной культуры, предшествующий закладке опыта и проводимый для выявления степени однородности почвенного плодородия на площади опыта путем дробного учета урожая одинаковыми делянками.*

Тысячи дробных учетов урожая, проведенных в нашей стране и за рубежом на разнообразных почвах и во всех климатических областях земного шара, показали, что урожаи на делянках однообразно возделываемого земельного участка всегда в той или иной степени отличаются по своей величине (рис. 2). Аналогичное

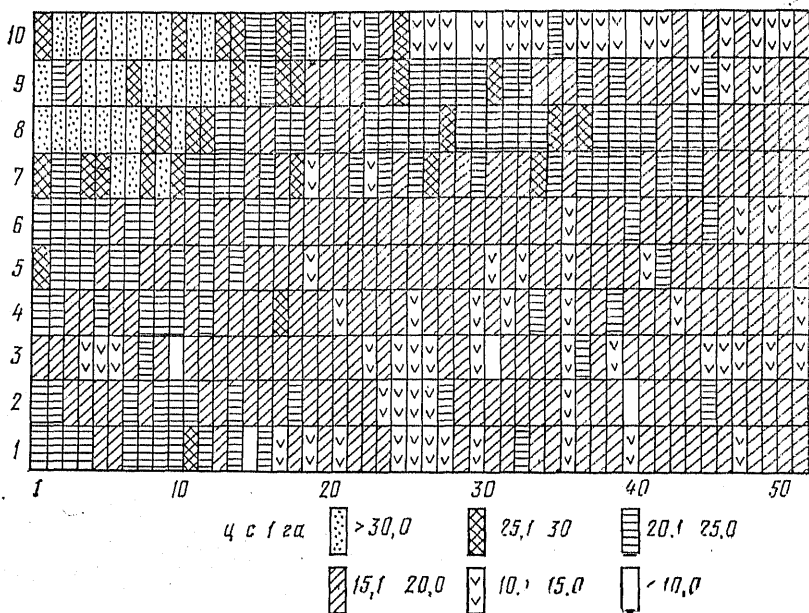


Рис. 2. Распределение 510 делянок дробного учета урожая овса на земельном участке экспериментальной базы ТСХА «Михайловское».

варьирование урожайности по делянкам. Объективные критерии, разграничивающие случайные и закономерные элементы пространственного варьирования плодородия, дает математическая статистика.

Чтобы уяснить сущность случайного и закономерного варьирования, вместо рассмотрения всей площади участка дробного учета урожайности или другого результативного признака, можно изучать ход этого показателя вдоль ряда делянок, расположенных в одну линию (рис. 3).

Смысл случайного варьирования заключается в том, что урожай делянок однородного дробного учета колеблется вокруг некоторого среднего значения, причем характер этих колебаний существенно не меняется при переходе от делянки к делянке (рис. 3, а), и разности между выборочными средними значениями, характеризующие отдельные участки дробного учета (например, делянки 1—10 и 20—30), статистически незначительны.

Смысл понятия о закономерном варьировании сводится к тому, что разности между некоторыми выборочными средними отдельных участков дробного учета статистически существенны. Если имеется закономерное варьирование, то независимо от неизбежного случайного колебания урожайности при переходе от делянки к делянке отдельные земельные участки могут характеризоваться более высоким (например, делянки 20—30) или, на-

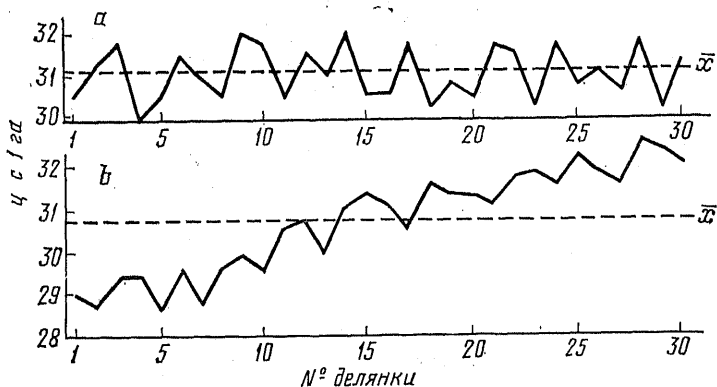


Рис. 3. Случайное (ряд а), случайное и закономерное (ряд в) варьирование урожайности овса по делянкам дробного учета.

оборот, более низким (например, делянки 1—10) уровнем плодородия (рис. 3, в).

Особенно четко характер территориальной изменчивости плодородия проявляется при графическом изображении в виде так называемых «профилей» или «рельефов» плодородия с использованием метода скользящей средней для сглаживания случайного варьирования поделяночных урожаев. На рисунке 4 изображена часть результатов четырех дробных учетов урожайности полевых культур в зоне черноземных и дерново-подзолистых почв. Взято по 24 делянки площадью около 100 м², распо-

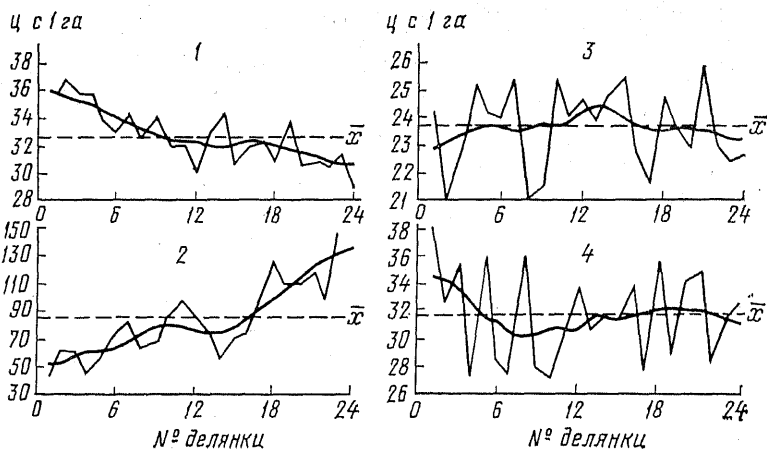


Рис. 4. Варьирование поделяночных урожаев (ломаная линия) и их сглаженные кривые:

1 — яровая пшеница (Безенчукская опытная станция); 2 — вико-овсяная смесь (Льнинская опытная станция Московского СХИ); 3 — яровая пшеница (УкраНИИРСИГ); 4 — ячмень (экспериментальная база ТСХА «Михайловское»).

ложенных в один ряд в той последовательности, в какой они размещались на земельных участках. Фактические данные показаны в виде ломаных линий, а «профили плодородия» — в виде плавных кривых — скользящих средних. Эти кривые дают представление о «профилях» земельных участков, поскольку именно они главным образом определяют урожайность делянок однородного рекогносцировочного посева. На эту более или менее закономерную систематическую изменчивость плодородия почвы опытного участка как бы накладывается нерегулярное, случайное варьирование — направленные вверх и вниз «пики» ломаных линий фактической урожайности, величину которой при переходе от делянки к делянке невозможно предсказать.

Таким образом, в сложной полевой обстановке природные факторы и хозяйственная деятельность человека создали такое территориальное варьирование плодородия почвы, которое проявляется на культурных растениях двойко — в виде закономерной и случайной изменчивости урожайности делянок дробного учета. Степень выраженности закономерной изменчивости плодородия различна: она зависит от рельефа участка, выращиваемой культуры, площади делянок и других причин, но почти всегда общее варьирование урожайности делянок дробного учета обусловлено действием закономерных и случайных факторов. При четко выраженном закономерном варьировании урожайности их сглаженные кривые в одной или нескольких точках пересекают линии, соответствующие средним урожаям, подчеркивая тем самым систематический характер изменчивости плодородия почвы, а именно повышение или понижение урожаев при переходе от делянки к делянке (рис. 4, 1 и 2). В других случаях закономерный компонент варьирования урожайности проявляется менее отчетливо (рис. 4, 3 и 4) и составляет только 5—11 % общей варибельности урожаев, тогда как для данных, изображенных на рисунке 4, 1 и 2, он достигает 60 %.

По данным В. Н. Перегудова (1968), закономерный компонент достигал 70 % общего варьирования, оставляя на долю случайного варьирования только 30 %.

Систематическое изменение плодородия не элиминируется увеличением площади делянки, и поэтому нет оснований рассчитывать, что действие закономерного варьирования на эффекты изучаемых в опыте факторов можно устранить увеличением делянки. Следовательно, основные элементы методики, и, в частности, способы размещения вариантов при работе на делянках разного размера не должны принципиально различаться. Что касается случайного варьирования, то наблюдается тенденция к уменьшению размера случайных колебаний урожаев по мере увеличения делянки от 100 до 800 м² (рис. 5).

Укажем еще одну важную особенность варьирования плодородия почвы — неустойчивость характера его территориальной изменчивости во времени. При возделывании разных культур севооборота изменяется не только общая варибельность,

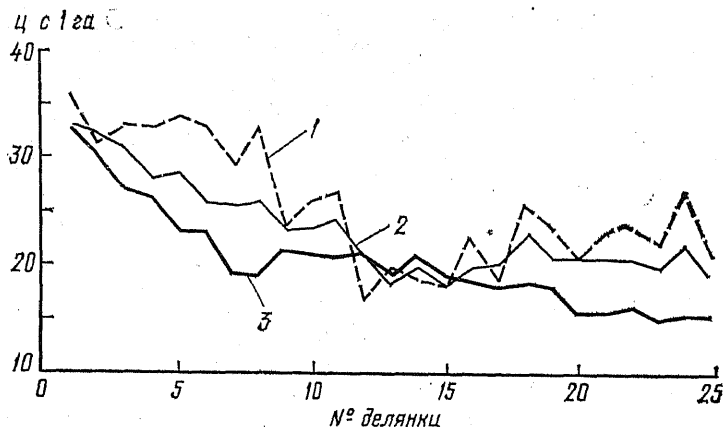


Рис. 5. Варьирувание урожайности овса при разной площади делянки (экспериментальная база ТСХА «Михайловское»):
1 — 100 м²; 2 — 400 м²; 3 — 800 м².

измеряемая коэффициентом вариации, но, что особенно важно, значительно меняется территориальное распределение пестроты почвенного плодородия опытного участка (табл. 1).

По данным дробного учета ячменя, на первой и второй полосах варьирование урожайности носило в основном случайный характер, а закономерный компонент в общем варьировании составлял только 9—12%. Однако учет урожая второй культуры — клевера на тех же фиксированных делянках показал четко выраженную закономерную изменчивость, и территориальный фактор составлял уже 40—60% общего варьирования.

Таким образом, почти всегда как при больших, так и при малых значениях коэффициента вариации (V) урожайности делянок дробного учета наблюдается закономерный и случайный компонент варьирования. Следовательно, характеризуя выравненность почвенных условий только величиной коэффициента

1. Изменение общего и территориального варьирования плодородия почвы во времени по данным дробных учетов урожая на 116 постоянных делянках площадью 100 м² (экспериментальная база ТСХА «Михайловское»)*

| Полоса дробного учета | Общее варьирование (коэффициент вариации, %) | | | Территориальный фактор (% общего варьирования) | | |
|-----------------------|--|--------|----------------|--|--------|----------------|
| | ячмень | клевер | озимая пшеница | ячмень | клевер | озимая пшеница |
| 1 | 9,2 | 9,0 | 15,2 | 8,8 | 60,0 | 38,6 |
| 2 | 10,5 | 9,6 | 20,5 | 12,0 | 40,8 | 56,2 |
| 3 | 9,5 | 7,2 | 16,1 | 44,6 | 32,0 | 25,1 |
| 4 | 7,5 | 6,3 | 17,1 | 18,3 | 40,8 | 20,0 |

* Дробные учеты проведены перед закладкой стационарных опытов.

вариации, как это принято в настоящее время, нельзя получить представление о территориальном распределении плодородия. Действительно, при одном и том же значении коэффициента вариации доли закономерного компонента в общем варьировании урожайности могут различаться в несколько раз (см. табл. 1).

Отмеченная закономерность в варьировании урожайности однородных посевов носит довольно общий характер. Она наблюдается на сенокосах и пастбищах, на посевах овощных, отмечена для плодовых, ягодных и других культур, в искусственных сооружениях разного типа — теплицах, оранжереях и т. п.

На рисунке 6 показаны средние данные (за 1964—1967 гг.) учета урожайности одновозрастных деревьев яблони сорта Антоновка обыкновенная в агротехническом саду Научно-исследовательского института садоводства нечерноземной полосы (составлено по данным Е. Е. Блиновой). И в этом случае мы имеем дело с двумя видами изменчивости: с закономерным варьированием урожайности яблони и случайным, которое как бы накладывается на более или менее плавное изменение урожайности при переходе от делянки к делянке. Здесь взяты подряд 24 однорядковые делянки (ряды 1—24) с 10 деревьями на каждой (деревья 1—10).

Более или менее выраженный закономерный компонент изменчивости плодородия почвы опытных участков создает определенные затруднения для экспериментальной работы и применения статистических методов обработки данных. *При наличии закономерной изменчивости распределение делянок дробных учетов по урожайности не всегда строго подчиняется закону нормального распределения, который является теоретической основой правильного применения статистических методов обработки результатов исследований и, в частности, метода дисперсионного анализа. Это затруднение преодолевается рандомизированным размещением вариантов по делянкам полевого опыта.*

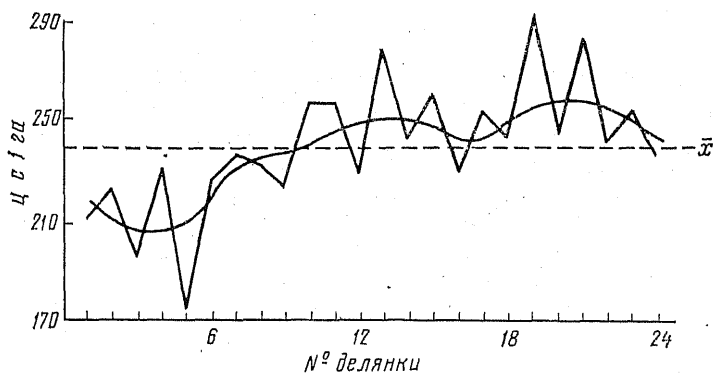


Рис. 6. Варьирование поделяночных урожаев и сглаженная кривая изменения урожайности яблони.

Рендомизация устраняет возможное одностороннее влияние закономерной изменчивости почвенного плодородия на результаты опыта и гарантирует правильное использование статистических критериев для оценки экспериментальных данных.

Территориальная неоднородность почвенного плодородия опытного участка — главная причина варьирования поделяночных урожаев в дробных учетах. Все элементы и условия плодородия почвы крайне неравномерно распределены по территории земельного участка, что и является основным фактором варьирования урожайности.

Проведено много исследований для выяснения особенностей территориального распределения влажности, агрохимических и агрофизических свойств почвы на земельных участках. Все они согласованно показали, что в варьировании элементов и условий плодородия проявляются те же закономерности, что и в варьировании урожайности делянок дробных учетов: в пределах участков небольшого размера изменчивость меньше, чем таковая в пределах более крупных участков, так как на более крупных земельных участках варьирование свойств почвы и урожайности не может быть меньше изменчивости их на делянках, составляющих часть этого участка.

Отмеченные особенности в варьировании свойств почвы и урожайности однородных посевов имеют принципиальное значение для планирования методики эксперимента.

Так, с увеличением расстояния между делянками или точками взятия проб в полевом опыте на величине результативного признака начинает в большей степени проявляться действие закономерного варьирования свойств почвы, и в итоге разности между сравниваемыми вариантами могут быть обусловлены не действием изучаемых в опыте факторов, а территориальной изменчивостью. Поэтому при прочих равных условиях сравнимость средних по вариантам в опыте, проведенном на небольших участках, значительно лучше, чем на крупных земельных массивах.

§ 2. ВЫБОР И ПОДГОТОВКА ЗЕМЕЛЬНОГО УЧАСТКА ДЛЯ ОПЫТА

Требования к земельному участку. Земельный участок для будущего опыта должен соответствовать тем условиям, в которых предполагается использовать результаты опыта: свойствам, плодородию и рельефу почв, распространенных в данном районе или даже в других районах, близких по природным условиям. Это первое и важнейшее требование к земельному участку и полевому опыту называется *типичностью* или *репрезентативностью*.

Результаты опыта, проведенного на нетипичной для данного хозяйства, зоны или района почве, в исключительных условиях

агротехники, например при очень низком или слишком высоком ее уровне, не могут быть перенесены в обычные условия сельскохозяйственного производства. Из этого, однако, не следует, что опыты должны проводиться при уровне агротехники, свойственном рядовому хозяйству в данное время; правильнее применять более высокую агротехнику, на которую можно рассчитывать ко времени внедрения в производство изучаемого в опыте приема.

Второе требование к опытному участку — однородность его почвенного покрова, обеспечивающая достаточную точность результатов опыта. Это требование нельзя рассматривать как абсолютное, оно, естественно, будет меняться в зависимости от зоны и цели опыта. Оно не означает, как это неправильно понимают некоторые исследователи, отказа от постановки полевых опытов на пестрых, комплексных почвах, а указывает на необходимость в подобных случаях более тщательно выбирать участок и стремиться к тому, чтобы он был достаточно выравнен для таких условий.

Выделить однородный земельный участок для полевого опыта часто бывает довольно трудно. Поэтому, чтобы правильно выбрать участок, отвечающий основным требованиям методики, необходимо тщательно изучить его историю, провести почвенное обследование, внимательно изучить рельеф, микрорельеф, засоленность и учесть ряд возможных случайных факторов.

История опытного участка. На участках, хозяйственная история которых неизвестна, закладывать опыты нельзя. Необходимо убедиться, что в течение последних 3—4 лет на этом участке ежегодно высевали одну культуру, применяли единую систему удобрения, обработку почвы и т. д., хотя по годам обработка, удобрения и предшественники могут быть различными. Однообразными на всем участке особенно должны быть те агротехнические приемы, которые резко и на длительный период изменяют плодородие почвы, например известкование, систематическое внесение минеральных (особенно фосфорных) удобрений, периодическое унавоживание или однократная заправка почвы большими дозами органических удобрений, углубление пахотного слоя, дренаж, посев бобовых культур и т. п.

Желательно, чтобы сам экспериментатор в течение нескольких лет следил за историей будущего опытного участка и не допускал разнообразия агротехнических приемов на отдельных его частях. Если он не имел такой возможности, необходимо собрать достоверные сведения и убедиться в том, что в последние 3—4 года земельный участок был занят сплошь одними и теми же однообразно возделываемыми культурами. Это требование особенно важно для опытов, которые закладываются в производственных условиях.

Результаты опытов, проведенных на полях с неизвестной историей, теряют всякую ценность потому, что нельзя установить, к каким хозяйственным условиям они могут быть приме-

нимы, а также потому, что понимание полученных в опыте результатов часто невозможно без ясного представления об истории земельного участка. Поэтому первое, что необходимо сделать при выборе участка для опыта, это совершенно точно установить его однородность не менее чем за последние 3—4 года.

При отсутствии таких участков иногда можно использовать под опыт поле, отдельные части которого возделывали по-разному. В этих случаях необходимо, чтобы все варианты одного или нескольких повторений опыта обязательно располагались в пределах участков с однородной историей.

При выборе опытного участка следует обратить внимание на случайные факторы, которые могут нарушить однородность условий будущего опыта. В частности, не следует располагать опыты ближе чем в 50—100 м от жилых домов, животноводческих построек, сплошного леса или ближе 25—30 м от отдельных деревьев; плотные изгороди и проезжие дороги не должны быть ближе 10—20 м от опытного участка.

Необходимо также учесть все другие возможные причины случайной пестроты опытного участка: следы земляных работ, бывшие дороги, стоянки скота, места вывозки навоза, остатки строений, бывшие токи, старые оросители, арыки и т. д. Указанные случайные факторы почвенной неоднородности на участке недопустимы, так как они оказывают очень длительное последствие на плодородие почвы.

Почва опытного участка. Когда установят, что по своей истории земельный участок удовлетворяет предъявляемым требованиям, начинают изучать его почву. Без изучения ее нельзя говорить о почвенной типичности опыта и вообще нельзя определить, принадлежит ли почва опытного участка к почвенной разности, широко распространенной в зоне деятельности опытного учреждения. Чтобы правильно решить этот вопрос, необходимо воспользоваться почвенной картой, а при ее отсутствии провести детальное изучение почвы. Строго говоря, выводы из большинства опытов, поставленных на определенной почвенной разности, можно делать только для этой разности, хотя и имеется ряд приемов, действие которых обычно сохраняется в достаточно широком диапазоне почвенных разностей (например, порядок сортов по урожайности, способы посева, химические способы борьбы с сорняками). Следовательно, почва опытного участка должна быть представлена в зоне или районе, где закладывается опыт, на значительных площадях.

Почва опытного участка должна быть однообразной. При значительной пестроте почв приходится довольствоваться однородностью почвы в пределах каждого отдельного повторения.

Для определения почвенной разности, степени однородности почвы и глубины залегания грунтовых вод проводят детальное почвенное обследование, применяя обычные методы — почвенные разрезы, прикопки, на основании которых составляют поч-

венную карту в масштабе 10—50 м в 1 см. Основные задачи почвенного обследования заключаются в том, чтобы дать почвенную характеристику опытного участка в целом и помочь наилучшим образом расположить опыт (в пределах одной почвенной разности) или, если это невозможно, разместить в пределах одной разности все варианты одного или нескольких целых повторений.

Однако каким бы детальным ни было почвенное обследование, оно не может выявить микрострату почв. Поэтому очень важно наблюдать за состоянием культурной или дикой растительности будущего опытного участка в течение нескольких лет. Такое наблюдение позволяет выявить, где расположены пятна с наиболее бедной и плодородной почвой, а также учесть степень и равномерность засоренности почвы. Сильно засоренные земли, особенно с явно выраженными пятнами злостных сорняков (пырея, осота и др.), могут быть использованы под опыты (кроме опытов по борьбе с сорняками) лишь при соответствующей предварительной подготовке участка. Изучение пестроты плодородия и засоренности опытного участка систематическим осмотром посевов во время вегетации очень доступно при постановке опытов в производственных условиях.

В условиях опытного учреждения иногда в предшествующий опыту год может оказаться полезным провести рекогносцировочный посев на тех самых делянках, которые будут использоваться в опыте, учесть урожаи и применить статистический метод анализа.

Рельеф опытного участка. Требования к рельефу земельного участка, отводимого под опыт, зависят от целей исследовательской работы и изучаемого растения. Чтобы опыты с какой-либо культурой были типичны, необходимо располагать их на том элементе рельефа, на котором они обычно возделываются. Для большинства опытов предпочтителен ровный или с небольшим однообразным уклоном участок (1—2,5 м на 100 м). В опытах с самотечным орошением некоторый уклон обязателен; наилучшие условия для увлажнения почвы создаются при уклоне от 0,005 до 0,01.

Если опыты ставятся на сравнительно крутых склонах, например опыты по изучению влияния склонов различной крутизны и экспозиции, опыты по эрозии и т. п., то целесообразно располагать отдельные повторения на разных уровнях склона или закладывать их на длинных, вытянутых вдоль склона делянках, которые учитывают мелко, отрезками, расположенными на разных уровнях склона. Следует подчеркнуть, что при закладке опытов на крутых склонах необходимо стремиться к тому, чтобы опыт имел небольшое число вариантов.

Для изучения рельефа участка в условиях опытного учреждения проводят его подробную нивелировку для составления плана с горизонталями через 0,1—0,2 м. В условиях производства приходится пользоваться значительно более грубыми пла-

нами с горизонталями не чаще чем через 1 м или даже определять направление и крутизну склона на глаз.

Данные нивелировки, нанесенные на почвенную карту, служат одним из основных показателей при планировании размещения повторений и делянок, а в условиях орошения план с горизонталями составляет основу для специальной планировки.

Кроме макрорельефа, при выборе земельного участка необходимо учитывать микрорельеф (блюдца, бугорки, мелкие ложбинки, свальные и развальные борозды). Особенно строгие требования нужно предъявлять к микрорельефу земельных участков, предназначенных для опытов с орошением напуском. Здесь приходится проводить планировку поверхности механизмами, а иногда и вручную для ликвидации впадин и бугорков.

Подготовка и изучение участка. Предварительное изучение хозяйственной истории и обследование почвы дают некоторое ориентировочное представление о земельном участке.

Для более детального изучения однородности почвы необходимо воспользоваться уравнительными и рекогносцировочными посевами. В условиях производства подготовка и изучение участка включают обычно один, реже два уравнительных посева. В опытных учреждениях последний по счету уравнительный посев учитывают подробно, отдельными, возможно малыми делянками. Такой посев называют рекогносцировочным.

Уравнительным посевом называют сплошной посев какой-либо культуры, проведенный на всей площади выбранного участка для повышения однородности почвенного плодородия. Уравнительный посев отличается от обычного хозяйственного только тем, что обработку почвы, удобрение и возделывание культуры на площади будущего опыта проводят на более высоком агротехническом уровне, тщательно и однообразно.

Уравнительными посевами, особенно если их применяют в течение нескольких лет, можно в некоторой степени устранить пестроту земельного участка, вызванную последствием агротехнических приемов, по-разному применявшихся в прошлом на различных частях поля. Наибольший эффект выравнивание дает в том случае, когда из года в год уравнительные посева проводят при высоком уровне агротехники. При низком же уровне агротехники выравнивание плодородия под влиянием уравнительных посевов если и происходит, то крайне медленно.

Необходимо, однако, представлять, что последствие таких агротехнических приемов, как известкование, внесение навоза, систематическое применение минеральных удобрений, особенно фосфорных, углубление пахотного слоя и т. п., а также различия почвы, обусловленные развитием самих почвенных процессов, которые слишком долго продолжались и вызвали в почве сильные изменения, невозможно устранить уравнительными посевами. Основная задача таких посевов — устранить пестроту, вызванную несильно действующими приемами, и провести тща-

тельную борьбу с сорняками. Последнее особенно важно, поэтому земельный участок, подготавливаемый для опыта, иногда целесообразно занять паром или пропашной культурой, а затем в зависимости от зоны, где закладывают опыт, какой-либо зерновой культурой.

Кроме некоторого выравнивания пестроты и борьбы с сорняками, уравнительные посевы имеют еще одну важную задачу — создание надлежащего фона для будущего опыта (определенная обработка, удобрение, предшественник и т. д.).

Наибольшее значение уравнительных посевов заключается в том, что глазомерная оценка выравниренности растений такого посева служит важнейшим и решающим критерием для суждения о пригодности земельного участка под опыт в условиях производства. При некотором навыке она дает возможность выделить участки, более однородные по плодородию, и забраковать совсем непригодные, например участки с сильной и непонятной пестротой стеблестоя, с пятнами солончаков и т. д. При отсутствии глазомерной оценки пестроты почвенного плодородия невозможно быть уверенным в достоверности результатов будущего опыта по существу.

Дробные учеты урожаев дали значительный материал для разработки основных положений методики полевого опыта. Используя глазомерную оценку уравнительных посевов и опираясь на эти общие теоретические положения, квалифицированный экспериментатор на практике достаточно удовлетворительно планирует методику будущего опыта — определяет форму, размер, повторность и расположение делянок, не прибегая к дробному учету уравнительных посевов. Большое значение при этом имеет учет опыта предшествующей исследовательской работы в данном районе или зоне.

Отсутствие дробного учета рекогносцировочного посева не может служить препятствием применению правильной методики полевого опыта. Поэтому не случайно в нашей стране и за рубежом высказываются обоснованные сомнения в целесообразности новых дробных учетов, которые сопряжены со значительными материальными расходами, а камеральные вычисления статистических показателей представляют большую и сложную работу.

Действительно, чтобы определить пригодность данного поля для закладки полевых опытов и разработать их методику, вовсе не обязательно иметь статистически разработанные данные дробного учета. Для этой цели вполне достаточно провести почвенное обследование и нивелировку, изучить историю поля и дать визуальную оценку изменчивости плодородия на уравнительном или хозяйственном посеве.

Часто, особенно в опытах с однолетними культурами, бывает значительно выгоднее увеличивать повторность опытов на новых землях, чем проводить дробный учет рекогносцировочных посевов. Результаты первых опытов позволяют судить о

степени пестроты поля по плодородию и определить необходимую повторность последующих опытов. В настоящее время, когда методика постановки опытов в полеводстве достаточно хорошо разработана, проведение новых дробных учетов рекогносцировочных посевов будет вполне оправдано лишь в особых, специальных случаях, например при закладке многолетних стационарных опытов.

Выделить наиболее однородные по плодородию участки (насаждения), установить правильный размер, форму и расположение делянок, т. е. план будущего опыта, и рассчитать необходимую повторность исходя из запланированной экспериментальной ошибки будущего опыта — в этом основной смысл и значение дробных учетов урожая однолетних и многолетних культур. Наиболее надежный способ планирования оптимальной структуры опыта — наложение на дробный учет специально смоделированных так называемых условных опытов. Моделирование плана будущего эксперимента осуществляется в соответствии с задачами исследования, техническими условиями проведения опыта и характером территориального варьирования плодородия земельного участка (насаждения). Результаты условных, однородных опытов обрабатывают статистически методом дисперсионного анализа и фактический опыт закладывают, ориентируясь на один из оптимальных вариантов модельного опыта. Пример дисперсионного анализа условных, модельных опытов рассмотрен в главе 4.

Для многолетних культур (плодовые, ягодные, травы и т. п.) имеются большие возможности использовать дробные учеты урожая, так как на каждой учетной делянке остается не только почва, но и те же самые растения, и здесь обычно обнаруживается более тесная связь между урожаями в учетах, следующих один за другим. Данные предварительного изучения пространственной вариации многолетних культур используются в двух направлениях: 1) для планирования оптимальной структуры будущих экспериментов путем наложения на дробный учет модельных опытов; 2) для статистического выравнивания неизучаемых в эксперименте условий и снижения ошибки опыта путем использования метода ковариационного анализа (см. гл. 11, часть 2).

Глава 3

ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ МЕТОДИКИ ПОЛЕВОГО ОПЫТА

Под методикой полевого опыта подразумевают совокупность слагающих ее элементов: число вариантов, площадь делянок, их форму и направление, повторность, систему размещения повторений, делянок и вариантов на территории, метод учета урожая и организацию опыта во времени.

§ 1. ЧИСЛО ВАРИАНТОВ

Число вариантов в схеме любого опыта — обычно заранее заданная величина, которая всецело определяется его содержанием и задачами. Число вариантов, очевидно, не может оказать влияния на типичность опыта, но может существенно сказаться на его ошибке, так как при прочих равных условиях опыт с большим числом вариантов будет занимать большую площадь. Увеличение числа вариантов в опыте сверх 12—16 на пестрых и выравненных участках с закономерной территориальной изменчивостью плодородия почвы значительно увеличивает ошибку эксперимента. При случайном варьировании пестроты плодородия, т. е. на участках, где территориальная изменчивость выражена слабо, независимо от величины коэффициента вариации ошибка опыта при увеличении числа вариантов с 6 до 50 также возрастает, но в значительно меньшей степени.

С увеличением числа вариантов увеличивается площадь под опытом, возрастает пестрота почвенного плодородия и расстояние между сравниваемыми вариантами, так как в этом случае труднее уложить опыт или его отдельные повторения в пределах однородной по почвенному плодородию площадки. Все это и ведет к увеличению ошибки опыта.

В связи с этим при разработке схемы необходимо осторожно увеличивать число вариантов и стремиться к тому, чтобы в опыте было не более 12—16 вариантов и 60—64 делянки. Опыты с большим числом вариантов требуют, как правило, более сложных методов постановки, например введения в каждое повторение двух-трех контрольных вариантов, использования метода расщепленных делянок и смешивания при закладке многофакторных опытов и метода решетки при испытании большого набора номеров (сортов, гибридов) на первых этапах селекционной работы (см. гл. 4).

Если вариантов очень мало, например 2—3, то необходима более высокая повторность, чтобы иметь достаточное число наблюдений для правильной оценки ошибки опыта. Характерно, что при более крупных делянках увеличение числа вариантов значительно сильнее увеличивает ошибку опыта, чем при делянках меньшего размера, и это следует учитывать при планировании методики эксперимента.

§ 2. ПОВТОРНОСТЬ И ПОВТОРЕНИЕ

Точность полевого эксперимента и надежность средних по вариантам в большой степени определяются повторностью опыта на территории и во времени.

Повторностью опыта на территории называют число одновременных делянок каждого варианта, а повторностью опыта во времени — число лет испытаний новых агротехнических приемов или сортов. Территориальная повторность дает возмож-

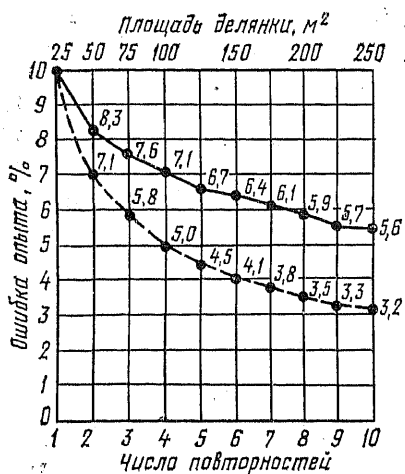


Рис. 7. Влияние увеличения повторности при неизменной площади делянки (25 м²) и увеличения площади делянки без повторности на ошибку опыта (по Ремеру); сплошная линия — увеличение площади делянки; пунктирная линия — увеличение числа повторностей.

ность полнее охватить каждым вариантом опыта пестроту земельного участка и получить более устойчивые и точные средние, а повторность во времени позволяет установить действие, взаимодействие или последствие изучаемых факторов в разных метеорологических условиях.

При увеличении повторности заметно снижается ошибка опыта. Особенно сильно ошибка снижается при увеличении повторности до 4—6-кратной; дальнейшее повышение повторности сопровождается менее значительным уменьшением ошибки (рис. 7).

Увеличение числа повторных делянок сильнее уменьшает ошибку опыта, чем соответствующее увеличение площади делянки при неизменной повторности. Преимущество метода уточнения полевого опыта увеличением повторности по сравнению с увеличением площади делянки обычно более существенно, чем это можно видеть на рисунке 7, так как данные, представленные здесь, относятся к случаю, когда общая площадь опыта остается неизменной и не выходит за пределы достаточно однородного по плодородию земельного участка. Если же она выходит за эти пределы, что неизбежно при увеличении площади делянок, то дальнейшее повышение размера делянок не только не снижает, а, наоборот, может даже увеличить ошибку опыта. Увеличение же повторности и в этом случае дает положительный результат.

Эффективность повторности особенно четко проявляется, если целью повторения, т. е. весь набор изучаемых вариантов опыта, располагать в пределах даже сильно различающихся, но достаточно однородных внутри себя частей земельного участка.

Большую часть простых однофакторных и небольших многофакторных полевых опытов с качественными вариантами (сорта, предшественники, способы обработки почвы, севообороты и т. д.) проводят, как правило, при 4—6-кратной повторности. В практике опытной работы 6—8-кратную повторность следует применять в опытах, которые закладывают на небольших делянках (2—10 м²) и недостаточно выравненных земельных участках; повторность свыше 8-кратной используется только в особых случаях, например, для доказательства незначительных

эффектов вариантов (микроудобрения, стимуляторы роста и т. д.).

Многофакторные многовариантные опыты по изучению действия и взаимодействия количественных факторов в широком диапазоне их градаций (4—6 доз) можно проводить в 2—3-кратной повторности методом блоков, используя теорию смешивания для группировки вариантов в блоки (см. гл. 4).

Проведение опытов без повторности допустимо в предварительных, рекогносцировочных и демонстрационных опытах.

Результаты полевого эксперимента сильно зависят от метеорологических условий года. Поэтому в подавляющем большинстве случаев для получения надежных результатов наряду с повторностью на территории необходимо повторять полевые опыты во времени. Это не только повышает достоверность выводов, но и дает возможность получить очень ценную дополнительную информацию об эффективности изучаемых приемов в отдельные годы — сухие, нормальные, влажные и т. п. Кроме того, многие наиболее важные агротехнические приемы (удобрения, предшественники, углубление пахотного слоя и др.) имеют длительное последствие, для учета которого также возникает необходимость в повторении опыта во времени.

Повторность во времени краткосрочного опыта, необходимая для получения достаточно достоверной характеристики изучаемого приема за ряд лет, зависит от задачи исследования и от того, как сложатся метеорологические условия, но при планировании таких опытов нельзя рассчитывать на получение исчерпывающего ответа менее чем за три года.

Исследования в севооборотах, наблюдения за такими медленно протекающими явлениями, как изменение запасов гумуса или плодородия почвы в результате применения различных агротехнических приемов, разработка системы удобрения или обработки почвы и другие исследования, требуют закладки стационарных многолетних опытов по тщательно разработанному плану. Такие опыты могут быть осуществлены только в условиях стационарных опытных учреждений и должны быть направлены на разрешение наиболее важных и перспективных вопросов земледелия.

Если планируется многолетний опыт по оценке эффективности от действия или последствия того или иного фактора в зависимости от условий погоды, то продолжительность его во времени не должна быть меньше по крайней мере десяти лет.

Полевые опыты обычно располагают на площади земельного участка методом организованных повторений. Суть его заключается в том, что делянки с полным набором всех вариантов схемы объединяют территориально в компактную группу, составляя определенным образом организованное повторение, которое занимает часть площади участка. Повторение, взятое в отдельности, представляет в сущности как бы сокращенный в объеме опыт. Итак, *организованное повторение — часть пло-*

щадя опытного участка, включающая полный набор вариантов схемы опыта.

В условиях полевого опыта различия в плодородии почвы внутри повторений обычно значительно меньше, чем между повторениями. Это и послужило основой для введения метода организованных повторений. В настоящее время большинство опытов ставят методом организованных повторений, так как выделить под опыт земельный участок, где не имелось бы более или менее резких различий между отдельными частями его, очень трудно.

Опыты могут размещаться на земельном участке и без территориального объединения вариантов в компактные группы — повторения, а полностью случайно. Такое размещение называют методом неорганизованных повторений или полной рендомизацией. Его используют только в тех редких случаях, когда нет необходимости ставить под контроль возможное закономерное варьирование условий эксперимента, что может быть, например, в небольших опытах, которые закладывают на хорошо выравненных земельных участках.

Применяют два способа размещения организованных повторений: сплошное, когда все повторения объединены территориально, и разбросанное, когда повторения по одному или по несколько расположены в разных частях поля или даже в различных полях и опытный участок не имеет одной общей границы. Ко второму способу расположения повторений чаще всего прибегают вынужденно при отсутствии в одном месте достаточного земельного участка, где можно было бы разместить все повторения в непосредственной близости друг от друга, например в районах с очень невыровненным рельефом, при поливе затоплением по «чекам» и т. п. Однако повторения иногда разбрасывают умышленно, например в опытах по изучению эрозии почвы, оценке новых приемов или сортов в разных почвенных и агротехнических условиях. В этих условиях несколько одинаковых опытов повторений располагают на участках с различными по механическому составу и плодородию почвами, в разных севооборотах и при неодинаковом уровне агротехники. Число опытных участков соответствует числу повторностей опыта.

Обычно все повторения полевого опыта размещают на одном опытном участке, т. е. применяют сплошное расположение их в один, два, три или больше ярусов (рис. 8).

Организация полевого опыта, когда в каждом его повторении представлены все варианты схемы, называется взаимно ортогональной. Она позволяет методом дисперсионного анализа расчленить общее варьирование урожайности C_y , измеряемое общей суммой квадратов отклонения поделяночных урожаев от среднего урожая, на компоненты — суммы квадратов для повторений C_p , вариантов C_v и остатка C_z , который характеризует случайное варьирование (см. часть II, гл. 6).

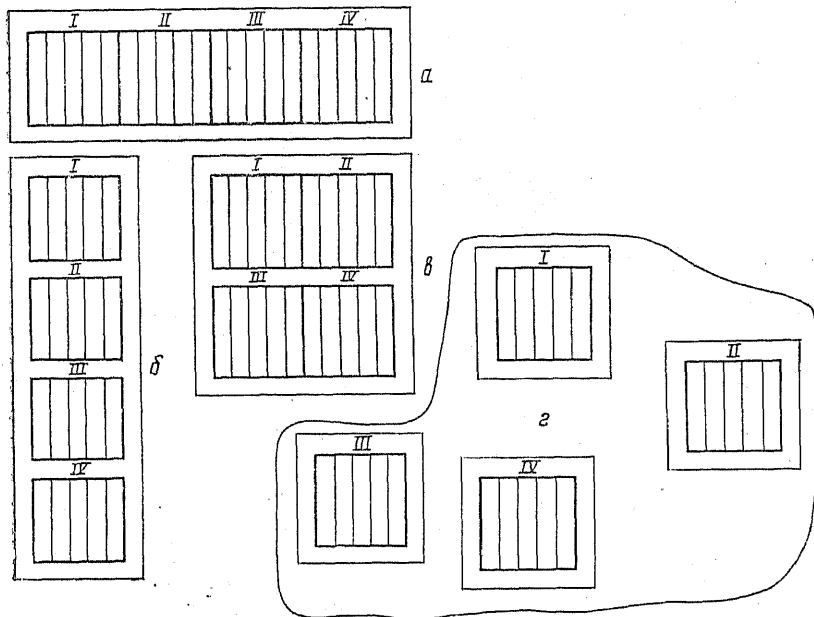


Рис. 8. Способы размещения четырех повторений с пятью делянками:
а, б, в — сплошное; *г* — разбросанное.

В таблице 2 представлены итоги дисперсионного анализа данных полевого опыта с пшеницей, проведенного методом организованных повторений. Здесь на варьирование повторений, т. е. территориальный фактор, приходится значительная часть общего варьирования (32,6, что составляет 42,5% от общей суммы квадратов), и средний квадрат для повторений существенно отличается от остаточного среднего квадрата ($F_{\phi} > F_{05}$), указывая тем самым на существенные различия в урожайности пшеницы по повторениям.

Следовательно, при наличии территориального фактора значительная часть изменчивости результативного признака обусловлена варьированием повторений. Если этот факт не учитывать, что часто делают при обработке данных полевых опы-

2. Результаты дисперсионного анализа

| Вид варьирования | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{ϕ} | F_{05} |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------|
| Общее | 76,7 | 15 | — | — | — |
| Повторения | 32,6 | 3 | 10,87 | 51,76 | 3,86 |
| Варианты | 42,2 | 3 | 14,07 | 67,00 | 3,86 |
| Остаток (ошибки) | 1,9 | 9 | 0,21 | — | — |

тов дробным и обобщенным методами, то сумма квадратов по строке «повторения», равная 32,6, войдет в остаток (ошибку), который возрастает до 34,5. Понятно, что в этом случае заметно увеличится и остаточный средний квадрат s^2 , являющийся базой для оценки ошибки опыта. Для нашего примера средний квадрат ошибки составит

$$2,88 \left(\frac{32,6 + 1,9}{3 + 9} = \frac{34,5}{12} = 2,88 \right),$$

т. е. увеличится в 14 раз (2,88 и 0,21).

Теперь должно быть понятно, что организация повторений позволяет контролировать значительную часть территориальной изменчивости опытного участка и в процессе дисперсионного анализа элиминировать, устранять влияние ее на ошибку эксперимента. В опыте без организованных повторений, т. е. при полной рендомизации, ошибка эксперимента обусловлена варьированием плодородия по всему участку в целом, тогда как при организации повторений она определяется только варьированием внутри повторений, которое обычно меньше общего варьирования.

Эффективность элиминирования территориальной изменчивости с увеличением количества повторений увеличивается и особенно сильно на участках с закономерным варьированием плодородия почвы.

Таким образом, организованные повторения, кроме уточнения средних по вариантам, выполняют еще одну важную роль, а именно контролируют значительную часть территориальной изменчивости опытного участка и обеспечивают возможность уменьшения ошибки опыта в процессе дисперсионного анализа экспериментальных данных.

§ 3. ПЛОЩАДЬ, НАПРАВЛЕНИЕ И ФОРМА ДЕЛЯНКИ

Площадь делянки. Полевой опыт ставят на делянках, имеющих определенный размер и форму. Делянки служат для размещения на них изучаемых и контрольных вариантов. Часто размеру делянки в опытном деле придается значительно большее значение, чем он того заслуживает. Увлечение большими делянками (до 1 га и больше), наблюдавшееся у нас в тридцатых годах, кроме снижения точности исследований и увеличения затрат на проведение опытов, ничего не принесло и быстро пошло на убыль. Во всех странах в практике опытной работы крупные делянки, характерные для начальной стадии развития опытного дела, постепенно вытесняются более мелкими, позволяющими проводить исследования экономнее, быстрее и в большем объеме.

Теоретически можно ожидать, что увеличение площади делянки может иметь определенное значение постольку, поскольку на небольшой площади может разместиться малое число

растений и индивидуальные различия их не будут компенсированы числом. Поэтому чем крупнее высеваемое растение, тем больше должна быть минимальная площадь делянки, но когда размер ее превышает площадь, на которой может располагаться нужное число растений, дальнейшее увеличение не может иметь существенного значения для точности опыта.

Большое число дробных учетов рекогносцировочных посевов, проводившихся в разных странах, показало, что точность опыта повышается по мере увеличения размера делянки примерно до 100 м², дальнейшее ее увеличение незначительно повышает, а за некоторым пределом даже снижает точность опыта.

Дело в том, что с увеличением размера делянки возрастает общая площадь опыта, и он выходит за пределы выбранного для него однородного участка. Перекрыть микропестроту почвы увеличением размера делянки практически невозможно, так как для этого площадь под опытом должна возрасти до сотен, а может быть, и тысяч гектаров.

Довольно распространенное мнение о преимуществе крупных делянок основано на многочисленных исследованиях результатов дробных учетов. К сожалению, в большинстве этих исследований допущена методическая ошибка. Она заключается в том, что при сравнении не выдержан принцип единственного различия. С увеличением абсолютного размера делянок пропорционально уменьшается их число, так как урожай всегда сравнивают со средним урожаем участка рекогносцировочного посева одного и того же размера, и остается невыясненным, от чего повышается точность: от увеличения площади каждой делянки или от уменьшения их числа. Если эти же данные обработать правильно, т. е. с соблюдением принципа единственного различия, они согласованно показывают, что увеличение размера делянки сначала снижает, а затем или не оказывает существенного влияния на ошибку опыта, или даже увеличивает ее.

Размер опытной делянки для различных видов полевого опыта в каждом конкретном случае будет меняться в зависимости от назначения и задачи опыта, культуры, степени и характера пестроты почвенного покрова, агротехники и от того, какими орудиями, машинами предполагается пользоваться и возможна ли одновременная обработка всех делянок или их придется обрабатывать отдельно. Целесообразно проектировать делянки, допускающие проведение всех полевых работ с максимальной механизацией, включая и уборку урожая. Поэтому предел, меньше которого не должна быть площадь делянки, определяется возможностью нормально проводить все агротехнические работы.

В практике опытного дела в нашей стране наиболее широко используются делянки размером 50—200, а на первоначальных этапах исследовательской работы 10—50 м². Делянки меньше 10 м² обычно применяют в так называемых микрополе-

вых опытах, например при селекции растений, когда очень важно экономить посевной материал.

При установлении размера делянки следует учитывать особенности агротехники растений: ширину междурядий, густоту стояния и т. п. Для пропашных культур минимальный размер делянки должен быть достаточным, чтобы исключить влияние изменчивости отдельных растений на точность опыта. В литературе чаще всего указывается как минимум 80—100 растений; по данным некоторых исследователей, для картофеля достаточно 40—50 и для кукурузы 60 учетных растений на делянке. Общее правило таково, что чем больше выращивается растений на единице площади, тем меньше может быть площадь делянки. Так, у льна достаточно хорошая точность опыта достигается при площади учетной делянки 20...25 м², у зерновых — 40...60, а у пропашных — 50...100 м².

Следует указать, что вопрос о размере опытной делянки нельзя рассматривать изолированно от степени и характера почвенного покрова. В одном из исследований А. Мудра (1958) ошибка опыта по мере увеличения площади делянки на выровненном по плодородию участке заметно и равномерно снижалась, тогда как на невыравненном участке изменялась незначительно.

Следовательно, на пестрых по плодородию участках увеличение размера делянок не является эффективным способом снижения ошибки опыта. В этих случаях необходимо использовать другие пути и, в частности, увеличивать число повторностей.

На основании многолетней практики отечественных и зарубежных опытных учреждений можно считать, что при прочих равных условиях учетную площадь делянки полевого опыта целесообразно устанавливать в пределах 50—100 м². Отклонение в ту или иную сторону от указанных размеров определяется в основном опытной культурой, техническими условиями и удобством проведения опыта, его задачами и агротехникой.

Как исключение, можно привести пример селекционеров, которые на первых стадиях селекционной работы, когда имеется ограниченное количество семян, с успехом используют делянки размером 0,5—2 м², а в малых сортоиспытаниях — 5—10 м² и при очень тщательной обработке получают высокую точность опыта. Конкурсное сортоиспытание проводят обычно уже на делянках площадью 50—100 м² и редко 200 м². Большую часть агротехнических опытов, не требующих отдельной обработки делянок, закладывают обычно на делянках 50—200 м². При изучении способов обработки почвы или других приемов, требующих отдельного применения машин и орудий на каждой делянке, размер ее приходится иногда увеличивать до 300 и даже 1000 м².

Плодовые и овощные культуры имеют довольно высокий нижний предел площади делянки: она должна быть достаточной, чтобы индивидуальная (генетическая) изменчивость распе-

ний не оказывала существенного влияния на ошибку опыта. Например, в опытах с плодовыми на каждой делянке размещается 6—10 и более деревьев, а кустарниковых ягодников — 10—20. В подобных случаях площадь делянки может значительно отклоняться от 100 м².

Таким образом, полевые опыты следует ставить на делянках сравнительно небольшого размера, дающих возможность нормально проводить все агротехнические работы. На таких делянках гораздо легче достичь большой точности, они удобнее и требуют меньше затрат средств и труда, чем крупные делянки. Крупная делянка имеет преимущество перед небольшой только при проведении многолетних опытов, когда возникает необходимость изучать новые факторы или приемы, не предусмотренные при закладке опыта. В подобных случаях большую делянку можно разделить (расщепить) на несколько более мелких и заложить на них дополнительные варианты или ввести новый фон для изучения эффективности уже имеющихся вариантов. В связи с этим многолетние опыты целесообразно закладывать на делянках 200—300 кв. м, с тем чтобы при необходимости расщепления каждая из них имела площадь 50—100 м².

При проведении опытов в условиях производства нет объективных оснований к значительному увеличению размера делянок. Площадь делянки должна быть такой, чтобы можно было выполнять все полевые работы, достаточно типичные для агротехники и уровня механизации передовых хозяйств данного района. Поэтому размер делянок опытов, заложенных в производственных условиях, варьирует в широких пределах — от 100 до 3000 м² и больше.

Если говорить о минимально допустимом размере делянок для опытов в условиях производства, то они не отличаются от тех, которые названы выше. Здесь следует отметить, что метод полевого опыта должен использоваться для научной разработки новых приемов, а не внедрения уже разработанных способов возделывания, поэтому большой размер делянок не достоинство, а скорее наоборот; применение крупных делянок (более 1000 м²) часто лишает опыт достоверности по существу, не говоря уже об увеличении материальных и трудовых затрат, необходимых для проведения опыта на больших площадях.

Итак, теоретически нет оснований для рекомендации закладывать полевые опыты на делянках большого размера. Однако нельзя говорить и о каких-то раз и навсегда установленных и единственно правильных нормативах. Конкретная площадь делянки определяется изучаемым приемом, характером пестроты почвы, способами посева, ухода, уборки и т. д. При современном уровне механизации опытных работ, когда экспериментатор вынужден приспосабливать методику опыта к использованию машин и орудий, ему часто приходится необоснованно увеличивать размеры делянок. Нередко это снижает качество и производительность научной работы. Поэтому создание и се-

рийное производство малогабаритной техники для экспериментальных работ в поле — один из важных факторов повышения производительности и эффективности сельскохозяйственных исследований.

Когда приходится выбирать между крупными делянками, позволяющими механизировать все полевые работы в опыте, и делянками небольших размеров, требующих малогабаритной техники, а при ее отсутствии — применения ручного труда, то предпочтение следует отдавать первым. Это особенно справедливо при закладке опытов в колхозах и совхозах, где ручная уборка и обмолот часто могут привести к очень большим потерям урожая.

Защитные полосы. Различают боковые и концевые защитные полосы. Боковые защиты выделяют вдоль длинных сторон делянок для исключения влияния растений соседних вариантов, которое тем значительнее, чем больше растения различаются по своему развитию. Особенно сильно влияние соседних вариантов проявляется в опытах с удобрениями, способами обработки почвы, предшественниками и орошением. В большинстве случаев ширину боковой защитной полосы, которую убирают перед уборкой учетной площади, устанавливают в пределах 0,5—1,5 м. Иногда, например, в опытах с орошением или с различными гербицидами (при опрыскивании) ширину защитной полосы приходится увеличивать до 2—3 м и более.

В опытах по сортоиспытанию влиянием растений соседних делянок пренебрегают и боковые защитные полосы не выделяют. Для разграничения изучаемых сортов между делянками оставляют узкие незасеянные полосы шириной 20—40 см.

Концевые защиты шириной не менее 2 м выделяют для предохранения учетной части делянки от случайных повреждений.

Кроме того, для разворота машин и орудий с обоих концов делянок выделяют защитные полосы шириной не менее 5 м.

Направление делянки. Достоверность опыта во многом зависит от направления делянок, т. е. от ориентации их на опытном участке. Сравнение изучаемых вариантов будет правильным, если опытные делянки располагать длинной стороной в том же направлении, в каком сильнее всего изменяется плодородие почвы. В этом случае все варианты будут поставлены в одинаковые условия сравнения и оценка их эффективности будет неискаженной. При любой другой ориентации делянок они в разной степени будут охватывать изменчивость плодородия земельного участка, что отрицательно скажется на точности опыта и затруднит объективную оценку его результатов (рис. 9).

Известно, что особенно сильно плодородие почвы и другие условия выращивания растений меняются вдоль склона. Поэтому при расположении опыта на склоне направление длинных сторон делянок надо ориентировать вдоль, а не поперек склона. По такому же принципу закладывают опыт на полях с полега-

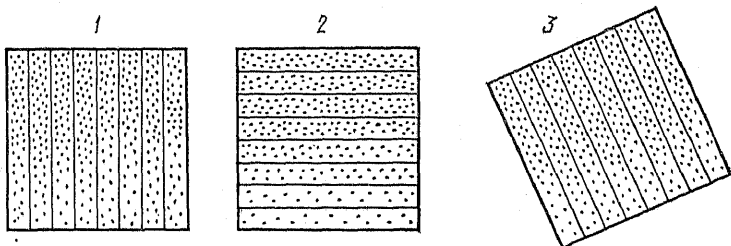


Рис. 9. Правильное 1 и неправильные 2 и 3 направления делянок в опыте (изменение плодородия почвы показано различной густотой точек).

щитными лесными полосами: делянки располагают длинной стороной перпендикулярно к лесной полосе.

При закладке опытов на выравненных по плодородию участках направление делянок не оказывает влияния на точность опыта и определяется техническими условиями проведения эксперимента.

Форма делянки. Говоря о форме делянки, обычно имеют в виду отношение ее длины к ширине. Делянки называют квадратными при отношении сторон, равном 1 (10×10 м или 5×5 м); прямоугольными — при отношении длины к ширине больше 1, но меньше 10 (5×20 или 4×20 м); удлиненными — при отношении более 10 ($2,5 \times 40$ м или 4×60 м).

Данные рекогносцировочных посевов позволили установить, что длинные узкие делянки полнее охватывают пестроту земельного участка и обеспечивают лучшую сравнимость вариантов опыта.

Эффект от удлинения наиболее сильно проявляется при отношении сторон в пределах $1:10$ — $1:15$. Дальнейшее удлинение не дает существенных положительных результатов и бывает целесообразным лишь с точки зрения технологического удобства, например, в сортоиспытании, при постановке опытов со сроками, способами и нормами посева и др.

Удлиненная форма оказывается наиболее рациональной при больших размерах делянок и при закладке опыта на склоне, когда можно ожидать заметного изменения плодородия почвы. В последнем случае длинные, узкие делянки необходимо располагать вдоль склона так, чтобы каждая из них захватывала все его элементы.

Существенным недостатком вытянутых делянок по сравнению с прямоугольными и квадратными является их большой периметр. Это требует выделения большой площади для устранения краевых эффектов. В зависимости от характера опыта между делянками необходимо иметь рамку защитных полос, причем площадь этих неучетных защиток на удлиненных делянках будет значительно больше, чем на делянках прямоугольной и квадратной формы.

В большинстве стационарных полевых опытов с площадью делянок от 20 до 200 м² применяют делянки, у которых длина превосходит ширину в 5—10 раз; опыты на делянках большего размера обычно ставят при более широком соотношении сторон, а именно длина превышает ширину обычно в 10—20 раз. Для удобства проведения работ (обработка почвы, посев, уход, уборка и т. п.) ширину делянки целесообразно устанавливать кратной ширине рабочих захватов сельскохозяйственных машин, особенно посевных и уборочных.

Эффект от более вытянутой формы делянок наиболее сильно проявляется при больших их размерах, в сложных схемах, когда расстояние между делянками квадратной формы может быть очень значительным. В опытах с небольшим числом вариантов (8—10) и размером делянок около 100 м² достаточно высокая точность получается и при прямоугольных или квадратных делянках. Только при больших схемах опыта и величине делянки более 100—200 м² имеет смысл придавать ей удлиненную форму с соотношением длины к ширине больше 10.

Квадратная форма делянки предпочтительнее прямоугольной и вытянутой в опытах, где смежные варианты могут сильно влиять друг на друга. Например, при внесении ядохимикатов в виде растворов и дустов ветер может сносить их на соседние делянки. Поэтому необходимо выделять большие боковые защитные полосы, что ведет к нежелательному сокращению учетной площади делянок или увеличению общей площади опытного участка. В этих случаях преимущество в экономии опытной полезной площади, безусловно, принадлежит делянкам квадратной формы.

При изучении химических средств борьбы с болезнями и вредителями необходимо также иметь в виду, что из центра делянки квадратной формы вредителям и грибам труднее мигрировать на соседние варианты, так как путь их длиннее, чем из центра прямоугольной и вытянутой делянки.

Что касается формы опытного участка, то здесь, безусловно, следует отдать предпочтение форме, близкой к квадрату. В этом случае при любой системе расположения делянок расстояние между вариантами опыта бывает минимальное и сравнимость их между собой лучшая.

Глава 4

РАЗМЕЩЕНИЕ ВАРИАНТОВ В ПОЛЕВОМ ОПЫТЕ

§ 1. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ РАЗМЕЩЕНИЯ ВАРИАНТОВ

Можно выделить три основные группы методов размещения вариантов по делянкам опытного участка: стандартные, систематические и рендомизированные (случайные).

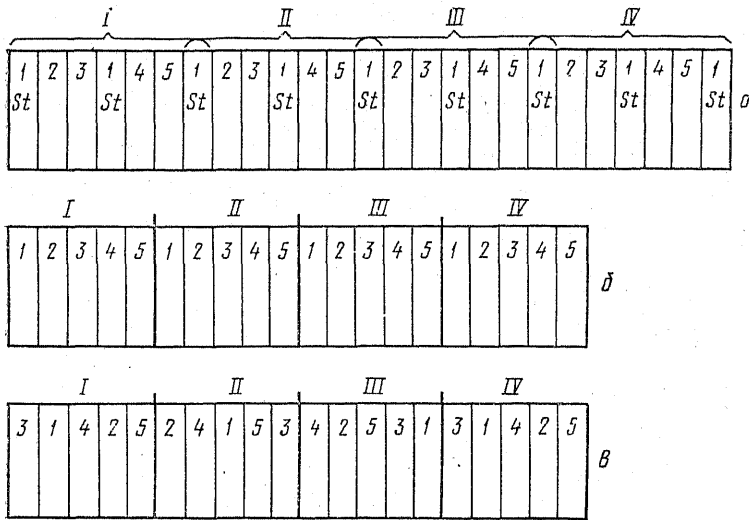


Рис. 10. Методы размещения пяти вариантов по делянкам четырех повторений полевого опыта:
a — стандартный; *b* — систематический; *v* — рендомизированный.

Стандартные методы характеризуются более частым, обычно через 1—2 опытных варианта, расположением контроля, стандарта. Систематические методы предусматривают неизменный порядок расположения вариантов в каждом повторении. При случайных методах порядок вариантов определяется путем рендомизации, т. е. размещения их внутри каждого повторения случайно по жребью, когда каждый вариант имеет равную вероятность, равный шанс попасть на любую делянку, тогда как при систематическом такая возможность исключена (рис. 10).

Стандартные методы основаны на том, что плодородие опытного участка изменяется постепенно, и между урожаями ближайших делянок наблюдается корреляционная связь. В стандартных методах каждый изучаемый вариант сравнивают со своим контролем, урожай которого вычисляют способом линейной интерполяции, находя промежуточные значения функции на основании предположения о постепенном изменении плодородия почвы земельного участка.

Стандартные методы размещения полевого опыта иногда подкупают простотой и предполагаемой возможностью устранить влияние пестроты плодородия почвы и тем самым свести к минимуму ошибки эксперимента. Кажется, что стандарт, расположенный возле каждого изучаемого варианта, даст наиболее точную оценку эффективности сорта или агротехнического приема. Однако практика применения и сравнительной оценки стандартных методов выявила их существенные недостатки.

Во-первых, не всегда наблюдается тесная корреляционная зависимость между урожаями рядом расположенных делянок. Во-вторых, очень трудно сравнивать опытные варианты, далеко расположенные друг от друга, что бывает при большом числе (свыше 10—12) изучаемых вариантов. В-третьих, стандартные методы характеризуются большой громоздкостью и нерациональным использованием земельной площади, особенно при большом числе изучаемых вариантов. Действительно, при размещении стандарта через два опытных варианта около 40%, а через один — более 50% всей площади опыта занято стандартными делянками. Отмеченные недостатки не способствовали широкому распространению стандартных методов в опытной работе.

Стандартные методы иногда используются селекционерами. Например, на первых ступенях отбора, когда из-за недостатка семян нельзя иметь делянку нужной величины и соответствующую повторность, применение стандартных методов вполне обоснованно. Размещая стандарт через один или два испытуемых, систематически проводя визуальное сравнение со стандартом, можно достаточно объективно выявить наиболее перспективные линии.

Систематическое размещение вариантов — это такое расположение опыта, когда порядок следования вариантов в каждом повторении подчиняется определенной системе. Имеется много способов размещения вариантов по этому методу. В нашей стране распространены два — последовательный в один ярус и шахматный при расположении повторений в несколько ярусов.

Наиболее простым является последовательное расположение делянок в один ярус. Варианты на делянках всех повторений располагаются в той последовательности, которая заранее установлена исследователем на основании главным образом организационно-технических причин — удобства обработки почвы, внесения удобрений, посева, ухода, уборки и т. п. Если, например, в первом повторении для опыта из пяти вариантов намечен порядок 1, 2, 3, 4, 5, то этот же порядок сохраняется во всех остальных повторениях (рис. 10, б).

При шахматном размещении порядок следования вариантов в повторениях разных ярусов сдвигается, что позволяет полнее охватить каждым вариантом пестроту плодородия участка и несколько уменьшить влияние закономерного варьирования почвенного плодородия на эффект варианта. Чтобы определить число делянок, на которое необходимо сдвинуть размещение вариантов в последующих ярусах, число вариантов опыта делят на число ярусов. Так, при шести вариантах и двухъярусном расположении повторений делянки во втором ярусе необходимо сдвинуть на 3 номера ($6 : 2 = 3$), а при трехъярусном — на 2 номера в каждом ярусе.

Первоначально в научной агрономии систематические методы размещения опытов занимали господствующее положение.

Важное достоинство этих методов — простота, а главный недостаток — возможные и часто непредвиденные искажения эффектов по вариантам, а также ненадежность в статистической оценке ошибки опыта. Поэтому систематические методы размещения во многих зарубежных странах используются лишь в предварительных исследованиях, а также в демонстрационных и других видах полевых опытов, когда статистическая оценка данных не является необходимой и важной. Подавляющее же большинство полевых опытов закладывают сейчас новыми методами, в основу которых положен принцип случайного, или рендомизированного, размещения вариантов.

В связи с тем, что во многих руководствах по методике полевого опыта и в практике опытной работы научному обоснованию расположения вариантов в эксперименте уделяется мало внимания, необходимо осветить этот вопрос более подробно, так как правильное его решение имеет большое значение для повышения уровня исследований.

§ 2. ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМАТИЧЕСКОГО И РЕНДОМИЗИРОВАННОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ВАРИАНТОВ

Качество информации, получаемой в опытах с систематическим и рендомизированным размещением вариантов, заслуживает пристального внимания широкого круга специалистов и имеет большое значение для повышения уровня экспериментальных работ.

Среди исследователей существуют расхождения в оценке систематических и рендомизированных методов. В. Н. Перегудов считает рендомизацию обязательным требованием: если экспериментатор дорожит объективностью, он должен применять случайное размещение вариантов. В отечественных руководствах по применению статистики в биологии, химии, технике (А. М. Длин, В. В. Налимов, Н. А. Плохинский, В. Г. Вольф и др.), а также в зарубежных работах по методике полевого опыта и статистическим методам оценки результатов исследований (Р. А. Фишер, Дж. У. Снедекор, Дж. Уишарт и Г. Сандерс, Н. Бейли, Д. Дейк и др.) рендомизация рассматривается как основа построения современных схем эксперимента, способствующая получению объективной информации об изучаемом явлении.

Однако некоторые исследователи в области агрономии полагают, что требование случайной выборки и рендомизации вариантов в полевом опыте научно не обосновано, случайность в эксперименте они считают неуместной и даже вредной, а рендомизацию, по их мнению, вообще нельзя рекомендовать. В прошлом правильной оценке рендомизации длительное время препятствовало тенденциозное отношение к ней некоторых биологов, недостаточно знакомых с дисперсионным анализом и теорией выборочного метода исследования. И такую позицию можно было

понять, но на современном этапе развития науки, когда рендомизированные способы получили солидное теоретическое обоснование, ничем, кроме инерции, нельзя объяснить стремление к закладке полевых опытов систематическими методами. Еще менее понятна бездоказательная критика, когда рендомизацию пытаются дискредитировать указаниями, что это якобы «типично позитивистский прием, рассчитанный на то, чтобы отвлечь исследователя от отыскания причин высоких или низких урожаев» или «...при рендомизации мы сознательно подчиняем себя и результаты своих опытов жребию, игре случая».

Упрощенные представления о совершенстве и неизбежности методики полевого опыта, разработанной в конце XIX века, бытуют, к сожалению, и среди некоторого круга опытников, что сдерживает внедрение в практику исследований методов, основанных на принципах рендомизации. Не случайно в современных условиях так остро ставится вопрос о совершенствовании принципов управления наукой, планирования и методики экспериментальных работ, о повышении производительности и эффективности научно-исследовательской деятельности. Наука только тогда совершенствуется, тогда поднимается на новую ступень своего развития, когда улучшается методика исследования. Стремление решать научные проблемы на основе качественно новых идей с использованием все более совершенных методов исследования, а не бесконечные серии однотипных экспериментов по установленным ранее взглядам и методикам характеризует передовой научный коллектив, способный внести заметный вклад в развитие теории и практики земледелия.

Рендомизированное размещение вариантов предложено Р. А. Фишером (Англия) на основании предпосылок разработанного им дисперсионного анализа. Такое размещение способствует лучшему охвату каждым вариантом пестроты плодородия почвы, как бы разрушает возможное систематическое изменение плодородия внутри повторения и исключает его однонаправленное влияние на результаты опыта. Использование случайных способов распределения — одна из характерных особенностей современного периода развития методики полевого эксперимента. В опытах, где варианты размещены систематически, мы в сущности лишаемся возможности опираться при оценке данных на достаточно надежный критерий существенности, используемый в дисперсионном анализе.

Изучение большего числа дробных учетов урожая многих культур разных лет и на различных типах почв убеждает, что практически всегда при любом дробном учете есть участки, где наряду со случайным наблюдается более или менее выраженное закономерное варьирование урожайности по делянкам (см. рис. 4—6). В какой ситуации может оказаться экспериментатор, если он при планировании опыта не будет считаться с наличием закономерной изменчивости плодородия почвы опытного участка и разместит изучаемые варианты по делянкам каж-

дого повторения в строго определенном порядке? Нетрудно предугадать, что единая во всех повторениях система расположения вариантов, например 1, 2, 3, 4, 5; 1, 2, 3, 4, 5 и т. д., приведет к искажению данных о средних урожаях по вариантам, систематическому завышению или занижению их показателей. Принимая принцип единственного различия за основу при постановке полевых опытов, экспериментатор, использующий систематические методы, уже в самом начале опыта нарушает его, размещая варианты в каком-то определенном порядке. Этим он ставит варианты в неравные условия, приносит в опыт дополнительный и весьма нежелательный элемент, а именно возможную ошибку смещения в оценке изучаемых эффектов.

Справедливость этого вывода легко доказать последовательным наложением на дробные учеты условных или однородных опытов, т. е. опытов без фактических вариантов, отбирая одни и те же делянки с соответствующими им урожаями систематически и случайно. При такой методике выдерживается принцип единственного различия, когда сопоставляемые схемы размещения вариантов относятся к одной и той же сетке дробного учета. Ясно, что при сравнительной оценке фактических опытов, заложенных разными методами и на различных, хотя и расположенных рядом земельных участках, принцип единственного различия не соблюдается. Кроме того, в опытах с наличием фактических вариантов нельзя рассчитать теоретически ожидаемую дисперсию ошибки, и, следовательно, экспериментатор не имеет эталона для сравнения эффективности разных методов размещения вариантов.

Наложим два условных опыта на одну и ту же сетку дробного учета урожая овса (ц с 1 га) экспериментальной базы ТСХА «Михайловское». Взято 20 делянок площадью 100 м², расположенных в один ряд (на схеме для компактности они расположены в несколько рядов):

| | | | | | |
|---------------------|------|------|------|------|------|
| № делянки | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Урожай | 13,6 | 14,6 | 15,4 | 14,6 | 13,6 |
| № делянки | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Урожай | 13,6 | 15,2 | 16,4 | 18,9 | 15,7 |
| № делянки | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Урожай | 13,3 | 11,6 | 14,6 | 16,8 | 18,0 |
| № делянки | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Урожай | 11,7 | 12,0 | 14,0 | 16,0 | 16,1 |

При систематическом размещении в каждом из четырех повторений варианты будем располагать последовательно через строго определенный интервал, а при рендомизации порядок следования пяти вариантов в каждом повторении определим по таблице случайных чисел. В результате получено следующее расположение вариантов (см. стр. 58).

Может показаться, что рендомизированное размещение крайне неудачно. Жребий дал неприемлемый с точки зрения методики прошлого порядок, а именно в двух случаях вариант 5

| Повторение | I | | | | | II | | | | | III | | | | | IV | | | | |
|------------------------------|---|---|---|---|---|----|---|---|---|----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| № делянки | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| Систематическое размещение | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Рендомизированное размещение | 4 | 3 | 2 | 1 | 5 | 5 | 2 | 1 | 3 | 4 | 2 | 1 | 4 | 3 | 5 | 5 | 2 | 4 | 3 | 1 |

оказался расположенным на смежных делянках, что, по мнению некоторых авторов, отрицает рендомизацию. Из большого числа рендомизированных наложений мы выбрали именно эту схему для того, чтобы показать необоснованность подобных утверждений. Группировка урожаев по вариантам условных опытов представлена в таблице 3, а результаты дисперсионного анализа сведены в таблицу 4.

В условных опытах при отсутствии фактических эффектов вариантов варьирование средних урожаев не должно существенно отличаться от случайного, т. е. дисперсии по строке «варианты» и «остаток» (s_V^2 и s^2) должны быть близки по своему значению. Это и получается при рендомизации ($s_V^2 = 4,28$ и $s^2 = 3,72$), тогда как при систематическом расположении равенство двух дисперсий сильно нарушено (9,51 и 1,98), а критерий F указывает на существенные различия средних по вариантам ($F_\phi > F_{05}$). Следовательно, при систематическом расположении варьирование средних урожаев обусловлено не только случайным, но и закономерным территориальным фактором, что и мо-

3. Поделяночные и средние урожаи овса при систематическом и рендомизированном размещении вариантов в повторениях

| Вариант | Урожай по повторениям (ц с 1 га) | | | | Суммы по вариантам Σ | Средний урожай (ц с 1 га) |
|-------------------------------|----------------------------------|------|------|------|--------------------------------|------------------------------|
| | I | II | III | IV | | |
| Систематическое размещение | | | | | | |
| 1 | 13,6 | 13,6 | 13,3 | 11,7 | 52,2 | 13,00 |
| 2 | 14,6 | 15,2 | 11,6 | 12,0 | 53,4 | 13,30 |
| 3 | 15,4 | 16,4 | 14,6 | 14,0 | 60,4 | 15,10 |
| 4 | 14,6 | 18,9 | 16,8 | 16,0 | 66,3 | 16,60 |
| 5 | 13,6 | 15,7 | 18,0 | 16,1 | 63,4 | 15,80 |
| Суммы по повторениям Σ | 71,8 | 79,8 | 74,3 | 69,8 | 295,7 | 14,78 |
| Рендомизированное размещение | | | | | | |
| 1 | 14,6 | 16,4 | 11,6 | 16,1 | 58,7 | 14,70 |
| 2 | 15,4 | 15,2 | 13,3 | 12,0 | 55,9 | 14,00 |
| 3 | 14,6 | 18,9 | 16,8 | 16,0 | 66,3 | 16,60 |
| 4 | 13,6 | 15,7 | 14,6 | 14,0 | 57,9 | 14,50 |
| 5 | 13,6 | 13,6 | 18,0 | 11,7 | 56,9 | 14,20 |
| Суммы по повторениям Σ | 71,8 | 79,8 | 74,3 | 69,8 | 295,7 | 14,78 |

4. Результаты дисперсионного анализа условных опытов при систематическом и рендомизированном размещении вариантов в повторениях

| Показатели | Размещение | | |
|---------------------|--------------------------------|-------------------|-------|
| | систематическое | рендомизированное | |
| Сумма квадратов | общая | 73,09 | 73,09 |
| | повторений | 11,24 | 11,24 |
| | вариантов | 38,03 | 17,13 |
| | ошибки (остаток) | 23,82 | 44,72 |
| Дисперсия | вариантов s^2_v | 9,51 | 4,28 |
| | ошибки s^2 | 1,98 | 3,72 |
| | теоретически ожидаемая s^2_T | 3,86 | 3,86 |
| Критерий значимости | $F_{\text{факт}}$ | 4,80 | 1,15 |
| | F_{05} | 3,26 | 3,26 |
| Ошибка средней, % | вычисленная | 4,76 | 6,53 |
| | теоретически ожидаемая | 6,63 | 6,63 |
| Эффективность, % | | 51,30 | 96,40 |

жет привести к иллюзии существенного действия условных вариантов. В этих условиях критерий F становится ненадежной базой для оценки результатов опыта и теряет свою законную силу.

Совершенно ясно, что при систематическом расположении вариантов экспериментатор получает смещенную оценку ошибки средних. Поэтому, если судить о качестве опытной работы по ошибке опыта, можно сделать ложное заключение о преимуществе систематических методов.

Действительно, в нашем примере ошибка опыта при систематическом расположении равна 4,76 %, а при рендомизации — 6,53 %. Между тем ошибка рендомизированного опыта близка к теоретически ожидаемой (6,53 и 6,63), т. е. она правильно характеризует неконтролируемые условия проведения эксперимента; при систематическом же расположении она сильно смещена и ей нельзя доверять.

Если значение дисперсии ошибки s^2 , полученное при разных методах размещения, выразить в процентах к теоретически ожидаемой s_T^2 , приняв ее за 100, то окажется, что эффективность систематического расположения составляет только 51,3 %, а рендомизированного — 96,4 %.

Если плодородие почвы опытного участка изменяется только случайно, то система расположения вариантов по делянкам не имеет принципиального значения. Это, казалось бы, дает возможность сделать логическое заключение: когда данные дробного учета указывают лишь на случайное варьирование урожаев, нет оснований для требования рендомизации вариантов

(Н. Ф. Деревицкий, С. В. Щерба и др.). Однако здесь не учитывается одно важное обстоятельство: вывод справедлив только для данного дробного учета и для условий данного года. И нет оснований распространять его на последующие культуры севооборота.

Данные наших исследований показывают, что дробные учеты, предшествующие закладке полевых опытов, позволяют судить о степени и характере варьирования урожайности возделываемой культуры только в условиях данного года, но они не дают надежных оснований для предсказания характера варьирования урожаев других однолетних культур на тех же участках в последующие годы. Эту особенность в варьировании урожайности разных однолетних культур на одном и том же опытном участке нельзя игнорировать. Базируя планирование методики краткосрочных и многолетних полевых опытов на принципах рендомизации, экспериментатор как бы вводит своеобразный заслон против возможного влияния систематического варьирования плодородия почвы на результаты исследования.

Систематическое расположение не только может увеличить дисперсию вариантов, но часто ведет также и к значительному увеличению остаточной дисперсии и производной от нее ошибки опыта, тогда как при случайном размещении теоретическая и исчисленная ошибки практически мало различаются. Очевидно, что и в подобной ситуации, как это показано Р. А. Фишером (1958) и В. Н. Перегудовым (1961), остаточная дисперсия не будет надежной мерой для определения ошибки опыта, ибо, преувеличивая значение ошибки эксперимента, мы рискуем оценить реальные эффекты как несущественные. Рендомизация исключает опасность значительного смещения в оценке ошибки средних по вариантам, сохраняет правомерность использования критерия значимости F и представляет экспериментатору возможность правильно характеризовать качество опытной работы.

Таким образом, планируя полевые опыты, требующие точных сравнений и статистической оценки, необходимо использовать современные методы размещения вариантов, основой которых является рендомизация. Игнорирование требования случайного отбора делянок для каждого варианта внутри повторений часто ведет к неверным выводам и дискредитирует идею выборочного метода исследования. *Нарушая принцип рендомизации, экспериментатор должен помнить, что он лишается возможности полноценно статистически доказать существенность различий по вариантам, так как методы статистического анализа базируются на принципе случайного отбора.*

Вопреки мнению ряда экспериментаторов методы случайного размещения вариантов распространены не только за рубежом (в Англии, Болгарии, Венгрии, ГДР, Италии, Польше, США, Чехословакии), но и в нашей стране.

С 1960 г. методы, рендомизации применяются в опытной работе ТСХА. На экспериментальной базе академии «Михайловское» однолетние и стационарные длительные опыты, требующие точных сравнений и статистической оценки, заложены методами, основанными на принципах рендомизации. Рендомизированные методы используют в опытной работе научно-исследовательские учреждения Литовской ССР, Латвийской ССР, Эстонской ССР, Всесоюзный научно-исследовательский институт удобрений и агропочвоведения, Всесоюзный институт защиты растений, Научно-исследовательский институт сельского хозяйства Юго-Востока, Украинский научно-исследовательский институт растениеводства, селекции и генетики и другие научные учреждения.

§ 3. РЕНДОМИЗИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ РАЗМЕЩЕНИЯ ВАРИАНТОВ

Рассмотрим технику рендомизации и наиболее распространенные методы размещения вариантов в полевом опыте.

Техника рендомизации. Наиболее простой способ рендомизации заключается в следующем. Варианты нумеруют или обозначают буквами, и эти обозначения пишут на одинаковых карточках. Затем карточки тщательно перемешивают, после чего вынимают по одной. Варианты в повторении размещают на делянках в последовательности, определенной жребием, случаем. Для каждого повторения проводится своя рендомизация.

В настоящее время для рендомизации используется более современный способ, а именно таблица случайных чисел (см. приложение табл. 6), которая является техническим пособием при планировании случайной выборки в различных экспериментальных работах. Табулированные цифры в таблице сгруппированы по две. Случайность расположения цифр, составленных из чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, заключается в том, что нет никакого закона в их расположении. Вместе с тем каждое из этих чисел встречается на каждой странице приблизительно одинаковое число раз с вероятностью 0,1.

Покажем на примере, как пользоваться таблицей случайных чисел для рендомизации вариантов.

Планируется заложить опыт с шестью вариантами в четырехкратной повторности. Обозначим варианты цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6 и по таблице определим порядок размещения вариантов по делянкам каждого повторения. Для этого на любой странице таблицы случайных чисел наугад карандашом отметим начальный пункт отсчета и просмотрим таблицу в произвольном направлении до тех пор, пока не получим указанного набора цифр. Предположим, мы отметили карандашом цифру 6 в первой строке десятого столбца. Двигаясь по этой колонке, например, вниз, получим рендомизированное размещение для первого повторения 6, 3, 5, 2, 1, 4. Номер варианта, который займет последнюю делянку (у нас 4), проставляют автоматически, повторяющиеся цифры и цифры, превышающие 6, пропускают.

Для второго, третьего и четвертого повторений варианты рендомизируют аналогичным образом. Рекомендуется для каждого повторения менять начало отсчета и направление движения по таблице случайных чисел (вниз, вверх, вправо, влево, по диагонали).

В итоге получена, например, такая рендомизация вариантов по повторениям:

| I повторение | II повторение | III повторение | IV повторение |
|--------------|---------------|----------------|---------------|
| 6 3 5 2 1 4 | 2 5 4 6 1 3 | 1 2 5 3 6 4 | 3 4 2 1 6 5 |

Итак, на первой делянке первого повторения необходимо разместить вариант 6, на второй — вариант 3, на третьей — вариант 5 и т. д.

Метод неорганизованных повторений (полная рендомизация). Простейшим из современных методов размещения полевого опыта на территории является неограниченная, полная рендомизация сопутствующих условий, когда варианты по делянкам опытного участка распределяются совершенно случайно. Если, например, планируется заложить опыт с тремя вариантами четырехкратной повторности, то выделенный земельный участок разбивают на 12 делянок ($3 \times 4 = 12$) и по таблице случайных чисел размещают варианты по делянкам так, чтобы каждый вариант занял по 4 делянки (рис. 11).

Метод неорганизованных повторений, т. е. неограниченная рендомизация условий эксперимента, в ряде случаев эффективен, например, при небольшом числе изучаемых вариантов (2—4), когда есть основания не ставить под контроль территориальное закономерное варьирование плодородия почвы. Такие условия часто встречаются при работе с многолетними плодовыми культурами, которые характеризуются сильной индивидуальной изменчивостью, а опытный участок достаточно однороден по плодородию и невелик по площади, и, следовательно, маловероятно увеличить точность опыта за счет вычленения варьирования организованных повторений.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 3 | 2 |
| 1 | 3 | 2 | 1 |
| 3 | 1 | 2 | 3 |

Рис. 11. Схема размещения трех вариантов в четырехкратной повторности методом полной рендомизации.

| блок 1 | | | |
|--------|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 1 |
| 3 | 3 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 2 | 3 |
| блок 2 | | | |
| 1 | 3 | 2 | 3 |
| 3 | 2 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 3 | 1 |

Рис. 12. Схема размещения трех вариантов двумя блоками в четырехкратной повторности (число повторностей вдвое больше числа блоков).

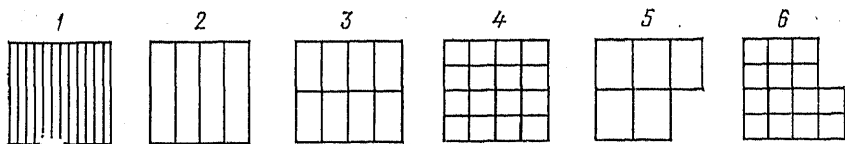


Рис. 13. Расположение делянок различной формы в одном повторении: 1—2 — удлиненные и прямоугольные в один ярус; 3 — прямоугольные в два яруса; 4 — квадратные в четыре яруса; 5 — прямоугольные в два яруса, ступенчато; 6 — квадратные в четыре яруса, ступенчато.

Отсутствие контроля возможного закономерного варьирования плодородия почвы здесь компенсируется увеличением числа степеней свободы для ошибки. Увеличение числа степеней свободы для ошибки при закладке опытов с небольшим числом делянок важно для оценки существенности разности средних по критерию F .

Для опыта, представленного на рисунке 11, число степеней свободы для оценки ошибки равно 9 ($N-l=12-3=9$), тогда как в методе рандомизированных повторений оно равно только 6: $(1-1)(n-1)=(3-1)(4-1)=6$. Чтобы считать разности существенными, в первом случае значение критерия F должно превышать 4,26, а во втором — 5,14.

Если есть основания считать одну часть опытного участка более плодородной, чем другую, а также при желании исключить возможность случайного размещения всех делянок с одним вариантом вместе, но все же сохранить больше степеней свободы для ошибки, можно разделить участок на блоки, включающие 2—3 полных набора всех вариантов. Для примера, изображенного на рисунке 12 опыт можно разделить на два блока по шесть делянок в каждом и в каждом блоке выделить по две делянки для размещения каждого из трех изучаемых вариантов. Варианты по делянкам в каждом блоке должны размещаться случайно (рис. 12).

При выделении двух блоков рандомизация ограничивается, но здесь теряется только одна степень свободы для ошибки ($b-1=2-1=1$) и критерий F увеличивается незначительно, с 4,26 до 4,46, т. е. потеря чувствительности в сравнении с полной рандомизацией невелика.

По мере увеличения делянок в опыте расстояние между сравниваемыми вариантами возрастает, а в связи с увеличением расстояния возрастают различия и в плодородии почвы, что снижает эффективность метода неорганизованных повторений, и необходимо использовать метод организованных повторений.

Метод рандомизированных повторений. Это наиболее распространенный в мировой практике опытного дела метод размещения вариантов по делянкам полевого опыта. В каждом повторении варианты распределяются по делянкам в случайном порядке. Важно, чтобы внутри каждого повторения почва была по возможности более однородной, а форма повторения при-

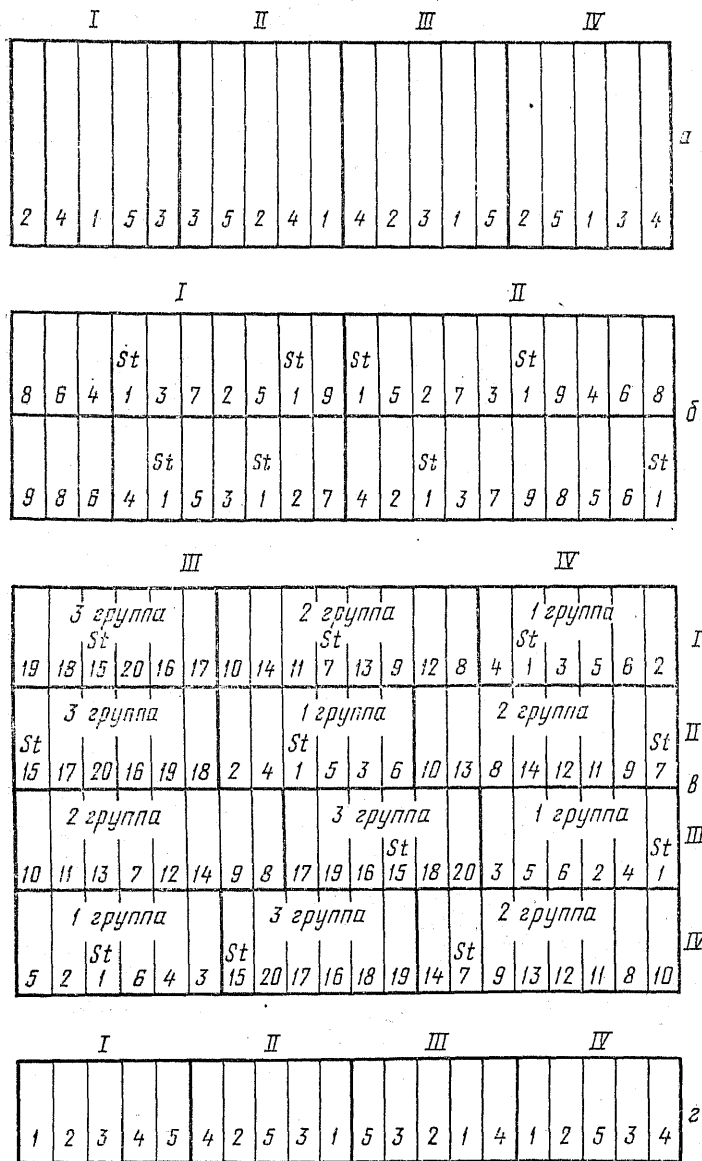


Рис. 14. Схемы размещения вариантов в четырех рендомизированных повторениях:

a — 5 вариантов в один ярус; *б* — 9 вариантов в два яруса; в каждом повторении стандарт размещается на двух делянках; *в* — 20 вариантов в четыре яруса; в каждом повторении по три группы; *г* — 5 вариантов в один ярус; в первом повторении варианты размещены систематически.

ближалась к квадрату. В этом случае при любом пространственном расположении делянок они будут лучше сравнимы между собой.

В зависимости от технических условий проведения опыта повторения подразделяются на делянки удлиненной, прямоугольной или квадратной формы.

Делянки располагают в один, два или много рядов (ярусов). В ряде случаев повторение может иметь неправильную ступенчатую форму (рис. 13).

Чаще всего повторения располагают на поле компактно в один, два или больше ярусов. Однако, когда земельный участок недостаточно выравнен, повторения можно разбросать, рассеять по полю поодиночке или группами.

Число изучаемых вариантов в методе случайных повторений зависит от выравненности земельного участка и размера опытных делянок. Большинство исследователей указывают, что не следует иметь более 15—20 вариантов. Когда число вариантов превышает 8—10, целесообразно в каждом повторении иметь две или более делянок стандарта (контроля), что позволяет значительно повысить точность сравнения опытных вариантов со стандартом (рис. 14).

Часто, особенно в длинных схемах, целесообразно объединить варианты (сорта) внутри повторения в однородные группы, например, по морфологическим или другим признакам (высокорослость, скороспелость и т.п.). Порядок расположения групп в каждом повторении и вариантов внутри групп определяется рендомизацией. При этом в каждой группе может быть свой стандарт.

Иногда, например, в демонстрационных и учебных целях в одном повторении желательно расположить варианты в каком-то определенном порядке, т. е. систематически. Это частичное отступление от строгой рендомизации может быть допустимо, ибо оно не является грубым нарушением, так как всегда имеется вероятность, особенно при небольшом числе вариантов, случайно получить в одном из повторений последовательное размещение вариантов (рис. 14, з).

Латинский квадрат и прямоугольник. Размещение опытных делянок методом латинского квадрата позволяет в значительной степени элиминировать, устранить влияние систематического изменения плодородия почвы опытного участка на результаты опыта по двум взаимно перпендикулярным направлениям. Для этого земельный участок квадратной или прямоугольной формы разбивают в горизонтальном и вертикальном направлениях на столько рядов и столбцов, сколько вариантов в опыте. Любой ряд и любой столбец включают полный набор изучаемых вариантов, которые размещаются на делянках квадратной или прямоугольной формы. При удлиненной форме делянок латинский квадрат не имеет особых преимуществ перед методом рендомизированных повторений.

| | | Столбцы | | | | |
|------|-----|---------|----|-----|----|---|
| | | I | II | III | IV | V |
| Ряды | I | 5 | 1 | 4 | 2 | 3 |
| | II | 2 | 5 | 3 | 1 | 4 |
| | III | 1 | 3 | 5 | 4 | 2 |
| | IV | 4 | 2 | 1 | 3 | 5 |
| | V | 3 | 4 | 2 | 5 | 1 |

Рис. 15. Схема размещения опыта латинским квадратом 5×5 .

Расположение опыта латинским квадратом требует, чтобы число повторений обязательно было равно числу вариантов. Поэтому общее число делянок в опыте всегда будет равно квадрату числа вариантов схемы. При четырех вариантах в опыте будет $4 \times 4 = 16$ делянок, при пяти $5 \times 5 = 25$, при шести $6 \times 6 = 36$ делянок и т. д. На площади их размещают рядами и столбцами. В каждом ряду и столбце должен быть полный набор всех вариантов, и, следовательно, ни один из вариантов не повторяется дважды ни в строке, ни в столбце. Кроме этих двух ограничений, варианты размещаются внутри столбцов и рядов случайно, по

таблице случайных чисел.

Например, для пяти вариантов, обозначенных цифрами 1, 2, 3, 4, 5, расположение их в рядах и столбцах может быть таким, как на рисунке 15.

Здесь каждая строка и столбец содержат все варианты и ни в строке, ни в столбце одноименные варианты не повторяются дважды. Такое расположение позволяет охватить изменение плодородия почвы в двух взаимно перпендикулярных направлениях и математической обработкой устранить его влияние на результаты опыта, повысить точность эксперимента. Недостаток латинского квадрата — требование равенства числа повторений числу вариантов. В связи с этим увеличение числа вариантов ведет к громоздким опытам и предусматривает большую повторность, чем что обычно требуется. Поэтому в практике опытной работы наибольшее распространение получили квадраты 5×5 , 6×6 , 7×7 . Нерационально закладывать квадраты с числом вариантов меньше четырех. В этом случае стандартная ошибка опирается на небольшое число наблюдений и становится неустойчивой базой для оценки существенности различий между вариантами.

На рисунке 16 даны некоторые схемы размещения полевых опытов латинским квадратом 4×4 , 5×5 , 6×6 , 7×7 и 8×8 .

Если есть основания считать, что варьирование неконтролируемых условий эксперимента может быть не только по двум перпендикулярным направлениям, но и по диагоналям, то целесообразно сблокировать варианты не только по строчкам и колонкам, но и по блокам, расположенным по диагоналям.

При 7—8 и более вариантах постановка опытов латинским квадратом становится затруднительно, и, чтобы, не прибегая к излишней повторности, использовать преимущества латинского квадрата, целесообразно закладывать опыты латинским пря-

4 варианта (4×4)

1

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 1 | 2 | 4 |
| 1 | 2 | 4 | 3 |
| 2 | 4 | 3 | 1 |
| 4 | 3 | 1 | 2 |

2

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 4 | 2 |
| 2 | 4 | 3 | 1 |
| 4 | 2 | 1 | 3 |
| 3 | 1 | 2 | 4 |

3

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 1 | 3 |
| 3 | 1 | 2 | 4 |
| 2 | 3 | 4 | 1 |
| 1 | 4 | 3 | 2 |

5 вариантов (5×5)

1

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 5 | 1 | 4 |
| 4 | 2 | 3 | 5 | 1 |
| 5 | 1 | 4 | 2 | 3 |
| 1 | 4 | 2 | 3 | 5 |
| 3 | 5 | 1 | 4 | 2 |

2

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 1 | 4 | 2 |
| 4 | 1 | 2 | 5 | 3 |
| 2 | 4 | 5 | 3 | 1 |
| 1 | 3 | 4 | 2 | 5 |
| 5 | 2 | 3 | 1 | 4 |

3

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 2 | 1 | 4 | 3 |
| 2 | 4 | 3 | 1 | 5 |
| 4 | 3 | 5 | 2 | 1 |
| 3 | 1 | 2 | 5 | 4 |
| 1 | 5 | 4 | 3 | 2 |

6 вариантов (6×6)

1

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 1 | 4 | 6 | 3 | 2 |
| 1 | 3 | 5 | 2 | 6 | 4 |
| 6 | 4 | 2 | 1 | 5 | 3 |
| 2 | 5 | 3 | 4 | 1 | 6 |
| 4 | 6 | 1 | 3 | 2 | 5 |
| 3 | 2 | 6 | 5 | 4 | 1 |

2

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 4 | 1 | 3 | 5 | 2 |
| 1 | 5 | 4 | 6 | 2 | 3 |
| 4 | 2 | 6 | 5 | 3 | 1 |
| 3 | 1 | 5 | 2 | 4 | 6 |
| 2 | 6 | 3 | 4 | 1 | 5 |
| 5 | 3 | 2 | 1 | 6 | 4 |

3

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 6 | 4 | 5 | 3 |
| 3 | 4 | 2 | 5 | 1 | 6 |
| 6 | 5 | 3 | 1 | 4 | 2 |
| 4 | 3 | 5 | 6 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 4 | 3 | 6 | 5 |
| 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 |

7 вариантов (7×7)

1

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 1 | 2 | 7 | 5 | 4 |
| 1 | 3 | 6 | 5 | 4 | 2 | 7 |
| 7 | 2 | 3 | 4 | 6 | 1 | 5 |
| 2 | 4 | 5 | 6 | 1 | 7 | 3 |
| 5 | 7 | 4 | 1 | 2 | 3 | 6 |
| 6 | 1 | 7 | 3 | 5 | 4 | 2 |
| 4 | 5 | 2 | 7 | 3 | 6 | 1 |

2

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 3 | 5 | 2 | 6 | 7 |
| 5 | 2 | 7 | 1 | 3 | 4 | 6 |
| 6 | 5 | 1 | 3 | 4 | 7 | 2 |
| 2 | 1 | 4 | 6 | 7 | 5 | 3 |
| 7 | 6 | 2 | 4 | 1 | 3 | 5 |
| 3 | 7 | 6 | 2 | 5 | 1 | 4 |
| 4 | 3 | 5 | 7 | 6 | 2 | 1 |

3

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 7 | 6 | 3 | 5 | 2 | 1 |
| 5 | 1 | 4 | 6 | 7 | 3 | 2 |
| 3 | 6 | 5 | 7 | 2 | 1 | 4 |
| 2 | 3 | 7 | 1 | 4 | 6 | 5 |
| 1 | 5 | 2 | 4 | 6 | 7 | 3 |
| 7 | 4 | 3 | 2 | 1 | 5 | 6 |
| 6 | 2 | 1 | 5 | 3 | 4 | 7 |

8 вариантов (8×8)

1

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 1 | 6 | 5 | 8 | 2 | 7 |
| 5 | 2 | 6 | 1 | 8 | 7 | 3 | 4 |
| 2 | 1 | 7 | 5 | 4 | 6 | 8 | 3 |
| 7 | 5 | 8 | 4 | 3 | 2 | 1 | 6 |
| 1 | 8 | 3 | 7 | 6 | 5 | 4 | 2 |
| 4 | 6 | 5 | 8 | 2 | 3 | 7 | 1 |
| 8 | 3 | 4 | 2 | 7 | 1 | 6 | 5 |
| 6 | 7 | 2 | 3 | 1 | 4 | 5 | 8 |

2

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | 6 | 4 | 8 | 7 | 3 | 1 |
| 4 | 7 | 8 | 3 | 2 | 6 | 1 | 5 |
| 3 | 6 | 1 | 8 | 5 | 4 | 2 | 7 |
| 8 | 4 | 7 | 6 | 1 | 3 | 5 | 2 |
| 7 | 2 | 4 | 1 | 6 | 5 | 8 | 3 |
| 1 | 3 | 5 | 2 | 4 | 8 | 7 | 6 |
| 5 | 8 | 2 | 7 | 3 | 1 | 6 | 4 |
| 6 | 1 | 3 | 5 | 7 | 2 | 4 | 8 |

3

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 8 | 7 | 1 | 5 | 3 | 6 |
| 1 | 6 | 5 | 4 | 7 | 2 | 8 | 3 |
| 5 | 8 | 7 | 3 | 6 | 4 | 2 | 1 |
| 7 | 1 | 6 | 8 | 4 | 3 | 5 | 2 |
| 2 | 7 | 4 | 6 | 3 | 8 | 1 | 5 |
| 8 | 3 | 1 | 5 | 2 | 6 | 7 | 4 |
| 6 | 5 | 3 | 2 | 8 | 1 | 4 | 7 |
| 3 | 4 | 2 | 1 | 5 | 7 | 6 | 8 |

Рис. 16. Схемы размещения опытов с 4—8 вариантами латинским квадратом.

| | | Столбцы | | | | | | | | | | | |
|------|-----|---------|---|----|----|----|----|-----|----|----|----|---|----|
| | | I | | | II | | | III | | | IV | | |
| Ряды | I | 4 | 9 | 11 | 1 | 7 | 2 | 8 | 12 | 10 | 6 | 3 | 5 |
| | II | 1 | 5 | 2 | 6 | 10 | 12 | 3 | 4 | 7 | 11 | 9 | 8 |
| | III | 12 | 6 | 8 | 3 | 4 | 9 | 1 | 5 | 11 | 2 | 7 | 10 |
| | IV | 3 | 7 | 10 | 5 | 8 | 11 | 9 | 2 | 6 | 4 | 1 | 12 |

Рис. 17. Схема размещения опыта с 12 вариантами латинским прямоугольником $4 \times 4 \times 3$.

пример, при изучении 12 вариантов в четырехкратной повторности каждый столбец латинского квадрата 4×4 необходимо расщепить в вертикальном или горизонтальном направлении на три полосы ($12:4=3$). Такой метод закладки опыта носит название латинского прямоугольника $4 \times 4 \times 3$ (рис. 17). Произведение всех цифр (у нас $4 \times 4 \times 3=48$) дает общее число делянок в опыте, а произведение двух последних цифр $4 \times 3=12$ — число вариантов.

Варианты по делянкам рандомизируют так, чтобы ряд и столбец имели полный набор всех вариантов. Такое расположение позволяет путем математической обработки устранить влияние систематического варьирования плодородия почвы в двух перпендикулярных направлениях и, следовательно, снизить ошибку эксперимента. Некоторые схемы латинского прямоугольника для 15—20 вариантов даны на рисунке 18.

Метод расщепленных делянок. Метод расщепленных (сложных) делянок используют преимущественно для закладки многофакторных опытов, когда в отношении одного какого-либо фактора требуется получить точную информацию, а в отношении других факторов нет необходимости добиваться большой точности.

Расщепленные делянки используют также в случаях, когда необходимо в стационарном опыте ввести дополнительную группу вариантов, сохранив все первоначальные варианты. Нередко постановка опыта методом расщепленных делянок диктуется техническими условиями проведения эксперимента. Например, при испытании доз удобрений, гербицидов и сортоиспытании на малых делянках можно объединить целые группы таких делянок и на укрупненных площадках испытать различные предшественники или виды обработки почвы, которые требуют более крупных делянок. Опыты, поставленные таким об-

моугольником. В этом случае число вариантов должно быть кратным числу повторностей. Так, при трехкратной повторности этим методом можно заложить опыт с 6, 9, 12, 18 и т. д. вариантами; при четырехкратной — с 8, 12, 16, 24 и т. д. вариантами, при пятикратной — с 10, 15, 20, 25 вариантами и т. д.

Число вариантов должно делиться без остатка на число повторностей. Частное от деления дает число делянок, на которое необходимо расщепить столбец соответствующего латинского квадрата. На-

15 вариантов (3×3×5)

| | I | | | | | II | | | | | III | | | | |
|-----|---|----|----|----|----|----|----|---|----|----|-----|----|---|----|----|
| I | 3 | 13 | 12 | 14 | 11 | 2 | 1 | 5 | 15 | 6 | 7 | 9 | 4 | 10 | 8 |
| II | 9 | 10 | 4 | 8 | 7 | 13 | 14 | 3 | 12 | 11 | 5 | 6 | 1 | 15 | 2 |
| III | 1 | 5 | 6 | 15 | 2 | 8 | 7 | 4 | 9 | 10 | 14 | 12 | 3 | 13 | 11 |

18 вариантов (3×3×6)

| | I | | | | | | II | | | | | | III | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|
| I | 12 | 2 | 9 | 5 | 8 | 7 | 6 | 13 | 3 | 15 | 10 | 1 | 14 | 17 | 4 | 11 | 16 | 18 |
| II | 4 | 14 | 16 | 18 | 3 | 10 | 17 | 8 | 16 | 12 | 2 | 11 | 6 | 9 | 1 | 5 | 7 | 13 |
| III | 13 | 1 | 17 | 16 | 11 | 6 | 5 | 14 | 7 | 4 | 9 | 18 | 8 | 3 | 10 | 2 | 12 | 15 |

16 вариантов (4×4×4)

| | I | | | | II | | | | III | | | | IV | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|----|----|
| I | 7 | 9 | 12 | 3 | 15 | 16 | 1 | 6 | 2 | 4 | 14 | 13 | 11 | 8 | 5 | 10 |
| II | 8 | 6 | 5 | 14 | 11 | 2 | 4 | 7 | 12 | 3 | 1 | 10 | 9 | 16 | 13 | 15 |
| III | 2 | 11 | 10 | 4 | 5 | 13 | 9 | 8 | 6 | 15 | 16 | 7 | 3 | 14 | 12 | 1 |
| IV | 15 | 1 | 16 | 13 | 3 | 10 | 12 | 14 | 11 | 8 | 5 | 9 | 2 | 7 | 4 | 6 |

20 вариантов (5×5×4)

| | I | | | | | II | | | | | III | | | | | IV | | | | | V | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|--|--|--|--|
| I | 10 | 2 | 1 | 14 | 9 | 20 | 3 | 15 | 13 | 5 | 8 | 19 | 16 | 4 | 18 | 11 | 7 | 6 | 17 | 12 | | | | | |
| II | 3 | 20 | 15 | 9 | 8 | 19 | 13 | 5 | 17 | 7 | 12 | 6 | 2 | 1 | 14 | 10 | 11 | 16 | 18 | 4 | | | | | |
| III | 13 | 5 | 19 | 8 | 16 | 4 | 11 | 18 | 20 | 9 | 15 | 3 | 12 | 6 | 7 | 17 | 14 | 2 | 10 | 1 | | | | | |
| IV | 4 | 11 | 16 | 18 | 6 | 12 | 17 | 7 | 14 | 1 | 2 | 10 | 15 | 20 | 9 | 3 | 13 | 19 | 8 | 5 | | | | | |
| V | 6 | 12 | 7 | 17 | 2 | 1 | 14 | 10 | 18 | 11 | 4 | 16 | 19 | 8 | 13 | 5 | 20 | 15 | 9 | 3 | | | | | |

Рис. 18. Схемы размещения опытов с 15—20 вариантами методом латинского прямоугольника.

разом, называют опытами с расщепленными делянками. Схема расщепленных делянок — это эксперимент, в котором делянки одного опыта используются как блоки для другого. Делянки первого порядка (крупные делянки) делят, расщепляют в вертикальном или горизонтальном направлении на делянки второго порядка, а делянки второго порядка на более мелкие делянки третьего порядка (рис. 19).

На рисунке 20 показана схема расположения двухфакторного опыта 5×3 методом расщепленных делянок по изучению пяти градаций способов обработки почвы А (a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) и трех градаций удобрений В (b_1, b_2, b_3). Здесь делянки, на ко-

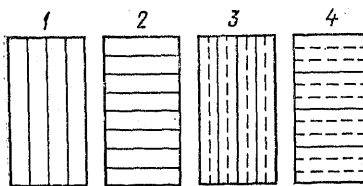


Рис. 19. Схема расщепления делянки при постановке двухфакторных 1—2 и трехфакторных 3—4 опытов.

торых изучаются варианты обработки почвы, называемые главными делянками или делянками первого порядка, расщепляют, делят на малые субделянки, или делянки второго порядка, предназначенные для вариантов удобрений. На рисунке 21 представлена схема размещения одного повторения опыта $3 \times 2 \times 3$ с тройным расщеплением.

Варианты по главным делянкам и субделянкам размещают методом рендомизации. Особенность их расположения заключается в том, что варианты главных делянок рендомизируются самостоятельно по каждому повторению, а варианты делянок второго и последующих порядков рендомизируются каждый раз заново или для каждой главной делянки или для целого повторения (рис. 22).

Смешивание. Рассмотренный метод расщепленных делянок удобен при работе в поле, но он имеет один недостаток: в многовариантных опытах с большими размерами повторений начинают сильно проявляться неравноточность сравнения главных эффектов и взаимодействий. Эффекты вариантов, размещенных на субделянках, а также взаимодействия высших порядков оцениваются обычно более точно, чем главные эффекты вариантов, занимающих делянки первого порядка. Теория планирования эксперимента рекомендует в этих случаях использовать метод смешивания. Этот метод позволяет значительно повысить точность сравнения главных эффектов в многофакторных опытах с повышенным числом вариантов.

Метод смешивания предусматривает выделение внутри повторений специально организованных блоков (неполных повторений), включающих определенный набор вариантов схемы. Сравнения внутри блоков более точны, чем между блоками, и поэтому варианты группируют в блоки так, чтобы внутриблочные сравнения составляли наиболее существенную часть резуль-

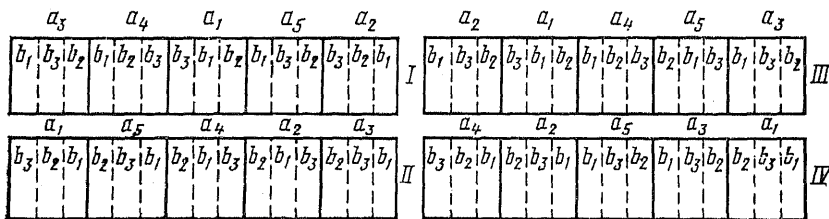


Рис. 20. Схема размещения двухфакторного опыта с 15 вариантами (5×3) методом расщепленных делянок, повторность четырехкратная.

татов опыта, а междублоковые сравнения — менее существенную. Например, можно пожертвовать взаимодействиями высшего порядка, значимость которых маловероятна.

Таким образом, *смешиванием* называется такой способ размещения вариантов, при котором в каждом повторении все комбинации вариантов подразделяют на две или более групп (блоков) так, чтобы разности между группами составляли взаимодействия высшего порядка, представляющие меньший интерес, чем главные эффекты и взаимодействия между двумя факторами. Взаимодействия высшего порядка при таком размещении опыта отождествляются, смешиваются с междублоковыми различиями, и, следовательно, экспериментатор жертвует сведениями о таких взаимодействиях.

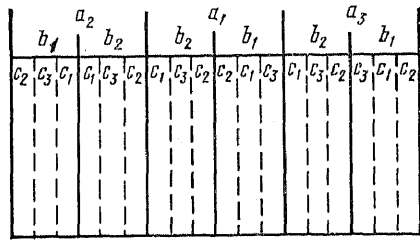


Рис. 21. Схема размещения одного повторения трехфакторного опыта с 18 вариантами ($3 \times 2 \times 3$) методом расщепленных делянок.

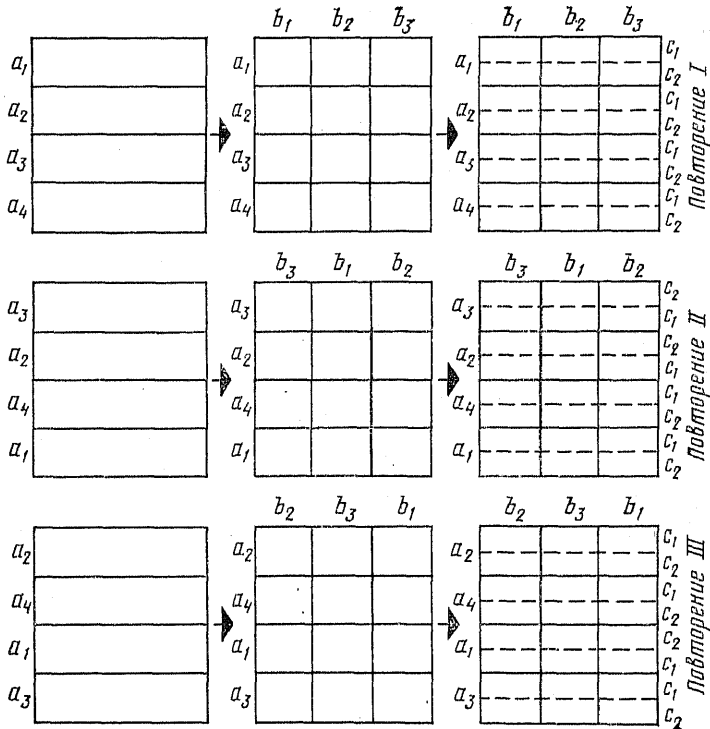


Рис. 22. Схема последовательного наложения вариантов в трехфакторном опыте с 24 вариантами ($4 \times 3 \times 2$).

ПЛАНИРОВАНИЕ ПОЛЕВОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Научные исследования и разработки, осуществляемые методом полевого эксперимента, включают три основных этапа: 1) планирование; 2) проведение полевых опытов, наблюдений и учетов; 3) обработку и обобщение полученных данных.

§ 1. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Планирование — это определение задачи и объектов (растений) исследования, разработка схемы эксперимента, выбор земельного участка и оптимальной структуры полевого опыта. Нетерпение и поспешность при планировании полевого опыта редко приводят к быстрому и результативному завершению экспериментальных исследований и разработок. Больше того, поспешность может привести к существенным дефектам эксперимента — неправильному выбору градаций изучаемых факторов, контрольных и опытных вариантов, неоправданному увеличению объема работ, что сильно затрудняет техническое проведение опыта, снижает достоверность данных и обходится слишком дорого. Ошибки, допущенные при планировании, нельзя исправить в последующем ни тщательным проведением опытной работы, ни применением дорогостоящих инструментальных методов исследования и статистической обработки на современных ЭВМ.

Период, предшествующий исследованию, включает: 1) выбор темы, определение задачи и объекта исследования; 2) изучение современного состояния вопроса; 3) выдвижение рабочей гипотезы или ряда конкурирующих гипотез; 4) разработку схемы и методики эксперимента. Эта часть работы, пожалуй, самая трудная и ответственная.

Необходимо четко сформулировать цель исследования, построить логическую модель изучаемого явления и правильно выбрать стратегию, которая определяет методы и приемы исследования.

Следующий этап планирования — изучение литературы по избранной проблеме и выдвижение рабочей гипотезы или ряда конкурирующих гипотез. Рабочая гипотеза служит отправным пунктом для составления схемы или ряда схем будущих опытов и разработки программы исследования. В программе указывают схемы опытов, основные элементы методики и техники эксперимента, наблюдения и учеты.

Сложным и ответственным этапом планирования является разработка схемы и методики опыта, выбор полевых и лабораторных наблюдений (анализов) и учетов для оценки и объяснения действия изучаемых факторов. Надежность результатов эксперимента и соответствие их поставленной задаче зависят

от правильного решения основного вопроса планирования — разработки рациональной схемы полевого опыта.

Однофакторные опыты. При планировании схем однофакторных экспериментов, которые каждый год закладывают на новых земельных участках, следует иметь в виду два основных момента. Во-первых, варианты в однофакторном опыте могут различаться качественно: опыты по изучению и сравнительной оценке сортов и культур, способов посева и обработки почвы, предшественников, разных форм удобрений, пестицидов и т. п. Во-вторых, варианты в опыте могут иметь количественные градации изучаемых факторов: опыты с дозами удобрений, нормами полива, глубиной обработки почвы, нормами посева семян и т. п.

Сравнительно просто решается вопрос о схемах однофакторных опытов, в которых варианты различаются качественно. Например, если экспериментатор планирует изучить пять сортов озимой пшеницы или пять способов обработки почвы, схема опыта будет включать пять вариантов *A, B, C, D, E*. В общем виде схему однофакторных опытов с качественными градациями можно записать так: *A, B, C, ..., Z*.

При разработке схем однофакторных опытов, в которых варианты различаются качественно, важно выдержать принцип единственного различия, правильно выбрать контрольный вариант (стандарт) и определить сопутствующие, не изучаемые в опыте оптимальные агротехнические условия эксперимента (фон).

Для схем однофакторных полевых опытов с количественными градациями, кроме перечисленных выше требований, необходимо правильно установить единицу варьирования для доз изучаемого фактора и число градаций (доз). Важно так составить схему опыта, чтобы на основании экспериментальных точек — эффектов вариантов можно было построить кривую отзывчивости (отклика), которая будет характеризовать зависимость урожая от изменения изучаемых градаций фактора. Обычно связь между урожаем и возрастающими дозами одного фактора нелинейна. Поэтому желательно иметь достаточное число доз в широком диапазоне. Необходимо стремиться установить или равные интервалы между градациями фактора, или, если это можно предугадать, назначить больше градаций в местах перегибов кривой отзывчивости.

Обычно достаточно иметь 5—8 уровней (доз, градаций) изучаемого фактора. При этом важно так установить основной уровень, т. е. ту центральную точку на кривой отзывчивости, чтобы по мере движения к крайним (экстремальным) значениям эксперимент охватывал бы лимитирующую, стационарную и ингибирующую область этой кривой (рис. 23).

Таким образом успешное решение поставленной перед экспериментатором задачи зависит от удачного выбора основного уровня (центра эксперимента) и единицы (шага) варьирования

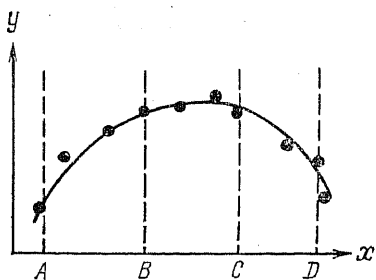


Рис. 23. Типичная форма кривой однофакторной зависимости, AB — лимитирующая область; BC — стационарная область; CD — ингибирующая область.

изучаемого фактора. Если неправильно установлен центр эксперимента и приняты незначительные различия в дозах (градациях), то экспериментальные точки могут охватывать только лимитирующую или стационарную область, и, следовательно, на основании этой информации нельзя установить оптимальный уровень для изучаемого в опыте фактора. Другая опасность возникает в том случае, когда шаг варьирования выбран слишком большим и можно «проскочить» точку максимума. Точные рекомендации

по выбору величины шага дать невозможно, и многое здесь зависит от квалификации и интуиции экспериментатора.

Если предварительные сведения об изучаемом явлении отсутствуют, выбор основного уровня, центра эксперимента приходится делать более или менее случайным образом, руководствуясь общими представлениями о процессе. При выборе шага варьирования необходимо так установить градации факторов, чтобы в лимитирующей области вызванное этим варьированием изменение резульативного признака, например урожая, превышало наименьшую существенную разность ($НСР_{05}$).

В общем виде схему однофакторного опыта по изучению градаций (доз) фактора A можно представить так: $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$. Здесь индексами $0, 1, 2, \dots, n$ обозначены градации фактора A в условных единицах, где 0 — низшая, нулевая градация. Например, при изучении отзывчивости озимой пшеницы Мионовская 808 на пять уровней питания (0 — без удобрений, 1 — $N_{60}P_{60}K_{60}$, 2 — $N_{120}P_{120}K_{120}$, 3 — $N_{180}P_{180}K_{180}$, 4 — $N_{240}P_{240}K_{240}$) в общем виде схема опыта будет такой: a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 . Конкретная схема:

1. Мионовская 808 без удобрений (контроль, a_0).
2. То же + $N_{60}P_{60}K_{60}$ (a_1).
3. » + $N_{120}P_{120}K_{120}$ (a_2).
4. » + $N_{180}P_{180}K_{180}$ (a_3).
5. » + $N_{240}P_{240}K_{240}$ (a_4).

Подчеркнем принципиальное различие между однофакторными опытами с качественными (дискретными, прерывистыми) и количественными (непрерывными) факторами, имеющее отношение к планированию повторности. В первом случае важно точнее определить прибавку урожая в сравнении с контролем (стандартом), т. е. эффект варианта, и для этого необходима достаточная обычно 4—6-кратная повторность. Во втором слу-

чае важно определить форму кривой отзывчивости, для этого надо иметь достаточное число градаций (доз) фактора в широком диапазоне и, следовательно, выгоднее иметь больше вариантов, не повышая повторность сверх 3—4-кратной.

Многофакторные опыты. Принципиальная особенность многофакторного опыта — возможность установить действие изучаемых факторов, характер и величину их взаимодействия при совместном применении.

Чтобы на основе данных многофакторного эксперимента можно было вычислить эффекты действия и взаимодействия факторов при планировании его схемы, необходимо выдержать принцип факториальности. Суть принципа факториальности заключается в том, что схема должна предусматривать испытание всех возможных сочетаний намеченных к изучению факторов и их градаций (доз).

В факториальных опытах может изучаться действие и взаимодействие как количественных, так и качественных факторов и их градаций. Для количественных факторов нулевая градация (0) означает отсутствие изучаемого фактора, например без удобрений, без полива и т. п. или его какой-то низший уровень, например минимальная норма посева, глубина обработки и т. п. Для качественных факторов нулевая градация означает контрольный вариант — стандартная система обработки, стандартный сорт и т. д.

В качестве примера наиболее простой факториальной схемы может служить опыт с изучением двух факторов *A* и *B*, каждый из которых испытывается в двух градациях 0 и 1. Такой факториальный опыт обозначается 2×2 . Количество вариантов в схеме этого опыта определяется произведением $2 \times 2 = 4$, где число сомножителей — это число изучаемых факторов, а каждый из сомножителей указывает на число градаций данного фактора. Например, при изучении двух видов удобрений (азотных и фосфорных) в двух градациях (дозы 0 и 1) схема факториального опыта будет следующей: 0, N, P, NP. Этот опыт позволяет определить эффекты N, P и NP и взаимодействие NP.

Если в схему опыта мы включим третий фактор, допустим калий, и также в двух градациях, то получим факториальную схему $2 \times 2 \times 2$. В этом опыте будет уже восемь вариантов ($2 \times 2 \times 2 = 8$): 0, N, P, K, NP, NK, PK, NPK. Это широко известная восьмерная схема для изучения удобрений является полной (факториальной), так как в ней есть все возможные сочетания из трех видов удобрений N, P и K. Она позволяет определить эффект N, P и K в отдельности, их парные взаимодействия NP, NK, PK и тройное взаимодействие NPK.

Полная многофакторная схема дает возможность получить из эксперимента максимум информации. Поэтому там, где нет особых препятствий к проведению опыта по факториальной схеме, ей нужно отдать предпочтение. Стремление сократить

5. Планы полных факториальных экспериментов 3×3 и $3 \times 3 \times 3$
в кодированных переменных

| Номер варианта | Факторы и обозначения вариантов | | | | |
|-------------------|---------------------------------|---|--------------------------------|---|---|
| | A | B | варианты плана 3×3 | C | варианты плана $3 \times 3 \times 3$ |
| 1 | 0 | 0 | a_0b_0 | 0 | $a_0b_0c_0$ |
| 2 | 1 | 0 | a_1b_0 | 0 | $a_1b_0c_0$ |
| 3 | 2 | 0 | a_2b_0 | 0 | $a_2b_0c_0$ |
| 4 | 0 | 1 | a_0b_1 | 0 | $a_0b_1c_0$ |
| 5 | 1 | 1 | a_1b_1 | 0 | $a_1b_1c_0$ |
| 6 | 2 | 1 | a_2b_1 | 0 | $a_2b_1c_0$ |
| 7 | 0 | 2 | a_0b_2 | 0 | $a_0b_2c_0$ |
| 8 | 1 | 2 | a_1b_2 | 0 | $a_1b_2c_0$ |
| 9 | 2 | 2 | a_2b_2 | 0 | $a_2b_2c_0$ |
| 10 | 0 | 0 | | 1 | $a_0b_0c_1$ |
| 11 | 1 | 0 | | 1 | $a_1b_0c_1$ |
| 12 | 2 | 0 | | 1 | $a_2b_0c_1$ |
| 13 | 0 | 1 | | 1 | $a_0b_1c_1$ |
| 14 | 1 | 1 | | 1 | $a_1b_1c_1$ |
| 15 | 2 | 1 | | 1 | $a_2b_1c_1$ |
| 16 | 0 | 2 | | 1 | $a_0b_2c_1$ |
| 17 | 1 | 2 | | 1 | $a_1b_2c_1$ |
| 18 | 2 | 2 | | 1 | $a_2b_2c_1$ |
| 19 | 0 | 0 | | 2 | $a_0b_0c_2$ |
| 20 | 1 | 0 | | 2 | $a_1b_0c_2$ |
| 21 | 2 | 0 | | 2 | $a_2b_0c_2$ |
| 22 | 0 | 1 | | 2 | $a_0b_1c_2$ |
| 23 | 1 | 1 | | 2 | $a_1b_1c_2$ |
| 24 | 2 | 1 | | 2 | $a_2b_1c_2$ |
| 25 | 0 | 2 | | 2 | $a_0b_2c_2$ |
| 26 | 1 | 2 | | 2 | $a_1b_2c_2$ |
| 27 | 2 | 2 | | 2 | $a_2b_2c_2$ |

схему путем исключения практически неинтересных вариантов ведет к потере значительной части информации, не позволяет установить взаимодействие факторов, сводит эксперимент к простому однофакторному опыту.

Применение полных факториальных схем особенно полезно и незаменимо при выяснении парных взаимодействий различных факторов, например удобрений и орошения, обработки почвы и известкования и т. п. Совершенно очевидно, какое огромное значение имеют исследования, направленные на разработку такого сочетания приемов, которое может способствовать положительному взаимодействию факторов. Чаще всего оно проявляется при сочетании разноименных факторов, и, наоборот, сочетание факторов, действующих в одном направлении, часто ведет к отрицательному результату, который указывает на практическую целесообразность раздельного применения этих факторов воздействия. Все это свидетельствует о том, что при планировании многофакторных опытов в комплекс надо включить разноименные факторы.

6. План полного факториального эксперимента 3×4
в кодированных переменных

| Номер варианта | Факторы | | Обозначения вариантов (строк) |
|----------------|---------|---|-------------------------------|
| | A | B | |
| 1 | 0 | 0 | a_0b_0 |
| 2 | 1 | 0 | a_1b_0 |
| 3 | 2 | 0 | a_2b_0 |
| 4 | 0 | 1 | a_0b_1 |
| 5 | 1 | 1 | a_1b_1 |
| 6 | 2 | 1 | a_2b_1 |
| 7 | 0 | 2 | a_0b_2 |
| 8 | 1 | 2 | a_1b_2 |
| 9 | 2 | 2 | a_2b_2 |
| 10 | 0 | 3 | a_0b_3 |
| 11 | 1 | 3 | a_1b_3 |
| 12 | 2 | 3 | a_2b_3 |

Планирование полных факториальных схем облегчается использованием специальной символики (кодирования) вариантов. Изучаемые факторы обычно обозначают заглавными латинскими буквами *A, B, C, D* и т. д., а их градации — цифрами 0, 1, 2, 3 и т. д. Кодирование позволяет все разнообразие схем многофакторных опытов свести к ряду стандартных таблиц, получивших название матриц планирования. Число столбцов в таблице соответствует числу факторов, а число строк — числу вариантов.

Матрица планирования для 2—3-факторных экспериментов, в которых каждый фактор имеет три градации (0, 1, 2), т. е. схемы полных факториальных опытов 3×3 и $3 \times 3 \times 3$ представлены в таблице 5.

В правой колонке таблицы 5 для плана 3×3 и плана $3 \times 3 \times 3$ каждый вариант обозначен комбинацией строчных латинских букв, соответствующих тем факторам, которые находятся в этой строчке.

По такому же принципу строят планы других полных факториальных опытов и, в частности, тех из них, в которых планируется изучить разное число градаций каждого фактора. Пример такого плана для опыта, в котором фактор *A* имеет три, а фактор *B* — четыре градации ($3 \times 4 = 12$ вариантов), показан в таблице 6.

Если в плане определен порядок факторов, например *A, B, C, D* и т. д., то варианты опыта в кодированных переменных часто обозначают только цифрами, которые указывают на дозы в условных единицах 0, 1, 2 и т. д. Например, вариант, где факторы *A* и *B* находятся на нулевом уровне a_0b_0 , записывается двузначным числом 00, вариант $a_1b_2 = 12$, вариант $a_0b_2c_1$ — трехзначным числом — 021, вариант $a_3b_0c_2 = 302$ и т. д.

Примером конкретного факториального плана 3×4 может служить схема опыта с картофелем, в котором три системы основной обработки почвы (0, 1, 2 — качественный фактор *A*)

испытываются на четырех уровнях питания (0, 1, 2, 3 — количественный фактор B):

1. Вспашка без удобрений ($a_0\theta_0$)
2. То же + навоз 20 т + $N_{60}P_{60}K_{60}$ ($a_0\theta_1$)
3. » + » 20 » + $N_{120}P_{120}K_{120}$ ($a_0\theta_2$)
4. » + » 20 » + $N_{180}P_{180}K_{180}$ ($a_0\theta_3$)
5. Плоскорезная обработка без удобрений ($a_1\theta_0$)
6. То же + навоз 20 т + $N_{60}P_{60}K_{60}$ ($a_1\theta_1$)
7. » + » 20 » + $N_{120}P_{120}K_{120}$ ($a_1\theta_2$)
8. » + » 20 » + $N_{180}P_{180}K_{180}$ ($a_1\theta_3$)
9. Фрезерная обработка без удобрений ($a_2\theta_0$)
10. То же + навоз 20 т + $N_{60}P_{60}K_{60}$ ($a_2\theta_1$)
11. » + » 20 » + $N_{120}P_{120}K_{120}$ ($a_2\theta_2$)
12. » + » 20 » + $N_{180}P_{180}K_{180}$ ($a_2\theta_3$)

Решающее значение для успеха многофакторного эксперимента имеет удачный выбор основного уровня (центра эксперимента) и единиц (шага) варьирования изучаемых факторов. Целесообразно так установить шаг варьирования, чтобы нижний и верхний уровни варьирования находились в активных областях (лимитирующей и ингибирующей) на кривой зависимости результативного признака от величины отдельного фактора.

Схема полного факториального эксперимента обладает рядом важных преимуществ перед однофакторным, среди которых отметим следующие.

1. Опытные данные показывают влияние каждого фактора в различных условиях, создаваемых изменением других факторов.

2. Испытание различных сочетаний факторов позволяет получить более надежные основания для практических рекомендаций, остающихся пригодными и при изменяющихся условиях.

3. При независимом действии факторов один многофакторный опыт дает столько же информации о каждом из них, как если бы весь эксперимент был посвящен исследованию только одного фактора. Если же факторы взаимодействуют, то мы получаем большую дополнительную информацию о величине и характере их взаимодействия.

Существенный недостаток полных факториальных схем при изучении трех и более факторов в четырех-пяти и более градациях — их многовариантность и связанные с этим затруднения практического осуществления опыта. В трехфакторных опытах, например, увеличение числа градаций каждого фактора с 2 до 5 увеличивает число вариантов с 8 до $125 (2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ и } 5 \times 5 \times 5 = 125)$. Закладка опыта с большим числом вариантов требует выделения крупного земельного участка, что существенно увеличивает ошибку и усложняет техническое проведение эксперимента.

Вместе с тем, чтобы получить надежные для производственного использования математические модели урожая, число точек (доз), необходимых для построения кривых действия изу-

7. Схема (алгоритм) вычисления эффектов в опытах 2×2 и $2 \times 2 \times 2$

| Эффект | Варианты | | | | | | | |
|------------|----------|----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|------------|
| | 0 | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>ab</i> | <i>c</i> | <i>ac</i> | <i>b</i> | <i>abc</i> |
| Итого | + | + | + | + | + | + | + | + |
| <i>A</i> | - | + | - | + | - | + | - | + |
| <i>B</i> | - | - | + | + | - | - | + | + |
| <i>AB</i> | + | - | - | + | - | - | + | + |
| <i>C</i> | - | - | - | - | + | + | + | + |
| <i>AC</i> | + | - | + | - | - | + | - | + |
| <i>BC</i> | + | + | - | - | - | - | + | + |
| <i>ABC</i> | - | + | + | - | + | - | - | + |

чаемых в многофакторном опыте факторов, должно быть не менее пяти.

Исследования, выполненные ВИАУ (В. Н. Перегудов, Т. И. Иванова и др., 1976), показали, что противоречия между многовариантностью и требованием иметь компактные территориальные размеры опыта можно разрешить двумя путями. Во-первых, переходом к конструированию неполных факториальных схем, которые представляют собой специальные выборки из полных. Эти схемы должны равномерно охватывать всю область взятых для изучения градаций факторов, но содержать значительно меньше вариантов. И, во-вторых, путем использования для постановки метода смешивания, предложенного Р. А. Фишером (Англия), суть которого — блокировка вариантов в компактные сравнимые группы (блоки) внутри каждого повторения. При блокировке экспериментатор намеренно жертвует взаимодействиями высшего порядка, например тройным взаимодействием *ABC*, которое в условиях полевых опытов, как правило, несущественно и не представляет интереса, смешивает их с междублоковыми различиями, чтобы более точно сравнить варианты внутри блока.

Для иллюстрации метода смешивания рассмотрим простой пример. В опыте $2 \times 2 \times 2$ решено пожертвовать тройным взаимодействием и сгруппировать 8 вариантов опыта в два блока по 4 варианта так, чтобы разность в урожаях между вариантами этих двух блоков и составляла эффект взаимодействия *ABC*. Чтобы правильно сгруппировать варианты, воспользуемся схемой — алгоритмом Ф. Йейтса для вычисления эффектов факторов и взаимодействий (табл. 7).

В строке «Итого» записывают урожай, полученные на соответствующих вариантах опыта. Эффекты *A*, *B*, *C* и взаимодействия *AB*, *AC*, *BC* и *ABC* находят вычитанием из суммы урожая вариантов, обозначенных +, суммы других обозначенных —.

Для двухфакторного опыта 2×2 используют первые четыре колонки и строчки, а трехфакторного $2 \times 2 \times 2$ — всю схему. Чтобы получить средние из частных эффектов, которые назы-

вают «главными эффектами», и средние эффекты для взаимодействия, необходимо полученные разности урожаев в двухфакторном опыте разделить на 2 (среднее из двух), в трехфакторном — на 4 (среднее из четырех), в четырехфакторном — на 8 и т. д.

Согласно алгоритму, интересующее нас взаимодействие ABC вычисляем по формуле (нижняя строчка табл. 7):

$$|ABC| = 1/4 (a + b + c + abc) - (0 + ab + ac + bc).$$

Разность между суммами урожаев левой и правой частей формулы и есть тройное взаимодействие, которое жертвуется, и оно «смешивается» (отождествляется) с блоковыми различиями, если варианты a, b, c, abc расположить территориально в одном блоке, а варианты $0, ab, ac, bc$ — в другом.

Блоки внутри повторений и варианты по делянкам каждого блока размещают рендомизированно. При четырехкратной повторности расположение опыта $2 \times 2 \times 2$, в котором смешано тройное взаимодействие ABC , представлено на рисунке 24. Схема $2 \times 2 \times 2$ содержит всего 8 вариантов, и блокировка их не является обязательной для уточнения опыта. Она приведена для иллюстрации принципа, который широко используется при закладке многовариантных факториальных опытов с удобрениями. Блокировка становится необходимой, когда схема включает более 16—20 вариантов и территориальные размеры повторения становятся большими, что резко увеличивает ошибку опыта.

Подробно планирование многовариантных факториальных схем, методика блокировки вариантов и математический анализ многофакторных опытов изложены в специальных руководствах*.

Многолетние стационарные опыты. Принципиально новым моментом планирования в этих опытах является время как экспериментальный фактор, позволяющий изучать долгосрочную тенденцию действия опытных вариантов. Особенно широко многолетние опыты используются в исследованиях по сравнительной оценке севооборотов, систем обработки и удобрения, в экспериментах с плодовыми и другими растениями.

Многолетние опыты планируются в два этапа: на первом этапе разрабатывают основную схему, на втором — методику развертывания эксперимента во времени и на территории.

Первый этап планирования многолетнего эксперимента не отличается от планирования схем краткосрочных опытов. Схема долгосрочного стационара может быть однофакторной или

* «Проведение многофакторных опытов с удобрениями и математический анализ их результатов». Под редакцией В. Н. Перегудова. М., тип. ВАСХНИЛ, 1976.

многофакторной с качественными или количественными градациями факторов. Минимальная продолжительность опыта — ротация севооборота.

Наиболее сложно решить вопрос о методике развертывания многолетнего опыта во времени и на территории. Предположим, что *A, B, C, D, E* — пять вариантов, например пять севооборотов, пять систем удобрения или пять систем обработки почвы в шестипольном севообороте. Возникает вопрос: как развернуть опыт — на всех полях севооборота или на части из них? В опытной сети получили распространение следующие системы развертывания многолетних опытов на территории и во времени.

1. Опыт развертывается сразу на всех полях севооборота, что дает значительный выигрыш во времени и ежегодно обеспечивает получение информации по каждой культуре севооборота. Однако в первые годы не все культуры размещают по тем предшественникам, которые предусмотрены по севообороту, а некоторые из них (клевер, люцерна) нельзя ввести в первые годы исследования. Поэтому для ряда полей первые 1—2 года — это предварительный условный период опыта. Метод развертывания опыта сразу на всех полях целесообразен при работе с небольшим числом изучаемых вариантов в севооборотах с короткой ротацией. При работе в 6—12-польных севооборотах этот метод часто вызывает организационно-методические затруднения, ведет к постановке громоздких опытов и получению ненадежной информации из-за сильного варьирования плодородия почвы на больших земельных участках и систематического нарушения принципа единственного различия.

2. Опыт развертывается сразу, но только на нескольких, обычно двух—четырёх полях, но нередко и на одном поле многопольного севооборота. Чем меньше берется полей, тем компактнее размещается опыт, но изучаемые культуры не охватывают разные метеорологические условия всей ротации севооборота. Возникают опасения, что информация будет сильно искажена, особенно при работе на одном—двух полях, когда за ротацию будут получены лишь одно-двухлетние наблюдения.

По данным методических разработок (И. Г. Пыхтин, Г. А. Чуян, 1977 г.), эти опасения преувеличены. Нет существенных различий в информации по продуктивности севооборота, полностью развернутого на всех восьми или только на двух-трех полях. Даже при закладке стационара с удобрениями од-

| | 1 | 2 | 3 | 4 | | | | | |
|-----|----|-----|-----|----|----|-----|-----|----|----|
| I | c | abc | bc | ac | a | ab | a | b | II |
| | a | b | a | ab | bc | ac | abc | c | |
| III | ac | a | abc | a | b | a | bc | ac | IV |
| | ab | bc | c | b | c | abc | ab | a | |
| | 5 | 6 | 7 | 8 | | | | | |

Рис. 24. Схема размещения трехфакторного опыта (2×2×2) методом смешивания в 8 блоках четырех повторений (смешано взаимодействие с ABC).

ним полем в 75% случаев получены несущественные различия с данными по восьми полям.

3. Опыт развертывается постепенно при ежегодном введении в эксперимент одного поля. Постепенное развертывание и усложнение схемы позволяют правильно размещать культуры по предшественникам, но затягивают полную закладку опыта на ротацию севооборота. Метод целесообразно использовать, если планируется стационар, развернутый на двух—четырёх полях. При закладке опыта на всех полях севооборота с 6—8-летней ротацией следует запланировать ежегодное введение в эксперимент не одного, а двух—четырёх полей и заложить опыт в 2—3 года.

Планирование методики опыта. Особое внимание при планировании следует обратить на правильное сочетание основных элементов методики и в зависимости от целей исследования, схемы опыта, земельного участка и технических возможностей установить наиболее рациональное направление, форму и площадь делянки, повторность, систему расположения повторений, делянок и вариантов. Планируя полевой опыт, нужно помнить, что урожай должен быть учтен в короткие сроки сплошным методом.

Важно правильно ориентировать делянки на территории опытного участка. Общее требование к их ориентации следующее: *делянки необходимо расположить длинной стороной в том направлении, в каком сильнее всего изменяются не изучаемые в опыте условия жизни растений, например плодородие почвы земельного участка, господствующие ветры, действие лесополосы, изгороди и т. п.* Это общее требование следует соблюдать всегда, кроме специальных опытов по изучению эрозии почвы и влияния склонов разной крутизны.

Все многообразие действия не изучаемых в опыте факторов на результативный признак можно свести к следующим четырем наиболее типичным случаям (рис. 25).

1. На земельном участке нет четко выраженных условий, которые могут оказывать одностороннее влияние на результативный признак, и делянки могут быть ориентированы на территории в направлении, наиболее приемлемом по организационным соображениям (рис. 25, а).

2. Неизучаемые условия возделывания на опытном участке четко изменяются в одном направлении (вдоль одного вектора: вдоль склона, в направлении к лесополосе, реке и т. п.). Ориентация делянок должна быть в том же направлении, в каком изменяются неизучаемые условия (рис. 25, в и с).

3. Неизучаемые условия возделывания варьируют в двух взаимно перпендикулярных направлениях (двухсторонний склон, склон и лесополоса, лесополоса и изгородь и т. п.). Ориентация делянок должна учитывать оба воздействия, и в результате наложения делянок, ориентированных в двух направлениях, получается схема, известная под названием латин-

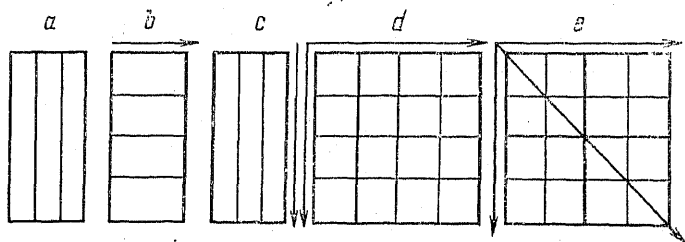


Рис. 25. Ориентация делянок в зависимости от характера варьирования не изучаемых в опыте условий (стрелками-векторами указаны направления наибольшей изменчивости внешних факторов).

ский квадрат. В каждом ряду и столбце должны быть представлены все варианты опыта, и, следовательно, двухстороннее воздействие неизучаемых факторов при таком расположении будет сбалансировано (рис. 25, *d*).

4. Неизучаемые условия изменяются в трех направлениях (рис. 25, *e*), в таких случаях необходимо использовать наиболее сложную схему размещения делянок и вариантов, которая позволяет учесть и в значительной степени сбалансировать действие сильной неоднородности условий возделывания на результативный признак. На рисунке 25, *e* представлен один из возможных вариантов: изучаемые факторы размещаются по рядам, столбцам и четырем блокам, расположенным по диагоналям. Каждый ряд, столбец и блок имеет полный набор изучаемых факторов, что позволяет методом дисперсионного анализа вычленивать варьирование рядов, столбцов и блоков и, следовательно, сэлиминировать влияние трех векторов на результативный признак.

Необходимая повторность будущего опыта при установленной площади и форме делянки определяется в основном характером территориальной изменчивости земельного участка и заданной величиной ошибки опыта. Пестроту почвенных условий устанавливают по данным дробного учета или глазомерной оценки уравнительного посева. Если таких данных нет, используют результаты предшествующей работы в аналогичных условиях. Значение ошибки устанавливает исследователь; величина этого показателя зависит от масштаба тех различий, которые предполагается получить между вариантами. Чем больше предполагаемый эффект от изучаемых приемов, тем больше может быть и ошибка, и, наоборот, для доказательства незначительных различий между вариантами необходимо иметь опыт с меньшей ошибкой.

В полевом эксперименте наименьшая существенная разность примерно равна утроенной ошибке среднего ($НСР_{05} \approx 3s_{\bar{x}}$), и, следовательно, ошибка опыта должна быть втрое меньше предполагаемых минимальных эффектов вариантов. Если, например,

экспериментатор предполагает, что изучаемые в опыте мероприятия увеличат урожай (или другой результивный признак) в сравнении со стандартом не менее чем на 6 ц на 1 га, то достаточно иметь опыт с ошибкой 2 ц на 1 га ($6:3=2$), а если минимальный эффект принят в 4 ц на 1 га, то $s_{\bar{x}}=1,3$ ц на 1 га ($4:3=1,3$), чтобы доказать эффекты порядка 1—1,5 ц на 1 га, ошибка опыта должна быть около 0,3—0,5 ц на 1 га.

При планировании опыта у исследователя обычно уже имеются данные прежних экспериментов, проведенных в сходных условиях и на делянках близкого размера. Статистическая обработка этих данных позволяет определить ошибку опыта без повторности (s — стандартное отклонение), необходимую для расчета повторности планируемого эксперимента.

Например, для $s_{\bar{x}}=1$ ц на 1 га при величине $s=2,2$ ц на 1 га, полученной в опыте, проведенном в сходных условиях, необходимо:

$$n = \left(\frac{s}{s_{\bar{x}}} \right)^2 = \left(\frac{2,2}{1} \right)^2 = 4,84 = 5 \text{ повторностей.}$$

Большую часть простых однофакторных и маловариантных многофакторных опытов проводят при 4—6-кратной повторности; 6—8 повторностей применяют в опытах, которые закладывают на небольших делянках (2—10 м²) и недостаточно выравненных земельных участках; повторность свыше 8-кратной используют в отдельных случаях, например на первых этапах селекции при оценке гибридов овощных и других культур, когда каждое растение занимает отдельную делянку.

Многовариантные факториальные опыты, спланированные на основе теории смешивания, проводят в 2—3-кратной повторности с группировкой вариантов в блоки.

Следует подчеркнуть большое значение изучения предшествующих экспериментов для выбора оптимального плана будущего опыта. Оно позволяет предсказать последствия использования различных структур полевого опыта, дает возможность улучшить будущие эксперименты.

В заключение отметим, что повторность и размер делянок в полевом опыте должны быть согласованы так, чтобы обеспечить оптимальные агротехнические условия и низкую ошибку эксперимента. Для земельного участка определенной площади характерна довольно устойчивая закономерность: ошибка заложенного здесь опыта будет тем меньше, чем больше повторность и, следовательно, меньше площадь делянки. Увеличение делянки при неизменной площади под опытом ведет к уменьшению повторности и увеличению ошибки эксперимента.

§ 2. ПЛАНИРОВАНИЕ НАБЛЮДЕНИЙ И УЧЕТОВ

Полевые опыты сопровождаются однократными и периодическими количественными и качественными наблюдениями за растениями, за факторами жизни и условиями внешней среды.

В зависимости от задач исследования могут преобладать полевые или лабораторные наблюдения (анализы) или за растениями, или за факторами и условиями их развития. Чтобы получить надежные данные в этих исследованиях при разработке программы полевых и лабораторных наблюдений, экспериментатор должен решить следующие вопросы: 1) какие наблюдения, анализы и учеты включить в программу; 2) в какие сроки проводить наблюдения и учеты; 3) определить оптимальный объем выборки (проб) и 4) обеспечить представительность отбираемых выборок.

Наиболее распространенной ошибкой начинающих экспериментаторов является включение в программу исследования случайного набора наблюдений и учетов без заранее намеченных целей и технических возможностей в надежде, что они для чего-нибудь пригодятся. Наблюдать можно бесчисленное число объектов и явлений, и поэтому необходимо ограничить их лишь тем, что особенно нужно для понимания действия изучаемого фактора, тем что вытекает из задач и схемы опыта, является ее органической частью. Целенаправленность — важнейшее требование к любому наблюдению, сопутствующему полевому опыту. Небольшое число продуманных и целеустремленных наблюдений гораздо ценнее, чем груды случайно выбранных шаблонных описаний фаз развития, измерений высоты и подсчетов густоты, очень трудоемких, часто не согласованных с общей целью опыта и впоследствии обычно редко используемых. Опыт должен сопровождаться не стандартным набором наблюдений, а теми наблюдениями, без которых нельзя понять изучаемое явление и объяснить получение тех или иных прибавок урожая или характер изменения его качества.

Сроки и периодичность проведения наблюдений и учетов определяются целью исследования и техническими возможностями. Для общей характеристики агрофизических свойств почвы исследования лучше проводить в период роста культурных растений, тогда как, например, для учета засоренности почвы семенами сорных растений, учета общего количества растительных остатков и агрохимической характеристики почвы целесообразнее пробы почвы брать весной (до посева) и осенью (после уборки урожая).

При исследовании динамики какого-либо процесса целесообразнее установить календарные сроки для взятия образцов, наблюдений и учетов, отделенных друг от друга равными промежутками времени, не приурочивая их строго к фазам развития растений. Имея динамику процесса через равные промежутки времени, легко установить его напряженность для любого момента.

Чтобы полнее выяснить динамику изучаемого процесса, необходимо вести наблюдения с возможно малыми промежутками времени. Наиболее ответственные наблюдения проводят с интервалами в 1—2 недели. Если есть основания считать процес-

ходящие во времени изменения незначительными, то можно увеличить интервалы до 3—4 недель, но с таким расчетом, чтобы за весь период исследования иметь 4—5 дат. Во всех случаях желательно получить такой ряд значений, который позволил бы построить эмпирическую функцию (кривую) изучаемого процесса во времени.

Оптимальный объем выборки (пробы) при планировании наблюдений и учетов определить более сложно. С точки зрения статистики наблюдения, которые проводят в полевых экспериментах, относятся преимущественно к двухстадийным и трехстадийным выборкам.

Полевой опыт — особая форма выборки, в которой элементарной единицей первого порядка служит делянка. Для каждого варианта опыта число делянок, т. е. наблюдений первого порядка n_1 , всегда ограничено числом повторений.

При сплошном поделяночном учете какого-нибудь показателя, например урожая, такой учет имеет ошибку, которая характеризуется стандартным отклонением s_1 (ошибка делянки), а ошибка средней определяется в этом случае по формуле:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}}.$$

Для заложенного полевого опыта единственный способ снижения ошибки среднего при сплошном поделяночном учете — увеличение числа параллельных делянок, подлежащих учету. Дробный учет внутри делянки не создает повторности, не увеличивает значения n_1 и, следовательно, не может повысить точность наблюдения.

Если на делянках выделяют площадки для полевых наблюдений или учетов, отбирают пробы растений или почвы, то это уже двухстадийная выборка, в которой площадки (пробы) будут относиться к единицам второго порядка n_2 с соответствующей им ошибкой отбора проб s_2^2 . Формула расчета ошибки среднего приобретает вид:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_1 n_2}}.$$

Когда от единиц наблюдений второго порядка, например растительных или почвенных проб, отбирают n_3 навесок для анализов, то это уже будут единицы наблюдения третьего порядка с ошибкой анализа s_3^2 . Ошибку средней в трехстадийной выборке определяют по формуле:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_1 n_2} + \frac{s_3^2}{n_1 n_2 n_3}}.$$

Исследования кафедры земледелия и методики опытного дела ТСХА показали, что ошибки параллельных анализов s_3^2 обычно малы по сравнению с ошибками делянки s_1^2 и ошибками отбора проб s_2^2 . Поэтому точность наблюдений в трехста-

дийных выборках можно заметно повысить путем увеличения числа параллельных делянок, взятых для учета, и числа проб с делянки, если, конечно, в аналитической работе не допускаются грубые промахи. Другими словами, план выборочного наблюдения должен предусматривать снижение ошибки среднего в первую очередь за счет увеличения числа единиц наблюдений первого порядка n_1 , затем второго n_2 и, наконец третьего порядка n_3 .

Если определение тех или иных показателей в полевом опыте является важной задачей и необходима статистическая оценка полученных данных, то рационально планировать отбор проб на всех или минимум на двух-трех повторениях. Образцы с параллельных делянок следует анализировать отдельно. Если же исследование проводят только для общей характеристики опытного участка и статистическая обработка данных не требуется, можно объединить все образцы с параллельных делянок в один смешанный образец и отбирать пробы с одного-двух повторений.

В опытах, спланированных по полным факториальным схемам с достаточно большим числом градаций изучаемых факторов, статистический анализ данных наблюдений (анализов) может быть проведен и в том случае если пробы отбирают на всех вариантах только одного повторения.

При установлении числа учетных площадок и проб с делянки следует учитывать не только величину обследуемой площади, но и степень изменчивости признака. Во всех случаях число учетных единиц — растений, проб почвы, замеров глубины обработки почвы, площадок для подсчета культурных и сорных растений и т. д. — должно быть достаточным, чтобы охватить всю внутريدеляночную вариабельность. Трудно рассчитывать на репрезентативность отбора проб с делянки, если число их сводится к минимуму. Большой внутريدеляночной вариабельностью характеризуется засоренность посевов и почвы, влажность и объемная масса почвы, содержание гумуса, подвижных форм азота, фосфора и калия. Вот почему ошибки, связанные с отбором почвенных и растительных проб, часто достигают 80—90% по отношению к суммарной ошибке определения, принятой за 100%.

Все еще распространено необоснованное убеждение, что достаточно иметь несколько хорошо сходимых параллельных анализов, чтобы считать данные достаточно надежными. Между тем сходимость параллельных характеризует лишь так называемую внутрिलाбораторную ошибку (ошибку метода), а не ошибку выборки, величина которой определяется в основном количеством и качеством отбора проб в выборку, т. е. ее репрезентативностью.

Чтобы правильно ответить на вопрос об оптимальном числе проб, достаточном для характеристики делянки полевого опыта, необходимо иметь сведения о степени варьирования основ-

ных объектов наблюдения в местных условиях. В качестве ориентировки, опираясь на материалы кафедры земледелия и методики опытного дела ТСХА, можно указать, что с разных мест делянки площадью 100—200 м² необходимо отбирать 8—12 проб (площадок). В опытах с площадью делянок меньше 100 м² число проб можно сократить до 6—8, а если площадь делянок больше 200 м², число проб следует увеличить до 15—20.

Чтобы обеспечить представительность отбираемой выборки, необходимо тщательно продумать такие приемы отбора проб, которые устраняли бы возможность появления систематических ошибок. Ошибки смещения, довольно характерные для многих агрономических исследований, устраняются, если наблюдатель обеспечивает равную вероятность для всех объектов попасть в выборку, а не подбирает «типичные», по его представлениям, пробы. Достигается представительность выборки независимым от наблюдателя рендомизированным, случайным отбором единиц наблюдений в выборку.

Согласно современной теории выборочного метода, рендомизированный отбор устраняет смещенные оценки, значительно улучшает качество информации, позволяет экспериментатору использовать статистические методы обработки данных. Такие термины, как «типичный образец», «типичное растение», «типичный по засоренности участок», — примеры непредставительности, так как выбор «типичного» всегда субъективен и данные, полученные на основе изучения такой нерепрезентативной выборки, характеризуют только собранный материал, а не совокупность, подлежащую обследованию. В подобных условиях получается искаженная, смещенная выборка, поэтому собранный материал нельзя обрабатывать статистически.

Глава 6

ТЕХНИКА ЗАКЛАДКИ И ПРОВЕДЕНИЯ ПОЛЕВЫХ ОПЫТОВ

Полевой опыт дает объективную оценку изучаемым вариантам лишь в том случае, если эксперимент проведен с соблюдением всех требований методики. Ошибки технического характера, допущенные на любом этапе опытной работы (разбивка опытного участка, обработка почвы, внесение удобрений, посев, уход, уборка урожая и т. д.), нарушают сравнимость вариантов и искажают их эффекты. Эти ошибки не могут быть исправлены никакой математической обработкой и, следовательно, полностью обесценивают результаты опыта. Поэтому соблюдение всех технических правил проведения эксперимента в поле — важнейшее условие получения точных данных, пригодных для объективной оценки действия изучаемых в опыте агротехнических приемов или сортов.

§ 1. РАЗБИВКА ОПЫТНОГО УЧАСТКА

После изучения и подготовки земельного участка необходимо нанести намеченное расположение опыта на схематический план, где указать точные размеры всего опыта, повторений, делянок, номера делянок и номера вариантов по делянкам и т. п. (рис. 26). По схематическому плану затем размещают опыт в натуре, т. е. выделяют и фиксируют границы опыта, отдельных повторений и делянок. При этом очень важно, чтобы площадь повторений и делянок точно соответствовала принятым размерам, все делянки во всех повторениях обязательно должны быть одинаковой длины и ширины и иметь строго прямоугольную форму.

Перед выходом в поле необходимо заранее подготовить теодолит или эккер для построения прямых углов, стальную мерную ленту или 20-метровую рулетку, крепкий длинный шнур, 5—10 вешек длиной 1,5—2 м, 4 угловых столбика (репера) для фиксирования границ опыта и небольшие рабочие колышки диаметром 3—4 см и длиной 25—30 см для фиксирования границ делянок. Рабочих колышков требуется примерно на 10—12 штук больше удвоенного числа всех делянок.

Разбивку участка начинают с выделения общего контура опыта и контуров отдельных повторений. Опыт должен располагаться так, чтобы его или каждое повторение (при разбросанном размещении их) со всех сторон окаймляли защитные полосы шириной не менее 5 м. Общий контур и контур повторений выделяют с возможно большей точностью; допустимая невязка для общего контура не должна превышать 5—10 см на 100 м длины.

Чтобы выделить контур опыта, поступают так. По одной из длинных сторон участка прокладывают, отмечая вешками или

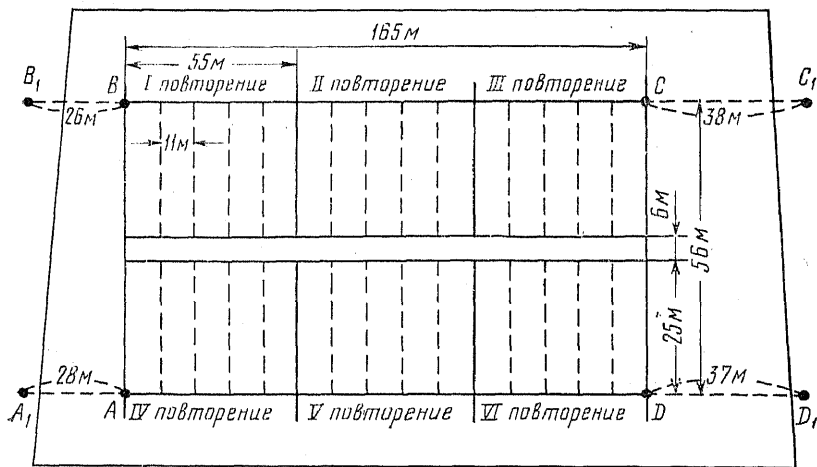


Рис. 26. Схематический план полевого опыта.

по шнуру, прямую линию, например A_1D_1 (см. рис. 26). Отступают от границы поля 5—10 м и забивают колышек A . Затем по линии A_1D_1 отмеряют требуемое по плану расстояние и ставят колышек D . В точках A и D восстанавливают перпендикуляры к линии AD . От точек A и D по перпендикуляру откладывают необходимое расстояние и фиксируют границы опыта колышками B и C . Если прямые углы были построены верно, то $AD=BC$ и $AB=CD$, если же получилась невязка, превышающая допустимые пределы, то работу повторяют.

После выделения общего контура опыта его разбивают на повторения и делянки по шнуру и мерной ленте или рулетке. Технически эта работа не представляет сложности, но должна быть выполнена очень аккуратно. Колышки на границах делянок нужно вбивать точно возле отметок, все время с одной стороны мерной ленты; по границам повторений ставят по два колышка или выделяют их особо. На колышках указывают номера делянок, повторений и делают другие обозначения. Надписи располагают на той стороне колышка, которая обращена внутрь соответствующей делянки, чтобы было ясно, к какой из них они относятся.

При планировании и закладке опыта в натуре должны быть обязательно предусмотрены защитные полосы шириной не менее 5 м, окаймляющие весь опытный участок, а также между повторениями и по краям каждой делянки, чтобы устранить влияние соседних вариантов. В опытах с удобрениями, обработкой почвы и многолетних опытах минимальной шириной защиток следует считать 1—1,5 м около каждой делянки или 2—3 м между соседними делянками, а для краткосрочных опытов по изучению способов, норм посева и т. п. ширина защиток допускается в пределах 0,5—0,75 м для каждой делянки.

Границы защиток вокруг делянок закрепляют чаще всего после появления всходов. В опытах по сортоиспытанию защитки вдоль делянок вообще не выделяют, так как допускают, что практически влияние сортов одной и той же культуры друг на друга незначительно и вряд ли может быть уловлено полевым опытом. В принципе это, конечно, неправильно, так как сильно развивающиеся сорта, безусловно, могут оказывать угнетающее влияние на краевые растения смежных, более слабых сортов.

По окончании разбивки опыта необходимо надежно зафиксировать его основные границы, от которых в любое время можно было бы установить границы повторений и делянок. Для каждого опыта нужно обязательно закреплять по крайней мере четыре основные точки — A , B , C , D для двух линий, например AB и BC (см. рис. 26), которые продолжают по прямой до точек A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , находящихся за пределами обрабатываемого участка и в этих точках устанавливают постоянные столбики (реперы, фиксированные колья). Расстояние от реперов до границы опыта тщательно измеряют и записывают, чтобы при уте-

ре угловых кольев, что часто происходит при обработках, их можно было быстро восстановить.

Если границы делянок близко примыкают к полевым дорогам, целесообразно и в краткосрочных опытах закрепить границы делянок. Осуществляют это так называемой подземной разметкой, которая не мешает проезду машин и орудий. В местах пересечения средней линии дороги с границей каждой делянки почвенным буром делают отверстия и в них опускают на 8—10 см ниже поверхности почвы небольшие металлические, каменные или деревянные столбики длиной 30—40 см. Чтобы эти постоянные реперы можно было легко отыскать, в конусообразные углубления над ними и вокруг насыпают куски битого кирпича, камня, песок или известь.

§ 2. ПОЛЕВЫЕ РАБОТЫ НА ОПЫТНОМ УЧАСТКЕ

Важнейшее правило исследователя — одновременность выполнения агротехнических работ, не подлежащих изучению на всех или в крайних случаях на нескольких целых повторениях полевого опыта. Это требование необходимо строго выполнять на стационарном опытном поле и в производстве; в соответствии с ним должен быть организован труд на всем опытном участке, опытном поле или станции. Даже незначительный разрыв в сроках обработки, если за это время, например, прошел дождь, разрыв в сроках внесения удобрений или посева всего на 6—8 ч ведет иногда к существенным различиям в росте и развитии растений. К сожалению, именно это важнейшее требование методики, вытекающее из принципа единственного различия, часто упускают из виду при планировании опыта на крупных делянках с большим числом изучаемых вариантов. Неоднократное нарушение этого требования в течение вегетации часто ведет к полной утрате достоверности опытов по существу. Таким образом, одновременность, равнокачественность и краткосрочность всех работ на опыте — первое и важнейшее требование к выполнению агротехнических работ.

Другое общее требование — высококачественность всех выполняемых работ. Агротехнический фон на опытном участке должен быть оптимальным для проявления эффекта от изучаемого приема или сорта и, как правило, более высоким, чем в производственных условиях. Здесь могут быть использованы любые прогрессивные агротехнические приемы, не мешающие выявлению действия того или иного фактора. Нельзя, например, при исследовании действия азотных удобрений в качестве общего фона вносить органические удобрения, богатые азотом, если их не изучают в опыте. При разработке агротехнического фона опыта главное внимание, безусловно, необходимо обращать на создание оптимальных условий для сравнения изучаемых приемов или сортов и на максимальное использование механизации.

Внесение удобрений. Органические и минеральные удобрения вносят или для изучения их действия, или в качестве общего агротехнического фона. Во всех случаях этому приему необходимо уделить особое внимание в связи с тем, что допущенная ошибка не может быть исправлена, а большей частью и обнаружена. Основное требование к любому способу применения удобрений в опыте — равномерное их распределение по площади делянок.

Органические удобрения (навоз, торф, компосты) обычно вносят по общей массе на единицу площади (в тоннах на гектар) и обязательно поделяночно, даже тогда, когда их применяют в качестве общего фона. Эти удобрения должны быть по возможности однородными по своему составу, происхождению, степени разложения и влажности. Перед распределением по делянкам удобрения необходимо хорошо перемешать.

Для больших делянок допускается взвешивание навоза на везовых весах и вывозка непосредственно на делянки, которые должны быть резко отграничены друг от друга вешками, шнурами или бороздкой и разбиты на небольшие квадраты (карты), обычно размером 16 (4×4), 25 (5×5) или 36 (6×6) м². Отвешенную для каждой делянки дозу удобрений раскладывают равными частями на углах квадратов, отмеченных прикопками или колышками, а затем вилами и граблями равномерно распределяют по поверхности всей делянки и запахивают. Недопустимо оставлять навоз и другие органические удобрения на опытных делянках в кучах более чем на один день. В опытах с делянками небольшого размера (до 200 м²) удобрения складывают сначала в одну или несколько куч на дорожки, окружающие опыт. После тщательного перемешивания удобрения отвешивают на десятичных весах в специально приспособленные корзины или носилки и разносят по делянкам.

Механизированное внесение органических удобрений на делянках пока затруднено тем, что у существующих навозоразбрасывателей трудно регулировать норму; они рассчитаны для работы на делянках размером около 1000 м². Поэтому механизированное внесение органических удобрений возможно только в опытах с крупными делянками, а также в том случае, если удобрения вносят как общий фон для всего опыта.

Техника посева минеральных удобрений должна обеспечивать равномерное распределение их по делянкам. Перед развешиванием удобрения нужно тщательно измельчить и просеять, чтобы в них не попадались комки. Если удобрения в опыте не изучают, желательно вносить их на делянки туковой сеялкой. Это позволяет более равномерно распределить удобрения, так как для внесения определенного их количества нужно лишь точно установить сеялку на соответствующую норму посева. Механизированный посев удобрения возможен и на делянках вытянутой формы и размером более 500 м². Если вносят

несколько видов удобрений, они должны быть тщательно перемешаны с соблюдением всех правил смешивания удобрений.

Несмотря на все преимущества механизированного внесения минеральных удобрений, отсутствие удобных малогабаритных и достаточно регулируемых сеялок для удобрений часто заставляет прибегать к ручному их внесению не только на небольших делянках, но и на таких, площадь которых вполне позволяет применять для этого обычные производственные сеялки.

При ручном расसेве навески удобрений заготавливают в лаборатории, сарае или непосредственно в поле. В зависимости от площади делянки удобрения развешивают в бумажные пакеты, матерчатые или полиэтиленовые мешочки или специальные деревянные ящики. В поле пакеты, мешочки или ящики с удобрениями раскладывают на всех делянках опыта, где должны применяться удобрения, после чего проверяют правильность раскладки.

На каждой делянке удобрения рассевают в два приема или с таким расчетом, чтобы немного удобрений осталось. Остаток всегда можно разбросать равномерно по всей делянке, а при нехватке удобрений на какую-то ее часть делянка считается испорченной. К пылящим сухим удобрениям обязательно подмешивают почву с той же делянки. Минеральные удобрения желательно вносить в безветренную погоду.

Обработка почвы. Если обработка почвы не является изучаемым фактором, она должна быть однородной, одновременной и высококачественной на всех делянках опыта. Вспашку и другие приемы обработки почвы следует выполнять через все делянки повторности перпендикулярно к их длинным сторонам, чтобы возможные случайные факторы одинаково влияли на все варианты опыта. На опытных делянках недопустимы разъемные борозды и свальные бугры, орудия обработки должны разворачиваться за пределами делянок — на защитных полосах или полевых дорогах. Вспашка всвал или вразвал вдоль делянок допустима только в том случае, если свальные или развальные борозды можно сделать на защитных полосах между делянками или повторениями. При достаточной ширине защитных полос (не менее 2 м) и аккуратной, квалифицированной работе свал или развал не захватывает учетной площади делянки. Это требование часто вынуждает вести вспашку, особенно на небольших делянках, в одну сторону с холостым обратным ходом. Для такой работы очень удобен оборотный плуг, позволяющий пахать с обеих сторон.

Посев и посадка. Для доброкачественного проведения посева или посадки на опытном участке необходимо серьезное внимание обратить на технику высева или посадки и качество посевного материала. Во всех опытах норму высева желательно устанавливать по числу всхожих семян, а не по массе.

Посев на опытном участке, как правило, должен быть проведен в один день. Многие исследователи отмечали, например,

что разрыв в сроках посева ранних яровых в 4—6 ч приводит иногда к разнице в урожае 1—2 ц на 1 га. Поэтому в опытах, допускающих сплошной посев, обязательно проведение посева поперек всех делянок опыта или всех делянок целых повторений. При этом первый проход сеялки делают по шнуру или по предварительно сделанной по нему борозде. Необходимо высевающие аппараты сеялки включать за 1—1,5 м до начала делянки и выключать только после выхода на границу поля, тщательно следить за работой сошников, количеством семян в ящике и равномерностью их размещения в нем. Совершенно недопустимо останавливать сеялку во время работы, так как после остановки, если не откатить ее назад на 0,5—1 м, получится огрех.

При посеве или посадке пропашных культур необходимо следить, чтобы на делянку приходилось целое число борозд (рядков), а число растений на всех делянках было строго одинаковым и соответствовало требуемой густоте.

Уход за растениями и опытным участком. Уход за растениями на опытном поле не отличается от ухода за соответствующими культурами в производственных условиях. Все работы следует выполнять своевременно, тщательно и однообразно. Прополку (химическую или ручную), междурядную обработку, подкормку и т. п. проводят совершенно одинаково на всех делянках опыта и не растягивают во времени. Особое внимание обращают на борьбу с сорняками, так как они особенно сильно нарушают сравнимость вариантов.

К специальным работам относятся: поделка и прочистка дорожек, обрезка по шнуру концов полей, делянок, а также отбивка защитных полос, своевременная расстановка колышков, этикеток и т. д.

В соответствии с характером опыта и способом учета урожая на каждой делянке намечают учетную и защитные части. По концам делянок независимо от наличия защитной полосы вокруг всего опыта (в стационарных лабораторно-полевых опытах часто ее совсем не бывает) обязательно выделяют концевые защитки длиной 2—5 м, а между соседними делянками — боковые защитки шириной 1—2 м. При механизированной уборке урожая удобнее отбивать такие боковые защитки, общая ширина которых между двумя соседними делянками соответствует захвату уборочной машины.

На культурах сплошного сева все защитные полосы выделяют по всходам. Защитки отбивают ручными планетами или прорезают дорожки культиватором, навешенным на малогабаритный трактор. Ширина дорожек обычно 20—30 см. Если посев проводят вдоль делянок, то их учетную часть можно отграничить от боковой защитной полосы, закрыв соответствующий сошник сеялки во время работы.

В опытах по сортоиспытанию или при изучении таких агротехнических приемов, которые оказывают несущественное влия-

ние на соседние делянки, боковые защитки иногда не выделяют и заменяют их незасеянными дорожками между делянками шириной 30—40 см. Выделять более широкие незасеянные дорожки нецелесообразно, так как они очень сильно зарастают сорняками и требуют специальной обработки почвы. Кроме того, урожай на учетной части делянки, примыкающей к широкой дорожке, очень резко отличается от урожая на остальной ее площади.

На пропашных культурах концевые защитки выделяют во время обработки междурядий, а боковые — чаще всего перед уборкой. Урожай с боковых и концевых защиток убирают отдельно и раньше, чем на учетной части делянок.

После всходов и поделки дорожек устанавливают этикетки. В начале опытного участка помещают большую этикетку с наименованием опыта. Надписи на поделочных этикетках должны в самой краткой и понятной форме указывать на основные отличия вариантов.

На всей территории опыта, так же как и опытного поля или опытной станции в целом, поддерживают чистоту и порядок. Нигде не оставляют куч выполотой травы, остатков соломы, неубранной ботвы и т. п. Все это увозят с поля в компостные кучи.

§ 3. УЧЕТ УРОЖАЯ

Уборка и учет урожая требуют большого внимания и аккуратности; небрежность и излишняя поспешность при выполнении этой важной работы неизбежно ведут к грубым ошибкам, совершенно обесценивающим опыт.

За несколько дней до уборки нужно осмотреть опытный участок, выделить каждую делянку колышками или вешками, а при необходимости сделать выключки. Под выключкой понимают часть учетной делянки, исключенную из учета вследствие случайных повреждений или ошибок, допущенных во время работы. Целые делянки выключают и выбраковывают лишь в исключительных случаях, когда есть зарегистрированные данные, свидетельствующие о повреждении растений, об ошибке в работе или другие причины, которые могут изменить урожай независимо от изучаемого приема.

Допускаются следующие основания для выключек или браковки целых делянок:

а) повреждения, вызванные стихийными явлениями природы, неравномерно повредившие опытную культуру, при условии, что неравномерность повреждения не является следствием изучаемых в опыте причин;

б) случайные повреждения в результате потравы скотом, птицей, грызунами и пр.;

в) ошибки при закладке и проведении опыта.

Уменьшение учетной делянки из-за выключек допускается не более чем на 50%. При уменьшении больше указанного размера делянку выбраковывают полностью. Выключки и браковка целых делянок очень нежелательны, так как это вызывает неравноточность сравнений вариантов и искажает результаты опыта. Чтобы опыт с одной-двумя выпавшими из учета делянками привести к сравнимому виду, результаты их должны быть восстановлены статистическим методом.

Совершенно недопустима выключка или браковка целых делянок на основании чисто субъективного впечатления на глаз, особенно после того, как урожай убран и взвешен. Полученные данные могут вызвать подозрение, но стоит начать браковку их, как не будешь знать, где остановиться. При некотором навыке в этом деле можно получить математически очень точные, но совершенно не заслуживающие внимания результаты.

Итак, основаниями для выключек или браковки целых делянок до уборки должны быть совершенно ясные внешние объективные причины. Для выбраковки не может быть убедительным доводом тот факт, что, например, делянка варианта, от которого экспериментатор ждет хороших результатов, кажется ему необычно малоурожайной.

Урожай на учетных делянках убирают после удаления урожая с защитных полос и выключек.

Урожай убирают способом и в сроки, которые устанавливают на месте, руководствуясь общим требованием к полевым работам на опытах — одновременность и однокачественность их. Необходимо тщательно следить за тем, чтобы техника и методика уборки не внесли «незаконных» различий в сравниваемые объекты. Все опытные делянки желательно убирать в один день, одним и тем же способом.

Если это технически не удается сделать, то в один день убирают обязательно целое число повторений. В том случае, если изучаемые приемы оказывают влияние на сроки созревания (например, при испытании сортов, сроков посева, удобрений и т. п.), то уборку проводят по мере созревания культур, но обязательно одним и тем же способом на всех делянках. Различные способы уборки в одном опыте, естественно, могут быть допустимы лишь при изучении самих способов уборки.

В исследовательской работе необходимо использовать только сплошной метод учета урожая. Весь урожай с учетной части каждой делянки при сплошном учете убирают и взвешивают на весах, удовлетворяющих требованиям Госстандарта СССР.

Применяемый иногда метод учета урожая пробными площадками или отдельными растениями ненадежен, нередко не свободен от субъективизма, и его нельзя применять в полевых опытах. Сущность метода и основной недостаток учета по пробным площадкам заключается в том, что урожай взвешивают не

со всей делянки, а лишь с нескольких малых пробных площадок (метровок, рядков). Эта выборка (проба), как бы тщательно ее ни отбирали, всегда характеризует урожай с делянки лишь приблизительно.

Рассмотрим кратко некоторые особенности учета урожая отдельных культур.

Зерновые и зернобобовые культуры. Наиболее распространена уборка урожая зерновых культур приспособленным для этой цели обычным или специальным малогабаритным самоходным комбайном. Особенно удобен этот способ уборки на удлиненных делянках. Комбайн за один проход убирает среднюю учетную часть делянки, оставляя защитные полосы. Убирают защитные полосы и делают прокосы между повторениями тем же комбайном.

При использовании комбайна очень важно установить и строго выдержать в течение всей уборки оптимальный режим его работы на данной культуре и продолжительность работы вхолостую между уборкой двух делянок; она должна быть не менее 3—4 мин. Этого времени обычно бывает достаточно для полного обмолота колосьев, затаривания зерна из бункера комбайна в мешки и этикетирования.

В том случае, когда расположение опыта и форма делянок затрудняют работу самоходного комбайна непосредственно на уборке, можно использовать его на обмолоте урожая, убранныго простыми машинами или вручную. После обмолота урожая с одной делянки комбайн переезжает на другую и т. д.

Бункерный урожай с каждой делянки взвешивают в поле или после перевозки в затаренных и заэтикетированных мешках в хозяйстве. Урожай обязательно пересчитывают на 14%-ную влажность и 100%-ную чистоту. Для определения влажности и засоренности с каждой делянки сразу же после взвешивания в полиэтиленовые мешочки отбирают среднюю пробу зерна около 1 кг. Влажность и засоренность определяют одним из методов, предусмотренных стандартом на зерно, и выражают в процентах к сырой навеске. Урожай зерна, полученный при взвешивании, приводят к 14%-ной влажности и 100%-ной чистоте по формуле:

$$X = \frac{Y (100 - B) (100 - C)}{(100 - B_1) 100}$$

где X — урожай при 14%-ной влажности (ц с 1 га); Y — урожай без поправки на влажность (ц с 1 га); B — влажность зерна при взвешивании (%); B_1 — стандартная влажность (%); C — засоренность зерна (%).

Если размер делянок или величина урожая не позволяет использовать на уборке комбайн, применяют простые машины или скашивают растения вручную (серпами или косой с грабельками). После скашивания хлеб немедленно связывают, снопы пересчитывают и число их записывают в полевую книжку по каждой делянке отдельно. К снопам каждой делян-

ки шпагатом прикрепляют деревянные этикетки, на которых простым карандашом указывают опыт, сорт или вариант, номер делянки, номер повторения и число снопов. После просушки снопы немедленно свозят в молотильный сарай для поделяночного обмолота на небольшой молотилке простой конструкции, очистки и взвешивания урожая.

Общий урожай с каждой делянки определяют взвешиванием снопов перед обмолотом. При этом их пересчитывают и сверяют с записями на этикетках и в полевой книжке. Зерно взвешивают после очистки, урожай соломы определяют по разности между общей массой урожая перед обмолотом и массой зерна.

При учете урожая кукурузы на зерно с учетной площади делянки убирают все початки, делят их на три фракции (с зерном полной, восковой спелости и недозрелые) и взвешивают отдельно каждую фракцию. Затем с каждой делянки отбирают по 50 початков с зерном полной и восковой спелости (пропорционально их долям в урожае), взвешивают их, обмолачивают и определяют выход зерна. По пробе массой около 300 г определяют влажность зерна согласно государственному стандарту. Урожай чистого зерна при 14%-ной влажности рассчитывают на основе общей массы початков на делянке с зерном полной и восковой спелости и выхода зерна от урожая початков по формуле

$$X = YП(100 - B) : 8600,$$

где X — урожай зерна при 14%-ной влажности (ц с 1 га); Y — урожай початков в полной и восковой спелости при уборке (ц с 1 га); $П$ — выход зерна от урожая початков (%); B — фактическая влажность зерна (%); 8600 — коэффициент пересчета урожая початков к урожаю зерна при 14%-ной влажности.

Пропашные культуры. Учитывают урожай сплошным методом, взвешивая его с каждой учетной делянки в поле сразу после уборки. При значительной загрязненности клубней и корней необходимо брать пробы по 10—15 кг для установления количества приставшей почвы. Отобранные клубни (корни) взвешивают до и после удаления почвы. Эти пробы можно использовать затем для определения качества продукции. Например, для картофеля очень важно знать товарность урожая, т. е. процент мелких, средних и крупных клубней, содержание в них крахмала, пораженность болезнями, вкусовые качества; для корнеплодов — среднюю массу корня, содержание сухих веществ и сахара, процент больших и здоровых корней и т. п.

Урожай подсолнечника убирают комбайном или вручную. После обмолота корзинок сеянки взвешивают и отбирают с каждой делянки в полиэтиленовые мешочки средние образцы сеянок массой около 300 г для определения влажности и засоренности. Урожай сеянок приводят к 12%-ной влажности и 100%-ной чистоте по формуле, приведенной на странице 97.

Хлопчатник. Хлопок-сырец собирают и взвешивают по всей учетной площади делянок. Нераскрывшиеся коробочки (курак)

собирают после того как полностью убран хлопок-сырец, из раскрывшихся коробочек.

Если в период уборки хлопок-сырец имеет повышенную влажность, то с каждой делянки берут пробы около 1 кг для определения влажности и засоренности. Урожай приводят к 8%-ной влажности и 100%-ной чистоте по формуле, приведенной на странице 98.

Лен и конопля. Учет урожая соломы и семян этих культур в принципе сходен с учетом зерновых. Различие заключается в том, что урожай волокна определяют по его выходу из пробного снопа.

Теребление льна и покоски у конопли, а также срезание стеблей зеленца и матерки конопли проводят на всей учетной площади каждой делянки опыта. Затем стебли связывают в снопы, этикетировывают и ставят в бабки (суслоны) для просушивания.

Подсушенные до воздушно-сухого состояния снопы обмолачивают (очесывают). Взвешивают солому после очеса, а семена — после чистки от сорных примесей. После взвешивания с каждой делянки отбирают средние пробы соломы и семян для определения влажности и засоренности. Соломы льна берут 200—300 г, семян льна 150—200 г, соломы конопли 800—1000 г, семян конопли 150—200 г. Урожай соломы льна и конопли приводят к 19%-ной влажности по формуле:

$$X = Y(100 - B) : 81,$$

где X — урожай соломы при 19%-ной влажности (ц с 1 га); Y — урожай соломы без поправки на влажность (ц с 1 га); B — влажность соломы при взвешивании (%); 81 — коэффициент пересчета на 19%-ную влажность.

Урожай семян льна приводят к 12%-ной, а конопли к 13%-ной влажности и 100%-ной чистоте по формуле, приведенной на странице 97.

Кроме урожая семян и соломы, для полевых опытов со льном и коноплей важен учет урожая волокна и оценка его качества. Чтобы установить процентное содержание волокна в соломе, урожай волокна и оценить его качество после обмолота и взвешивания урожая, с каждой делянки отбирают два образца соломы массой 4—6 кг каждый и проводят их технологический анализ.

Рассчитывают урожай волокна по формуле:

$$X = Y(B/A),$$

где X — урожай волокна (ц с 1 га); Y — урожай соломы (ц с 1 га); A — масса образца соломы, взятого на технологический анализ (кг); B — масса волокна, полученного от образца соломы (кг)

Однолетние и многолетние травы. Урожай клевера, люцерны, вики, травосмесей, луговых трав и т. п. учитывают сплошным методом. После скашивания трав зеленую массу с учетной

площади делянки или сразу взвешивают или, если позволяет погода, высушивают на делянках, а затем взвешивают сено.

Чаще всего зеленую массу сразу взвешивают. Для определения урожая сена с каждой делянки отбирают пробный сноп массой не менее 2 кг. Пробные снопы используют для определения влажности зеленой массы, определения ботанического состава травостоя и показателей качества урожая.

Урожай сена приводят к стандартной 16%-ной влажности:

$$X = Y(100 - B) : 84,$$

где X — урожай сена при 16%-ной влажности (ц с 1 га); Y — урожай зеленой массы трав (ц с 1 га); B — влажность зеленой массы при взвешивании (%); 84 — коэффициент пересчета на 16%-ную влажность.

При учете урожая кукурузы на силос растения на учетной площади делянки скашивают и немедленно взвешивают. Для определения в общем урожае зеленой массы доли листьев, стеблей и початков в молочной и восковой спелости с каждой делянки берут средние пробы по 10—20 растений, разделяют их на основные части, отдельно взвешивают и определяют процентное соотношение в урожае.

Методы поправок на изреженность посева. В опытах с редко стоящими растениями большое значение имеет учет влияния пустых мест (выпадов) на развитие соседних растений. Исследованиями установлено, что в посевах картофеля и сахарной свеклы выпад единичных растений, если он произошел задолго до уборки урожая, увеличивает продуктивность граничащих с пустыми промежутками растений на 20—50%, поэтому необходимо использовать специальные методы, позволяющие элиминировать влияние изреживания на результаты опыта, например метод ковариационного анализа (см. главу 23).

Применение поправок на изреживание допустимо, если выпадение растений не связано с изучаемым фактором и если оно не превышает 20%. Когда изреживание выше указанной величины, то выбраковывается вся делянка, а если выпало не более 4% общего числа учетных растений на делянке или если изреживание связано с изучаемым фактором, то поправок на изреженность не делают.

Чтобы исключить влияние пустых мест на результаты опыта и получить сравнимые данные, предложено несколько методов. Наиболее надежный из них заключается в том, что перед уборкой урожая подсчитывают число пустых мест и удаляют растения, граничащие с пустыми промежутками. Краевые растения возле пустых мест не удаляют только в том случае, если выпад произошел непосредственно перед уборкой урожая и, следовательно, не могли оказать заметного влияния на соседние растения. Фактическую учетную площадь делянки рассчитывают по формуле:

$$S = (P - H) П,$$

где P — расчетное число растений на делянке; H — число недостающих растений; P — площадь питания одного растения (m^2).

При равномерном выпадении единичных растений допускается, что около половины площади пустых мест используется соседними растениями и компенсируется более высоким их урожаем. Поэтому в расчет принимается половина выпавших растений. Приведенный к сравнимому виду урожай, т. е. урожай, рассчитанный на определенную, например среднюю для опыта, густоту стояния растений, определяют по формуле:

$$Y = \frac{AP}{P - \frac{1}{2}H},$$

где A — фактический урожай с делянки; P — расчетное число растений на делянке; H — число недостающих растений.

При другом способе фактический урожай приводят к расчетному числу растений по формуле

$$Y = \frac{A + P_x}{2},$$

где A — фактический урожай с делянки; P — расчетное число растений на делянке; x — средняя фактическая масса одного растения.

Совершенно очевидно, что наиболее надежные результаты получаются в опытах с нормальным урожаем, а не исправленным тем или иным способом. Поэтому необходимо стремиться свести к минимуму те выпадения растений, которые не обусловлены изучаемым фактором.

§ 4. ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ

Обработка данных агрономических исследований, например результатов полевых и вегетационных опытов, наблюдений, учетов и анализов, включает:

- 1) агрономический анализ полученных данных;
- 2) первичную цифровую обработку материалов;
- 3) статистическую оценку результатов исследования.

Прежде чем приступить к первичной цифровой и статистической обработке материалов, необходимо оценить их с агрономической точки зрения. Агрономический анализ заключается в сопоставлении фактической методики проведения опыта с методикой, требуемой условиями и характером исследования и включает критический обзор данных об урожаях, сопоставление их с результатами полевых наблюдений, анализ методики проведения опыта, а также освобождение первичных данных от описок и других неточностей. Опыты с нарушениями методики и техники, грубыми ошибками, искажающими агрономическую сущность изучаемых приемов, не представляют ценности, а полученные данные нельзя использовать в качестве каких-

либо аргументов и тем более бессмысленно обрабатывать их статистически. Такие опыты бракуют.

После агрономической оценки, тщательного анализа методики и техники проведения полевого опыта, проверки записей по первоисточникам (полевой книжке и журналу), устранения описок и неточностей приступают к первичной цифровой обработке экспериментального материала.

Первичная цифровая обработка материалов полевого опыта включает: 1) пересчет урожаев с делянки на урожай с 1 га; 2) приведение урожая к стандартной влажности; 3) составление таблицы урожая — определение сумм урожаев по вариантам, повторениям и общей суммы урожаев, расчет средних урожаев по вариантам и опыту.

При составлении таблицы урожаев, которую и используют затем для статистического анализа, необходимо придерживаться следующего принципа: основная масса чисел должна быть трехзначной. Если урожаи не превосходят 100 ц с 1 га, поделяночные и средние урожаи записывают в таблицу с точностью до 0,1, а если урожаи выражаются сотнями центнеров — с точностью до 1 ц с 1 га. В первом случае сотые, во втором десятые доли центнеров округляют по обычному правилу.

Если из учета выпала одна или несколько делянок и, следовательно, нарушено сравнение вариантов, вычисляют наиболее вероятный урожай этих делянок, как бы восстанавливают выпавшие данные.

Часто в задачу полевого опыта входит сравнительная оценка продуктивности различных растений и возникает необходимость в статистической оценке существенности различий между культурами по продуктивности. Однако изучаемые растения не только могут резко различаться по урожаям; но и быть совершенно несравнимыми по товарной продукции, например льноволокно, зерно, корнеклубнеплоды и т. д. В подобных случаях все поделяночные урожаи изучаемых культур необходимо привести к сравнимому виду. Это можно сделать пересчетом товарной продукции урожая в стоимостное выражение, в кормовые, зерновые или другие сопоставимые единицы. Поделяночные урожаи, приведенные одним из указанных способов к сравнимому виду, заносят в таблицу урожаев и обрабатывают статистически как данные обычного полевого опыта.

Если сравнивают группу культур, например севообороты, их звенья, то статистически оценивают существенность различий между суммами или средними урожаями изучаемых групп, приведенных к сравнимому виду,

Всегда необходимо иметь четкое представление об абсолютной ошибке применяемых методов исследования. Соответственно ошибке исходных наблюдений, которая определяется вариабельностью признаков и измерительной аппаратурой, должна быть и точность вычисления результатов эксперимента. Резуль-

таты вычислений не могут быть точнее, чем используемые данные. Поэтому излишняя точность последующих вычислений ничего не дает, кроме затраты времени, и является обычно признаком недостаточно четкого представления о точности исходных данных.

В каждом числе нужно сохранить столько значащих цифр, чтобы сомнительным был только один последний знак. Поэтому, если варьируют десятки — принимают точность 1, единицы — 0,1, десятые доли — 0,01 и т. д.

Во всех промежуточных расчетах число значащих цифр должно быть, как правило, на порядок выше, чем их число в окончательном ответе. В этом случае есть уверенность, что самими вычислениями не вносятся заметных ошибок.

Все статистические характеристики, вычисленные с точностью, превышающей на один порядок первоначальные даты, округляют до точности исходных измерений. При округлении чисел необходимо придерживаться следующих правил:

1) если отбрасываемая при округлении цифра меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не изменяется (например, 15,746 → 15,7), если отбрасываемая цифра больше 5, то последняя значащая цифра увеличивается на единицу (например, 17,764 → 17,8);

2) если перед округлением за значащей цифрой стоит 5, то последнюю значащую цифру увеличивают на единицу, если она нечетная (например, 17,752 → 17,8), и оставляют без изменения, если она четная или равна нулю (например, 17,252 → 17,2 и 17,052 → 17,0).

Результаты полевых опытов обязательно должны быть обработаны статистически. Надлежащая математическая обработка экспериментальных данных позволяет сделать надежные выводы об объективных свойствах, закономерностях интересующего нас явления. При этом значительная роль принадлежит правильной организации статистических вычислений, которые не должны вносить в исходные показатели дополнительных ошибок. Необходимо тщательно продумать порядок и технику вычислений и разумно использовать счетные вспомогательные средства: числовые таблицы, логарифмическую линейку, номограммы, вычислительные машины. Не следует обольщаться возможностями современных быстродействующих вычислительных устройств и всегда помнить, что нельзя получить из «математической мельницы» больше, чем в нее вложили. Абсолютная точность последующих вычислений будет бессмысленной и ничего не даст, если исходные данные ненадежны. Главная обязанность экспериментатора — получение достоверной исходной информации об изучаемом явлении, без которой невозможна правильная статистическая интерпретация данных. Статистические методы — это средство объяснения результатов исследований и активный инструмент планирования оптимальной схемы и структуры эксперимента.

Глава 7

ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ОПЫТОВ В УСЛОВИЯХ ОРОШЕНИЯ

Проведение полевых опытов в условиях орошаемого земледелия требует особенно внимательного подхода и правильного диалектического понимания принципа единственного различия. Тождество неизучаемых условий — это не механическое соблюдение их равенства, а создание таких условий эксперимента, при которых тот или иной из изучаемых приемов (сортов) может дать наибольший эффект.

Например, в опытах с пропашными культурами почву на неполиваемых делянках, если она не уплотнена и нет сорняков, не надо рыхлить одновременно с политыми делянками, где рыхление после очередного полива должно проводиться немедленно при наступлении спелости почвы. При оставлении одинакового количества растений на делянках с поливом и без полива и, следовательно, при механическом соблюдении равенства неизучаемых условий будет грубо нарушен принцип оптимальности и целесообразности. Это приведет к искаженной информации об эффективности изучаемых приемов и неправильным выводам, так как известно, что оптимальный урожай на поливных землях получается при большей густоте стояния растений, чем на богарных участках, где из-за недостатка влаги увеличение густоты посева сопровождается снижением урожая. Таким образом, для вариантов с поливом и без полива нельзя устанавливать единые нормы посева; они должны быть разными, но оптимальными для каждого случая.

При постановке полевых опытов на орошаемых землях особенно нужно следить за равномерностью снабжения всей площади земельного участка водой и возможно точно регулировать количество воды, поступающей на каждую делянку. Эти требования и определяют особенности методики полевого опыта в условиях орошения. Даже небольшие отклонения во влажности почвы, вызванные неравномерностью полива, могут привести к различиям в продуктивности растений различных вариантов опыта, изменяющим эффекты от изучаемых факторов.

Участки, выделяемые под опыты на орошаемых землях, должны быть хорошо спланированы. Разница уровней поверхности в 10—15 см может быть причиной резкой пестроты урожая в результате неравномерного увлажнения почвы. Поэтому к рельефу опытных полей на орошаемых землях предъявляются более строгие требования, чем в неполивных условиях. Нельзя допускать постановку агротехнических опытов, особенно по изучению режимов орошения, на неспланированном или плохо спланированном участке.

Участок должен иметь равномерный и незначительный уклон вдоль поливных борозд, что способствует равномерному

впитыванию проходящей по ним воды. Кроме того, при большом и неравномерном уклоне поливные борозды могут быть сильно размыты. Во всяком случае уклон не должен превышать 0,01—0,02, или 1—2 м на 100 м, а еще лучше ставить опыты с орошением при уклоне 0,001—0,008 (0,1—0,8 м на 100 м).

В условиях орошения делянки чаще всего располагают в один ряд. Размер их определяется схемой и техническими условиями опыта. Он может варьировать в достаточно широких пределах — от 50 до 500 м² и больше, как и в опытах на богарных землях. Делянки прямоугольной или удлиненной формы с соотношением сторон примерно 1:10 и 1:15 располагают длинной стороной вдоль уклона. При однорядном расположении проще организовать независимую подачу воды на каждую делянку. Пропускать воду через одну делянку на другую нежелательно, особенно в опытах с удобрениями. Если опыт заложен в несколько рядов (ярусов), то между ними прокладывают временные оросители, из которых воду подают на любую делянку.

Двухлетними исследованиями Киргизского НИИ земледелия (Корнева, Богатырева, Черткова, 1971) показано, что в длительных опытах на сероземах с уклоном ~0,020—0,022 количество водорастворимого азота, фосфатов и калия в поливной воде, поступающей на делянки и сбрасываемой с них, было практически одинаковым и не зависело от применения удобрения. Следовательно, в отдельных случаях на орошаемых землях и в опытах с удобрениями возможно многоярусное расположение делянок без нарезки временных оросителей между ярусами, что обеспечивает более производительное использование поливных земель.

Правильная постановка опытов в условиях орошения включает регулирование и точный учет количества воды, попадающей на весь опытный участок и на каждую делянку.

Для определения расхода воды пользуются методами, разработанными для данного орошаемого района или способа полива.

Из особенностей опытов на орошаемых землях следует указать еще на необходимость увеличения концевых защитных полос до 4—6 м, чтобы избежать ошибки, связанной с неравномерностью увлажнения. Защитные полосы, отделяющие опытные делянки от постоянных оросителей, должны быть не уже 6—8 м. Если в опыте предусмотрены неполивные делянки, то их окаймляют боковыми защитными полосами шириной не менее 3 м. В опытах с дождеванием ширину боковых защитных полос увеличивают до 4—5 м и более с каждой стороны делянки, чтобы исключить перенос ветром водяных струй на соседние участки.

Ширину защитных полос и опытных делянок необходимо увеличивать при закладке опытов на почвах с близкими грун-

товыми водами, чтобы устранить влияние подъема грунтовых вод в случае одновременного полива соседних делянок.

При поливе по бороздам длина их определяется размером посевных делянок, уклоном местности и водопроницаемостью почвы.

В большинстве случаев она не должна превышать 150 м, так как при более длинной борозде почва увлажняется неравномерно и образуются затопляемые места. На сильно проницаемых почвах борозды делают короче — около 100 м.

Борозды нарезают в междурядьях растений. Глубина и ширина их определяются шириной междурядий, нормой полива, длиной борозды и свойствами почвы. На почвах со слабой водопроницаемостью лучше делать более глубокие борозды, чтобы вода скорее достигла корней растений, а на почвах с большой водопроницаемостью целесообразно делать борозды средней глубины — до 15 см. Расстояние между поливными бороздами на легких почвах должно быть не больше 60—70 см, а на тяжелых почвах с преобладанием горизонтальной фильтрации оно может быть увеличено до 1 м.

Сроки и нормы поливов устанавливаются в зависимости от целей опыта, биологических особенностей растений и местной практики. Для правильного определения поливных норм необходим постоянный учет запасов воды в активном (расчетном) слое почвы, где сосредоточена основная масса корней и всасывающих корневых волосков. Глубина и характер расположения корневых систем зависят от биологических особенностей выращиваемых культур, почвенно-климатических условий и агротехники. Чем больше принята глубина активного слоя почвы, который предполагается увлажнить при поливе, тем больше поливная норма, т. е. количество воды за один полив.

Для культур с глубокой корневой системой (люцерна, кукуруза, сахарная свекла и др.) активный слой почвы при определении поливных норм принимают чаще всего равным 60—80 см; для зерновых и зернобобовых — 50—70 см и для овощных культур — 40—50 см.

Для правильного учета поливных норм водоизмерительные сооружения на участках, где проводятся опыты, должны иметь несложное устройство, позволяющие просто и достаточно точно определять расход воды.

Величину поливной струи устанавливают в зависимости от водопроницаемости почвы, уклона местности и длины поливных борозд.

Распределяют воду по поливным бороздам и нормируют ее при помощи переносных трубопроводов с регулируемым водовыпусками, а где их нет — при помощи сифонов и трубок.

В опытах с поливом напуском по полосам ширину и длину поливной полосы определяют в зависимости от поливной нормы, свойств почвы, рельефа опытного участка и размера делянок. На одной поливной полосе размещают одну или, если

позволяет тема опыта, несколько целых делянок. Величину поливной струи при поливе по полосам устанавливают в пределах 2—6 л/с на 1 м ширины полосы.

Особенностью постановки полевых опытов в условиях орошения является необходимость учета суммарного водопотребления по вариантам опыта, т. е. общего расхода воды на транспирацию и испарение почвой за период вегетации. Располагая этими данными, можно оценить эффективность изучаемых приемов не только по величине и качеству продукции, но и по использованию поливной воды.

Величину суммарного водопотребления можно определить балансовым методом. Для этого необходимо учесть все статьи прихода воды: осенне-зимние и весенние запасы воды в корнеобитаемом слое почвы, продуктивные осадки (свыше 5 мм) за вегетационный период и поливы, а также установить запас воды в корнеобитаемом слое почвы (обычно глубиной 1 м) при уборке урожая. По разности между суммой всех элементов приходной части баланса и запасом влаги при уборке урожая находят величину суммарного водопотребления.

При экономической оценке эффективности орошения следует иметь в виду, что урожаи на неполивных делянках, окруженных поливными, в результате улучшения микроклимата бывают, как правило, значительно выше, чем на больших богарных участках.

Глава 8

МЕТОДИКА ПОЛЕВЫХ ОПЫТОВ ПО ЗАЩИТЕ ПОЧВ ОТ ЭРОЗИИ

Ущерб, наносимый сельскому, водному, дорожному, энергетическому и другим отраслям народного хозяйства водной и ветровой эрозией почвы, велик. В области сельского хозяйства это не только полная гибель посевов, но и невозместимые потери пахотного слоя почвы, в результате чего плодородные земли могут стать бесплодными и надолго выпасть из сельскохозяйственного оборота.

Изучением закономерностей развития эрозионных процессов и разработкой эффективных зональных систем противоэрозионных мероприятий занимается большое число научно-исследовательских и учебных учреждений страны. Сложность изучения проблемы защиты почв от эрозии заключается в том, что степень и характер проявления эрозионных процессов сильно варьируют в зависимости от напряженности энергетических факторов эрозии — объема и интенсивности стока воды или скорости ветра, вероятность которых определяется метеорологическими условиями. Поэтому для всесторонней оценки того или иного противоэрозионного комплекса или приема необходим не менее чем 6—8-летний цикл наблюдений, охватывающий разные

по метеорологическим условиям года. Другой характерной особенностью натурных исследований по разработке агротехнических мероприятий по борьбе с эрозией почвы является необходимость размещения полевых опытов на достаточно крупных участках. Это позволяет получить объективную информацию об особенностях естественного проявления эрозии в данном регионе, исключить возможное действие краевых эффектов прилегающих территорий и соседних вариантов, но ведет к необходимости выделения под опыт значительных по площади земельных участков.

§ 1. ОПЫТЫ ПО ЗАЩИТЕ ПОЧВ ОТ ВОДНОЙ ЭРОЗИИ

Потери воды и почвы в результате стока и смыва являются наиболее точными показателями интенсивности развития эрозионных процессов на склоновых землях. Для учета этих потерь при проведении противоэрозионных агротехнических полевых опытов необходимо иметь постоянные или временные специально оборудованные измерительными устройствами деланки — стоковые площадки.

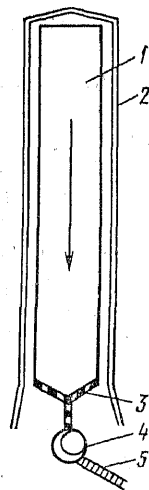
Стоковая площадка представляет собой небольшой водосбор — участок склона, изолированный от окружающей площади металлическими, деревянными, асбоцементными или земляными бортиками. В полевых опытах наибольшее распространение получили стоковые площадки с земляными оградительными валиками-гребнями высотой 25—30 см, шириной понизу 50—60 и поверху 20—25 см. Валики не мешают проведению агротехнических работ; после очередной обработки почвы их восстанавливают. На нижней границе стоковой площадки делают водоприемный лоток из листового металла, продольно распиленных асбоцементных труб, досок, кирпича или бетона. Из водоприемного лотка сток через трубу или канал поступает в водоприемник — мерный бак, где аккумулируется поверхностный жидкий и твердый сток (рис. 27).

Стоковые площадки оборудуются осенью на заранее подготовленных агротехнических фонах — вариантах опыта. Размеры и количество стоковых площадок в опыте сильно варьируют в зависимости от цели и задачи исследования протяженности склона и технических возможностей экспериментатора. В ряде случаев стоковые площадки располагают в два-три яруса по всей длине склона таким образом, чтобы дифференцированно учесть интенсивность проявления эрозии почвы, а следовательно, определить эффективность изучаемых противоэрозионных мероприятий на разных участках склона.

Устройство стоковых площадок, уход за ними и оборудованием, систематический учет жидкого и твердого стока, обработка данных гидрологических наблюдений требуют значительных трудовых и материальных затрат. Это необходимо учитывать при планировании исследований, ограничив число стоко-

Рис. 27. Схема стоковой площадки:

1 — стоковая площадка; 2 — оградительный бортик (валик); 3 — водоприемный лоток; 4 — водоприемник (мерный бак); 5 — сбросная труба. Вектором указано основное направление стока.



вых площадок в опыте 12—16, располагая их на наиболее контрастных вариантах двух повторений. Двухкратная повторность наблюдений за жидким и твердым стоком позволяет проводить математическую обработку результатов методом дисперсионного анализа, а также применять корреляционный и регрессионный анализ для измерения зависимости эрозионных процессов от интенсивности и противоэрозионных мероприятий.

В практике научных исследований по разработке агротехнических приемов и технологий по разработке борьбы с эрозией почвы на полевых угодьях, а также при изучении эрозионных процессов в садах наиболее широко используют стоковые площадки длиной 100—150 м и шириной 10—20 м, т. е. площадью 1000—3000 м². Длинной стороной стоковые площадки ориентируют вдоль склона, по направлению основных линий стока. При длине площадки около 100 м достаточно четко проявляется механическое действие текущей воды на почву, что позволяет правильно оценить изучаемые факторы.

Итак, в полевых опытах по изучению водной эрозии почвы используются длинные учетные делянки (стоковые площадки) с минимальной площадью около 1000 м². Наряду с этим обязательным требованием является раздельная обработка почвы поперек делянок (поперек склона) с разворотом агрегатов на защитках шириной не менее 8—10 м. Чтобы выполнить это условие, необходимо выделять 4—5-метровые боковые защитки, что увеличивает площадь опытной делянки примерно вдвое в сравнении с учетной стоковой площадкой. Вот почему минимальным размером опытной делянки в полевых опытах по изучению противоэрозионных мероприятий на склоновых землях следует считать 2000 м² (20×100 м). В ряде случаев можно использовать и несколько меньшие делянки, порядка 1000 м² (20×50 м).

Большой размер опытных делянок, сложные условия проведения эксперимента (пестрота почвенных, гидрологических и микроклиматических условий на склонах), а также большая трудоемкость точного количественного определения стока талых и дождевых вод указывает на огромную значимость правильного планирования структуры полевого опыта и его технического оснащения.

Земельный участок для опыта следует выбирать на одностороннем склоне восточной или западной экспозиции с наличием преобладающих в зоне комплексов склоновых земель.

В зависимости от целей исследования опытный участок может располагаться по всей длине склона от водораздела до бровки поля или в наиболее характерной его части. На склонах выпуклой формы стоковые площадки длиной около 100 м и весь опытный участок целесообразно и оправданно в организационно-техническом отношении располагать у нижней границы поля в наиболее крутой части склона, где обычно находятся среднесмытые и сильносмытые почвы, требующие применения противоэрозионных приемов и комплексов.

Общая площадь под опытом должна соответствовать техническим возможностям одновременного и высококачественного проведения всех агротехнических работ на опыте в оптимальные сроки. Практика показывает, что целесообразно планировать закладку точных стационарных полевых опытов на склоновых землях в пределах 4—6 га.

Повторения на опытном участке размещают сплошным и разбросанным методами. Второй метод следует использовать в том случае, когда из земельного массива приходится исключать те участки, которые могут сильно исказить формирование стока (глубокие западины, бугры, старые дороги и т. д.).

Учитывая сложность условий проведения эксперимента, трудоемкость и громоздкость опытов по борьбе с водной эрозией почвы, целесообразно в схеме иметь не более 4—5 контрастных вариантов — противоэрозионных приемов или комплексов. Варианты по делянкам каждого повторения размещают рендомизированно (случайно) — методом рендомизированных повторений или методом расщепленных делянок.

В практике колхозов и совхозов все больше применяется принцип дифференцированного использования склоновых земель, основанный на выделении участков склона разной степени крутизны и смытости, а следовательно, требующих разной интенсивности применяемых противоэрозионных мероприятий. Чтобы дать обоснованные рекомендации производству, необходима такая организация стационарного полевого опыта на склоне, которая позволяет дифференцированно оценить действие и взаимодействие противоэрозионных приемов борьбы с эрозией, степени эродированности, крутизны склона, расстояния от водораздела и т. д. на сток и смыв почвы, урожай и качество возделываемых культур.

В этих целях рекомендуется закладка многофакторных полевых опытов методом расщепленных делянок с рендомизированным размещением изучаемых противоэрозионных агротехнических приемов на делянках первого порядка. В схему опыта следует включать не более 3—4 вариантов, которые должны существенно различаться между собой по воздействию на эрозию почвы. Делянки первого порядка длиной 150—200 м и шириной 20—30 м должны охватывать большую наиболее эродированную часть или всю длину склона с почвами разной степени крутизны и смытости. Для оценки действия и взаимодействия

изучаемых агротехнических и природных факторов необходим отдельный учет урожая, стока воды и смыва почвы на разных элементах рельефа. В этих целях учетную делянку (стоковую площадку) первого порядка расщепляют на субделянки в зависимости от наличия разных категорий земель на склоне, т. е. почв разной эродированности. Нижние стороны элементарных площадок второго порядка на разных участках склона оборудуют водоприемными лотками и водомерными сооружениями, позволяющими последовательно учитывать эродирующую способность поверхностного стока от водораздела к подошве склона. Две из возможных схем такого расположения элементарных стоковых площадок на крупной делянке показаны на рисунке 28.

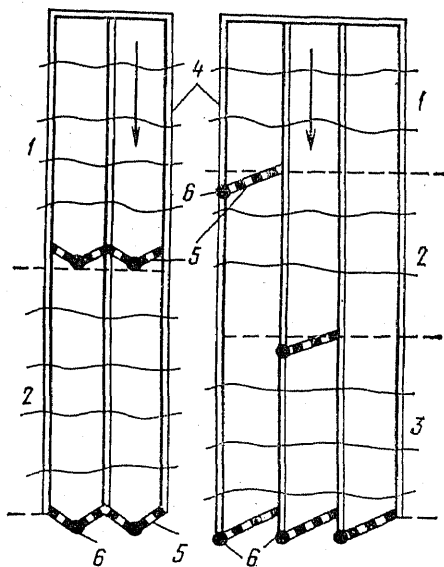


Рис. 28. Размещение стоковых площадок.

1—2—3 — части склона (категории земель по эрозии); 4 — оградительный бортик (валлик); 5 — водоприемный лоток; 6 — водоприемник (мерный бак). Вектором указано на основное направление стока.

Организация дифференцированного учета стока воды и смыва почвы на верхней, средней и нижней частях склона повышает информативность эксперимента, но сильно усложняет его техническое проведение. Поэтому часто отдельно по элементам склона сплошь учитывают только урожай, а также ведут наблюдения за влажностью, агрофизическими и агрохимическими свойствами почвы, засоренностью посевов и пораженностью их болезнями и вредителями. Элементарные делянки не оборудуют в стоковые площадки для дифференцированного учета поверхностного стока и смыва. Примерный учет смыва почвы по частям склона ведут методом замера объема водоразлитых струйчатых размывов). Сток воды и смыв почвы учитывают суммарно для всей стоковой площадки — делянки первого порядка.

Противоэрозионные агротехнические опыты, требующие точных сравнений и статистической оценки, целесообразно закладывать в 3—4-кратной повторности со случайным (рэндомизированным) размещением вариантов внутри каждого повторения. Планируя закладку опыта в трех повторениях, необходимо предусмотреть выделение в каждом повторении двух делянок для размещения на них контрольного варианта. Это значительно повышает точность сравнения опытных вариантов со стандартом и уменьшает ошибку эксперимента. Предварительные опыты, а также полные факторные эксперименты с большим

числом вариантов могут быть заложены в двукратной повторности.

На склоновых землях наряду с изучением противоэрозионных приемов и технологий, требующих закладки специфических, трудоемких балансовых опытов со стоковыми площадками, проводят и простые опыты, например, с удобрениями, пестицидами, сортами и т. д. Эти опыты обычно закладывают методом рендомизированных повторений на едином противоэрозионном агротехническом фоне в соответствии с основными требованиями методики, располагая делянки вдоль склона так, чтобы их длинные стороны совпадали с направлением линии стока.

Для оценки действия и взаимодействия изучаемых факторов на почвах разной степени эродированности используется двухфакторный эксперимент с расщепленными делянками. Более крупные делянки первого порядка размещают ярусами поперек склона (верхняя часть склона, средняя, нижняя). Они служат для оценки действия степени эродированности почвы на продуктивность растений. Делянки второго порядка, размещаемые вдоль склона, оценивают эффект изучаемых факторов (удобрений, пестицидов и т. д.). В каждом ярусе (повторении) должен быть полный набор изучаемых вариантов, размещаемых по делянкам рендомизированно. Во избежание переноса на делянки почвы, удобрений и пестицидов с участков, расположенных выше, каждый ярус сверху изолируют наклонными водоотводящими валами или канавами. Учетная площадь элементарной делянки должна обеспечивать проведение механизированного учета урожая.

Для комплексных опытов, в которых планируется оценить эффективность перспективных противоэрозионных приемов на разных уровнях химизации или специализации земледелия, наиболее приемлем метод расщепленных делянок. На делянках первого порядка размещают противоэрозионные комплексы. Эти делянки служат блоками (фонами) для изучения действия различных уровней удобренности почвы, гербицидов, структурообразователей и т. д. Фоновые варианты закладывают в 2—3-кратной, а варианты, размещаемые на делянках второго порядка, в 4—6-кратной повторности, т. е. повторяют их дважды по каждому фону.

В районах с расчлененным рельефом, где часто выпадают ливни, в отдельные годы наблюдается сильный летний ливневый сток и смыв почвы. Особенностью изучения эрозионных процессов и мер регулирования ливневого стока является сочетание учета интенсивности стока и смыва под воздействием летних ливневых дождей и искусственных дождей, смоделированных специальными дождевальными установками. Оценка действия агротехнических мероприятий на ливневый сток в естественных условиях осуществляется методом полевого опыта со стоковыми площадками. Успех проведения этих исследований всецело зависит от дождя, который нельзя предсказать;

ливневый сток обычно формируется внезапно, характеризуется кратковременностью и большой интенсивностью. Метод искусственного дождевания имеет то преимущество, что экспериментатор может регулировать интенсивность и продолжительность дождя, повторять эксперимент столько раз, сколько требуется для получения достоверных данных. Указанные преимущества искусственного дождевания реализуются только в том случае, если исследователь располагает дождевальной установкой для воспроизводства (моделирования) дождя, который по структуре и действию на почву не отличается от естественного.

Специалисты по эрозии почв (Г. П. Сурмач и Г. Н. Лысак и др.) считают, что дождевальная машина должна обеспечивать создание капель диаметром 3—4 мм и высоту их падения не менее 3—4 м. Не менее важным требованием к дождевальной установке для изучения ливневой эрозии почвы является ее транспортбельность и легкость передвижения по опытным делянкам.

Размер опытных делянок при изучении стока и инфильтрационной способности почвы методом искусственного дождевания сильно варьирует. Он определяется целями исследований и конструкцией дождевальной установки.

Чаще всего применяют небольшие делянки, в основном от 0,5 до 50 м².

§ 2. ОПЫТЫ ПО ЗАЩИТЕ ПОЧВ ОТ ВЕТРОВОЙ ЭРОЗИИ

Наиболее характерными особенностями основных (базовых) полевых опытов по разработке и оценке агротехнических комплексов или приемов защиты почв от ветровой эрозии являются: 1) стационарность и достаточная (6—8 лет и более) длительность; 2) большая, чем в обычных полевых опытах, площадь делянок и 3) ориентация делянок вдоль, а направления посева — поперек господствующих ветров.

Стационарные полевые опыты в сочетании с широкими географическими исследованиями и модельными экспериментами с использованием аэродинамических труб и дождевальных установок необходимы для достоверной оценки действия и взаимодействия изучаемых факторов в широком диапазоне климатических условий. Эти опыты являются основой для разработки научных рекомендаций по охране почв от эрозии.

Площадь и форма делянки должны исключать возможность проявления краевых эффектов прилегающих территорий и соседних вариантов и обеспечивать получение неискаженной информации по оценке действия почвозащитных мер на устойчивость почвы и продуктивность растений. В практике опытной работы площадь делянок варьирует в широких пределах от 500—1000 м² до 1 га и более; особенно часто стационарные полевые опыты закладывают на делянках 0,25—1 га, а при работе в условиях производства — 0,5—2 га. Однолетние и краткосрочные опыты закладывают на делянках меньшего размера.

Форма делянки квадратная или прямоугольная, с соотношением сторон не более 1:4. Ширина делянки не менее 30 м. Планируя расположение опыта на территории, необходимо ориентировать делянки вдоль господствующих ветров и основного уклона. Посев проводят поперек направления господствующих ветров, а обработку почвы — поперек основного уклона. При наличии лесополос делянки ориентируют под прямым углом к ним или располагают учетные части делянок от лесополосы не ближе ее 20-кратной высоты.

Однофакторные опыты, требующие статистической оценки данных, необходимо закладывать не менее чем в 4-кратной, а на комплексных почвах в 5—6-кратной повторности с рендомизированным размещением вариантов. Для предварительных, разведочных и массовых опытов в условиях производства допустима 2—3-кратная повторность.

На выровненных по рельефу участках и на полях с односторонним склоном, совпадающим с направлением господствующих ветров, однофакторные и двух-трехфакторные опыты с небольшим (до 10) числом вариантов следует закладывать методом рендомизированных повторений (блоков). Повторения могут размещаться на опытном участке компактно или разбросанно. Более сложные многофакторные опыты закладывают методом расщепленных делянок с рендомизированным размещением вариантов при 3—4-кратной повторности.

Чтобы элиминировать двухстороннее действие неконтролируемых в опыте факторов, например, на участках с двусторонним склоном или полях, где направление склона и господствующих ветров не совпадают, опыты необходимо закладывать латинским квадратом или латинским прямоугольником. Латинский квадрат 4×4 , 5×5 и 6×6 целесообразно применять для размещения опытов с числом вариантов 4—6, а латинский прямоугольник $4 \times 4 \times 2$, $4 \times 4 \times 3$ и $4 \times 4 \times 4$ для опытов, включающих 8—16 вариантов. Делянки, близкие по форме к квадрату, необходимо ориентировать вдоль направления господствующих ветров.

Учет урожая должен проводиться со всей учетной делянки сплошным методом. В точных стационарных полевых опытах недопустим выборочный учет урожая методом учетных площадок, метровок или контрольных полос.

Планируя объем стационарного эксперимента, необходимо всегда иметь в виду, что все агротехнические работы на опытном участке должны быть выполнены в оптимальные и сжатые (в 1—2 дня) сроки. Это требует тщательной и дифференцированной для каждого опыта проработки вопроса о площади делянки. Очевидно, что делянка должна быть не большой, а оптимальной для данных условий, позволяющей правильно оценить эффективность изучаемых мероприятий. Необоснованное увеличение площади делянки сверх оптимальной ведет к сильному увеличению общей площади под опытом и ухудшает срав-

нимость изучаемых вариантов. Большая площадь опыта часто является основной причиной затягивания агротехнических работ на сопоставимых вариантах и неоднократного нарушения важнейшего требования научного эксперимента — принципа единственного различия.

§ 3. ОПЫТЫ НА ПОЛЯХ, ЗАЩИЩЕННЫХ ЛЕСНЫМИ ПОЛОСАМИ

Особенностью экологических условий межполосного пространства является их территориальная неоднородность, зональность вследствие действия лесных полос на ослабление скорости ветров. Всесоюзный агролесомелиоративный институт (В. В. Захаров, 1970) предлагает выделять такие зоны внутри продольных (основных) полос, расположенных поперек господствующих ветров (рис. 29):

1. Заветренная зона протяженностью, равной 10-кратной высоте лесной полосы ($10H$), расположенная с заветренной относительно господствующих метелевых ветров стороны лесных полос и занимающая пространство от опушки до окончания снежного шлейфа.

2. Центральная зона протяженностью, равной 10—15-кратной высоте лесной полосы.

3. Наветренная зона протяженностью, не превышающей 5-кратную высоту лесной полосы.

4. Контрольная зона, которую выделяют только на полях, где расстояние между продольными лесными полосами превышает дальность их действия ($30—35H$). Эту зону условно принимают за «контроль», который в экологическом отношении близок к участку, не защищенному лесными полосами. «Контрольная зона» занимает пространство между центральной и наветренной зонами.

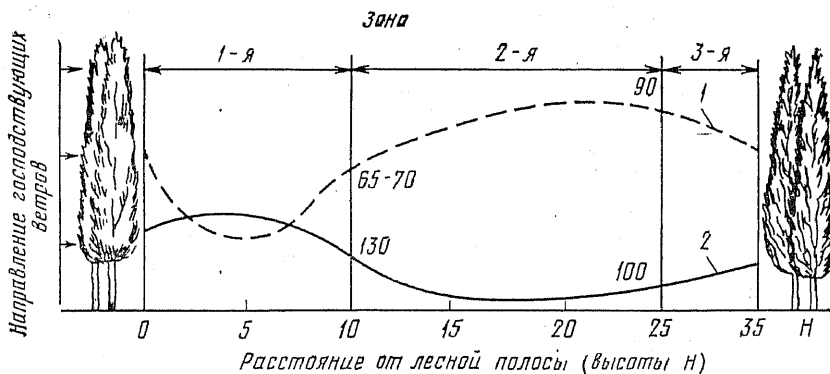


Рис. 29. Дифференциация межполосного пространства на зоны:

1 — скорость ветра (% от скорости в открытом поле); 2 — снегоотложение (по В. В. Захарову).

На полях, где расстояние между основными лесополосами не превышает рекомендуемое для данных условий (на выщелоченных, тучных, обыкновенных и предкавказских черноземах 500—600 м, а на южных развеваемых предкавказских черноземах и каштановых почвах 350—400 м), «контрольную зону» не выделяют.

С зональностью межполосного пространства хорошо коррелируют основные элементы микроклимата (скорость ветра, влажность и температура воздуха и почвы, режим питания и др.), и полевой эксперимент надо спланировать так, чтобы он позволил оценить эффективность изучаемых приемов в пределах каждой зоны. Поэтому, кроме ориентации делянок вдоль направления господствующих ветров, характерной особенностью методики полевых опытов на полях, защищенных лесными полосами, является обязательный дифференцированный учет урожая по каждой зоне.

Площадь и форму делянок устанавливают, исходя из общих методических требований (обычно в пределах 100—500 м² и больше), учитывая особенности территориального варьирования плодородия почвы опытного участка, цели и технические условия проведения эксперимента. В опытах, требующих точных сравнений и статистической оценки, варианты должны размещаться рендомизированно в 4—6-кратной повторности.

В техническом отношении удобно размещать опыты в один ярус методом рендомизированных повторений (блоков). Для учета эффективности изучаемых приемов по зонам каждую делянку, охватывающую все зоны межполосного пространства, делят на 3—4 одинаковые по площади субделянки. Число субделянок устанавливают равным числу зон, которое целесообразно выделить на данном поле. Все наблюдения и учеты проводят отдельно по каждой зоне. Для элиминирования действия на изучаемые варианты поперечных лесных полос необходимо размещать опытные делянки не ближе 20—30 м от них (рис. 30).

В связи с тем, что физическая спелость почвы и созревание зерновых культур по зонам могут наступить одновременно, агротехнические работы и уборку урожая необходимо проводить в оптимальные сроки дифференцированно по каждой зоне. Поэтому, планируя опыт, необходимо предусмотреть выделение между зонами защитных полос шириной не менее 8—10 м для разворота сельскохозяйственных машин.

Для углубленных исследований по оценке действия и взаимодействия изучаемых факторов в зависимости от неоднородности условий межполосного пространства опыт можно расположить по принципу латинского квадрата и прямоугольника с ортогональным расположением вариантов и повторений в нескольких направлениях. Одна из возможных и сравнительно простых схем такого расположения опыта показана на рисунке 31.

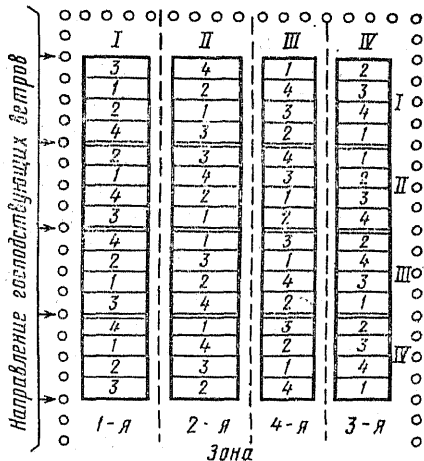
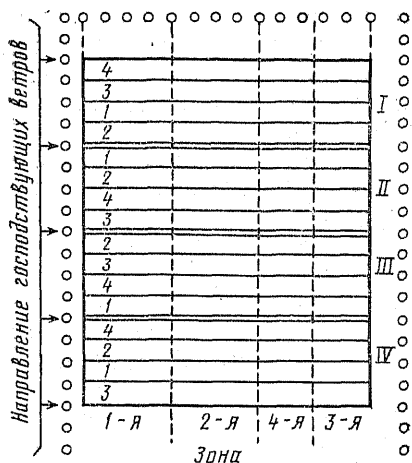


Рис. 30. Схема расположения четырех вариантов в четырех рандомизированных повторениях на делянках, расщепленных для учета эффекта изучаемых мероприятий по зонам.

Рис. 31. Схема расположения четырех вариантов опыта в четырех зонах межполосного пространства по типу латинского квадрата 4x4.

Здесь в каждой зоне заложен опыт (четыре варианта в четырех повторениях). Варианты в повторениях всех зон размещены методом рандомизированного латинского квадрата 4x4. Для каждого латинского квадрата сделана самостоятельная рандомизация. Такое расположение опытов позволяет учесть варьирование резуль­тативного признака по четырем направлениям (рядам, столбцам и двум диагоналям) и оценить эффективность изучаемых факторов в зависимости от пространственного размещения варианта на опытном участке. Площадь учетных делянок устанавливаются одинаковыми для всех зон, ориентируясь на размер делянок в зоне с минимальной протяженностью.

Глава 9

ОПЫТЫ С ОВОЦНЫМИ, ПЛОДОВЫМИ КУЛЬТУРАМИ И ВИНОГРАДОМ

§ 1. ОПЫТЫ С ОВОЦНЫМИ КУЛЬТУРАМИ ОТКРЫТОГО ГРУНТА

Методика опытов в овощеводстве с культурами открытого грунта имеет много общего с опытами в полеводстве.

Особенности методики определяются главным образом большим разнообразием растений и требуют большей дифференциации размера делянки, способов учета и оценки качества урожая. При планировании эксперимента с овощными культурами

открытого грунта исходят из общепринятых методических положений: типичности или репрезентативности опыта, принципа единственного различия и достоверности опыта по существу.

Опыты с овощными культурами закладывают на достаточно окультуренных и более выравненных по плодородию участках, чем опыты в полеводстве. Это позволяет применять деланки меньшего размера, что имеет большое значение в работе с более трудоемкими овощными культурами.

Минимальная площадь деланки полевого опыта с овощными культурами определяется главным образом числом растений, при котором индивидуальные различия между ними не будут оказывать существенного влияния на точность эксперимента. В большинстве случаев считается достаточным иметь не менее 80 учетных растений на деланке.

Для основных овощных культур при закладке опытов в открытом грунте на выравненном опытном участке и посеве калиброванными семенами следует считать вполне достаточными следующие размеры учетных деланок (в м²):

| | |
|--|---------|
| редька, редис | 5—10 |
| лук, морковь, петрушка, горох, перец | 10—30 |
| огурцы, капуста, томаты, баклажаны, свекла | 20—50 |
| арбузы, дыни, тыква | 100—150 |

Практика опытной работы с овощными культурами показывает, что 4—6 повторностях и указанных размерах учетной деланки получается обычно вполне удовлетворительная для полевого опыта точность. Эти размеры деланок и принимают чаще всего для агротехнических опытов с овощами. Если проводят опыты с использованием машин, например для обработки почвы, механической посадки рассады, ухода за растениями, уборки урожая и др., площадь деланок должна быть достаточной для применения механизации.

Наиболее приемлемая форма деланок при работе с овощными культурами прямоугольная с соотношением сторон от 1 : 2 до 1 : 5, а при использовании механизации — с соотношением между шириной и длиной около 1 : 10. Квадратные деланки используются при закладке опытов методом латинского квадрата, а также в опытах по изучению химических средств защиты растений от вредителей, болезней и сорняков, где может быть сильное влияние смежных вариантов друг на друга.

В овощеводстве применяют те же методы размещения опытов, как и в полеводстве: случайные, систематические и стандартные. Основные полевые опыты с овощными культурами необходимо, как правило, закладывать случайными методами, которые позволяют получить наиболее достоверные сведения об изучаемом факторе. Наиболее широко распространен в нашей стране пока шахматный метод с систематическим расположением вариантов в каждом ряду (ярусе). При работе с небольшими деланками и особенно на недостаточно выравненных

участках целесообразно использовать метод латинского квадрата и латинского прямоугольника. Латинский квадрат применяют в опытах с 4—6, а латинский прямоугольник с 8—16 вариантами.

При работе с овощными культурами большое внимание следует обратить на семена, посев и посадку. Для посева необходимо использовать только однородные семена известного происхождения и одной и той же репродукции. Густота посева, если она не является изучаемым фактором, должна соответствовать принятой в практике овощеводства данной зоны. На всех делянках должно быть гарантировано установленное схемой опыта число растений, а в случае необходимости следует проводить прореживание посевов после всходов.

Рассаду для опыта надо выращивать в одинаковых условиях, а высаживать равномерно на всем опыте и по возможности в минимально короткий срок. Известно, что рассада, высаженная в жаркую погоду во второй половине дня, может развиваться иначе, чем высаженная утром. Поэтому очень важно спланировать работу по высадке рассады так, чтобы влияние времени посадки было во всех вариантах опыта одинаково.

Размеры защитных полос в опытах с овощами устанавливают в зависимости от темы опыта, методики его закладки и площади питания опытных растений. Чем сильнее предполагаемые различия в росте и развитии растений на изучаемых вариантах, тем больше должны быть и боковые защитные полосы. При минимальных различиях рекомендуется в качестве боковых, разделительных, защитных полос выделять 1—2 ряда растений, а при сильных различиях (опыты с удобрением, обработкой почвы, предшественниками и т. д.) — не менее 2—4 рядков.

В опытах по орошению защитные полосы между соседними делянками увеличивают до 3 м и более.

В опытах с овощами все работы по уходу следует проводить в оптимальные сроки, тщательно, на высоком агротехническом уровне, с учетом новейших достижений агрономической науки и практики.

Уборка и учет урожая. Урожай овощных культур с опытных делянок убирают вручную. Предварительно точно фиксируют и измеряют выключки, убирают овощи с них и с защитных полос и удаляют с опытного участка.

Урожай учитывают сплошным методом, взвешивая овощи со всей учетной делянки. Урожай многосборовых культур (огурцы, томаты, баклажаны, перцы, раннеспелая, среднеспелая и цветная капуста, фасоль, горох и бахчевые) убирают регулярно при наступлении технической спелости, не допуская перезревания и огрубения продукции. Односборовые культуры (лук, корнеплоды, среднепоздняя и поздняя капуста, тыква и др.) убирают в один прием и чаще всего одновременно на всех делянках опыта или на всех делянках целых повторений.

При уборке и учете урожая овощных следует придерживаться требований, установленных Государственными стандартами, по подготовке их к реализации, например зачистка кочанов капусты от наружных листьев и кочерыг, обрезка листьев у цветной капусты, очистка корнеплодов от ботвы и т. п. Всю валовую продукцию делят на две группы: товарную и нетоварную.

Убранный и подготовленный к реализации продукция должна быть взвешена поделочно в день уборки, а лук-репку взвешивают после просушки луковиц в валках или в закрытых проветриваемых помещениях.

Для оценки качества урожая овощных культур с каждой делянки или с делянок четных или нечетных повторений отбирают средние пробы (выборки) из товарной части продукции и (в зависимости от культуры, цели и задачи исследования) определяют среднюю массу единицы продукции (кочана, плода, корнеплода), вкусовые и засолочные качества, лежкость при зимнем хранении, содержание сухих веществ, сахаров, витаминов и пр.

§ 2. ОПЫТЫ С ОВОЩНЫМИ КУЛЬТУРАМИ В СООРУЖЕНИЯХ ЗАЩИЩЕННОГО ГРУНТА

В современных сооружениях защищенного грунта наблюдается неравномерное распределение микроклимата как в горизонтальном, так и в вертикальном направлениях. Это ведет к сильному закономерному и случайному варьированию урожайности овощных культур по зонам (северная, южная, восточная, западная, центральная) и микроразнообразиям культивационных помещений любого типа — зимних и весенних теплиц разной конструкции или в утепленном грунте под пленкой. Следовательно, как и в полевых условиях, наблюдается четко выраженная тенденция группировки относительно высоких или низких урожаев по зонам сооружения, что создает значительные затруднения в размещении опыта и распределении вариантов по делянкам. Вот почему постановка опытов в условиях защищенного грунта требует особого внимания к планированию схемы и структуры эксперимента.

Прежде чем закладывать опыты в культивационных сооружениях, важно, особенно для новых типов теплиц или систем обогрева, изучить распределение климатического режима в различных зонах сооружения, провести обследование однородности почвогрунта и дробный учет урожая посевов тех овощных культур, с которыми планируются исследования. При большой пестроте почвогрунта его необходимо тщательно перемешать, полностью или частично заменить, добываясь однородности в пределах опытного участка.

Принципиальным вопросом планирования эксперимента в условиях защищенного грунта является определение правиль-

ного расположения вариантов по делянкам опыта. Теоретически обоснованными являются методы, базирующиеся на принципе рендомизации. Специальные многочисленные исследования по сравнительной оценке эффективности распространенного в защищенном грунте систематического размещения вариантов с рендомизированным выполнены Научно-исследовательским институтом овощного хозяйства (Т. А. Набатова, 1974). Они убеждают, что при наличии закономерной территориальной изменчивости урожаев, обусловленной неравномерностью метеорологических факторов, систематическое размещение ведет к получению сильно искаженных данных. Случайное (рендомизированное) размещение вариантов внутри каждого повторения позволяет экспериментатору получить объективную, несмещенную оценку эффектов вариантов и ошибки опыта. Следовательно, и в условиях защищенного грунта варианты внутри каждого повторения надо размещать рендомизированно, на основе таблиц случайных чисел или по жребию.

При проведении исследований в овощеводстве защищенного грунта чаще всего пользуются мелкоделяночными опытами. Перспективные варианты мелкоделяночных опытов изучают затем в опытах в производственной обстановке.

В мелкоделяночных опытах применяют прямоугольные делянки с соотношением сторон от 1 : 2 до 1 : 4. Учетная площадь делянок 2—10 м², повторность 4—6-кратная. При работе с крупными растениями (томат, огурец, цветная капуста и др.) размер делянок 6—10 м²; в опытах с мелкими растениями (редис, салат, рассада и др.) делянки уменьшают до 2—4 м².

Опыты в производственной обстановке закладывают с ограниченным числом вариантов (два—три) на относительно больших площадях (теплица 500—1000 м² и более, отделение или звено теплицы, лента утепленного грунта под пленкой) в трехкратной повторности.

Учитывая ограниченность однородной площади в условиях защищенного грунта и неравномерность в распределении микроклиматических факторов, в схему мелкоделяночных опытов не следует включать более 6—8 вариантов. Важно каждое организованное повторение располагать компактно в пределах одной климатической зоны, выделяя достаточные защитные полосы (2—4 м) от торцевых и боковых ограждений. Для повышения точности сравнения изучаемых вариантов с контролем последние целесообразно сдублировать, т. е. размещать их на двух делянках каждого повторения, каждой строки или столбца латинского квадрата или прямоугольника.

Все опыты, требующие точных сравнений и статистической оценки, следует закладывать методами, основанными на рендомизированном размещении вариантов внутри повторений (блоков). В зависимости от типа и условий культивационных сооружений следует планировать применение метода рендомизированных повторений, латинского квадрата или латинского пря-

моугольника. Данные учета урожая обрабатывают методом дисперсионного анализа в соответствии со схемой и структурой опыта.

§ 3. ПЛОДОВЫЕ И ЯГОДНЫЕ КУЛЬТУРЫ

Специфика полевого опыта с плодово-ягодными культурами обусловлена их биологическими особенностями, из которых важное значение для правильного планирования, организации и проведения исследования имеют габитус, продолжительность жизни и широкая индивидуальная изменчивость деревьев и кустарников.

Материалы учета урожая в опытах с плодовыми, чайным кустом, цитрусовыми и виноградом, математически обработанные В. Н. Перегудовым, показывают, что вариабельность урожая этих культур очень высока. При выращивании на одинаковой примерно площади (30—40 м²) коэффициент вариации изменялся от 13,7% для винограда до 41,2% для яблони:

| Культура | Коэффициент вариации (%) |
|------------------------------|--------------------------|
| Виноград (ягоды) | 13,7 |
| Чай (зеленый лист) | 16,4 |
| Лимон (плоды) | 30,0 |
| Яблоня (плоды) | 41,2 |

Основной причиной сильного варьирования опытных данных в плодоводстве является индивидуальная, генетическая изменчивость растений. Поэтому при планировании полевого опыта в саду и на ягодных плантациях необходимо учитывать не только варьирование показателей в зависимости от пестроты плодородия почвы опытного участка и местоположения растений, но и хорошо знать индивидуальную изменчивость растений до закладки опыта. Предварительный индивидуальный учет урожая или других показателей, характеризующих наследственную изменчивость растений, составляет основу для правильного распределения опытных деревьев на группы по их состоянию (относительно слабые, средние и сильные), определения необходимого числа растений на делянке и установления числа повторностей.

У плодовых наблюдается довольно устойчивое относительное варьирование урожая по годам, сохраняющееся в течение многих лет. Наблюдения Н. Д. Сливаковского над ростом и плодоношением молодых деревьев в течение 11 лет показали прямую корреляционную связь между состоянием растений в начале опыта и на протяжении всех последующих лет. Эта устойчивость показателей, зависимость роста и плодоношения растений от их исходного состояния и должна быть использована в исследовательской работе с многолетними плодовыми и ягодными культурами. Следует так объединить растения по ис-

ходному состоянию в варианты, чтобы каждый из них охватывал все разнообразие условий опытного участка и опытных растений.

При постановке опытов во вновь закладываемых насаждениях после выбора и установления пригодности земельного участка для опыта необходимо провести специальные мероприятия по созданию высокого уровня окультуренности и однородности почвы: плантажную вспашку, внесение извести, органических и минеральных удобрений. Глубина плантажной вспашки и дозы внесения удобрений изменяются в зависимости от зоны и особенностей опытных культур. Все работы по подготовке участка для закладки плодовых насаждений должны проводиться очень тщательно с соблюдением однородности условий.

Во вновь закладываемых насаждениях особое внимание следует обращать на повышение однородности посадочного материала опытных растений.

Посадочный материал плодовых культур надо выращивать в питомнике с соблюдением определенных требований. Необходимо использовать стандартные подвои, а при семенном размножении — наиболее устойчивые виды и сорта с апробированных маточных деревьев; отбирать однородные по силе развития стандартные дички и использовать для окулировки глазки со строго апробированных деревьев. За всеми растениями в питомнике должен быть одинаковый и тщательный уход. Посадочный материал отбирают в питомнике до выкопки и измеряют диаметр штамба, высоту растения, количество и прирост побегов. Все отобранные саженцы должны быть однородными по силе развития и с доброкачественной корневой системой. Из опыта нужно исключить все неподходящие растения, например большие, слишком маленькие уродливые и т. п.

После отбора однородных саженцев окончательно подбирать опытные растения для каждого варианта и делянки необходимо методом случайной выборки, т. е. путем рендомизации, которая исключает вольный или невольный субъективизм исследователя и позволяет получить выборку с несмещенными оценками.

Распределение вариантов и деревьев по местоположению на опытном участке также должно быть, как правило, случайным.

При постановке экспериментов в уже существующих садах и ягодниках насаждения детально изучают до закладки опыта. Они должны отвечать требованиям типичности по местоположению для зоны, быть однородными по сортовому и возрастному составу, обеспеченными сортами-опылителями и иметь изреженность не выше 15—20% для плодовых и не выше 10—15% для ягодных культур. Агротехника (содержание почвы, удобрение, обрезка и др.), должна быть однообразной по крайней мере за последние 3—5 лет.

В результате предварительного изучения насаждения особенно желательны иметь такие количественные калибровочные (таксационные) показатели, которые хорошо коррелируют с последующей продуктивностью растений. Если, например, некоторые предназначенные для опыта деревья имеют больший габитус или более урожайны, чем другие, то тенденция этих деревьев обладать более высокой продуктивностью сохранится, очевидно, и после закладки опыта. Поэтому целесообразно выяснить этот вопрос до распределения их по вариантам, так как при отсутствии таких исходных данных эффект вариантов нельзя будет отделить от эффектов, связанных с различиями деревьев до опыта, и, следовательно, невозможно объективно оценить действие исследуемых факторов. В качестве характеристик исходного состояния деревьев яблони, например, чаще всего используют урожай за предшествующие 2—4 года, суммарный урожай, а также окружность штамба до опыта.

Таксационные показатели, полученные в результате изучения насаждения, наносят на план, который служит основой: а) для планирования расположения делянок и вариантов в опыте, определения числа деревьев на делянке и числа повторений; б) для того, чтобы впоследствии с помощью ковариационного анализа полученные по вариантам опыта данные привести к сравнимому виду.

Для агротехнических опытов рекомендуют и чаще всего используют в исследовательской работе делянки со следующим числом учетных растений:

| | |
|---------------------------------------|----------------------|
| для плодовых | 6—10 деревьев |
| для кустарниковых ягодников | 10—20 растений |
| в питомнике | 40—60 растений |
| в школе сеянцев | 20—25 м ² |
| для земляники | 20—40 м ² |

Общее число опытных растений в каждом варианте зависит от принятой повторности, но, как правило, для плодовых оно не должно быть менее 24—30, для кустарниковых ягодников — 30—60, для питомников — 100—160, для школы сеянцев и опытов с земляникой — не менее 50—100 м².

Все опыты, требующие точных сравнений, нужно закладывать, как правило, в 4—6-кратной повторности. Для опытов предварительного характера допустима трехкратная повторность.

По исследованиям В. Н. Перегудова и М. И. Сошниковой (1968), в опытах с плодовыми меньшая делянка с соответствующим образом повышенной повторностью обеспечивает получение более надежных данных, чем большая делянка при небольшой повторности. Эта закономерность является общей для однолетних и многолетних культур и наблюдается всегда, когда в методических опытах выдерживается принцип единственного различия. Если иметь всегда одинаковое число деревьев в варианте или занимать под вариант одинаковую площадь в опы-

отмечалось выше, и является тем заслоном, который противостоит вольному или невольному субъективизму исследователя и позволяет получить выборку с несмещенными оценками, т. е. избежать накопления систематических ошибок, искажающих эффекты вариантов. Конечно, рендомизацию нельзя рассматривать как жесткое требование, и на практике она может разумно ограничиваться.

На рисунках 32—34 показано размещение вариантов методом рендомизированных повторений и латинским квадратом. Эти методы и рекомендуется использовать в практической работе при постановке однофакторных полевых опытов с плодовыми и ягодными культурами.

Если планируется закладка опыта с небольшим числом вариантов (2—4) и на небольшом земельном участке с отсутствием четко выраженной территориальной изменчивости насаждения, можно использовать полную рендомизацию.

При постановке многофакторных опытов с плодовыми и ягодными культурами целесообразно применять метод расщепленных делянок, позволяющий использовать делянки одного опыта в качестве блоков, повторений для другого опыта. Так, при изучении способов содержания почвы в саду необходимы делянки большого размера (делянки первого порядка), которые можно разделить на более мелкие делянки второго порядка и испытать на них ядохимикаты или удобрения, а эти делянки, в свою очередь, раздробить на еще более мелкие делянки третьего порядка, например по изучению сортов или способов обрезки. Расщеплять основную делянку можно до элементарной единицы, т. е. одного растения.

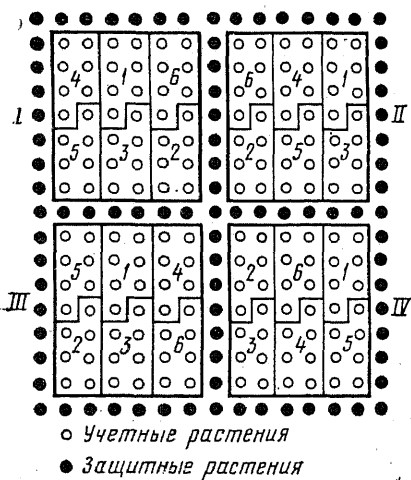


Рис. 33. Схема расположения шести вариантов опыта с плодовыми культурами рендомизированными повторениями в два яруса.

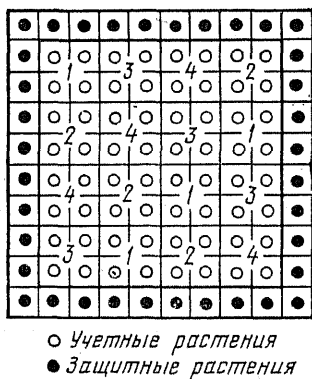


Рис. 34. Схема расположения четырех вариантов опыта с плодовыми культурами латинским квадратом 4x4.

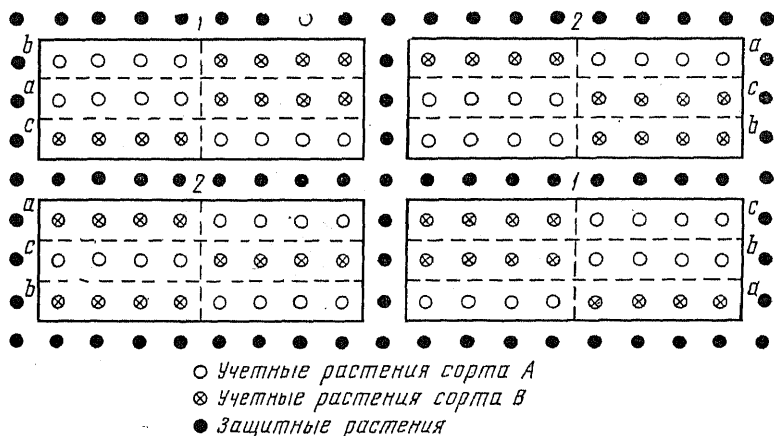


Рис. 35. Схема размещения 12 вариантов трехфакторного опыта ($2 \times 3 \times 2$) методом расщепленных делянок (показано два повторения):
 1—2 — сроки опрыскивания; a, b, c — способы формирования ягодников.

На рисунке 35 дана схема размещения опыта с расщепленными делянками по изучению сроков опрыскивания малины ядохимикатами (делянки первого порядка), трех способов формирования кустов (делянки второго порядка) и двух сортов (делянки третьего порядка). Эта схема позволяет сконцентрировать внимание исследователя на факторах, требующих особенно углубленного анализа и точной оценки (в нашем примере сорта малины), и упростить технику проведения опыта.

В опытах с плодовыми культурами по методу дерево-делянка, когда растения (деревья) одноименных делянок размещают рассеянно по опытной площадке и каждое дерево считают делянкой, особенно тщательно нужно изучить выделенное под опыт насаждение до закладки опыта. С этой целью данные учета урожая деревьев наносят на план, затем объединяют растения в группы (повторения) с таким расчетом, чтобы варьирование урожая внутри группы было наименьшим. Из каждой группы методом рендомизации (жеребья) отбирают необходимое и одинаковое для всех вариантов число деревьев.

Если опытных растений в каждом варианте не более 10—12, то при закладке опытов по методу дерево-делянка может быть применен латинский квадрат. В этом случае количество изучаемых вариантов должно быть равно числу растений в каждом варианте, а порядок расположения деревьев (кустов) в ряду и столбце определяется рендомизацией.

Урожай плодовых культур. Урожай учитывают сплошным методом, взвешивая его со всех опытных растений. Для оценки эффективности изучаемых агротехнических приемов или сортов проводят следующие основные учеты и определения: 1) глазомерное определение степени плодоношения каждого дерева в

баллах и ожидаемого урожая в килограммах; 2) учет хозяйственно годной падалицы; 3) весовой учет съемного урожая; 4) оценку качества урожая: вкусовые достоинства, величину и одномерность плодов, выход их по товарным сортам, сроки съема и наступления потребительской зрелости, лежкость плодов, их биохимический состав и др.

У молодых, вступающих в плодоношение деревьев урожай учитывают со всей делянки. Чтобы определить средний урожай с дерева, полученный урожай со всех опытных деревьев делят на число учетных деревьев, включая и не плодоносившие в данном году, но здоровые, не исключенные из учета. Урожай с деревьев, исключенных из учета, убирают раньше. К таким деревьям относятся те, у которых урожай снижен по причинам, не связанным с изучаемыми факторами (механические повреждения, хищения и т. п.). Так же, как и в полеводстве, совершенно недопустима браковка деревьев или делянок по субъективным причинам.

При полном плодоношении урожай учитывают отдельно с каждого дерева. Началом полного плодоношения условно считают год, когда урожай с одного учетного дерева в среднем достигает: у яблони не менее 25 кг, у груши 15 и у косточковых не менее 10 кг.

Для изучения качества плодов с каждой делянки всех повторений отбирают средние пробы (выборки), не менее 100 плодов в каждой. Взвесив плоды и разделив полученную массу на 100, узнают среднюю массу одного из них, а затем плоды сортируют по стандарту и определяют выход их по товарным сортам в процентах к общему числу взятых для сортировки плодов. Степень одномерности (одномерные, средней одномерности и неоднородные) определяют глазомерно.

Урожай с каждого повторения и в целом по варианту (сору) в центнерах с 1 га вычисляют по формуле:

$$Y = \frac{A}{B} \cdot 100,$$

где A — средний урожай с одного дерева (кг); B — площадь питания одного дерева (m^2).

При выведении среднего урожая с дерева по повторению и варианту из учета исключают деревья, на которых урожай заметно снижен под действием не зависящих от изучаемого фактора причин. Но в число учетных необходимо обязательно включать деревья, не имевшие плодов в данном году из-за периодичности плодоношения или не вступившие в плодоношение, если на других молодых деревьях данного варианта учет урожая уже проводят.

О вкусовых достоинствах плодов судят по данным дегустации в момент наступления оптимальной (полной потребительской) зрелости. Дегустацию проводят закрытым способом: плоды с различных вариантов предоставляют дегустаторам под

номерами, подлинные названия сортов или агроприемов объявляют после сбора дегустационных карточек.

Учет урожая в опытах с ягодными культурами (смородина, крыжовник, малина, земляника). Учет проводят сплошным методом, определяя массу урожая ягод при каждом сборе на всех делянках каждого варианта. Одновременно с учетом урожая устанавливают качество ягод каждого сбора. Для этого со всех делянок берут средние пробы по 100—200 ягод и в каждой пробе определяют среднюю массу одной ягоды, вкусовые достоинства, количество здоровых и больных ягод.

Чтобы заметно снизить ошибку полевого опыта в плодоводстве, целесообразно использовать теоретически хорошо обоснованный метод ковариационного анализа. Сущность его заключается в корректровке опытных данных на основе учета первоначального (исходного) состояния подопытных деревьев. Например, варьирование урожая по годам в полновозрастном саду хорошо коррелирует, и, следовательно, деревья, более урожайные в начале опыта, будут более продуктивными и в последующие годы. Высокая корреляция отмечается также между показателями состояния деревьев яблони (окружность штамба, сила развития в баллах и др.) и их урожайностью. Учет этой особенности и позволяет внести в опытные данные поправки исходя из того, на каких делянках (высоко- или низкоурожайных, с большей или меньшей силой развития) размещается изучаемый вариант.

По данным Б. А. Доспехова, А. К. Синева и Л. В. Соколовой, в опытах 1967—1968 гг. корректровка урожая яблони сорта Осеннее полосатое с помощью ковариации уменьшала ошибку полевого опыта на 2,9—3,1%. Иначе говоря, ковариация оказалась равноценной введению в опыт дополнительной повторности. Значение такого уточнения опыта для последующей объективной оценки эффективности изучаемых факторов очевидно. Приходится сожалеть, что пока метод ковариации практически не используется плодоводами в опытной работе, и зачастую весьма трудно с уверенностью выделить действительно эффективные мероприятия, так как индивидуальная изменчивость многолетних растений наряду с территориальным варьированием плодородия почвы не позволяет получать данные с низкой экспериментальной ошибкой.

§ 4. ВИНОГРАД

Для закладки полевых опытов с виноградом выделяют участки, типичные по природным условиям (климату, почве, рельефу, экспозиции), сортовому составу и агротехническому состоянию насаждения той зоны, где намечается использовать результаты исследований. Опытный участок должен быть однообразным по истории, почвенному покрову и системе культуры винограда. Изреженность кустов и примесь посторонних сортов не должны превышать 10%.

Серьезный источник ошибок в опытах с виноградом — сильное варьирование урожаев отдельных кустов и неоднородность почвенных условий. Н. П. Бузин отмечает, что в результате указанных выше причин равные по площади и числу кустов делянки или участки с одновозрастными и односортовыми насаждениями могут различаться по урожаям в 2—3 раза и более.

По данным А. М. Негруля, В. Н. Перегудова и С. Н. Макарова, основным фактором сильного варьирования урожаев на делянках с числом кустов до 20 является индивидуальная изменчивость растений, а на делянках большего размера — изменчивость плодородия почвы. В связи с этим при проведении опытов на небольших делянках повышение точности должно происходить главным образом за счет уменьшения варьирования урожаев отдельных кустов. Это достигается тщательным отбором посадочного материала и высококачественным проведением всех агротехнических мероприятий и особенно тех, которые непосредственно воздействуют на растение винограда (прививка, обрезка, обломка), а также посадки новых кустов. При работе на делянках большого размера, кроме того, особое внимание должно быть обращено на подбор участков, однородных по почвенным условиям, рельефу и экспозиции.

Следует учитывать, что с возрастом вариация урожаев отдельных кустов сильно увеличивается, и если возраст насаждения не является изучаемым фактором, то для опытов лучше использовать виноградники не старше 20—30 лет.

Вопрос о размере и форме учетной делянки в опытах с виноградом изучен недостаточно. Большинство исследователей рекомендуют иметь на каждой делянке 20—30 кустов, т. е. площадь учетной делянки должна быть 60—100 м². При 4-кратной повторности это составит 80—120 учетных кустов по варианту. С. Н. Макаров на основании материалов Кишиневского филиала научно-исследовательского института виноделия и виноградарства «Магарач» считает оптимальными размеры делянок с 50—100 учетными растениями.

Эти рекомендации надо рассматривать лишь как некоторые придержки при планировании опытной работы на виноградниках. Конкретно размеры делянок и число кустов на них устанавливаются в зависимости от задач и требуемой точности исследования, степени производственного риска эксперимента, выравниваемости насаждения, возможностей и технических условий проведения опыта.

Например, для сортоиспытательных участков, где проводится тщательная предпосадочная подготовка земельного участка, закладка виноградников осуществляется хорошо подобранном посадочным материалом и все агротехнические работы ведутся на высоком уровне. Государственная комиссия по сортоиспытанию сельскохозяйственных культур рекомендует иметь 20 учетных кустов на делянке. При принятой в сортоиспытании трехкратной повторности по каждому сорту учитывают 60 кустов.

В отдельных случаях допускается 16 учетных кустов на делянке или 48 учетных растений по сорту.

Специальными исследованиями с полевыми культурами показано, что при сильной вариации урожая на опытном участке увеличение размера делянки незначительно повышает точность опыта. В этих условиях выгоднее закладывать опыты на делянках небольшого размера, компактно располагать варианты внутри каждого повторения и увеличивать повторность. Этот путь повышения точности опыта будет, очевидно, эффективным и на виноградниках, где в обычных хозяйственных условиях наблюдается сильная вариация растений по урожаям.

Опыты с виноградом, которые проводят для получения данных, необходимых для точной сравнительной оценки изучаемых вариантов (сортов), необходимо закладывать не менее чем в четырехкратной повторности. Трехкратная повторность допустима для исследований предварительного характера, а также для опытов, проводимых на хорошо выравненных виноградниках.

В опытной работе с виноградом форме делянок и системе их расположения не придают пока должного внимания. Это обусловлено главным образом техническими причинами. При шпалерной культуре неудобно делить ряд на много частей. Поэтому на практике при постановке агротехнических опытов преобладают очень вытянутые делянки, длина которых равна длине или, реже, половине длины ряда (длина ряда около 100 м). В литературе по методике постановки опытов с виноградом практически нет данных, характеризующих эффективность делянок различной формы, и лишь встречаются отдельные указания на то, что в ряде случаев, например при расположении рядов виноградника поперек склона, более широкие делянки обеспечивают большую точность, чем узкие.

В опытах на виноградниках защитные полосы между делянками выделяют в 1—2 ряда в тех случаях, когда может проявиться взаимное влияние соседних вариантов. В опытах с обработкой почвы, удобрением, орошением, обрезкой и формированием кустов с каждой стороны делянки следует выделять не менее одного защитного ряда. В опытах с зелеными операциями, со сроками и способами укрытия и в других исследованиях, где не наблюдается заметного взаимного влияния вариантов, можно обходиться без боковых защитных рядов. Во всех опытах в концевые защитки надо выделять не менее двух кустов в ряду.

Опыты на виноградниках закладывают в основном теми же методами, что и опыты с другими культурами.

Учет урожая проводят взвешиванием гроздей винограда, собранных со всех учетных кустов делянки. Перед сбором и учетом урожая опытное насаждение тщательно осматривают и отмечают кусты, которые сильно отклоняются от типичных кустов данного варианта по причинам, не связанным с действием изучаемых факторов. Эти растения исключают из учета. Все невы-

ключенные кусты, не давшие в данном году урожая, обязательно входят в число учетных.

Сначала собирают урожай с выключенных и защитных кустов и удаляют его с делянок. Затем в зависимости от принятой методики учета собирают и взвешивают урожай или сразу со всех учетных кустов (поделяночный учет), или отдельно с каждого учетного куста (покустный учет). Урожай с защитных рядов снимают в последнюю очередь.

Урожай с делянки в центнерах с 1 га вычисляют, умножая средний урожай с одного куста на число кустов, размещающихся на 1 га насаждения при схеме посадки, принятой в опыте.

При покустном учете урожая, который проводят обычно в мелкоделяночных опытах и в исследованиях, требующих высокой точности и дифференцированной оценки действия изучаемых факторов на каждый куст, средний урожай с одного куста определяют делением суммы урожаев всех учетных кустов на их число.

Определение средней массы грозди. Этот показатель определяют по варианту в целом. Обычно взвешивают 100 гроздей, взятых при учете урожая без выбора (подряд), но с различных учетных рядов всех повторений. При покустном учете урожая, который сопровождается подсчетом гроздей на каждом кусте, среднюю массу грозди определяют делением массы урожая на число гроздей.

Для оценки качества винограда определяют механический состав и механические свойства гроздей и ягод, сахаристость и кислотность сока, вычисляют показатель зрелости (отношение количества сахаров к количеству кислот), проводят дегустацию и дают технологическую оценку изучаемым вариантам (сортам), приготовляя вино.

Глава 10

ОПЫТЫ НА СЕНОКОСАХ И ПАСТБИЩАХ

Крупные изменения в методологических основах планирования эксперимента и математической обработки его данных пока еще мало затронули практику опытной работы на сенокосах и пастбищах. Здесь преобладают систематические методы постановки полевых опытов. Между тем исследования луговых дозов убеждают, что территориальная изменчивость урожайности и ботанического состава на лугах и пастбищах имеет четко выраженный закономерный характер. Сильная закономерная вариабельность травостоя на территории и во времени обусловлена здесь как природными факторами (неоднородностью почвенного покрова, рельефом и др.), так и техническими причинами (неравномерностью сенокосения или стравливания и др.). В этих сложных условиях для преодоления возможного

одностороннего действия неизучаемых факторов на результативный признак необходимо использовать рендомизированное размещение вариантов по делянкам каждого повторения.

При постановке опытов на сенокосах и пастбищах часто рекомендуют использовать так называемый «парный метод», сводя его к делению опытной и контрольной делянок на 4—8 парных парцелл. Таким путем опыты, поставленные без повторности, искусственно превращают в эксперименты с 4—8-кратной повторностью. Совершенно очевидно, что деление делянок на учетные парцеллы и создание ложной повторности не имеют ничего общего с фактической пространственной повторностью и правильным применением математической статистики в опытном деле.

Общие требования к планированию и методике полевого опыта на сенокосах и пастбищах принципиально не отличаются от требований, изложенных применительно к полевым культурам. Однако необходимо хорошо знать и на всех этапах исследовательской работы учитывать специфику луговых трав, особенно разное долготеление растений многовидовых сообществ, и особенности методики эксперимента на пастбищах с имитацией пастбы и с выпасом подопытных животных.

При закладке опытов на сенокосах и пастбищах особенно важно правильно выбрать участок, типичный для данной зоны и однородный по истории, почвенному покрову и растительности. Чтобы установить степень однородности участка, наиболее правильно определить размер, форму и систему расположения делянок, необходимо оценить исходное состояние травостоя участка детальным геоботаническим картированием, детальным учетом урожая и учетом ботанического состава. Знание ботанического состава и исходного состояния травостоя позволяет в дальнейшем правильно оценить действие агротехнических мероприятий, проведенных во время опыта.

Картирование и последующий подробный учет урожая целесообразно проводить небольшими площадками размером 10—20 м². Границы площадок выделяют весной и по углам их забивают колышки. Перед скашиванием на каждой площадке отмечают преобладающие растения, высоту их, полноту травостоя и т. д. После скашивания траву взвешивают отдельно на каждой площадке. Для определения усушки одновременно со взвешиванием берут одну пробу массой 1 кг с 5—10 площадок. Если учетные площадки сильно различаются по составу травостоя, то пробы на усушку берут с каждой площадки отдельно.

После определения урожая сухой массы (сена) полученные данные наносят различной штриховкой на план участка. План дает хорошее представление об однородности сенокоса или пастбища и позволяет выделить подходящие для закладки опытов участки и забраковать места, резко отклоняющиеся по урожайности и составу травостоя. Соответствующей комбинацией учетных площадок и последующей статистической разработ-

кой данных дробного учета вычисляют необходимую повторность при различной величине, форме и системе расположения делянок.

Для разработки методики будущего опыта целесообразно использовать метод наложения условных опытов на данные дробного учета, а для статистического выравнивания неконтролируемых условий эксперимента применять ковариационный анализ.

Если дробный учет урожая сенокосов и пастбищ, выделенных для закладки опытов, не проводится, то необходимы более детальное почвенное обследование, геоботаническое картирование и глазомерная оценка исходного состояния травостоя. Учет исходного состояния травостоя за один-два года до закладки опытов является важным условием правильной организации опытной работы с многолетними растениями.

Опыты на сенокосах и пастбищах сопровождаются наблюдениями за растениями и факторами внешней среды. Объем наблюдений определяется задачами и характером экспериментальной работы, а также имеющимися возможностями. Важно фиксировать фазы развития растений, вести наблюдения за метеорологическими условиями, динамикой влажности почвы, ботаническим составом, учитывать динамику запаса кормовой массы, поедаемость растений животными и др.

§ 1. ОПЫТЫ НА СЕНОКОСАХ

Размеры учетных делянок в опытах на сенокосах определяются целями и задачами исследования, однородностью и площадью опытного участка, применяемой техникой и др. Практика показывает, что в большинстве случаев хорошие результаты получаются при работе на делянках с учетной площадью 50—100 м² при 4—6-кратной повторности. В ряде случаев учетную площадь можно уменьшить до 20—25 м² при не менее чем 6-кратной повторности. Дальнейшее уменьшение площади делянок, например, до 10 м² возможно на участках с выравненным по составу травостоем. Если травостой недостаточно выравнен, то при небольшой площади делянки состав урожая на ней будет сильно отличаться от среднего состава растительного покрова на всем опытном участке. Нецелесообразно также выделять чрезмерно большие делянки, так как в этом случае очень трудно, а часто просто невозможно выбрать достаточно большой и однородный опытный участок.

Планируя закладку опытов на сенокосах с применением машин (сеялок, косилок, фрез и др.), необходимо, чтобы ширина делянок была кратной ширине их захвата, а площадь позволяла нормально проводить все работы. В этом случае размер делянки может достигать 300—500 м² и более. Что касается методов расположения полевых опытов, то здесь нет каких-либо особенностей, и, планируя эксперимент, необходимо основы-

ваться на общих принципиальных положениях методики, изложенных ранее. Опыты, требующие точной статистической оценки, необходимо закладывать методами, основанными на принципе рендомизации.

Урожай в опытах на сенокосах учитывают сплошным методом. Траву скашивают косой или косилкой (удобны малогабаритные фронтальные мотокосилки) на высоте 6—7 см и, если позволяют условия, высушивают на делянках. Сено с каждой делянки взвешивают; для ботанического анализа с разных мест набирают среднюю пробу массой около 0,5 кг. В районах с неустойчивой погодой траву взвешивают сразу же после скашивания, а для определения урожая сена и ботанического анализа одновременно со взвешиванием с каждой делянки отбирают среднюю пробу (сноп) массой 1—2 кг. Зная массу травы при учете, массу средней сырой и воздушно-сухой пробы, вычисляют урожай сена с делянки в пересчете на 1 га.

Урожай воздушно-сухого сена вычисляют по формуле (ц с 1 га):

$$Y = \frac{AD 100}{BC},$$

где A — масса скошенной травы (кг); B — масса пробного снопа с делянки (кг); C — площадь делянки (m^2); D — масса пробного снопа после высушивания (кг).

Например, получено 250 кг травы (A) с делянки площадью 200 кв. м (C). Масса пробного снопа травы с этой делянки 1,2 кг (B) после высушивания 0,435 кг (D).

Тогда урожай сена с 1 га будет

$$Y = \frac{250 \cdot 0,435 \cdot 100}{1,2 \cdot 200} = 45,3 \text{ ц.}$$

Для пересчета урожая сена на 16%-ную стандартную влажность пользуются формулой:

$$X = \frac{Y(100 - B)}{100 - 16},$$

где X — урожай сена при 16%-ной влажности; Y — урожай сена без поправки на влажность; B — влажность сена при взвешивании.

§ 2. ОПЫТЫ НА ПАСТБИЩАХ

В зависимости от характера изучаемого вопроса и имеющихся возможностей применяют следующие методы постановки опытов на пастбищах: 1) внутризональное размещение всей схемы опыта; 2) каждая делянка опыта — отдельный загон и 3) каждый вариант опыта — отдельное пастбище.

Внутризональное размещение всей схемы опыта. Однофакторные и многофакторные опыты закладывают в пределах одного загона опытного или производственного пастбища, используя рендомизированные методы размещения вариантов по делянкам. Повторность, площадь делянок и метод размещения

опыта на территории устанавливают в зависимости от темы исследования, технических возможностей и характера территориальной изменчивости опытного участка. Наиболее часто опыты закладывают методом рендомизированных повторений на прямоугольных делянках 50—100 м² при 4—6-кратной повторности.

Используются две модификации внутризагонного размещения всей схемы опыта: 1) без выпаса скота (имитация пастбища, т. е. периодическое скашивание при наступлении так называемой пастбищной спелости) и 2) с выпасом скота одновременно по всему загону, т. е. всем вариантам схемы, ориентируясь на пастбищную спелость травостоя в варианте со средним уровнем урожайности (принцип среднего загона — варианта).

Опыты с имитацией выпаса скота, представляющие собой первый этап исследования на пастбище, включают обычно большое число вариантов. Это дает возможность отобрать из них наиболее перспективные для дальнейшего изучения в условиях пастбищного использования и зоотехнического метода оценки продуктивности пастбища. Урожай в опытах без выпаса скота учитывают сплошным методом со всей делянки по мере наступления пастбищной спелости травы на каждом варианте. Общий валовой урожай определяют как сумму урожаев за все укусы, имитирующие циклы стравливания. На природных и сеяных пастбищах с хорошим ботаническим составом фактически используемый животными урожай составляет 80—90% от валового, а на плохих пастбищах — 40—50%.

Хотя результаты опытов без выпаса скота не соответствуют показателям продуктивности пастбища при выпасе, их успешно используют для сравнительной оценки изучаемых вариантов, особенно на первых этапах исследования.

В опытах с выпасом скота урожай трав учитывают укосным методом. Сущность его состоит в том, что перед каждым очередным стравливанием определяют количество травы основного запаса или отавы. Для этого на каждой делянке скашивают косой или малогабаритной мотокосилкой 1—2 полосы общей площадью 10—20 м² или 4—8 учетных площадок размером не менее 2,5 м² (1×2,5 м) каждая. Скошенную массу тотчас взвешивают и отбирают из нее среднюю пробу в 1 кг для определения выхода сухой массы, ботанического и химического анализа. После стравливания учитывают остатки травы в загоне, скашивая ее на таком же или большем количестве учетных полос (площадок), что и перед выпасом, но в других местах. В мелкоделяночных опытах остатки скашивают и взвешивают со всей делянки. Определение остатков травы после стравливания дает возможность установить полноту (%) использования травостоя, рассчитывать фактический рацион животных — количество травы, съеденной ими за время выпаса на каждом варианте, а по данным ботанического анализа проб, взятых до и после выпаса, охарактеризовать поедаемость отдельных групп и видов растений.

При повторных учетах урожая полосы или площадки каждый раз размещают на новых смежных частях делянки (без выбора «типичных» травостоев). Урожай пастбища выражают в центнерах воздушно-сухой массы с 1 га или в числе кормовых единиц, переваримого белка, протеина, используя переводные показатели.

Срок стравливания на загоне, включающем весь опыт, определяют по состоянию травостоя на большинстве вариантов, используя принцип среднего варианта (загона), т. е. ориентируясь на пастбищную спелость в варианте со средним уровнем урожая.

Основной недостаток метода — одновременное для всех вариантов стравливание — может неблагоприятно отразиться на травостое некоторых вариантов, особенно в многолетних и многофакторных опытах. Поэтому когда схема опыта включает варианты, резко отличающиеся по продуктивности (быстро и медленно отрастающие травы, большой диапазон доз удобрений, разная влагообеспеченность и др.), то ее целесообразно разбить на части (блоки), объединив варианты в блоки по принципу их близкой урожайности. Удобнее планировать опыт так, чтобы в каждом блоке было одинаковое число вариантов. Блоки с определенным набором вариантов и варианты по делянкам внутри блоков размещают рандомизированно. Каждый блок разделяют переносной электроизгородью (электропастухом). Выпасают животных на всех повторениях каждого блока по принципу среднего загона при достижении травостоем пастбищной спелости, на варианте со средним уровнем урожайности.

Схема размещения 12 вариантов опыта в двух блоках (А и В) показана на рисунке 36. Если все блоки А размещают без рандомизации одной полосой сверху, а блоки В внизу опытного участка, то статистическая обработка данных всего опыта и точные межблоковые сравнения вариантов становятся неравномерными. В этом случае две полосы представляют собой два самостоятельных опыта и статистически обоснованные сравнения можно проводить только внутри блоков. Отмеченное обстоятельство часто не учитывают при планировании однофакторных и особенно многофакторных опытов, и в результате удобный в техническом отношении эксперимент не может дать достоверной информации по изучаемым вопросам.

Каждая делянка опыта — отдельный загон. Используются

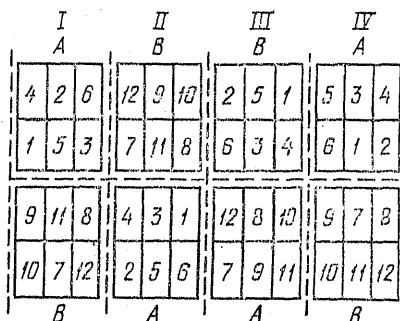


Рис. 36. Схема расположения 12 вариантов опыта (1, 2, 3...12) с выпасом животных в четырех повторениях (I, II, III, IV), разбитых на два рандомизированных блока (А и В). Пунктиром показана электроизгородь.

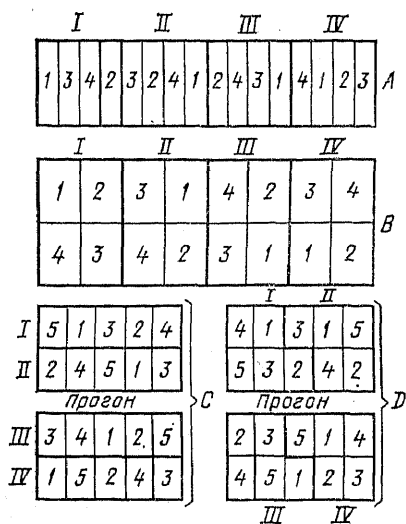


Рис. 37. Схема расположения повторений (I, II, III, IV), делянок и вариантов (1, 2, 3, 4, 5) в опытах с выпасом скота по принципу делянка-загон:

A — повторения и делянки в один ярус; B — повторения в один, делянки в два яруса; C — повторения в два, делянки в один ярус; D — повторения и делянки в два яруса.

Обычно применяют прямоугольные делянки площадью 200—400 м² при 4—6-кратной повторности. Повторения и делянки внутри повторений размещают в один или несколько рядов (ярусов). В опытах, требующих точных сравнений и статистической оценки, варианты необходимо размещать рендомизированно. Использование метода рендомизированных повторений (полных блоков) в опытах с выпасом животных позволяет уверенно применять дисперсионный анализ для математической обработки данных. Схема размещения опытов с выпасом животных по принципу делянка — отдельный загон дана на рисунке 37.

Выпасают животных одновременно на всех делянках данного варианта в период пастбищной спелости травостоя по принципу среднего загона — повторности. В промежутках между стравливаниями опытные группы животных (число групп устанавливается равным числу вариантов) пасутся в общем стаде. Дифференцирование по вариантам опыта стравливание обеспечивает получение более правильных данных о продуктивности пастбища по сравнению с выпасом скота одновременно по всем вариантам (по принципу среднего для всей схемы варианта — загона) при внутрizaгонном размещении всей схемы.

две модификации данного метода: 1) животных в опыте используют лишь как фактор выпаса, и продуктивность пастбища учитывают только укосным методом; 2) животные используются для элементарной зоотехнической оценки продуктивности пастбища, и параллельно осуществляется учет урожайности укосным методом. В схему опытов с выпасом животных ввиду усложнения эксперимента включают, как правило, небольшое число вариантов (3—6), эффективность которых выявлена в предшествующих опытах с внутрizaгонным размещением всей схемы.

При использовании первой модификации (животные в опыте — фактор выпаса) площадь делянки-загона должна быть достаточной для пастбы 2—3 коров или 4—6 голов молодняка крупного рогатого скота.

Если предусматривается элементарная зоотехническая оценка продуктивности пастбища, т. е. планируется использовать вторую модификацию метода делянка — загон, то площадь делянки увеличивают до 0,3—0,5 га, число вариантов и повторностей сокращают до 3—4, количество коров в опытной группе увеличивают до 8—12. Число опытных групп животных должно быть равно числу изучаемых вариантов. Опыты, требующие точных сравнений и статистической оценки, необходимо закладывать методом рендомизированных повторений (рис. 37).

Перед каждым стравливанием продуктивность пастбища учитывается укосным методом. На каждой делянке в разных ее частях скашивают (без выбора «типичных» мест) и учитывают траву не менее чем на 4 полосах общей площадью 80—100 м². После стравливания таким же методом учитывают остатки травы.

Стравливают траву последовательно по повторениям каждого варианта, учитывают число дней пастьбы, количество и жирность молока. По этим данным и дают элементарную зоотехническую оценку вариантам опыта.

Каждый вариант опыта — отдельное пастбище (метод развернутой загонной системы). Для каждого варианта опыта выделяют отдельное пастбище площадью не менее 3 га при орошении и 6—7 га без него (из расчета на одну корову не менее 0,3 и 0,6—0,7 га соответственно) и формируют постоянную группу животных (8—12 коров). Например, для трехвариантного опыта требуется три отдельных пастбища и три группы животных.

Достоинство этого способа заключается в том, что опыт производят в условиях полного выпаса и для учета продуктивности пастбища могут быть использованы два метода: зоотехнический и укосный. Основной недостаток метода — сложность и большая стоимость исследования, а поэтому его целесообразно использовать для изучения наиболее важных вопросов (нагрузка на пастбища, сроки пастьбы, число загонов и др.) и ограничиваться включением в опыт не более 3—4 вариантов.

Работы по организации опыта методом вариант — отдельное пастбище ведут в таком порядке. На основании суточной потребности в корме подопытных животных и предполагаемой урожайности определяют площадь каждого варианта — пастбища. Кроме того, при всяком опыте на пастбище надо иметь резервные участки, на которые перегоняют животных, если на опытном пастбище в течение некоторого времени нельзя пасти скот.

В соответствии с запланированной схемой опыта и площадью каждого пастбища выделяют опытный участок квадратной или прямоугольной формы и разбивают его на блоки-загоны.

В летной зоне выделяют обычно 12—16, а в степной, полупустынной и пустынной зонах 3—6 загонов. Каждый блок-

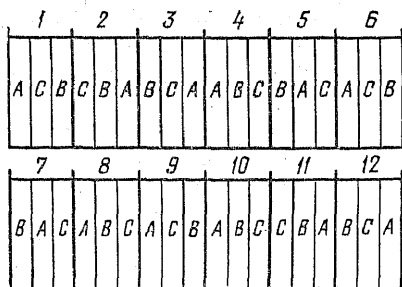


Рис. 38. Схема расположения трех вариантов — пастбищ (А, В, С) в 12 загонах (1, 2, 3...12) методом рендомизированных блоков.

зоотехническим методом необходимо определить число кормовых единиц, которые получают с 1 га пастбища за время выпаса в виде животноводческой (молока, мяса, прироста живой массы, шерсти и др.) и дополнительной продукции (сена, травы). Чтобы получить материалы, необходимые для расчета продуктивности пастбища, надо систематически вести дневник по учету производства молока, журнал живой массы животных, иметь точные сведения о подкормке животных и о дополнительной продукции, полученной с пастбищ в виде сена или травы. Используя эти документы и нормативы по расходу кормовых единиц на единицу продукции (на 1 кг молока, 1 кг привеса и т. д.), определяют продуктивность пастбища в кормовых единицах с 1 га.

Продуктивность пастбища, выраженная в кормовых единицах с 1 га, есть основной итоговый показатель, который позволяет сравнить изучаемые варианты с контролем и между собой. Для оценки результатов опыта необходимо также воспользоваться сравнением данных по живой массе, молочной продуктивности и другим показателям в опытных группах животных. Для статистической оценки результатов опыта с пастьбой скота, особенно при работе с группами животных, подобранных по принципу аналогов, необходимо использовать дисперсионный анализ.

Подбор животных для опытов. При постановке опытов на пастбищах большое значение имеет подбор групп однородных животных. Особенно тщательно необходимо подбирать животных при проведении опытов методом развернутой загонной системы. Это по существу зоотехнический научно-хозяйственный опыт, который проводят в обстановке типичного животноводческого производства. Опыт дает возможность количественно оценить действие изучаемых факторов на хозяйственно-полезные качества животного — продуктивность, поведение, здоровье и др. Эти качества очень переменчивы, поэтому, чтобы

загон делят на элементарные делянки-пастбища с соотношением сторон 1:2 или 1:3, которые огораживают постоянной изгородью. Варианты по делянкам-пастбищам размещают внутри каждого блока рендомизированно (рис. 38).

Продуктивность пастбища при проведении опытов методом развернутой загонной системы учитывают двумя методами: укосным и зоотехническим.

Для учета урожайности (продуктивности) пастбища

сделать правильный вывод по результатам опыта, необходимо иметь определенный минимум животных в сравниваемых группах (вариантах).

Животные в сравниваемых группах должны быть одного пола и породы, с одинаковым предыдущим уходом и содержанием. Число подопытных животных в группе зависит от степени колебаний основных признаков (продуктивности, живой массы и др.) и от возможностей исследователя. Чем больше сходство отобранных для опыта животных, тем меньше их можно включить в группу. Как минимум в группе должно быть не менее 8 взрослых молочных коров среднего возраста (3—8 отелов); молодняка крупного рогатого скота — 15 голов.

Для подбора животных в группы используют метод аналогов. Сущность его заключается в том, что в стаде отбирают сходных, аналогичных животных по числу групп и распределяют их по одному в каждую группу под одним и тем же порядковым номером. Например, если планируется использовать для опыта три группы животных, то отбирают по три особи, аналогичные по возрасту, живой массе, продуктивности и другим признакам и по одной из них (путем рендомизации) размещают в каждую группу под порядковыми номерами: 1—1—1, 2—2—2, 3—3—3, 4—4—4 и т. д.

Между аналогами допускается разница в 8—10% в живой массе, удоях, шерстности и до 5% в возрасте. Различия между животными по указанным признакам в пределах группы допускаются в 2—3 раза больше, чем между аналогами.

Перед началом опыта по методу развернутой загонной системы необходим так называемый уравнительный период, когда все группы скота содержатся при одинаковом типе кормления. Продолжительность уравнительного периода не менее 20—30 дней, из которых последние 6—10 дней — учетные. Этот период необходим для выяснения аналогичности животных по группам и внесения соответствующих корректив в подбор особей. Если будет обнаружено недопустимое расхождение животных по основным признакам в аналогах, то особь с сильно отклоняющимся признаком удаляют из группы и заменяют другой, более подходящей.

Глава 11

ПОСТАНОВКА ПОЛЕВЫХ ОПЫТОВ В КОЛХОЗАХ И СОВХОЗАХ

В связи с многообразием и сложностью условий хозяйственной деятельности отдельных колхозов и совхозов многие эффективные, по данным опытных учреждений, приемы и технологии повышения урожайности не всегда оказываются наилучшими для данного хозяйства. Поэтому новые приемы и технологии нужно не просто внедрять в производство, а предвари-

тельно испытывать, дополнительно изучать и творчески совершенствовать в соответствии с местными особенностями. Для этого в колхозах и совхозах должна проводиться опытная работа.

Кроме того, важной задачей массовой опытной работы в условиях производства является экспериментальное решение вопросов, которые возникают из потребностей конкретного хозяйства. Действительно, любому научному учреждению не под силу учесть и тем более решить все проблемы, которые появляются в десятках хозяйств зоны обслуживания с чрезвычайно разнообразными природными условиями. И, пожалуй, никто лучше производственников-экспериментаторов, хорошо знающих местные условия и особенно микроусловия, не может быстро и правильно решить многие из этих проблем, так как они часто имеют сугубо местное значение.

Особенности организации, методики и техники полевого опыта в производственной обстановке определяются целями и характером исследования, видом опыта, степенью производственного риска, материально-технической базой. Нет и не может быть единой методики для всех опытов, которые закладываются в хозяйствах, методика и техника проведения эксперимента всегда конкретны. Поэтому широко распространенное представление о том, что опыты в производственных условиях всегда нужно закладывать на крупных земельных участках, производственных загонах в 10—30 га и более или даже на целых полях хозяйственного севооборота, крайне односторонне и необоснованно. Проведение экспериментальных работ на больших земельных участках целесообразно лишь при изучении некоторых вопросов, например механизации, когда необходимо определить производительность машин, расход горючего и т. п. Что касается изучения (а не внедрения!) большинства агротехнических приемов (обработки почвы, посева, ухода, удобрений), а также сравнительной оценки новых сортов и культур в производственной обстановке, то оно гораздо проще, дешевле, без существенного производственного риска и, что самое главное, методически более правильно может быть проведено в опытах, поставленных на делянках (полосах) оптимального размера для каждого случая.

Нельзя ставить опыт так, чтобы один его вариант размещался на одном, а второй — на другом целом поле. Доказать различия между вариантами в подобных случаях невозможно. Разные поля севооборота всегда различаются по своей истории, степени окультуренности и другим показателям. Поэтому опыты, заложенные таким образом, дают искаженную информацию о действии изучаемых приемов и, следовательно, выводы на основании этих опытов могут быть ошибочными.

В колхозах и совхозах в отличие от научных учреждений нет специально подготовленных кадров для ведения опытной работы, малогабаритной техники, инвентаря и приспособлений,

облегчающих проведение полевых опытов. Поэтому нельзя копировать методику и особенно технику полевых опытов научных учреждений.

Опыт в производственной обстановке должен быть по возможности простым по технике постановки и особенно по методике и технике уборки и учета урожая. Полевые опыты в хозяйствах должны обеспечивать получение данных, достоверных по существу, и, следовательно, проводиться с соблюдением основных требований методики, выработанных и проверенных на тысячах опытов научно-исследовательских учреждений.

При организации опытной работы в колхозе (совхозе) необходимо ориентироваться: 1) на проведение полевых опытов не на специально выделенном опытном участке, а главным образом в полях хозяйственных севооборотов и 2) на сочетание постановки и проведения опытов с основными производственными процессами. В отдельных случаях целесообразно поставить опыт на делянках очень небольшого размера, например при недостатке нового вида удобрений или гербицида, отсутствии большой партии семян новой культуры или сорта и т. д. В подобных случаях многие работы по закладке и проведению опыта должны быть, естественно, выполнены вручную.

Программа опытных работ в хозяйстве должна включать разные виды опытов, имеющих небольшое (3—4) число вариантов, а методика, техника закладки и проведения эксперимента не должны затруднять производственные процессы. Планируя опытную работу в производственной обстановке, необходимо помнить, что большое число плохо поставленных и кое-как проведенных опытов не выясняет, а запутывает вопрос об эффективности того или иного приема, ведет к бесполезной затрате труда и средств. Поэтому целесообразно сосредоточить внимание только на тех из них, которые представляют наибольший интерес для хозяйства, и провести эти опыты высококачественно. Если же условий для опытной работы нет, то лучше совсем отказаться от нее.

Эффективность опытной работы в колхозах и совхозах определяется рядом условий. Важнейшими являются: 1) правильный выбор основного направления исследований; 2) отношение к опытной работе руководителей и специалистов хозяйства и 3) выполнение основных требований методики постановки и проведения полевых опытов. Экспериментальная работа в хозяйстве будет обречена на провал, если руководители не уделят ей должного внимания, не сочтут ее полезной для производства и откажут экспериментатору в своевременном предоставлении техники и рабочих, не выделят средств для приобретения необходимого оборудования, инвентаря и материалов, не будут способствовать внедрению достижений науки в производство.

В современных условиях опытная работа в колхозах и совхозах — это не работа опытников-одиночек, а коллективный на-

учный поиск новых путей совершенствования производства, целенаправленное испытание и активное внедрение всего нового, что дает наука и передовой опыт. Совершенно очевидно, что в крупном сельскохозяйственном производстве внедрение и учет эффективности новых агротехнических мероприятий, постановку сравнительных полевых опытов надо проводить по плану, под непосредственным руководством квалифицированного специалиста (агронома).

Полевые опыты, проводимые в колхозах и совхозах, можно разделить на четыре вида: 1) *опыты-пробы*; 2) *точные сравнительные опыты*; 3) *опыты по учету эффективности новых агротехнических приемов* и 4) *демонстрационные опыты*.

В любом хозяйстве в том или ином объеме проводят так называемые опыты-пробы, которые являются широко доступным агрономическим методом поиска нового, что может быть в последующем использовано для совершенствования сельскохозяйственного производства. Как у агронома, хорошо знающего производство и его потребности, так и у молодого специалиста постоянно зарождаются мысли по усовершенствованию приемов и методов возделывания сельскохозяйственных культур. И надо уметь правильно в процессе производства поставить опыт-пробу на небольшой площади и получить ответ на возникший вопрос. Например, агроном заметил, что на отдельных участках яровая вика и горох сильно полегают как в чистых посевах, так и в смеси с овсом и, следовательно, необходимо заменить овес другой, более устойчивой к полеганию культурой. Для этого на поле, где возделывают однолетние бобовые, ставят на небольших делянках (полосах) и, как правило, без повторности опыт-пробу и вместо овса в качестве компонента испытывают другие культуры, например горчицу, яровую пшеницу, кормовые бобы и т. д. Визуальные наблюдения за ростом и развитием растений и учет урожая в этих опытах позволяют отобрать те сочетания (варианты), которые заслуживают внимания, более глубокого изучения и всесторонней оценки в сравнительных полевых опытах.

Кроме опытов-проб, в хозяйствах необходимо ставить точные сравнительные полевые опыты по разработке дифференцированной агротехники, испытанию новых приемов и технологий, рекомендованных научными учреждениями. Эти опыты должны проводиться в соответствии с основными требованиями методики полевого опыта: с соблюдением принципа единственного различия, в типичных почвенных и хозяйственных условиях, на сравнительно однородных по плодородию земельным участкам с известной историей. Полевые опыты в производственной обстановке требуют особенно тщательного учета урожая, так как здесь до минимума сокращаются количественные наблюдения за факторами внешней среды и растениями, имеющими самостоятельную ценность, и урожай — фактически единственный критерий оценки эффективности изучаемых

приемов. Поэтому методике и технике полевого опыта в хозяйстве и особенно методике и технике уборки и учета урожая должно быть уделено особое внимание.

Земельные участки под сравнительные полевые опыты выбирают в полях хозяйственных севооборотов за год, а лучше за два года до закладки опытов. Участки должны быть типичными для данного хозяйства по почвенному покрову, достаточно однородными по плодородию и с одинаковым хозяйственным использованием по крайней мере за два предыдущих года. Для правильного выбора участка необходимо воспользоваться почвенной картой и книгой истории полей. В год, предшествующий закладке опыта, рекомендуется дать оценку пестроты плодородия почвы по состоянию хозяйственного посева. Для этого 3—4 раза за вегетацию осматривают посев предшествующей опыту культуры. По росту и развитию растений сравнительно легко судить об однородности плодородия почвы. На основании многократной глазомерной оценки посева из общего массива выделяют наиболее выравненный и удобный для закладки опыта земельный участок и фиксируют его границы кольями (реперами).

Площадь делянки полевых опытов в хозяйственных условиях устанавливают в зависимости от содержания и цели опыта, особенностей культуры и пестроты плодородия почвы. Часто, однако, решающим фактором являются технические условия проведения эксперимента. Размер делянки должен позволять максимально механизировать проведение всех сельскохозяйственных работ производственными машинами и орудиями. В наибольшей степени этому требованию отвечают удлиненные делянки-полосы, расположенные в один ряд (ярус) поперек или вдоль всего поля. Следовательно, длина делянки и ее площадь в значительной степени определяются случайными факторами: длиной или шириной поля, в котором размещается опыт.

Ширина делянки варьирует менее значительно и полностью зависит от изучаемых приемов. Так, в опытах по обработке почвы ширина делянки должна быть достаточной для нормальной работы обрабатывающих орудий и составлять (с учетом боковых защитных полос) не менее 10—15 м; в опытах по изучению норм и способов посева ширина делянки должна быть не меньше ширины захвата сеялки; в опытах с изучением гербицидов и препаратов для борьбы с болезнями и вредителями — не меньше ширины захвата опрыскивателя или опыливателя. В полевых опытах с зерновыми культурами, когда уборку урожая планируют прямым комбайнированием, ширину учетной части делянки необходимо устанавливать кратной одному или нескольким захватам хедера самоходного комбайна.

Практика постановки полевых опытов в колхозах и совхозах показывает, что целесообразная ширина делянки (полосы) для зерновых 8—16 м и для пропашных культур 5—10 м, а общая площадь ее 500—2000 м². При таких размерах делянки для

опыта с 3—4 вариантами и 3—4-кратной повторностью требуется земельный участок площадью не больше 2,5—3 га.

Все агротехнические работы в полевых опытах нужно проводить своевременно и высококачественно, с соблюдением единства всех прочих условий, кроме изучаемого. Урожай в опытах, закладываемых в производстве, учитывают, как правило, сплошным методом со всей учетной площади делянки. Данные учета урожая следует обрабатывать статистически методом дисперсионного анализа.

Если в хозяйстве планируют проведение опытов для первоначальной оценки принципиально новых способов возделывания сельскохозяйственных культур, необходимо закладывать их на небольших делянках — 50—100 м², а в отдельных случаях 10—20 м². Методика и техника проведения этих опытов описаны выше и не отличаются от методики и техники полевых опытов, принятых для научно-исследовательских учреждений. Такие опыты в колхозах и совхозах представляют исключение и ставят их на особо выделенных участках вне хозяйственного севооборота.

Следующий этап опытных работ в производстве — объективный количественный учет хозяйственной эффективности агротехнических мероприятий. Это по существу совмещение процесса внедрения и исследования тех новых приемов или технологий, агротехническая оценка которых уже дана на опытных станциях и в полевых сравнительных опытах колхозов и совхозов, но необходимы усовершенствование и дальнейшая дифференциация их в условиях конкретного хозяйства.

Для учета эффективности нового агротехнического приема (сорта) или технологии в общем массиве, где будет внедряться прием, выделяют 3—4 контрольные полосы. Ширина контрольных полос для культур сплошного сева должна быть не менее 10—20 м, пропашных культур — 5—10 м. На этих полосах новый (опытный) агротехнический прием не применяют. Контрольные полосы необходимо выделять так, чтобы они охватывали все разнообразие условий земельного массива и правильно характеризовали агротехническую эффективность внедряемого приема.

Границы контрольных полос на концах поля фиксируют кольшками и вешками.

При уборке урожай учитывают отдельно на контрольных полосах и на рядом расположенных и параллельных им полосах хозяйственного посева, где применяют новый прием. Количество и площади контрольных и опытных учетных полос должны быть одинаковыми. Сопоставляя средние урожаи контрольных и опытных участков, делают вывод об агротехнической эффективности, а экономическую эффективность нового приема или технологии определяют учетом затрат и прибыли.

Один из лучших способов уборки зерновых культур с конт-

рольных и опытных учетных полос — прямое комбайнирование. Перед началом работы комбайн должен предварительно проработать некоторое время на хозяйственном посеве. Непосредственно перед заездом на учетные полосы и после уборки урожая на них необходимо в течение 2—3 мин промолотить остатки сжатого хлеба. Комбайнер ведет машину точно на вешки, которые устанавливают в середине намеченных прокосов. На каждой контрольной полосе делают два прокоса с расстоянием 2—5 м друг от друга. Зерно с них собирают в мешки, этикеткируют, а затем взвешивают. Рядом с контрольной полосой (на расстоянии 3—10 м) справа и слева делают по прокосу для учета урожая с опытного варианта. Таким образом, учетная площадь первой контрольной и опытной полос будет равна удвоенной ширине захвата хедера комбайна, умноженной на длину гона. Например, при ширине захвата хедера 4 м и длине гона 200 м она будет равна $2 \times 4 \times 200 = 1600 \text{ м}^2$.

Для определения влажности и массы отсортированного зерна, а также его качества при взвешивании урожая берут средние пробы около 1 кг.

После того как будут убраны все учетные полосы, убирают урожай со всего массива тем же комбайном.

Экономическую эффективность внедрения нового агротехнического мероприятия устанавливают сопоставлением дополнительных затрат труда и средств производства и стоимости дополнительного урожая. Для этих расчетов необходимо иметь следующие показатели: 1) прибавку урожая от применения данного приема, 2) дополнительные затраты на ее получение и 3) доход на гектар площади. Если новый агротехнический прием не требует дополнительных затрат, например оптимальный срок сева, ранний подъем зяби, минимализация обработки почвы и т. п., то в этом случае никаких расчетов, кроме агротехнической и статистической оценки, проводить не следует, так как экономический эффект таких приемов очевиден.

Важная роль в пропаганде достижений науки и передового опыта принадлежит демонстрационным, или показательным, полевым опытам. Главная задача этих опытов — дать наглядное представление о преимуществе и особенностях нового агротехнического приема, технологии возделывания, нового сорта или культуры. Для демонстрационных опытов, которые закладывают в опорно-показательных хозяйствах, на экспериментальных базах научно-исследовательских учреждений и в передовых хозяйствах, отбирают те приемы и способы, агротехническая оценка которых дана в полевых опытах, хорошо отработана вся технология, и, следовательно, нет оснований сомневаться в их эффективности.

Закладывают демонстрационные опыты в полях хозяйственного севооборота на участках (полосах), позволяющих полностью механизировать возделывание опытной культуры. Ра-

боты по закладке и проведению опыта должны быть выполнены своевременно и высококачественно.

Во время вегетации опытные посеы и дорожки между делянками должны содержаться в образцовом порядке. После всходов и пробивки дорожек на опытном участке устанавливают этикетки. В начале опыта помещают большую этикетку с кратким описанием рекомендуемого приема или новой технологии возделывания культуры. На делянках устанавливают небольшие этикетки. Надписи на поделяночных этикетках должны в самой краткой и понятной форме указывать на основные отличия вариантов.

На участке, где заложен демонстрационный опыт, целесообразно организовать семинары с руководителями и специалистами соседних хозяйств, указать условия получения наибольшего эффекта от рекомендуемого способа возделывания.

Организация массовых экспериментальных исследований на полях и фермах, активное внедрение достижений науки и передового опыта — не просто сопутствующий и маложелательный элемент повседневной организационно-хозяйственной работы специалиста — это неотъемлемая часть его производственной деятельности, наиболее плодотворный путь успешной работы.

В настоящее время созданы особенно благоприятные условия для широкого внедрения в практику новейших достижений науки, для проведения экспериментальных работ непосредственно на производстве, и современный агроном — это не консультант и не администратор, а технолог и хозяин поля. В практической работе он должен доверять лишь одному авторитету — фактам, полученным в точном опыте. Только в этом случае сельское хозяйство будет гарантировано от субъективизма и догматизма, от внедрения необоснованных приемов, рожденных на основе гипотез и предубеждений, которые очень часто бывают дальше от истины, чем незнание.

Глава 12

ДОКУМЕНТАЦИЯ И ОТЧЕТНОСТЬ В НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

Научно обоснованный анализ результатов исследований, объективность научной информации в значительной степени определяются ведением строгой научной документации надежным ее хранением.

Вся документация по опыту подразделяется на первичную и основную (сводную). К первичной документации относится дневник исследований (полевая книжка) и журнал опыта. К дополнительным первичным документам относятся рабочие тетради, в которых ведут все необходимые пересчеты массовых наблюдений; лабораторные журналы, ведомости учета,

ленты с записями самопишущих приборов и т. п. К основной документации относятся научные отчеты, рефераты, опубликованные статьи, диссертационные и дипломные работы и т. п. В соответствии со спецификой различных областей науки названия и содержание документов могут быть видоизменены при сохранении подразделения на первичные и основные (сводные).

Дневник исследований представляет собой книжку-тетрадь, желательно в жесткой обложке, удобную для ношения в кармане или полевой сумке. Объем дневника должен быть таким, чтобы в нем помещались записи результатов всего опыта (краткосрочные опыты) или полного вегетационного периода. В многолетних и длительных опытах последовательно заполняют несколько дневников, при этом необходимо их нумеровать, указывая год исследований, даты начала и окончания ведения записей. На случай утери дневника в нем следует указать почтовый адрес, домашний или рабочий телефон исследователя.

В дневнике исследований в хронологической последовательности по соответствующим формам записывают все результаты инструментальных и визуальных наблюдений, учетов и анализов непосредственно в поле, лаборатории, вегетационном домике, в теплице, на пастбище и т. п. В аналогичной последовательности в дневнике записывают все работы по закладке и проведению опыта (набивка сосудов почвой, проведение агротехнических работ на опыте, выключки и т. п.). При этом в записях должны быть отражены объемы и качество работ, применяемые инструменты, техника и т. п. В дневнике наблюдений обязательно четко фиксируют экстремальные атмосферные явления (град, ливень, ураган, суховей, сильные заморозки и т. п.), случаи вспышек засоренности посевов сорняками, поражение растений болезнями и вредителями и т. д. Желательно результаты визуальных наблюдений указанных явлений подтвердить инструментальными наблюдениями для получения объективной информации об их влиянии на рост и развитие растений. В случае необходимости в дневнике следует сделать зарисовки или привести фотографии изучаемых объектов. Если фотографии предполагается использовать не как иллюстративный материал, а как научный документ, то фотографировать объекты исследований необходимо с указанием вариантов и масштаба снимков, степени увеличения объектов, качества фотоматериалов и других условий съемок. Необходимо помнить, что в науке нет недостойных внимания мелочей, любой факт может оказаться явлением первостепенного значения при анализе результатов исследований или стать отправным пунктом для оригинальных исследований.

Для сокращения объема записей в дневнике названия вариантов можно шифровать буквами, цифрами и т. п. В этих случаях в дневнике необходимо указать полное название ва-

рианта и его шифр, не полагаясь на память и позволяя другим исследователям получать нужную информацию.

Записи в дневнике рекомендуется вести по формам (см. приложения 11—28), простым (а не химическим) карандашом или шариковой ручкой. Все поправки обязательно оговорить: кто, когда и по какой причине сделал исправление.

Журнал опыта аккуратно заполняют темными чернилами на основе дневника исследований и других первичных документов. При выполнении лабораторных анализов или полевых наблюдений, требующих громоздких промежуточных расчетов или записей результатов наблюдений, все записи можно производить в журнале опыта с последующим изложением итоговых данных за каждый анализ или за вегетационный период.

В журнале опыта должна содержаться исходная информация (сведения) об опыте и его методике: рабочая гипотеза, тема и раздел исследований, год закладки и проведения опыта, где и когда утверждены методика постановки опыта и программа исследований, схема и план опыта. На плане полевых и вегетационно-полевых опытов необходимо указать размеры: всего опыта, повторений, посевных и учетных делянок, защитных полос между делянками и повторениями, окаймляющих защитных полос. На плане вегетационно-полевых опытов необходимо указать размещение сосудов в поле, их размеры и другую информацию. На плане полевых опытов указывают ориентацию опыта по сторонам света, точки (репера) и способ закрепления опыта на местности, направление склона, расположение вариантов по делянкам опыта. Эта информация необходима для выполнения запланированных наблюдений и анализов, восстановления опыта в прежних границах (особенно важно для многолетних и длительных опытов), определения характера возможных ошибок (случайная или систематическая) и выбора соответствующих методов устранения или снижения этих ошибок (число повторений, площадь, форма и ориентация делянок, метод размещения вариантов и т. п.). Без этой информации трудно спланировать материально-техническую обеспеченность опыта. Если опыт лабораторный, вегетационный или лизиметрический, необходимо указать состав питательного субстрата, массу (объем) его в сосуде и т. п.

Для полевых опытов излагают историю и характеристику почв участка: тип, подтип, мощность пахотного горизонта и других слоев почвенного профиля, механический состав, агрохимические свойства почвы, предшественник, систему удобрений, применяемую на участке перед закладкой опыта и т. п.

В общих сведениях излагают данные о посевных качествах семян. При работе с овощными и плодовыми культурами необходимо обращать особое внимание на качество посадочного материала, его однородность, сроки и качество посадки. Неоднородность посадочного материала, отклонения во времени посадки могут вызвать дополнительную вариацию урожайности,

часто значительно превышающую вариацию, обусловленную изучаемыми вариантами.

В журнале опыта в наиболее удобной и понятной для других форме излагают обобщенные и предварительно обработанные данные наблюдений и учетов, сопутствующие эксперименту условия, все виды агротехнических работ, урожаи, результаты статистического анализа и другие сведения, необходимые для дальнейших обобщений, выводов и рекомендаций.

В журнале опыта обязательны записи, необходимые для понимания и объяснения сущности изучаемых вопросов.

1. Перечень всех работ по закладке и проведению опыта (от уборки предшествующей культуры до уборки урожая в опыте) с указанием сроков, способов, применяемой техники и качества выполнения работ;

2. Результаты всех анализов, наблюдений и учетов в виде таблиц, графиков, рисунков, уравнений;

3. Результаты учета урожая: а) по полянкам; б) в пересчете на 1 га; в) приведенного к стандартной влажности и чистоте;

4. Результаты статистической обработки опытных данных;

5. Предварительные выводы и предложения.

Для каждого опыта заводят отдельный журнал. В многолетних и длительных опытах за каждым опыту ведут несколько журналов, их нумеруют, указывают дату начала и окончания записей, вопросы (группа вопросов), которые отражены в журнале.

Журналы хранят в лаборатории (на кафедре), в специальном шкафу или сейфе. Исправления и подчистки в журнале опыта недопустимы. В случае обнаружения ошибок в результатах исследований неверные данные зачеркивают и записывают новые. Исправления должны быть обязательно оговорены (кем, когда и по какой причине введены исправления) и скреплены подписями ответственного исполнителя и руководителя подразделения, в котором ведутся исследования. То же относится к дополнениям, которые потребовалось ввести в уже сделанные записи.

Завершающий этап экспериментальной работы — оформление ее в виде научного отчета, статьи, диссертационной работы, монографии и передачи рекомендаций (в виде отдельных приемов, технологий и т. д.) для внедрения в производство.

При окончательном литературном оформлении результатов научного исследования необходимо соблюдение правил, предъявляемых к любому печатному выступлению, отчету, таких, как наличие ведущей идеи, фактическая достоверность материала, логическая последовательность, ясность, краткость и убедительность изложения.

Литературное оформление результатов полевого опыта, т. е. описание научно-исследовательской работы, изложение оригинальных мыслей автора в их логической последовательности,

включает отбор материалов, их группировку, анализ и непосредственное написание научного произведения.

Отчет о научно-исследовательской работе оформляют согласно требованиям ГОСТ 7.32—81, который устанавливает общие требования, структуру и правила оформления отчетов о научно-исследовательских работах (НИР).

Отчет о НИР является научно-техническим документом, который содержит полные сведения о выполненной работе или ее этапе. По отдельным этапам НИР составляют промежуточные отчеты, которые служат в дальнейшем основой для заключительного отчета о работе в целом.

Одновременно с подготовкой отчета ответственный исполнитель в соответствии с установленным порядком государственной регистрации и учета НИР заполняет информационную карту утвержденного образца.

Общими требованиями к отчету являются: четкость и логическая последовательность изложения материала; убедительность аргументации; краткость и точность формулировок, исключающих возможность неоднозначного толкования; обоснованность рекомендаций и предложений.

Отчет о НИР должен содержать: титульный лист, список исполнителей, реферат, содержание (оглавление), перечень условных обозначений, символов, единиц и терминов, введение, основную (экспериментальную) часть, заключение, список использованных источников, приложения.

Введение отчета должно содержать оценку современного состояния решаемой научной проблемы, основания и исходные данные для разработки темы; обоснование необходимости проведения работы. Должна быть показана актуальность и новизна темы, связь данной работы с другими научно-исследовательскими работами.

Во введении промежуточного отчета по этапу НИР должны быть приведены цели и задачи исследований на этом этапе и их место в выполнении НИР в целом. Во введении заключительного отчета помещают перечень наименований всех подготовительных промежуточных отчетов по этапам и их инвентарные номера; должно быть отражено обоснование выбора принятого направления исследования, методы решения поставленной задачи, разработка общей методики проведения работы, критический анализ и обобщение результатов ранее проведенных исследований и дано обоснование необходимости проведения экспериментальной работы.

Основная часть включает: теоретическое обоснование, результаты теоретических и (или) экспериментальных исследований, обобщение и оценку результатов исследований.

Полученные в эксперименте результаты необходимо проанализировать и сопоставить с аналогичными результатами отечественных и зарубежных работ, оценить полноту решения поставленных вопросов, достоверность полученных данных.

Результаты исследований представляют в виде таблиц, которым предшествует текстовая часть, содержащая описание объекта и метода исследования, условий проведения эксперимента. Представление экспериментальных данных в виде графиков или формул не должно заменять их представления в виде таблиц.

Количество экспериментальных данных должно быть достаточным для их статистической оценки и установления существенности различий по вариантам эксперимента.

Данные, взятые из других источников, должны быть четко обозначены с указанием источников. Отчет должен содержать анализ источников ошибок (случайных и систематических). Экспериментальные данные должны быть статистически обработаны с обязательным указанием метода анализа.

Заключение в отчете должно содержать краткие выводы по результатам выполнения НИР, рекомендации и предложения по внедрению в производство, оценку технико-экономической эффективности внедрения или народнохозяйственную, научную, социальную ценность работы.

В приложения следует включать отчет о патентных исследованиях, если они проводились при выполнении НИР, и перечень библиографических описаний публикаций, авторских свидетельств, патентов, если они были опубликованы или получены в результате выполнения НИР по ГОСТ 7.1—76.

В отчет включают дополнительные сведения: таблицы вспомогательных цифровых данных, иллюстрации вспомогательного характера, промежуточные математические доказательства, формулы и расчеты, протоколы и акты испытаний, инструкции и методики, описания алгоритмов и программ задач, решаемых на ЭВМ, разработанных в процессе научно-исследовательской работы, акты о внедрении результатов исследований.

Оформляя отчет, единицы измерений опытных данных следует указывать в соответствии с требованиями СТ СЭВ 1052—78, используя международную символику и терминологию, при этом сокращения русских слов и словосочетаний недопустимы, за исключением общепризнанных и рекомендованных ГОСТ 7.12—77 сокращений.

Если в отчете принята специфическая терминология, применяются малораспространенные сокращения, новые символы и обозначения, то представляют их перечень отдельным списком.

Основные положения НИР, аргументы и факты, излагаемые в отчете, часто сопровождаются иллюстрациями-таблицами, чертежами, схемами, графиками, рисунками и т. п. Желательно, чтобы иллюстрация занимала не более одной страницы. Большие таблицы, как правило, свидетельствуют о слабой проработке исходного материала. Подписи к таблицам делают над таблицами, а к рисункам — под рисунками.

**ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ
РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ**

Глава 13

**ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ.
СОВОКУПНОСТЬ И ВЫБОРКА**

Математическая статистика — это один из разделов математики. Она позволяет делать умозаключения о всей (генеральной) совокупности на основе наблюдений над выборочной совокупностью, или выборкой. Все статистические методы основаны на теории вероятностей — науке, изучающей общие закономерности в массовых случайных явлениях различной природы, и применяются везде, где приходится иметь дело с *планированием экспериментов и обследований, с оценкой параметров и проверкой гипотез, с принятием решений при изучении сложных систем.* Слово «случайный» употребляется здесь для обозначения явления, исход которого в настоящий момент нельзя точно предсказать. Так, результаты опытов всегда подвержены тем или иным посторонним влияниям, помимо изучаемых. В результате любой опыт содержит некоторый элемент случайности, который измеряется величиной экспериментальной ошибки.

Знание современных методов статистической обработки необходимо не только для количественной характеристики наблюдений и полученных в опыте данных, когда уже нельзя ничего исправить, но и на всех этапах эксперимента — от планирования до интерпретации окончательных результатов. Отсутствием статистически обоснованных исследований можно объяснить в большинстве случаев периодическое появление «модных» агротехнических приемов, препаратов и способов быстрого повышения урожайности сельскохозяйственных культур, которые при широком применении не оправдывают возлагавшихся на них надежд.

Нельзя, однако, преувеличивать ценность статистических методов и превращать их использование в самоцель. Сами по себе методы математической статистики, если они не сочетаются с предварительным квалифицированным анализом агрономической сущности изучаемого явления и правильной постановкой опытов, не могут ничего добавить к умению экспериментатора. Никакая статистическая обработка материалов не может заставить плохой опыт дать хорошие результаты. *Главная обязанность экспериментатора — постановка добротных, целена-*

правленных опытов, а математическая статистика помогает агрономическому исследованию в выборе оптимальных условий для проведения опыта, дает объективную, количественную оценку экспериментальным данным.

Всякое массовое, множественное явление, например группа растений на поле или животных на ферме, представляет собой совокупность особей, случаев, фактов, предметов, т. е. некоторых условных единиц, каждая из которых в отдельности строго индивидуальна и отличается от других рядом признаков — высотой, массой, количеством продукции и т. д. Каждый из признаков может иметь у различных особей разную степень выраженности, поэтому говорят, что признак варьирует. *Свойство условных единиц — растений, урожаев на параллельных делянках полевого опыта и т. п. — отличаться друг от друга даже в однородных совокупностях называется изменчивостью, или варьированием.* Изменчивость — свойство, присущее всем предметам природы: двух совершенно одинаковых предметов не существует, хотя различия между ними и могут быть незаметными для невооруженного глаза.

Варьирующими признаками у растений являются, например, их высота, количество и масса зерен в колосе, содержание протеина и др. Варьирование возникает вследствие того, что растения одного и того же сорта всегда отличаются своей наследственностью, кроме того, формирование их часто протекает в относительно различных условиях внешней среды. В полевых и вегетационных опытах даже при самой тщательной работе урожаи на параллельных делянках или в сосудах всегда получаются разные. Это колебание, изменчивость, вариация — результат влияния различного сочетания внешних условий, не всегда поддающихся учету, и определяемое часто как следствие случайных причин, вызывающих различия в изучаемых признаках. Следовательно, при любом исследовании данные опытов будут всегда варьировать в тех или иных пределах.

Изменчивость, варьирование признаков создает известную трудность в тех случаях, когда требуется дать общую характеристику определенной варьирующей группе (совокупности) растений, животных, почв и т. п. по отдельным признакам или сравнить две такие группы и найти различие между ними. Совершенно очевидно, что не всегда возможно (а практически очень редко) исследовать по тому или другому признаку все особи, всю совокупность. В этих случаях прибегают к изучению части ее, по которой делают общее заключение. Такой метод называется выборочным и считается основным при статистическом изучении совокупности.

Таким образом, всю группу объектов, подлежащую изучению, называют совокупностью или генеральной совокупностью, а ту часть объектов, которая попала на проверку, исследование, — выборочной совокупно-

стью или просто выборкой. Число элементов в генеральной совокупности и выборке называют их объемом.

Главная цель выборочного метода — по статистическим показателям малой выборки (средней пробе) возможно точнее охарактеризовать всю совокупность объектов, которая в статистике и называется генеральной совокупностью.

Аналогично поступают и при постановке полевых опытов, когда редко имеют более 6—8 одноименных (повторных) деленок и по их урожаям или другим определениям, т. е. по этой малой выборке из общей площади опытного участка, пытаются получить достоверные выводы относительно всего опытного участка, относительно большего числа возможных результатов. Здесь в скрытом виде имеется практически бесконечная статистическая группа, генеральная совокупность, которая на основании данных малой выборки должна быть охарактеризована возможно более простыми статистическими показателями.

Следовательно, цель выборочного метода научного исследования — при помощи сравнительно ограниченных средств, которые дают возможность изучать единичные явления, установить характерные свойства и законы для бесконечного числа возможных или встречающихся явлений.

В результате наблюдений мы получаем сведения о численной величине изучаемого признака у каждого члена данной выборочной совокупности. Возможные значения варьирующего признака X называют вариантами и обозначают X_1, X_2, \dots, X_n . Полученный таким образом ряд варьирующих величин можно упорядочить — расположить значения признака (варианты) в порядке их возрастания (или убывания). Такое упорядочение ряда, т. е. расположение вариантов в порядке возрастания (или убывания), называется ранжированием его. После ранжирования нетрудно заметить, что каждое значение признака встречается неодинаковое число раз — одни редко, другие часто. Числа, которые характеризуют, сколько раз повторяется каждое значение признака у членов данной совокупности, называются частотами признака и обозначаются f . Сумма всех частот ($\sum f$) равна объему выборки, т. е. числу членов ряда — n . В результате такой обработки первичных наблюдений получают так называемый вариационный ряд.

Итак, вариационным рядом называется такой ряд данных, в которых указаны возможные значения варьирующего признака в порядке возрастания или убывания и соответствующие им частоты.

Различают два типа изменчивости: количественную, которая может быть измерена, и качественную, которая не поддается измерению.

Под количественной изменчивостью понимают такую, в которой различия между вариантами выражаются количеством, например массой, высотой, урожаем, числом зерен и т. д. Раз-

личают два вида количественной изменчивости: прерывистую, или дискретную, и непрерывную.

В первом случае различия между вариантами выражаются целыми числами, между которыми нет и не может быть переходов, например число растений на квадратном метре, число зерен в колосе и т. д. Во втором случае значения вариантов выражаются мерами объема, длины, массы и т. д., между которыми мыслимы любые переходы с неограниченным числом возможных значений; все зависит от степени точности, принимаемой для характеристики данного количественного признака.

Качественной изменчивостью называется такое варьирование, когда различия между вариантами выражаются качественными показателями, которые одни варианты имеют, а другие нет (цвет, вкус, форма изучаемого объекта и др.). Если признак принимает только два взаимоисключающих друг друга значения (больной — здоровый, остистый — безостый и пр.), то изменчивость называется альтернативной, т. е. двояково возможной.

Глава 14

ЭМПИРИЧЕСКИЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

§ 1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТ И ЕГО ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

Многие исследования начинаются обычно со сбора обширного цифрового материала, понимание которого облегчается систематизацией и представлением исходных данных в виде таблиц и графиков.

Допустим, что в результате измерения общей длины 100 растений льна были получены следующие данные (см):

| | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|-----|-----|
| 90 | 109 | 99 | 100 | 115 | 68 | 70 | 72 | 73 | 70 |
| 76 | 82 | 80 | 68 | 69 | 74 | 72 | 69 | 80 | 79 |
| 79 | 84 | 84 | 108 | 83 | 84 | 99 | 98 | 102 | 101 |
| 45 | 59 | 60 | 63 | 78 | 87 | 94 | 91 | 88 | 90 |
| 72 | 68 | 80 | 81 | 84 | 77 | 79 | 81 | 84 | 76 |
| 70 | 67 | 100 | 103 | 69 | 72 | 74 | 66 | 67 | 72 |
| 79 | 78 | 83 | 92 | 93 | 81 | 82 | 86 | 89 | 93 |
| 77 | 76 | 88 | 89 | 94 | 82 | 80 | 81 | 77 | 80 |
| 92 | 91 | 76 | 79 | 73 | 84 | 79 | 84 | 79 | 84 |
| 89 | 85 | 93 | 90 | 79 | 83 | 91 | 87 | 89 | 94 |

В таком виде ряд измерений объемом $n=100$ мало приспособлен, чтобы характеризовать растения льна по высоте. Поэтому необходимо сгруппировать значения X_1, X_2, \dots, X_n в k групп с интервалом каждой группы i . Ориентировочно число групп равно корню квадратному из объема выборки, которое, однако, не должно быть меньше 5 и больше 20.

Величину интервала группы определяют по соотношению:

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{\text{число групп}} = \frac{R}{k}$$

Для нашего примера целесообразно взять 7 групп. В этом случае величина интервала будет равна целому числу:

$$i = \frac{R}{k} = \frac{115 - 45}{7} = \frac{70}{7} = 10 \text{ см.}$$

При выборе границ групп следует обращать внимание на то, чтобы верхняя граница группы была меньше, чем нижняя граница прилегающей соседней группы на цену деления, т. е. единицу измерения, в нашем примере на 1 см. Группируют в такой последовательности:

1. Определяют размах варьирования результатов измерения, т. е. разность между наибольшим и наименьшим значением ряда измерений:

$$R = X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}}$$

2. Устанавливают число групп k и размер интервала группировки $i = R/k$.

3. Подготавливают макет таблицы сгруппированного распределения частот результатов измерений (табл. 8). В первой колонке (подлежащее) записывают интервал группировки (группы), а во второй (сказуемое) — число результатов измерений, входящих в данный интервал, т. е. частоту f .

8. Сгруппированное распределение частот по данным измерения длины 100 растений льна

| Группы (интервал группировки) | Частота | Средние значения групп (групповые варианты) |
|-------------------------------|---------|---|
| 45—54 | 1 | 50 |
| 55—64 | 3 | 60 |
| 65—74 | 21 | 70 |
| 75—84 | 40 | 80 |
| 85—94 | 23 | 90 |
| 95—104 | 9 | 100 |
| 105—115 | 3 | 110 |

4. Подсчитывают число данных, соответствующих по своему значению каждому интервалу группировки, и результаты записывают в соответствующие графы таблицы.

Указанный в таблице ряд пар чисел составляет эмпирическое распределение частот — распределение частот f по значениям X_i . Сумма частот равна объему совокупности $\Sigma f = n = 100$.

Визуальное представление о распределении частот будет более наглядным при графическом изображении данных.

Этот способ очень удобен, он позволяет сразу охватить важнейшие черты, закономерности распределения наблюдений. Графическое изображение вариационного ряда называется кривой распределения или вариационной кривой.

Для построения кривой распределения на горизонтальной линии (ось абсцисс) наносят значения интервала группировки, а по вертикали (ось ординат) — численности этих значений или частоту f . Масштаб в обоих направлениях следует выбирать такой, чтобы весь график имел удобную и легко обозримую форму.

Ступенчатый график в виде столбиков, имеющих высоту, пропорциональную частотам, а ширину, равную интервалам классов, называется гистограммой, из которой легко получить полигон — кривую распределения, соединив линией средние значения групп (рис. 39).

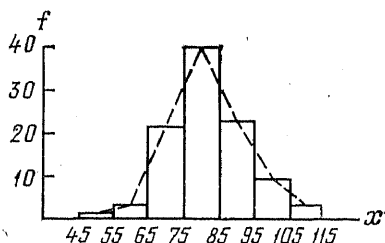


Рис. 39. Гистограмма и кривая распределения 100 растений льна по высоте.

Для выбора соотношения между масштабами на осях абсцисс и ординат при построении графика целесообразно руководствоваться правилом «золотого сечения», согласно которому высота графика должна относиться к его ширине примерно как 5:8.

Беглый взгляд на рисунок убеждает, что характер распределения высоты растений льна имеет некоторые общие закономерности: случайные величины группируются вокруг центра распределения, при удалении от которого вправо или влево частоты их непрестанно убывают. *Тенденция значений признака группироваться вокруг центра распределения частот, статистической характеристикой которого является средняя арифметическая, \bar{x} называется центральной тенденцией.*

Наряду со средней арифметической важной статистической характеристикой эмпирических распределений является стандартное отклонение s — мера разброса отдельных наблюдений вокруг среднего значения признака. *Квадрат стандартного отклонения s^2 называется дисперсией, или средним квадратом.* Стандартное отклонение и дисперсия являются наиболее употребительными и стабильными характеристиками рассеяния варьирующих признаков: чем больше дисперсия или стандартное отклонение, тем более рассеяны около средней индивидуальные значения признака, т. е. больше изменчивость с уменьшением этих величин изменчивость уменьшается.

Средняя арифметическая и стандартное отклонение являются основными статистическими характеристиками, при помощи которых задается эмпирическое распределение частот. Этих двух простых характеристик достаточно, чтобы на основе знания закономерностей теоретических распределений построить эмпирическое распределение и воспроизвести определенную закономерность в этом распределении. Таким образом, главная ценность статистических характеристик — возможность при помощи немногих и простых показателей выразить существенные особенности эмпирических распределений.

Рассмотрим более подробно важнейшие статистические характеристики количественной и качественной изменчивости и теоретические распределения, позволяющие уяснить основные закономерности варьирования результатов наблюдений.

§ 2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ И КАЧЕСТВЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ

Количественная изменчивость. Основными статистическими характеристиками количественной изменчивости являются средняя арифметическая (\bar{x}), дисперсия (s^2), стандартное отклонение (s), ошибка средней арифметической ($s_{\bar{x}}$), коэффициент вариации (V) и относительная ошибка выборочной средней ($s_{\bar{x}}\%$).

Средняя арифметическая \bar{x} представляет собой обобщенную, абстрактную характеристику всей совокупности в целом. Если сумму всех вариантов ($X_1 + X_2 + \dots + X_n$) обозначить через ΣX , а число всех вариантов через n , то формула для определения простой средней арифметической примет следующий вид:

$$\bar{x} = \Sigma X / n.$$

Взвешенную среднюю арифметическую вычисляют по формуле:

$$\bar{x} = \frac{f_1 X_1 + f_2 X_2 + \dots + f_n X_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{\Sigma f X}{n},$$

где X — значение признака, варианты; f — частота встречаемости каждой варианты, признака; n — общее число измеренных значений, сумма всех частот, ($n = \Sigma f$).

Основное свойство средней арифметической заключается в равенстве суммы всех положительных и всех отрицательных отклонений от нее, т. е. сумма центральных отклонений всех отдельных вариантов от \bar{x} равна нулю: $\Sigma (X - \bar{x}) = (X_1 - \bar{x}) + (X_2 - \bar{x}) + \dots + (X_n - \bar{x}) = 0$. Если $\Sigma (X - \bar{x})$ оказалась неравной нулю, значит, допущена ошибка в вычислениях.

Дисперсия s^2 и стандартное отклонение s служат основными мерами вариации, рассеяния изучаемого признака. Дисперсия представляет собой частное от деления суммы квадратов отклонений $\Sigma (X - \bar{x})^2$ на число всех измерений без единицы ($n - 1$):

$$s^2 = \frac{\Sigma (X - \bar{x})^2}{n - 1}.$$

Размерность дисперсии равна квадрату размерности изучаемого признака, что неудобно и заставляет ввести для измерения рассеяния другую характеристику, имеющую размерность варьирующей величины и называемую стандартным или средним квадратическим отклонением. Его получают извлечением квадратного корня из дисперсии:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\Sigma (X - \bar{x})^2}{n - 1}}.$$

Если исходные наблюдения сгруппированы и частоты групп обозначены через f , то дисперсию и стандартное отклонение вычисляют по формулам:

$$s^2 = \frac{\sum f(X - \bar{x})^2}{n - 1} \quad \text{и} \quad s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum f(X - \bar{x})^2}{n - 1}}.$$

Для вычисления дисперсии s^2 следует определить отклонения всех вариантов X от среднего арифметического $(X - \bar{x})$, возвести каждое такое отклонение в квадрат $(X - \bar{x})^2$ и сумму этих квадратов $\sum (X - \bar{x})^2$ разделить на число всех измерений без единицы $(n - 1)$. Для вычисления стандартного отклонения необходимо извлечь квадратный корень из дисперсии.

Из математической статистики известно, что при определении любых средних величин сумму всех показателей необходимо делить на число независимых друг от друга величин. В связи с этим в формулах сумму квадратов отклонений $\sum (X - \bar{x})^2$ делят не на общее число наблюдений, а на число без единицы, так как одно любое отклонение зависимое и может быть найдено из равенства $\sum (X - \bar{x}) = 0$. Остальные отклонения могут свободно варьировать, принимать любые значения. Число свободно варьирующих величин называется числом степеней свободы или числом степеней свободы вариации. Оно обозначается ν и в простейшем случае равно $n - 1$.

При вычислении средней арифметической \bar{x} все величины независимы друг от друга, поэтому сумма их делится на общее число вариантов n . Но когда уже известен ряд наблюдений от X_1 до X_n , каждое значение ряда, так же как и каждое отклонение $(X - \bar{x})$, можно легко определить по значению x и значениям остальных $n - 1$ вариант ряда. Действительно, любое отклонение зависит от величины всех остальных и численно равно сумме их, взятых с обратным знаком, так как сумма всех отклонений $\sum (X - \bar{x}) = 0$. Поэтому неизвестное нам отклонение должно свести эту сумму к нулю. Следовательно, отклонение одной любой варианты от x как бы лишено свободы вариации и точно определится варьированием всех остальных вариант, т. е. $n - 1$. В связи с этим число независимых величин при определении s^2 и s равно не n , а $n - 1$.

При вычислении дисперсии и стандартного отклонения по основным формулам нередко возникают технические неудобства. Средняя арифметическая обычно получается в виде числа с дробью, поэтому центральные отклонения $(X - \bar{x})$ и особенно квадраты их $(X - \bar{x})^2$ получаются многозначными, что затрудняет счетную работу и ведет к ошибкам. Поэтому разработано несколько способов вычисления s^2 и s , которые значительно упрощают арифметические расчеты. Они основаны на том, что для получения суммы квадратов центральных отклонений

$\Sigma(X-\bar{x})^2$ достаточно взять отклонения от любого произвольного числа A (условной средней, произвольного начала) и произвести с ними действия по формуле:

$$\Sigma(X-\bar{x})^2 = \Sigma(X-A)^2 - \frac{[\Sigma(X-A)]^2}{n} = \Sigma X_1^2 - \frac{(\Sigma X_1)^2}{n}.$$

Если за условную среднюю (произвольное начало) принять нуль, то формула примет следующий вид:

$$\Sigma(X-\bar{x})^2 = \Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n}.$$

Формула $\Sigma X_1^2 - \frac{(\Sigma X_1)^2}{n}$ сильно облегчает работу по вычислению дисперсии и стандартного отклонения для больших групп с многозначными числами. Условную среднюю A выбирают с таким расчетом, чтобы разности $(X-A)$ были возможно меньше. Часто в качестве A берут целое число, близкое к предполагаемой средней. Среднюю арифметическую в этом случае вычисляют по формуле:

$$\bar{x} = A + \frac{\Sigma X_1}{n}.$$

Для малых групп с малозначными числами сумму квадратов отклонений легче получить по формуле

$$\Sigma(X-\bar{x})^2 = \Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n}.$$

Стандартное отклонение служит показателем, который дает представление о наиболее вероятной средней ошибке отдельного, единичного наблюдения, взятого из данной совокупности. В пределах одного значения ($\pm 1s$) укладывается примерно $\frac{2}{3}$ всех наблюдений, или, точнее, 68,3% всех вариантов, т. е. основное ядро изучаемого ряда величин. Поэтому стандартное отклонение называют также основным отклонением вариационного ряда. Следовательно, возможны отклонения от \bar{x} , превосходящие $\pm 1s$, но вероятность их по мере удаления отклонений от $\pm 1s$ все время уменьшается. Так, вероятность встретить варианту, отклоняющуюся от \bar{x} на величину больше $\pm 3s$, составляет всего около 0,3%. Поэтому утроенное значение стандартного отклонения принято считать предельной ошибкой отдельного наблюдения, и, следовательно, почти все значения вариант в вариационном ряду укладываются в пределах $\pm 3s$. Шестикратное значение среднего квадратического отклонения (от $+3s$ до $-3s$) дает ясное представление о ширине ряда наблюдений, о его рассеянии.

Коэффициент вариации V — стандартное отклонение, выраженное в процентах к средней арифметической данной совокупности:

$$V = \frac{s}{\bar{x}} 100.$$

Коэффициент вариации является относительным показателем изменчивости. Использование коэффициента вариации имеет смысл при изучении вариации признака, принимающего только положительные значения. Не имеет смысла, например, коэффициент вариации, вычисленный для характеристики колеблемости среднегодовой температуры, близкой к 0°, когда варьирующий признак принимает как положительные, так и отрицательные значения.

Изменчивость принято считать незначительной, если коэффициент вариации не превышает 10% средней, если V выше 10%, но менее 20%, и значительной, если коэффициент вариации более 20%.

Для характеристики степени выравненности материала иногда целесообразно использовать величину, дополняющую значение коэффициента вариации до 100. Этот показатель называют коэффициентом выравненности и определяют по равенству $V=100-V$.

Коэффициенты изменчивости и выравненности, будучи отвлеченными числами, выраженными в процентах, дают возможность сравнивать варьирование признаков разной размерности, например высоты и массы, содержания азота и площади листьев, а также при сравнении изменчивости величин, уровень которых резко различен (например, урожай льноволокна и корнеплодов). При изучении варибельности признаков одинаковой размерности необходима известная осторожность — коэффициент вариации может дать искаженное представление об изменчивости, например, при разных значениях x и одинаковых s . В этих случаях степень вариации необходимо оценивать величиной s^2 или s .

Ошибка выборочной средней или ошибка выборки $s_{\bar{x}}$ является мерой отклонения выборочной средней \bar{x} от средней всей (генеральной) совокупности μ . Ошибки выборки возникают вследствие неполной репрезентативности (представительности) выборочной совокупности и свойственны только выборочному методу исследования. Они связаны с перенесением результатов, полученных при изучении выборки, на всю генеральную совокупность. Величина ошибок зависит от степени изменчивости изучаемого признака и от объема выборки.

Ошибка выборочной средней прямо пропорциональна выборочному стандартному отклонению s и обратно пропорциональна корню квадратному из числа измерений n , т. е.

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}.$$

Ошибки выборки выражают в тех же единицах измерения, что и варьирующий признак, и приписывают к соответствующим средним со знаками \pm , т. е. $\bar{x} \pm s_{\bar{x}}$.

Ошибка средней арифметической тем меньше, чем меньше варьирует опытный материал и чем из большего числа измерений вычислено среднее арифметическое. Ошибка выборки, выраженная в процентах от соответствующей средней, называется относительной ошибкой выборочной средней:

$$s_x \% = \frac{s_x}{\bar{x}} 100.$$

Относительную ошибку средней иногда обозначают буквой P и называют «точностью опыта», «точностью анализа». Следует признать крайне неудачным это укоренившееся понятие. При одних и тех же значениях выборочных средних возрастание величины P свидетельствует о том, что опыт становится менее точным, так как чем больше абсолютная ошибка эксперимента, тем выше и относительная ошибка, т. е. P . Кроме того, указанное обстоятельство вносит в понятие «точность» элемент двойственности, величина P часто необоснованно используется для оценки качества опытной работы и браковки полевых опытов. Так, если P превышает 5%, то рекомендуется совершенствовать методику, а опыты с $P > 7-8\%$ браковать.

Такой подход очень условен, так как значение P зависит не только от методического уровня эксперимента, но и от урожайности возделываемой культуры. Без учета уровня урожайности часто опыты, имеющие практически равные абсолютные ошибки и, следовательно, равноценные по точности, могут по величине P классифицироваться по-разному.

Например, в опытах с зерновыми, проведенных на участках с низким, средним и высоким уровнем плодородия при средней урожайности, равной соответственно 14, 25 и 45 ц с 1 га, могут быть получены близкие значения ошибок $s_x \approx 1,5$ ц с 1 га. По фактической точности, мерой которой и является абсолютная ошибка s_x , эти опыты равноценны. Однако по величине P первый опыт относят к «недостовверным» и бракуют ($P = 10,7\%$), для второго надо выяснить причины низкой «точности» ($P = 6,0\%$), а третий опыт проведен достаточно «точно» ($P = 3,3\%$). Понятно, что в данном случае величина P вводит экспериментатора в заблуждение относительно фактической точности опыта.

Вследствие недостаточной обоснованности и двойственности понятия «точность опыта» в дальнейшем мы не будем им пользоваться. Вызывает возражение и дальнейшее использование буквы P для обозначения относительной ошибки средней. Известно, что этим символом во всех руководствах и учебниках по математической статистике обозначается вероятность. В данной работе относительную ошибку будем обозначать символом $s_x \%$.

Качественная изменчивость. В биологических и агрономических исследованиях часто приходится иметь дело с качествен-

ной изменчивостью признаков: разная форма и окраска семян и плодов, расщепление гибридов и т. д. Частным случаем качественной изменчивости является альтернативная, при которой варьирующие признаки представляют собой одну из двух возможностей (альтернатив) — наличие или отсутствие признака, например мужские или женские экземпляры, растения больные и здоровые, колосья остистые и безостые и т. п. Группировка результатов наблюдений при качественном варьировании сводится к распределению совокупности объектов на группы (классы) с разными качественными признаками.

Основными статистическими показателями (параметрами) качественной изменчивости являются доля признака, показатель изменчивости, коэффициент вариации и ошибка выборочной доли.

Доля признака, или относительная численность (частота) отдельной варианты в данной совокупности. Доля признака обозначается через p_1, p_2, p_3 и т. д. и может быть выражена в частях единицы или в процентах. В первом случае сумма всех долей в пределах данной совокупности или ряда распределения равна единице, а во втором — 100%.

Доля признака — это отношение численности каждого из членов ряда n_1, n_2, n_3 и т. д. к численности совокупности N , т. е. вероятность появления данного признака в изучаемой совокупности:

$$p_1 = \frac{n_1}{N}; \quad p_2 = \frac{n_2}{N}; \quad p_3 = \frac{n_3}{N} \text{ и т. д.}$$

При альтернативной (двоично-возможной) изменчивости доля одного признака обозначается через p , а второго через q . На основании очевидного равенства $p + q = 1,0$ (или 100%), так как вероятность двух противоположных событий всегда равна единице (100%), значение $q = 1 - p$.

Показатель изменчивости качественного признака s характеризует варьирование величин ряда относительно друг друга. Значение показателя изменчивости определяется по формуле:

$$s = \sqrt[k]{p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_k},$$

где p_1, p_2 и т. д. — доли признака (или процентные значения их) в общей совокупности; k — число градаций признака.

Когда $k > 2$, то формулу для вычисления показателя изменчивости удобнее прологарифмировать:

$$\lg s = \frac{\lg p_1 + \lg p_2 + \dots + \lg p_k}{k}.$$

Если изучаемая совокупность представлена объектами с двумя градациями признака (альтернативная изменчивость), то

$$s = \sqrt{pq},$$

где p и q — доли признака, выраженные в частях единицы или процентах. Например, показатель изменчивости при $p=0,10$ и $q=0,90$ будет равен:

$$s = \sqrt{pq} = \sqrt{0,10 \cdot 0,90} = 0,30 \text{ (или 30\%)}$$

В зависимости от соотношения p и q значение s изменяется от 0 до 0,5. Максимальная изменчивость качественного признака $s_{\text{макс}}$ будет наблюдаться тогда, когда $p=q=0,5$ и $s_{\text{макс}} = \sqrt{0,5 \cdot 0,5} = 0,50$ (или 50%). Значения максимальной (наибольшей) изменчивости для распределений с разным числом градаций качественных признаков даны ниже:

| Число градаций признака | $s_{\text{макс}}$ | | Число градаций признака | $s_{\text{макс}}$ |
|-------------------------|-------------------|--|-------------------------|-------------------|
| 2 | 0,500 (50,0%) | | 5 | 0,200 (20,0%) |
| 3 | 0,333 (33,3%) | | 6 | 0,167 (16,7%) |
| 4 | 0,250 (25,0%) | | 7 | 0,143 (14,3%) |

Пользуясь величинами максимальных значений $s_{\text{макс}}$, можно вычислить коэффициент вариации качественных признаков — фактический показатель изменчивости, выраженный в процентах к максимально возможной изменчивости:

$$V_p = \frac{s}{s_{\text{макс}}} \cdot 100.$$

Коэффициент вариации характеризует относительную степень изменчивости изучаемых признаков и широко используется для сравнительной оценки выравненности различных совокупностей. Максимальное значение $V_p=100\%$ наблюдается при $s=s_{\text{макс}}$.

Ошибка выборочной доли s_p — мера отклонения доли признака выборочной совокупности p от доли его по всей генеральной совокупности P вследствие неполной представительности (репрезентативности) выборки. Ошибку доли вычисляют по формуле:

$$s_p = s/\sqrt{N},$$

где s — показатель изменчивости качественного признака; N — объем выборки.

Для альтернативного варьирования, когда значение $s = \sqrt{pq}$, формула ошибки выборочной доли примет вид:

$$s_p = \sqrt{pq/N}.$$

Здесь p и q могут быть выражены в долях единицы или процентах.

Вероятность встретить p (или q) в интервале $p \pm s_p$ составляет около 68%, в интервале $p \pm 2s_p$ — 95% и в интервале $p \pm 3s_p$ — около 99%. Следовательно, подобно количественной изменчивости, все значения p с вероятностью 99% укладываются в пределах тройной ошибки выборочной доли.

§ 3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Различают эмпирические и теоретические распределения частот совокупности результатов наблюдений.

Эмпирическое распределение — распределение результатов измерений, полученных при изучении выборки, например распределение растений по высоте и массе, распределение делянок дробного учета по урожаю и т. д. В основе его лежат определенные математические закономерности, которые в генеральной совокупности, т. е. при очень большом числе наблюдений ($n \rightarrow \infty$), характеризуются некоторыми теоретическими распределениями.

На основе теоретических распределений построены статистические критерии, которые используются для проверки некоторых гипотез. Наиболее часто в исследовательской работе опираются на нормальное распределение или специальные распределения, получаемые из нормального для определенной поставленной задачи и при ограниченном числе степеней свободы (t , F , χ^2 -распределение, распределение Пуассона).

Нормальное распределение. Нормальным, или гауссовым, называют распределение вероятностей непрерывной случайной величины X , которое описывается следующей функцией:

$$Y = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{X-\mu}{\sigma} \right)^2},$$

где Y — ордината кривой, или вероятность; μ — генеральная средняя (математическое ожидание); σ — стандартное отклонение генеральной совокупности ($n \rightarrow \infty$); π и e — константы ($\pi \approx 3,14$; $e = 2,72$).

Положение и форма кривой нормального распределения полностью определяются двумя параметрами: генеральной средней μ , которая находится в центре распределения, и стандартным отклонением σ , которое измеряет вариацию отдельных наблюдений около средней. Максимум, или центр, нормального распределения лежит в точке $X = \mu$; точки перегиба кривой находятся при $X_1 = \mu - \sigma$ и $X_2 = \mu + \sigma$.

При $X \pm \infty$ кривая достигает нулевого значения (рис. 40).

По форме кривые нормального распределения могут быть различными. Вид кривой полностью соответствует степени варьирования изучаемого признака, т. е. величине стандартного отклонения σ . Чем оно больше и, следовательно, больше варьирует изучаемый материал, тем более пологой становится вариационная кривая, при малых значениях σ она приобретает иглообразную форму.

Размах колебаний от μ вправо и влево зависит от величины σ и укладывается в основном в пределах трех стандартных отклонений. Продолжение кривой за пределы $\mu \pm 3\sigma$ практически можно заметить лишь при большом числе наблюдений, и эти значениями ординат уже можно пренебречь.

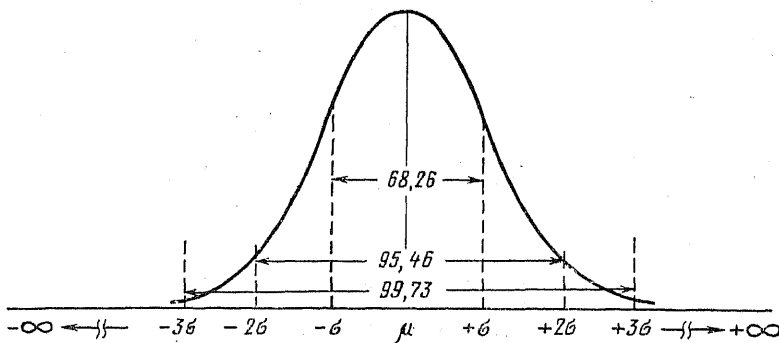


Рис. 40. Процент наблюдений (площадь), ограниченный кривой нормального распределения, для различных значений σ .

Для нормального распределения характерны следующие закономерности:

в области $\mu \pm \sigma$ лежит 68,26% (почти две трети) всех наблюдений;

внутри пределов $\mu \pm 2\sigma$ находится 95,46% всех значений случайной величины;

интервал $\mu \pm 3\sigma$ охватывает 99,73%, следовательно, практически все значения.

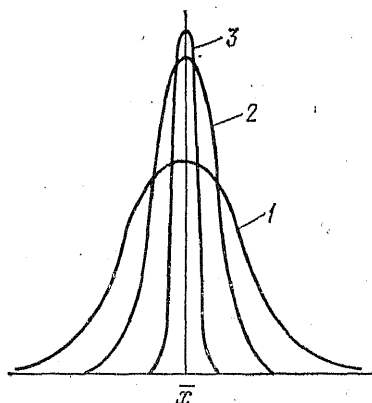
Площадь под кривой, ограниченную от среднего на t стандартных отклонений, выраженную в процентах всей площади, называют статистической надежностью, или уровнем вероятности P , т. е. вероятностью появления значения признака, лежащего в области $\mu \pm t\sigma$. Вероятность того, что значение варьирующего признака находится вне указанных пределов, называется уровнем значимости P_1 . Он указывает вероятность отклонения от установленных пределов варьирования случайной величины $P_1 = 1 - P$. Следовательно, чем больше уровень вероятности, тем меньше уровень значимости, и наоборот.

В практике агрономических исследований считается возможным пользоваться вероятностями 0,95—95% и 0,99—99%, которым соответствует 0,05—5%-ный и 0,01—1%-ный уровни значимости. Эти вероятности получили название доверительных вероятностей, т. е. таких значений, которым можно доверять и уверенно пользоваться ими. Принимая вероятность 0,95=95%, риск сделать ошибку составляет 0,05=5%, или 1 на 20. При вероятности 0,99—99% риск ошибиться равен 0,01—1%, или 1 на 100.

Выбор доверительной вероятности или уровня значимости для исследований определяется практическими соображениями, ответственностью выводов и возможностями. Вероятность 0,95=95% и уровень значимости 0,05=5% обычно считаются вполне приемлемыми в большинстве исследований.

Рис. 41. Соотношение между распределением средних значений выборок и распределением индивидуальных наблюдений:

1 — распределение индивидуальных наблюдений; 2 — распределение средних значений выборок объемом по 4 образца каждая; 3 — то же, по 25 образцов каждая.



Все сказанное о нормальном распределении индивидуальных величин полностью относится и к распределению выборочных средних арифметических \bar{x} , а также разностей между средними арифметическими $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)$. Это еще больше подчеркивает

исключительное значение нормального распределения в исследовательской работе, так как любой опыт в сущности сводится к сравнению средних величин, которые чаще всего подчиняются закону нормального распределения показаний.

Для практического применения особенно важно, что нормальному распределению достаточно хорошо следуют выборочные средние значения \bar{x} , полученные из n наблюдений из одной и той же совокупности даже тогда, когда единичные значения не распределены нормально. Кривая распределения, построенная для средних значений, более вытянута, иглообразна, чем для единичных (рис. 41).

Заметим, что средняя μ , дисперсия σ^2 и стандартное отклонение σ — параметры генеральной совокупности, когда $n \rightarrow \infty$. Выборочные наблюдения позволяют получать оценки этих параметров. Так, выборочная средняя \bar{x} является оценкой генеральной средней μ , выборочная дисперсия s^2 — оценкой σ^2 и выборочное стандартное отклонение s — оценкой σ . Для достаточно больших выборок ($n > 20-30$ и особенно $n > 100$) закономерности нормального распределения, указанные выше для параметров генеральной совокупности, справедливы и для их оценок, а именно: в области $\bar{x} \pm s$ находится 68,26%, внутри пределов $\bar{x} \pm 2s$ — 95,46% и в интервале $\bar{x} \pm 3s$ — 99,73% всех наблюдений.

Средняя арифметическая и стандартное отклонение являются основными статистическими характеристиками, при помощи которых задается эмпирическое распределение частот. Этих двух простых характеристик достаточно, чтобы на основе знания закономерностей теоретических распределений построить эмпирическое распределение и воспроизвести определенную закономерность в нем. Доказано, что \bar{x} и s сосредоточивают в себе всю информацию о параметрах μ и σ , и ничего более совершенного для характеристики совокупности по выборочным данным предложить нельзя.

Результаты различных наблюдений, полевых и вегетационных опытов чаще всего располагаются приблизительно в соответствии с симметричной кривой нормального распределения, когда частоты вариантов, равно отстоящих от средней, равны между собой, т. е. симметричны. Но нередко некоторые признаки растений и животных дают распределения, значительно отличающиеся от нормального, — асимметричные, или скошенные.

Асимметрия может быть положительной, или правосторонней, когда увеличиваются частоты правой части, и отрицательной, или левосторонней, когда увеличиваются частоты левой части вариационной кривой.

Причинами асимметричных распределений могут быть следующие.

1. Неправильно взятая выборка, когда в нее вошло непропорционально много (или мало) представителей варианта с большим или меньшим их значением.

2. Действие определенных факторов, сдвигающих частоту варьирующего признака в ту или другую сторону от среднего значения.

Когда какие-либо причины благоприятствуют более частому появлению и средних и крайних значений признака, образуются так называемые положительные эксцессивные распределения, имеющие вид острой пирамиды с расширенным основанием, или отрицательные эксцессивные распределения, когда в центре их имеется не вершина, а впадина, и вариационная кривая становится двухвершинной.

Многовершинные и двухвершинные кривые в большинстве случаев указывают, что в выборку попали представители нескольких совокупностей с различными средними. Например, посеяна смесь сортов, имеются закономерные различия в плодородии почвы на отдельных частях земельного участка и т. п. В генетических работах двухвершинные и многовершинные кривые могут свидетельствовать о появлении объектов с новыми свойствами или признаками и указывать на результативность применяемого фактора.

Нормальное распределение — наиболее часто встречающийся в практике экспериментальной работы закон распределения случайной величины, т. е. величины, значение которой нельзя точно предсказать. Главная его особенность заключается в том, что он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения.

t-распределение Стьюдента. Закон нормального распределения проявляется при $n > 20-30$. Однако экспериментатор часто проводит ограниченное число измерений, основывает свои выводы на малых выборках. При небольшом числе наблюдений результаты обычно близки и редко появляются большие отклонения. Это легко объяснить законом нормального распределе-

ния, согласно которому вероятность появления малых отклонений больше, чем отклонений значительных. Так, вероятность отклонений, превышающих по абсолютной величине $\pm 2s$, равна 0,05, или один случай на 20 измерений, а отклонений $\pm 3s$ — 0,01, или один случай на 100.

Если же полевой опыт проводят, например, в 4—6 повторностях, то естественно ожидать, что среди показаний урожая на параллельных делянках очень больших отклонений не будет. Поэтому стандартное отклонение s , подсчитанное по малой выборке, в большинстве случаев будет меньше, чем по всей генеральной совокупности σ . Следовательно, в этих случаях полагаться на критерии нормального распределения в своих выводах нельзя.

С начала XX в. в математической статистике стало разрабатываться новое направление, которое можно назвать статистикой малых выборок. Наибольшее практическое значение для экспериментальной работы имело открытое в 1908 г. английским статистиком и химиком В. Госсетом t -распределение, получившее название распределения Стьюдента (англ. стьюдент — студент, псевдоним В. Госсета).

Распределение Стьюдента для выборочных средних определяется равенством:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{\bar{x} - \mu}{s_x}$$

Числитель формулы означает отклонение выборочной средней от средней всей совокупности μ , а знаменатель $\frac{s}{\sqrt{n}} = s_x$ является показателем, оценивающим величину $\sigma/\sqrt{n} = \sigma_\mu$ или стандартную ошибку средней генеральной совокупности. Таким образом, величина t измеряется отклонением выборочной средней \bar{x} от средней совокупности μ , выраженным в долях ошибки выборки s_x , принятой за единицу.

Распределение критерия t Стьюдента представлено в таблице 1 приложений, графическое изображение показано на рисунке 42. Максимумы частоты нормального и t -распределения совпадают, но форма кривой t -распределения зависит от числа степеней свободы. При очень малых значениях степеней свободы она принимает вид плосковершинной кривой, причем площадь, отграниченная кривой, больше, чем при нормальном распределении, а при увеличении числа наблюдений ($n > 30$) распределение t приближается к нормальному и переходит в него при $n \rightarrow \infty$.

Распределение Стьюдента имеет важное значение при работе с малыми выборками: позволяет определить доверительный интервал, накрывающий среднюю совокупности μ , и проверить ту или иную гипотезу относительно генеральной совокупности. При этом нет необходимости знать параметры совокупности μ

и σ , достаточно иметь их оценки \bar{x} и s для определенного объема выборки n .

F -распределение Фишера. Если из нормально распределенной совокупности взять две независимые выборки объемом n_1 и n_2 и подсчитать дисперсии s_1^2 и s_2^2 со степенями свободы $\nu_1 = n_1 - 1$ и $\nu_2 = n_2 - 1$, то можно определить отношение дисперсий:

$$F = s_1^2 / s_2^2.$$

Отношение дисперсий берут таким, чтобы в числителе была большая дисперсия, и поэтому $F \geq 1$.

Распределение F зависит только от числа степеней свободы ν_1 и ν_2 (закон F -распределения открыл Р. А. Фишер)*. Когда две сравниваемые выборки являются случайными независимыми из общей совокупности с генеральной средней μ , то фактическое значение F не выйдет за определенные пределы и не превысит критическое для данных ν_1 и ν_2 теоретическое значение критерия F ($F_{\text{факт}} < F_{\text{теор}}$). Если генеральные параметры сравниваемых групп различны, то $F_{\text{факт}} > F_{\text{теор}}$. Теоретические значения F для 5%-ного и 1%-ного уровня значимости даны в таблице 2—3 приложений, где табулированы только правые критические точки для $F \geq 1$, так как всегда принято находить отношение большей дисперсии к меньшей.

Кривые, полученные из функции распределения для всех возможных значений F , особенно при небольшом числе наблюдений, имеют асимметричную форму — длинный «хвост» больших значений и большую концентрацию малых величин F .

Отметим, что t -распределение Стьюдента является частным случаем F -распределения при числе степеней свободы $\nu_1 = 1$ и $\nu_2 = \nu$, т. е. равно числу степеней свободы для распределения t . В этом случае наблюдается следующее соотношение между F и t :

$$F(\nu_1 = 1, \nu_2) = t^2 (\nu = \nu_2) \quad \text{и} \quad t = \sqrt{F}.$$

χ^2 -распределение. Закон распределения χ^2 (хи-квадрат) открыл К. Пирсон. Кривая распределения, полученная из функции хи-квадрат:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - F)^2}{F},$$

где f — фактические и F — гипотетические частоты численности объектов выборки. Ее вид в сильной степени зависит от числа степеней свободы. Для малого числа степеней свободы ν кривая асимметрична, но с увеличением ν асимметрия уменьшается и при $\nu \rightarrow \infty$ кривая становится нормальной гауссовой.

* Р. А. Фишер дал распределение вероятностей случайной величины $Z = \log \sqrt{s_1^2 / s_2^2}$. Позднее Дж. У. Снедекор предложил перейти непосредственно к распределению отношения $F = s_1^2 / s_2^2$, обозначив его буквой F в честь Фишера.

Критерий χ^2 , или критерий согласия (подобия), используется для оценки степени соответствия эмпирических данных определенным теоретическим предпосылкам, нулевой гипотезе (H_0).

Гипотеза опровергается, если $\chi^2_{\text{факт}} \geq \chi^2_{\text{теор}}$, и не опровергается, если $\chi^2_{\text{факт}} < \chi^2_{\text{теор}}$. Когда фактические и теоретически ожидаемые частоты полностью совпадают, $\chi^2 = 0$.

Распределение χ^2 , так же как и t -распределение, частный случай F -распределения при $\nu_1 = \nu$ и $\nu_2 = \infty$:

$$F(\nu_1, \nu_2 = \infty) = \frac{\chi^2}{\nu}.$$

Распределение Пуассона. Когда наступление некоторого события имеет очень малую вероятность, например небольшое число раз на 1000 или 10 000 обычных явлений, то распределение случайной величины следует определенному закону редких событий, который выражается формулой Пуассона:

$$P_x = \frac{a^x e^{-a}}{x!},$$

где P — вероятность значения x ; x — число редких событий, происшедших в каждой большой группе ($x=0, 1, 2, 3$ и т. д.); a — среднее число редких событий на каждую большую группу; $x!$ — произведение чисел от 1 до x (факториал); считается, что факториал нуля равен единице: $0! = 1$; e — основание натуральных логарифмов ($e \approx 2,718$).

Если событие x подчинено закону Пуассона со средней a , то вероятности значений $x=0, 1, 2, 3$ и т. д. будут соответственно равны:

$$P_{x=0} = \frac{a^0 e^{-a}}{1} = e^{-a}; \quad P_{x=1} = a e^{-a};$$

$$P_{x=2} = \frac{a^2 e^{-a}}{2}; \quad P_{x=3} = \frac{a^3 e^{-a}}{6} \text{ и т. д.}$$

Распределение Пуассона определяется одним параметром — средней. Дисперсия этого распределения равна средней, т. е. $s^2 = a$.

Отсюда следует, что все теоретические распределения можно построить только на основании одной выборочной средней.

Распределение Пуассона является частным случаем биномиального распределения, когда в бинOME $(p+q)^n$ значение p

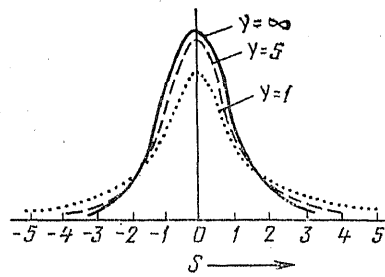


Рис. 42. Соотношение между нормальным $\nu = \infty$ и t -распределением Стьюдента ($\nu = 1$ и $\nu = 5$).

очень мало, а q стремится к бесконечности. Графически распределение редких событий представляет ассиметричную кривую, и ассиметрия тем больше, чем меньше вероятность события. Примерами такого распределения могут служить количество сорняков в семенном зерне, число клеток в счетной камере, рождение четырех — шести близнецов.

Глава 15

ВЫЧИСЛЕНИЕ

СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫБОРКИ ПРИ КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ ПРИЗНАКА

К количественным относят признаки, которые могут быть охарактеризованы количественно, — урожай с делянки, число, высота и масса растений, содержание белка и клейковины в зерне и т. д. Различают два вида количественной изменчивости: непрерывную и прерывистую или дискретную. В первом случае значения признака выражены мерами объема, длины, массы и т. д., во втором различия между единицами наблюдения выражаются целыми числами, между которыми нет и не может быть переходов, например число зерен в колосе и т. д.

Выборки, состоящие из 20—30 единиц наблюдения, называют малыми, а выборки большего объема — большими.

После изучения выборочная совокупность представляет собой ряд варьирующих значений признака, записанных в той последовательности, в какой они были получены. Статистические характеристики вычисляются по формулам таблицы 9.

В таблице 9 через X обозначены отдельные значения признака в малых выборках и групповые средние в больших выборках; X_1 — преобразованные значения исходных дат; A — произвольное начало, условная средняя; f — частота, численность группы; n — объем выборки; t — теоретическое значение критерия Стьюдента.

Для вычисления средней арифметической и суммы квадратов (числитель дисперсии) в таблице дано несколько формул. Все они дают практически одинаковые результаты.

При вычислениях исходные даты целесообразно преобразовать так, чтобы отбросить лишние цифры и опустить запятые. Последние потом вновь восстанавливают. Преобразование (кодирование) может осуществляться вычитанием от результатов измерений одного и того же числа A , умножением или делением исходных дат на одно и то же число K , а также одновременным проведением двух действий.

При работе с преобразованными (закодированными) датами необходимо иметь в виду, что вычитание или прибавление условной средней A , т. е. изменение начала отсчета, не оказывает влияния на сумму квадратов и поправка необходима лишь

9. Формулы для вычисления статистических характеристик
выборки при количественной изменчивости

| Показатель | Малая выборка (не- сгруппированные дан- ные) | Большая выборка (сгруппирован- ные данные) |
|--|---|---|
| Средняя арифмети- ческая | $\bar{x} = \frac{\Sigma X}{n} = A + \frac{\Sigma X_1}{n}$ | $\bar{x} = \frac{\Sigma fX}{n} =$ $= A + \frac{\Sigma fX_1}{n}$ |
| Дисперсия | $s^2 = \frac{\Sigma(X - \bar{x})^2}{n - 1} =$ $= \frac{\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n}{n - 1} =$ $= \frac{\Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2 : n}{n - 1}$ | $s^2 = \frac{\Sigma f(X - \bar{x})^2}{n - 1} =$ $= \frac{\Sigma fX^2 - (\Sigma fX)^2 : n}{n - 1} =$ $= \frac{\Sigma fX_1^2 - (\Sigma fX_1)^2 : n}{n - 1}$ |
| Стандартное отклоне- ние | | $s = \sqrt{s^2}$ |
| Коэффициент вариа- ции | | $V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100$ |
| Ошибка средней | | $\frac{s}{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}$ |
| Относительная ошиб- ка средней | | $\frac{s}{\bar{x}} \% = \frac{s\bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100$ |
| Доверительный ин- тервал для средне- го значения | | $\bar{x} \pm t s_{\frac{s}{\bar{x}}}$ |
| Степень свободы | | $n - 1$ |

при определении средней арифметической. Если преобразование осуществляется путем умножения или деления, то для получения окончательных результатов среднее арифметическое и сумму квадратов надо скорректировать: среднее — в первом случае надо разделить, во втором — умножить на число кода K , а сумму квадратов соответственно разделить или умножить на K^2 .

§ 1. МАЛЫЕ ВЫБОРКИ (НЕСГРУППИРОВАННЫЕ ДАННЫЕ)

Пример 1. При определении содержания фосфора в растительном материале получены следующие результаты (в г P_2O_5 на 100 г сухого вещества): 0,56; 0,53; 0,49; 0,57; 0,48. Необходимо вычислить \bar{x} , s_x — 95%-ные и 99%-ные доверительные интервалы для среднего значения совокупности.

Решение. Целесообразно исходные даты преобразовать по соотношению $X_1 = XK - A = X \cdot 100 - 50$, т. е. умножить каждое значение X на 100, а затем отнять условную среднюю $A = 50$. В итоге получим ряд однозначных цифр, удобных для вычисления статистических показателей. При наличии вычислительной машины расчеты можно вести без преобразования по исходным датам.

В таблице 10 представлено три способа вычисления суммы квадратов отклонений, и легко убедиться в рациональности преобразования исходных дат.

При вычислении статистических характеристик записи рекомендуется вести в такой последовательности:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{2,63}{5} = 0,526 \text{ г};$$

$$s^2 = \frac{\Sigma (X - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{0,00652}{5 - 1} = 0,0016;$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,0016} = 0,04 \text{ г}; \quad V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{0,04}{0,526} \cdot 100 = 7,60\%;$$

$$s_x = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,0016}{5}} = 0,018 \text{ г};$$

$$s_x \% = \frac{s_x}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{0,018}{0,526} \cdot 100 = 3,42\% \text{ (отн.)};$$

$$\bar{x} \pm t_{05} s_x = 0,526 \pm 2,8 \cdot 0,018 = 0,526 \pm 0,050 (0,48 \div 0,58) \text{ г};$$

$$\bar{x} \pm t_{01} s_x = 0,526 \pm 4,6 \cdot 0,018 = 0,526 \pm 0,083 (0,44 \div 0,61) \text{ г}.$$

Теоретические значения t берут из таблицы 1 приложения для 5%-ного и 1%-ного уровня значимости при степенях свободы $n - 1 = 5 - 1 = 4$.

Итак, средняя изучаемой совокупности с 95%-ным уровнем вероятности находится в интервале $0,48 \div 0,58$ и с 99%-ным уровнем — в интервале $0,44 \div 0,61$ г. P_2O_5 на 100 г сухого вещества. Вероятность ошибочного заключения в первом случае составляет 5%, а во втором — 1%. Абсолютная ошибка средней $s_x = 0,018$ г и относительная ошибка $s_x = 3,42\%$; коэффициент вариации $V = 7,6\%$ характеризует в данном примере ошибку параллельных анализов.

Пример 2. В вегетационном опыте получены урожаи томатов по параллельным сосудам (г/сосуд): 578, 564, 539, 604, 551, 468. Определить \bar{x} , s_x , $s_x\%$ и 95%-ный доверительный интервал для среднего значения совокупности.

Решение. Вычисления средней арифметической и суммы квадратов отклонений удобно вести по датам, преобразованным по соотношению $X = X - A = X - 550$. При наличии вычислительной машины эти показатели рас-

10. Способы вычисления средней арифметической и суммы квадратов отклонений

| X | 1. От истинной средней \bar{x} | | 2. По исходным датам X | | 3. По преобразованным датам X_1 | | |
|------|----------------------------------|-------------------|------------------------|-------|-----------------------------------|-------|---------|
| | $X - \bar{x}$ | $(X - \bar{x})^2$ | X^2 | X_1 | X_1^2 | X_1 | X_1^2 |
| 0,56 | 0,034 | 0,001156 | 0,3136 | 0,06 | 0,0036 | 6 | 36 |
| 0,53 | 0,004 | 0,000016 | 0,2809 | 0,03 | 0,0009 | 3 | 9 |
| 0,49 | 0,036 | 0,001296 | 0,2401 | -0,01 | 0,0001 | -1 | 1 |
| 0,57 | 0,044 | 0,001936 | 0,3249 | 0,07 | 0,0049 | 7 | 49 |
| 0,48 | 0,046 | 0,002116 | 0,2304 | -0,02 | 0,0004 | -2 | 4 |

$$X_1 = X - A \quad (A = 100; \quad A = 50)$$

$$\Sigma X = 2,63 \quad \Sigma(X - \bar{x}) = 0 \quad \Sigma(X - \bar{x})^2 = 0,00652 \quad \Sigma X^2 = 1,3899 \quad \Sigma X_1 = 0,13 \quad \Sigma X_1^2 = 0,0099 \quad \Sigma X_1 = 13 \quad \Sigma X_1^2 = 99$$

$$\begin{aligned} \text{Средняя } \bar{x} &= \frac{\Sigma X}{n} = \frac{2,63}{5} = 0,526 \\ &= A + \frac{\Sigma X_1}{n} = 0,50 + \left(A + \frac{\Sigma X_1}{n} \right) : K = \left(50 + \frac{13}{5} \right) : 100 = 0,526 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Сумма квадратов } \Sigma(X - \bar{x})^2 &= 0,00652 \quad \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n = 1,3899 - \Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2 : n = 0,0099 - \\ &= (2,63)^2 : 5 = 0,00652 \quad - (0,13)^2 : 5 = 0,00652 \\ &= 0,00652 \end{aligned}$$

11. Вычисление средней арифметической и сумма квадратов отклонений

| X | Вычисления по исходным датам X | Вычисления по преобразованным датам X ₁ | |
|---|---|--|-----------------------------|
| | X ² | X ₁ = X - A (A = 550) | X ₁ ² |
| 578 | 334 084 | 28 | 784 |
| 564 | 318 096 | 14 | 196 |
| 539 | 290 521 | -11 | 121 |
| 604 | 364 816 | 54 | 2916 |
| 551 | 303 601 | 1 | 1 |
| 468 | 219 024 | -82 | 6724 |
| $\Sigma X = 3304$ | $\Sigma X^2 = 1\ 830\ 142$ | $\Sigma X_1 = 4$ | $\Sigma X_1^2 = 10\ 742$ |
| Средняя \bar{x} | $\frac{\Sigma X}{n} = \frac{3304}{6} = 550,7$ | $A + \frac{\Sigma X_1}{n} = 550 + \frac{4}{6} = 550,7$ | |
| Сумма квадратов $\Sigma (X - \bar{x})^2$ | $\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n =$ $= 1\ 830\ 142 -$ $= (3304)^2 : 6 =$ $= 10\ 739,3$ | $\Sigma X_1^2 - (\Sigma X_1)^2 : n = 10\ 742 -$ $= (4)^2 : 6 = 10\ 739,3$ | |

считывают по исходным данным (табл. 11).

$$\bar{x} = \frac{\Sigma X}{n} = 550,7 \text{ г/сосуд}; \quad s^2 = \frac{\Sigma (X - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{10739,3}{6 - 1} = 2147,9;$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2147,9} = 46,3 \text{ г/сосуд};$$

$$V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{46,3}{550,7} \cdot 100 = 8,41\%;$$

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2147,9}{6}} = 18,9 \text{ г/сосуд};$$

$$s_{\bar{x}} \% = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{18,9}{550,7} \cdot 100 = 3,43\% \text{ (отн.)};$$

$$\bar{x} \pm t_{0,05} s_{\bar{x}} = 550,7 \pm 2,6 \cdot 18,9 = 550,7 \pm 49,1 \text{ (502 } \div \text{ 600)}.$$

§ 2. БОЛЬШИЕ ВЫБОРКИ (СГРУППИРОВАННЫЕ ДАННЫЕ)

При большом числе исходных наблюдений результаты необходимо представить в виде систематизированного вариационного ряда. Систематизация сводится к распределению отдельных значений по группам, или классам. Число групп зависит от объема выборки: при 30—60 наблюдениях рекомендуется выделить 6—7 групп, при 60—100 наблюдениях — 7—8, а если число наблюдений более 100, то выделяют 8—15 групп. Ориентировочно число групп равно корню квадратному из общего числа наблюдений.

Необходимо иметь в виду, что выделением большого числа групп можно затушевать общую картину распределения случайными отклонениями, а если взять слишком мало групп (меньше 5—6), то нельзя выяснить характерную особенность распределения изучаемого признака в совокупности.

После установления числа групп необходимо определить величину интервала, верхнюю и нижнюю границу каждой группы, групповые или средние значения вариант и частоты.

Величину интервала, т. е. промежутка, на которые разбивается ряд варьирующих признаков, определяют по формуле:

$$i = \frac{X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}}}{\text{число групп}} = \frac{R}{k}.$$

При интервальной группировке допускают, что в каждом интервале включены варианты, имеющие одинаковое значение варьирующего признака, равное центральному значению каждой группы.

На правильное определение интервала для групп (классов) следует обратить серьезное внимание. Величина промежутка между границами соседних групп должна быть всегда одной и той же, границы групп необходимо наметить так, чтобы одно и то же значение не повторялось в двух классах. Конец каждой группы должен быть меньше начала следующей на величину, равную принятой точности измерения. Если, например, первая группа заканчивается величиной 60, то следующая должна начинаться цифрой 61, а если первая группа заканчивается цифрой 60,5, то следующая должна начинаться цифрой 60,6 и т. д.

Не обязательно за начало первой группы брать минимальное значение признака. Лучше за начало принять целое число с таким расчетом, чтобы минимальная варианта попала примерно в середину первого класса.

Например, если установлено значение интервала $i=10$ и признак варьирует от 45,4 до 115,2, то начала групп можно установить следующие: 40, 50, 60, ..., 100, 110.

При непрерывной изменчивости срединные или групповые значения вариант устанавливаются прибавлением к началу каждой группы половины интервала. В нашем примере для первой группы срединное значение равно $40 + \frac{10}{2} = 45$, для второй $50 + \frac{10}{2} = 55$ и т. д.

Иногда удобнее установить сначала групповые варианты, а затем определить границы классов. Начало группы находят вычитанием от групповой варианты половины значения интервала, а конец — прибавлением половины интервала, уменьшенного на величину, равную точности измерения. Например, если установлены групповые варианты, равные 45, 55, 65 и т. д., а $i=10$, то началами групп будут соответственно $45 - \frac{10}{2} = 40$;

$55 - \frac{10}{2} = 50$; $65 - \frac{10}{2} = 60$ и т. д., а концами при точности измерения 1 будут $45 + \left(\frac{10}{2} - 1\right) = 49$; $55 + \left(\frac{10}{2} - 1\right) = 59$ и т. д., а при точности измерения 0,1 границы групп будут равны 49,9; 59,9; 69,9 и т. д.

Частоту встречаемости признака в каждой группе устанавливают путем разности исходных дат по классам. Чтобы избежать ошибок и сэкономить время при распределении вариантов по группам, рекомендуется не искать одинаковые варианты в совокупности, а разносить их подряд по группам, что не одно и то же. Для разности целесообразно пользоваться одним из следующих способов.

Способ «штрихов». В исходных данных зачеркивают первую дату и заносят ее в соответствующую строчку (группу) рабочей таблицы, отмечая вертикальной чертой. Затем зачеркивают вторую дату и также переносят ее в таблицу.

В таблице первые четыре даты в каждом классе отмечают вертикальными черточками, а пятую — в виде диагонали.

Способ «конвертиков». Первые четыре даты в каждой группе изображают точками по углам квадрата; следующие четыре даты 5—8 отмечают в виде сторон квадрата, соединяющих ранее нанесенные точки, 9-ю и 10-ю даты — в виде диагоналей.

Таким образом, каждый десяток отмечают в виде «конвер-

тика» (\boxtimes) .

Сумма частот всех групп $\sum f$ должна быть равна объему выборки n . Правильность разности проверяют повторным составлением рабочей таблицы. После определения групповых вариантов и разности дат по группам непрерывный вариационный ряд будет трансформирован в прерывистый, или дискретный. При этом исходные даты, попав в соответствующие группы, приравниваются по величине к групповым средним значениям, которые и используются для расчетов средней арифметической и других показателей. Такая трансформация непрерывного ряда в прерывистый связана с потерей части информации, и поэтому метод расчета статистических характеристик по сгруппированным данным не является абсолютно точным. Однако для больших выборок погрешности метода незначительны и ими можно пренебречь.

Чтобы наглядно представить закономерность распределения изучаемого признака в совокупности, вариационные ряды принято изображать графически в виде ступенчатого графика-гистограммы или полигона — ломаной линией, соединяющей средние значения групп. Графическое изображение вариационного ряда называется кривой распределения.

Группировка и расчеты статистических показателей при непрерывной изменчивости показаны в примере 3.

Пример 3. Техническая длина стебля (см) у 100 растений льна:

| | | | | | | | | | |
|--------|-------|-------|-------|---------|------|------|------|-------|-------|
| 90,1 | 109,9 | 99,1 | 100,1 | (115,3) | 68,0 | 70,4 | 72,3 | 73,0 | 70,1 |
| 76,2 | 82,2 | 80,0 | 68,4 | 69,4 | 74,4 | 72,2 | 69,4 | 80,0 | 59,2 |
| 79,9 | 81,4 | 84,0 | 108,2 | 83,3 | 81,7 | 99,4 | 98,0 | 102,4 | 101,7 |
| (45,4) | 59,1 | 60,1 | 63,3 | 78,2 | 87,0 | 94,7 | 91,5 | 88,2 | 90,1 |
| 72,4 | 68,5 | 80,7 | 81,2 | 84,4 | 77,0 | 79,8 | 81,6 | 84,3 | 50,2 |
| 70,7 | 67,0 | 100,4 | 103,4 | 69,0 | 72,4 | 74,4 | 66,1 | 67,3 | 52,0 |
| 79,1 | 73,0 | 83,9 | 92,2 | 93,2 | 81,3 | 82,0 | 86,4 | 89,1 | 93,5 |
| 77,0 | 76,1 | 88,1 | 89,7 | 94,1 | 82,0 | 80,1 | 81,0 | 77,0 | 80,0 |
| 92,1 | 91,5 | 76,7 | 79,0 | 73,5 | 84,4 | 79,7 | 84,0 | 79,6 | 84,1 |
| 89,4 | 85,4 | 93,1 | 90,0 | 79,0 | 83,0 | 91,0 | 87,2 | 80,3 | 54,7 |

Необходимо сгруппировать эти данные, определить статистические характеристики \bar{x} , s , V , s_x , $x \pm t_{0,5} s_x$ и начертить ступенчатый график — гистограмму и полигон распределения 100 растений льна по технической длине стебля.

Решение. Длина стеблей варьирует непрерывно и может принимать любые значения от минимальной (45,4 см) до максимальной (115,2 см). Следовательно, это пример непрерывной количественной изменчивости и целесообразно провести интервальную группировку. Работу рекомендуется вести в такой последовательности.







1. Установить число групп (классов), величину интервала, начало и конец каждой группы и групповые варианты.

При объеме выборки, равном 100, целесообразно сгруппировать данные в 8—10 классов. Величину интервала находят делением размаха варьирования R — разности экстремальных (крайних) значений на число групп k . Лучше, чтобы величина интервала была равна целому числу или целому с половиной, если даже число групп будет при этом несколько большим или меньшим указанных выше ориентировочных чисел. В нашем примере $R = X_{\max} - X_{\min} =$

12. Разноска исходных дат по группам

| Группа | Способ „штрихов“ | Способ „конвертиков“ | Частота f | Групповые варианты |
|---------------------|------------------|--------------------------|-------------|--------------------|
| 1. 40,0 — 49,9 | | • | 1 | 45 |
| 2. 50,0 — 59,9 | | • • | 5 | 55 |
| 3. 60,0 — 69,9 | | • • • • | 11 | 65 |
| 4. 70,0 — 79,9 | | • • • • • • | 26 | 75 |
| 5. 80,0 — 89,9 | | • • • • • • • • | 33 | 85 |
| 6. 90,0 — 99,9 | | • • • • | 16 | 95 |
| 7. 100,0 — 109,0 | | • • | 7 | 105 |
| 8. 110,0 — 120,0 | | • | 1 | 115 |
| Сумма | | | 100 | |

13. Группировка данных и вычисление средней арифметической

| Группа | Разноска дат | Частота f | Групповые варианты X |
|--------------|---|-------------|------------------------|
| 40,0—49,9 | • | 1 | 45 |
| 50,0—59,9 |  | 5 | 55 |
| 60,0—69,9 |  | 11 | 65 |
| 70,0—79,9 |  | 26 | 75 |
| 80,0—89,9 |  | 33 | 85 |
| 90,0—99,9 |  | 16 | 95 |
| 100,0—109,9 |  | 7 | 105 |
| 110,0—120,0 | • | 1 | 115 |
| Сумма | — | 100 | — |

Средняя \bar{x}

Сумма квадратов $\sum f(X - \bar{x})^2$

=115,2—45,4=69,8 см, и поэтому целесообразно разбить вариационный ряд на $k=7$ групп. В этом случае величина интервала будет целым числом:

$$i = \frac{R}{k} = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{\text{число групп}} = \frac{115,2 - 45,4}{7} = 9,97 \approx 10 \text{ см.}$$

Если величина интервала не равна целому числу, то ее округляют до числа знаков в исходных данных.

Начало каждой группы находят последовательно, прибавляя к минимальному значению признака X_{\min} величины интервала i . Первая группа будет начинаться с 45,4, вторая — с 45,4+10=55,4, третья — с 55,4+10=65,4 и т. д. Конец предшествующей группы должен отличаться от начала следующей на величину, равную точности измерения, т. е. на 0,1 см. Следовательно, конец первой группы будет равен 55,4—0,1=55,3, второй — 65,4—0,1=65,3 и т. д. Конец последней седьмой группы равен $X_{\max}=115,2$.

и суммы квадратов отклонений при непрерывной изменчивости

| Вычисление суммы квадратов | | | | | | |
|----------------------------|----------------|---------|---|-----------------|-----------------------------|------------------------------|
| по исходным датам X | | | по преобразованным датам $X_1 = (X - A) : k = (X - 85) : 10$ | | | |
| fX | X ² | fX | X ₁ | fX ₁ | X ₁ ² | fX ₁ ² |
| 45 | 2 025 | 2 025 | -4 | -4 | 16 | 16 |
| 275 | 3 025 | 15 125 | -3 | -15 | 9 | 45 |
| 715 | 4 225 | 46 475 | -2 | -22 | 4 | 44 |
| 1950 | 5 625 | 146 250 | -1 | -26 | 1 | 26 |
| 2805 | 7 225 | 238 425 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1520 | 9 025 | 144 400 | +1 | 16 | 1 | 16 |
| 735 | 11 025 | 77 175 | +2 | 14 | 4 | 28 |
| 115 | 13 225 | 13 225 | +3 | 3 | 9 | 9 |
| 8160 | — | 683 100 | — | -34 | — | 184 |

$$\frac{\sum fX}{n} = \frac{8160}{100} = 81,6$$

$$A + \left(\frac{\sum fX_1}{n} \right) \cdot k = 85 +$$

$$+ \left(\frac{-34}{100} \right) \cdot 10 = 81,6$$

$$\sum fX^2 - (\sum fX)^2 : n =$$

$$= 683\,100 - (8160)^2 : 100 = 17\,224$$

$$[\sum fX_1^2 - (\sum fX_1)^2 : n] \times k^2 =$$

$$= [184 - (-34)^2 : 100] \times 10^2 =$$

$$= 17\,244$$

Значения групповых вариант находят, прибавляя к началу каждой группы половины интервала. Для первой группы —

$$45,4 + \frac{10}{2} = 50,4, \text{ второй } - 55,4 + \frac{10}{2} = 60,4 \text{ и т. д.}$$

Недостаток приведенного способа группировки для разбираемого примера заключается в том, что групповые варианты — дробные числа, а это неудобно при вычислении статистических характеристик. Все вычисления значительно упростятся, если за начало первой группы взять целое число с таким расчетом, чтобы минимальное значение признака попало примерно в середину первой группы. Для нашего примера таким числом является 40. Вторая группа будет начинаться с 50, третья — с 60 и т. д. Срединные значения групповых вариант будут соответственно равны $40 + (10/2) = 45$, $50 + (10/2) = 55$ и т. д. Конец каждой группы определяется вычитанием от начала следующей группы величины, равной точности измерения, у нас 0,1. Первая группа будет заканчиваться

ся числом 50,0—0,1=49,9; вторая 60,0—0,1=59,9 и т. д. В итоге получаются следующие 8 групп:

| | |
|-----------|-------------|
| 40,0—49,9 | 80,0—89,9 |
| 50,0—59,9 | 90,0—99,9 |
| 60,0—69,9 | 100,0—109,9 |
| 70,0—79,9 | 110,0—120,0 |

2. Составить рабочую таблицу и разнести исходные данные по группам, используя способ «штрихов» или «конвертиков» (табл. 12).

Правильность разnosки проверяют повторным составлением аналогичной таблицы.

После группировки получается короткий, легко обозримый вариационный ряд, позволяющий судить о характере изменчивости изучаемого признака. Так, наиболее часто встречается растения с технической длиной стебля 80,0—89,9 см. Группа, обладающая наибольшей частотой, получила название модальной (мода — наиболее часто встречающийся), значения крайних групп называются лимитами или пределами.

3. Определить среднее арифметическое и сумму квадратов отклонений.

В таблице 13 показано два способа вычисления этих величин: первый используется при наличии вычислительной машины; второй — при ее отсутствии.

4. Определить статистические характеристики вариационного ряда и доверительный интервал для генеральной средней.

Вычисления рекомендуется вести в такой последовательности:

а) средняя арифметическая (взвешенная)

$$\bar{x} = \frac{\sum fX}{n} = 81,6 \text{ см};$$

б) дисперсия

$$s^2 = \frac{\sum f(X - \bar{x})^2}{n - 1} = \frac{17\,244}{99} = 174,2;$$

в) стандартное отклонение (ошибка отдельного наблюдения)

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{174,2} = 13,2 \text{ см};$$

г) коэффициент вариации

$$v = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{13,2}{81,6} \cdot 100 = 16,2\%;$$

д) абсолютная ошибка выборочной средней

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{13,2}{10} = 1,32 \text{ см};$$

е) относительная ошибка выборочной средней

$$s_{\bar{x}} \% = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{1,32}{81,6} \cdot 100 = 1,6\% \text{ (отн.)};$$

ж) доверительный интервал генеральной средней для 5%-ного уровня значимости при $n-1=100-1=99$ степенях свободы вариации ($t_{05}=1,98$)

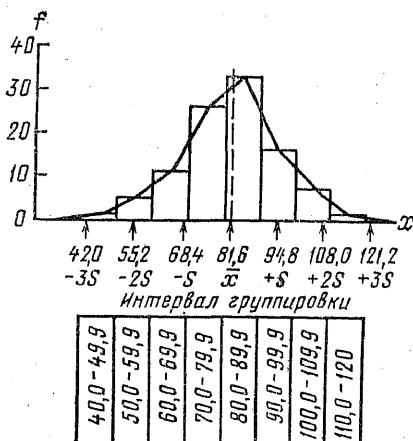
$$\bar{x} \pm t_{05} s_{\bar{x}} = 81,6 \pm 1,98 \times 1,32 = 81,6 \pm 2,6 \text{ (} 79,0 \div 84,2 \text{)}.$$

Таким образом, средняя всей совокупности с 95%-ным уровнем вероятности находится в интервале 79,0÷84,2 см, абсолютная ошибка выборочной средней — 1,32 см, относительная — 1,6%; коэффициент вариации технической длины льна — 16,2%.

Рис. 43. Графическое изображение распределения 100 растений льна по технической длине стеблей (гистограмма и полигон).

5. Построить гистограмму и полигон распределения 100 растений льна по технической длине стебля (рис. 43).

По горизонтальной оси абсцисс наносят значения границ групп, а по оси ординат частоту f . В итоге получают ступенчатый график в виде столбиков, имеющих высоту, пропорциональную частотам, а ширину, равную интервалу i . Такой график называется гистограммой. Соединив линиями срединные значения групп, получим полигон — кривую распределения. Желательно, чтобы соотношение ширины и высоты графика было близко к 1:2.



Глава 16

ВЫЧИСЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫБОРКИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ КАЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ

К качественным относят такие признаки, которые выражаются в каких-то качествах, не поддающихся количественному измерению, — разные сельскохозяйственные культуры, разные виды болезней, окраска зерна или цветков, форма плода, наличие или отсутствие признаков или реакции на воздействие и т. д. Наиболее часто при изучении качественных признаков встречается случай, когда изучаемая совокупность представлена объектами только с двумя градациями — признак есть и признака нет, т. е. имеется две возможности, две альтернативы. Такое распределение называется альтернативным (двоичным).

Сводные статистические характеристики вычисляют по формулам таблицы 14. В таблице p_1, p_2, \dots, p_k и q обозначают доли признака в совокупности; n_1, n_2, \dots, n_k — численность группы; N — объем выборки; k — число градаций признака; t — теоретическое значение критерия Стьюдента.

Вычисления сводных характеристик выборки при качественной изменчивости складываются из распределения исходных наблюдений по группам (классам), определения среднего значения доли, изменчивости признака и доверительного интервала, в пределах которого находится значение доли в генеральной совокупности. При вычислении коэффициента вариации следует иметь в виду, что максимально возможная изменчивость S_{\max} при двух градациях признаков равна 0,500 (50,0%), трех — 0,333 (33,3%), четырех — 0,250 (25,0%); пяти — 0,200 (20,0%) и шести — 0,167 (16,7%).

**14. Формулы для вычисления статистических характеристик
выборки при качественной изменчивости**

| Показатель | Формула |
|---|---|
| Доля признака при $k=2$ | $p = \frac{n_1}{N}; q = 1 - p$ |
| при $k > 2$ | $p_1 = \frac{n_1}{N}; p_2 = \frac{n_2}{N}; \dots p_k = \frac{n_k}{N}$ |
| Стандартное отклонение при $k=2$ | $s = \sqrt{pq}; s = \sqrt{p_1 \times p_2 \times \dots \times p_k}$ |
| при $k > 2$ | $\lg s = \frac{\lg p_1 + \lg p_2 + \dots + \lg p_k}{k}$ |
| Коэффициент вариации | $V_p = \frac{s}{s_{\max}} \cdot 100$ |
| Ошибка доли | $s_p = \frac{s}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{pq}{N}}$ |
| Доверительный интервал для доли признака в совокупности | $p \pm t_{sp}$ |
| Степень свободы | $N - 1$ |

Пример 1. При просмотре 500 растений льна было обнаружено 50 растений, пораженных фузариозом. Определить 95%-ные и 99%-ные доверительные интервалы для генеральной доли пораженных растений в совокупности.

Решение. Исходные данные при альтернативной (двоичновозможной) изменчивости распределяют по двум группам. Первая группа — растения, имеющие признак, в нашем примере — пораженные растения ($n_1=50$), и вторая группа — растения, у которых этот признак отсутствует, т. е. здоровые растения ($n_2=N-n_1=500-50=450$).

Вычисления сводных характеристик выборки ведут в такой последовательности:

а) доля пораженных (p) и здоровых (q) растений

$$p = \frac{n_1}{N} = \frac{50}{500} = 0,10 \text{ (или 10\%);}$$

$$q = 1 - p = 1 - 0,10 = 0,90 \text{ (или 90\%);}$$

б) стандартное отклонение доли

$$s = \sqrt{pq} = \sqrt{0,10 \cdot 0,90} = 0,30 \text{ (или 30\%);}$$

в) коэффициент вариации (при $k=2$; $s_{\max}=0,50$)

$$V_p = \frac{s}{s_{\max}} \cdot 100 = \frac{0,30}{0,50} \cdot 100 = 60,0\%;$$

г) ошибка выборочной доли

$$s_p = \sqrt{\frac{pq}{N}} = \sqrt{\frac{0,10 \cdot 0,90}{500}} = 0,013 \text{ (или 1,3\%);}$$

д) доверительный 95%-ный интервал генеральной доли пораженных фузариозом растений в совокупности ($t_{05}=1,96$ при $N-1=500-1=499$)

$$p \pm t_{05} s_p = 0,10 \pm 1,96 \cdot 0,013 = 0,10 \pm 0,025 (0,075 \div 0,125 \text{ или } 7,5 \div 12,5\%).$$

Таким образом, генеральная доля растений, пораженных фузариозом в изучаемой совокупности с 95%-ным уровнем вероятности, составляет 7,5—12,5%, ошибка репрезентативности $s_p=1,3\%$, коэффициент вариации 60,0%.

Пример 2. После распределения зерен озимой пшеницы по стекловидности получены данные (штук, зерен): полностью стекловидные $n_1=658$; частично стекловидные $n_2=102$; мучнистые $n_3=60$.

Определить процентное содержание каждой группы зерен в выборке и их доверительные интервалы в генеральной совокупности с 1%-ным уровнем значимости.

Решение. Объем выборки $N=n_1+n_2+n_3=658+102+60=820$.

Статистические характеристики:

а) доля зерен в совокупности полностью стекловидных

$$p_1 = \frac{n_1}{N} = \frac{658}{820} = 0,80 \text{ (или } 80\%);$$

частично стекловидных

$$p_2 = \frac{n_2}{N} = \frac{102}{820} = 0,12 \text{ (или } 12\%);$$

мучнистых

$$p_3 = \frac{n_3}{N} = \frac{60}{820} = 0,08 \text{ (или } 8\%);$$

б) стандартное отклонение доли

$$\lg s = \frac{\lg p_1 + \lg p_2 + \lg p_3}{k} = \frac{\lg 0,80 + \lg 0,12 + \lg 0,08}{3} = \frac{\bar{1},9031 + \bar{1},0792 + \bar{2},9031}{3} = \frac{\bar{3},8854}{3} = \bar{1},2951;$$

$$s = \text{anti} \lg \bar{1},2951 = 0,1979 \approx 0,198 \text{ (или } 19,8\%);$$

в) коэффициент вариации (при $k=3$; $s_{\text{макс}}=0,333$)

$$V_p = \frac{s}{s_{\text{макс}}} 100 = \frac{0,198}{0,333} 100 = 59,5\%;$$

г) ошибка доли

$$s_p = \frac{s}{\sqrt{N}} = \frac{0,198}{\sqrt{820}} = 0,0069 \approx 0,007 \text{ (или } 0,7\%);$$

д) доверительные интервалы для 1%-ного уровня значимости ($t_{01}=2,58$ при $N-1=820-1=819$);

для полностью стекловидных зерен

$$p_1 \pm t_{01} s_p = 0,80 \pm 2,58 \cdot 0,007 = 0,80 \pm 0,018 (0,782 \div 0,818 \text{ или } 78,2 \div 81,8\%);$$

для частично стекловидных зерен

$$p_2 \pm t_{01} s_p = 0,12 \pm 2,58 \cdot 0,007 = 0,12 \pm 0,018 (0,102 \div 0,138 \text{ или } 10,2 \div 13,8\%);$$

для мучнистых зерен

$$p_3 \pm t_{01} s_p = 0,08 \pm 2,58 \cdot 0,007 = \\ = 0,08 \pm 0,018 (0,062 - 0,098 \text{ или } 6,2 - 9,8\%).$$

Результаты выборочного наблюдения позволяют считать, что генеральная доля полностью стекловидных зерен в совокупности находится в интервале $78,2 \div 81,8\%$, частично стекловидных — в интервале $10,2 \div 13,8\%$ и мучнистых — в интервале от $6,2$ до $9,8\%$. Уровень значимости данного заключения составляет 1% .

Глава 17

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗ

Вопрос о статистической проверке гипотез — один из основных при применении математической статистики в научных исследованиях. Статистические методы или критерии проверки гипотез — надежная основа принятия тех или иных решений при некоторой неопределенности, обусловленной случайной вариацией изучаемых явлений. Они применяются всегда, когда необходимо использовать выборочное наблюдение для суждения о законе распределения совокупности, для решения вопроса о существенности разности между выборочными средними, для установления принадлежности варианты к данной совокупности и соответствия между фактическими и теоретическими распределениями частот.

Практически проверка гипотез часто сводится к сравнению статистических характеристик, оценивающих параметры законов распределения, т. е. к проверке определенных статистических гипотез. Вообще статистической гипотезой называют научное предположение о тех или иных статистических законах распределения рассматриваемых случайных величин, которое может быть проверено на основе выборки. В большинстве случаев задача сводится к проверке гипотезы об отсутствии реального различия между фактическими и теоретически ожидаемыми наблюдениями. Эту гипотезу называют нулевой гипотезой и обозначают символом H_0 .

Если в результате проверки H_0 различия между фактическими и гипотетическими показателями близки к нулю или находятся в области допустимых значений, то нулевая гипотеза не опровергается, а если различия оказываются в критической для данного статистического критерия области, которые при нашей гипотезе невозможны, а потому несовместимы с ней, H_0 опровергается. Принятие нулевой гипотезы означает, что данные наблюдений не противоречат предположению об отсутствии различий между фактическими и гипотетическими (теоретическими) или между двумя рядами фактических распределений, но не доказывают отсутствия такого различия. Отбрасывание гипотезы означает, что эмпирические данные несовместимы с H_0 , а верна другая, альтернативная гипотеза.

Справедливость нулевой гипотезы проверяется вычислением статистических критериев проверки для определенного уровня значимости.

Уровень значимости определяется конкретными задачами исследования; он характеризует, в какой мере мы рискуем ошибиться, отвергая нулевую гипотезу. Чем меньше уровень значимости, тем меньше вероятность отвергнуть H_0 , когда она верна, или, как говорят, совершить ошибку I рода, но тем больше вероятность совершить ошибку II рода, когда не отвергают H_0 , в действительности неверную. Уровень значимости не измеряет степень риска, связанный с принятием неверной гипотезы (ошибка II рода), он контролирует лишь ошибку I рода.

Для проверки статистической гипотезы H_0 используют критерии двух видов: параметрические и непараметрические.

Параметрическими называют критерии, которые основаны на предположении, что распределение признака в совокупности подчиняется некоторому известному закону, например закону нормального распределения. К таким критериям относятся, в частности, критерии t и F , применение которых требует вычисления оценок параметров распределения.

Непараметрическими называют критерии, использование которых не требует предварительного вычисления оценок неизвестных параметров распределения и даже приближенного значения закона распределения признака. Они могут применяться и тогда, когда распределение сильно отклоняется от нормального. С другой стороны, непараметрические критерии менее эффективны по сравнению с параметрическими, и поэтому их целесообразно использовать только в предварительных исследованиях.

§ 1. ТОЧЕЧНАЯ И ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Статистические характеристики выборочной совокупности являются приближенными оценками неизвестных параметров генеральной совокупности. Оценка может быть представлена одним числом, точкой (точечная оценка) или некоторым интервалом (интервальная оценка), в котором с определенной вероятностью может находиться искомый параметр. Так, выборочная средняя \bar{x} является несмещенной и наиболее эффективной точечной оценкой генеральной средней μ , а выборочная дисперсия s^2 — несмещенной точечной оценкой генеральной дисперсии σ^2 . Обозначая ошибку выборочной средней $s_{\bar{x}}$, точечную оценку генеральной средней можно записать в виде $\bar{x} \pm s_{\bar{x}}$. Это означает, что \bar{x} оценка генеральной средней μ с ошибкой, равной $s_{\bar{x}}$.

Естественно, что точечные статистические оценки \bar{x} и s^2 не должны иметь систематической ошибки в сторону завышения или занижения оцениваемых параметров μ и σ^2 . Оценки, удовлетворяющие такому условию, называют несмещенными.

Интервальной называют оценку, которая характеризуется двумя числами — концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр. Доверительным называют такой интервал, который с заданной вероятностью покрывает оцениваемый параметр. Центр такого интервала — выборочная оценка точки, а пределы, или доверительные границы, интервала определяются средней ошибкой оценки и уровнем вероятности. Таким образом, интервальная оценка является дальнейшим развитием точечной оценки, которая при малом объеме выборки неэффективна.

В общем виде доверительный интервал для генеральной средней записывается так:

$$\bar{x} - ts_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + ts_{\bar{x}},$$

или в более компактной форме:

$$\bar{x} \pm ts_{\bar{x}}.$$

Здесь $ts_{\bar{x}}$ — предельная ошибка выборочной средней при данном числе степеней свободы и принятом уровне значимости. Значение критерия Стьюдента для различных уровней значимости и числа степеней свободы можно взять из таблицы 1 приложений.

Пример 1. При определении содержания белка в зерне пшеницы найдены следующие значения: $\bar{x} = 14,80\%$, $s_{\bar{x}} = 0,20\%$, $n = 4$. Определить 95%-ный и 99%-ный доверительные интервалы для генеральной средней. По таблице 1 приложений для $4 - 1 = 3$ степеней свободы $t_{05} = 3,18$ и $t_{01} = 5,84$, т. е. ширина 95%-ного доверительного интервала составляет $3,18 s_{\bar{x}}$ и 99%-ного интервала — $5,84 s_{\bar{x}}$. Найдем доверительные интервалы:

$$95\% - \bar{x} \pm t_{05} s_{\bar{x}} = 14,80 \pm 3,18 \cdot 0,20 =$$

$$= 14,80 \pm 0,64 \quad (14,16 - 15,44);$$

$$99\% - \bar{x} \pm t_{01} s_{\bar{x}} = 14,80 \pm 5,84 \cdot 0,20 =$$

$$= 14,80 \pm 1,17 \quad (13,63 - 15,97).$$

Такая запись говорит о том, что с вероятностью 95% генеральная средняя содержания белка в зерне пшеницы заключена в интервале от 14,16 до 15,44% и с вероятностью 99% — от 13,63 до 15,97%. Вероятность выйти за эти интервалы, т. е. вероятность попасть в критическую область, в первом случае составляет 5% и во втором — 1% (уровень значимости).

Крайние точки интервала — начало $\bar{x} - ts_{\bar{x}}$ и конец $\bar{x} + ts_{\bar{x}}$ — называются доверительными границами.

Интервальную оценку параметров распределения можно использовать для статистической проверки гипотез при сравнении выборочных средних.

Пусть, например, при $n=10$ были получены такие выборочные средние и ошибки средних:

$$\bar{x}_1 \pm s_{\bar{x}_1} = 22,0 \pm 0,5 \quad \text{и} \quad \bar{x}_2 \pm s_{\bar{x}_2} = 20,4 \pm 0,8.$$

Необходимо определить, существенно ли различаются эти выборочные средние при 0,95—95%-ном уровне вероятности, или 0,05—5%-ном уровне значимости, т. е. проверить нулевую гипотезу $H_0: \mu_1 - \mu_2 = d = 0$. Для $10-1=9$ степеней свободы $t_{05}=2,26$ и 95%-ные доверительные интервалы равны:

$$\bar{x}_1 \pm t_{05} s_{\bar{x}_1} = 22,0 \pm 2,26 \cdot 0,5 = 22,0 \pm 1,1 \quad (20,9 \div 23,1);$$

$$\bar{x}_2 \pm t_{05} s_{\bar{x}_2} = 20,4 \pm 2,26 \cdot 0,8 = 20,4 \pm 1,8 \quad (18,6 \div 22,2).$$

Доверительные интервалы для генеральных средних перекрывают друг друга, и, следовательно, разность между выборочными средними $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1,6$ нельзя перенести на генеральные средние μ_1 и μ_2 , так как генеральная разность между ними $D = \mu_1 - \mu_2$ может быть равна и нулю и даже отрицательной величине, когда $\mu_2 > \mu_1$. Поэтому $H_0: d = 0$ не отвергается.

Нулевую гипотезу об отсутствии существенных различий между выборочными средними можно проверить и другим способом интервальной оценки генеральных параметров совокупности. По формуле

$$s_d = \sqrt{s_{\bar{x}_1}^2 + s_{\bar{x}_2}^2}$$

можно определить ошибку разности средних, а затем описанным выше способом рассчитать доверительные интервалы для генеральной разности средних D . Если доверительные интервалы перекрывают нулевое значение и включают область отрицательных величин, то $H_0: d = 0$ не отвергается, а если лежат в области положительных величин, то H_0 отвергается и разность признается существенной. Для примера 1 разность $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 22,0 - 20,4 = 1,6$; ошибка

$$s_d = \sqrt{s_{\bar{x}_1}^2 + s_{\bar{x}_2}^2} = \sqrt{0,5^2 + 0,8^2} = 0,9.$$

При $n_1 + n_2 - 2 = 10 + 10 - 2 = 18$ степенях свободы $t_{05} = 2,10$ и $t_{01} = 2,88$.

Найдем доверительные интервалы для генеральной разности:

$$95\% \quad -d \pm t_{05} s_d = 1,6 \pm 2,1 \cdot 0,9 = 1,6 \pm 1,9 \quad (-0,3 \div 3,5);$$

$$99\% \quad -d \pm t_{01} s_d = 1,6 \pm 2,88 \cdot 0,9 = 1,6 \pm 2,6 \quad (-1,0 \div 4,2).$$

Нулевая гипотеза $H_0: d = 0$ не отвергается, так как доверительные интервалы включают нуль и область отрицательных величин, т. е. разность меньше предельной случайной ошибки разности ($d < t s_d$).

Величина, указывающая границу предельным случайным отклонениям, называется наименьшей существенной разностью. Ее сокращенно обозначают НСР и определяют по соотношению:

$$\text{НСР} = t s_d.$$

Если фактическая разность между выборочными средними $d \geq \text{НСР}$, то H_0 отвергается, а если $d < \text{НСР}$ — не отвергается.

Наименьшая существенная разность широко используется при построении доверительных интервалов и проверке статистических гипотез. Доверительный интервал для разности генеральных средних определяется по соотношению:

$$d - \text{НСР} \leq D \leq d + \text{НСР} \quad \text{или} \quad d \pm \text{НСР}.$$

15. Формулы средних ошибок выборочных оценок

| Вид выборочной оценки | Средняя ошибка выборочной оценки |
|---|--|
| Средняя выборочная \bar{x} | $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}}$ |
| Доля признака p | $s_p = \sqrt{\frac{pq}{n}}$ |
| Стандартное отклонение s | $s_s = \frac{s}{\sqrt{2n}}$ |
| Коэффициент вариации V | $s_V = \frac{V}{\sqrt{2n}}$ |
| Разность между выборочными средними $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$ | $s_d = \sqrt{s_{x_1}^2 + s_{x_2}^2}$ |
| Разность между выборочными долями $d_p = p_1 - p_2$ | $s_{d_p} = \sqrt{s_{p_1}^2 + s_{p_2}^2}$ |
| Коэффициент линейной корреляции при малых r | $s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-1}}$ |
| Коэффициент линейной регрессии b_{yx} | $s_b = s_r \sqrt{\frac{\sum(y - \bar{y})^2}{\sum(x - \bar{x})^2}}$ |

Здесь НСР* = ts_d — предельная ошибка разности выборочных средних при данном числе степеней свободы $v = n_1 + n_2 - 2$ и принятом уровне значимости.

По величине стандартного отклонения s оценивается интервал для отдельного значения X и всей совокупности:

$$\bar{x} - ts \leq \mu \leq \bar{x} + ts,$$

или в более компактном виде $x \pm ts$. Внутри этого интервала с 95%-ным или 99%-ным уровнем вероятности будут находиться значение генеральной средней μ и все индивидуальные значения варьирующей величины.

Для примера 1 при $s = 0,40$ доверительные интервалы для отдельных значений и всей совокупности равны:

$$\begin{aligned} 95\% - \bar{x} \pm t_{05} s &= 14,80 \pm 3,18 \cdot 0,40 = \\ &= 14,80 \pm 1,27 \quad (13,53 \div 16,07); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 99\% - \bar{x} \pm t_{01} s &= 14,80 \pm 5,84 \cdot 0,40 = \\ &= 14,80 \pm 2,34 \quad (12,46 \div 17,14). \end{aligned}$$

* Наименьшая существенная разность в английской и американской научной литературе обозначается *LSD* (начальные буквы англ. Least significant difference), а в немецкой — *GD* (начальные буквы нем. Gesicherte Differenz).

Таким образом, с вероятностью 95% можно утверждать, что все отдельные определения содержания белка в зерне пшеницы, взятой из этой совокупности, дадут величины в пределах от 13,53 до 16,07%, а с вероятностью 99% — от 12,46 до 17,14%.

Величину t_s называют областью разброса индивидуальных значений. Для 95%-ного уровня вероятности область разброса составляет $\pm 1,27$ и для 99%-ного $\pm 2,34\%$ содержания белка.

Чтобы по выборочной оценке установить доверительный интервал для генеральной средней, надо знать среднюю ошибку этой оценки. Поэтому при вычислении любой выборочной оценки необходимо определять и ее среднюю ошибку. Формулы средних ошибок для некоторых выборочных оценок приведены в таблице 15.

§ 2. ОЦЕНКА СУЩЕСТВЕННОСТИ РАЗНОСТИ ВЫБОРОЧНЫХ СРЕДНИХ ПО t -КРИТЕРИЮ

При сравнении средних величин необходимо иметь в виду два случая: 1) сравниваются средние двух независимых выборок, когда единицы наблюдения первой выборки не связаны никаким общим условием с единицами наблюдения второй выборки; 2) сравниваются две сопряженные выборки, в которых единицы наблюдения первой выборки связаны (сопряжены) каким-то общим условием с единицами наблюдения второй выборки.

В первом случае по критерию Стьюдента оценивается существенность разности средних ($\bar{d} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$), а во втором существенность средней разности ($\bar{d} = \Sigma d : n$).

Оценка разности средних независимых выборок. В теории статистики доказывается, что ошибка разности или суммы средних арифметических независимых выборок при одинаковом числе наблюдений $n_1 = n_2$ определяется соотношением:

$$s_d = \sqrt{s_{x_1}^2 + s_{x_2}^2},$$

где s_d — ошибка разности (или суммы); s_{x_1} и s_{x_2} — ошибки сравниваемых средних арифметических \bar{x}_1 и \bar{x}_2 .

Гарантией надежности вывода о существенности или несущественности различий между x_1 и x_2 служит отношение разности к ее ошибке. Это отношение получило название критерия существенности разности:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{x_1}^2 + s_{x_2}^2}} = \frac{d}{s_d}.$$

Если $t_{\text{факт}} \geq t_{\text{теор}}$, нулевая гипотеза об отсутствии существенных различий между средними опровергается, а если $t_{\text{факт}} <$

$< t_{\text{теор}}$, различия находятся в пределах случайных колебаний для принятого уровня значимости и $H_0: d=0$ не опровергается.

Несущественная разность не утверждает, но и не отрицает, что между генеральными средними не существуют различия. Разность могла оказаться такой, во-первых, вследствие недостаточного объема выборок, тогда как повторное исследование на более многочисленном материале даст существенную разность; во-вторых, из-за того, что одинаковы генеральные средние сравниваемых совокупностей, поэтому повторные исследования на более обширном материале также дают неопределенный ответ, т. е. разность опять оказывается несущественной и нулевая гипотеза не опровергается.

Теоретические значения критерия t находят в таблице 1 приложений по числу степеней свободы и принятому уровню значимости. Число степеней свободы определяют по соотношению $\nu = n_1 + n_2 - 2$.

Проверить нулевую гипотезу можно также и по величине наименьшей существенной разности, которую выражают в единицах варьирующего признака. Когда разность между средними $d \geq \text{НСР}$ и попадает в критическую область существенных различий, она признается значимой и H_0 опровергается, а когда она лежит в области случайных колебаний ($d < \text{НСР}$), то H_0 не опровергается.

Пример 2. В двух образцах почвы определено содержание гумуса в четырехкратной повторности и для каждого образца вычислена средняя и ее ошибка (в %): $\bar{x}_1 \pm s_{\bar{x}_1} = 2,36 \pm 0,08\%$; $\bar{x}_2 \pm s_{\bar{x}_2} = 2,09 \pm 0,07$. Число степеней свободы $\nu = n_1 + n_2 - 2 = 4 + 4 - 2 = 6$. В таблице 1 приложений ему соответствует теоретическое $t_{05} = 2,45$ и $t_{01} = 3,71$. Здесь индексами при букве t записаны показатели уровня значимости (5%-ный и 1%-ный). Фактическое значение критерия существенности находим по соотношению

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{x_1} + \frac{s_2^2}{x_2}}} = \frac{2,36 - 2,09}{\sqrt{0,08^2 + 0,07^2}} = \frac{0,27}{0,106} = 2,55.$$

Сопоставляя фактическое значение t с теоретическим, приходим к выводу, что $t_{\text{факт}} > t_{05} < t_{01}$. Следовательно, разность существенна при 5%-ном уровне значимости. При более строгом подходе к оценке результатов, т. е. при 1%-ном уровне, разность несущественна, образцы почвы по содержанию гумуса относятся к одной совокупности и другие выборки могут иметь одинаковые значения этого показателя.

К аналогичному выводу приходим и в том случае, если нулевая гипотеза проверяется по наименьшей существенной разности ($d > \text{НСР}_{05} < \text{НСР}_{01}$):

$$\text{НСР}_{05} = t_{05} s_d = 2,45 \cdot 0,106 = 0,26\%;$$

$$\text{НСР}_{01} = t_{01} s_d = 3,71 \cdot 0,106 = 0,39\%.$$

Оценка существенности средней разности (сопряженные выборки). Ошибку разности средних для сопряженных выборок вычисляют разностным методом. Сущность его заключается в том, что оценивается не разность средних $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$, а существенность средней разности $\pm d$, хотя арифметически это одна и та же величина.

Для нахождения s_d разностным методом вычисляют разности между сопряженными парами наблюдений d , определяют значение средней разности $\bar{d} = \Sigma d : n$ и ошибку средней разности по формуле:

$$s_d = \sqrt{\frac{\Sigma (d - \bar{d})^2}{n(n-1)}} \quad \text{или} \quad s_d = \sqrt{\frac{\Sigma d^2 - (\Sigma d)^2 : n}{n(n-1)}}.$$

Критерий существенности вычисляют по формуле:

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d}.$$

Число степеней свободы находят по равенству $\nu = n - 1$, где n — число сопряженных пар.

Пример 3. При анализе зерна двух сортов яровой пшеницы (А и В) получены данные о содержании белка в различных партиях. При уточнении условий выращивания пшеницы разных партий установлено, что сравниваемые сорта возделывались в четырех пунктах, при этом во всех пунктах сорта располагались всегда на соседних участках. Следовательно, здесь сопряженные (парные) наблюдения, и обрабатывать результаты анализов необходимо разностным методом попарных сравнений (табл. 16).

16. Обработка сопряженных наблюдений

| Пункт испытания сортов | Содержание белка (%) | | Разность d | Квадрат разности d^2 |
|------------------------|----------------------|--------|--------------|------------------------|
| | сорт А | сорт В | | |
| 1 | 18,6 | 17,8 | +0,8 | 0,64 |
| 2 | 16,2 | 15,4 | +0,8 | 0,64 |
| 3 | 17,4 | 16,5 | +0,9 | 0,81 |
| 4 | 20,2 | 19,5 | +0,7 | 0,49 |
| Суммы | 72,4 | 69,2 | 3,2 | 2,58 |
| Средние | 18,1 | 17,3 | 0,8 | — |

$$s_d = \sqrt{\frac{\Sigma d^2 - (\Sigma d)^2 : n}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{2,58 - 3,2^2 : 4}{4(4-1)}} = 0,04;$$

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d} = \frac{0,80}{0,04} = 20,0.$$

Для трех степеней свободы $\nu = 4 - 1 = 3$ значение $t_{05} = 3,18$, $t_{01} = 5,84$. Следовательно, даже при строгой оценке разности в содержании белка в зерне двух сортов пшеницы существенны.

К аналогичному выводу приводит и проверка H_0 по НСР:

$$НСР_{05} = t_{05} s_d = 3,18 \cdot 0,04 = 0,13\%;$$

$$НСР_{01} = t_{01} s_d = 5,84 \cdot 0,04 = 0,23\%.$$

Так как $d > НСР_{01}$ ($0,80 > 0,23$), нулевая гипотеза опровергается на 1%-ном уровне значимости.

Если пренебречь условиями получения партий зерна и обработать эти данные как независимые наблюдения, то получается противоположный вывод. Ошибки средних будут равны: $s_{\bar{x}_1} = 0,86\%$ и $s_{\bar{x}_2} = 0,88\%$. Ошибка разности $s_d = 1,23$ и критерий $t = d/s_d = 0,80/1,23 = 0,65$. Фактическое значение критерия су-

ществности меньше табличного, и, следовательно, разность нельзя признать существенной.

Из этого примера ясно, что статистический метод обработки, определяемый условиями выборочного наблюдения, нельзя менять произвольно.

Приемы определения существенности разности средних двух сопряженных рядов с помощью критерия t часто используются для сравнительной оценки методов анализа. Если два сравниваемых метода дают одинаковые результаты, то при достаточно большом числе измерений должна получиться средняя разность $\bar{d}=0$. При небольшом числе анализов $\bar{d}\neq 0$, и поэтому всегда возникает необходимость в проверке нулевой гипотезы об отсутствии постоянного расхождения.

Оценка разности выборочных средних редких событий. Критерий существенности разности средних, подчиняющихся распределению Пуассона, определяют по формуле:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}},$$

где \bar{x}_1 и \bar{x}_2 — непосредственно подсчитанное число редких событий в сравниваемых больших совокупностях.

Оценка разности между выборочными долями. Оценку существенности разности между долями при качественной изменчивости проводят так же, как и при количественной изменчивости, т. е. по критерию t :

$$t = \frac{d}{s_d} = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{s_{p_1}^2 + s_{p_2}^2}},$$

где p_1 и p_2 — выборочные доли; s_{p_1} и s_{p_2} — ошибки долей.

Эта формула для определения критерия существенности разности между выборочными долями вполне применима, если сравниваются две совокупности с равным объемом выборки, т. е. при $n_1 = n_2$.

Часто, однако, две сравниваемые группы объектов имеют разные объемы, т. е. $n_1 \neq n_2$, или индивидуальные ошибки долей не вычисляли. В этих случаях ошибку разности определяют по формуле:

$$s_d = \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}.$$

§ 3. ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О ПРИНАДЛЕЖНОСТИ «СОМНИТЕЛЬНОЙ» ВАРИАНТЫ К СОВОКУПНОСТИ

Часто встречаются случаи, когда выборочная совокупность содержит даты, значения которых сильно отличаются от основной массы наблюдений. У исследователя возникает мысль, что цифры нетипичны, и появляется желание исключить их из таблицы. После того как данные уже получены, о них трудно ска-

зять определенно: грубо ошибочны они или просто имеют большую, но вероятную случайную ошибку. Поэтому применяемая иногда в практике браковка сомнительных дат на глаз бывает субъективной и совершенно недопустима. Отбрасывать, браковать даты независимо от их значения можно только тогда, когда есть прямые доказательства того, что условия их получения противоречат сущности эксперимента или являются результатом грубой ошибки. Во всех других случаях «подозрительная» дата может быть забракована только путем статистической проверки, когда гипотеза о принадлежности варианты к данной совокупности будет отброшена и доказано, что она получена в каких-то особых условиях, резко отличающихся от условий всех остальных вариантов.

Гипотезу о принадлежности «сомнительных», наиболее уклоняющихся (крайних) вариант X_1 и X_n к данной совокупности в малых выборках проверяют по критерию τ (греч. тау). Фактическое значение критерия, представляющее собой отношение разности между сомнительной и соседней с ней датой к размаху варьирования, сравнивают с теоретическим на 5%-ном или 1%-ном уровне значимости.

Если $\tau_{\text{факт}} \geq \tau_{\text{теор}}$, то варианта отбрасывается, если $\tau_{\text{факт}} < \tau_{\text{теор}}$, то варианта оставляется и нулевая гипотеза о принадлежности ее к данной совокупности не отвергается. Критические значения критерия $\tau_{\text{теор}}$, которые зависят от принятого уровня значимости и от объема выборки n , даны в таблице 17.

17. Критические значения критерия τ для 5%-ного и 1%-ного уровня значимости

| n | τ | | n | τ | |
|-----|--------|-------|-----|--------|-------|
| | 0,01 | 0,05 | | 0,01 | 0,05 |
| 4 | 0,991 | 0,955 | 14 | 0,502 | 0,395 |
| 5 | 0,916 | 0,807 | 16 | 0,472 | 0,369 |
| 6 | 0,805 | 0,689 | 18 | 0,449 | 0,349 |
| 7 | 0,740 | 0,610 | 20 | 0,430 | 0,334 |
| 8 | 0,683 | 0,554 | 22 | 0,414 | 0,320 |
| 9 | 0,635 | 0,512 | 24 | 0,400 | 0,309 |
| 10 | 0,597 | 0,477 | 26 | 0,389 | 0,299 |
| 11 | 0,566 | 0,450 | 28 | 0,378 | 0,291 |
| 12 | 0,541 | 0,428 | 30 | 0,369 | 0,283 |

Чтобы рассчитать фактическое значение критерия τ , варианты располагают в порядке возрастания: $X_1, X_2, \dots, X_{n-1}, X_n$.

Сомнительными обычно бывают одни или оба крайних члена ряда, т. е. X_1 и X_n , а не вызывающие сомнения ближайшие к ним варианты X_2 и X_{n-1} , с которыми и сравниваются X_1 и X_n .

Критерий τ вычисляют по отношениям:

$$\text{для } X_1 \tau = \frac{X_2 - X_1}{X_{n-1} - X_1} \quad \text{и} \quad \text{для } X_n \tau = \frac{X_n - X_{n-1}}{X_n - X_2}.$$

В этих формулах разности $X_{n-1}-X_1$ и X_n-X_2 характеризуют размах варьирования вариационного ряда без крайних значений, которые сомнительны, и, следовательно, нецелесообразно связывать с ними оценку значимости отклонения X_1 с сомнительной датой X_n , а X_n — с сомнительной величиной X_1 .

Пример 4. Из шести урожаев на параллельных делянках 7,9; 19,7; 19,9; 21,5; 24,1 и 27,2 вызывают сомнения $X_1=7,9$ и $X_n=27,2$. Надо проверить гипотезу о принадлежности этих вариантов к совокупности.

Рассчитаем фактические значения критерия τ и сравним их с теоретическими:

$$\text{для } X_1\tau = \frac{X_2 - X_1}{X_{n-1} - X_1} = \frac{19,7 - 7,9}{24,1 - 7,9} = 0,728;$$

$$\text{для } X_n\tau = \frac{X_n - X_{n-1}}{X_n - X_2} = \frac{27,2 - 24,1}{27,2 - 19,7} = 0,413.$$

Значение τ для X_1 больше, чем $\tau_{05}=0,689$. Следовательно, с 5%-ным уровнем можно считать значение урожая $X_1=7,9$ выходящим за пределы случайных колебаний, и есть основания исключить эту дату из дальнейшей обработки. При более строгом подходе (1%-ный уровень) оснований для браковки нет, так как фактическое значение τ меньше $\tau_{01}=0,805$. В отношении $X_n=27,2$ оснований для браковки нет, и нулевая гипотеза о принадлежности этого урожая к данной совокупности не отвергается ни при 5%-ном, ни при 1%-ном уровне, так как $\tau_{\text{факт}} < \tau_{05}$.

Пример 5. Имеется четыре определения содержания гумуса (%) в почве, взятой с параллельных делянок опыта: 1,88; 2,58; 2,67 и 2,77. Необходимо проверить, не отклоняются ли слишком сильно крайние варианты.

Найдем отношение разности между сомнительной и соседней датой к размаху варьирования:

$$\text{для } X_1\tau = \frac{X_1 - X_2}{X_{n-1} - X_1} = \frac{2,58 - 1,88}{2,67 - 1,88} = \frac{0,70}{0,79} = 0,885;$$

$$\text{для } X_n\tau = \frac{X_n - X_{n-1}}{X_n - X_2} = \frac{2,77 - 2,67}{2,77 - 2,58} = \frac{0,10}{0,19} = 0,526.$$

Для $n=4$ теоретические значения $\tau_{01}=0,991$ и $\tau_{05}=0,955$. Следовательно, обе варианты находятся в пределах возможных случайных колебаний ($\tau_{\text{факт}} < \tau_{\text{теор}}$) и при вычислении средней их исключить нельзя.

Проверку нулевой гипотезы о принадлежности сомнительных дат к изучаемому ряду часто проводят вычислением доверительного интервала для всей совокупности и определением вероятности нахождения сомнительной даты X в пределах $\bar{x} \pm 2s$ (для больших выборок вероятность 95%) или $\bar{x} \pm 3s$ (уровень вероятности 99%). Если X выходит за пределы $\bar{x} \pm 2s$, то нулевая гипотеза отвергается на 5%-ном уровне, а если X выходит за пределы утроенного стандартного отклонения, т. е. $\bar{x} \pm 3s$, — на 1%-ном уровне значимости и дата бракуется.

Для малых выборок ($n < 30$) проверка осуществляется по отношению $\bar{x} \pm ts$. Значение критерия t берут из таблицы 1 при свободной для принятого уровня значимости и числа степеней свободы $n-1$, а стандартное отклонение вычисляют по всем фактическим датам.

При ориентировочных расчетах значение s можно определить по формуле $s = k(X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}})$. Коэффициенты k даны ниже.

| | | | | | |
|-----|------|------|------|-------|--------|
| n | 2—3 | 4—5 | 6—10 | 11—25 | 26—100 |
| k | 0,75 | 0,50 | 0,33 | 0,25 | 0,20 |

Необходимо отметить, что выключение сомнительных дат очень опасно и прибегать к этому следует лишь в исключительных случаях. Проведение любой стадии эксперимента на высоком уровне, тщательная организация труда и некоторое предвидение трудностей, которые могут возникнуть в опытной работе, позволяют избежать грубых ошибок.

§ 4. ОЦЕНКА СООТВЕТСТВИЯ МЕЖДУ НАБЛЮДАЕМЫМИ И ОЖИДАЕМЫМИ (ТЕОРЕТИЧЕСКИМИ) РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ ПО КРИТЕРИЮ χ^2

Критерий χ^2 применяется в тех случаях, когда необходимо определить соответствие двух сравниваемых рядов распределения — эмпирического и теоретического или двух эмпирических. Особенно широко критерий соответствия используется в генетическом анализе, когда необходимо убедиться в том, является ли обнаруженное отклонение от теоретически ожидаемого расщепления (1:1; 3:1; 9:3:4; 9:3:3:1 и т. д.) отклонением закономерным или оно лежит в пределах возможных случайных колебаний. Если обозначить теоретически ожидаемые показатели для группы объектов через F_1, F_2, \dots, F_n , а опытные, эмпирически полученные, через f_1, f_2, \dots, f_n , то отклонения фактических данных от теоретических будут равны $f_1 - F_1; f_2 - F_2, \dots, f_n - F_n$. Общей мерой отклонения фактических данных от теоретических, т. е. критерия соответствия χ^2 , будет сумма отношений квадратов разностей между частотами эмпирического и теоретического распределений к частотам теоретического распределения для данной группы.

$$\chi^2 = \frac{(f_1 - F_1)^2}{F_1} + \frac{(f_2 - F_2)^2}{F_2} + \dots + \frac{(f_n - F_n)^2}{F_n} = \sum \frac{(f - F)^2}{F}$$

где f_1, f_2, \dots, f_n — фактические частоты; F_1, F_2, \dots, F_n — ожидаемые, теоретически вычисленные частоты.

Критерий χ^2 используется при изучении качественных признаков для оценки соответствия эмпирических данных определенной теоретической предпосылке, нулевой гипотезе (H_0). Гипотеза отвергается, если $\chi^2_{\text{факт}} > \chi^2_{\text{теор}}$, и не отвергается если $\chi^2_{\text{факт}} < \chi^2_{\text{теор}}$.

Когда фактические и теоретические ожидаемые частоты полностью совпадают, то $\chi^2 = 0$, а если совпадение неполное,

то χ^2 будет отличен от нуля и тем больше, чем больше расхождение между теоретическими и эмпирическими частотами. Предельные значения χ^2 , при которых нулевая гипотеза принимается, даны в таблице 4 приложений. В наиболее типичных случаях применение критерия соответствия числу степеней свободы определяется по формуле $(c-1)(k-1)$, где c — число строк и k — число колонок в аналитической таблице.

Критерий χ^2 широко используется в генетическом анализе соответствия расщепления гибридов теоретически ожидаемому (примеры 1—2), для оценки независимости (или сопряженности) в распределении объектов совокупности (примеры 3—5), определения степени соответствия фактического распределения изучаемого признака нормальному (пример 6) и оценки соответствия двух эмпирических распределений.

Применение критерия χ^2 требует известной осторожности. В формулу χ^2 должны подставляться только частоты, а не величины, полученные измерением, взвешиванием и т. д. При проверке гипотезы о соответствии эмпирических распределений нормальному желательно иметь не менее 50 наблюдений, а в каждой теоретически рассчитанной группе не менее пяти наблюдений (при менее строгом подходе за минимум принимают три наблюдения). Поэтому если крайние группы в ряду распределения малочисленны, их необходимо объединить. Число степеней свободы для $\chi^2_{\text{теор}}$ при определении соответствия распределений нормальному закону равно числу групп без трех ($k-3$), так как вычисления теоретических частот связаны здесь тремя условиями, определяющими нормальное распределение, а именно: объемом выборки n , средним значением признака x и дисперсией s^2 , по которым строилось теоретическое нормальное распределение.

Пример 1. При скрещивании двух сортов гороха Г. Мендель во втором поколении получил $f_1=355$ желтых семян; $t_2=123$ зеленых семян; сумма = 478.

Соответствуют ли результаты опыта теоретически ожидаемому отношению желтых к зеленым как 3:1? Соотношение 3:1 берется в качестве H_0 , которую необходимо доказать.

Решение. Исходя из соотношения 3:1, определяют теоретически ожидаемые частоты F :

$$F_1 = 3/4 \cdot 478 = 358,5$$

$$F_2 = 1/4 \cdot 478 = 119,5$$

$$\text{Сумма} = 478,0$$

Подставляя эмпирические и теоретически ожидаемые частоты в формулу χ^2 , получают

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - F)^2}{F} = \frac{(355 - 358,5)^2}{358,5} + \frac{(123 - 119,5)^2}{119,5} = 0,137$$

при $(c-1)(k-1) = (2-1)(2-1) = 1$ степени свободы. Теоретическое значение $\chi^2_{0,05} = 3,48$ (по табл. 4 приложений).

Вывод. Различия между фактическими и теоретически ожидаемыми частотами незначительны ($\chi^2_{\text{факт}} < \chi^2_{0,05}$) и H_0 не отвергается.

Расчеты χ^2 удобно вести по формуле таблицы 2×2 (2 строки и 2 столбца, табл. 18).

18. Вычисление теоретических частот (F) и критерия соответствия (χ^2) по таблице 2×2

| Показатели | Семена | | Сумма |
|---|--------|---------|-----------------|
| | желтые | зеленые | |
| Ожидаемое расщепление (H_0) | 3 | 1 | 4 |
| Наблюдаемые частоты (f) | 355 | 123 | 478 |
| Ожидаемые частоты (F) | 358,5 | 119,5 | 478 |
| Разность ($f-F$) | -3,5 | 3,5 | — |
| Квадрат разности ($f-F$) ² | 12,25 | 12,25 | — |
| Отношение ($f-F$) ² / F | 0,034 | 0,103 | 0,137= χ^2 |

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - F)^2}{F} = 0,137.$$

Пример 2. При дигибридном расщеплении во втором поколении были получены следующие результаты (табл. 19). Необходимо установить, соответствует ли эмпирическое распределение частот f теоретически ожидаемому наследованию в соотношении 9 : 3 : 3 : 1 (опыт Г. Менделя).

Решение. Порядок расчета критерия χ^2 показан в таблице 19. Ожидаемые частоты определяют умножением теоретически ожидаемой доли семян в совокупности на общее число наблюдений. Так, доля гладких желтых семян в совокупности должна быть равна 9/16 и, следовательно, $F_1 = 9/16 \times 556 = 313$ семян, $F_2 = 3/16 \times 556 = 104$ и т. д.

19. Вычисление теоретических частот (F) и критерия соответствия (χ^2) по таблице 2×4

| Показатели | Семена | | | | Сумма |
|--|---------|---------|-------------|---------|----------------|
| | гладкие | | морщинистые | | |
| | желтые | зеленые | желтые | зеленые | |
| Ожидаемое расщепление (H_0) | 9 | 3 | 3 | 1 | 16 |
| Наблюдаемые частоты (f) | 315 | 101 | 108 | 32 | 556 |
| Ожидаемые частоты (F) | 313 | 104 | 104 | 35 | 556 |
| Разность ($f-F$) | 2 | -3 | 4 | -3 | — |
| Квадрат разности ($f-F$) ² | 4 | 9 | 16 | 9 | — |
| Соотношение ($f-F$) ² / F | 0,01 | 0,09 | 0,15 | 0,26 | 0,51= χ^2 |

$$\chi^2 = \sum \frac{(f - F)^2}{F} = 0,51.$$

Вывод. При $(c-1)(k-1) = (2-1)(4-1) = 3$ степенях свободы теоретическое значение $\chi^2_{об} = 7,81$ (по табл. 4 приложений). Так как $\chi^2_{факт} < \chi^2_{об}$, нулевая гипотеза о соответствии эмпирического распределения теоретически ожидаемому по соотношению 9 : 3 : 3 : 1 не отвергается.

Пример 3. Во втором поколении дигибридного скрещивания при неполном доминировании двух параллелей расщепление по фенотипу ожидается в отношении $(1:2:1)^2$ или 1:2:2:4:1:2:1:2:1. В опытах Т. С. Фадеевой (по М. Е. Лобашеву, 1967) по изучению наследования признаков у земляники получено следующее количество растений, отличающихся друг от друга по окраске ягоды и форме чашечки (табл. 20). Определить по критерию χ^2 соответствие эмпирического расщепления теоретически ожидаемому.

20. Вычисление теоретических частот (F) и критерия соответствия χ^2 по таблице 2×9

| Показатели | Форма чашечки | | | | | | | | | Сумма | | |
|-----------------------------|---------------|---------------|--------------|------------|---------------|--------------|------------|---------------|--------------|-------|--------------|-------|
| | красная ягода | | | | розовая ягода | | | | | | белая ягода | |
| | нормальная | промежуточная | листо-видная | нормальная | промежуточная | листо-видная | нормальная | промежуточная | листо-видная | | листо-видная | |
| Ожидаемое (H_0) | 1 | 2 | 1 | 2 | 4 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 | 1 | 16 |
| Наблюдаемые частоты (f) | 25 | 33 | 17 | 45 | 85 | 30 | 20 | 42 | 10 | 307 | | |
| Ожидаемые частоты (F) | 19,19 | 38,37 | 19,19 | 38,37 | 76,76 | 38,37 | 19,19 | 38,37 | 19,19 | 38,37 | 19,19 | 307 |
| Разность ($f-F$) | 5,81 | -5,37 | -2,19 | 6,63 | 8,24 | -8,37 | 0,81 | 3,63 | -9,19 | - | - | - |
| Квадрат разности $(f-F)^2$ | 33,76 | 28,84 | 4,80 | 43,96 | 67,90 | 70,06 | 0,66 | 13,18 | 84,46 | - | - | - |
| Соотношение $(f-F)^2/F$ | 1,75 | 0,75 | 0,25 | 1,15 | 0,88 | 1,82 | 0,03 | 0,34 | 4,40 | 11,37 | $=\chi^2$ | 11,37 |

$$\chi^2 = \sum \frac{(f-F)^2}{F} = 11,37.$$

Решение. Порядок расчетов показан в таблице 20. Ожидаемые частоты (F) определяют умножением теоретически ожидаемой доли растений данного типа в совокупности на общее число растений. Например, доля растений с красной окраской ягоды и нормальной формой чашечки составляет $1/16$, ожидаемая частота этих растений $F_1 = 1/16 \times 307 = 19,19$; для $F_2 = 2/16 \times 307 = 38,17$ и т. д.

Вывод. При $(c-1)(k-1) = (2-1)(9-1) = 8$ степенях свободы теоретическое значение $\chi^2_{05} = 15,51$ (по табл. 4 приложений) и нулевая гипотеза о соответствии эмпирического расщепления ожидаемому не отвергается ($\chi^2_{\text{факт}} < \chi^2_{05}$).

Пример 4. Обследовано 113 полей озимой пшеницы на зараженность корневой гнилью (табл. 21). Существенно ли различие в пораженности пшеницы, высеянной по чистым и занятым парам?

21. Пораженность озимой пшеницы в связи с видами паров и вычисление ожидаемой численности полей F по таблице 2×2

| Вид пара | Заражение | | Сумма | Процент слабо зараженных полей |
|----------|-----------|----------|----------|--------------------------------|
| | слабое | сильное | | |
| Чистый | 30(24,5) | 12(17,5) | 42(42) | 71,4 |
| Занятой | 36(41,5) | 35(29,5) | 71(71) | 50,7 |
| Сумма | 66(66) | 47(47) | 113(113) | 58,4 |

Решение. H_0 : вид пара не оказывает влияния на пораженность озимой пшеницы корневой гнилью, и, следовательно, колебание соотношений сильно и слабо пораженных полей в каждой колонке таблицы 2×2 является случайным.

На основании нулевой гипотезы для каждой клетки таблицы вычисляют, каковы должны быть ожидаемые значения F . Для вычисления ожидаемых частот общее число полей в каждой группе умножают на ожидаемую долю слабо зараженных (58,4) или сильно зараженных (41,6) полей. Ожидаемая численность слабо зараженных полей чистого пара будет равна $F_1 = (42 \times 58,4) : 100 = 24,5$ и сильно зараженных $F_2 = (42 \times 41,6) : 100 = 17,5$; в группе занятых паров ожидаемая численность слабо зараженных полей $F_3 = (71 \times 58,4) : 100 = 41,5$ и сильно зараженных $F_4 = (71 \times 41,6) : 100 = 29,5$. Эти числа, которые носят названия ожиданий, в таблице 21 заключены в скобки.

После расчета ожиданий определяют разности между фактическими и ожидаемыми частотами (табл. 22). Суммы всех разностей по колонкам и строчкам равны нулю.

22. Разности между фактическими и ожидаемыми численностями полей ($f-F$)

| Вид пара | Заражение | | Сумма |
|----------|-----------|---------|-------|
| | слабое | сильное | |
| Чистый | 5,5 | -5,5 | 0 |
| Занятой | -5,5 | 5,5 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 |

$$\chi^2 = \sum \frac{(f-F)^2}{F} = \frac{(5,5)^2}{24,5} + \frac{(-5,5)^2}{17,5} + \frac{(-5,5)^2}{41,5} + \frac{(5,5)^2}{29,5} = 1,23 + 1,74 + 0,73 + 1,02 = 4,72 \text{ при } (c-1)(k-1) = (2-1)(2-1) = 1$$

степени свободы. Теоретическое значение $\chi^2_{05} = 3,84$ (по табл. 4 приложений).

Вывод. Наблюдается существенное увеличение зараженности посевов пшеницы при посеве ее по занятым парам ($\chi^2_{\text{факт}} > \chi^2_{05}$), и нулевая гипотеза о независимости заражения посевов от вида пара отвергается.

Использование критерия χ^2 при работе с таблицами состава 2×2 требует, чтобы ни одно из ожиданий не было меньше 5. Если теоретические численности невелики, то, до того как вычислять χ^2 , все разности ($f-F$) уменьшают на 0,5, приближая их к нулю (поправка Ййтса). В нашем примере, если ввести поправку Ййтса, вычисления приобретают следующий вид:

$$\chi^2 = \frac{5,0^2}{24,5} + \frac{(-5,0)^2}{17,5} + \frac{(-5,0)^2}{41,5} + \frac{5,0^2}{29,5} = 3,90.$$

Пример 5. На 260 полях ячменя учтен урожай и проведен подсчет зараженности почвы проволочником (Д. Д. Финни, 1957). Поля разбиты на две группы по урожайности и на четыре группы по зараженности проволочником (табл. 23). Зависит ли урожай ячменя от степени зараженности проволочником?

Решение. H_0 : урожай не зависит от степени зараженности и колебание соотношений удовлетворительных и неудовлетворительных урожаев в каждой колонке таблицы является случайным.

На основе нулевой гипотезы вычисляют ожидаемые частоты для каждой клетки таблицы. Число полей с удовлетворительным урожаем при слабой зараженности должно быть

$$F_1 = \frac{77,7}{100} \cdot 109 = 84,7,$$

умеренной —

$$F_2 = \frac{77,7}{100} \cdot 77 = 59,8,$$

сильной —

$$F_3 = \frac{77,7}{100} \cdot 48 = 37,3$$

и весьма сильной —

$$F_4 = \frac{77,7}{100} \cdot 26 = 20,2.$$

Число полей с неудовлетворительным урожаем при слабой зараженности

$$F_5 = \frac{22,3}{100} \cdot 109 = 24,3,$$

умеренной —

$$F_6 = \frac{22,3}{100} \cdot 77 = 17,2,$$

сильной —

$$F_7 = \frac{22,3}{100} \cdot 48 = 10,7$$

и весьма сильной —

$$F_8 = \frac{22,3}{100} \cdot 26 = 5,8.$$

Ожидаемые числа в таблице 23 заключены в скобки.

Теоретическое значение $\chi^2_{об} = 7,8$ (по табл. 4 приложений).

Вывод. Наблюдается существенная зависимость урожаев ячменя от степени зараженности почвы проволочником ($\chi^2_{факт} > \chi^2_{об}$), и нулевая гипотеза отвергается.

Пример 6. Апробацией семенников клевера красного установлено распределение 110 стеблей по числу междоузлий:

23. Урожай ячменя в связи с заражением почвы проволочником и вычисление ожидаемой численности полей F по таблице 2×4

| Урожай | Заражение | | | | Сумма | Процент |
|----------------------|-----------------|--------------------|------------------|------------------------|-------|---------|
| | слабое (балл 1) | умеренное (балл 2) | сильное (балл 3) | очень сильное (балл 4) | | |
| Удовлетворительный | 94(84,7) | 62(59,8) | 31(37,3) | 15(20,2) | 202 | 77,7 |
| Неудовлетворительный | 15(24,3) | 15(17,2) | 17(10,7) | 11(5,8) | 58 | 22,3 |
| Сумма | 109 | 77 | 48 | 26 | 260 | 100,0 |
| Процент | 41,9 | 29,6 | 18,5 | 10,0 | -- | 100,0 |

Разности между фактическими и ожидаемыми численностями полей ($f-F$)

| Урожай | Заражение | | | | Сумма |
|----------------------|-----------|-----------|---------|---------------|-------|
| | слабое | умеренное | сильное | очень сильное | |
| Удовлетворительный | 9,3 | 2,2 | -6,3 | -5,2 | 0 |
| Неудовлетворительный | -9,3 | -2,2 | 6,3 | 5,2 | 0 |
| Сумма | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

$$\chi^2 = \frac{9,3^2}{84,7} + \frac{2,2^2}{59,8} + \frac{(-6,3)^2}{37,3} + \frac{(-5,2)^2}{20,2} + \frac{(-9,3)^2}{24,3} + \frac{(-2,2)^2}{17,2} + \frac{6,3^2}{10,7} + \frac{5,2^2}{5,8} = 15,70 \text{ при } (k-1) (k-1) =$$

$$= (2-1) (4-1) = 3 \text{ степенях свободы.}$$

Необходимо проверить соответствие эмпирического распределения нормальному по критерию χ^2 .

Решение. Прежде всего по данным эмпирического распределения частот f необходимо определить теоретически ожидаемые частоты F , которые следуют нормальному распределению, а затем установить степень соответствия фактических и ожидаемых частот по критерию хи-квадрат.

Расчеты проводят в таком порядке (табл. 24):

24. Вычисление теоретических частот (F) и критерия соответствия эмпирического распределения нормальному (χ^2)

| x | f | $t = \frac{x - \bar{x}}{s}$ | $\Phi(t)$ | F | $(f - F)$ | $(f - F)^2$ | $\frac{(f - F)^2}{F}$ |
|-------|-----|-----------------------------|-----------|-------|-----------|-------------|-----------------------|
| 4 | 6 | 1,80 | 0,0790 | 4,5 | — | — | — |
| 5 | 10 | | 0,1758 | 10,1 | | | |
| 6 | 28 | | 0,2966 | 17,2 | | | |
| 7 | 10 | 0,26 | 0,3867 | 22,4 | —12,4 | 153,76 | 0,86 |
| 8 | 12 | 0,26 | 0,3867 | 22,4 | —10,4 | 108,16 | 4,83 |
| 9 | 29 | 0,77 | 0,2966 | 17,2 | 11,8 | 139,24 | 8,10 |
| 10 | 10 | 1,28 | 0,1758 | 10,1 | —0,1 | 0,01 | 0,00 |
| 11 | 3 | 1,80 | 0,0790 | 4,5 | —1,1 | 1,21 | 0,20 |
| 12 | 2 | | 0,0270 | 1,6 | | | |
| Сумма | 110 | — | — | 100,0 | — | — | 26,90 = χ^2 |

1. По формулам для сгруппированных данных определяют \bar{x} и s :

$$\bar{x} = \frac{\sum fX}{n} = \frac{(6 \times 4) + (10 \times 5) + \dots + (2 \times 12)}{110} = 7,5;$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum f(X - \bar{x})^2}{n - 1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6(4 - 7,5)^2 + 10(5 - 7,5)^2 + \dots + 2(12 - 7,5)^2}{110 - 1}} = 1,93.$$

2. Определяют нормированное отклонение в долях стандартного отклонения:

$$t = \frac{x - \bar{x}}{s}.$$

3. По величине t в таблице 7 приложений находят $\Phi(t)$ — вероятность встречи данного значения признака x в нормально распределенной совокупности.

4. Рассчитывают теоретический ряд частот F , соответствующий данному объему выборки n , \bar{x} и s при величине интервала группировки i по формуле:

$$F = \Phi(t) \frac{n \cdot i}{s}.$$

Для нашего примера значение коэффициента

$$\frac{n \cdot i}{s} = \frac{110 \times 1}{1,93} = 57,0.$$

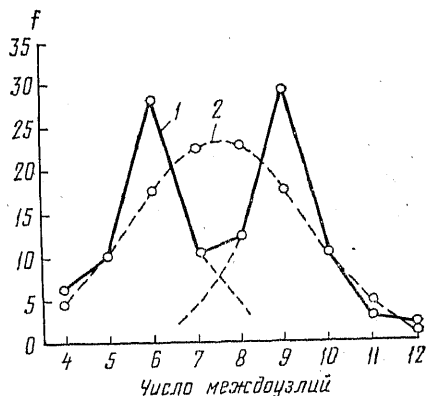
5. Объединяют крайние малочисленные группы так, чтобы значение F превышало 5, рассчитывают разности $(f - F)$, возводят их в квадрат, делят на со-

Рис. 44. Эмпирическое 1 и теоретическое 2 распределение стеблей клевера по числу междоузлий.

ответствующие теоретические частоты $(f - F)^2/F$ и полученные величины суммируют.

Сумма всех частных дает значение $\chi^2 = 26,90$ при $(k-3) = (7-3) = 4$ степенях свободы вариации. Табличное значение $\chi^2_{05} = 9,49$ (по табл. 4 приложений).

Вывод. Распределение стеблей красного клевера по числу междоузлий существенно отличается от нормального $\chi^2_{\text{факт}} > \chi^2_{05}$ и нулевая гипотеза отвергается. Апробируемый посев является, по видимому, механической смесью клеверов двух типов: раннеспелого (среднее число междоузлий около 6) и позднеспелого (среднее число междоузлий около 9) (рис. 44).



§ 5. ОЦЕНКА РАЗЛИЧИЙ МЕЖДУ ДИСПЕРСИЯМИ ПО КРИТЕРИЮ F

Существенность различий в степени вариации признаков оценивают при помощи критерия F.

Если $F_{\text{факт}} \geq F_{\text{теор}}$, то между сравниваемыми дисперсиями имеются существенные различия, когда $F_{\text{факт}} < F_{\text{теор}}$ — различия несущественны и нулевая гипотеза о равенстве сравниваемых дисперсий не отвергается. Так как числителем всегда берется большая дисперсия, то критерий F равен единице или больше ее. Теоретическое значение критерия F для принятого в исследовании уровня значимости находят по таблицам 2—3 приложений с учетом числа степеней свободы сравниваемых дисперсий.

На сравнении дисперсий построен важный статистический метод, получивший название дисперсионного анализа, основы которого рассмотрены ниже.

Глава 18 ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

§ 1. ОСНОВЫ МЕТОДА

Дисперсионный анализ разработан и введен в практику сельскохозяйственных и биологических исследований английским ученым Р. А. Фишером, который открыл закон распределения отношения средних квадратов (дисперсий):

$$\frac{\text{средний квадрат выборочных средних}}{\text{средний квадрат объектов}} = \frac{s_1^2}{s_2^2} = F.$$

Дисперсионный анализ широко используется для планирования эксперимента и статистической обработки его данных. Если в недалеком прошлом считали, что роль математика состоит лишь в анализе экспериментальных данных, то работы Р. А. Фишера коренным образом изменили эту точку зрения, и в настоящее время статистическое планирование опыта в соответствии с требованиями дисперсионного анализа и математическая интерпретация результатов — неперенные условия успешного получения ответов на вопросы, интересующие экспериментатора. Статистически обоснованный план эксперимента определяет и метод математического анализа результатов. Поэтому современный эксперимент нельзя правильно спланировать, не зная основ дисперсионного анализа.

При дисперсионном анализе одновременно обрабатывают данные нескольких выборок (вариантов), составляющих единый статистический комплекс, оформленный в виде специальной рабочей таблицы. Структура статистического комплекса и его последующий анализ определяются схемой и методикой эксперимента.

Сущностью дисперсионного анализа является расчленение общей суммы квадратов отклонений и общего числа степеней свободы на части — компоненты, соответствующие структуре эксперимента, и оценка значимости действия и взаимодействия изучаемых факторов по F-критерию.

Если обрабатывают однофакторные статистические комплексы, состоящие из нескольких независимых выборок, например l -вариантов в вегетационном опыте, то общая изменчивость результативного признака, измеряемая общей суммой квадратов S_x , расчленяется на два компонента: варьирование между выборками (вариантами) S_v и внутри выборок S_z . Следовательно, в общей форме изменчивость признака может быть представлена выражением:

$$S_x = S_v + S_z.$$

Здесь вариация между выборками (вариантами) представляет ту часть общей дисперсии, которая обусловлена действием изучаемых факторов, а дисперсия внутри выборок характеризует случайное варьирование изучаемого признака, т. е. ошибку эксперимента.

Общее число степеней свободы $(N-1)$ также расчленяется на две части — степени свободы для вариантов $(l-1)$ и для случайного варьирования $(N-l)$:

$$N-1 = (l-1) + (N-l).$$

Если обрабатывают однофакторные сопряженные статистические комплексы, когда выборки (варианты) связаны каким-то общим контролируемым условием, например наличием n организованных повторений в полевом опыте, общая сумма квад-

ратов разлагается на три части: варьирование повторений C_P , вариантов C_V и случайное C_Z . В подобных случаях общая изменчивость и общее число степеней свободы могут быть представлены выражениями:

$$C_V = C_P + C_V + C_Z;$$

$$(N-1) = (n-1) + (l-1) + (n-1)(l-1).$$

Суммы квадратов отклонений по данным полевого опыта — статистического комплекса с l -вариантами и n -повторениями — находят обычно в такой последовательности. В исходной таблице определяют суммы по повторениям P , вариантам V и общую сумму всех наблюдений ΣX . Затем вычисляют:

- 1) общее число наблюдений $N = ln$;
- 2) корректирующий фактор (поправку) $C = (\Sigma X)^2 : N$;
- 3) общую сумму квадратов $C_Y = \Sigma X^2 - C$;
- 4) сумму квадратов для повторений $C_P = \Sigma P^2 : l - C$;
- 5) сумму квадратов для вариантов $C_V = \Sigma V^2 : n - C$;
- 6) сумму квадратов для ошибки (остаток) $C_Z = C_Y - C_P - C_V$.

Две последние суммы квадратов C_V и C_Z делят на соответствующие им степени свободы, т. е. приводят к сравниваемому виду — одной степени свободы вариации. В результате получают два средних квадрата (дисперсии):

$$\text{вариантов } s_V^2 = \frac{C_V}{l-1} \quad \text{и} \quad \text{ошибки } s^2 = \frac{C_Z}{(n-1)(l-1)}.$$

Эти средние квадраты и используют в дисперсионном анализе для оценки значимости действия изучаемых факторов. Оценка проводится путем сравнения дисперсии вариантов s_V^2 с дисперсией ошибки s^2 по критерию $F = s_V^2 / s^2$. Таким образом, за базу — единицу сравнения принимают средний квадрат случайной дисперсии, которая определяет случайную ошибку эксперимента. При этом проверяемой нулевой гипотезой служит предположение: все выборочные средние являются оценками одной генеральной средней и, следовательно, различия между ними несущественны. Если $F_{\text{факт}} = s_V^2 / s^2 < F_{\text{теор}}$, то нулевая гипотеза $H_0 : d = 0$ не отвергается; между всеми выборочными средними нет существенных различий, и на этом проверка заканчивается. Нулевая гипотеза отвергается, когда $F_{\text{факт}} = s_V^2 / s^2 \geq F_{\text{теор}}$. В этом случае дополнительно оценивают существенность частных различий по НСР и определяют, между какими средними имеются значимые различия.

Теоретическое значение критерия F для принятого в исследовании уровня значимости находят по таблицам 2—3 приложений с учетом числа степеней свободы для дисперсии вариантов и случайной дисперсии. В большинстве случаев избирают 5%-ный, а при более строгом подходе 1%-ный или даже 0,1%-ный уровень значимости.

При наличии общих принципов возможны разные модели, или конкретные схемы, дисперсионного анализа, отражающие

25. Общая схема дисперсионного анализа однофакторных экспериментов (комплексов)

| Вид эксперимента | Сумма квадратов (в числителе) и степени свободы (в знаменателе) | | | | |
|--|---|--------------------|-------------------|-------------------|--------------------------|
| | общая | повторений (рядов) | столбцов | вариантов | остаток (ошибки) |
| Веgetационные и полевые опыты, проведенные методом неорганизованных повторений (полная рендомизация) | $\frac{C_V}{N-1}$ | — | — | $\frac{C_V}{l-1}$ | $\frac{C_Z}{N-1}$ |
| Полевые и вегетационные опыты, проведенные методом организованных повторений | $\frac{C_V}{N-1}$ | $\frac{C_P}{n-1}$ | — | $\frac{C_V}{l-1}$ | $\frac{C_Z}{(n-1)(l-1)}$ |
| Латинский квадрат | $\frac{C_V}{N-1}$ | $\frac{C_P}{n-1}$ | $\frac{C_C}{n-1}$ | $\frac{C_V}{n-1}$ | $\frac{C_Z}{(n-1)(n-2)}$ |
| Латинский прямоугольник | $\frac{C_V}{N-1}$ | $\frac{C_P}{n-1}$ | $\frac{C_C}{n-1}$ | $\frac{C_V}{l-1}$ | $\frac{C_Z}{(n-1)(l-2)}$ |

условия и методику проведения эксперимента. Общая схема дисперсионного анализа однофакторных комплексов дана в таблице 25. Здесь N — общее число наблюдений, l — число вариантов, n — число повторений, рядов и столбцов. Делением суммы квадратов для вариантов C_V и остатка C_Z на соответствующее число степеней свободы получают средние квадраты s_v^2 и s^2 , необходимые для расчета критерия F .

Здесь необходимо подчеркнуть, что все суммы квадратов — положительные числа. Отрицательное значение суммы означает, что допущена ошибка, которую следует исправить.

Из данных таблицы 25 видно, что для каждого вида эксперимента имеется определенная математическая модель, или схема дисперсионного анализа. Так, урожай с единичной делянки полевого опыта или сосуда вегетационного опыта, проведенных методом неорганизованных повторений, может рассматриваться состоящим из двух компонентов: связанного с вариантом и случайного компонента, связанного с ошибкой. В долевом опыте, поставленном методом организованных повторений, компонентов варьирования урожая будет уже три: повторение, вариант и ошибка; в латинском квадрате и прямоугольнике — четыре: ряд, столбец, вариант и ошибка.

Ясное представление о математической модели дисперсионного анализа облегчает понимание необходимых вычислитель-

ных операций, особенно при обработке данных многофакторных опытов, в которых больше источников варьирования, чем в простых, однофакторных опытах. Например, в двухфакторном опыте, поставленном методом обычных повторений, сумма квадратов для вариантов C_V расчлениется на три, а в трехфакторном — на семь компонентов. Общая сумма квадратов для этих опытов будет представлена следующими выражениями (в скобках указаны суммы квадратов для изучаемых факторов A , B , C и их взаимодействия):

$$C_V = (C_A + C_B + C_{AB}) + C_P + C_Z;$$

$$C_V = (C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC}) + C_P + C_Z.$$

Соответственно указанным компонентам варьирования результативного признака разлагают и общее число степеней свободы.

Часто многофакторные опыты закладывают по методу сложных, или расщепленных, делянок. В этом случае не все сравнения можно провести с одинаковой степенью точности. Неравноточность различных сравнений, вытекающая из расположения вариантов на расщепленной делянке, требует расслоения ошибки опыта в соответствии с составляющими ее компонентами: на ошибку для вариантов, размещенных на делянках первого порядка C_{ZI} , на ошибку для делянок второго порядка C_{ZII} и т. д. Эти ошибки и используют затем для оценки действия и взаимодействия факторов. Например, для двух- и трехфакторных полевых опытов, проведенных соответственно с двойным и тройным расщеплением делянок, общая сумма квадратов будет равна:

$$C_V = (C_A + C_B + C_{AB}) + C_P + C_{ZI} + C_{ZII};$$

$$C_V = (C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC}) + \\ + C_P + C_{ZI} + C_{ZII} + C_{ZIII}.$$

Таким образом, в опытах с расщепленными делянками оценка существенности различий будет опираться не на одну остаточную сумму квадратов C_Z , как это было во всех предшествующих примерах, а на суммы квадратов, рассчитанные для делянок первого, второго и третьего порядков.

Для упрощения расчетов сумм квадратов, особенно при отсутствии вычислительной машины, исходные даты обычно преобразуют (кодируют) путем вычитания из результатов измерений условного начала A — одного и того же целого числа, близкого к среднему урожаю по опыту \bar{x} . Изменение начала отсчета не оказывает влияния на суммы квадратов и позволяет работать с малозначными цифрами.

Дисперсионный анализ дает возможность получить представление о степени, или доле влияния того или иного фактора в

общей дисперсии признака, которую принимают за единицу или 100%, а именно:

$$\eta_V^2 = \frac{C_V}{C_Y} \text{ — влияние вариантов;}$$

$$\eta_P^2 = \frac{C_P}{C_Y} \text{ — влияние повторений;}$$

$$\eta_Z^2 = \frac{C_Z}{C_Y} \text{ — влияние случайных факторов;}$$

$$\eta_V^2 + \eta_P^2 + \eta_Z^2 = 1,0 \text{ (или 100\%)} \text{ — влияние всех факторов.}$$

Отношение сумм квадратов вариантов, повторений и остатка к общему варьированию, обозначенное здесь соответственно η_V^2 , η_P^2 , η_Z^2 , показывает долю участия отдельных факторов в общей изменчивости признака. При этом $\eta_V = \sqrt{\eta_V^2} = \sqrt{C_V/C_Y}$ корреляционное отношение, характеризующее тесноту связи результативного признака с факториальным, а η_V^2 — индекс детерминации, показывающий долю его варьирования под воздействием изучаемых факторов.

Дисперсионный анализ быстро вошел в употребление при обработке экспериментальных данных благодаря следующим основным преимуществам его перед методом попарных сравнений по критерию Стьюдента:

1) вместо индивидуальных ошибок, средних по каждому варианту, в дисперсионном анализе используется обобщенная ошибка средних, которая опирается на большее число наблюдений и, следовательно, является более надежной базой для оценок;

2) методом дисперсионного анализа можно обрабатывать данные простых и сложных, однолетних и многолетних, однофакторных и многофакторных опытов;

3) дисперсионный анализ позволяет избежать громоздких вычислений при большом числе вариантов в опыте и позволяет компактно в виде существенных разностей представить итоги статистической обработки.

Современная теория планирования эксперимента и статистический анализ базируются на принципах рендомизации. Теория требует, чтобы все наблюдения были независимы. В этом случае дисперсионный анализ дает правильную, несмещенную оценку ошибки эксперимента. Следовательно, если опыт не рендомизирован, то экспериментатор может получить смещенную оценку ошибки опыта, и обычно используемые в дисперсионном анализе критерии значимости теряют законную силу и не могут использоваться в качестве аргументов строго статистического доказательства эффектов вариантов.

Дисперсионный анализ невозможен для простых вегетационных или полевых опытов, проведенных без повторностей. Минимум повторностей — две, однако в этом случае, особенно в полевых опытах, получаются большие ошибки и статистически

не доказываются даже значительные эффекты вариантов. Поэтому однофакторные опыты проводят обычно в 4—6-кратной повторности.

Многофакторный дисперсионный анализ в принципе возможен для факториальных опытов, заложенных без повторностей. В этом случае в качестве основы для вычисления ошибки опыта и $НСР_{05}$ используется сумма квадратов для взаимодействия, которая включает и случайную дисперсию. Общая сумма квадратов для двухфакторного и трехфакторного опытов без повторностей будет представлена выражениями:

$$C_Y = C_A + C_B + C_{AB+Z};$$

$$C_Y = C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC+Z}.$$

Важно подчеркнуть следующую общую закономерность, обоснованную теоретически и экспериментально: *эффекты взаимодействия факторов по мере возрастания их порядков убывают (эффект $AB > ABC > ABCD$ и т. д.)*

При этом парные взаимодействия, которые называют взаимодействиями первого порядка, дают обычно значительные, а взаимодействия более высоких порядков между тремя и более факторами, как правило, незначительные и статистически несущественные эффекты (прибавки урожая). Следовательно, экспериментатор теряет ценную информацию, если многофакторный опыт не позволяет определить парные взаимодействия, и менее ценную, если жертвует взаимодействиями более высоких порядков, которые в опытах без повторностей отождествляются, смешиваются со случайными ошибками. Незначимость взаимодействий высших порядков положена в основу теории метода смешивания, объединения вариантов в специальные блоки при постановке сложных многофакторных полевых опытов.

Итак, многофакторные опыты без повторностей можно обрабатывать методом дисперсионного анализа. Это, однако, не означает, что такие опыты следует ставить без повторностей. Экспериментатор должен четко представлять, что в двухфакторных опытах без повторностей теряется ценная информация о парных взаимодействиях, а объединение эффектов взаимодействия с остаточной дисперсией ведет к резкому увеличению ошибки и снижению разрешающей способности опыта. Величина $НСР_{05}$ в таких опытах возрастает настолько, что статистически не доказываются даже очень значительные разности по вариантам. Другая опасность постановки многофакторных опытов без повторностей заключается в том, что случайное выпадение из учета хотя бы одной делянки лишает экспериментатора возможности статистически обработать полученные данные. Вот почему многофакторные опыты без повторностей нужно рекомендовать лишь для рекогносцировочных, временных опытов.

§ 2. ОЦЕНКА СУЩЕСТВЕННОСТИ РАЗНОСТЕЙ МЕЖДУ СРЕДНИМИ

Критерий F устанавливает только факт наличия существенных различий между средними, но не указывает, между какими средними имеются эти различия. Поэтому, если общая оценка по критерию F устанавливает наличие вариантов, существенно отличающихся от остальных ($F_{\text{факт}} \geq F_{\text{теор}}$), и нулевая гипотеза о равенстве параметров изучаемых совокупностей отвергается, то необходимо определить, к каким вариантам относятся существенные различия. Когда $F_{\text{факт}} < F_{\text{теор}}$ и, следовательно, нулевая гипотеза не отвергается, оценку частных различий не проводят. В этом случае все различия между любыми парами находятся в пределах ошибки опыта.

В практике опытной работы используется несколько методов для оценки существенности разности между средними. Рассмотрим наиболее распространенные из них.

1. Оценка значимости разности между средними по наименьшей существенной разности (НСР). Если в опыте l вариантов, то можно определить $\frac{l(l-1)}{2}$

разностей между средними, среди которых могут быть существенные и несущественные различия. Критерий НСР = ts_d указывает предельную ошибку для разности двух выборочных средних. Если фактическая разность $d \geq \text{НСР}$, то она существенна, значима, а если $d < \text{НСР}$ — несущественна, незначима.

Чтобы определить НСР, необходимо по данным дисперсионного анализа вычислить:

$$\text{обобщенную ошибку средней } s_x = \sqrt{s^2 \cdot n};$$

$$\text{ошибку разности средних } s_d = \sqrt{2s^2 \cdot n}. *$$

В опытной работе чаще всего проводят попарные сравнения средних по вариантам и вычисляют ошибку разности по приведенной выше формуле. Но иногда, например, когда в опыте нет контрольного варианта, возникает необходимость сравнить средние урожаи опытных вариантов со средним урожаем в опыте. В этом случае ошибку разности средних вычисляют по формуле:

$$s_d = \sqrt{s^2 \frac{(l-1)}{ln}} = s_x \sqrt{\frac{l-1}{l}}.$$

Иногда приходится сравнивать группы неодинакового размера — неравномерные комплексы, в которых средние неравно-

* В. Н. Перегудов (1968) обозначает обобщенную ошибку средней буквой E или e , а ошибку разности средних — E_d или e_d (начальные буквы англ. error — ошибка и difference — разность).

точные. В этих случаях ошибку разности вычисляют по формуле:

$$s_d = \sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}} = \sqrt{s^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}},$$

где s^2 — остаточный средний квадрат, который берется из таблицы дисперсионного анализа, а n_1, n_2 — число повторностей в сравниваемых группах.

Если $n_1 = n_2$, то формула приобретает вид:

$$s_d = \sqrt{s^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}} = \sqrt{s^2 \frac{2n}{n^2}} = \sqrt{\frac{2s^2}{n}}.$$

Подставляя значение s_d в формулу НСР, получим:

$$\text{НСР}_{05} = t_{05} s_d; \quad \text{НСР}_{05} \% = \frac{t_{05} s_d}{x} 100;$$

$$\text{НСР}_{01} = t_{01} s_d; \quad \text{НСР}_{01} \% = \frac{t_{01} s_d}{x} 100.$$

Значение критерия t для принятого уровня значимости и числа степеней свободы остаточной дисперсии берут из таблицы 1 приложений. Индексами при НСР и t записаны показатели уровня значимости (5 и 1%-ный). Напомним, что 5%-ному уровню значимости соответствует 95%-ный уровень вероятности, 1%-ному — 99%-ный.

Разности между средними, которые больше НСР_{05} , считаются существенными с 5%-ным уровнем значимости и обозначаются одной звездочкой (*), больше НСР_{01} — существенными с 1%-ным уровнем значимости и обозначаются двумя звездочками (**).

1. Оценка значимости разностей между средними по величине утроенной ошибки средней, т. е. $3s_{\bar{x}}$, или $3E$ (по В. Н. Перегудову). Обобщенная ошибка средней $s_{\bar{x}}$ определяется на основе остаточного среднего квадрата $s_{\bar{x}} = \sqrt{s^2 : n}$. Утроенная величина этой ошибки и принимается за критерий существенности. Если фактические разности $d \geq 3s_{\bar{x}}$ то они существенны на 5%-ном уровне, а если $d < 3s_{\bar{x}}$ — несущественны.

Когда в опыте с 4—6-кратной повторностью много вариантов, например в сортоиспытании, то применение критерия $3s_{\bar{x}}$ обоснованно. Но для опытов с 2—6 вариантами при 3—4-кратной повторности эта оценка дает преувеличенное число существенных разностей.

Сказанное станет понятным, если рассмотреть, как возникает критерий $3s_{\bar{x}}$, или $3E$.

Дисперсионный анализ дает обобщенную, одинаковую для всех средних ошибку $s_{\bar{x}} = s_{\bar{x}_1} = s_{\bar{x}_2} = \dots = s_{\bar{x}_n}$ и, следовательно, единую ошибку разности средних:

$$s_d = \sqrt{\frac{s^2}{x_1} + \frac{s^2}{x_2}} = \sqrt{2s^2} = 1,414s_{\bar{x}}.$$

При числе степеней свободы для остатка $\nu_2 \geq 16$, когда $t_{05} = 2,12$, наименьшая существенная разность на 5%-ном уровне значимости равна: $НСР_{05} = t_{05} s_d = 2,12 \times 1,414 s_{\bar{x}} = 2,99 s_{\bar{x}}$, или, округленно, $3 s_{\bar{x}}$.

Таким образом, утроенная ошибка — это $НСР_{05}$ для опытов с $\nu_2 \geq 16$. Когда $\nu_2 < 16$, то коэффициент перед s возрастает и особенно сильно, если остаточное число степеней свободы снижается до 2—7, что и наблюдается в опытах с небольшим числом вариантов. В этих случаях сама величина ошибки $s_{\bar{x}}$ становится ненадежной базой для оценки, и поэтому для получения критерия существенности на прежнем 5%-ном уровне перед s В. Н. Перегудов рекомендует ставить следующие коэффициенты:

| Остаточное число степеней свободы | 2 | 3 | 4 | 5 | 6—7 | 8—9 | 10—12 | 13—15 | 16 и более |
|-----------------------------------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|------------|
| Коэффициент при $s_{\bar{x}}$ | 6,08 | 4,50 | 3,93 | 3,64 | 3,40 | 3,23 | 3,11 | 3,04 | 3,00 |

Таким образом, применение критерия $3s_{\bar{x}}$, или $3E$, обосновано для числа степеней свободы остаточной дисперсии $\nu \geq 16$, когда $3s_{\bar{x}} = НСР_{05}$. Если $\nu_2 < 16$, то использование утроенной ошибки для оценки разности между средними, что часто делается при статистической обработке опытов с небольшим числом вариантов, неправомерно; такая оценка различий между средними дает сильно преувеличенное количество существенных разностей. В этих случаях перед $s_{\bar{x}}$ необходимо ставить коэффициенты, приведенные выше, которые в 1,5—2 раза могут превосходить число 3.

При использовании дисперсионного анализа в практике экспериментальной работы существенные разности между средними чаще всего определяют по $НСР_{05}$. Этот критерий и принят нами при оценке частных различий. Для ориентировочных расчетов можно использовать упрощенный критерий $3s_{\bar{x}}$, или $3E$.

В системе государственного сортоиспытания сельскохозяйственных культур на основе $НСР_{05}$, или $3E$, все сорта распределяются на три группы: I группа — отклонения средних урожаев от стандарта (контроля) с положительным знаком больше $НСР_{05}$; II группа — отклонения с положительным или отрицательным знаком не выходят за пределы $НСР_{05}$; III группа — отклонения с отрицательным знаком больше по абсолютной величине $НСР_{05}$.

Распределение вариантов на три группы по величине существенной разности целесообразно использовать и в агротехнических опытах.

Чтобы уяснить смысл правильного использования наименьшей существенной разности при оценке результатов опытов, воспользуемся следующей аналогией. Если весы с ценой деления ± 1 кг, то, применяя их, нельзя взвесить массу меньше этой ве-

личины или, скажем, с погрешностью ± 10 г; разрешающая способность измерительного устройства не позволяет этого сделать. Подобно этому, если в эксперименте получена $НСР_{05} = 3$ ц/га, то она и является своеобразной *ценой деления, разрешающей способностью данного опыта при оценке разности выборочных средних*. Нельзя считать разности между средними по вариантам существенными, если они меньше 3 ц/га, меньше разрешающей способности данного опыта. Это очевидное положение, к сожалению, иногда забывают и статистически несущественные разности — «прибавки урожая» обчитывают экономически, распространяя их на большие площади.

Часто статистические термины «ошибка», «предельная ошибка разности», «утроенная ошибка» вводят в заблуждение начинающих исследователей. Они полагают, что в опытной работе ошибки недопустимы и если они есть, — это результат недостаточной тщательности в измерениях. Это далеко не так. Статистические ошибки, или ошибки выборочности (репрезентативности), в экспериментальной работе неизбежны, так как выводы о совокупности исследователь практически всегда делает с определенной долей риска на основе изучения небольших выборок. Очевидно, что все учеты и измерения надо делать точно и добросовестно, не допуская систематических и грубых ошибок или промахов, источником которых действительно является недостаток внимания, аккуратности и тщательности наблюдателя. При всяких исследованиях грубые и односторонние систематические ошибки должны быть исключены.

§ 3. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Правильное использование дисперсионного анализа для обработки экспериментального материала предполагает однородность дисперсий по вариантам (выборкам), нормальное или близкое к нему распределение варьирующих величин, значения которых получают независимо одно от другого. В агрономических исследованиях независимость сравнения достигается рендомизированным размещением вариантов в опыте и случайным отбором проб в выборку. Когда есть основания предполагать неоднородность дисперсий по выборкам, о чем обычно свидетельствуют большие различия в варьировании по вариантам, например при учете сорняков, энто- и фитофауны, то рекомендуется преобразовать (трансформировать) исходные даты. Трансформация дает возможность уменьшить пределы варьирования, устранить неоднородность дисперсий по выборкам и провести сравнение результатов более точно.

Наиболее подходящие и чаще всего применяемые преобразования следующие:

1) логарифмические, когда каждое значение X трансформируется в $\lg X$ или в $\lg(X+1)$, если некоторые наблюдения равны нулю;

2) трансформация данных подсчета численности путем извлечения квадратного корня из X , т. е. \sqrt{X} или $\sqrt{X+1}$, когда некоторые наблюдения дают нулевые или очень небольшие значения;

3) трансформация X в «угол - арксинус $\sqrt{\text{процент}}$ » (по табл. 5 приложений), когда наблюдаемые величины выражены в процентах, например пораженность растений болезнями и вредителями, или при изучении силы действия повреждающих факторов на биологические объекты, в пробиты и эквивалентные углы. Преобразование процентов можно не проводить, если все значения лежат в пределах между 15 и 85, но, если имеются значения, близкие к 0 и 100, когда вариация сильно снижается, необходимы преобразования, позволяющие провести сравнения результатов более точно.

Преобразованные значения обрабатывают по схеме дисперсионного анализа и после оценки существенности частных различий переходят обратно к первоначальным единицам измерения. Средние, полученные в процессе преобразования, будут несколько отличаться от средних, полученных по исходным данным, но разница обычно невелика, и более правильным средним будет значение, полученное обратным переходом.

§ 4. ПРОСТОЙ ПРИМЕР ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА

Для уяснения логики дисперсионного анализа воспользуемся искусственно построенной моделью однофакторного вегетационного опыта, в котором сравниваются два варианта ($l=2$). Каждый из вариантов изучается в четырех сосудах ($n=4$). Общее число наблюдений в опыте $N=ln=2 \times 4=8$. Рендомизация неконтролируемых условий и независимость вариантов (выборок) в вегетационных опытах обеспечивается периодическим перемещением сосудов на вагонетках. Допустим, что в опыте получены такие урожаи (г/сосуд).

| Варианты | Урожай, X | Суммы по вариантам, V | Средние по вариантам, \bar{x}_i |
|-----------------------------|-------------|-------------------------|-----------------------------------|
| 1 | 7 7 9 5 | 28 | $7 = \bar{x}_1$ |
| 2 | 3 1 5 3 | 12 | $3 = \bar{x}_2$ |
| Общая сумма $40 = \Sigma X$ | | | $5 = \bar{x}$ |

В этом эксперименте возможна лишь одна группировка исходных дат — по вариантам. Находим суммы и средние по вариантам, общую сумму и общую среднюю по опыту.

Варьирование урожаев, т. е. отклонение их от общей средней ($X - \bar{x}$), обусловлено здесь двумя компонентами — эффектами вариантов и случайным варьированием. Других источников вариации урожаев в однофакторном вегетационном опыте нет. Сле-

довательно, общее варьирование C_Y , которое измеряется суммой квадратов отклонений урожаев от общей средней $\Sigma(X-\bar{x})^2$, состоит из варьирования вариантов C_V и случайного C_Z . Модель дисперсионного анализа данных этого опыта: $C_Y = C_V + C_Z$.

Определяем общую сумму квадратов отклонений:

$$C_Y = \Sigma(X - \bar{x})^2 = (7 - 5)^2 + (7 - 5)^2 + \dots + (3 - 5)^2 = 48.$$

Для определения суммы квадратов отклонений по вариантам вместо каждой даты X в таблицу урожаев подставляем средние соответствующих вариантов (для первого варианта 7 и второго 3).

| Варианты | Урожай | Суммы по вариантам, V | Средние \bar{x} |
|-------------|---------|-------------------------|-------------------|
| 1 | 7 7 7 7 | 28 | $7 = \bar{x}_1$ |
| 2 | 3 3 3 3 | 12 | $3 = \bar{x}_2$ |
| Общая сумма | | $40 = \Sigma X$ | $5 = \bar{x}$ |

Подставляя вместо фактических данных X средние по вариантам \bar{x}_V , мы тем самым устраняем случайную вариацию внутри вариантов (выборки).

Сумму квадратов отклонений для вариантов находим по соотношению:

$$C_V = \Sigma(\bar{x}_V - \bar{x})^2 = (7 - 5)^2 + (7 - 5)^2 + \dots + (3 - 5)^2 = 32.$$

Разность между общим варьированием и варьированием вариантов дает сумму квадратов отклонений для ошибки:

$$C_Z = C_Y - C_V = 48 - 32 = 16.$$

Общее число степеней свободы $N - 1 = 8 - 1 = 7$ также расчлняется на две части: степени свободы для вариантов $l - 1 = 2 - 1 = 1$ и ошибок $N - l = 8 - 2 = 6$.

Для вычисления фактического критерия существенности находим два средних квадрата (дисперсии):

$$\text{для вариантов } s^2_V = \frac{C_V}{l - 1} = \frac{32}{2 - 1} = 32,00$$

$$\text{для ошибки } s^2 = \frac{C_Z}{N - l} = \frac{16}{8 - 2} = 2,66.$$

Определяем критерий существенности:

$$F_\Phi = \frac{s^2_V}{s^2} = \frac{32,00}{2,66} = 12,03.$$

Сравниваем его с $F_{05} = 5,99$, который находим по таблице 2 приложений для 1 степени свободы вариантов (числитель) и

6 степеней ошибки (знаменатель). Статистическая нулевая гипотеза H_0 : между средними по вариантам нет существенных различий, отвергается $F_{\phi} > F_{05}$. Следовательно, выборочные средние \bar{x}_1 и \bar{x}_2 существенно различаются по урожаям на 5%-ном уровне значимости.

Определяем наименьшую существенную разность:

$$\text{НСР}_{05} = t_{05} s_d = t_{05} \sqrt{2s^2 : n} = 2,45 \sqrt{2 \cdot 2,66 : 4} = 2,8 \text{ г/сосуд.}$$

Теоретическое значение критерия $t_{05} = 2,45$ находим по таблице 1 приложений для 6 степеней свободы ошибки и 5%-ного уровня значимости.

Разность между средними $d = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 7 - 3 = 4$ г/сосуд больше предельной ошибки разности средних ($d > \text{НСР}_{05}$), и, следовательно, средние существенно различаются.

Рассмотрим теперь схему дисперсионного анализа простой модели однофакторного полевого опыта, заложенного, допустим, методом рендомизированных повторений. Для этой цели воспользуемся цифровыми данными приведенного выше примера.

Для полевого опыта, проведенного методом рендомизированных повторений, возможна уже двойная группировка исходных данных в таблице для дисперсионного анализа: по повторениям и вариантам. Схема группировки и вычисления соответствующих сумм и средних дана ниже; она очевидна и не требует пояснений.

| Варианты | Повторения, X | | | | Суммы по вариантам V | Средние по вариантам \bar{x}_v |
|------------------------------------|---------------|----|-----|----|----------------------|----------------------------------|
| | I | II | III | IV | | |
| 1 | 7 | 7 | 9 | 5 | 28 | $7 = \bar{x}_1$ |
| 2 | 3 | 1 | 5 | 3 | 12 | $3 = \bar{x}_2$ |
| Суммы по повторениям P | 10 | 8 | 14 | 8 | $40 = \Sigma X$ | $5 = \bar{x}$ |
| Средние по повторениям \bar{x}_p | 5 | 4 | 7 | 4 | | |

В полевом опыте варианты связаны общим контролируемым условием, наличием организованных повторений. Это обязательно учитывается при построении модели дисперсионного анализа. Компонентов варьирования урожаев будет уже три — повторения C_p , варианты C_v и ошибки C_z . Схема дисперсионного анализа будет представлена выражением:

$$C_y = C_p + C_v + C_z.$$

Каждое повторение включает оба варианта, и, если бы повторения были равноплодородными и не варьировали, все суммы урожаев по ним были бы равны между собой. Для определения варьирования повторений вместо исходных дат в таблицу

урожаев подставляем средние по повторениям, находим отклонения их от общей средней и сумму квадратов отклонений:

$$C_P = \Sigma (\bar{x}_P - \bar{x}) = (5-5)^2 + (5-5)^2 + \dots + (4-5)^2 = 12.$$

| Варианты | Повторения | | | | Суммы по вариантам V | Средние по вариантам \bar{x}_V |
|------------------------------------|------------|----|-----|----|------------------------|----------------------------------|
| | I | II | III | IV | | |
| 1 | 5 | 4 | 7 | 4 | 20 | 5 |
| 2 | 5 | 4 | 7 | 4 | 20 | 5 |
| Суммы по повторениям P | 10 | 8 | 14 | 8 | 40 = ΣX | 5 = \bar{x} |
| Средние по повторениям \bar{x}_P | 5 | 4 | 7 | 4 | | |

Подставляя вместо фактических данных средние по повторениям, мы устраняем вариацию урожаев, связанную с действием вариантов и ошибки.

Сумма квадратов отклонений для вариантов нами определена ранее ($C_V=32$); случайное варьирование (ошибки) находим по разности:

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 48 - 12 - 32 = 4.$$

Общее число степеней свободы в однофакторном полевом опыте, поставленном в четырех рандомизированных повторениях, также расчленяется на три части: степени свободы для повторений, для нашего примера $(n-1)=4-1=3$; для вариантов: $(l-1)=2-1=1$ и ошибки $(n-1)(l-1)=(4-1)(2-1)=3$.

Определяем дисперсии вариантов, ошибки и критерий F :

$$s^2_V = \frac{C_V}{l-1} = \frac{32}{2-1} = 32,00;$$

$$s^2 = \frac{C_Z}{(n-1)(l-1)} = \frac{4}{(4-1)(2-1)} = 1,33;$$

$$F_\Phi = \frac{s^2_V}{s^2} = \frac{32,00}{1,33} = 24,1.$$

По таблице 2 приложений для 1 степени свободы вариантов (числитель) и 3 степеней свободы ошибки (знаменатель) находим $F_{05}=10,1$. Варианты в опыте различаются существенно $F_\Phi > F_{05}$, и нулевая гипотеза отвергается.

Наименьшая существенная разность для 5%-ного уровня значимости:

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = t_{05} \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = 3,18 \sqrt{\frac{2 \cdot 1,33}{4}} = 2,6 \text{ г/сосуд.}$$

Теоретическое значение $t_{05}=3,18$ находим по таблице 1 приложений для 3 степеней свободы ошибки и 5%-ного уровня зна-

чимости. Разность между $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 7 - 3 = 4$ г/сосуд существенна на 5%-ном уровне значимости ($d > НСР_{05}$).

Изложенный выше прямой и очевидный путь вычисления сумм квадратов отклонений приведен для уяснения логики дисперсионного анализа данных. Однако он становится довольно трудоемким и утомительным в опытах с большим числом вариантов и особенно при многозначных дробных цифрах. Расчеты будут сопряжены с ошибками, что объясняется неизбежными округлениями при вычислении средних величин и, следовательно, последующими неточными определениями разностей. Поэтому при дисперсионном анализе используют статистические способы, позволяющие упростить технику расчетов и свести их ошибки к минимуму.

При наличии настольной вычислительной машины сумму квадратов отклонений обычно определяют по фактическим данным. Если машины нет, используют способ произвольного начала (условной средней), что позволяет работать с малозначными числами.

Определим суммы квадратов отклонений, используя метод расчета их по фактическим данным, т. е. минуя вычисление средних. В этих целях воспользуемся соотношениями, приведенными на странице 244. Для нашего примера получили такие цифры: Общее число наблюдений.

$$N = ln = 2 \cdot 4 = 8.$$

Корректирующий фактор (поправку)

$$C = (\Sigma X)^2 : N = 40^2 : 8 = 200.$$

Общую сумму квадратов отклонений

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (7^2 + 7^2 + \dots + 3^2) - 200 = 248 - 200 = 48.$$

Сумму квадратов повторений

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (10^2 + 8^2 + 14^2 + 8^2) : 2 - 200 = 212 - 200 = 12.$$

Сумму квадратов для вариантов

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (28^2 + 12^2) : 4 - 200 = 232 - 200 = 32.$$

Сумму квадратов для ошибки (остаток)

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 48 - 12 - 32 = 4.$$

Итак, мы получили те же значения сумм, что и ранее, но упростили порядок их вычисления. Аналогичные данные будут получены и в том случае, когда применяется способ произвольного начала (условной средней) и все исходные данные уменьшают (или увеличивают) на одну и ту же величину A . За условную среднюю A берут целое число, близкое к среднему урожаю по опыту. Эти расчеты рекомендуем читателю проделать самостоятельно.

Глава 19

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ВЕГЕТАЦИОННОГО ОПЫТА

Вегетационные опыты чаще всего представляют собой статистические комплексы, состоящие из нескольких независимых выборок-вариантов. Независимость сопоставимых вариантов достигается регулярным перемещением сосудов на вагонетке. Следовательно, в вегетационных опытах обычно нет территориально организованных повторений. В таких случаях дисперсионный анализ данных необходимо вести как для несопряженных выборок. Когда в вегетационном опыте варианты объединяют территориально в повторения, то статистический анализ проводят так же, как и полевых опытов, поставленных методом организованных повторений.

Перед дисперсионным анализом данных вегетационного опыта ставится задача проверить статистическую нулевую гипотезу H_0 , которая формулируется так: между средними по вариантам нет существенных различий, т. е. $\bar{x}_1 = \bar{x}_2 = \dots = \bar{x}_l$, или $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = \dots = d = 0$. Кратко нулевая гипотеза записывается $H_0: d = 0$.

Ниже даны примеры дисперсионного анализа однофакторных и многофакторных вегетационных опытов, проведенных методом неорганизованных повторений.

§ 1. ОДНОФАКТОРНЫЙ ОПЫТ

В однофакторном вегетационном опыте общее варьирование результативного признака разлагается на два компонента — варьирование вариантов и случайное варьирование: $C_Y = C_V + C_Z$.

Статистический анализ данных проводят в три этапа.

1. Составляют расчетную таблицу, располагая в ней исходные данные по рядам и столбцам, определяют суммы и средние по вариантам общую сумму и среднее значение результативного признака по опыту (табл. 26).

26. Расположение данных в таблице

| Варианты | Исходные данные X | Число наблюдений n | Сумма по вариантам V | Средние по вариантам |
|----------|---------------------------------|--------------------|----------------------|------------------------|
| 1 | $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1n}$ | n_1 | V_1 | \bar{x}_1 |
| 2 | $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2n}$ | n_2 | V_2 | \bar{x}_2 |
| . | . | | . | . |
| . | . | | . | . |
| . | . | | . | . |
| l | $X_{l1}, X_{l2}, \dots, X_{ln}$ | n_l | V_l | \bar{x}_l |
| | Общая сумма | $N = \sum n$ | $\sum X = \sum V$ | $\bar{x} = \sum X / N$ |

2. Вычисляют суммы квадратов отклонений по формулам таблицы 27 и определяют фактическое значение критерия F_{ϕ} .

3. Определяют ошибку опыта и существенность частных различий.

Техника расчетов при обработке опытов с одинаковой повторностью по вариантам показана в примере 1 и с разной повторностью в примере 2.

27. Формулы для вычисления сумм квадратов отклонений, дисперсий и критерия F_{ϕ}

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{ϕ} | F_T |
|------------------------|----------------------|-----------------|-----------------|---------------|--------------|
| Общая C_T | $\Sigma X^2 - C$ | $N - 1$ | — | — | — |
| Вариантов C_V | $\Sigma V^2 : n - C$ | $l - 1$ | s^2_V | $s_V^2 : s^2$ | По таблице |
| Остаток C_Z (ошибки) | $C_T - C_V$ | $N - l$ | s^2 | — | 2 приложения |

$C = (\Sigma X)^2 : N$ или $C = \bar{x} \Sigma X$ — корректирующий фактор, поправка.

Пример 1. Обработать данные вегетационного опыта с водными культурами по изучению действия соотношения $N : P_2O_5 : K_2O$ при питании рассады томатов на урожай плодов (табл. 28). Нулевая гипотеза $H_0 : d = 0$, т. е. все различия между средними по вариантам статистически незначительны.

Решение 1. В таблице урожая подсчитывают суммы и средние по вариантам, определяют общую сумму и средний урожай в опыте (табл. 28).

2. Для вычисления сумм квадратов исходные даты целесообразно преобразовать по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условную среднюю A число 500, близкое к среднему урожаю по опыту $\bar{x} = 489,4$ (табл. 29).

28. Ранний урожай плодов (г на сосуд)

| Варианты* | Урожай, X | | | | Число наблюдений n | Суммы V | Средние |
|-----------|-----------|-----|-----|-----|--------------------|---------|---------|
| 1 (sf) | 454 | 470 | 430 | 500 | 4 | 1854 | 463,5 |
| 2 | 502 | 550 | 490 | 507 | 4 | 2049 | 512,2 |
| 3 | 601 | 670 | 550 | 607 | 4 | 2428 | 607,0 |
| 4 | 407 | 412 | 475 | 402 | 4 | 1626 | 424,0 |
| 5 | 418 | 470 | 460 | 412 | 4 | 1760 | 440,0 |

Общая сумма $20 = \Sigma n = N$ $9787 = \Sigma X$ $489,4 = \bar{x}$

* Обозначения вариантов (соотношения $N : P_2O_5 : K_2O$); 1—1:1:1 (контроль); 2—1:2:1; 3—1:2:2; 4—2:1:1; 5—2:2:1.

29. Таблица преобразованных дат

| Варианты | $X_1 = X - 500$ | | | | Суммы V | |
|----------|-----------------|-----|-----|-----|---------|--|
| 1 | -46 | -30 | -70 | 0 | -146 | |
| 2 | 2 | 50 | -10 | 7 | 49 | |
| 3 | 101 | 170 | 50 | 107 | 428 | |
| 4 | -93 | -88 | -25 | -98 | -304 | |
| 5 | -82 | -30 | -40 | -88 | -240 | |

Общая сумма $-213 = \Sigma X_1$

Вычисления суммы квадратов отклонений ведут в такой последовательности.

Общее число наблюдений $N = \sum n = 20$.

Корректирующий фактор $C = (\sum X_1)^2 : N = (213)^2 : 20 = 2268$.

Общая сумма квадратов отклонений

$$C_Y = \sum X_1^2 - C = (46^2 + 30^2 + \dots + 88^2) - 2268 = 104\,941.$$

Сумма квадратов для вариантов

$$C_V = \sum V^2 : n = (146^2 + 49^2 + \dots + 240^2) : 4 - 2268 = 86\,961.$$

Остаточную сумму квадратов, соответствующую случайному варьированию, вычисляют по разности:

$$C_Z = C_Y - C_V = 104\,941 - 86\,961 = 17\,980.$$

При наличии счетной машины суммы квадратов вычисляют непосредственно по исходным данным таблицы 28:

$$C = (\sum X)^2 : N = (9787)^2 : 20 = 4\,789\,268;$$

$$C_Y = \sum X^2 - C = (454^2 + 470^2 + \dots + 412^2) - 4\,789\,268 = 104\,941;$$

$$C_V = \sum V^2 : n - C = (1854^2 + 2049^2 + \dots + 1760^2) : 4 - 4\,789\,268 = 86\,961;$$

$$C_Z = C_Y - C_V = 104\,941 - 86\,961 = 17\,980.$$

После вычисления сумм квадратов составляют таблицу дисперсионного анализа (табл. 30).

30. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{ϕ} | F_{05} |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------|
| Общая | 104 941 | 19 | — | — | — |
| Вариантов | 86 961 | 4 | 21 740 | 18,13 | 3,06 |
| Остаток (ошибки) | 17 980 | 15 | 1 199 | — | — |

Теоретическое значение F_{05} находят по таблице 2 приложений, исходя из 4 степеней свободы для дисперсии вариантов (числитель) и 15 степеней для остатка (знаменатель). При $F_{\phi} > F_{05}$ в опыте есть существенные различия по вариантам на 5%-ном уровне значимости, и нулевая гипотеза $H_0 : d = 0$ отвергается.

3. Для оценки существенности частных различий вычисляют:

а) ошибку опыта

$$s_x = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{1199}{4}} = 17,3 \text{ г};$$

б) ошибку разности средних

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1199}{4}} = 24,5 \text{ г};$$

в) наименьшую существенную разность для 5%-ного (или 1%-ного) уровня значимости в абсолютных и относительных показателях

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = 2,13 \cdot 24,5 = 52,2 \text{ г};$$

$$HCP_{05} = \frac{t_{05} s_d}{\bar{x}} 100 = \frac{52,2}{489,4} 100 = 10,7\%;$$

Значение критерия t_{05} берут из таблицы 1 приложений для 15 степеней свободы дисперсии остатка (ошибки).

Итоги результатов опыта и статистической обработки данных записывают в таблицу 31.

Вывод. Усиленное питание рассады фосфором и калием обеспечивает получение более ранних и более высоких урожаев (соотношение 1 : 2 : 2); при усилении азотного питания имеет место тенденция к снижению урожая — статистически снижение урожаев на 5%-ном уровне значимости несущественно.

31. Ранний урожай плодов томатов (г на сосуд)

| Соотношение N : P ₂ O ₅ : K ₂ O | Урожай | Разность со стандартом | | Группа |
|---|--------|------------------------|------|--------|
| | | г | % | |
| 1:1:1 (st) | 463,5 | — | — | st |
| 1:2:1 | 512,2 | 48,7 | 10,5 | II |
| 1:2:2 | 607,0 | 143,5 | 30,9 | I |
| 2:1:1 | 424,0 | -39,5 | -8,5 | II |
| 2:2:1 | 440,0 | -23,5 | -5,1 | II |
| НСР ₀₅ | — | 52,2 | 10,7 | — |

Пример 2. Установить, значимо ли различие в действии форм азотных удобрений на урожай овсяницы луговой (табл. 32). Нулевая гипотеза $H_0: d=0$.

Решение. Особенностью обработки данных вегетационного опыта с разной повторностью по вариантам является необходимость вычисления нескольких значений наименьшей существенной разности, так как не все средние равнозначны. В нашем примере варианты 1—2 опираются на четыре, а варианты 3—4 — на шесть наблюдений.

1. Определяют суммы урожаев и средние по вариантам, общую сумму и средний урожай по опыту (табл. 32).

32. Урожай овсяницы (г на сосуд)

| Варианты (формы азота) | Урожай, X | | | | | | Число наблюдений n | Суммы V | Средние |
|---------------------------|-----------|------|------|------|------|------|------------------------|-----------------------|-------------------|
| 1 | 16,0 | 17,2 | 14,4 | 15,8 | — | — | 4 | 63,4 | 15,85 |
| 2 | 29,4 | 30,4 | 30,3 | 28,1 | — | — | 4 | 118,2 | 29,55 |
| 3 | 26,0 | 29,2 | 26,7 | 27,1 | 26,0 | 28,1 | 6 | 163,1 | 27,18 |
| 4 | 25,3 | 24,8 | 26,1 | 23,2 | 25,7 | 24,0 | 6 | 149,1 | 24,85 |
| Общая сумма | | | | | | | 20 = $\sum n =$ = N | 493,8 = = $\sum X$ | 24,69 = \bar{x} |

2. Для вычисления сумм квадратов отклонений исходные даты целесообразно преобразовать по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условную среднюю A число 25, близкое к среднему урожаю по опыту $\bar{x} = 24,69$ (табл. 33).

33. Таблица преобразованных дат

| Варианты | $X_1 = X - 25$ | | | | | | Суммы V |
|----------|----------------|------|-------|------|-----|------|---------|
| 1 | -9,0 | -7,8 | -10,6 | -9,2 | — | — | -36,6 |
| 2 | 4,4 | 5,4 | 5,3 | 3,1 | — | — | 18,2 |
| 3 | 1,0 | 4,2 | 1,7 | 2,1 | 1,0 | 3,1 | 13,1 |
| 4 | 0,3 | -0,2 | 1,1 | -1,8 | 0,7 | -1,0 | -0,9 |

Общая сумма — 6,2 = $\sum X_1$

При вычислении сумм квадратов отклонений для вариантов необходимо иметь в виду, что в суммы V входит разное число наблюдений n . Расчеты ведут в такой последовательности:

общее число наблюдений $N = \sum n = 20$;

корректирующий фактор $C = (\sum X_1)^2 : N = (-6,2)^2 : 20 = 0,07$;

суммы квадратов отклонений

$$C_y = \sum X_1^2 - C = (9,0^2 + 7,8^2 + \dots + 1,0^2) - 1,92 = 465,70,$$

$$C_v = \sum \left(\frac{V_1^2}{n_1} + \frac{V_2^2}{n_2} + \dots + \frac{V_l^2}{n_l} \right) - C =$$

$$= \left(\frac{36,6^2}{4} + \frac{18,2^2}{4} + \frac{13,1^2}{6} + \frac{0,9^2}{6} \right) - 1,92 = 444,51,$$

$$C_z = C_y - C_v = 465,70 - 444,51 = 21,19.$$

После вычисления сумм квадратов отклонений составляют таблицу дисперсионного анализа (табл. 34).

34. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_ϕ | F_{05} |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------|----------|
| Общая | 465,70 | 19 | — | — | — |
| Вариантов | 444,51 | 3 | 148,80 | 112,7 | 3,24 |
| Остаток (ошибки) | 21,19 | 16 | 1,32 | — | — |

Значение F_{05} берут из таблицы 2 приложений для 3 степеней свободы дисперсии вариантов (числитель) и 16 степеней свободы остатка (знаменатель). Так как $F_\phi > F_{05}$, то между вариантами опыта имеются существенные различия на 5%-ном уровне значимости и H_0 отвергается.

3. При оценке существенности частных различий в опыте с разной повторностью необходимо учесть неравноточность сравнения средних. Ошибки средних первых двух вариантов (\bar{x}_1 и \bar{x}_2) опираются на $n_1 = n_2 = 4$ наблюдения, а двух последних (\bar{x}_3 и \bar{x}_4) — на $n_3 = n_4 = 6$ наблюдений. Поэтому ошибку разности между средними нужно определять по формуле, учитывающей разную повторность по вариантам

$$s_d = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} = \sqrt{s^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}.$$

Вычисляют:

а) ошибку разности средних при сравнении \bar{x}_1 с \bar{x}_2 ($n_1 = n_2 = 4$)

$$s'_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,32}{4}} = 0,81 \text{ г};$$

при сравнении \bar{x}_1 и \bar{x}_2 с \bar{x}_3 и \bar{x}_4 ($n_1 = 4$ и $n_2 = 6$)

$$s''_d = \sqrt{s^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}} = \sqrt{1,32 \frac{4 + 6}{4 \cdot 6}} = 0,74 \text{ г};$$

при сравнении \bar{x}_3 с \bar{x}_4 ($n_3 = n_4 = 6$)

$$s'''_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,32}{6}} = 0,66 \text{ г};$$

б) наименьшую существенную разность для 5%-ного (или 1%-ного) уровня значимости:

$$HCP'_{05} = t_{05} s' d = 2,12 \cdot 0,81 = 1,72 \text{ г};$$

$$HCP''_{05} = t_{05} s'' d = 2,12 \cdot 0,74 = 1,57 \text{ г};$$

$$HCP'''_{05} = t_{05} s''' d = 2,12 \cdot 0,66 = 1,40 \text{ г}.$$

Значение критерия $t_{05}=2,12$ берут из таблицы 1 приложений для 16 степеней свободы дисперсии ошибки (остатка). Результаты опыта и статистической обработки записывают в таблицу 35.

35. Урожай овсяницы луговой (г на сосуд)

| Варианты | Урожай | Сравнение с контролем | | Сравнение с аммиачной селитрой | |
|--------------------------|--------|-----------------------|-------------------|--------------------------------|-------------------|
| | | разность | HCP ₀₅ | разность | HCP ₀₅ |
| Без удобрений (контроль) | 15 | — | — | —11,4 | 1,57 |
| Сульфат аммония | 29,6 | 13,8 | 1,72 | 2,4 | 1,57 |
| Аммиачная селитра | 27,2 | 11,4 | 1,57 | — | — |
| Мочевина | 24,8 | 9,0 | 1,57 | —2,4 | 1,40 |

Таким образом, все формы азотных удобрений существенно повышают урожай овсяницы. Аммиачная селитра и мочевина примерно равноценны по эффективности; сульфат аммония обеспечивает статистически значимый на 5%-ном уровне эффект в сравнении с аммиачной селитрой.

§ 2. МНОГОФАКТОРНЫЙ ОПЫТ

Дисперсионный анализ данных многофакторного опыта проводят в два этапа. Первый этап — разложение общей вариации результативного признака на варьирование вариантов и остаточное: $C_Y = C_V + C_Z$. На втором этапе сумма квадратов отклонения для вариантов разлагается на компоненты, соответствующие источникам варьирования, — главные эффекты изучаемых факторов и их взаимодействия. В двухфакторном опыте $C_V = C_A + C_B + C_{AB}$; в трехфакторном — $C_V = C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC}$.

Пример 3. В двухфакторном опыте 2×3 с почвенной культурой ячменя изучено действие двух доз азота и трех доз фосфора (табл. 36). Провести дисперсионный анализ результатов этого опыта.

36. Урожай зерна ячменя в двухфакторном опыте 2×3 (г на сосуд)

| Азот A | Фосфор B | Урожай, X | | | | Суммы V | Средние |
|--------|----------|-----------|------|------|------|---------|---------|
| a_0 | b_0 | 24,1 | 25,8 | 23,0 | 27,0 | 99,9 | 25,0 |
| | b_1 | 28,4 | 29,7 | 30,1 | 27,4 | 115,6 | 28,0 |
| | b_2 | 28,7 | 30,4 | 32,0 | 27,0 | 118,1 | 29,5 |
| a_1 | b_0 | 30,7 | 34,4 | 34,0 | 31,0 | 130,1 | 32,5 |
| | b_1 | 46,7 | 45,4 | 47,1 | 46,3 | 185,5 | 46,4 |
| | b_2 | 59,4 | 50,7 | 64,5 | 60,1 | 234,7 | 58,7 |

Общая сумма $883,9 = \Sigma X$ $36,8 = \bar{x}$

Решение. Дисперсионный анализ двухфакторного опыта по изучению двух градаций фактора A (число вариантов $l_A=2$) и трех градаций фактора B (число вариантов $l_B=3$), проведенного в четырех повторностях ($n=4$), осуществляется в следующие четыре этапа.

1. Определяют суммы и средние по вариантам, общую сумму и средний урожай по опыту (табл. 36).

2. Вычисляют общую сумму квадратов отклонений, сумму квадратов для вариантов и остатка:

$$N = l_A \cdot l_B \cdot n = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (883,9)^2 : 24 = 32553,3;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (24,1^2 + 25,8^2 + \dots + 60,1^2) - 32553,3 = 3515,5;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (99,9^2 + 115,6^2 + \dots + 234,7^2) : 4 - 32553,3 = 3374,5;$$

$$C_Z = C_Y - C_V = 3515,5 - 3374,5 = 141,0.$$

3. Для вычисления сумм квадратов по факторам A , B и взаимодействию AB составляют вспомогательную таблицу 37, в которую записывают суммы урожаев по вариантам (из табл. 36). Суммируя цифры, находят суммы A , суммы B и вычисляют суммы квадратов отклонений.

37. Таблица для определения сумм для главных эффектов и взаимодействия

| Азот A | Фосфор B | | | Суммы A |
|-----------|------------|-------|-------|--------------------|
| | a_0 | a_1 | a_2 | |
| a_0 | 99,9 | 115,6 | 118,1 | 333,6 |
| a_1 | 130,1 | 185,5 | 234,7 | 550,3 |
| Суммы B | 230,0 | 301,1 | 352,8 | 883,9 = ΣX |

Сумма квадратов для фактора A (азот)

$$C_A = \Sigma A^2 : l_B n - C = (333,6^2 + 550,3^2) : 3 \cdot 4 - 32553,3 = 1956,6;$$

при $(l_A - 1) = (2 - 1) = 1$ степени свободы.

Сумма квадратов для фактора B (фосфор)

$$C_B = \Sigma B^2 : l_A n - C = (230,0^2 + 301,1^2 + 352,8^2) : 2 \cdot 4 - 32553,3 = 950,3$$

при $(l_B - 1) = (3 - 1) = 2$ степенях свободы.

Сумма квадратов для взаимодействия AB (азот — фосфор) находят по разности

$$C_{AB} = C_V - C_A - C_B = 3374,5 - 1956,6 - 950,3 = 467,6;$$

при $(l_A - 1)(l_B - 1) = (2 - 1)(3 - 1) = 2$ степенях свободы.

Суммы квадратов записывают в таблицу дисперсионного анализа и определяют фактические значения критерия F (табл. 38).

38. Результаты дисперсионного анализа двухфакторного вегетационного опыта 2×3

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{Φ} | F_{05} |
|---------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------|
| Общая | 3515,5 | 23 | — | — | — |
| Азота A | 1956,6 | 1 | 1956,60 | 249,88 | 4,41 |
| Фосфора B | 950,3 | 2 | 475,15 | 60,68 | 3,55 |
| Взаимодействия AB | 467,6 | 2 | 233,80 | 29,85 | 3,55 |
| Остаток (ошибки) | 141,0 | 18 | 7,83 | — | — |

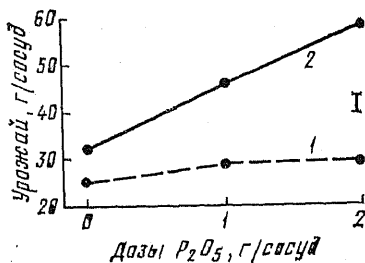


Рис. 45. Действие фосфорных удобрений на урожай ячменя в зависимости от обеспеченности азотом (1 — без азота; 2 — по фону азота). Вертикальной чертой показана НСР₀₅ = 4,2 г/сосуд.

Значение F_{05} берут из таблицы 2 приложений, исходя из степеней свободы дисперсии главных эффектов и взаимодействия (числитель) и 18 степеней свободы остатка (знаменатель). В нашем примере — действие и взаимодействие изучаемых факторов значимо на 5%-ном уровне ($F_{ф} > F_{05}$), нулевая гипотеза $H_0: d=0$ отвергается.

4. Для оценки существенности частных различий вычисляют

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{7,83}{4}} = 1,40 \text{ г};$$

$$s_d = \sqrt{2s^2:n} = \sqrt{2 \cdot 7,83:4} = 1,98 \text{ г};$$

$$НСР_{05} = t_{05} s_d = 2,10 \cdot 1,98 = 4,15 \approx 4,2 \text{ г}.$$

Значение критерия $t_{05} \geq 2,10$ берут из таблицы 1 приложений для 18 степеней свободы дисперсии остатка (ошибки).

Результаты опыта и статистической обработки данных можно представить в виде таблицы или графика (табл. 39, рис. 45).

39. Действие азота и фосфора на урожай ячменя (г на сосуд, НСР₀₅ = 4,2)

| Дозы азота | Дозы фосфора | | |
|------------|--------------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 |
| 0 | 25,0 | 28,9 | 29,5 |
| 1 | 32,5 | 46,4 | 58,7 |

Глава 20

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ОДНОФАКТОРНОГО ПОЛЕВОГО ОПЫТА С ОДНОЛЕТНИМИ И МНОГОЛЕТНИМИ КУЛЬТУРАМИ

Обработку данных опыта с однолетними культурами проводят в такой последовательности:

1) исходные даты заносят в таблицу урожаев, определяют суммы и средние;

2) вычисляют суммы квадратов отклонений для всех источников варьирования;

3) составляют таблицу дисперсионного анализа и проверяют нулевую гипотезу по F -критерию. Если $F_{ф} > F_{т}$, то определяют

существенность частных различий и группируют варианты (сор-та) на основе HCP_{05} . Если $F_{\phi} < F_{\tau}$ и H_0 не отвергается, то все разности между выборочными средними находятся в пределах случайных отклонений, и в этом случае вычисляют только ошибку опыта $s_{\bar{x}}$.

§ 1. ОБРАБОТКА ДАННЫХ ОПЫТА, ПРОВЕДЕННОГО МЕТОДОМ РЕНДОМИЗИРОВАННЫХ ПОВТОРЕНИЙ

Расчетную таблицу исходных данных для дисперсионного анализа составляют по форме таблицы 40.

40. Расположение данных в таблице

| Варианты (сорта, способы возделывания) | Показатели по повторениям, X | | | | Число наблюдений n | Суммы по вариантам V | Средние по вариантам |
|--|------------------------------|----------|-----|----------|--------------------|----------------------------|------------------------|
| | 1 | 2 | ... | n | | | |
| 1 | X_{11} | X_{12} | ... | X_{1n} | n_1 | V_1 | \bar{x}_1 |
| 2 | X_{21} | X_{22} | ... | X_{2n} | n_2 | V_2 | \bar{x}_2 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| l | X_{l1} | X_{l2} | ... | X_{ln} | n_l | V_l | \bar{x}_l |
| Сумма по повторениям P | P_1 | P_2 | ... | P_n | $N = \sum n$ | $\sum X = \sum P = \sum V$ | $\bar{x} = \sum X / N$ |

Суммы квадратов отклонений, дисперсии и F-критерий вычисляют по формулам таблицы 41.

41. Формулы для вычисления

| Дисперсия | Суммы квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{ϕ} | F_{τ} |
|------------------------|--------------------|--------------------------|-----------------|---------------|-----------------------------------|
| Общая C_y | $\sum X^2 - C$ | $N - 1$ | — | — | — |
| Повторений C_p | $\sum P^2 : l - C$ | $n - 1$ | — | — | — |
| Вариантов C_v | $\sum V^2 : n - C$ | $l - 1$ | s_v^2 | $s_v^2 : s^2$ | Находится по таблице 2 приложений |
| Остаток C_z (ошибки) | $C_y - C_p - C_v$ | $(l - 1) \times (n - 1)$ | s^2 | — | — |

$C = (\sum X)^2 : N$ или $C = \bar{x} \sum X$ — корректирующий фактор, поправка

Обработка опытов с однолетними культурами

Пример 1 иллюстрирует технику расчета при обработке данных опыта с одинаковой повторностью по вариантам. В примере 2 рассмотрены особенности обработки опытов с повышенной повторностью контрольного варианта, а в примере 3 описана техника обработки данных опытов, в которых из учета выпадают отдельные делянки.

Пример 1. Провести дисперсионный анализ данных опыта (табл. 42), определить HCP_{05} и сгруппировать сорта по отношению к стандарту. Нулевая гипотеза $H_0: d=0$.

42. Урожай озимой пшеницы (ц с 1 га)

| Варианты (сорта) | Повторения, X | | | | Суммы V | Средние |
|------------------|---------------|-------|-------|-------|--------------------|------------------|
| | I | II | III | IV | | |
| 1 (sf) | 47,8 | 46,9 | 45,4 | 44,1 | 184,2 | 46,0 |
| 2 | 53,7 | 50,3 | 50,6 | 48,0 | 202,6 | 50,6 |
| 3 | 46,7 | 42,0 | 43,4 | 40,7 | 172,8 | 43,2 |
| 4 | 48,0 | 47,0 | 45,9 | 45,7 | 186,6 | 46,6 |
| 5 | 41,8 | 40,0 | 43,0 | 41,6 | 166,4 | 41,6 |
| Суммы P | 238,0 | 226,2 | 228,3 | 220,1 | 912,6 = ΣX | 45,6 = \bar{x} |

Решение 1. В таблице 42 подсчитывают суммы и средние. Правильность расчетов проверяют по равенству $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 912,6$.

2. Для вычисления сумм квадратов исходные даты целесообразно преобразовать по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условное среднее A число 45, близкое к \bar{x} . Преобразованные даты записывают в таблицу 43. Правильность расчетов проверяют по равенству $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X_1 = 11,6$.

43. Таблица преобразованных дат

| Варианты | $X_1 = X - 45$ | | | | Суммы V |
|----------|----------------|------|------|------|---------------------|
| | I | II | III | IV | |
| 1 | 2,8 | 1,9 | 0,4 | -0,9 | 4,2 |
| 2 | 8,7 | 5,3 | 5,6 | 3,0 | 22,6 |
| 3 | 1,7 | -3,0 | -1,6 | -4,3 | -7,2 |
| 4 | 3,0 | 2,0 | 0,9 | 0,7 | 6,6 |
| 5 | -3,2 | 5,0 | -2,0 | -3,4 | -13,6 |
| Суммы P | 13,0 | 1,2 | 3,3 | -4,9 | 12,6 = ΣX_1 |

Вычисления сумм квадратов отклонений ведут в такой последовательности:

общее число наблюдений $= N = ln = 5 \times 4 = 20$;

корректирующий фактор $C = (\Sigma X_1)^2 : N = (11,6)^2 : 20 = 7,94$;

суммы квадратов отклонений

$$C_y = \Sigma X_1^2 - C = (2,8^2 + 1,9^2 + \dots + 3,4^2) - 7,94 = 246,67,$$

$$C_p = \Sigma P^2 : l - C = (13,0^2 + 1,2^2 + 2,3^2 + 4,9^2) : 5 - 7,94 = 33,13,$$

$$C_v = \Sigma V^2 : n - C = (4,2^2 + 22,6^2 + \dots + 13,6^2) : 4 - 7,94 = 194,25,$$

$$C_z = C_y - C_p - C_v = 246,67 - 33,13 - 194,25 = 19,29.$$

Теперь можно заполнить таблицу дисперсионного анализа (табл. 44).

44. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{Φ} | F_{05} |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------|
| Общая | 246,67 | 19 | — | — | — |
| Повторений | 33,13 | 3 | — | — | — |
| Вариантов | 194,25 | 4 | 48,56 | 30,35 | 3,26 |
| Остаток (ошибки) | 19,29 | 12 | 1,60 | — | — |

Значение критерия F_{05} находят по таблице 2 приложений для 4 степеней свободы дисперсии вариантов (числитель) и для 12 — дисперсии ошибки (знаменатель). В опыте есть существенные различия между вариантами и H_0 отвергается ($F_{\phi} > F_{05}$).

3. Для оценки существенности частых различий и группировки вариантов (сортов) вычисляют ошибку опыта, ошибку разности средних и НСР₀₅ в абсолютных и относительных величинах:

$$s_x = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{1,60}{4}} = 0,64 \text{ ц};$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,60}{4}} = 0,90 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}_{05} = t_{05} s_d = 2,18 \cdot 0,90 = 1,96 \approx 2,0 \text{ ц с 1 га};$$

$$\text{НСР}_{05} = \frac{t_{05} s_d}{x} 100 = \frac{1,96}{45,6} 100 = 4,3\%.$$

Теоретическое значение критерия $t_{05}=2,18$ находят по таблице 1 приложений для 12 степеней свободы остатка.

Результаты опыта и статистической обработки записывают в таблицу 45.

45. Урожай озимой пшеницы (ц с 1 га)

| Варианты (сорта) | Урожай | Отклонения от стандарта | | Группа |
|-------------------|--------|-------------------------|------|--------|
| | | ц/га | % | |
| 1 (st) | 46,0 | — | — | st |
| 2 | 50,6 | 4,6 | 10,0 | I |
| 3 | 43,2 | -2,8 | -6,1 | III |
| 4 | 46,6 | 0,6 | 1,3 | II |
| 5 | 41,6 | -4,4 | -9,6 | III |
| НСР ₀₅ | — | 2,0 | 4,3 | — |

Вывод. Сорт 2-й существенно превышает стандарт (I группа), а сорта 3-й и 5-й существенно уступают (III группа) ему по урожаю; сорт 4-й несущественно (II группа) отличается от контрольного сорта.

Пример 2. В опыте с 8 сортами сахарной свеклы стандарт в каждом из четырех повторений занимал две делянки и, следовательно, имел восьмикратную повторность ($2n=2 \times 4=8$). Провести дисперсионный анализ урожайных данных опыта и сгруппировать сорта по отношению к стандарту.

46. Урожай корней сахарной свеклы (ц с 1 га)

| Варианты (сорта) | Повторения, X | | | | Суммы V | Средние |
|------------------|---------------|------|------|------|-------------|-------------------|
| | I | II | III | IV | | |
| 1 (st) | 360 | 370 | 375 | 388 | 1493 | 376,8 |
| 2 | 410 | 426 | 423 | 412 | 1671 | 417,8 |
| 3 | 421 | 422 | 432 | 445 | 1720 | 430,0 |
| 4 | 216 | 290 | 296 | 361 | 1163 | 290,8 |
| 5 (st) | 356 | 378 | 396 | 391 | 1521 | — |
| 6 | 246 | 290 | 310 | 327 | 1173 | 293,2 |
| 7 | 369 | 363 | 360 | 379 | 1471 | 367,8 |
| 8 | 220 | 232 | 260 | 289 | 1001 | 250,2 |
| 9 | 318 | 350 | 348 | 362 | 1378 | 344,5 |
| Сумма P | 2916 | 3121 | 3200 | 3354 | 12 591 = ΣX | 349,7 = \bar{x} |

47. Таблица преобразованных дат

| Варианты | $X_1 = X - 350$ | | | | Суммы V |
|-----------|-----------------|------|-----|-----|-------------------|
| | I | II | III | IV | |
| 1 | 10 | 20 | 25 | 38 | 93 |
| 2 | 60 | 76 | 73 | 62 | 271 |
| 3 | 71 | 72 | 82 | 95 | 320 |
| 4 | -134 | -60 | -54 | 11 | -237 |
| 5 | 6 | 28 | 46 | 41 | 121 |
| 6 | -104 | -60 | -40 | -23 | -227 |
| 7 | 19 | 13 | 10 | 29 | 71 |
| 8 | -130 | -118 | -90 | -61 | -399 |
| 9 | -32 | 0 | -2 | 12 | -22 |
| Суммы P | -234 | -29 | 50 | 204 | -9 = ΣX_1 |

Решение 1. Подсчитывают суммы и средние по вариантам, суммы по повторениям, общую сумму и средний урожай по опыту (табл. 46). Проверяют правильность расчетов по равенству $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 12\,591$. Средний урожай стандартного сорта определяют по соотношению

$$\bar{x}_{st} = (V_1 + V_5) : 2n = (1493 + 1521) : 2 \cdot 4 = 376,8.$$

2. Для вычисления сумм квадратов отклонений исходные даты целесообразно преобразовать по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условное среднее число 350, близкое к среднему урожаю по опыту. Преобразованные даты записывают в таблицу 47, определяют суммы по вариантам, повторениям и общую сумму. Проверяют правильность вычислений по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X_1 = -9$ и определяют суммы квадратов отклонений.

$$N = 1n = 9 \cdot 4 = 36;$$

$$C = (\Sigma X_1)^2 : N = (9)^2 : 36 = 2,25;$$

$$C_V = \Sigma X_1^2 - C = (10^2 + 20^2 + \dots + 12^2) - 2,25 = 138132,75;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (234^2 + 29^2 + 50^2 + 204^2) : 9 - 2,25 = 11076,97;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (93^2 + 271^2 + \dots + 22^2) : 4 - 2,25 = 117886,50;$$

$$C_Z = C_V - C_P - C_V = 138132,75 - 11076,97 - 117886,50 = 9169,28.$$

Заполняют таблицу дисперсионного анализа (табл. 48) и определяют критерий F_Φ .

48. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_Φ | F_{05} |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------|----------|
| Общая | 138 132,75 | 35 | — | — | — |
| Повторений | 11 076,97 | 3 | — | — | — |
| Вариантов | 117 886,50 | 8 | 14 735,81 | 38,57 | 2,36 |
| Остаток (ошибки) | 9 169,28 | 24 | 382,04 | — | — |

Теоретическое значение $F_{05} = 2,36$ берут из таблицы 2 приложений для 8 степеней свободы дисперсии вариантов (числитель) и 24 степеней свободы ошибки (знаменатель). Между вариантами (сортами) есть существенные различия на 5%-ном уровне значимости ($F_\Phi > F_{05}$).

3. Для оценки существенности частных различий вычисляют:

а) ошибку опыта

$$s_x = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{382,04}{4}} = 9,8 \text{ ц};$$

б) ошибку разности средних при сравнении опытных вариантов со стандартным, имеющим восьмикратную повторность,

$$s'_d = \sqrt{s^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}} = \sqrt{382,04 \frac{8 + 4}{8 \cdot 4}} = 11,4 \text{ ц};$$

при сравнении опытных вариантов, имеющих четырехкратную повторность:

$$s''_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 382,04}{4}} = 13,8 \text{ ц};$$

в) наименьшую существенную разность для 5%-ного (или 1%-ного) уровня значимости в абсолютных и относительных величинах

$$\text{НСР}'_{05} = t_{05} s'_d = 2,06 \cdot 11,4 = 24,5 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}'_{05} = \frac{t_{05} s'_d}{x} 100 = \frac{24,5}{349,7} \cdot 100 = 7,0\%;$$

$$\text{НСР}''_{05} = t_{05} s''_d = 2,06 \cdot 13,8 = 48,4 \text{ ц};$$

$$\text{НСР}''_{05} = \frac{t_{05} s''_d}{x} 100 = \frac{28,4}{349,7} \cdot 100 = 8,1\%.$$

Значение критерия $t_{05} = 2,06$ берут из таблицы 1 приложений для 24 степеней свободы остаточной дисперсии.

Величина $\text{НСР}'_{05}$ используется при сравнении опытных вариантов (сортов) с контролем, а $\text{НСР}''_{05}$ — при сравнении опытных вариантов между собой.

Итоговая таблица результатов опыта и статистической обработки может быть такой, как показано в таблице 49.

49. Урожай корней сахарной свеклы (ц с 1 га)

| Варианты (сорта) | Урожай | Отклонение от стандарта | | Группа |
|--------------------|--------|-------------------------|-------|-----------|
| | | ц/га | % | |
| 1 и 5(<i>st</i>) | 376,8 | — | — | <i>st</i> |
| 2 | 417,8 | 41,0 | 11,0 | I |
| 3 | 430,0 | 53,2 | 14,1 | I |
| 4 | 290,8 | —86,0 | —22,8 | III |
| 6 | 293,2 | —83,6 | —22,2 | III |
| 7 | 367,8 | —9,0 | —2,4 | II |
| 8 | 250,2 | —126,6 | —33,6 | III |
| 9 | 344,5 | —32,3 | —8,5 | III |
| НСР ₀₅ | — | 24,5 | 7,0 | — |

Вывод. Сорты 2-й и 3-й существенно превышают (I группа), а 4, 6, 8 и 9-й существенно уступают (III группа) по урожаю стандарту; сорт 7-й на 5%-ном уровне значимости не различается существенно по урожаю (II группа) от контроля.

Пример 3. Изучено действие подкормок на урожай капусты. В варианте 2 выпала из учета делянка в IV, а в варианте 5 — делянка в III и IV повторениях (табл. 50). Восстановить «выпавшие данные» и проверить нулевую гипотезу $H_0: d=0$.

Решение. Прежде чем проводить дисперсионный анализ данных, необходимо привести результаты опыта к сравнимому виду, т.е. «восстановить»

выпавшие данные. Расчеты рекомендуется вести в такой последовательности.

1. В таблицу 50 записывают суммы по повторениям, включая те варианты, которые имеют полный набор делянок (варианты 1, 3, 4 и 6), рассчитывают средние по повторениям путем деления сумм на число вариантов, имеющих полный набор дат, т. е. на 4.

2. Для вычисления теоретически ожидаемых урожаев на выпавших из учета делянках составляют вспомогательную таблицу 51, куда вносят поделочные урожаи вариантов, в которых имеются выпавшие делянки, и средние по повторениям, вычисленные для вариантов с полным набором дат (из табл. 50).

50. Урожай стандартных кочанов капусты (ц с 1 га)

| Варианты | Повторения, X | | | | | Число наблюдений |
|----------|---------------|-----|-----|-----|-----|------------------|
| | I | II | III | IV | V | |
| 1 | 560 | 542 | 574 | 537 | 510 | 5 |
| 2 | 548 | 509 | 560 | — | 497 | 4 |
| 3 (st) | 595 | 569 | 631 | 515 | 501 | 5 |
| 4 | 607 | 594 | 612 | 586 | 574 | 5 |
| 5 | 629 | 601 | — | — | 597 | 3 |
| 6 | 518 | 502 | 549 | 518 | 499 | 5 |

Суммы по повторениям с полным набором вариантов (1+3+4+6)

Средние по 4 вариантам

| | | | | | |
|------|------|------|------|------|---|
| 2280 | 2207 | 2366 | 2156 | 2084 | — |
| 570 | 552 | 592 | 539 | 521 | — |

Средние по повторениям, вычисленные по 4 вариантам с полным набором делянок, сопоставимы между собой, и их различия обусловлены в основном различиями в уровнях плодородия повторений. Чтобы вычислить средний эффект, например варианта 2, у которого выпала из учета делянка в четвертом повторении, определяют средний урожай этого варианта по оставшимся делянкам ($\bar{x}_2=528$) и средний урожай по вариантам с полным набором делянок для этих же повторений ($\bar{x}=559$). Сопоставляя эти два числа ($528-559=-31$), находят средний эффект варианта 2 с выпавшей датой. Если бы делянка в четвертом повторении дала нормальный урожай, то он был бы примерно на 31 ц меньше, чем средний урожай остальных вариантов в этом повторении, а именно: $539+(-31)=508$ ц с 1 га. Аналогично вычисляют вероятные значения урожая выпавших делянок для пятого варианта. Если из учета выпадает только одна делянка, то теоретически вычисленный урожай определяют по формуле

$$X' = \frac{IV + nP - \Sigma X}{(l-1)(n-1)},$$

где l — число вариантов; n — число наблюдений; P — сумма данных того повторения, где находится выпавшее наблюдение; ΣX — общая сумма всех наблюдений.

3. Составляют расчетную таблицу для дисперсионного анализа, в которой восстановленные урожаи заключают в скобки, подсчитывают суммы и средние по вариантам, суммы по повторениям, общую сумму и общий урожай по опыту (табл. 52). Правильность расчетов проверяют по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = 16\,773$.

4. Для вычисления сумм квадратов исходные даты целесообразно преобразовать по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условное среднее число 550, близкое к среднему урожаю по опыту. Преобразованные даты записывают в таблицу 53, суммируют даты по вариантам, повторениям и находят общую сумму $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X_1 = 2\,73$.

51. Вспомогательная таблица для восстановления выпавших данных

| Варианты | Повторения, X | | | | | Сум- мы | Средние для варианта | |
|-----------------------------|---------------|-----|-----|-----|-----|------------|-------------------------|-----|
| | I | II | III | IV | V | | 2 | 5 |
| 2 | 548 | 509 | 560 | — | 495 | 2112 | 528 | — |
| 5 | 629 | 601 | — | — | 597 | 1827 | — | 609 |
| Средние по 4 вариан- там | 570 | 552 | 592 | 539 | 521 | — | 559 | 548 |
| Эффекты вариантов | — | — | — | — | — | — | -31 | +61 |
| Восстановленный урожай | | | | | | | | |
| 2 | — | — | — | 508 | — | — | — | — |
| 5 | — | — | 653 | 600 | — | — | — | — |

52. Урожай стандартных кочанов капусты (ц с I га)

| Варианты | Повторения, X | | | | | Суммы, V | Средние |
|------------|---------------|------|-------|-------|------|--------------------------|-------------------|
| | I | II | III | IV | V | | |
| 2 | 560 | 542 | 574 | 537 | 510 | 2723 | 544,6 |
| 1 | 548 | 509 | 560 | (508) | 497 | 2622 | 524,4 |
| 3 (st) | 595 | 569 | 631 | 515 | 501 | 2811 | 562,2 |
| 4 | 607 | 594 | 612 | 586 | 574 | 2973 | 594,6 |
| 5 | 629 | 601 | (653) | 600 | 597 | 3080 | 616,0 |
| 6 | 518 | 502 | 549 | 518 | 499 | 2586 | 517,2 |
| Суммы P | 3457 | 3317 | 3579 | 3264 | 3178 | $\Sigma X =$ $=16795$ | $\bar{x} = 559,8$ |

53. Таблица преобразованных дат

| Варианты | $X_1 = X - 550$ | | | | | Суммы V |
|----------|-----------------|-----|-------|-------|------|--------------------|
| | I | II | III | IV | V | |
| 1 | 10 | -8 | 24 | -13 | -40 | -27 |
| 2 | -2 | -41 | 10 | (-42) | -53 | -128 |
| 3 (st) | 45 | 19 | 81 | -35 | -49 | 61 |
| 4 | 57 | 44 | 62 | 36 | 24 | 223 |
| 5 | 79 | 51 | (103) | (50) | 47 | 330 |
| 6 | -32 | -48 | -1 | -32 | -51 | -164 |
| Суммы P | 157 | 17 | 279 | -36 | -122 | $295 = \Sigma X_1$ |

Вычисляют суммы квадратов отклонений:

$$N = In = 6 \cdot 5 = 30; \bar{y}$$

$$C = (\Sigma X_1)^2 : 30 = (295)^2 : 30 = 2900,8;$$

$$C_y = \Sigma X_1^2 - C = (10^2 + 8^2 + \dots + 51^2) - 2900,8 = 60554,2;$$

$$C_p = \Sigma P^2 : l - C = (157^2 + 17^2 + 279^2 + 36^2 + 122^2) : 6 - 2900,8 = 16925,7;$$

$$C_v = \Sigma V^2 : n - C = (27^2 + 128^2 + \dots + 164^2) : 5 - 2900,8 = 38371,0;$$

$$C_z = C_y - C_p - C_v = 60554,2 - 16925,7 - 38371,0 = 5257,5.$$

Полученные данные заносят в таблицу дисперсионного анализа и вычисляют значение F-критерия. При вычислении числа степеней для остатка необ-

ходимо остаточное число степеней свободы, которое определяется обычным путем, уменьшить на число выпавших дат, в нашем примере на 3 даты (табл. 54).

54. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{Φ} | F_{05} |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------|
| Общая | 60554,2 | 29 | — | — | — |
| Повторенный | 16925,7 | 4 | — | — | — |
| Вариантов | 38371,0 | 5 | 7674,2 | 24,8 | 2,81 |
| Остаток (ошибки) | 5257,5 | 20—3=17 | 309,3 | — | — |

Значение F_{05} берут из таблицы 3 приложений для 5 степеней свободы вариантов (числитель) и 17 степеней остатка (знаменатель).

Между вариантами имеются значимые на 5%-ном уровне разности ($F_{\Phi} > F_{05}$), H_0 отвергается.

5. Определение существенности частных различий в опыте с восстановленными урожаями имеет ту особенность, что необходимо учитывать число фактических дат, лежащих в основе вычисления статистических показателей. Вычисляют:

а) среднюю ошибку опыта

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{(n_1 + n_2 + \dots + n_l):l}} = \sqrt{\frac{309,3}{(5 + 4 + 5 + 5 + 3 + 5):6}} = 8,3 \text{ ц;}$$

б) ошибки разности средних при сравнении вариантов 1, 3, 4 и 6 ($n=5$)

$$s'_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 309,3}{5}} = 11,1 \text{ ц;}$$

варианта 2 ($n=4$) с вариантами 1, 3, 4 и 6 ($n=5$)

$$s''_d = \sqrt{s^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}} = \sqrt{309,3 \frac{4 + 5}{4 \cdot 5}} = 11,8 \text{ ц;}$$

варианта 5 ($n=3$) с вариантами 1, 4 и 6 ($n=5$)

$$s'''_d = \sqrt{s^2 \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}} = \sqrt{309,3 \frac{3 + 5}{3 \cdot 5}} = 12,8 \text{ ц;}$$

в) наименьшие существенные разности для 5%-ного (или 1%-ного) уровня значимости:

$$\text{НСР}'_{05} = t_{05} s'_d = 2,11 \cdot 11,1 = 23,4 \text{ ц;}$$

$$\text{НСР}''_{05} = t_{05} s''_d = 2,11 \cdot 11,8 = 24,9 \text{ ц;}$$

$$\text{НСР}'''_{05} = t_{05} s'''_d = 2,11 \cdot 12,8 = 27,0 \text{ ц.}$$

Значение $t_{05} = 2,11$ берут из таблицы 1 приложений для 17 степеней свободы остатка. Итоговая таблица результатов опыта и статистической обработки при сравнении опытных вариантов со стандартом имеет следующий вид (табл. 55).

Вывод. Существенную прибавку урожая обеспечил 4, 5, 6-й варианты опыта (I группа), 1-й вариант по урожаю не отличается от стандарта (II группа), а 2-й вариант существенно уступает стандарту (III группа).

В заключение отметим особенности обработки данных полевых опытов с выпавшими из учета делянками:

55. Урожай стандартных кочанов капусты (ц с 1 га)

| Варианты (сорта) | Урожай | Отклонение от стандартов | НСР ₀₅ | Группа |
|------------------|--------|--------------------------|-------------------|--------|
| 3 (st) | 562,2 | — | — | st |
| 1 | 544,6 | -17,6 | 23,4 | II |
| 2 | 524,4 | -37,8 | 24,9 | III |
| 4 | 594,6 | 32,4 | 23,4 | I |
| 5 | 616,0 | 53,8 | 27,0 | I |
| 6 | 517,2 | 45,0 | 23,4 | I |

- 1) необходимо восстановить выпавшие даты;
- 2) число степеней свободы остатка уменьшить на количество выпавших дат;
- 3) при расчете ошибок средних и существенных разностей необходимо учитывать число фактических наблюдений, лежащих в основе вычисления сравниваемых средних.

Обработка опытов с многолетними культурами

При дисперсионном анализе данных опытов с многолетними культурами (травы, плодовые, ягодные, виноград, чай и др.), не меняющими местоположения в течение ряда лет, главное внимание сосредоточивается на выводах, вытекающих из обработки данных за весь период эксперимента. Обработка включает два основных этапа: 1) анализ данных за каждый год; 2) обработку суммарных урожаев за весь период опыта (пример 4).

Пример 4. В опыте с многолетними травами получены следующие урожаи (табл. 56). Существенно ли различаются урожаи по вариантам внутри каждого года и за двухлетний период опыта? $H_0: d=0$.

Решение. 1. В таблице 56 подсчитывают суммы и средние за каждый год учета и в сумме за период опыта.

2. Вычисляют суммы квадратов для каждого года и за 2 года.

Учет 1968 г.

$$N = ln = 3 \cdot 5 = 15;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (713,4)^2 : 15 = 33929,30;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (40,2^2 + 47,4^2 + \dots + 61,4^2) - 33929,30 = 1113,42;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (134,0^2 + 148,8^2 + \dots + 164,8^2) : 3 - 33929,30 = 809,77;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n + C = (220,7^2 + 223,6^2 + 269,1^2) : 5 - 33929,30 = 294,75;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 1113,42 - 809,77 - 294,75 = 8,90.$$

Учет 1969 г.

$$N = ln = 3 \cdot 5 = 15;$$

$$C (\Sigma X)^2 : N = (553,4)^2 : 15 = 20416,77;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (31,2^2 + 36,4^2 + 50,2^2) - 20416,77 = 918,21;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (101,4^2 + 120,6^2 + \dots + 112,6^2) : 3 - 20416,77 = 249,45;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (160,5^2 + 164,7^2 + 228,8^2) : 5 - 20416,77 = 575,54;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 918,21 - 249,45 - 575,54 = 93,22.$$

56. Урожай сена многолетних трав (ц с 1 га)

| Годы | Варианты (сорта) | Повторения, X | | | | | Суммы V | Средние |
|-------------------------|---------------------|---------------|-------|-------|-------|-----------|-----------------|-----------------|
| | | I | II | III | IV | V | | |
| 1968 | 1 (st) | 40,2 | 47,4 | 30,7 | 51,4 | 51,0 | 220,7 | 44,1 |
| | 2 | 41,4 | 46,7 | 32,4 | 50,7 | 52,4 | 223,6 | 44,7 |
| | 3 | 52,4 | 54,7 | 41,2 | 59,4 | 61,4 | 269,1 | 53,8 |
| | Суммы P | 134,0 | 148,8 | 104,3 | 161,5 | 164,8 | 713,4=ΣX | 47,6= \bar{x} |
| 1969 | 1 (st) | 31,2 | 36,4 | 28,1 | 34,7 | 30,1 | 160,5 | 32,1 |
| | 2 | 30,0 | 35,4 | 29,9 | 37,0 | 32,4 | 164,7 | 32,9 |
| | 3 | 40,2 | 48,8 | 34,7 | 54,4 | 50,1 | 228,2 | 45,6 |
| | Суммы P | 101,4 | 120,6 | 92,7 | 126,1 | 112,6 | 553,4=ΣX | 36,9= \bar{x} |
| В сумме за 2 года | 1 (st) | 71,4 | 83,8 | 58,8 | 86,1 | 81,1 | 381,2 | 76,2 |
| | 2 | 71,4 | 82,1 | 62,3 | 87,7 | 84,8 | 388,3 | 77,7 |
| | 3 | 92,6 | 103,5 | 75,9 | 113,8 | 111,5 | 497,3 | 99,5 |
| Суммы P | 235,4 | 269,4 | 197,0 | 287,6 | 277,4 | 1266,8=ΣX | 84,4= \bar{x} | |

В сумме за 2 года

$$N = ln = 3 \cdot 5 = 15;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (1266,8)^2 : 15 = 106985,48;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (71,4^2 + 83,8^2 + \dots + 111,5^2) = 106985,48 = 3615,28;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (235,4^2 + 269,4^2 + \dots + 277,4^2) : 3 - 106985,48 = 1835,53;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (381,2^2 + 388,3^2 + 497,3^2) : 5 - 106985,48 = 1694,04;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 3615,28 - 1835,53 - 1694,04 = 85,71.$$

Составляют таблицу дисперсионного анализа и вычисляют F_ϕ (табл. 57). В 1968 и 1969 гг., а также в сумме за 2 года $F_\phi > F_{05}$ и, следовательно, нулевая гипотеза о равенстве средних по вариантам отвергается.

57. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_ϕ | F_{05} |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------|----------|
| Учет 1968 г. | | | | | |
| Общая | 1113,42 | 14 | — | — | — |
| Повторений | 809,77 | 4 | — | — | — |
| Вариантов | 249,75 | 2 | 124,87 | 112,49 | 4,46 |
| Остаток (ошибки) | 8,90 | 8 | 1,11 | — | — |
| Учет 1969 г. | | | | | |
| Общая | 918,21 | 14 | — | — | — |
| Повторений | 249,45 | 4 | — | — | — |
| Вариантов | 575,54 | 2 | 287,77 | 24,70 | 4,46 |
| Остаток (ошибки) | 93,22 | 8 | 11,65 | — | — |
| В сумме за 2 года | | | | | |
| Общая | 3615,28 | 14 | — | — | — |
| Повторений | 1835,53 | 4 | — | — | — |
| Вариантов | 1694,04 | 2 | 847,02 | 79,08 | 4,46 |
| Остаток (ошибки) | 85,71 | 8 | 10,71 | — | — |

3. Для оценки существенности частных различий вычисляют:

а) учет 1968 г.

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{1,11}{5}} = 0,47 \text{ ц};$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,11}{5}} = 0,66 \text{ ц};$$

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = 2,31 \cdot 0,66 = 1,52 \text{ ц};$$

б) учет 1969 г.

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{11,65}{5}} = 1,53 \text{ ц};$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 11,65}{5}} = 2,16 \text{ ц};$$

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = 2,31 \cdot 2,16 = 4,98 \text{ ц};$$

в) в сумме за 2 года

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{10,71}{5}} = 1,46 \text{ ц};$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10,71}{5}} = 2,04 \text{ ц};$$

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = 2,31 \cdot 2,04 = 4,71 \text{ ц}.$$

Значение $t_{05}=2,31$ берут из таблицы 1 приложений для 8 степеней свободы дисперсии остатка.

Результаты опыта и статистической обработки записывают в итоговую таблицу 58.

58. Урожай сена многолетних трав (ц с 1 га)

| Год | Варианты (сорта) | Урожай | Разность со стандартом | HCP ₀₅ | Группа |
|---------------------|------------------|--------|------------------------|-------------------|--------|
| 1968 | 1 (st) | 44,1 | — | 1,52 | st |
| | 2 | 44,7 | 0,6 | | II |
| | 3 | 53,8 | 9,7 | | I |
| 1969 | 1 (st) | 32,1 | — | 4,98 | st |
| | 2 | 32,9 | 0,8 | | II |
| | 3 | 45,6 | 13,5 | | I |
| В сумме за два года | 1 (st) | 76,2 | — | 4,71 | st |
| | 2 | 77,7 | 1,5 | | II |
| | 3 | 99,5 | 23,3 | | I |

§ 2. ЛАТИНСКИЙ КВАДРАТ И ПРЯМОУГОЛЬНИК

В латинских квадратах и прямоугольниках расположение вариантов ортогонально, т. е. уравновешено в двух взаимно перпендикулярных направлениях — по рядам и столбцам. Это позволяет исключить из общего варьирования результативного признака варьирование по рядам и столбцам.

Если в латинском квадрате выпадает из учета одна делянка, то восстановленный урожай определяют по формуле:

$$X' = \frac{n(P + C + V) - 2\Sigma X}{(n-1)(n-2)},$$

где n — число рядов, столбцов и вариантов; P , C и V — суммы данных того ряда, столбца и варианта, где находится выпавшее наблюдение; ΣX — общая сумма всех наблюдений.

Обработка данных опыта, поставленного латинским квадратом, рассмотрена в примере 5, прямоугольником — в примере 6.

Пример 5. В опыте с ячменем, проведенном по схеме латинского квадрата 5×5 , получены следующие урожаи (табл. 59).

59. Схема размещения опыта и урожаи ячменя (ц с 1 га, латинскими буквами обозначены варианты)

| Ряды | Столбцы | | | | | Суммы по | | Средние по вариантам |
|------|---------|-------|-------|-------|-------|-----------|---------------|----------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | рядам P | вариантам V | |
| 1 | 35,3D | 31,1C | 32,6A | 33,4B | 33,8E | 166,2 | 163,5A | 32,7 |
| 2 | 40,8B | 33,7A | 39,3E | 37,7C | 37,3D | 188,8 | 162,2B | 32,4 |
| 3 | 35,8E | 27,7B | 37,2D | 31,8A | 35,8C | 168,3 | 173,7C | 34,7 |
| 4 | 34,2A | 35,3D | 36,9C | 40,0E | 33,9B | 180,3 | 178,8D | 35,8 |
| 5 | 32,2C | 33,7E | 26,4B | 33,7D | 31,2A | 157,2 | 182,6E | 36,5 |

Суммы C
по столбцам

178,3 161,5 172,4 176,6 172,0 860,8= ΣX 34,43= \bar{x}

Решение 1. Определяют суммы и средние (табл. 59). Проверяют правильность вычислений по равенству $\Sigma P = \Sigma C = \Sigma V = \Sigma X = 860,8$.

2. Исходные даты преобразуют по соотношению $X_1 = X - A$, приняв за условное начало 35 — число, близкое к $\bar{x} = 34,43$. В таблицу 60 записывают преобразованные даты и определяют суммы, проверяя правильность расчетов по равенству $\Sigma P = \Sigma C = \Sigma V = \Sigma X_1 = -11,6$.

60. Таблица преобразованных дат

| Ряды | Столбцы | | | | | Суммы | |
|------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| | $X_1 = X - 35$ | | | | | P | V |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| 1 | 0,3D | -3,9C | -2,4A | -1,6B | -1,2E | -8,8 | -11,5A |
| 2 | 5,8B | -1,3A | 4,3E | 2,7C | 2,3D | 13,8 | -12,8B |
| 3 | 0,8E | -7,3B | 2,2D | -3,2A | 0,8C | -6,7 | -1,3C |
| 4 | -0,8A | 0,3D | 1,9C | 5,0E | -1,1B | 5,3 | 3,8D |
| 5 | -2,8C | 1,3E | -8,6B | -1,3D | -3,8A | -15,2 | 10,2E |

Суммы C

3,3 -10,9 -2,6 1,6 -3,0 -11,6= ΣX_1

Суммы квадратов отклонений вычисляют в таком порядке:

$$N = np = 5 \cdot 5 = 25;$$

$$C = (\Sigma X_1)^2 : N = (11,6)^2 : 25 = 5,38;$$

$$C_V = \Sigma X_1^2 - C = (0,3^2 + 3,9^2 + \dots + 3,8^2) - 5,38 = 285,90;$$

$$C_C = \Sigma C^2 : n - C = (3,3^2 + 10,9^2 + \dots + 3,0^2) : 5 - 5,38 = 24,22;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : n - C = (8,8^2 + 13,8^2 + 5,3^2 + 15,2^2) : 5 - 5,38 = 109,00;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (11,5^2 + 12,8^2 + 1,3^2 + 3,8^2 + 10,2^2) : 5 - 5,38 = 77,87;$$

$$C_Z = C_Y - C_C - C_P - C_V = 285,90 - 24,22 - 109,00 - 77,87 = 74,81.$$

Составляют таблицу дисперсионного анализа и вычисляют F -критерий (табл. 61).

61. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_Φ | F_{05} |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------|----------|
| Общая | 285,90 | 24 | — | — | — |
| Столбцов | 24,22 | 4 | — | — | — |
| Рядов | 109,00 | 4 | — | — | — |
| Вариантов | 77,87 | 4 | 19,47 | 3,12 | 3,26 |
| Остаток (ошибки) | 74,81 | 12 | 6,23 | — | — |

Для 4 степеней свободы дисперсии вариантов (числитель) и 12 степеней остатка (знаменатель) и значение $F_{05}=3,26$ (по табл. 2 приложения), т. е. $F_\Phi < F_{05}$, и нулевая гипотеза не отвергается. Когда по критерию F в опыте нет существенных различий по вариантам, все они относятся ко II группе и значение $НСР_{05}$ не вычисляют. Определяют только ошибку опыта. Для нашего примера она равна:

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{6,23}{5}} = 1,12 \text{ ц.}$$

Результаты опыта и статистической обработки записывают в итоговую таблицу 62.

62. Урожай ячменя (ц с 1 га)

| Варианты (сорта) | Урожай | Группа |
|------------------|--------|--------|
| A (st) | 32,7 | st |
| B | 32,4 | II |
| C | 34,7 | II |
| D | 35,8 | II |
| E | 36,5 | II |

$$S_x = 1,12 \text{ ц/га}; F_\Phi < F_{05}.$$

Вывод. Разности между средними урожаями по вариантам на 5%-ном уровне значимости несущественны.

Пример 6. Обработать результаты опыта, проведенного латинским прямоугольником $4 \times 4 \times 2$ (табл. 63).

Решение. 1. В таблице 63 подсчитывают суммы по столбцам C , рядам P , вариантам V и общую сумму всех поделяночных урожаев ΣX . Суммы урожаев по вариантам вычисляют суммированием всех поделяночных урожаев для соответствующего варианта. Для варианта A сумма равна $V_A = 43 + 42 + 36 + 46 = 167$; $V_B = 40 + 37 + 35 + 35 = 147$ и т. д.

Проверяют правильность вычислений $\Sigma P = \Sigma C = \Sigma X = 1556$.

63. Схема размещения опыта и урожаи зеленой массы кукурузы
(т с 1 га; латинскими буквами обозначены варианты)

| Ряды | Столбцы | | | | Суммы по | | Средние по вариантам |
|------|---------|-----|-----|-----|----------|-------------|----------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | рядам P | вариантам V | |
| 1 | 49E | 64G | 35B | 50D | 413 | 167A | 41,8A |
| | 43A | 65C | 47F | 60H | | 147B | |
| 2 | 64G | 42E | 55D | 35B | 393 | 250C | 62,5C |
| | 66C | 42A | 54H | 35F | | 215D | |
| 3 | 40F | 50H | 40E | 51G | 365 | 161E | 40,2E |
| | 40B | 48D | 36A | 60C | | 167F | |
| 4 | 53H | 45F | 53G | 30E | 385 | 232G | 58,0G |
| | 62D | 37B | 59C | 46A | | 217H | |

Сумма по столбцам C 417 393 379 367 1556 = ΣX 48,6 = \bar{x}

2. Вычисляют суммы квадратов, записывают их в таблицу дисперсионного анализа и определяют критерий F (табл. 64).

$$N = 4 \cdot 4 \cdot 2 = 32;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (1556)^2 : 32 = 75660,5;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (49^2 + 64^2 + \dots + 46^2) - 75660,5 = 3269,5;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (413^2 + 393^2 + 365^2 + 385^2) : 8 - 75660,5 = 148,0;$$

$$C_C = \Sigma C^2 : l - C = (417^2 + 393^2 + 379^2 + 367^2) : 8 - 75660,5 = 173,0;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (167^2 + 147^2 + \dots + 217^2) : 4 - 75660,5 = 2576,0;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_C - C_V = 3269,5 - 148,0 - 173,0 - 2576,0 = 372,5.$$

64. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F _ф | F ₀₅ |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| Общая | 3269,5 | 31 | — | — | — |
| Рядов | 148,0 | 3 | — | — | — |
| Столбцов | 173,0 | 3 | — | — | — |
| Вариантов | 2576,0 | 7 | 368,00 | 17,78 | 2,58 |
| Остаток (ошибки) | 372,5 | 18 | 20,69 | — | — |

3. Для оценки существенности частных различий вычисляют:

$$s_x \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{20,69}{4}} = 2,24 \text{ т};$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20,69}{4}} = 3,22 \text{ т};$$

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = 2,10 \cdot 3,22 = 6,8 \text{ т};$$

$$HCP_{05} = \frac{t_{05} s_d}{\bar{x}} 100 = \frac{6,8}{48,6} 100 = 14,0\%.$$

Результаты опыта и статистической обработки записывают в итоговую таблицу 65.

65. Урожай зеленой массы кукурузы (т с 1 га)

| Варианты (сорта) | Урожай | Отклонение от стандарта | | Группа |
|------------------------|--------|-------------------------|-------|-----------|
| | | т/га | % | |
| <i>A</i> (<i>st</i>) | 41,8 | — | — | <i>st</i> |
| <i>B</i> | 36,8 | —5,0 | —12,0 | II |
| <i>C</i> | 62,5 | 20,7 | 49,5 | I |
| <i>D</i> | 53,8 | 12,0 | 28,7 | I |
| <i>E</i> | 40,2 | —1,6 | —3,8 | II |
| <i>F</i> | 41,8 | 0,0 | 0,0 | II |
| <i>G</i> | 58,0 | 16,2 | 38,7 | I |
| <i>H</i> | 54,2 | 12,4 | 29,7 | I |
| НСР ₀₅ | — | 6,8 | 14,0 | — |

Вывод. Варианты *C*, *D*, *G* и *H* существенно превышают стандарт (I группа), а остальные варианты существенно не отличаются (II группа) от контроля.

§ 3. ОБРАБОТКА ОПЫТОВ, ПРОВЕДЕННЫХ СТАНДАРТНЫМИ МЕТОДАМИ

Составление таблицы урожаев и вычисление средних величин для опытов, проведенных стандартными методами, значительно отличается от определения средних урожаев в опытах, поставленных методом обычных повторений. Дело в том, что при частом расположении контролей имеются различные возможности приведения урожаев изучаемых вариантов к среднему плодородию поля по показателям стандарта (контроля).

Существует несколько способов вычисления показателя стандарта (обозначим его буквой *K*) для какой-либо делянки опытного варианта.

1. В качестве показателя *K* может приниматься средняя арифметическая двух ближайших (окаймляющих) стандартов. Этот показатель наиболее приемлем при размещении стандартных делянок через 1—2 опытные.

2. В опытах с размещением стандартов через 2—3 опытные делянки и более за показатель *K* может быть взят урожай интерполированного контроля.

Сравнение опытных вариантов только с парным, ближайшим контролем обычно дает большую ошибку, чем сравнение их со средним арифметическим двух ближайших стандартных делянок или с интерполированным контролем, которые правильнее отражают исходное плодородие опытных делянок и более устойчивы для сравнения. Это объясняется тем, что в основе вычисления интерполированного и среднего арифметического показателя *K* лежит не один, а два поделочных урожая.

Следует обратить внимание еще на одну характерную особенность обработки результатов опытов, проведенных стандартными методами. Она обусловлена тем, что при этих методах нельзя непосредственно сравнивать опытные делянки между со-

66. Таблица фактических урожаев подсолнечника (ц с 1 га) и приведение их к среднему стандарту (по В. Г. Вольфу, 1966)

| Вариант (№ сорта) | Фактические урожаи | | | | Отклонение от среднего урожая окаймляющих стандартов | | | | | Урожай, приведенные к среднему стандарту |
|-------------------|--------------------|------|------|---------|--|------|------|---------|---------|--|
| | по повторениям X | | | средние | по повторениям d | | | суммы V | средние | |
| | I | II | III | | I | II | III | | | |
| Стандарт | 14,8 | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| 1322 | 15,4 | 17,6 | 15,9 | 16,3 | 0,2 | 0,8 | 0,1 | 1,1 | 0,4 | 15,9 |
| 1323 | 16,4 | 17,0 | 16,7 | 16,7 | 1,2 | 0,2 | 0,9 | 2,3 | 0,8 | 16,3 |
| Стандарт | 15,6 | 17,1 | 15,6 | 16,1 | — | — | — | — | — | — |
| 1328 | 14,4 | 15,9 | 15,6 | 15,3 | -0,5 | -0,5 | 0,9 | -0,1 | 0,0 | 15,5 |
| 1343 | 16,8 | 17,8 | 16,7 | 17,1 | 1,9 | 1,4 | 2,0 | 5,3 | 1,8 | 17,3 |
| Стандарт | 14,2 | 15,8 | 13,8 | 14,6 | — | — | — | — | — | — |
| 1346 | 13,9 | 16,3 | 14,5 | 14,9 | -0,8 | 0,2 | 0,5 | -0,1 | 0,0 | 15,5 |
| 1351 | 15,9 | 18,7 | 17,6 | 17,4 | 1,2 | 2,6 | 3,6 | 7,4 | 2,5 | 18,0 |
| Стандарт | 15,2 | 16,4 | 14,3 | 15,3 | — | — | — | — | — | — |
| 1357 | 16,0 | 19,0 | 18,0 | 17,6 | 1,6 | 2,4 | 2,8 | 6,8 | 2,3 | 17,8 |
| 1358 | 15,1 | 17,4 | 17,6 | 16,7 | 0,7 | 1,0 | 2,4 | 4,1 | 1,4 | 16,9 |
| Стандарт | 13,6 | 16,9 | 16,0 | 15,5 | — | — | — | — | — | — |
| 1363 | 16,4 | 18,4 | 18,6 | 17,8 | 2,8 | 1,4 | 2,6 | 6,8 | 2,3 | 17,8 |
| 1364 | 17,0 | 19,3 | 18,9 | 18,4 | 3,4 | 2,3 | 2,9 | 8,6 | 2,9 | 18,4 |
| Стандарт | 13,6 | 17,2 | 16,0 | 15,6 | — | — | — | — | — | — |
| 1387 | 13,0 | 15,6 | 15,1 | 14,5 | -1,4 | -1,8 | -1,2 | -4,4 | -1,5 | 14,0 |
| 1389 | 16,0 | 18,4 | 17,2 | 17,2 | 1,6 | 1,0 | 0,9 | 3,5 | 1,2 | 16,7 |
| Стандарт | 15,1 | 17,6 | 16,6 | 16,4 | — | — | — | — | — | — |
| 1396 | 17,9 | 19,9 | 18,6 | 18,8 | 3,1 | 3,2 | 2,7 | 9,0 | 3,0 | 18,5 |
| 1409 | 12,8 | 16,0 | 13,8 | 14,2 | -2,0 | -0,7 | -2,1 | -4,8 | -1,6 | 13,9 |
| Стандарт | 14,6 | 15,8 | 15,2 | 15,2 | — | — | — | — | — | — |
| 1410 | 15,6 | 17,5 | 15,2 | 16,1 | 0,1 | 1,6 | 0,6 | 2,3 | 0,8 | 16,3 |
| 1418 | 13,2 | 15,7 | 12,1 | 13,7 | -2,3 | -0,2 | -2,5 | -5,0 | -1,7 | 13,8 |
| Стандарт | 16,4 | 16,0 | 14,1 | 15,5 | — | — | 17,1 | — | — | — |
| | Суммы P | | | | 10,8 | 14,9 | 17,1 | 42,8= | — | — |
| | | | | | | | | =Σd | | |

бой, так как нередко они сильно удалены пространственно, особенно при длинных схемах, и, следовательно, могут быть расположены на различных по плодородию участках. В этих случаях варианты сравнивают между собой через стандарт, т. е. все урожаи приводят к общему среднему контролю.

Пример 7. В опыте по сортоиспытанию 16 сортов подсолнечника, расположенном в одном ярусе стандартным дактиль-методом, получены следующие урожаи (табл. 66). $H_0: d=0$.

Решение. Вычисления ведут в следующем порядке.

1 Определяют разности между урожаями с опытных делянок и средними двух окаймляющих стандартов и записывают их в первую часть таблицы 66. Для первой делянки сорта 1322 разность будет $15,4 - (14,8 + 15,6) : 2 = 0,2$, для второй $17,6 - (16,4 + 17,1) : 2 = 0,8$ и третьей $15,9 - (16,0 + 15,6) : 2 = 0,1$. Для первой делянки сорта 1387 разность урожаев равна $13,0 - (13,6 + 15,1) : 2 = -1,4$, для второй $15,6 - (17,2 + 17,6) = -1,8$ и т. д. При вычислении среднего

урожаю контроля для сортов, находящихся на стыках повторений (в нашем примере делянки сортов 1322 и 1323, расположенные во II и III повторениях), учитывают фактическое расположение стандартных делянок в опыте.

2. Определяют средний урожай стандарта в опыте:

$$\bar{x}_{st} = \frac{(14,8 + 15,6 + \dots + 14,1)}{25} = 15,5 \text{ ц с 1 га.}$$

3. Находят суммы отклонений по сортам V , повторениям P , общую сумму всех разностей Σd и проверяют правильность вычислений по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma d$. Определяют средние разности для каждого сорта \bar{d} .

4. Приводят фактические урожаи к среднему урожаю стандарта. Для этого к среднему урожаю стандартного сорта (у нас 15,5) прибавляют среднюю разность \bar{d} для сорта (учитывая знак разности) и записывают урожай, приведенные к сравнительному виду, в правую колонку таблицы 66. Так, для сорта 1322 приведенный урожай равен $15,5 + 0,4 = 15,9$; для сорта 1387 он составит $15,5 + (-1,5) = 14,0$ и т. д.

5. Методом дисперсионного анализа определяют суммы квадратов отклонений. Для этого используют отклонения от среднего стандарта. Расчеты ведут в таком порядке.

Общее число наблюдений-разностей

$$N = ln = 16 \cdot 3 = 48.$$

Корректирующий фактор

$$C = (\Sigma d)^2 : N = (42,8)^2 : 48 = 36,16.$$

Общая сумма квадратов

$$C_V = \Sigma d^2 - C = (0,2^2 + 0,8^2 + \dots + (-2,5^2) - 38,16 = 124,58.$$

Сумма квадратов для повторений

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (10,8^2 + 14,9^2 + 17,1^2) : 16 - 38,16 = 1,28.$$

Сумма квадратов для вариантов

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (1,1^2 + 2,3^2 + \dots + 5,0^2) : 3 - 38,16 = 108,03.$$

Остаточная сумма квадратов (ошибки)

$$C_Z = C_V - C_P - C_V = 124,48 - 1,28 - 108,03 = 15,27.$$

Полученные данные записывают в таблицу дисперсионного анализа и вычисляют F -критерий (табл. 67).

67. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{Φ} | F_{05} |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------|
| Общая | 124,58 | 47 | — | — | — |
| Повторений | 1,28 | 2 | — | — | — |
| Сортов | 108,03 | 15 | 7,20 | 14,12 | 2,02 |
| Остаток (ошибки) | 15,27 | 30 | 0,51 | — | — |

Значение $F_{05} = 2,02$ берут из таблицы 2 приложений для 15 степеней свободы дисперсии вариантов (числитель) и 30 степеней остатка (знаменатель).

6. Для оценки существенности частных различий вычисляют ошибку средней разности и НСР для 5%-ного или 1%-ного уровня значимости. Так как для статистического анализа использовались не фактические урожаи, а отклонения их от стандарта, т. е. разности d , то по формуле ошибки средней сразу находят ошибку средней разности s_d , которая и используется для расчета существенной разности. Вычисляют:

а) ошибку средней разности между урожаями сортов и стандартов

$$s_d = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,51}{3}} = 0,41 \text{ ц};$$

б) наименьшую существенную разность для 5%-ного уровня значимости в абсолютных и относительных величинах

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = 2,04 \cdot 0,41 = 0,84 \text{ ц};$$

$$HCP_{05} = \frac{t_{05} s_d}{x_{st}} 100 = \frac{0,84}{15,5} 100 = 5,4\%.$$

Теоретическое значение t_{05} берут из таблицы 1 приложений для 30 степеней свободы остатка.

Результаты опыта и статистической обработки записывают в итоговую таблицу 68.

68. Урожай сортов подсолнечника (ц с 1 га)

| № сортов | Урожай | Отклонение от стандарта | | Группа |
|-------------------|--------|-------------------------|-------|--------|
| | | ц/га | % | |
| Стандарт | 15,5 | — | — | st |
| 1322 | 15,9 | 0,4 | 2,6 | II |
| 1323 | 16,3 | 0,8 | 5,2 | II |
| 1328 | 15,5 | 0,0 | 0,0 | II |
| 1343 | 17,3 | 1,8 | 11,6 | I |
| 1346 | 15,5 | 0,0 | 0,0 | II |
| 1351 | 18,0 | 2,5 | 16,1 | I |
| 1357 | 17,8 | 2,3 | 14,8 | I |
| 1358 | 16,9 | 1,4 | 9,0 | I |
| 1363 | 17,8 | 2,3 | 14,8 | I |
| 1364 | 18,4 | 2,9 | 18,7 | I |
| 1387 | 14,0 | -1,5 | -9,7 | III |
| 1389 | 16,7 | 1,2 | 7,7 | I |
| 1396 | 18,5 | 3,0 | 19,4 | I |
| 1409 | 13,9 | -1,6 | -10,3 | III |
| 1410 | 16,3 | 0,8 | 5,2 | II |
| 1418 | 13,8 | -1,7 | -11,0 | III |
| HCP ₀₅ | — | 0,84 | 5,4 | — |

Вывод. 8 сортов существенно превысили стандарт (I группа), 3 сорта существенно уступили (III группа) стандарту и 5 сортов по урожаю несущественно отклоняются (II группа) от стандарта.

Глава 21

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ МНОГОФАКТОРНОГО ПОЛЕВОГО ОПЫТА

§ 1. ОБРАБОТКА ОПЫТОВ, ПРОВЕДЕННЫХ МЕТОДОМ РЕНДОМИЗИРОВАННЫХ ПОВТОРЕНИЙ

Статистическую обработку данных проводят в такой последовательности:

1) исходные даты заносят в таблицу урожаев, определяют суммы и средние;

2) вычисляют суммы квадратов для общего варьирования C_U , варьирования повторений C_P , вариантов C_V и остатка C_Z , т. е. обрабатывают данные так же, как и результаты однофакторного опыта;

3) общее варьирование вариантов C_V разлагают на компоненты — главные эффекты изучаемых факторов и их взаимодействия;

4) составляют таблицу дисперсионного анализа и проверяют нулевую гипотезу о существенности действия и взаимодействия факторов по F -критерию.

Многофакторный дисперсионный комплекс — это совокупность исходных наблюдений (дат), позволяющих статистически оценить действие и взаимодействие нескольких изучаемых факторов на изменчивость результативного признака. Эффект взаимодействия составляет ту часть общего варьирования, которая вызвана различным действием одного фактора при разных градациях другого. Специфическое действие сочетаний в ПФЭ выявляется тогда, когда при одной градации первого фактора второй действует слабо или угнетающе, а при другой градации он проявляется сильно и стимулирует развитие результативного признака.

В полевом эксперименте часто эффект от совместного применения изучаемых факторов больше (синергизм) или меньше (антагонизм) суммы эффектов от раздельного применения каждого из них. Следовательно, существует взаимодействие факторов: в первом случае положительное, а во втором — отрицательное. Когда факторы не взаимодействуют, прибавка от совместного применения их равна сумме прибавок от раздельного воздействия (аддитивизм).

Пример 1. В двухфакторном опыте 3×4 , поставленном в четырех рендомизированных повторениях, изучено действие трех градаций орошения (0 — без орошения, 1 — умеренное и 2 — обильное орошение) и четырех доз азота (0 — без азота, 1 — 60, 2 — 120, 3 — 240 фунтков на акр) на урожай семян хлопчатника (табл. 69). Провести дисперсионный анализ данных.

Решение. Дисперсионный анализ двухфакторного опыта с тремя градациями фактора A — орошения ($l_A=3$) и четырьмя градациями фактора B — доз азота ($l_B=4$), поставленного в четырех повторениях ($n=4$), складывается из следующих этапов.

1. В таблице 69 определяют суммы и средние. Правильность вычислений проверяют по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 1443$.

2. Определяют суммы квадратов отклонений

$$N = l_A l_B n = 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (1443)^2 : 48 = 43380,2;$$

$$C_U = \Sigma X^2 - C = (19^2 + 20^2 + \dots + 48^2) - 43380,2 = 5494,8;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (390^2 + 382^2 + 337^2 + 334^2) : 3 \cdot 4 - 43380,2 = 215,6;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (69^2 + 78^2 + \dots + 197^2) : 4 - 43380,2 = 5024,1;$$

$$C_Z = C_U - C_P - C_V = 5494,8 - 215,6 - 5024,1 = 255,1.$$

3. Следующий этап дисперсионного анализа многофакторного опыта — определение сумм квадратов для факторов A , B и взаимодействия AB . Для

69. Влияние орошения и доз азота на урожай семян хлопчатника
(д с 1 акра, по Salmon и Hanson, 1964 г.)

| Орошение A | Дозы азота B | Повторения, X | | | | Суммы V | Средние |
|---------------|-----------------|---------------|-----|-----|-----|---------|-----------------|
| | | I | II | III | IV | | |
| 0 | 0 | 19 | 20 | 15 | 15 | 69 | 17,3 |
| | 1 | 20 | 20 | 20 | 18 | 78 | 19,5 |
| | 2 | 18 | 20 | 18 | 18 | 74 | 18,5 |
| | 3 | 20 | 19 | 18 | 19 | 76 | 19,0 |
| 1 | 0 | 32 | 29 | 18 | 21 | 100 | 25,0 |
| | 1 | 40 | 39 | 33 | 34 | 146 | 36,5 |
| | 2 | 39 | 38 | 40 | 37 | 154 | 38,5 |
| | 3 | 44 | 42 | 40 | 39 | 165 | 41,3 |
| 2 | 0 | 30 | 31 | 21 | 17 | 99 | 24,8 |
| | 1 | 42 | 35 | 28 | 33 | 138 | 34,6 |
| | 2 | 38 | 38 | 36 | 35 | 147 | 36,8 |
| | 3 | 48 | 51 | 50 | 48 | 197 | 49,3 |
| Суммы P | | 390 | 382 | 337 | 334 | 1443=ΣX | 30,1= \bar{x} |

этого составляют таблицу 3×4, в которую вписывают суммы урожаев по вариантам (из табл. 69), и находят необходимые для расчета главных эффектов суммы A и B (табл. 70).

70. Определение главных эффектов и взаимодействий

| Орошение A | Доза азота, B | | | | Суммы A |
|------------|---------------|-----|-----|-----|---------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | |
| 0 | 69 | 78 | 74 | 76 | 297 |
| 1 | 100 | 146 | 154 | 165 | 565 |
| 2 | 99 | 138 | 147 | 197 | 581 |
| Суммы B | 268 | 362 | 375 | 438 | 1443=ΣX |

$$C_A = \Sigma A^2 : l_B n - C = (297^2 + 565^2 + 581^2) : 4 \cdot 4 - 43380,2 = 3182,0$$

при $(l_A - 1) = (3 - 1) = 2$ степенях свободы;

$$C_B = \Sigma B^2 : l_A n - C = (268^2 + 362^2 + 375^2 + 438^2) : 3 \cdot 4 - 43380,2 = 1231,2$$

при $(l_B - 1) = (4 - 1) = 3$ степенях свободы;

$$C_{AB} = C_V - C_A - C_B = 5024,1 - 3182,0 - 1231,2 = 610,9$$

при $(l_A - 1)(l_B - 1) = (3 - 1)(4 - 1) = 6$ степенях свободы.

71. Результаты дисперсионного анализа двухфакторного опыта 3×4 проведенного методом рендомизированных блоков

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{Φ} | $F_{об}$ |
|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------|
| Общая | 5494,8 | 47 | — | — | — |
| Повторений | 215,6 | 3 | — | — | — |
| Орошения A | 3182,0 | 2 | 1591,0 | 205,8 | 3,30 |
| Азота B | 1231,2 | 3 | 410,4 | 53,1 | 2,90 |
| Взаимодействия AB | 610,9 | 6 | 101,8 | 13,2 | 2,40 |
| Остаток (ошибки) | 255,1 | 33 | 7,73 | — | — |

Составляют таблицу дисперсионного анализа и определяют значимость действия и взаимодействия изучаемых факторов по F -критерию (табл. 71).

Значения F_{05} берут из таблицы 2 приложений, исходя из степеней свободы для дисперсии главных эффектов A , B и взаимодействия AB (числитель) и 33 степеней свободы дисперсии остатка (знаменатель). В нашем примере эффект орошения, применения азота и их взаимодействия значим на 5%-ном уровне ($F_{ф} > F_{05}$).

4. Для оценки существенности частных различий определяют:

$$s_x = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{7,73}{4}} = 1,39 \text{ ц;}$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,73}{4}} = 1,97 \text{ ц;}$$

$$НСР_{05} = t_{05} s_d = 2,0 \cdot 1,97 = 3,94 \text{ ц.}$$

5. Оценка существенности главных эффектов и взаимодействия по $НСР_{05}$. В этом примере частные средние опираются на $n=4$, а средние для главного эффекта A — на $nl_B=4 \times 4=16$ и средние для главного эффекта B — на $nl_A=4 \times 3=12$ наблюдений. Вычисляют s_d и $НСР_{05}$ для главных эффектов:

для фактора A

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{nl_B}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,73}{4 \cdot 4}} = 0,98 \text{ ц;}$$

$$НСР_{05} = t_{05} s_d = 2,0 \cdot 0,98 = 1,96 \text{ ц;}$$

для фактора B и взаимодействия AB

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{nl_B}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,73}{4 \cdot 3}} = 1,13 \text{ ц;}$$

$$НСР_{05} = t_{05} s_d = 2,0 \cdot 1,13 = 2,26 \text{ ц.}$$

В заключение составляют итоговую таблицу или представляют результаты опыта в графическом виде (табл. 72, рис. 46). В таблице 72 показаны три значения $НСР_{05}$: одно для оценки существенности частных различий между средними ($НСР_{05}=3,94$), а два других для оценки существенности разности средних по фактору A ($НСР_{05}=1,96$) и по фактору B ($НСР_{05}=2,26$), т. е. оценки главных эффектов орошения и азота.

72. Действие орошения и доз азота на урожай семян хлопчатника (ц с 1 акра)

| Орошение A | Дозы азота B | | | | Средние по фактору A ($НСР_{05}=1,96$) |
|--|----------------|------|------|------|--|
| | 0 | 60 | 120 | 240 | |
| Без орошения | 17,3 | 19,5 | 18,5 | 19,0 | 18,6 |
| Умеренное | 25,0 | 36,5 | 38,5 | 41,3 | 35,3 |
| Обильное | 24,8 | 34,5 | 36,8 | 49,3 | 36,4 |
| Средние по фактору B ($НСР_{05}=2,26$) | 22,4 | 30,2 | 31,2 | 36,5 | 30,1 |

$НСР_{05}=3,94$ для сравнения частных средних.

На примере этого опыта рассмотрим технику статистической обработки данных факториальных экспериментов без повторностей. Общую сумму квадратов в двухфакторном опыте без повторностей можно разложить на три компонента:

$$C_Y = C_A + C_B + C_{AB+Z}.$$

Для расчета ошибки и наименьшей существенной разности используют остаточную сумму квадратов C_{AB+Z} , которая включает взаимодействие факторов AB и случайную вариацию Z .

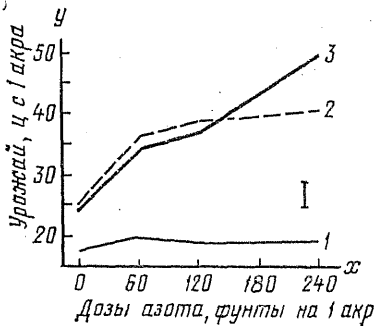


Рис. 46. Действие доз азота на урожай семян хлопчатника в зависимости от орошения:

1 — без орошения; 2 — умеренное орошение; 3 — обильное орошение. Вертикальной чертой показана НСР₀₅-3,9ц.

Допустим, что экспериментатор имеет данные только одного, положим, первого повторения, двухфакторного опыта (см. табл. 69, повторение I). Проведем дисперсионный анализ. Он складывается из следующих этапов

1. Определяют общую сумму урожаев ΣX (у нас $\Sigma X = \Sigma P_1 = 390$), корректи-

рующий фактор и общую сумму квадратов

$$N = l_A \cdot l_B = 3 \cdot 4 = 12;$$

$$C = (\Sigma X)^2 \cdot N = 390^2 : 12 = 12675,00;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (19^2 + 20^2 + \dots + 48^2) - 12675,00 = 1303,00.$$

2. Для определения сумм квадратов отклонений для C_A , C_B и C_{AB+Z} составляют таблицу (аналогичную табл. 70), в которую заносят исходные данные урожаев первого повторения. Определяют суммы для факторов A и B . Для нашего примера суммы можно вычислить и без таблицы.

Они равны:

$$A_0 = 19 + 20 + 18 + 20 = 77; \quad A_1 = 32 + 40 + 39 + 44 = 155;$$

$$A_2 = 30 + 42 + 38 + 48 = 158;$$

$$B_0 = 19 + 32 + 30 = 81; \quad B_1 = 20 + 40 + 42 = 102;$$

$$B_2 = 18 + 39 + 38 = 95; \quad B_3 = 20 + 44 + 48 = 112.$$

Суммы квадратов определяют по соотношениям:

$$C_A = \Sigma A^2 : l_B - C = (77^2 + 155^2 + 158^2) : 4 - 12675,00 = 1054,50$$

$$\text{при } (l_A - 1) = (3 - 1) = 2 \text{ степенях свободы};$$

$$C_B = \Sigma B^2 : l_A - C = (81^2 + 102^2 + 95^2 + 112^2) : 3 - 12675,00 = 169,66$$

$$\text{при } (l_B - 1) = (4 - 1) = 3 \text{ степенях свободы};$$

$$C_{AB+Z} = C_Y - C_A - C_B = 1303,00 - 1054,50 - 169,66 = 78,84$$

$$\text{при } (N - 1) - (l_A - 1) - (l_B - 1) = (12 - 1) - (3 - 1) - (4 - 1) = 6 \text{ степенях свободы остатка (ошибки)}.$$

3. Определяют дисперсии

$$\text{для фактора } A \quad s^2_A = \frac{C_A}{l_A - 1} = \frac{1054,50}{3 - 1} = 527,25;$$

$$\text{для фактора } B \quad s^2_B = \frac{C_B}{l_B - 1} = \frac{169,66}{4 - 1} = 56,55;$$

$$\begin{aligned} \text{для остатка (ошибки)} \quad s^2 &= \frac{C_{AB+Z}}{(N - 1) - (l_A - 1) - (l_B - 1)} = \\ &= \frac{78,84}{(12 - 1) - (3 - 1) - (4 - 1)} = 13,14. \end{aligned}$$

4. Находят фактические значения критерия F , сравнивают их с теоретическими и для значимых эффектов определяют НСР₀₅:

$$F_A = \frac{s^2_A}{s^2} = \frac{527,25}{13,14} = 40,12; \quad F_\phi > F_{05} = 5,14;$$

$$F_B = \frac{s^2_B}{s^2} = \frac{56,55}{13,14} = 4,30; \quad F_\phi < F_{05} = 4,76.$$

Наименьшая существенная разность для фактора A , действие которого существенно,

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = t_{05} \sqrt{\frac{2s^2}{l_B}} = 2,45 \sqrt{\frac{2 \cdot 13,14}{4}} = 6,27 \text{ ц.}$$

Величину HCP_{05} для фактора B не вычисляют, так как по критерию F эффект азота в опыте статистически не доказан.

Этот пример четко иллюстрирует факт резкого снижения разрешающей способности двухфакторного опыта, если он проводится без повторностей. Остаточная дисперсия (ошибка) возросла примерно вдвое по сравнению с опытом, проведенным в четырехкратной повторности ($13,14 : 7,73 = 1,70$). Экспериментатор не только теряет возможность установить эффект парных взаимодействий (а это одна из важнейших задач многофакторных опытов), но и не может утверждать, что действие азотного удобрения существенно (фактор B). И только эффект орошения статистически доказан. Можно считать, что основные задачи, поставленные перед этим экспериментом при проведении его без повторностей, не выполнены.

Пример 2. В трехфакторном опыте $2 \times 2 \times 2$ изучено действие двух градаций (0 и 1) удобрения (фактор A), гербицида (фактор B) и известкования (фактор C) на урожайность овса (табл. 73).

Решение. Дисперсионный анализ трехфакторного опыта с двумя градациями факторов A , B и C ($l_A = l_B = l_C = 2$), поставленного в трех повторениях ($n=3$), складывается из следующих этапов.

1. В таблице исходных данных определяют суммы по повторениям и вариантам. Правильность вычислений проверяют по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 613,2$. Затем вычисляют средние по вариантам.

73. Урожайность овса (ц с 1 га) в трехфакторном опыте $2 \times 2 \times 2$

| Факторы | | | Повторения, X | | | Суммы V | Средние |
|---------|---|---|---------------|-------|-------|--------------------|------------------|
| A | B | C | I | II | III | | |
| 0 | 0 | 0 | 16,2 | 19,5 | 18,3 | 54,0 | 18,0(0) |
| | | 1 | 16,1 | 18,1 | 17,3 | 51,5 | 17,2(c) |
| | 1 | 0 | 17,5 | 23,6 | 20,5 | 61,6 | 20,5(б) |
| | | 1 | 17,7 | 24,3 | 21,3 | 63,3 | 21,1(вс) |
| 1 | 0 | 0 | 22,3 | 31,4 | 27,6 | 81,3 | 27,1(a) |
| | | 1 | 29,1 | 35,2 | 32,7 | 97,0 | 32,3(ac) |
| | 1 | 0 | 29,5 | 35,6 | 32,8 | 97,9 | 32,6(ав) |
| | | 1 | 31,4 | 39,4 | 35,8 | 106,6 | 35,5(авс) |
| Суммы P | | | 179,8 | 227,1 | 206,3 | 613,2 = ΣX | 25,5 = \bar{x} |

2. Определяют суммы квадратов отклонений — общую, для повторений, вариантов и остатка:

$$N = l_A l_B l_C \cdot n = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (613,2)^2 : 24 = 15667,3;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (16,2^2 + 19,5^2 + \dots + 35,8^2) - 15667,3 = 1270,9;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l_{AB} l_C - C = (179,8^2 + 227,1^2 + 206,3^2) : 2 \cdot 2 - 15667,3 = 140,5;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (54,0^2 + 51,5^2 + \dots + 106,6^2) : 3 - 15667,3 = 1111,5;$$

$$C_Z = C_V - C_P - C_V = 1270,9 - 140,5 - 1111,5 = 18,9.$$

3. Следующий этап — определение сумм квадратов для главных эффектов A, B, C и взаимодействий AB, AC, BC и ABC . Для этого составляют вспомогательную таблицу 74, в которую из таблицы 73 вписывают суммы урожаев по вариантам и определяют суммы сумм урожаев для главных эффектов и взаимодействий, элиминируя (исключая) действие разных факторов.

Вычисление сумм квадратов отклонений для факторов A, B, C (главные эффекты) и парных взаимодействий AB, AC и BC :

$$C_A = \Sigma A^2 : l_B l_C n - C = (230,4^2 + 382,8^2) : 2 \cdot 2 \cdot 3 - 15667,3 = 967,7$$

$$\text{при } (l_A - 1) = (2 - 1) = 1 \text{ степени свободы;}$$

$$C_B = \Sigma B^2 : l_A l_C n - C = (283,8^2 + 329,4^2) : 2 \cdot 2 \cdot 3 = 15667,3 = 86,6$$

$$\text{при } (l_B - 1) = (2 - 1) = 1 \text{ степени свободы;}$$

$$C_C = \Sigma C^2 : l_A l_B n - C = (294,8^2 + 318,4^2) : 2 \cdot 2 \cdot 3 - 15667,3 = 23,2$$

$$\text{при } (l_C - 1) = (2 - 1) = 1 \text{ степени свободы;}$$

$$C_{AB} = \Sigma AB^2 : l_C n - C_A - C_B - C =$$

$$= (105,5^2 + 124,9^2 + 178,3^2 + 204,5^2) : 2 \cdot 3 - 967,7 - 86,6 - 15667,3 = 1,9$$

$$\text{при } (l_A - 1)(l_B - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1 \text{ степени свободы;}$$

$$C_{AC} = \Sigma AC^2 : l_B n - C_A - C_C - C =$$

$$= (115,6^2 + 179,2^2 + 114,8^2 + 203,6^2) : 2 \cdot 3 - 967,7 - 23,2 - 15667,3 = 26,5$$

$$\text{при } (l_A - 1)(l_C - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1 \text{ степени свободы;}$$

$$C_{BC} = \Sigma BC^2 : l_A n - C_B - C_C =$$

$$= (135,3^2 + 159,5^2 + 148,5^2 + 169,9^2) : 2 \cdot 3 - 86,6 - 23,2 - 15667,3 = 0,3$$

$$\text{при } (l_B - 1)(l_C - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1 \text{ степени свободы.}$$

Сумму квадратов для тройного взаимодействия находят по разности

$$C_{ABC} = C_V - (C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC}) =$$

$$= 1111,5 - (967,7 + 86,6 + 23,2 + 1,9 + 26,5 + 0,3) = 5,3.$$

Суммы квадратов записывают в таблицу дисперсионного анализа и оценивают значимость действия и взаимодействия факторов по F -критерию (табл. 75).

Значение F_{05} берут из таблицы 2 приложений, исходя из степеней свободы для дисперсий главных эффектов и взаимодействий (числитель) и 14 степеней свободы дисперсии остатка (знаменатель). В нашем примере при одной степени свободы для всех факторов и взаимодействия $F_{05} = 4,6$. Выявлено существенное действие на урожайность овса удобрений, гербицидов и известкования, а также взаимодействия удобрений с известкованием (AC).

4. Для оценки существенности частных различий определяют HCP_{05}

$$HCP_{05} = t_{05} \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = 2,1 \sqrt{\frac{2 \cdot 1,35}{3}} = 2,0 \text{ ц;}$$

Разности между любыми средними, превышающие 2,0 ц/га, значимы на 5%-ном уровне.

5. Оценка существенности главных эффектов и взаимодействий по HCP_{05} . Частные средние в опыте опираются на n , средние для главных эффектов A, B, C соответственно на $l_B l_C n, l_A l_C n$ и $l_A l_B n$ или в нашем примере на $2 \times 2 \times 3 = 12$ наблюдений, средние для парных взаимодействий соответственно на

74. Таблица сумм урожаев для вычисления главных эффектов и взаимодействий

| Суммы урожаев по вариантам | | | | Суммы сумм по факторам и взаимодействиям | | | | |
|----------------------------|---|----------------|----------------|--|----------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| A | B | C | | A | B | AB | AC | BC |
| | | 0 | 1 | | | | | |
| 0 | 0 | 54,0 | 51,5 | A_0 230,4 | B_0 283,8 | A_0B_0 105,5 | A_0C_0 115,6 | B_0C_0 135,3 |
| | 1 | 61,6 | 63,2 | | | A_0B_1 124,9 | A_0C_1 114,8 | B_0C_1 148,5 |
| 1 | 0 | 81,3 | 97,0 | A_1 382,8 | B_1 329,4 | A_1B_0 178,3 | A_1C_0 179,2 | B_1C_0 159,5 |
| | 1 | 97,9 | 106,6 | | | A_1B_1 204,5 | A_1C_1 203,6 | B_1C_1 169,9 |
| Суммы сумм C | | C_0 294,8 | C_1 318,4 | — | — | — | — | — |
| ΣX (проверка) | | 613,2 | 613,2 | 613,2 | 613,2 | 613,2 | 613,2 | 613,2 |

75. Результаты дисперсионного анализа трехфакторного опыта $2 \times 2 \times 2$

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{ϕ} | F_{05} |
|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------|
| Общая | 1270,9 | 23 | — | — | — |
| Повторений | 140,5 | 2 | — | — | — |
| Удобрения A | 967,7 | 1 | 967,7 | 717,0 | 4,60 |
| Гербицидов B | 86,6 | 1 | 86,6 | 64,2 | |
| Известкования C | 23,2 | 1 | 23,2 | 17,2 | |
| Взаимодействия AB | 1,9 | 1 | 1,9 | 1,4 | |
| » AC | 26,5 | 1 | 26,5 | 19,6 | |
| » BC | 0,3 | 1 | 0,3 | 0,2 | |
| » ABC | 5,3 | 1 | 5,3 | 3,9 | |
| Остаток (ошибки) | 18,9 | 14 | 1,35 | — | — |

l_{An} , l_{Bn} и l_{Cn} или на $2 \times 3 = 6$ наблюдений. Исходя из этого, вычисляют $НСР_{05}$: для главных эффектов

$$НСР_{05} = t_{05} \sqrt{\frac{2s^2}{l_A l_{Bn}}} = 2,1 \sqrt{\frac{2 \cdot 1,35}{12}} = 1,0 \text{ ц};$$

для парных взаимодействий

$$НСР_{05} = t_{05} \sqrt{\frac{2s^2}{l_{An}}} = 2,1 \sqrt{\frac{2 \cdot 1,35}{6}} = 1,4 \text{ ц}.$$

6. Вычисление главных (средних) эффектов и взаимодействия. На основе алгоритма (см. табл. 7 стр. 90), определяющего порядок вычисления главных эффектов и взаимодействия, составляют таблицу 76, переносят в нее средние урожаи по вариантам (из табл. 73)

76. Вычисление главных эффектов и взаимодействия в опыте $2 \times 2 \times 2$

| Эффект | Комбинации вариантов | | | | |
|--------|----------------------|------|------|------|------|
| | 0 | a | в | c | ав |
| Итого | 18,0 | 27,1 | 20,5 | 17,2 | 32,6 |
| A | — | + | — | — | + |
| B | — | — | + | — | + |
| C | — | — | — | + | — |
| AB | + | — | — | + | + |
| AC | + | — | + | — | — |
| BC | + | + | — | — | — |
| ABC | — | + | + | + | — |

Продолжение

| Эффект | Комбинации вариантов | | | Сумма | Главные эффекты и взаимодействия |
|--------|----------------------|------|------|-------|----------------------------------|
| | ac | bc | abc | | |
| Итого | 32,3 | 21,1 | 35,5 | 204,3 | 25,5= \bar{x} |
| A | + | — | + | 50,7 | 12,7*=A |
| B | — | + | + | 15,1 | 3,8*=B |
| C | + | + | + | 7,9 | 2,0*=C |
| AB | — | — | + | 2,3 | 0,6=AB |
| AC | + | — | + | 8,3 | 2,1*=AC |
| BC | — | + | + | -0,9 | -0,2=BC |
| ABC | — | — | + | -3,7 | -0,9=ABC |

* Эффекты и взаимодействия существенны на 5%-ном уровне.

и находят по каждой строке суммы урожаев, учитывая знаки + и —. Делением суммы на 4 определяют главные эффекты и взаимодействия (последняя колонка табл. 76).

§ 2. ОБРАБОТКА ОПЫТОВ, ПРОВЕДЕННЫХ МЕТОДОМ РАСЩЕПЛЕННЫХ ДЕЛЯНОК

Данные вначале обрабатывают в той же последовательности, которая указана для многофакторных опытов, поставленных методом рендомизированных повторений. Новым элементом является разложение остаточной суммы квадратов C_2 на компоненты, связанные с вариабельностью делянок первого (ошибка I), второго (ошибка II) и третьего (ошибка III) порядков. Таким образом, в опыте с расщепленными (сложными) делянками сравнения главных эффектов и взаимодействий неравноточны.

Техника вычислений при дисперсионном анализе двухфакторного опыта 2×5 (двойное расщепление) показана в примере 2.

Пример 2. В опыте с многолетними травами на делянках первого порядка (1000 м²) изучалось действие известкования (0 — без извести, 1 — по извести), а на делянках второго порядка (200 м²) — пять доз фосфорных удобрений (0 — без фосфора; 1 — 30; 2 — 60; 3 — 90; 4 — 120 кг P₂O₅ на 1 га). Урожай приведены в таблице 77. Обработать результаты опыта методом дисперсионного анализа.

Решение. Дисперсионный анализ двухфакторного опыта с двумя градациями фактора A ($l_A=2$) и пятью градациями фактора B ($l_B=5$), постав-

77. Влияние известкования и доз фосфора на урожай сена многолетних трав (ц с 1 га)

| Известкование А | Фосфор В | Повторения, X | | | | Суммы V | Средние |
|-----------------|----------|---------------|-----|-----|-----|---------|-----------------|
| | | I | II | III | IV | | |
| 0 | 0 | 22 | 20 | 24 | 26 | 92 | 23,0 |
| | 1 | 26 | 23 | 26 | 29 | 104 | 26,0 |
| | 2 | 29 | 28 | 31 | 31 | 119 | 29,8 |
| | 3 | 31 | 35 | 30 | 31 | 127 | 31,8 |
| | 4 | 31 | 30 | 32 | 30 | 123 | 30,8 |
| 1 | 0 | 25 | 22 | 28 | 24 | 99 | 24,8 |
| | 1 | 28 | 29 | 32 | 28 | 117 | 29,2 |
| | 2 | 29 | 31 | 34 | 36 | 130 | 32,5 |
| | 3 | 34 | 36 | 37 | 32 | 139 | 34,8 |
| | 4 | 36 | 40 | 42 | 36 | 154 | 38,5 |
| Суммы P | | 291 | 294 | 316 | 303 | 1204=ΣX | 30,1= \bar{x} |

ленного методом расщепленных делянок в четырех повторениях ($n=4$), проводят в следующие пять этапов.

1. В исходной таблице 77 определяют суммы и средние, правильность вычислений проверяют по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 1204$.

2. Вычисляют общую сумму квадратов, сумму квадратов по повторениям, по вариантам и остаток:

$$N = l_A l_B n = 2 \cdot 5 \cdot 4 = 40;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (1204)^2 : 40 = 36240,4;$$

$$C_V = \Sigma X^2 - C = (22^2 + 20^2 + \dots + 36^2) - 36240,4 = 953,6;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l_A l_B - C = (291^2 + 294^2 + 316^2 + 303^2) : 2 \cdot 5 - 36240,4 = 37,8;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (92^2 + 104^2 + \dots + 154^2) : 4 - 36240,4 = 791,1;$$

$$C_Z = C_V - C_P - C_V = 953,6 - 37,8 - 791,1 = 124,7.$$

3. Определяют суммы квадратов для факторов А, В и взаимодействия АВ. Для этого составляют таблицу 2×5 с двумя входами, записывают в нее соответствующие суммы урожаев по вариантам (из табл. 77), находят суммы и средние по факторам А и В (табл. 78).

78. Таблица для определения главных эффектов и взаимодействия

| Известкование А | Фактор В | | | | | Суммы А | Средние А |
|-----------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------|---------------------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| 0 | 92 | 104 | 119 | 127 | 123 | 565 | 28,2=A ₀ |
| 1 | 99 | 117 | 130 | 139 | 154 | 639 | 32,0=A ₁ |
| Суммы В | 191 | 221 | 249 | 266 | 277 | 1204=ΣX | |
| Средние В | 23,9=B ₀ | 27,6=B ₁ | 31,1=B ₂ | 33,2=B ₃ | 34,6=B ₄ | 30,1= \bar{x} | |

Дисперсионный анализ данных таблицы 78 дает: общее варьирование S_{A+B+AB} (численно оно равно $C_V=791,1$), варьирование факторов А и В. Взаимодействие АВ находят по разности:

$$S_{A+B+AB} = (92^2 + 104^2 + \dots + 154^2) : n - C = 148\,126 : 4 = 36240,4 = 791,1;$$

$$S_A = \Sigma A^2 : l_B n - C = (565^2 + 639^2) : 5 \cdot 4 - 36\,240,4 = 136,9$$

$$\text{при } (l_A - 1) = (2 - 1) = 1 \text{ степени свободы};$$

$$C_B = \Sigma B^2 : l_B n - C = (191^2 + 221^2 + 249^2 + 277^2) : 2 \cdot 4 - 36 \cdot 240,4 = 610,6$$

при $(l_B - 1) = (5 - 1) = 4$ степенях свободы;

$$C_{AB} = C_{A+B+AB} - C_A - C_B = 791,1 - 136,6 - 610,9 = 43,6$$

при $(l_A - 1)(l_B - 1) = (2 - 1)(5 - 1) = 4$ степенях свободы.

4. В опыте, поставленном методом расщепленных делянок, имеются две ошибки: одна для вариантов *A*, которые изучаются на более крупных делянках первого порядка (ошибка I), и вторая для вариантов *B* и взаимодействия *AB* (ошибка II). Чтобы определить ошибки I и II, нужно разложить общее остаточное варьирование C_Z на составляющие компоненты: $C_Z = C_{ZI} + C_{ZII}$. Сумма квадратов C_{ZI} дает возможность оценить существенность действия известки (ошибка I), а C_{ZII} эффект фосфора и взаимодействие известкования с фосфором (ошибка II). Разложение C_Z производят так: вычисляют сумму квадратов для делянок первого порядка C_{ZI} , а сумму квадратов для делянок второго порядка C_{ZII} находят по разности.

Чтобы определить ошибку I, составляют таблицу 79, куда записывают суммы урожаев по делянкам первого порядка (известкование). Для первой делянки первого повторения сумма равна $22+26+29+31+31=139$ (по табл. 77), второго повторения $20+23+28+35+30=136$ и т. д. Правильность вычислений проверяют по соотношению $\Sigma P = \Sigma V = \Sigma X = 1204$.

79. Суммы урожаев по делянкам первого порядка для вычисления ошибки I

| Известкование A | Повторения | | | | Суммы A |
|-----------------|------------|-----|-----|-----|---------|
| | I | II | III | IV | |
| 0 | 139 | 136 | 143 | 147 | 565 |
| 1 | 152 | 158 | 173 | 156 | 639 |
| Суммы P | 291 | 294 | 316 | 303 | 1204=ΣX |

Таблица 79 позволяет определить общую сумму квадратов отклонений C_{YI} , значения C_A и C_P , которые определены ранее, сумму квадратов для ошибки I:

$$C_{YI} = (139^2 + 136^2 + \dots + 156^2) : l_B - C = 182 \cdot 208 : 5 - 36 \cdot 240,4 = 201,2;$$

$$C_{ZI} = C_{YI} - C_A - C_P = 201,2 - 136,9 - 37,8 = 26,5$$

при $(l_A - 1)(n - 1) = (2 - 1)(4 - 1) = 3$ степенях свободы;

$$C_{ZII} = C_Z - C_{ZI} = 124,7 - 26,5 = 98,2.$$

Теперь можно составить таблицу дисперсионного анализа и определить существенность действия и взаимодействия факторов по *F*-критерию (табл. 80).

80. Результаты дисперсионного анализа двухфакторного опыта 2×5 , поставленного методом расщепленных делянок

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | <i>F</i> _ф | <i>F</i> ₀₅ |
|-------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------------|------------------------|
| Общая | 953,6 | 39 | — | — | — |
| Повторений | 37,8 | 3 | — | — | — |
| Известкования A | 136,9 | 1 | 136,90 | 15,50 | 10,13 |
| Ошибка I | 26,5 | 3 | 8,83 | — | — |
| Фосфора B | 610,6 | 4 | 152,65 | 37,32 | 2,78 |
| Взаимодействия AB | 43,6 | 4 | 10,90 | 2,66 | 2,78 |
| Ошибка II | 98,2 | 24 | 4,09 | — | — |

Значения F_{05} берут из таблицы 2 приложений, исходя из числа степеней свободы для факторов A, B и взаимодействия AB (числитель) и соответствующих им ошибок I или II (знаменатель). Эффект известкования и фосфора доказан ($F_{\Phi} > F_{05}$), взаимодействие этих факторов не существенно ($F_{\Phi} < F_{05}$).

5. Оценка существенности частных различий:

а) делянки первого порядка (известкование)

$$s'_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2_{\text{I}}}{n}} = \sqrt{\frac{8,83}{4}} = 1,49 \text{ ц;}$$

$$s'_d = \sqrt{\frac{2s^2_{\text{I}}}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,83}{4}} = 2,10 \text{ ц;}$$

$$H'CP_{05} = t_{05}s'_d = 3,18 \cdot 2,10 = 6,68 \text{ ц;}$$

значение $t_{05} = 3,18$ берут из таблицы 1 приложений для 3 степеней свободы ошибки I;

б) делянки второго порядка (дозы фосфора)

$$s''_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2_{\text{II}}}{n}} = \sqrt{\frac{4,09}{4}} = 1,00 \text{ ц;}$$

$$s''_d = \sqrt{\frac{2s^2_{\text{II}}}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,09}{4}} = 1,41 \text{ ц;}$$

$$HCP''_{05} = t_{05}s''_d = 2,06 \cdot 1,41 = 2,90 \text{ ц;}$$

значение $t_{05} = 2,06$ при 24 степенях свободы для ошибки II.

6. Оценка существенности главных эффектов:

для главного эффекта известкования A :

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2_{\text{II}}}{nI_B}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,83}{4 \cdot 5}} = 0,94 \text{ ц;}$$

$$HCP_{05} = t_{05}s_d = 3,18 \cdot 0,94 = 2,98 \text{ ц;}$$

для главного эффекта фосфора B

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2_{\text{II}}}{nI_A}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,09}{4 \cdot 2}} = 1,00 \text{ ц;}$$

$$HCP_{05} = t_{05}s_d = 2,06 \cdot 1,00 = 2,06 \text{ ц.}$$

Полученные значения существенной разности оценивают: $HCP'_{05} = 6,68$ ц — значимость разностей между частными средними по делянкам первого порядка — эффект известкования при разных уровнях фосфатного питания ($a_1b_0 - a_0b_0 = 24,8 - 23,0 = 1,8$ ц; $a_1b_4 - a_0b_4 = 38,5 - 30,8 = 7,7$ ц и т. д., см. табл. 77);

$HCP''_{05} = 2,90$ ц — значимость разностей между частными средними по делянкам второго порядка — эффект доз фосфора на известкованном и неизвесткованном фоне ($a_0b_1 - a_0b_0 = 26,0 - 23,0 = 3,0$ ц; $a_1b_1 - a_1b_0 = 29,2 - 24,8 = 4,4$ ц и т. д., см. табл. 77);

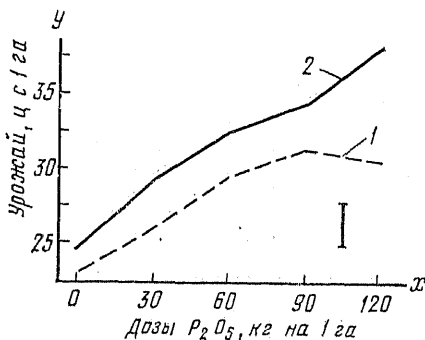


Рис. 47. Действие известкования на эффективность фосфорных удобрений:

1 — без известки; 2 — по известки. Вертикальной чертой показана $HCP_{05} = 2,98$ ц для делянок второго порядка.

$НСР_{05}=2,98$ — значимость среднего (главного) эффекта известкования A независимо от доз фосфора ($A_1-A_0=32,0-28,2=3,8$ ц);

$НСР_{05}=2,06$ ц — значимость среднего (главного) эффекта фосфора независимо от фона ($B_1-B_0=27,6-23,9=3,7$ ц; $B_2-B_1=31,1-27,6=3,5$ и т. д.).

Результаты опыта и статистической обработки удобно представить в виде графика (рис. 47).

§ 3. ОБРАБОТКА ОПЫТОВ, ПРОВЕДЕННЫХ МЕТОДОМ СМЕШИВАНИЯ

Статистическая обработка данных опытов, проведенных методом смешивания, ведется по схеме многофакторного дисперсионного анализа для рендомизированных повторений (см. пример 1—2 на стр. 232, 233). Особенность обработки — вычисление варьирования блоков и только тех сумм квадратов взаимодействий, которые не смешаны с блоковыми различиями.

Пример 4. Провести дисперсионный анализ трехфакторного опыта $2 \times 2 \times 2$, поставленного методом смешивания в 4 повторениях и 8 блоках (см. рис. 24). В опыте изучено действие двух градаций (0 и 1) азота (фактор A), фосфора (фактор B) и калия (фактор C) на урожайность яровой пшеницы (табл. 81).

81. Урожайность яровой пшеницы (ц с 1 га) в трехфакторном опыте $2 \times 2 \times 2$

| Варианты | Повторения, X | | | | Суммы V | Средние |
|--------------------------|---------------|-------|-------|-------|-------------------|-----------------|
| | I | II | III | IV | | |
| Б л о к и | | | | | | |
| | 1 | 4 | 6 | 7 | — | — |
| <i>a</i> | 27,2 | 27,8 | 26,4 | 25,2 | 106,6 | 26,6 |
| <i>b</i> | 26,0 | 25,8 | 24,8 | 25,2 | 101,8 | 25,4 |
| <i>c</i> | 26,1 | 26,6 | 24,2 | 23,0 | 99,9 | 25,0 |
| <i>abc</i> | 30,2 | 32,6 | 30,4 | 28,7 | 121,9 | 30,5 |
| Суммы по блокам P_1 | 109,5 | 112,8 | 105,8 | 102,1 | — | — |
| Б л о к и | | | | | | |
| | 2 | 3 | 5 | 8 | | |
| 0 | 23,4 | 25,0 | 23,4 | 22,0 | 93,8 | 23,4 |
| <i>ab</i> | 29,4 | 29,8 | 28,0 | 27,9 | 115,1 | 28,8 |
| <i>ac</i> | 26,9 | 28,0 | 27,0 | 26,8 | 108,7 | 27,2 |
| <i>bc</i> | 24,9 | 28,0 | 27,0 | 25,8 | 105,7 | 26,4 |
| Суммы по блокам P_1 | 104,6 | 110,8 | 105,4 | 102,5 | — | — |
| Суммы по повторениям P | 214,1 | 223,6 | 211,2 | 204,6 | 853,5= ΣX | 26,7= \bar{x} |

Решение. В этом опыте с блоковыми различиями смешано тройное взаимодействие ABC, следовательно, оно не может быть оценено статистически. Анализ данных трехфакторного опыта с $l_A=l_B=l_C=2$, проведенного в 4 повторениях ($n=4$) и 8 блоках ($n_1=8$) с 4 вариантами в каждом блоке ($l=4$), складывается из следующих этапов.

1. В таблице исходных данных подсчитывают суммы по вариантам, блокам и повторениям (табл. 81). Правильность вычисления проверяют по соотношению $\Sigma V=\Sigma P_1=\Sigma P=\Sigma X=853,5$. Вычисляют средние по вариантам.

2. Вычисляют суммы квадратов отклонений: общую, для блоков, вариантов и остатка:

$$N = l_A l_B l_C n = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 = 32;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = 853,5^2 : 32 = 22\,764,4;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (27,2^2 + 27,8^2 + \dots + 25,8^2) - 22\,764,4 = 170,4;$$

$$C_{P_1} = \Sigma P_1^2 : l - C = (109,5 + 112,8^2 + \dots + 102,5^2) : 4 - 22\,764,4 = 26,9;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (106,6^2 + 101,8^2 + \dots + 105,7^2) : 4 - 22\,764,4 = 135,8;$$

$$C_Z = C_Y - C_{P_1} - C_V = 170,4 - 26,9 - 135,8 = 7,7.$$

3. Следующий этап — определение сумм квадратов для главных эффектов A , B , C и взаимодействий AB , AC и BC . Для этого составляют вспомогательную таблицу 82, в которую вписывают суммы урожаев по вариантам (из табл. 81) и находят суммы сумм урожаев для главных эффектов и взаимодействий, последовательно элиминируя (исключая) действие разных факторов.

82. Таблица сумм урожаев для вычисления главных эффектов и взаимодействий

| Суммы урожаев по вариантам | | | | Суммы сумм по факторам и взаимодействиям | | | | |
|----------------------------|---|----------------|----------------|--|----------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| A | B | C | | A | B | AB | AC | BC |
| | | 0 | 1 | | | | | |
| 0 | 0 | 93,8 | 99,9 | A_0 401,2 | B_0 409,0 | $A_0 B_0$ 193,7 | $A_0 C_0$ 195,6 | $B_0 C_0$ 200,4 |
| | 1 | 101,8 | 105,7 | | | $A_0 B_1$ 207,5 | $A_0 C_1$ 205,6 | $B_0 C_1$ 208,6 |
| 1 | 0 | 106,6 | 108,7 | A_1 452,3 | B_1 444,5 | $A_1 B_0$ 215,3 | $A_1 C_0$ 221,7 | $B_1 C_0$ 216,9 |
| | 1 | 115,1 | 121,9 | | | $A_1 B_1$ 237,0 | $A_1 C_1$ 230,6 | $B_1 C_1$ 227,6 |
| Суммы сумм C | | C_0 417,3 | C_1 436,2 | — | — | — | — | — |

Проверка ΣX 853,5 853,5 853,5 853,5 853,5 853,5

3. Суммы квадратов для главных эффектов A , B , C и взаимодействия AB , AC , BC вычисляют в таком порядке:

$$C_A = \Sigma A^2 : l_B l_C n - C = (401,2^2 + 452,3^2) : 2 \cdot 2 \cdot 4 - 22\,764,4 = 81,6$$

при $(l_A - 1) = 1$ степени свободы;

$$C_B = \Sigma B^2 : l_A l_C n - C = (409,0^2 + 444,5^2) : 2 \cdot 2 \cdot 4 - 22\,764,4 = 39,4$$

при $(l_B - 1) = (2 - 1) = 1$ степени свободы;

$$C_C = \Sigma C^2 : l_A l_B n - C = (417,3^2 + 436,2^2) : 2 \cdot 2 \cdot 4 - 22\,764,4 = 11,1$$

при $(l_C - 1) = (2 - 1) = 1$ степени свободы;

$$C_{A+B+AB} = \Sigma AB^2 : l_C n - C =$$

$$= (193,7^2 + 207,5^2 + 215,3^2 + 237,0^2) : 2 \cdot 4 - 22\,764,6 = 123,0;$$

$$\begin{aligned}
C_{A+C+AC} &= \Sigma AC^2 : l_B^n - C = \\
&= (195,6^2 + 205,6^2 + 221,7^2 + 230,6^2) : 2 \cdot 4 - 22764,4 = 92,8; \\
C_{B+C+BC} &= \Sigma BC^2 : l_A^n - C = \\
&= (200,4^2 + 208,6^2 + 216,9^2 + 227,6^2) : 2 \cdot 4 = 22764,4 = 50,7; \\
C_{AB} &= C_{A+B+AB} - C_A - C_B = 123,0 - 81,6 - 39,4 = 2,0 \\
&\text{при } (l_A - 1)(l_B - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1 \text{ степени свободы;} \\
C_{AC} &= C_{A+C+BC} - C_A - C_C = 92,8 - 81,6 - 11,1 = 0,1 \\
&\text{при } (l_A - 1)(l_C - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1 \text{ степени свободы;} \\
C_{BC} &= C_{B+C+BC} - C_B - C_C = 50,7 - 39,4 - 11,1 = 0,2 \\
&\text{при } (l_B - 1)(l_C - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1 \text{ степени свободы.}
\end{aligned}$$

Вычисленные суммы квадратов записывают в таблицу дисперсионного анализа и оценивают значимость действия и взаимодействия по F -критерию (табл. 83).

83. Результаты дисперсионного анализа трехфакторного опыта $2 \times 2 \times 2$

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_ϕ | F_{05} |
|---------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------|----------|
| Общая | 170,4 | 31 | — | | |
| Блоков | 26,9 | 7 | — | | |
| Азота A | 81,6 | 1 | 81,6 | 194,3 | 4,41 |
| Фосфора B | 39,4 | 1 | 39,4 | 93,8 | |
| Калия C | 11,1 | 1 | 11,1 | 26,4 | |
| Взаимодействия AB | 2,0 | 1 | 2,0 | 4,8 | |
| Взаимодействия AC | 0,1 | 1 | 0,1 | 0,2 | |
| Взаимодействия BC | 0,2 | 1 | 0,2 | 0,5 | |
| Остаток (ошибки) | 7,7 | 18 | 0,42 | — | |

По F -критерию значимость главных эффектов и взаимодействия AB (азота и фосфора) доказана на 5%-ном уровне, а взаимодействия AC и BC в данном опыте незначительны.

4. Для оценки существенности частных различий определяют HCP_{05} :

$$HCP_{05} = t_{05} \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = 2,1 \sqrt{\frac{2 \cdot 0,42}{4}} = 0,96 \approx 1,0 \text{ ц.}$$

Разности между любыми средними в рассматриваемом опыте, превышающие 1,0 ц/га, значимы на 5%-ном уровне.

5. Оценка существенности главных эффектов и взаимодействия AB по HCP_{05} . Частные средние в опыте опираются на n , а средние для главных эффектов A , B , C и взаимодействия соответственно на $l_B l_C n$, $l_A l_C n$ и $l_A l_B n$ или в нашем примере на $2 \times 2 \times 4 = 16$ наблюдений. Вычисляют HCP_{05} :

$$HCP_{05} = t_{05} \sqrt{\frac{2s^2}{2 \cdot 2 \cdot 4}} = 2,1 \sqrt{\frac{2 \cdot 0,42}{16}} = 0,5 \text{ ц.}$$

Итак, по критерию F и HCP_{05} все главные эффекты и взаимодействия AB значимы на 5%-ном уровне. Взаимодействия AC и BC в данном опыте незначительны, а взаимодействие ABC статистически нельзя оценивать, так как оно смешано с междублоковыми различиями. Вычисления главных (средних) эффектов A , B , C и взаимодействия AB проводятся по таблице алгоритмов (см. табл. 76).

Глава 22

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ И УЧЕТОВ В ПОЛЕВОМ ОПЫТЕ

Многие количественные показатели, характеризующие растения и почву, подчиняются закону нормального распределения, и их статистическую обработку проводят по схеме дисперсионного анализа с учетом структуры эксперимента (пример 1).

Однако результаты подсчета таких переменных, как количество вредителей или сорняков на учетной площадке, оценка состояния посевов в баллах, дегустационная оценка качества продукции, часто не подчиняются нормальному закону, и исходные даты необходимо преобразовать. Наиболее подходяще для таких случаев преобразование $X_1 = \sqrt{X}$ или $X_1 = \sqrt{1 + X}$, если некоторые наблюдения дают нулевые или очень небольшие значения варьирующей переменной. Обработку преобразованных дат ведут методом дисперсионного анализа. После оценки существенности частных различий делают обратный переход к исходному показателю (примеры 2—3).

Если наблюдаемую величину выражают в относительных числах (в процентах или долях), исходные даты преобразуют через угол, синус которого является квадратным корнем из доли или процента: $X_1 = \text{угол-арксинус } \sqrt{\text{процент}}$. Для этого пользуются таблицей 5 приложений (пример 4).

В таблице данных для дисперсионного анализа проставляют обычно не индивидуальные наблюдения (анализы), а усредненные по каждой делянке значения варьирующего признака. Учет размаха внутриделяночной изменчивости и варьирования параллельных анализов смешанного растительного или почвенного образца увеличивает объем вычислительных операций и не приводит к заметному изменению критерия существенности. Поэтому учет этого варьирования имеет смысл лишь в специальных методических исследованиях.

Пример 1. В опыте, поставленном методом рандомизированных повторений, обнаружено следующее содержание белка в зерне пшеницы (табл. 84).

84. Содержание белка в зерне пшеницы (г на 100 г)

| Варианты (сорта) | Повторения, X | | | Суммы V | Средние |
|---------------------|---------------|------|------|----------|-----------------|
| | I | II | III | | |
| 1 (st) | 14,8 | 17,2 | 13,4 | 45,4 | 15,1 |
| 2 | 13,8 | 15,8 | 12,2 | 41,8 | 13,9 |
| 3 | 15,6 | 18,2 | 14,4 | 48,2 | 16,1 |
| Суммы P | 44,2 | 51,2 | 40,0 | 135,4=ΣX | 15,0= \bar{x} |

Решение. Дисперсионный анализ проводят по схеме для рандомизированных повторений; определяют суммы квадратов, отклонений, составляют

таблицу дисперсионного анализа (табл. 85) и дают оценку существенности частных различий:

$$N = ln = 3 \cdot 3 = 9;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (135,4)^2 : 9 = 2037,02;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (14,8^2 + 17,2^2 + \dots + 14,4^2) - 2037,02 = 28,30;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (44,2^2 + 51,2^2 + 40,0^2) : 3 - 2037,02 = 21,34;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (45,4^2 + 41,8^2 + 48,2^2) : 3 - 2037,02 = 6,86;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 28,30 - 21,34 - 6,86 = 0,10.$$

85. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_Φ | F_{05} |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------|----------|
| Общая | 28,30 | 8 | — | — | — |
| Повторений | 21,34 | 2 | — | — | — |
| Вариантов | 6,86 | 2 | 3,430 | 137,20 | 6,94 |
| Остаток (ошибки) | 0,10 | 4 | 0,025 | — | — |

В опыте есть варианты (сорта), существенно различающиеся по содержанию белка в зерне ($F_\Phi > F_{05}$). Для оценки частных различий вычисляют:

$$s_x = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,025}{3}} = 0,09 \text{ г};$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,025}{3}} = 0,13 \text{ г};$$

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = 2,78 \cdot 0,13 = 0,36 \approx 0,4 \text{ г}.$$

Результаты исследования и статистической обработки записывают в таблицу 86.

86. Содержание белка в зерне пшеницы (г на 100 г)

| Варианты (сорта) | Содержание белка | Отклонение от стандарта | Группа |
|-------------------|------------------|-------------------------|--------|
| 1 (st) | 15,1 | — | st |
| 2 | 13,9 | -1,2 | III |
| 3 | 16,1 | 1,0 | I |
| HCP ₀₅ | — | 0,4 | — |

Вывод. Разности между стандартом и вариантами опыта существенны на 5%-ном уровне значимости; вариант 2 существенно уступает (III группа), а вариант 3 превышает стандарт по содержанию белка в зерне (I группа).

Пример 2. В опыте с гербицидами, поставленном в четырех рендомизированных повторениях, подсчитано количество сорняков (верхняя часть табл. 87). Провести дисперсионный анализ данных.

Решение. Большой размах варьирования ($R=280-28=252$) указывает на возможную неоднородность дисперсий по вариантам. Целесообразно преобразовать исходные даты по соотношению $X_1 = \sqrt{X}$. После преобразования (нижняя часть табл. 87) проводится дисперсионный анализ, результаты которого записывают в таблицу 88.

87. Количество сорняков

| Варианты | Повторения | | | | Суммы V | Средние | Средняя засоренность на 1 м ² |
|---|------------|------|------|------|----------------------|--------------------|--|
| | I | II | III | IV | | | |
| Исходные даты, X (на 1 м ²) | | | | | | | |
| 1 (st) | 169 | 132 | 280 | 105 | 686 | 172 | — |
| 2 | 210 | 172 | 358 | 125 | 865 | 216 | — |
| 3 | 160 | 83 | 103 | 65 | 411 | 103 | — |
| 4 | 42 | 40 | 84 | 28 | 194 | 48 | — |
| Преобразованные даты $X_1 = \sqrt{X}$ | | | | | | | |
| 1 (st) | 13,0 | 11,5 | 16,7 | 10,2 | 51,4 | 12,8 | 164 |
| 2 | 14,5 | 13,1 | 18,9 | 11,2 | 57,7 | 14,4 | 207 |
| 3 | 12,6 | 9,1 | 10,1 | 8,1 | 39,9 | 10,0* | 100* |
| 4 | 6,5 | 6,3 | 9,1 | 5,3 | 27,2 | 6,8** | 46** |
| Суммы P | 46,6 | 40,0 | 54,8 | 34,8 | 176,2 = ΣX_1 | 11,0 = \bar{x}_1 | 129 = \bar{x} |

$$N = ln = 4 \cdot 4 = 16;$$

$$C = (\Sigma X_1)^2 : N = (176,2)^2 : 16 = 1940,40;$$

$$C_Y = \Sigma X_1^2 - C = (13,0^2 + 11,5^2 + \dots + 5,3^2) - 1940,40 = 210,32;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (46,6^2 + 40,0^2 + 54,8^2 + 34,8^2) : 4 - 1940,40 = 56,01;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (51,4^2 + 57,7^2 + 39,9^2 + 27,2^2) : 4 - 1940,40 = 135,38;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 210,32 - 56,01 - 135,38 = 18,93.$$

88. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{Φ} | F_{05} |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------|
| Общая | 210,32 | 15 | — | — | — |
| Повторений | 56,01 | 3 | — | — | — |
| Вариантов | 135,38 | 3 | 45,12 | 21,48 | 3,86 |
| Остаток (ошибки) | 18,93 | 9 | 2,10 | — | — |

$$S_{x_1} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2,10}{4}} = 0,72;$$

$$S_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,10}{4}} = 1,02;$$

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = 2,26 \cdot 1,02 = 2,3;$$

$$HCP_{01} = t_{01} s_d = 3,25 \cdot 1,02 = 3,3.$$

Сравнивая разности между средними с HCP, приходят к выводу: в вариантах 3 и 4 засоренность посевов существенно снизилась, а вариант 2 на 5%-ном уровне не отличается по засоренности от стандарта. Этот вывод, сделанный на основе обработки преобразованных дат, переносится на исходные наблюдения.

После оценки существенности частных различий по вариантам делают обратный переход от преобразованных дат к исходным по соотношению $X = X_1^2$. Средняя засоренность посевов, вычисленная обратным переходом, не совпадает со средней из исходных дат, но это различие обычно невелико, и

более правильными средними будут показатели, полученные после преобразования (последняя колонка табл. 87). Поэтому они и приводятся в качестве окончательного результата исследования. Одна звездочка* в таблице 87 означает, что различия со стандартом существенны на 5%-ном и две звездочки** — на 1%-ном уровне значимости.

Пример 3. В опыте, поставленном методом рендомизированных повторений, сделана оценка плодоношения деревьев в баллах (верхняя часть табл. 89). Провести дисперсионный анализ данных.

Решение. Так как исходные числа включают нулевые значения, то их следует преобразовать по соотношению $X_1 = \sqrt{1+X}$ (нижняя часть табл. 89),

89. Степень плодоношения деревьев

| Варианты (сорта) | Повторения | | | | Суммы V | Средние | Средний балл плодоноше- ния $\bar{x} = \bar{x}_1^2 - 1$ |
|---|------------|-------|-------|------|--------------------|--------------------|---|
| | I | II | III | IV | | | |
| Исходные даты, X (в баллах) | | | | | | | |
| 1 | 0,2 | 1,0 | 0,8 | 0,0 | 2,0 | 0,5 | — |
| 2 | 2,7 | 3,2 | 2,7 | 1,2 | 9,8 | 2,4 | — |
| 3(st) | 3,4 | 3,1 | 4,0 | 3,2 | 13,7 | 3,4 | — |
| 4 | 4,1 | 4,0 | 3,7 | 3,2 | 15,0 | 3,8 | — |
| 5 | 4,2 | 5,0 | 5,0 | 4,3 | 18,5 | 4,6 | — |
| Преобразованные даты $X_1 = \sqrt{1+X}$ | | | | | | | |
| 1 | 1,09 | 1,41 | 1,34 | 1,00 | 4,84 | 1,21 | 0,5 |
| 2 | 1,92 | 2,05 | 1,92 | 1,48 | 7,37 | 1,84* | 2,4* |
| 3(st) | 2,10 | 2,02 | 2,23 | 2,05 | 8,40 | 2,10 | 3,4(st) |
| 4 | 2,26 | 2,23 | 2,17 | 2,05 | 8,71 | 2,18 | 3,8 |
| 5 | 2,28 | 2,45 | 2,45 | 2,30 | 9,48 | 2,37* | 4,6* |
| Суммы P | 9,65 | 10,16 | 10,11 | 8,88 | 38,80 = $\sum X_1$ | 1,94 = \bar{x}_1 | 2,8 = \bar{x} |

а затем провести дисперсионный анализ, результаты которого записывают в таблицу 90:

$$N = ln = 5 \cdot 4 = 20;$$

$$C = (\sum X_1)^2 : N = (38,8)^2 : 20 = 75,2720;$$

$$C_Y = \sum X_1^2 - C = (1,09^2 + 1,41^2 + \dots + 2,30^2) - 75,2720 = 3,6166;$$

$$C_P = \sum P^2 : l - C = (9,65^2 + 10,16^2 + 10,11^2 + 8,88^2) : 5 - 75,2720 = 0,2109;$$

$$C_V = \sum V^2 : n - C = (4,84^2 + 7,37^2 + \dots + 9,48^2) : 4 - 75,2720 = 3,2372;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 3,6166 - 0,2109 - 3,2372 = 0,1685;$$

90. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степень свободы | Средний квадрат | F_Φ | F_{05} |
|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------|----------|
| Общая | 3,6166 | 19 | — | — | — |
| Повторений | 0,2109 | 3 | — | — | — |
| Вариантов | 3,2372 | 4 | 0,8093 | 57,81 | 3,26 |
| Остаток (ошибки) | 0,1685 | 12 | 0,0140 | — | — |

$$s_{\bar{x}_1} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,104}{4}} = 0,06;$$

91. Процент пораженности колосьев проса пыльной головней

| Варианты (сорта) | Исходные даты по повторениям X | | | Преобразованные даты, угол-арксинус V процент, X_1 | | | Суммы V | Средние | Средний процент поражения | Группа |
|------------------|--------------------------------|------|------|--|-------|-------|----------------------|--------------------|---------------------------|--------|
| | I | II | III | I | II | III | | | | |
| 1 (sf) | 64,6 | 66,7 | 69,4 | 53,5 | 54,8 | 56,4 | 164,7 | 54,9 | 67,0 | sf |
| 2 | 67,0 | 64,2 | 68,0 | 54,9 | 53,2 | 55,6 | 163,7 | 54,6* | 66,5 | II |
| 3 | 1,0 | 0,4 | 0,5 | 5,7 | 3,6 | 4,0 | 13,3 | 4,4* | 0,6* | I |
| 4 | 12,2 | 10,6 | 13,3 | 20,4 | 19,0 | 21,4 | 60,8 | 20,3* | 12,0* | I |
| 5 | 2,7 | 1,4 | 2,4 | 9,5 | 6,8 | 8,9 | 25,2 | 8,4* | 2,1* | I |
| 6 | 63,8 | 62,2 | 59,6 | 53,0 | 52,1 | 50,5 | 155,6 | 51,9* | 62,0* | I |
| 7 | 1,2 | 1,0 | 0,8 | 6,3 | 5,7 | 5,1 | 17,1 | 5,7* | 1,0* | I |
| 8 | 55,8 | 55,4 | 52,8 | 48,3 | 48,1 | 46,6 | 143,0 | 47,7 | 54,7* | I |
| Суммы P | | | | 251,6 | 243,3 | 248,5 | 743,4 = ΣX_1 | 31,2 = \bar{X}_1 | 27,0 = \bar{x} | — |

92. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Суммы квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F ф | F ₀₅ |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------|-----------------|
| Общая | [11 457,22 | 23 | — | — | — |
| Повторений | 4,40 | 2 | — | — | — |
| Вариантов | 11 434,89 | 7 | 1633,56 | 1276,21 | 2,77 |
| Остаток (ошибки) | 17,93 | 14 | 1,28 | — | — |

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,014}{4}} = 0,084;$$

$$HCP_{05} = t_{05}s_d = 2,18 \cdot 0,084 = 0,18.$$

Разности между средними, превышающие 0,18 единицы X_1 , статистически доказаны на 5%-ном уровне значимости. В заключение делают обратный переход от среднего преобразованного показателя к среднему исходному показателю (баллу) по степени плодоношения (последняя колонка табл. 89).

Пример 4 (по В. Н. Перегудову, 1968). Провести дисперсионный анализ результатов наблюдений за пораженностью пыльной головней колосьев проса (левая часть табл. 91) в опыте, проведенном методом обычных повторений.

Решение. По исходным данным — процентам по таблице 5 приложение определяют углы-арксинусы $\sqrt{\text{проценты}}$ (правая часть табл. 91), которые подвергают обработке по обычной схеме дисперсионного анализа (табл. 92):

$$N = ln = 8 \cdot 3 = 24;$$

$$C = (\sum X_1)^2 : N = (743,4)^2 : 24 = 23026,82;$$

$$C_Y = \sum X_1^2 - C = (53,5^2 + 54,8^2 + \dots + 46,6^2) - 23026,82 = 11457,22;$$

$$C_P = \sum P^2 : l - C = (251,6^2 + 243,3^2 + 248,5^2) : 8 - 23026,82 = 4,40;$$

$$C_V = \sum V^2 : n - C = (164,7^2 + 163,7^2 + \dots + 143,0^2) : 3 - 23026,82 = 11434,89;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 11457,22 - 4,40 - 11434,89 = 17,93.$$

$$s_{x_1} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{1,28}{3}} = 0,65;$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,28}{3}} = 0,93;$$

$$HCP_{05} = t_{05}s_d = 2,15 \cdot 0,93 = 2,0.$$

Разности между средними, превышающими 2,0 единицы X_1 , доказаны на 5%-ном уровне значимости. Сорты 3—8 существенно превышают стандарт по устойчивости к пыльной головне ($d > HCP_{05}$), а сорт 2 равноценен стандарту ($d < HCP_{05}$). После оценки существенности частных различий и группировки сортов делают обратный переход по таблице 5 приложений от арксинусов к среднему исходному показателю — проценту поражения (предпоследняя колонка в табл. 91).

Глава 23

КОРРЕЛЯЦИЯ, РЕГРЕССИЯ И КОВАРИАЦИЯ

В агрономических исследованиях редко приходится иметь дело с точными и определенными функциональными связями, когда каждому значению одной величины соответствует строго определенное значение другой величины. Здесь чаще встречаются такие соотношения между переменными, когда каждому значению признака X соответствует не одно, а множество возможных значений признака Y , т. е. их распределение. Такие связи, обнаруживаемые лишь при массовом изучении признаков, в отличие от функциональных называются стохастическими (вероятностными) или корреляционными.

При изучении корреляционных связей возникают два основных вопроса — о тесноте связи и о форме связи. Для измерения

тесноты и формы связи используют специальные статистические методы, называемые корреляцией и регрессией.

По форме корреляция может быть линейной и криволинейной, по направлению прямой и обратной. Корреляцию и регрессию называют простой, если исследуется связь между двумя признаками, и множественной, когда изучается зависимость между тремя и более признаками.

Регрессионный и ковариационный анализы приобретают все большее значение в современных исследованиях по биологии и агрономии. Под регрессией понимается изменение результативного признака Y (функции) при определенном изменении одного или нескольких факториальных (аргументов).

Связь между функцией и аргументом выражается уравнением регрессии или корреляционным уравнением. При простой регрессии уравнение кратко обозначается $Y = f(x)$ и при множественной $Y = f(X, Z, V \dots)$. Если степень связи между признаками велика, то по уравнению регрессии можно предсказать значение результативного признака для определенных значений факториальных признаков. Для оценки тесноты (силы) связи используют коэффициенты корреляции и корреляционное отношение.

Совместное применение методов корреляции, регрессии и дисперсионного анализа для уточнения эксперимента получило название ковариационного анализа. Слово ковариация составлено из начальных букв слова корреляция и из слова вариация.

Суть ковариационного анализа сводится к следующему. Если между результативным признаком Y и сопутствующим эксперименту неизучаемым признаком X имеет место значимая линейная связь, то методом ковариации можно статистически выровнять условия проведения опыта в отношении признака X и тем заметно снизить ошибку эксперимента и получить больше информации об изучаемом явлении.

§ 1. ЛИНЕЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ И РЕГРЕССИЯ

Под линейной (прямолинейной) корреляционной зависимостью между двумя признаками X и Y понимают такую зависимость, которая носит линейный характер и выражается уравнением прямой линии $Y = a + bX$. Это уравнение называется уравнением регрессии Y на X , а соответствующая ему прямая линия — выборочной линией регрессии Y на X . Прямая линия, показанная на рисунке 48, проходит через точку P , которая соответствует значениям средних \bar{x} и \bar{y} и имеет наклон, определяемый в единицах Y на одну единицу X . Здесь b — выборочный коэффициент регрессии. Рисунок 48 показывает, что линейная регрессия — это такая зависимость, когда при любом значении аргумента X одинаковые приращения его вызывают одинаковые изменения функции Y . Когда при одинаковых приращениях аргумента функция имеет неодинаковые изменения, регрессия называется криволинейной.

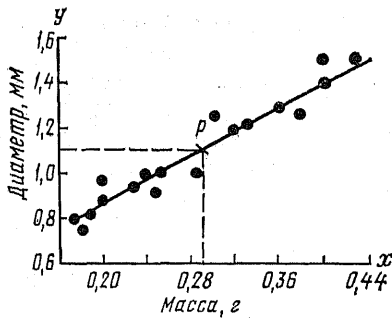


Рис. 48. Зависимость между массой и диаметром стеблей льна-долгунца.

Линейная регрессия Y на X показывает, как изменяется в среднем величина Y при изменении величины X . Если при увеличении X величина Y в среднем увеличивается, то корреляция и регрессия называется положительной или прямой, а если с увеличением X значение Y в среднем уменьшается — отрицательной или обратной.

Для анализа линейной корреляции между X и Y

проводят n независимых парных наблюдений, исходом каждого из которых является пара чисел $(X_1; Y_1)$, $(X_2; Y_2)$, ..., $(X_n; Y_n)$. По этим значениям определяют выборочные эмпирические коэффициенты корреляции и регрессии, рассчитывают уравнение регрессии, строят теоретическую линию регрессии и оценивают значимость полученных результатов.

В качестве числового показателя простой линейной корреляции, указывающего на тесноту (силу) и направление связи X с Y , используют коэффициент корреляции, обозначаемый буквой r . Он является безразмерной величиной, изменяющейся в области $-1 < r < +1$. Коэффициент корреляции рассчитывают по формуле:

$$r = \frac{\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{x})^2 \sum (Y - \bar{y})^2}}$$

или, минуя вычисления отклонений и квадратов отклонений, по формуле:

$$r = \frac{\sum XY - (\sum X \sum Y) : n}{\sqrt{(\sum X^2 - (\sum X)^2 : n)(\sum Y^2 - (\sum Y)^2 : n)}}$$

Если каждой величине X соответствует только определенная величина Y , то корреляционная связь переходит в функциональную, которую можно считать частным случаем корреляционной. При полных связях, когда корреляционная связь превращается в функциональную, значение коэффициента корреляции равно для положительных, или прямых, связей $+1,0$, для отрицательных, или обратных, связей $-1,0$. Чем ближе r к $+1$ или -1 , тем теснее прямолинейная корреляционная связь; она ослабевает с приближением r к 0 . Когда $r=0$, между X и Y нет линейной связи, но криволинейная зависимость может существовать,

Может показаться, что величина коэффициента корреляции, близкая к $0,5$, уже достаточно высока и совпадение вариации

двух признаков при этом должно быть у половины всех случаев. Однако теория корреляции показывает, что степень сопряженности в вариации двух величин более точно измеряется квадратом коэффициента корреляции (r^2). Например, при $r=0,5$ не 50%, а только 25% изменчивости одного признака объясняется изменчивостью другого ($0,5^2=0,25$, или 25%), остальная же часть сопряженности ($1-0,25=0,75$, или 75%) обусловлена другими факторами. При $r=0,6$ не 60%, а около 36%, при $r=0,8$ около 64%, а при $r=0,95$ уже около 90% изменчивости зависимой переменной Y (результативного признака) связано с изменчивостью независимой переменной X (факториального признака).

Квадрат коэффициента корреляции (r^2) называется коэффициентом детерминации и обозначается d_{yx} . Он показывает долю (%) тех изменений, которые в данном явлении зависят от изучаемого фактора. Коэффициент детерминации является более непосредственным и прямым способом выражения зависимости одной величины от другой, и в этом отношении он предпочтительнее коэффициента корреляции. В случаях, где известно, что зависимая переменная Y находится в причинной связи с независимой переменной X , значение r^2 показывает ту долю элементов в вариации Y , которая определена влиянием X . Поэтому, когда употребляют, например, выражение «50% колебаний в урожае вызывается колебаниями в выпадении осадков», то здесь 50% — коэффициент детерминации.

Считается, что при $r < 0,3$ корреляционная зависимость между признаками слабая, $r=0,3-0,7$ — средняя, а при $r > 0,7$ — сильная.

Для оценки надежности выборочного коэффициента корреляции вычисляют его ошибку и критерий существенности.

Стандартную ошибку коэффициента корреляции определяют по формуле:

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}},$$

где s_r — ошибка коэффициента корреляции; r — коэффициент корреляции; n — численность выборки, т. е. число пар значений, по которым вычислен выборочный коэффициент корреляции.

Из формулы следует, что коэффициенты корреляции, близкие к единице, оказываются всегда точнее коэффициентов корреляции, близких к нулю. С увеличением числа объектов исследования s_r также будет всегда уменьшаться, а точность в определении r — возрастать.

Критерий существенности коэффициента корреляции рассчитывают по формуле:

$$t_r = r/s_r.$$

Если $t_{r\text{факт}} \geq t_{\text{теор}}$, то корреляционная связь существенна, а когда $t_{r\text{факт}} < t_{\text{теор}}$ — несущественна. Теоретическое значение критерия t находят по таблице Стьюдента, принимая 5%-ный,

а при более строгом подходе 1%-ный уровень значимости. Число степеней свободы принимают равным $n-2$.

При малых выборках и значениях r , близких к единице, распределение выборочных коэффициентов корреляции заведомо отличается от нормального. Поэтому для оценки значимости коэффициента корреляции в генеральной совокупности и сравнения коэффициентов корреляции критерий t Стьюдента становится ненадежным. Чтобы обойти это затруднение, Р. Фишер предложил преобразовать r в величину z (зет), которая распределена нормально. Для перехода от r к z и обратно используется таблица приложений 8. Стандартная ошибка величины z равна:

$$s_z = 1/\sqrt{n-3},$$

где n — объем выборки.

Критерий значимости для z и разности $z_1 - z_2$, а также доверительные границы величины z определяют по обычным соотношениям:

$$t_z = \frac{z}{s_z}; \quad t_{z_1 - z_2} = \frac{z_1 - z_2}{\sqrt{s_{z_1}^2 + s_{z_2}^2}}.$$

$$z \pm t s_z.$$

После определения доверительных границ обратным преобразованием по таблице приложений 9 находят соответствующие z_{\max} и z_{\min} величины r_{\max} и r_{\min} .

Проверить нулевую гипотезу $H_0: r=0$ можно и без расчетов критерия t_z непосредственно по таблице 10 приложений. В таблице даны граничные значения коэффициентов корреляции на 5%-ном и 1%-ном уровне значимости. Между X и Y имеется существенная связь, и H_0 отвергается, если $r_{\phi} \geq r_T$. Нуль-гипотеза не отвергается, когда $r_{\phi} < r_T$. Рассматривая эту таблицу, легко заметить, какое влияние оказывает на размер выборки величина r . Так, для доказательства значимости слабых связей необходимо 40—100, средних — 12—40 и сильных — 6—12 пар наблюдений.

Коэффициент корреляции указывает на направление и степень сопряженности в изменчивости признаков, но не позволяет судить о том, как количественно меняется результирующий признак при изменении факториального на единицу измерения, что важно в познавательных и практических целях. В подобных случаях на помощь приходит регрессионный анализ. Его основная задача — определить формулу корреляционной зависимости, т. е. уравнение прямой линии.

Уравнение линейной регрессии Y по X имеет вид:

$$Y = \bar{y} - b_{yx} (X - \bar{x}),$$

где \bar{x} и \bar{y} — средние арифметические для ряда X и Y ; b_{yx} — коэффициент регрессии Y по X .

Коэффициент регрессии вычисляют по формулам:

$$b_{yx} = \frac{\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\Sigma (X - \bar{x})^2} \quad \text{и} \quad b_{xy} = \frac{\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\Sigma (Y - \bar{y})^2}.$$

Коэффициент регрессии b_{yx} показывает, как изменяется Y при изменении X на единицу измерения, и выражается в единицах Y , а b_{xy} указывает регрессию X на Y и выражается в единицах X . При исследовании односторонней зависимости, например, корреляции между урожаями Y и количеством выпавших осадков X вычисляют только один коэффициент регрессии результированного признака Y на факториальный X , т. е. значение b_{xy} , так как регрессия X по Y лишена в подобных случаях логического смысла.

Таким образом, коэффициентом линейной регрессии называется число, показывающее, в каком направлении и на какую величину изменяется в среднем признак Y (функция) при изменении признака X (аргумента) на единицу измерения. Коэффициенты регрессии имеют знак коэффициента корреляции.

Произведение коэффициентов регрессии равно квадрату коэффициента корреляции:

$$b_{yx}b_{xy} = r^2.$$

Этой формулой можно пользоваться как проверочной при вычислении коэффициентов регрессии.

Ошибка коэффициента регрессии вычисляют по формуле:

$$s_{b_{yx}} = s_r \sqrt{\frac{\Sigma (Y - \bar{y})^2}{\Sigma (X - \bar{x})^2}} \quad \text{и} \quad s_{b_{xy}} = s_r \sqrt{\frac{\Sigma (X - \bar{x})^2}{\Sigma (Y - \bar{y})^2}}.$$

Критерий существенности коэффициента регрессии определяют по формуле:

$$t_b = b/s_b.$$

Если определен критерий существенности для коэффициента корреляции, он может быть использован и для оценки значимости коэффициента регрессии, так как $t_b = t_r$.

Существенность коэффициента регрессии оценивают по таблице 1 приложений; число степеней свободы принимают равным $n-2$.

Корреляция может быть изображена графически в виде линии регрессии. Для построения графика по оси абсцисс откладывают значения признака X , по оси ординат— значения признака Y и каждое наблюдение над двумя переменными отмечают точкой с координатами (X, Y) . Такой график называется «точечной диаграммой» или «корреляционным полем» (рис. 48). По точечному графику легко установить связи, которые заслуживают того, чтобы наблюдения были продолжены, или, наоборот, он может указать на нецелесообразность накопления материала подобного рода.

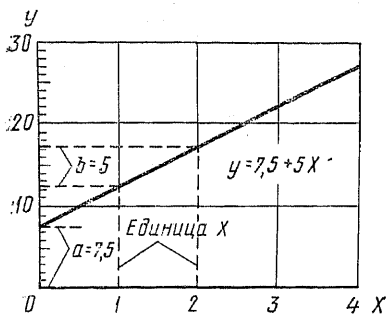


Рис. 49. График уравнения $Y = 7,5 + 5X$.

Точечная диаграмма часто указывает на сильный разброс индивидуальных наблюдений и не позволяет с достаточной точностью определить любое значение результивного признака Y по заданному значению X . Поэтому необходимо устранить влияние случайных отклонений и найти положение теоретической линии регрессии, т. е. усредненное течение функции при равномерном увеличении аргумента. Принципы, положенные

в основу нахождения усредненного течения функции, в некоторой степени подобны определению средней арифметической, которая наиболее близка к индивидуальным значениям, так что сумма квадратов отклонений их от средней есть величина наименьшая. Выравнивать эмпирические ряды можно двумя способами: графическим и аналитическим.

Графический способ позволяет с достаточным приближением получить теоретическую линию регрессии без дополнительных вычислений. На точечной диаграмме при помощи прозрачной линейки с нанесенной чертой проводят линию на глаз так, чтобы она располагалась как можно ближе ко всем точкам и сумма расстояний этой линии от эмпирических точек была наименьшей. Этот метод дает удовлетворительные результаты в тех случаях, когда необходимо только грубо, приближенно выявить общую тенденцию. Поэтому лучше воспользоваться аналитическим методом и найти наилучшее положение прямой линии для соответствующих данных.

Рассмотрим кратко наиболее простой аналитический способ построения теоретической линии регрессии \bar{Y} по \bar{X} .

По исходным наблюдениям вычисляют \bar{x} , \bar{y} и b_{yx} . Подставляя найденные значения в уравнение линейной регрессии $Y = \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{x})$, определяют формулу уравнения прямой линии, которая примет общий вид $Y = a + bX$. По уравнению находят теоретически усредненные значения y_x для двух крайних (экстремальных) значений ряда X . Найденные точки $(X_{\min}; y_{\min})$ и $(X_{\max}; y_{\max})$ наносят на график и соединяют прямой — это и будет теоретическая линия регрессии Y по X .

Для истолкования смысла уравнения линейной регрессии на рисунке 49 иллюстрировано значение параметров a и b для уравнения вида $Y = 7,5 + 5X$.

Параметр $a = 7,5$ — ордината линии, когда $X = 0$, т. е. это общее начало отсчета, и часто величина a не имеет логического смысла. Когда линия регрессии пересекает ось Y ниже нуля, то

величина a отрицательная. Для максимальной величины $X=4$ значение $\bar{y}_{x=4} = 7,5 + 5 \times 4 = 27,5$.

Параметр b — коэффициент регрессии Y по X — всегда имеет определенное смысловое значение. Он указывает, насколько в среднем изменяется Y при изменении X на одну единицу измерения, например от 1 до 2 на рисунке 49. В данном примере величина $b=5$ означает, что при возрастании значений X на одну единицу значение Y в пределах рассмотренного ряда увеличивается в среднем на 5 единиц.

В примерах 1—2 рассмотрен порядок вычислений при работе с малыми ($n \leq 30$) и в примере 3 — с большими выборками ($n > 30$).

Пример 1. Провести корреляционный и регрессионный анализ данных таблицы 93, в которой представлены данные по определению относительной влажности (X) и липкости (Y) чернозема.

Решение. 1. Вычисляют шесть вспомогательных величин, записывая цифры под расчетной таблицей 93.

$$n = 12.$$

$$\bar{x} = (\Sigma X) : n = 514,7 : 12 = 42,89\% ;$$

$$\bar{y} = (\Sigma Y) : n = 35,9 : 12 = 2,99 \text{ г/см}^2 ;$$

$$\Sigma (X - \bar{x})^2 = \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n = 25742,67 - (514,7)^2 : 12 = 3666,33 ;$$

$$\Sigma (Y - \bar{y})^2 = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2 : n = 171,37 - (35,9)^2 : 12 = 63,97 ;$$

$$\begin{aligned} \Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y}) &= \Sigma XY - (\Sigma X \Sigma Y) : n = \\ &= 2013,08 - (514,7 \times 35,9) : 12 = 473,27. \end{aligned}$$

2. Определяют коэффициент корреляции, регрессии и уравнение регрессии:

$$r = \frac{\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma (X - \bar{x})^2 \Sigma (Y - \bar{y})^2}} = \frac{473,27}{\sqrt{3666,33 \times 63,97}} = 0,977 ;$$

$$b_{yx} = \frac{\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\Sigma (X - \bar{x})^2} = \frac{473,27}{3666,33} = 0,13 \text{ г/см}^2 ;$$

$$Y - \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{x}) = 2,99 + 0,13(X - 42,89) = 0,13X - 2,58.$$

3. Вычисляют ошибки, критерий значимости и доверительные интервалы:

$$s_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,977^2}{12 - 2}} = 0,067 ;$$

$$s_b = s_r \sqrt{\frac{\Sigma (Y - \bar{y})^2}{\Sigma (X - \bar{x})^2}} = 0,067 \sqrt{\frac{63,97}{3666,33}} = 0,009 \text{ г/см}^2 ;$$

$$s_{yx} = s_r \sqrt{\Sigma (Y - \bar{y})^2} = 0,067 \sqrt{63,97} = 0,54 \text{ г/см}^2 ;$$

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0,977}{0,067} = 14,58 ;$$

$$v = n - 2 = 12 - 2 = 10 ; \quad t_{05} = 2,23 ;$$

$$r \pm t_{05} s_r = 0,977 \pm 2,23 \times 0,067 = 0,977 \pm 0,149 (0,828 \div 1,00) ;$$

$$b_{yx} \pm t_{05} s_b = 0,13 \pm 2,23 \times 0,009 = 0,13 \pm 0,02 (0,11 \div 0,15) \text{ г/см}^2.$$

93. Расчет вспомогательных величин для вычисления корреляции и регрессии Y по X

| Номер пары | Значение признаков | | X^2 | Y^2 | XY |
|------------|--------------------|--------------------|-------------------------|----------------------|----------------------|
| | $X, \%$ | $Y, \text{г/см}^2$ | | | |
| 1 | 19,9 | 0,0 | 396,01 | 0,00 | 0,00 |
| 2 | 20,9 | 0,6 | 436,81 | 0,36 | 12,54 |
| 3 | 26,1 | 1,1 | 681,21 | 1,21 | 28,71 |
| 4 | 29,4 | 1,2 | 864,36 | 1,44 | 35,28 |
| 5 | 30,5 | 1,7 | 930,25 | 2,89 | 51,85 |
| 6 | 40,3 | 1,7 | 1624,09 | 2,89 | 68,51 |
| 7 | 44,8 | 2,6 | 2007,04 | 6,76 | 116,48 |
| 8 | 47,8 | 3,4 | 2284,84 | 11,56 | 162,52 |
| 9 | 55,6 | 4,2 | 3091,36 | 17,64 | 233,52 |
| 10 | 58,3 | 5,8 | 3398,89 | 33,64 | 338,14 |
| 11 | 64,5 | 6,3 | 4160,25 | 39,69 | 406,35 |
| 12 | 76,6 | 7,3 | 5867,56 | 53,29 | 559,18 |
| Сумма | 514,7= ΣX | 35,9= ΣY | 25 742,67= ΣX^2 | 171,37= ΣY^2 | 2013,08= ΣXY |

По t -критерию ($t_{\Phi} > t_{05}$) и доверительным интервалам, которые не включают нулевого значения, корреляция и регрессия значимы и, следовательно, нулевая гипотеза на 5%-ном уровне отвергается.

4. По уравнению регрессии рассчитывают усредненные теоретические значения Y для экстремальных величин X и строят теоретическую линию регрессии Y по X :

$$Y_{x=19,9} = 0,13 \times 19,9 - 2,58 = 0,00 \text{ г/см}^2;$$

$$Y_{x=76,6} = 0,13 \times 76,6 - 2,58 = 7,37 \text{ г/см}^2.$$

Найденные точки (19,9; 0,00) и (76,6; 7,37) наносят на график и, соединяя их прямой, получают теоретическую линию регрессии Y по X . Она показывает, что увеличению влажности почвы на 1% соответствует увеличение липкости в среднем на 0,13 г/см². Судя по коэффициенту детерминации ($d_{yx} = 0,977^2 = 0,95$), примерно 95% изменений в липкости обусловлено изменениями во влажности почвы и только 5% изменений связано с другими факторами. На графике целесообразно указать уравнение регрессии, коэффициент регрессии и корреляции, доверительную зону для истинной линии регрессии в совокупности (рис. 50). Чтобы отграничить доверительную зону, необходимо вверх и вниз от теоретической линии регрессии отложить величину одной (68%-ная зона) или двух (95%-ная зона) ошибок отклонения от регрессии, т. е. $\pm s_{yx}$ или $\pm 2s_{yx}$, и соединить найденные точки пунктирными линиями. Область, заключенная между этими линиями, и называется доверительной зоной регрессии.

На рисунке 50 пунктирными линиями отграничена 68%-ная доверительная зона для положения «истинной» линии регрессии в совокупности, т. е. зона в пределах $Y \pm s_{yx}$. Если необходимо ограничить 95%-ную доверительную зону, когда можно ожидать, что только 5% всех случаев окажутся за пределами $Y \pm 2s_{yx}$, то значение ошибки умножают на 2, так как $t_{05} = 2$.

Отметим, что общая сумма квадратов $\Sigma(Y - y)^2$ может быть разложена на два компонента: сумму квадратов для регрессии C_b и сумму квадратов отклонения от регрессии $C_{d_{yx}}$.

Первую сумму определяют по формуле:

$$C_b = \frac{[\Sigma(X - \bar{x})(Y - \bar{y})]^2}{\Sigma(X - \bar{x})^2} = \frac{473,27^2}{3666,33} = 61,09.$$

Вторую сумму квадратов находят по разности:

$$C_{d_{yx}} = \Sigma(Y - \bar{y})^2 - C_b = 63,97 - 61,09 = 2,88.$$

Разделив найденные суммы квадратов на соответствующие степени свободы, определяют средние квадраты и вычисляют критерий F , который и позволяет проверить нулевую гипотезу об отсутствии линейной связи Y с X . Расчеты представляют в виде таблицы дисперсионного анализа (табл. 94).

94. Дисперсионный анализ Y

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{Φ} | F_{05} |
|-------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------|
| Общая | 63,97 | 11 | — | — | — |
| Регрессия | 61,09 | 1 | 61,09 | 212,12 | 4,96 |
| Отклонения от регрессии | 2,88 | 10 | 0,288 | — | — |

Полученное значение $F_{\Phi} > F_{05}$ указывает на то, что отклонение от линейности обусловлено случайным выборочным варьированием, и нулевая гипотеза об отсутствии линейной связи Y с X отвергается.

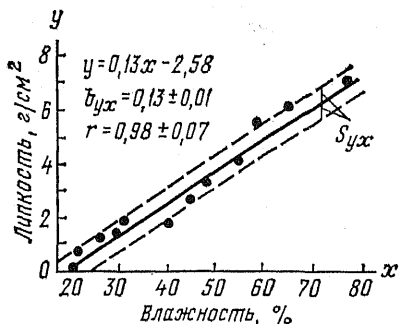


Рис. 50. Точечный график и теоретическая линия регрессии при прямолинейной корреляции между липкостью и относительной влажностью почвы.

По среднему квадрату отклонения от регрессии $s^2_{yx} = 0,288$ легко вычислить ошибку отклонения от регрессии s_{yx} . Она равна:

$$s_{yx} = \sqrt{s^2_{yx}} = \sqrt{0,288} = 0,54 \text{ г/см}^2,$$

т. е. величине, вычисленной нами ранее.

Пример 2. Определена пораженность льна фузариозом (ряд Y) в зависимости от интервала между посевом на одном и том же поле восприимчивых к грибным патогенам (фузариозу) сортов льна (ряд X в табл. 95). Провести корреляционный и регрессионный анализ данных.

Решение. 1. Составляют расчетную таблицу и вычисляют вспомогательные величины, записывая их под таблицей 95.

95. Расчет вспомогательных величин для вычисления корреляции и регрессии Y по X

| Номер пары | Значение признаков | | X ² | Y ² | XY |
|------------|--------------------|------|----------------|----------------|-----|
| | X, годы | Y, % | | | |
| 1 | 1 | 88 | 1 | 7744 | 88 |
| 2 | 2 | 76 | 4 | 5776 | 152 |
| 3 | 2 | 70 | 4 | 4900 | 140 |
| 4 | 7 | 5 | 49 | 25 | 35 |
| 5 | 6 | 12 | 36 | 144 | 72 |
| 6 | 5 | 28 | 25 | 784 | 140 |
| 7 | 3 | 45 | 9 | 2025 | 135 |
| 8 | 4 | 45 | 16 | 2025 | 180 |
| 9 | 6 | 9 | 36 | 81 | 54 |
| 10 | 3 | 62 | 9 | 3844 | 186 |

$$\text{Сумма} \quad 39 = \Sigma X \quad 440 = \Sigma Y \quad 189 = \Sigma X^2 \quad 27\,348 = \Sigma Y^2 \quad 1182 = \Sigma XY$$

$$n = 10$$

$$\bar{x} = (\Sigma X) : n = 39 : 10 = 3,9 \text{ года};$$

$$\bar{y} = (\Sigma Y) : n = 440 : 10 = 44\%;$$

$$\Sigma (X - \bar{x})^2 = \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n = 189 - (39)^2 : 10 = 36,9;$$

$$\Sigma (Y - \bar{y})^2 = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2 : n = 27\,348 - (440)^2 : 10 = 7988;$$

$$\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y}) = \Sigma XY - (\Sigma X \Sigma Y) : n = 1182 - (39 \cdot 440) : 10 = -534.$$

2. Определяют коэффициент корреляции, регрессии и уравнение регрессии Y по X:

$$r = \frac{\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma (X - \bar{x})^2 \Sigma (Y - \bar{y})^2}} = \frac{-534}{\sqrt{36,9 \times 7988}} = -0,98;$$

$$b_{yx} = \frac{\Sigma (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\Sigma (X - \bar{x})^2} = \frac{-534}{36,9} = -14,4\%;$$

$$Y = \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{x}) = 44 + (-14,4)(X - 3,9) = 100,2 - 14,4X \approx 100 - 14X.$$

3. Вычисляют ошибки, критерий значимости и доверительные интервалы для r , b_{yx} и проверяют H_0 :

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,98^2}{10-2}} = 0,07;$$

$$s_b = s_r \sqrt{\frac{\sum(Y - \bar{y})^2}{\sum(X - \bar{x})^2}} = 0,07 \sqrt{\frac{7988}{36,9}} = 1,02\%;$$

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0,98}{0,07} = 14,00;$$

$$v = n - 2 = 10 - 2 = 8; \quad t_{05} = 2,31;$$

$$r \pm t_{05}s_r = -0,98 \pm 2,31 \times 0,07 = -0,98 \pm 0,16 (-1,00 \div 0,82);$$

$$b_{yx} \pm t_{05}s_b = -14,4 \pm 2,31 \times 1,02 = -14,4 \pm 2,4 (-16,8 \div 12,0).$$

Нулевая гипотеза отвергается ($t_\phi > t_{05}$).

4. По найденному уравнению регрессии рассчитывают теоретические усредненные значения Y или двух крайних величин X и строят линию регрессии Y по X .

$$Y_{X=1} = 100\% - 14\% \times 1 = 86\%; \quad Y_{X=7} = 100\% - 14\% \times 7 = 2\%.$$

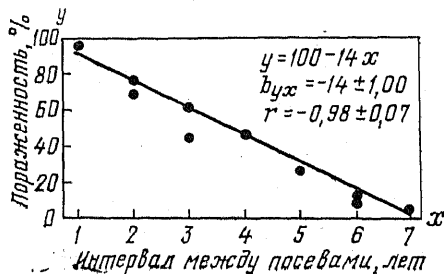
Найденные точки (1; 86) и (7; 2) наносят на график и соединяют прямой линией. Регрессия Y по X указывает на обратную связь пораженности растений фузариозом с интервалом между посевами восприимчивых сортов льна на одном и том же поле: увеличение интервала на 1 год снижает пораженность в среднем на 14%. Из таблицы 95 на график последовательно переносят исходные даты и указывают основные статистические показатели. Экспериментальные точки, которые отмечены кружками, достаточно хорошо ложатся на линию прямолинейной регрессии (рис. 51).

Пример 3. Провести корреляционный и регрессионный анализ для выборочной совокупности таблицы 96, в которой представлены результаты определения содержания гумуса и подвижных форм фосфатов в пахотном слое легкосуглинистой дерново-подзолистой почвы.

Решение. 1. Группируют данные в корреляционную таблицу (решетку), состоящую из столбцов и строк, количество которых соответствует числу групп для ряда X (столбцы) и ряда Y (строки). При $n=64$ целесообразно выделить 6—8 групп. Определяют для ряда X и Y величину интервала группировки и число групп:

$$i_x = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{6 - 8} = \frac{1,70 - 0,79}{6 - 8} = \frac{0,91}{7} = 0,13\%;$$

Рис. 51. Пораженность льна-долгунца фузариозом в зависимости от интервала между посевами восприимчивых сортов льна на одном и том же поле (точечный график и теоретическая линия регрессии).



96. Содержание гумуса (%) (ряд X) и подвижного фосфора (мг на 100 г почвы) (ряд Y)

| Номер пары | X | | Номер пары | Y | | Номер пары | X | | Номер пары | Y | |
|------------|------|----|------------|------|----|------------|------|----|------------|------|----|
| | X | Y | | X | Y | | X | Y | | | |
| 1 | 1,57 | 30 | 17 | 1,35 | 17 | 33 | 0,96 | 16 | 49 | 1,42 | 27 |
| 2 | 1,58 | 28 | 18 | 1,31 | 17 | 34 | 1,08 | 9 | 50 | 1,36 | 25 |
| 3 | 1,21 | 25 | 19 | 1,29 | 16 | 35 | 1,16 | 19 | 51 | 1,55 | 24 |
| 4 | 1,21 | 27 | 20 | 1,38 | 17 | 36 | 1,12 | 17 | 52 | 1,36 | 22 |
| 5 | 1,41 | 25 | 21 | 1,38 | 16 | 37 | 1,01 | 11 | 53 | 1,46 | 28 |
| 6 | 1,47 | 24 | 22 | 1,36 | 14 | 38 | 1,07 | 11 | 54 | 1,39 | 28 |
| 7 | 1,45 | 25 | 23 | 1,36 | 16 | 39 | 1,10 | 16 | 55 | 1,63 | 36 |
| 8 | 1,49 | 27 | 24 | 1,20 | 17 | 40 | 1,22 | 17 | 56 | 1,57 | 36 |
| 9 | 1,38 | 24 | 25 | 1,36 | 16 | 41 | 1,22 | 16 | 57 | 1,37 | 27 |
| 10 | 1,41 | 25 | 26 | 1,29 | 14 | 42 | 1,12 | 19 | 58 | 1,48 | 25 |
| 11 | 1,55 | 25 | 27 | 1,30 | 12 | 43 | 0,86 | 20 | 59 | 1,61 | 28 |
| 12 | 1,45 | 25 | 28 | 1,32 | 12 | 44 | 0,79 | 19 | 60 | 1,61 | 30 |
| 13 | 1,30 | 22 | 29 | 1,17 | 11 | 45 | 1,19 | 23 | 61 | 1,70 | 28 |
| 14 | 1,30 | 22 | 30 | 1,22 | 11 | 46 | 1,15 | 22 | 62 | 1,62 | 28 |
| 15 | 1,39 | 20 | 31 | 1,09 | 9 | 47 | 1,13 | 18 | 63 | 1,04 | 13 |
| 16 | 1,46 | 22 | 32 | 1,13 | 9 | 48 | 1,34 | 20 | 64 | 1,22 | 10 |

$$i_y = \frac{Y_{\max} - Y_{\min}}{6 - 8} = \frac{36 - 6}{6 - 8} = \frac{30}{6} = 5 \text{ мг.}$$

В корреляционную таблицу 97 последовательно переносят исходные даты из таблицы 96. Например, первая пара, имеющая $X=1,57\%$ и $Y=30$ мг, заносится черточкой в клетку, находящуюся на пересечении последнего столбца, против группы 1,57—1,70 и второй строки против группы 30—26 мг. Так, все данные первичной таблицы переносят в корреляционную решетку (для проверки это проделывают дважды), подсчитывают число дат в каждой ячейке и результат записывают в ней же. Эти числа представляют частоты количества вариантов, имеющих одинаковые значения признаков X и Y. Затем подсчитывают частоты каждой строки и столбца и общие суммы всех частот по столбцам (f_x) и по строкам (f_y) и общее число объектов: $n = \Sigma f_x = \Sigma f_y = 64$.

2. Составляют расчетную таблицу 98 и проводят вспомогательные вычисления. В таблице вместо границ групп проставляют их середины и преобразуют X и Y по соотношениям:

$$X_1 = \frac{X - A_x}{i_x} = \frac{X - 1,24}{0,13}; \quad Y_1 = \frac{Y - A_y}{i_y} = \frac{Y - 18}{5}.$$

За условные начала A_x и A_y принимают те значения X и Y, которые ближе всего к \bar{x} и \bar{y} . В расчетной таблице определяют:

а) произведение отклонений в единицах интервала на их частоту — $f_x X_1$ и $f_y Y_1$ и соответственно их суммы $\Sigma f_x X_1 = 37$; $\Sigma f_y Y_1 = 30$;

б) произведение квадратов отклонений на их частоты $f_x X_1^2$ и $f_y Y_1^2$ и их суммы $\Sigma f_x X_1^2 = 167$; $\Sigma f_y Y_1^2 = 108$;

в) суммы произведений отклонений в интервалах на их частоту $f X_1 Y_1$ и общую сумму $\Sigma f X_1 Y_1 = 96$. Для этого частоту f , указанную в каждой клетке таблицы, умножают на соответствующие значения X_1 и Y_1 и суммируют по каждой колонке полученные цифры. Так, для первой колонки $f X_1 Y_1 = 2 \times (-3) \times 0 = 0$; для второй колонки $f X_1 Y_1 = 1(-2) \times 0 + 2(-2)(-1) = 4$ и т. д. Затем находят общую сумму произведений $\Sigma f X_1 Y_1 = (0 + 4 + \dots + 54) = 96$;

97. Заполнение корреляционной таблицы

| | | | | | | | | |
|-------|----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|------------------|
| X \ Y | 0,79 - 0,91 | 0,92 - 1,04 | 1,05 - 1,17 | 1,18 - 1,30 | 1,31 - 1,43 | 1,44 - 1,56 | 1,57 - 1,70 | Суммы f_{Y} |
| | середины групп | | | | | | | |
| | 0,85 | 0,98 | 1,11 | 1,24 | 1,37 | 1,50 | 1,64 | |

| | | | | | | | | | |
|---------|----|--|--|--|--|--|--|--|----|
| 36 - 31 | 33 | | | | | | | | 2 |
| 30 - 25 | 28 | | | | | | | | 12 |
| 25 - 21 | 23 | | | | | | | | 17 |
| 20 - 16 | 18 | | | | | | | | 20 |
| 15 - 11 | 13 | | | | | | | | 9 |
| 10 - 6 | 8 | | | | | | | | 4 |

| | | | | | | | | |
|---------------|---|---|----|----|----|---|---|------------|
| Суммы f_{X} | 2 | 3 | 11 | 13 | 18 | 9 | 8 | 64 = π |
|---------------|---|---|----|----|----|---|---|------------|

98. Расчет вспомогательных величин для вычисления корреляции и регрессии Y по X

| $X_1 = \frac{X-1,24}{0,13}$ $Y_1 = \frac{Y-18}{5}$ | | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | f_y | | $f_y Y_1$ | $f_y Y_1^2$ |
|---|------------|------|----|------|---|------|----|------|-------|------|-----------|-------------|
| $\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$ | | 0,85 | | 1,11 | | 1,37 | | 1,50 | | 1,63 | | |
| 3 | 33 | | | | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 6 | 18 |
| 2 | 28 | | | | 4 | 5 | 6 | 6 | 12 | 12 | 24 | 48 |
| 1 | 23 | | | 1 | 4 | 5 | 7 | 7 | 17 | 17 | 17 | 17 |
| 0 | $A_y = 18$ | 2 | 1 | 5 | 4 | 8 | 20 | 20 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -1 | 13 | 2 | 2 | 2 | 3 | 2 | 9 | 9 | 9 | -9 | 9 | 9 |
| -2 | 8 | | 3 | 3 | 1 | | 4 | 4 | 4 | -8 | 16 | 16 |

| | | | | | | | | | | |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------------------------|---------------------|------------------------|
| f_x | 2 | 3 | 11 | 18 | 18 | 9 | 8 | 64 = n | 30 = $\sum f_y Y_1$ | 108 = $\sum f_y Y_1^2$ |
| $f_x X_1$ | -6 | -6 | -11 | 0 | 18 | 18 | 24 | 37 = $\sum f_x X_1$ | | |
| $f_x X_1^2$ | 18 | 12 | 11 | 0 | 18 | 36 | 72 | 167 = $\sum f_x X_1^2$ | | |
| $f_x Y_1$ | 0 | 4 | 7 | 0 | 9 | 22 | 54 | 96 = $\sum f_x Y_1$ | | |
| \bar{y}_x | 18,0 | 14,7 | 15,7 | 18,0 | 19,7 | 24,1 | 29,2 | | | |

$n = 64$; $\bar{x} = A_x + i_x(\sum f_x X_1) : n = 1,24 + 0,13 \times 37 : 64 = 1,32\%$; $\bar{y} = A_y + i_y(\sum f_y Y_1) : n = 18 + 5 \times 30 : 64 = 20,3$ мг;

$$\Sigma(X - \bar{x})^2 = i_x^2 [\Sigma f_x X_1^2 - (\Sigma f_x X_1)^2 : n] = 0,13^2 (167 - 37^2 : 64) = 2,46;$$

$$\Sigma(Y - \bar{y})^2 = i_y^2 [\Sigma f_y Y_1^2 - (\Sigma f_y Y_1)^2 : n] = 5^2 (108 - 30^2 : 64) = 2348,5;$$

$$\Sigma(X - \bar{x})(Y - \bar{y}) = i_x i_y [\Sigma f_x Y_1 - (\Sigma f_x X_1 \Sigma f_y Y_1) : n] = 0,13 \times 5 (96 - 37 \times 30 : 64) = 51,13$$

г) групповые или частные средние \bar{y}_x для каждого значения X по формуле

$$\bar{y}_x = A_y + i_y \left(\frac{\Sigma f Y_1}{f} \right),$$

где $A_y = 18$; $i_y = 5$;

д) значения \bar{x} , \bar{y} , $\Sigma(X - \bar{x})$, $\Sigma(Y - \bar{y})$ и $\Sigma(X - \bar{x})(Y - \bar{y})$ в исходных единицах, записывая их под таблицей 97. Следует иметь в виду, что если в процессе кодирования производилось деление или умножение на i_x и i_y , то суммы квадратов в первом случае надо умножить, а во втором разделить на i_x^2 или i_y^2 ; сумму произведений отклонений в первом случае надо умножить, а во втором разделить на $i_x i_y$.

3. Вычисляют выборочный коэффициент корреляции, регрессии и уравнение регрессии Y по X :

$$r = \frac{\Sigma(X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sqrt{\Sigma(X - \bar{x})^2 \Sigma(Y - \bar{y})^2}} = \frac{51,13}{\sqrt{2,46 \times 2348,5}} = 0,67;$$

$$b_{yx} = \frac{\Sigma(X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\Sigma(X - \bar{x})^2} = \frac{51,13}{2,46} = 20,8 \text{ мг};$$

$$Y = \bar{y} + b_{yx}(X - \bar{x}) = 20,3 + 20,8(X - 1,32) = 20,8X - 7,2.$$

4. Определяют ошибки, критерий значимости, доверительные интервалы для r и b_{yx} и проверяют H_0 :

$$s_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,67^2}{64 - 2}} = 0,094;$$

$$s_b = s_i \sqrt{\frac{\Sigma(Y - \bar{y})^2}{\Sigma(X - \bar{x})^2}} = 0,094 \sqrt{\frac{2348,5}{2,46}} = 2,9 \text{ мг};$$

$$s_{yx} = s_r \sqrt{\Sigma(Y - \bar{y})^2} = 0,094 \sqrt{2348,5} = 4,61 \text{ мг};$$

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0,67}{0,094} = 7,13;$$

$$v = n - 2 = 62; \quad t_{0,05} = 2,00;$$

$$r \pm t_{0,05} s_r = 0,67 \pm 2,00 \times 0,094 = 0,67 \pm 0,19 (0,49 \div 0,86);$$

$$b_{yx} \pm t_{0,05} s_b = 20,8 \pm 2,00 \times 2,9 = 20,8 \pm 5,8 (15,0 \div 26,6) \text{ мг};$$

$$H_0 \text{ отвергается } (t_\phi > t_{0,05}).$$

5. По найденному уравнению регрессии рассчитывают средние теоретические значения \bar{y}_x для экстремальных групповых значений X и строят теоретическую линию регрессии Y по X :

$$\bar{y}_{X=0,85} = 20,8 \times 0,85 - 7,2 = 10,5;$$

$$\bar{y}_{X=1,64} = 20,8 \times 1,64 - 7,2 = 26,9 \text{ мг}.$$

Построив на графике точки (0,85; 10,5) и (1,64; 26,9), проводят через них теоретическую линию регрессии Y по X (рис. 51); пунктирными линиями указывают доверительную зону регрессии для 68%-ного уровня.

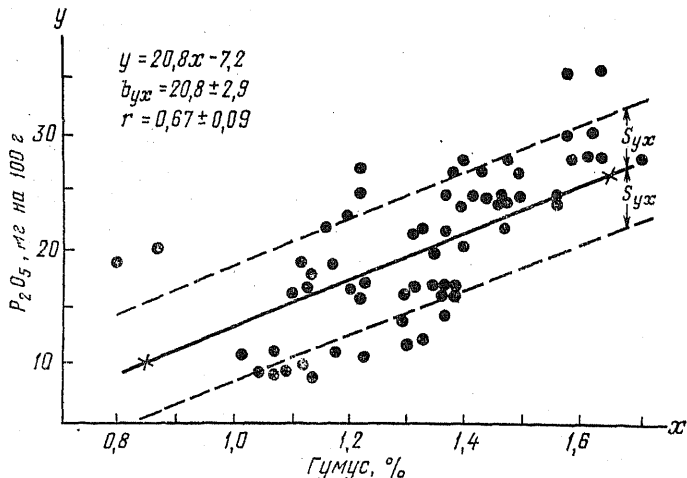


Рис. 52. Точечный график и теоретическая линия регрессии при прямолинейной корреляции между гумусом и подвижным фосфором в почве.

После построения линий регрессии следует перенести на график из исходной таблицы 96 все данные, отмечая их кружочками, указать на рисунке уравнение регрессии, коэффициент регрессии и корреляции (рис. 52).

Для проверки гипотезы о линейности связи Y с X вычисляют суммы квадратов для регрессии C_b и отклонения от регрессии $C_{d_{yx}}$:

$$C_b = \frac{[\Sigma(X - \bar{x})(Y - \bar{y})]^2}{\Sigma(X - \bar{x})^2} = \frac{51,13^2}{2,46} = 1062,7;$$

$$C_{d_{yx}} = \Sigma(Y - \bar{y})^2 - C_b = 2348,5 - 1062,7 = 1285,8.$$

Данные записывают в таблицу дисперсионного анализа (табл. 99).

99. Дисперсионный анализ Y

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_f | F_{05} |
|-------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-------|----------|
| Общая | 2348,5 | 63 | — | — | — |
| Регрессия | 1062,7 | 1 | 1062,70 | 51,3 | 4,00 |
| Отклонения от регрессии | 1285,8 | 62 | 20,73 | — | — |

— Таким образом, нулевая гипотеза об отсутствии линейной связи Y с X отвергается ($F_f > F_{05}$) и, следовательно, отклонение от линейности обусловлено случайным выборочным варьированием данных.

На основании полученных данных можно считать, что между содержанием гумуса и подвижными фосфатами имеет место средняя взаимосвязь и r_0 всей совокупности лежит в интервалах от 0,49 до 0,85. Нулевая гипотеза $H_0: r = 0$ на 5%-ном уровне значимости отвергается ($t_r = t_b < t_{05}$). Судя по коэффициенту детерминации ($d_{yx} = r^2 = 0,67^2 = 0,45$), примерно 45% изменений в содержании фосфора обусловлено изменениями в содержании почвенного гумуса.

Изменению содержания гумуса на 1% соответствует изменение содержания в почве подвижных фосфатов на 20,8 мг на 100 г.

По уравнению $Y=20,8X-7,2$ для любых значений X , включая те, которых нет в исходных данных, можно рассчитать значение Y . Однако нельзя использовать уравнение регрессии для интерполяции за пределы таблицы.

§ 2. ЧАСТНАЯ И МНОЖЕСТВЕННАЯ ЛИНЕЙНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ И РЕГРЕССИИ

Корреляция называется множественной, если на величину результативного признака одновременно влияют несколько факториальных. Простой формой множественной связи является линейная зависимость между тремя признаками, когда один из них, например урожай, рассматривается как функция (Y), а два другие — как аргументы (X и Z). В качестве меры тесноты линейной связи трех признаков используют частные коэффициенты корреляции, обозначаемые $r_{xy \cdot z}$, $r_{xz \cdot y}$, $r_{zy \cdot x}$, и множественные коэффициенты корреляции, обозначаемые $R_{x \cdot yz}$, $R_{y \cdot xz}$, $R_{z \cdot xy}$.

Частный коэффициент корреляции — это показатель, измеряющий степень сопряженности двух признаков.

Математическая статистика позволяет установить корреляцию между двумя признаками при постоянном значении третьего, не ставя специального эксперимента, а используя парные коэффициенты корреляции r_{xy} , r_{xz} и r_{yz} . Частные коэффициенты корреляции рассчитывают по формулам:

$$r_{xy \cdot z} = \frac{r_{xy} - r_{xz} \cdot r_{yz}}{\sqrt{(1 - r_{xz}^2)(1 - r_{yz}^2)}}; \quad r_{xz \cdot y} = \frac{r_{xz} - r_{xy} \cdot r_{zy}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2)(1 - r_{zy}^2)}};$$

$$r_{yz \cdot x} = \frac{r_{yz} - r_{xy} \cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2)(1 - r_{xz}^2)}}.$$

Здесь в индексах буквы перед точкой указывают, между какими признаками изучается зависимость, а буква после точки — влияние какого признака исключается (элиминируется). Ошибку и критерий значимости частной корреляции определяют по тем же формулам, что и парной корреляции:

$$s_{r_{xy \cdot z}} = \sqrt{\frac{1 - r_{xy \cdot z}^2}{n - 2}}; \quad t = \frac{r}{s_r}.$$

Теоретические значения t берут из таблицы 1 приложений.

Подобно парным коэффициентам корреляции частные коэффициенты могут принимать значения, заключенные между -1 и $+1$. Частные коэффициенты детерминации находят путем возведения в квадрат частных коэффициентов корреляции:

$$d_{xy \cdot z} = r_{xy \cdot z}^2; \quad d_{xz \cdot y} = r_{xz \cdot y}^2; \quad d_{yz \cdot x} = r_{yz \cdot x}^2.$$

Определение степени частного воздействия отдельных переменных на результативный признак при исключении (элиминировании) связи его с другими признаками, искажающими эту корреляцию, часто представляет большой интерес. Например, тесноту связи урожаев с осадками может сильно исказить варьирование температуры, и поэтому целесообразно изучить связь между первыми двумя признаками при постоянных значениях третьего. С чисто внешней стороны (а не внутренней) при по-

стоянном значении элиминируемого признака нельзя подметить его статистического влияния на изменчивость других признаков.

Чтобы уяснить технику расчета и смысл частного коэффициента корреляции, рассмотрим данные по определению парной корреляции между окружностями початка кукурузы (X), окружностью его стержня (Y) и количеством рядков зерен (Z) на основании измерения 9000 початков:

$$r_{xy} = 0,799; \quad r_{xz} = 0,570; \quad r_{yz} = 0,507.$$

По приведенным выше соотношениям определим частные коэффициенты корреляции:

$$r_{xy \cdot z} = \frac{0,799 - 0,570 \times 0,507}{\sqrt{(1 - 0,570^2)(1 - 0,507^2)}} = 0,720;$$

$$r_{xz \cdot y} = \frac{0,570 - 0,799 \times 0,507}{\sqrt{(1 - 0,799^2)(1 - 0,507^2)}} = 0,318;$$

$$r_{yz \cdot x} = \frac{0,507 - 0,799 \times 0,570}{\sqrt{(1 - 0,799^2)(1 - 0,570^2)}} = 0,105.$$

Частный коэффициент корреляции между окружностью початка и его стержня у початков с одинаковым числом рядков зерен ($r_{xy \cdot z} = 0,720$) показывает, что лишь незначительная часть взаимосвязи этих признаков в общей корреляции ($r_{xy} = 0,799$) обусловлена влиянием третьего признака. Аналогичное заключение необходимо сделать и в отношении частного коэффициента корреляции между окружностью початка и количеством рядков зерен у початков с одинаковой окружностью стержня ($r_{xz \cdot y} = 0,318$ и $r_{xz} = 0,57$). Напротив, частный коэффициент корреляции между окружностью стержня и количеством рядков зерен у початков с одинаковой окружностью $r_{yz \cdot x} = 0,105$ значительно отличается от общего коэффициента корреляции $r_{yz} = 0,507$; из этого видно, что если подобрать початки с одинаковой окружностью, то связь между этими признаками у них будет очень слабой, так как значительная часть в этой взаимосвязи обусловлена варьированием окружности початка.

При некоторых обстоятельствах частный коэффициент корреляции может оказаться противоположным по знаку парному. Например, при изучении взаимосвязи между морфологическими признаками стеблей льна — массой (X), длиной (Y) и диаметром (Z) — были получены следующие коэффициенты ($n = 100$): между массой и длиной $r_{xy} = 0,6$; между массой и диаметром $r_{xz} = 0,9$; между длиной и диаметром $r_{yz} = 0,4$.

Частные коэффициенты корреляции при исключении влияния третьего признака:

$$r_{xy \cdot z} = \frac{0,6 - 0,9 \times 0,4}{\sqrt{(1 - 0,9^2)(1 - 0,4^2)}} = 0,60;$$

$$r_{xz \cdot y} = \frac{0,9 - 0,6 \times 0,4}{\sqrt{(1 - 0,6^2)(1 - 0,4^2)}} = 0,90;$$

$$r_{yz \cdot x} = \frac{0,4 - 0,6 \times 0,9}{\sqrt{(1 - 0,6^2)(1 - 0,9^2)}} = -0,40.$$

Частные коэффициенты корреляции между массой и длиной и массой и диаметром при статистическом исключении влияния третьего признака не вызывают никаких недоумений. Выявилась очень высокая частная корреляция массы и диаметра при исключении влияния длины стебля $r_{xz \cdot y}$ и средняя корреляция между массой и длиной $r_{xy \cdot z}$ для растений с одинаковым диаметром. Частная корреляция между длиной стебля при постоянном значении массы получилась отрицательной: при увеличении длины диаметр стебля уменьшается, тогда как общий коэффициент корреляции указывает на положительную взаимосвязь между этими признаками. На первый взгляд этот результат кажется невероятным, он противоречит обычным представлениям о росте растений: если увеличивается высота, то, конечно, увеличивается и диаметр стебля. Однако это мнение противоречие объясняется основным условием частной корреляции — постоянством исключаемого признака. Если взять стебли льна одной и той же массы, то среди таких стеблей увеличение длины может происходить только за счет уменьшения диаметра. При увеличении обоих признаков не могла бы оставаться постоянной масса стебля.

Метод частной корреляции дает возможность вычислить частный коэффициент корреляции второго порядка. Этот коэффициент указывает на взаимосвязь между первым и вторым признаком при постоянном значении третьего и четвертого. Определение частного коэффициента второго порядка ведут на основании частных коэффициентов первого порядка по формуле:

$$r_{xy \cdot zv} = \frac{r_{xy \cdot v} - r_{xz \cdot v} \cdot r_{yz \cdot v}}{\sqrt{(1 - r_{xz \cdot v}^2)(1 - r_{yz \cdot v}^2)}},$$

где $r_{xy \cdot v}$, $r_{xz \cdot v}$, $r_{yz \cdot v}$ — частные коэффициенты первого порядка, значение которых определяют по формуле частного коэффициента, используя коэффициенты парной корреляции r_{xy} , r_{xz} , r_{xz} , r_{yz} , r_{yv} , r_{zv} .

Множественный коэффициент корреляции трех переменных — это показатель тесноты линейной связи между одним из признаков (буква индекса перед точкой) и совокупностью двух других признаков (буква индекса перед точкой) и совокупностью двух других признаков (буквы индекса после точки):

$$R_{x \cdot yz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{xz}^2 - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1 - r_{yz}^2}};$$

$$R_{y \cdot xz} = \sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{xy}r_{yz}r_{xz}}{1 - r_{xz}^2}};$$

$$R_{z \cdot xy} = \sqrt{\frac{r_{xz}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{xy}r_{xz}r_{yz}}{1 - r_{xy}^2}}.$$

Эти формулы позволяют легко вычислить множественные коэффициенты корреляции при известных значениях коэффициентов парной корреляции r_{xy} , r_{xz} и r_{yz} .

Коэффициент R не отрицателен и всегда находится в пределах от 0 до 1. При приближении R к единице степень линейной связи трех признаков увеличивается. Между коэффициентом множественной корреляции, например $R_{y,xz}$, и двумя коэффициентами парной корреляции r_{yx} и r_{yz} существует следующее соотношение: каждый из парных коэффициентов не может превышать по абсолютной величине $R_{y,xz}$.

Квадрат коэффициента множественной корреляции R^2 называется коэффициентом множественной детерминации. Он показывает долю вариации зависимой переменной под воздействием изучаемых факторов.

Значимость множественной корреляции оценивается по F -критерию:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \left(\frac{n - k}{k - 1} \right),$$

где n — объем выборки; k — число признаков; в нашем случае $k=3$.

Теоретическое значение F -критерия берут из таблицы 2 приложений для $\nu_1 = k - 1$ и $\nu_2 = n - k$ степеней свободы и принятого уровня значимости. Нулевая гипотеза о равенстве множественного коэффициента корреляции в совокупности нулю ($H_0: R=0$) принимается, если $F_{\phi} < F_T$, и отвергается, если $F_{\phi} \geq F_T$.

Приведем пример вычисления коэффициента множественной корреляции. При изучении методики селекционного отбора у репчатого лука второго года жизни были получены такие коэффициенты парной корреляции ($n=15$):

между урожаем (Y) и средней массой луковицы (X) ... $r_{yx}=0,6$;

между урожаем (Y) и гнездностью (Z) ... $r_{yz}=0,3$;

между средней массой луковицы (X) и гнездностью (Z) ... $r_{xz}=-0,2$.

Необходимо выяснить зависимость урожая (Y) от средней массы луковицы (X) и гнездности (Z), т. е. рассчитать коэффициент множественной корреляции:

$$R_{y,xz} = \sqrt{\frac{0,6^2 + 0,3^2 - 2 \times 0,6 \times 0,3 \times (-0,2)}{1 - 0,2^2}} = 0,74.$$

$$F = \frac{0,74^2}{1 - 0,74^2} \left(\frac{15 - 3}{2} \right) = 7,33.$$

Табличное значение F при 2 и $15 - 3 = 12$ степенях свободы $F_{05} = 3,89$ и $F_{01} = 6,93$.

Таким образом взаимосвязь между урожаем, средней массой луковицы и гнездностью $R_{y,xz} = 0,74$ значима на 1%-ном уровне $F_{\phi} > F_{01}$. Судя по коэффициенту множественной детерминации ($R^2 = 0,74^2 = 0,55$), вариация урожайности лука на 55% связана с действием изучаемых факторов — средней массой луковицы и гнездностью и 45% вариации ($1 - R^2$) не может быть объяснено влиянием этих переменных.

Математическое уравнение для прямолинейной зависимости между тремя переменными называется множественным линейным уравнением плоскости регрессии. Оно имеет следующий общий вид:

$$Y = a + b_1 X + b_2 Z,$$

где Y — зависимая переменная, X и Z — независимые переменные, a — общее начало отсчета, b_1 и b_2 — коэффициенты частной регрессии. Коэффициент b_1

показывает, на какую величину увеличивается Y при каждом увеличении на одну единицу X при постоянном значении Z ; коэффициент b_2 указывает, на какую величину увеличивается Y при увеличении Z на единицу при постоянном значении X . Поэтому часто используют обозначения $b_1 = b_{yx.z}$ и $b_2 = b_{yz.x}$, принятые для частных коэффициентов корреляции.

Параметры a , b_1 и b_2 вычисляют методом наименьших квадратов, который позволяет найти такое положение плоскости регрессии в пространстве, когда сумма квадратов отклонений эмпирических точек от нее является минимальной:

$$\sum [Y - (a + b_1X + b_2Z)]^2 = \text{мин.}$$

Для определения параметров уравнения используют соотношения:

$$b_1 = \frac{\sum (Z - \bar{z})^2 \sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y}) - \sum (X - \bar{x})(Z - \bar{z}) \sum (Y - \bar{y})(Z - \bar{z})}{\sum (X - \bar{x})^2 \sum (Z - \bar{z})^2 - [\sum (X - \bar{x})(Z - \bar{z})]^2};$$

$$b_2 = \frac{\sum (X - \bar{x})^2 \sum (Y - \bar{y})(Z - \bar{z}) - \sum (X - \bar{x})(Z - \bar{z}) \sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sum (X - \bar{x})^2 \sum (Z - \bar{z})^2 - [\sum (X - \bar{x})(Z - \bar{z})]^2};$$

$$a = \bar{y} - b_1\bar{x} - b_2\bar{z}.$$

Установленное уравнением регрессии отношение зависимости коррелируемых признаков принято изображать графически в виде линий и поверхности регрессии.

Рассмотрим следующий схематизированный (для наглядности) пример. Сопряженность урожайности соломы льна-долгунца Y (ц с 1 га) с дозой удобрений X (ц на 1 га) и осадками июня Z (мм) близка к линейной и выражается таким уравнением (в интервале доз от 0 до 6 и осадков от 60 до 120):

$$Y = 10 + 3X + 0,25Z.$$

Подставляя в уравнение значения доз, например 0, 2, 4 и 6, для зафиксированного количества осадков, например 60, 80, 100 и 120, получим координаты точек для построения линий и плоскости регрессии (табл. 100).

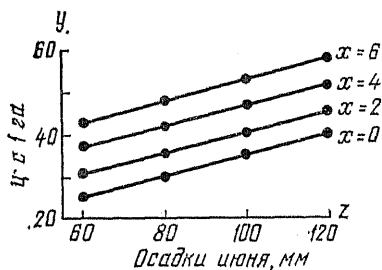


Рис. 53. Линия регрессии уравнения $Y = 10 + 3X + 0,25Z$ для зависимости урожайности соломы льна от доз удобрения X и осадков в июне Z .

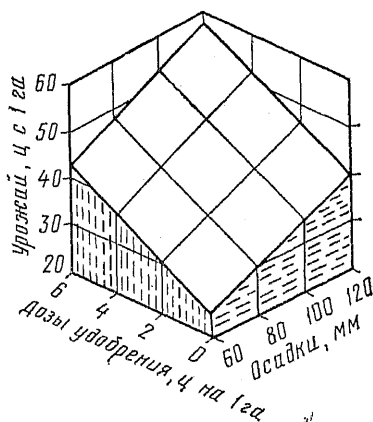


Рис. 54. Зависимость урожайности соломы льна от совместного действия осадков и доз удобрений (плоскость регрессии).

100. Урожайность соломы льна (ц с 1 га), рассчитанная по уравнению $Y=10+3X+0,25Z$

| Доза удобрения X (ц на 1 га) | Осадки Z (в мм) | | | |
|---------------------------------|-----------------|----|-----|-----|
| | 60 | 80 | 100 | 120 |
| 0 | 25 | 30 | 35 | 40 |
| 2 | 31 | 36 | 41 | 46 |
| 4 | 37 | 42 | 47 | 52 |
| 6 | 43 | 48 | 53 | 58 |

На рисунке 53, по данным таблицы 100, построены линии регрессии Y на Z для четырех фиксированных значений X . Кружками показаны точки (Y ; Z) соответственно четырем грациям доз удобрений—0, 2, 4 и 6.

На рисунке 54, по данным таблицы 100, построена поверхность прямой-линейной регрессии Y на X и Z в трехмерном пространстве—плоскость регрессии. На этой диаграмме урожай льна Y , соответствующий определенным комбинациям X и Z , отложен по вертикальному ребру куба, осадки читаются на правой его стороне, а дозы удобрений—на левой. Поверхность регрессии дает четкое представление об эффекте комбинированного влияния изучаемых факторов на результативный признак.

Необходимо подчеркнуть, что математические уравнения для парной и множественной регрессии имеют смысл только в области фактических значений X , Y и Z только тогда, когда корреляционная связь значительно отличается от нуля.

§ 3. КРИВОЛИНЕЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ И РЕГРЕССИЯ

Если связь между изучаемыми явлениями существенно отклоняется от линейной, что легко установить по виду корреляционной решетки или, еще лучше, по точечному графику, то коэффициент корреляции непригоден в качестве меры связи. Он может указать на отсутствие сопряженности там, где налицо сильная криволинейная зависимость. Поэтому необходим новый показатель, который правильно измерял бы степень криволинейной зависимости. Таким показателем является корреляционное отношение, обозначаемое греческой буквой η (эта). Оно измеряет степень корреляции при любой ее форме.

Корреляционное отношение при малом числе наблюдений вычисляют по формуле:

$$\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma (Y - \bar{y})^2 - \Sigma (Y - \bar{y}_x)^2}{\Sigma (Y - \bar{y})^2}}$$

где $\Sigma (Y - \bar{y})^2$ —сумма квадратов отклонений индивидуальных значений Y от общей средней арифметической \bar{y} ; $\Sigma (Y - \bar{y}_x)^2$ —сумма квадратов отклонений вариант от частных средних \bar{y}_x , соответствующих определенным, фиксированным значениям независимой переменной X .

Для вычисления корреляционного отношения значения независимого признака X располагают по ранжиру в возрастающем порядке и разбивают весь ряд наблюдений на 4—7 групп с таким расчетом, чтобы в каждой группе по ряду X было не менее двух наблюдений. Затем определяют общую среднюю \bar{y} , групповые средние \bar{y}_x , соответствующие каждой фиксированной груп-

пе X , и суммы квадратов отклонений для общего $\Sigma(Y-\bar{y})^2$ и группового $\Sigma(Y-\bar{y}_x)^2$ варьирования признака Y .

При большом объеме наблюдений ($n > 30$) обработка материала для вычисления корреляционного отношения проводится в корреляционной таблице. После группировки и разности дат определяют сумму квадратов отклонений группового варьирования $\Sigma f(\bar{y}_x - \bar{y})^2$, сумму квадратов отклонений общего варьирования $\Sigma f(Y - \bar{y})^2$ и вычисляют корреляционное отношение по формуле:

$$\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma f(\bar{y}_x - \bar{y})^2}{\Sigma f(Y - \bar{y})^2}}.$$

Сумма квадратов отклонений групповых средних \bar{y}_x от общей средней \bar{y} (групповое варьирование) характеризует ту часть варьирования признака Y , которая связана с изменчивостью признака X . Сумма квадратов разностей между каждой датой и общей средней \bar{y} , т. е. $\Sigma f(Y - \bar{y})^2$, характеризует общее варьирование признака Y .

При функциональной зависимости Y от X корреляционное отношение равно единице; если оно равно нулю, то показывает некоррелированность Y от X ; при промежуточном характере корреляционной зависимости корреляционное отношение заключено в пределах:

$$0 < \eta_{yx} < 1.$$

Чем ближе η_{yx} к единице, тем сильнее, ближе функциональная зависимость Y от X , и, наоборот, чем ближе η_{yx} к нулю, тем слабее выражена эта зависимость.

Отношение сумм квадратов группового варьирования к общему, т. е. η_{yx}^2 , имеет самостоятельное значение. Оно показывает ту долю варьирования признака Y , которая обусловлена степенью колебания признака X . Эта величина, называемая индексом детерминации, определяет процент вариации Y под влиянием X .

Ошибка и критерий существенности корреляционного отношения рассчитывают по формулам:

$$s_{\eta} = \sqrt{\frac{1 - \eta^2}{n - 2}};$$

$$t_{\eta} = \frac{\eta}{s_{\eta}}.$$

Теоретическое значение критерия t для 5%-ного или 1%-ного уровня значимости находят по таблице 1 приложений; число степеней свободы принимают равным $n - 2$.

При обработке экспериментального материала методом дисперсионного анализа значение η_{yx}^2 определяется как отношение

суммы квадратов отклонений для вариантов C_V к общей сумме квадратов C_Y :

$$\eta^2_{yx} = \frac{C_V}{C_Y}, \quad \text{откуда } \eta_{yx} = \sqrt{\frac{C_V}{C_Y}}.$$

Критерий линейности корреляции. Для определения степени приближения криволинейной зависимости к прямолинейной используется критерий F , вычисляемый по формуле:

$$F = \frac{(\eta^2 - r^2)(n - k)}{(1 - \eta^2)(k_x - 2)},$$

где η^2 — квадрат корреляционного отношения Y по X ; r^2 — квадрат коэффициента линейной корреляции; n — объем выборки; k_x — число групп по ряду X .

Связь можно практически принять за линейную, если $F_\Phi < < F_T$, и определять показатели для прямолинейной корреляции и регрессии. Корреляция нелинейна, если $F_\Phi \geq F_T$. Теоретические значения F берут из таблицы 2 приложений для $\nu_1 = k_x - 2$ и $\nu_2 = n - 2$ степеней свободы.

Проверим линейность корреляции для $r = 0,74$, $\eta_{yx} = 0,80$, $n = 80$ и $k_x = 7$.

$$F = \frac{(0,80^2 - 0,74^2)(80 - 7)}{(1 - 0,80^2)(7 - 2)} = 3,74; \quad F_{05} = 2,33 \text{ и } F_{01} = 3,25;$$

$$\nu_1 = 5, \quad \nu_2 = 78.$$

Гипотеза о линейности отвергается ($F_\Phi > F_{01}$) и пользоваться линейной корреляцией и регрессией нельзя, нелинейность значима на 1%-ном уровне.

Криволинейные зависимости между двумя переменными могут быть выражены в виде кривых линий регрессии и соответствующих им математических уравнений (рис. 55). Представленные на рисунке 55 кривые указывают, что *криволинейная регрессия — это такая зависимость, когда при одинаковых приращениях независимой переменной X зависящая переменная Y имеет неодинаковые приращения*. Эмпирические точки корреляционного поля при криволинейной корреляции располагаются около

кривых различного типа — парабол, гипербол, логарифмических кривых и т. п. В общем случае все линии регрессии являются кривыми и рассматриваемая нами ранее линейная регрессия является простейшей зависимостью

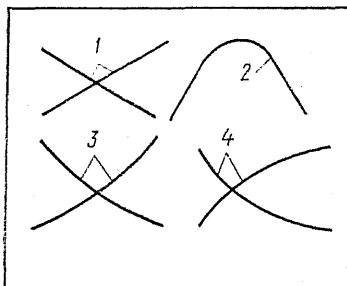


Рис. 55. Кривые, иллюстрирующие различные типы зависимостей:

1 — прямолинейная зависимость, типа $Y = a + bX$; 2 — кривая типа параболы $Y = a + b_1X + b_2X^2$; 3 — кривая типа $\lg Y = a - bX$; 4 — кривая типа $y = a + b \lg X$.

между двумя признаками (или с каким-нибудь третьим признаком), когда незначительные по степени криволинейности связи практически можно принять за линейные.

Основной метод построения математических уравнений: подбор типа формулы и нахождение коэффициента к ней. Тип формулы проще всего подобрать, пользуясь чертежами типовых кривых, для которых даны соответствующие уравнения (рис. 55).

Статистическая разработка экспериментального материала часто приводит к построению уравнений, близких к квадратической параболы:

$$Y = a + b_1X + b_2X^2.$$

Кривые, удовлетворяющие этому уравнению, получены многими исследователями для зависимости урожая от густоты стояния растений.

Уравнение для квадратической параболы можно рассчитать по соотношению:

$$Y = \bar{y} + \frac{\Sigma(X - \bar{x})Y}{\Sigma(X - \bar{x})^2} (X - \bar{x}) + \left[\frac{\Sigma(X - \bar{x})^2 Y - nC\bar{y}}{\Sigma(X - \bar{x})^4 - nC^2} \right] \times [(X - \bar{x})^2 - C],$$

где $C = \frac{\Sigma(X - \bar{x})^2}{n}$.

Используя данные таблицы 101, где показаны все необходимые вычисления сумм, входящих в формулу параболы, имеем:

$$Y = 27 + \frac{10,2}{10} (X - 5) + \left[\frac{260 - 5 \times 2 \times 27}{34 - 5 \times 2^2} \right] [(X - 5)^2 - 2] = \\ = 27 + 1,02 (X - 5) - 0,71 [(X - 5)^2 - 2] = 5,6 + 8,1X - 0,7X^2.$$

На рисунке 56 зависимость между урожайностью и нормами посева пшеницы изображена графически в виде эмпирической и теоретической линий регрессии. Значения Y_x , по которым построена теоретическая линия регрессии, вычисленные по найденному уравнению, проставлены в последнем столбце таблицы 101.

101. Влияние норм посева X (млн. зерен на 1 га) на урожай озимой пшеницы Y (ц с 1 га)

| x | Y | $(x - \bar{x})$ | $(x - \bar{x})^2$ | $(x - \bar{x})^4$ | $(x - \bar{x})Y$ | $(x - \bar{x})^2 Y$ | $Y_x = 5,6 + 8,1X - 0,7X^2$ |
|-----|------|-----------------|-------------------|-------------------|------------------|---------------------|-----------------------------|
| 3 | 23,6 | -2 | 4 | 16 | -47,2 | 94,4 | 23,6 |
| 4 | 26,7 | -1 | 1 | 1 | -26,7 | 26,7 | 26,8 |
| 5 | 28,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 28,6 |
| 6 | 29,3 | 1 | 1 | 1 | 29,3 | 29,3 | 29,0 |
| 7 | 27,4 | 2 | 4 | 16 | 54,8 | 109,6 | 28,0 |

$$\Sigma X = 25 \quad \Sigma Y = 135 \quad \Sigma(X - \bar{x}) = 0 \quad \Sigma(X - \bar{x})^2 = 10 \quad \Sigma(X - \bar{x})^4 = 34 \quad \Sigma(X - \bar{x})Y = 10,2 \quad \Sigma(X - \bar{x})^2 Y = 260,0$$

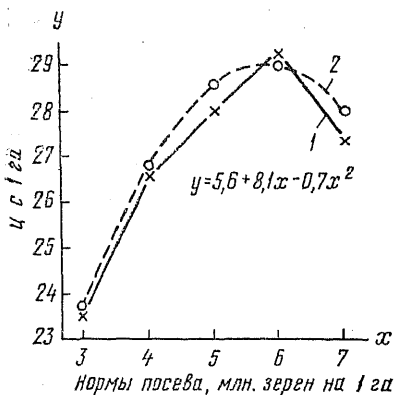


Рис. 56. Эмпирическая 1 и теоретическая 2 линия регрессии урожая y озимой пшеницы на нормы посева x .

Когда для эмпирической кривой трудно подобрать сравнительно простое математическое уравнение, а также когда нет веских оснований уточнять результаты исследований, выравнивание ряда можно провести способом простой скользящей средней. Сущность его заключается в том, что для каждого значения независимой переменной X берется средняя арифметическая из нескольких (соседних) значений зависимой переменной Y . Если эмпирический ряд имеет большую кривизну и слабую вариабельность, то лучше проводить усреднение по трем точкам, а при малой кривизне и сильной вариации — по пяти точкам.

$$\bar{y}_i = (Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1}) : 3;$$

$$\bar{y}_i = (Y_{i-2} + Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1} + Y_{i+2}) : 5.$$

При выравнивании по трем точкам вместо величины Y_i рассматривается среднее арифметическое основного значения Y_i , предыдущего значения Y_{i-1} и последующего значения Y_{i+1} , а при выравнивании по пяти точкам — среднее арифметическое основного значения, двух предыдущих и двух последующих значений.

Значению Y_i можно придавать больший вес, чем остальным значениям, например:

$$\bar{y}_i = \frac{1}{4} (Y_{i-1} + 2Y_i + Y_{i+1}).$$

Пример расчета простых скользящих средних по трем точкам для данных, характеризующих зависимость урожая картофеля Y (т с 1 га) от уровня питания X (в дозах NPK), показан в таблице 102.

102. Урожай картофеля, выравненные методом скользящей средней

$$y_i = (Y_{i-1} + Y_i + Y_{i+1}) : 3$$

| | | | | | | | | | | | |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| X | 0 | 0,5 | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 | 5,0 |
| Y | 10 | 15 | 16 | 20 | 26 | 27 | 35 | 36 | 30 | 31 | 20 |
| \bar{y}_i | 11,7 | 13,7 | 17,0 | 20,7 | 24,3 | 29,3 | 32,7 | 33,7 | 32,3 | 27,0 | 23,7 |

Для сглаживания крайних значений берется удвоенная их величина, $2Y$, к которой прибавляется последующее (или предшествующее) однократное значение Y ; полученную сумму делят на три:

$$\bar{y}_{x=0} = (2 \times 10 + 15) : 3 = 11,7; \quad \bar{y}_{x=5} = (2 \times 20 + 31) : 3 = 23,7.$$

В качестве показателя правильности выравнивания используется коэффициент корреляции между эмпирическими и выравненными значениями признака:

$$r = \sqrt{\frac{\Sigma(Y - \bar{y})^2 - \Sigma(\bar{y}_i - Y)^2}{\Sigma(Y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{\Sigma(\bar{y}_i - Y)^2}{\Sigma(Y - \bar{y})^2}}.$$

Если $r > 0,95$, то выравнивание считается удовлетворительным, а при $r < 0,95$ совпадение между опытными и выравненными данными недостаточно, и тогда сглаженные значения подвергаются повторному сглаживанию.

Для нашего примера вычисления дают:

$$\Sigma(Y - \bar{y})^2 = \Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2 : n = 7168 - (266)^2 : 11 = 735,64;$$

$$\Sigma(\bar{y}_i - Y)^2 = (11,7 - 10)^2 + (13,7 - 15)^2 + \dots + (23,7 - 20)^2 = 59,81;$$

$$r = \sqrt{1 - \frac{\Sigma(\bar{y}_i - Y)^2}{\Sigma(Y - \bar{y})^2}} = \sqrt{1 - \frac{59,81}{735,64}} = 0,96.$$

Коэффициент корреляции $r = 0,96$ указывает, что линия для выравнивания подобрана правильно и результаты выравнивания получились вполне удовлетворительные (рис. 57).

При изучении корреляции трех переменных исходные данные табулируют и для нескольких фиксированных градаций аргумента X и Z определяют наиболее вероятное значение функции Y . Полученные результаты изображают графически в виде

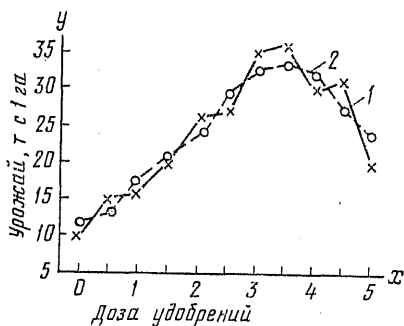


Рис. 57. Эмпирическая 1 и выравненная методом скользящей средней 2 линии регрессии Y по X .

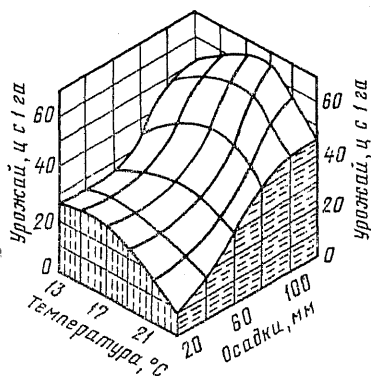


Рис. 58. Зависимость урожайности соломы льна-долгуница от совместного действия осадков и температуры воздуха в июне.

поверхности регрессии Y по X и Z , которая дает наглядное представление о форме зависимости резуль­тативного признака от совмещенного действия двух переменных.

Для примера на рисунке 58 дано графическое изображение множественной корреляционной зависимости урожая льна-долгунца от комбинированного влияния осадков и температуры воздуха в июне. На этой диаграмме количество осадков в миллиметрах, т. е. значения аргумента X , читается на правой стороне основания куба, средне­месячная температура воздуха в градусах Z — вдоль левого края, а значение функции (урожая соломы льна Y) — по вертикальному ребру.

Не анализируя детально изображенную на рисунке 58 поверхность регрессии Y по X и Z , ясно, что существует криволинейная зависимость урожая льна от совмещенного действия осадков и температуры воздуха в июне. В центральных районах Нечерноземной зоны в этот период лен находится обычно в фазе быстрого роста и характеризуется сильной реакцией на изменения метеорологических факторов.

Легко убедиться, что совместное влияние температуры и осадков по-разному отражается на урожае: при достаточном увлажнении, например, отрицательное действие высоких температур проявляется в меньшей степени, чем при недостатке осадков. С другой стороны, видно, что в условиях достаточного увлажнения осадки июня используются наиболее эффективно в диапазоне средне­месячных температур 15—19°С.

При изучении криволинейных корреляционных связей и проверке $H_0: \eta=0$ вычисления выборочных статистических показателей проводят по формулам таблицы 103.

103. Формулы для вычисления

| Показатель | Малая выборка (несгруппированные данные, $n < 30$) | Большая выборка (сгруппированные данные, $n > 30$) |
|--|--|--|
| Корреляционное отношение | $\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma(Y-\bar{y})^2 - \Sigma(Y-\bar{y}_x)^2}{\Sigma(Y-\bar{y})^2}}$ | $\eta_{yx} = \sqrt{\frac{\Sigma f_x(\bar{y}_x - \bar{y})^2}{\Sigma f(Y-\bar{y})^2}}$ |
| Ошибка и критерий существенности | $s_\eta = \sqrt{\frac{1 - \eta_{yx}^2}{n - 2}}$ | $t_\eta = \frac{\eta_{yx}}{s_\eta}$ |
| Доверительный интервал и степени свободы | $\eta_{yx} \pm t_\eta s_\eta; \quad v = n - 2$ | |

Пример 4. По небольшой выборке ($n=12$) определить корреляционное отношение η_{yx} и построить линию регрессии, характеризующую потери аммиака от испарения в зависимости от концентрации его в полевой воде (табл. 104). Нулевая гипотеза $H_0: \eta_{yx}=0$.

Решение. 1. Значения независимой переменной X располагают последовательно от меньшей величины к большей, как это сделано в таблице 104, и разбивают весь ряд на 4—7 групп так, чтобы в каждой группе независимого

признака X было не менее двух наблюдений. При этом интервалы групп могут быть различны по величине. Данные таблицы 104 целесообразно разбить на пять групп (последняя колонка табл. 104).

2. Составляют вспомогательную таблицу 105 и вычисляют необходимые суммы квадратов отклонений и средние. Подставляя итоговые данные таблицы 105 в формулы, определяют корреляционное отношение, ошибку, критерий существенности, доверительный интервал корреляционного отношения и проверяют H_0 .

3. Точки с координатами, соответствующими групповым средним \bar{x}_y и \bar{y}_x (3,50 и 24,0; 5,50 и 14,50 и т. д.), наносят на график и соединяют их плавной линией (на рис. 59 эти точки обозначены крестиками). Это и будет линия регрессии Y по X . Она показывает, что потери аммиака из поливной воды особенно резко возрастают, когда концентрация его в поливной воде составляет меньше 15 кг на 100 м³ воды. На график последовательно переносят, отмечая кружочками, все фактические наблюдения и указывают значение корреляционного отношения (рис. 59).

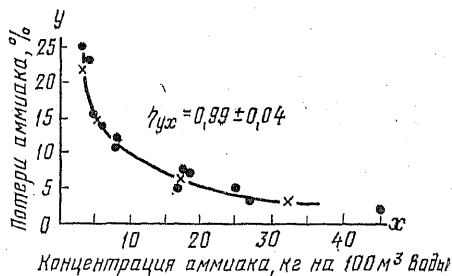


Рис. 59. Потери аммиака из аммиачных солей Y в зависимости от концентрации его в поливной воде X .

104. Потери аммиака от испарения (ряд Y) в зависимости от концентрации его в поливной воде (ряд X)

| Номер пары | X , кг на 100 м ³ воды | Y , % | Группа |
|------------|-------------------------------------|---------|--------|
| 1 | 3 | 25 | 1 |
| 2 | 4 | 23 | |
| 3 | 5 | 15 | 2 |
| 4 | 6 | 14 | |
| 5 | 8 | 12 | 3 |
| 6 | 8 | 11 | |
| 7 | 17 | 5 | 4 |
| 8 | 18 | 7 | |
| 9 | 18 | 7 | |
| 10 | 25 | 5 | 5 |
| 11 | 27 | 3 | |
| 12 | 45 | 2 | |

§ 4. КОРРЕЛЯЦИЯ КАЧЕСТВЕННЫХ ПРИЗНАКОВ

Коэффициент корреляции при альтернативной изменчивости вычисляют по формуле Юла:

$$r = \frac{n_1 n_4 - n_2 n_3}{\sqrt{N_1 N_2 N_3 N_4}},$$

где n_1 и n_4 — частоты с одинаковыми знаками клеток (+ + или — —); n_2 и n_3 — частоты с разными знаками клеток (+ — или — +); N_1 и N_2 — суммы частот по строкам; N_3 и N_4 — суммы частот по столбцам.

105. Расчет вспомогательных величин для вычисления корреляционного отношения

| Номер пары | X | \bar{x}_y | n_x | Y | \bar{y}_x | $y - \bar{y}_x$ | $(Y - \bar{y}_x)^2$ | $Y - \bar{y}$ | $(Y - \bar{y})^2$ |
|------------------|----|-------------------|--------|------------------|-------------------|-----------------|-----------------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| 1 | 3 | 3,50 | 2 | 25 | 24,00 | 1,00 | 1,00 | 14,25 | 203,06 |
| 2 | 4 | | | 23 | | -1,00 | 1,00 | 12,25 | |
| 3 | 5 | 5,50 | 2 | 14 | 14,50 | 0,50 | 0,25 | 4,25 | 18,06 |
| 4 | 6 | | | 15 | | -0,50 | 0,25 | 3,25 | |
| 5 | 8 | 8,00 | 2 | 12 | 11,50 | 0,50 | 0,25 | 1,25 | 1,56 |
| 6 | 8 | | | 11 | | -0,50 | 0,25 | 0,25 | 0,06 |
| 7 | 17 | 17,67 | 3 | 5 | 6,33 | -1,33 | 1,77 | -5,75 | 33,06 |
| 8 | 18 | | | 7 | | 0,67 | 0,45 | -3,75 | 14,06 |
| 9 | 18 | | | 7 | | 0,67 | 0,45 | -3,75 | 14,06 |
| 10 | 25 | 32,33 | 3 | 5 | 3,33 | 1,67 | 2,79 | -5,75 | 33,06 |
| 11 | 27 | | | 3 | | -0,33 | 0,11 | -7,75 | 60,06 |
| 12 | 45 | | | 2 | | -1,33 | 1,77 | -8,75 | 76,56 |
| 184 = ΣX | | 15,33 = \bar{x} | 12 = n | 129 = ΣY | 10,75 = \bar{y} | 6,02 | 10,34 = $\Sigma(Y - \bar{y}_x)^2$ | 0,00 = $\Sigma(Y - \bar{y})$ | 614,22 = $\Sigma(Y - \bar{y})^2$ |

$$\eta^2_{yx} = \frac{\Sigma(Y - \bar{y})^2 - \Sigma(Y - \bar{y}_x)^2}{\Sigma(Y - \bar{y})^2} = \frac{614,22 - 10,34}{614,22} = 0,98 \text{ (или 98\%)};$$

$$\eta_{yx} = \sqrt{\eta^2_{yx}} = \sqrt{0,98} = 0,99;$$

$$s_{\eta} = \sqrt{\frac{1 - \eta^2_{yx}}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,98}{12 - 2}} = 0,04;$$

$$t_{\eta} = \frac{\eta_{yx}}{s_{\eta}} = \frac{0,99}{0,04} = 24,75; \quad v = n - 2 = 12 - 2 = 10; \quad t_{05} = 2,23;$$

$$\eta_{yx} \pm t_{05}s_{\eta} = 0,99 \pm 2,23 \cdot 0,04 = 0,99 \pm 0,09(0,90 \div 1,00);$$

H_0 отвергается ($t_{\eta} > t_{05}$).

В качестве примера расчета коэффициента корреляции воспользуемся данными, полученными при изучении действия борных удобрений на заболеваемость сахарной свеклы сухой гнилью сердечка. Первичные материалы о числе непораженных (+) и пораженных (-) растений сахарной свеклы из числа получавших (+) и не получавших (-) борные удобрения представлены в виде четырехпольной таблицы 2×2 (табл. 106).

106. Действие бора на пораженность сахарной свеклы сухой гнилью сердечка

| Растения | С бором (+) | Без бора (-) | Сумма по строкам |
|-------------------|---------------|---------------|------------------|
| Непораженные (+) | 122 (n_1) | 58 (n_2) | 180 (N_1) |
| Пораженные (-) | 28 (n_3) | 102 (n_4) | 130 (N_2) |
| Суммы по столбцам | 150 (N_3) | 160 (N_4) | 310 (n) |

$$r = \frac{n_1 n_4 - n_2 n_3}{\sqrt{N_1 N_2 N_3 N_4}} = \frac{122 \times 102 - 58 \times 28}{\sqrt{180 \times 130 \times 150 \times 160}} = 0,67;$$

$$s_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,67^2}{310 - 2}} = 0,042 \approx 0,04;$$

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0,67}{0,04} = 16,75; \quad t_{05} = 1,96; \quad t_{01} = 2,58.$$

Итак, связь между удобрением сахарной свеклы бором и пораженностью корней сухой гнилью сердечка ($r=0,67 \pm 0,05$) существенна на 1%-ном уровне значимости ($t_r > t_{01}$); растения, получавшие бор, в общем менее поражены, чем растения без бора.

В практике нередко возникает необходимость исследовать сопряженность двух признаков у одних и тех же единиц наблю-

107. Урожай картофеля (кг с куста) и пораженность стеблей фитофторой

| Урожай X | Число кустов | | | $f_1 X$ | $f_2 X$ | $f X$ | X^2 | $f X^2$ |
|----------|---------------------|-------------------|-----------|-----------------------|-----------------------|---------------------|-------|------------------------|
| | непораженных, f_1 | пораженных, f_2 | всего f | | | | | |
| 0,9 | 4 | 0 | 4 | 3,6 | 0 | 3,6 | 0,81 | 3,24 |
| 0,8 | 10 | 2 | 12 | 8,0 | 1,6 | 9,6 | 0,64 | 7,68 |
| 0,7 | 16 | 4 | 20 | 11,2 | 2,8 | 14,0 | 0,49 | 9,80 |
| 0,6 | 19 | 10 | 29 | 11,4 | 6,0 | 17,4 | 0,36 | 10,44 |
| 0,5 | 10 | 6 | 16 | 5,0 | 3,0 | 8,0 | 0,26 | 4,00 |
| 0,4 | 8 | 5 | 13 | 3,2 | 2,0 | 5,2 | 0,16 | 2,08 |
| 0,3 | 0 | 6 | 6 | 0,0 | 1,8 | 1,8 | 0,09 | 0,54 |
| Суммы | 67 = n_1 | 33 = n_2 | 100 = n | 42,4 = $\Sigma f_1 X$ | 17,2 = $\Sigma f_2 X$ | 59,6 = $\Sigma f X$ | — | 37,78 = $\Sigma f X^2$ |

дения, когда один можно измерить (количественный признак), а в отношении другого только отметить его наличие или отсутствие (качественный признак). Коэффициент корреляции между

качественными и количественными признаками вычисляют по формуле:

$$r = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{s} \sqrt{\frac{n_1}{n - n_1}},$$

где \bar{x} — общее среднее для количественного признака; \bar{x}_1 — среднее значение количественного признака с наличием качественного; n — общее число всех наблюдений; n_1 — число случаев с наличием качественного признака; s — общее стандартное отклонение для количественного признака.

Пример расчета коэффициента корреляции между качественным и количественным признаками показан в таблице 107.

Вычисляют общее среднее (\bar{x}) и средние урожаи для непораженных (x_1) и пораженных фитофторой (x_2) кустов картофеля, определяют s , r и t_r .

$$\bar{x} = \frac{\sum fX}{n} = \frac{59,6}{100} = 0,596; \quad \bar{x}_1 = \frac{\sum f_1X}{n_1} = \frac{42,4}{67} = 0,633;$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum f_2X}{n_2} = \frac{17,2}{33} = 0,521 \text{ кг с 1 куста};$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum fX^2 - (\sum fX)^2 : n}{n - 1}} = \sqrt{\frac{37,78 - (59,6)^2 : 100}{100 - 1}} = 0,15 \text{ кг};$$

$$r = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}}{s} \sqrt{\frac{n_1}{n - n_1}} = \frac{0,633 - 0,596}{0,15} \sqrt{\frac{67}{100 - 67}} = 0,35;$$

$$s_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}} = \sqrt{\frac{1 - 0,35^2}{100 - 2}} = 0,10;$$

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0,35}{0,10} = 3,5;$$

$$v = n - 2 = 100 - 2 = 98; \quad t_{0,5} = 1,96; \quad t_{0,1} = 2,58.$$

Таким образом между пораженностью фитофторой и урожайностью картофеля существует прямая связь ($r = 0,35 \pm 0,10$), значимая на 1%-ном уровне ($t_r > t_{0,1}$).

Для установления сопряженности между качественными признаками, имеющими несколько градаций — порядковых номеров или рангов (баллов), например первый, второй и т. д., в биологии и психологии иногда применяется коэффициент ранговой корреляции Спирмана:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)},$$

где d — разность между рангами сопряженных рядов X и Y , т. е. $d = X - Y$; n — число парных наблюдений.

Коэффициент ранговой корреляции целесообразно вычислять в тех случаях, когда совокупность двух переменных не имеет нормального распределения. Для выборок, взятых из нормальных совокупностей и особенно при необходимости установить зависимость более точно, следует рассчитывать обычный коэффициент корреляции.

§ 5. КОВАРИАЦИЯ

Ковариационный анализ — одновременный анализ сумм квадратов и сумм произведений отклонений двух или более переменных от их средних. Он используется при планировании и статистической обработке результатов опыта как способ уменьшения ошибки эксперимента, не поддающейся непосредственному контролю (выравниванию). Ковариационный анализ позволяет установить соотношение между вариацией зависимой переменной, например урожая Y , и вариацией, сопутствующей эксперименту переменной X , например исходным состоянием многолетних деревьев, густотой стояния растений, содержанием в почве питательных веществ и т. д. На основе соотношения проводится статистическое выравнивание условий эксперимента. Статистический контроль над сопутствующей опыту переменной при условии, что ее вариация не связана с изучаемым фактором, дает возможность получить такой конечный результат, который был бы получен при сохранении величины X на постоянном уровне.

Это заметно уточняет результаты опыта, снижает его ошибку.

В узком смысле под ковариацией, обозначаемой cov или s_{xy} , в математической статистике понимается среднее произведение отклонений двух переменных от их средних:

$$cov = \frac{\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{n - 1}.$$

Ковариация может быть как положительной, так и отрицательной.

В более широком смысле ковариацией называется совокупность трех статистических показателей: средних арифметических \bar{x} и \bar{y} , сумм квадратов отклонений $\sum (X - \bar{x})^2$ и $\sum (Y - \bar{y})^2$ и суммы произведений отклонений $\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})$. Параллельное разложение этих величин по факторам варьирования и составляет суть ковариационного анализа.

Ковариационный анализ включает три основных этапа:

1) дисперсионный анализ ряда X , Y и произведений XY ;
 2) разложение остаточной дисперсии C_z по ряду Y (остаток I) на сумму квадратов отклонений, обусловленную регрессией Y по X , обозначаемую C_b , и сумму квадратов отклонений от регрессии $C_{d_{y,x}}$ (остаток II); C_z (остаток I) = $C_b + C_{d_{y,x}}$ (остаток II);

3) приведение фактических средних по ряду Y к полной выравниваемости условий эксперимента по ряду сопутствующей переменной X .

Таким образом, ковариационный анализ — это распространение методов дисперсионного анализа на случай нескольких переменных; а также корреляционного и регрессионного анализов на

общие схемы полевых, вегетационных и лабораторных экспериментов.

Когда между переменной Y , подлежащей изучению, и сопутствующей переменной X можно предполагать линейную связь, то целесообразно запланировать измерение величины X . Это дает возможность получить дополнительную информацию об изучаемом явлении и использовать регрессию в целях уточнения эксперимента.

Сумму квадратов отклонений, обусловленную регрессией Y по X , определяют по формуле:

$$C_b = \frac{[\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})]^2}{\sum (X - \bar{x})^2}.$$

Сумму квадратов случайного варьирования, т. е. сумму квадратов отклонений от регрессии, находят по разности как остаток: $C_{d_{y \cdot x}}$ (остаток II) = C_z (остаток I) — C_b .

Коэффициент регрессии Y по X определяют по формуле:

$$b_{yx} = \frac{\sum (X - \bar{x})(Y - \bar{y})}{\sum (X - \bar{x})^2}.$$

Результативный признак Y выравнивают по соотношению:

$$Y_1 = Y + b_{yx}(\bar{x} - X),$$

где Y_1 — скорректированное значение даты; Y — фактическое значение даты; b_{yx} — коэффициент регрессии Y по X ; $\bar{x} - X$ — разность между средним значением независимой переменной по опыту \bar{x} и фактическим ее значением X .

Выравнивают обычно только итоговые данные, т. е. средние, поэтому в уравнении регрессии Y и X будут соответствовать средним по вариантам опыта.

В агрономических исследованиях ковариационный анализ целесообразно использовать для уточнения опыта в двух основных случаях:

1) если на результативный признак может оказать заметное влияние разное исходное состояние условий эксперимента — плодородие почвы, мощность многолетних растений и т. п., которые могут быть измерены в начале опыта;

2) если на изучаемый признак в процессе эксперимента оказывают влияние не зависящие от вариантов опыта причины — выпадение растений и повреждение их болезнями, вредителями, птицами и т. д.

Подчеркнем, что правильное применение ковариационного анализа предполагает независимое от вариантов опыта распределение случайной величины X . Если сопутствующая X имеет отношение к изучаемым вариантам, то исключение ее эффекта неправомерно, так как это ведет к исключению части эффекта варианта. Например, при сортоиспытании отдельные сорта могут поражаться в большей степени, и исключение этого влияния не-

правильно по отношению к более устойчивым сортам. В опытах с пропашными, овощными и плодовыми культурами, когда разная густота стояния растений является результатом действия изучаемых вариантов, нельзя делать никаких поправок на изреженность.

Техника вычислений при ковариационном анализе показана в примерах 1—2.

Пример 1. До закладки опыта с яблоней учтен урожай яблок с каждой деланки будущего опыта. Провести ковариационный анализ результатов (табл. 108).

108. Урожай яблок (кг с дерева) в год предварительного учета (X) и в год опыта (Y)

| Варианты | Повторения | | | | Суммы V_x и V_y | Средние |
|-------------|------------|-----|-----|-----|------------------------|-------------------|
| | I | II | III | IV | | |
| 1 X | 74 | 82 | 65 | 104 | 325 | 81,2 |
| 1 Y | 91 | 102 | 94 | 126 | 413 | 103,2 |
| 2 X | 89 | 59 | 114 | 112 | 374 | 93,5 |
| 2 Y | 112 | 104 | 148 | 142 | 506 | 126,5 |
| 3 X | 98 | 80 | 126 | 134 | 438 | 109,5 |
| 3 Y | 134 | 115 | 158 | 167 | 574 | 143,5 |
| 4 X | 65 | 85 | 99 | 118 | 367 | 91,8 |
| 4 Y | 122 | 148 | 144 | 166 | 580 | 145,0 |
| 5 X | 63 | 68 | 62 | 110 | 303 | 75,8 |
| 5 Y | 145 | 134 | 148 | 154 | 581 | 145,2 |
| Суммы P_x | 389 | 374 | 466 | 578 | 1807 = ΣX | 90,4 = \bar{x} |
| P_y | 604 | 603 | 692 | 755 | 2654 = ΣY | 132,7 = \bar{y} |

Решение. 1. В таблице 108 подсчитывают суммы по вариантам V_x и V_y , суммы по повторениям P_x и P_y , общие суммы ΣX и ΣY и средние урожаи. Правильность вычислений проверяют по соотношениям: $\Sigma V_x = \Sigma P_x = \Sigma X$ и $\Sigma V_y = \Sigma P_y = \Sigma Y$.

2. Вычисляют суммы квадратов по ряду X и Y суммы произведений XY по формулам таблицы 109.

109. Формулы для вычисления сумм квадратов отклонений и произведений

| Дисперсия | Суммы квадратов и произведений* | | |
|------------------|---------------------------------|--------------------------------|------------------------|
| | x^2 | xy | y^2 |
| Общая C_y | $\Sigma X^2 - C$ | $\Sigma XY - C$ | $\Sigma Y^2 - C$ |
| Повторений C_p | $\Sigma P_x^2 : l - C$ | $\Sigma P_x P_y : l - C$ | $\Sigma P_y^2 : l - C$ |
| Вариантов C_v | $\Sigma V_x^2 : n - C$ | $\Sigma V_x V_y : n - C$ | $\Sigma V_y^2 : n - C$ |
| Остаток C_z | $C_y - C_p - C_v$ | $C_{xy} - C_p - C_v$ | $C_y - C_p - C_v$ |
| | $C = (\Sigma X)^2 : N$ | $C = (\Sigma X)(\Sigma Y) : N$ | $C = (\Sigma Y)^2 : N$ |

* Если X и Y берутся в виде отклонений от их средней величины, то их обозначают малыми буквами x и y . Так $\Sigma(X-\bar{x})^2$ обозначается символом Σx^2 ; $\Sigma(Y-\bar{y})^2$ — символом Σy^2 ; $\Sigma(X-\bar{x})(Y-\bar{y})$ — символом Σxy .

Суммы квадратов для ряда X:

$$N = ln = 5 \times 4 = 20;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (1807)^2 : 20 = 163\,262;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (74^2 + 82^2 + \dots + 110^2) - 163\,262 = 10\,469;$$

$$C_P = \Sigma P^2_x : l - C = (389^2 + 374^2 + 466^2 + 578^2) : 5 - 163\,262 = 5225;$$

$$C_V = \Sigma V^2_x : n - C = (325^2 + 374^2 + 438^2 + 367^2 + 303^2) : 4 - 163\,262 = 2699;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 10\,469 - 5225 - 2699 = 2545.$$

Суммы произведений XY:

$$C = (\Sigma X)(\Sigma Y) : N = (1807 \times 2654) : 20 = 239\,789;$$

$$C_Y = \Sigma XY - C = 246\,527 - 239\,789 = 6738;$$

$$C_P = \Sigma P_x P_y : l - C = 243\,868 - 239\,789 = 4079;$$

$$C_V = \Sigma V_x V_y : n - C = 240\,946 - 239\,789 = 1157;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 6738 - 4079 - 1157 = 1502.$$

Суммы квадратов для ряда Y:

$$C = (\Sigma Y)^2 : N = (2654)^2 : 20 = 352\,186;$$

$$C_Y = \Sigma Y^2 - C = (91^2 + 102^2 + \dots + 154^2) - 352\,186 = 10\,354;$$

$$C_P = \Sigma P_y^2 : l - C = (604^2 + 603^2 + 692^2 + 755^2) : 5 - 352\,186 = 3277;$$

$$C_V = \Sigma V_y^2 : n - C = (413^2 + 506^2 + 574^2 + 580^2 + 581^2) : 4 - 352\,186 = 5325;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 10\,354 - 3277 - 5325 = 1752.$$

3. Суммы квадратов записывают в таблицу ковариационного анализа (табл. 110) и определяют коэффициент регрессии Y по X:

$$b_{yx} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} = \frac{1502}{2545} = 0,59 \text{ кг.}$$

Это означает, что при изменении урожая предварительного учета X на 1 кг урожай в опыте Y в среднем увеличится (или уменьшится) на 0,59 кг с дерева.

110. Результаты ковариационного анализа

| Дисперсия | Суммы квадратов и произведений | | | Степень свободы | Коэффициент регрессии $\frac{\Sigma XY}{\Sigma X^2}$ b_{yx} | Средний квадрат | F_{ϕ} | F_{05} |
|-----------------|--------------------------------|------|-------|-----------------|--|-----------------|------------|----------|
| | x^2 | xy | y^2 | | | | | |
| Общая | 10469 | 6738 | 10354 | 19 | — | — | | |
| Повторений | 5225 | 4079 | 3277 | 3 | — | — | | |
| Вариантов | 2699 | 1157 | 5325 | 4 | — | 1331,2 | 16,91 | 3,36 |
| Остаток I | 2545 | 1502 | 1752 | 12 | — | 146,0 | — | — |
| Регрессия C_b | — | — | 886,4 | 1 | 0,59 | 886,4 | 11,26 | 4,84 |
| Остаток II | — | — | 865,6 | 11 | — | 78,7 | — | — |

Сумма квадратов для регрессии Y по X:

$$C_b = \frac{(\Sigma xy)^2}{\Sigma x^2} = 886,4 \text{ при 1 степени свободы.}$$

Остаточную сумму квадратов после корректировки опытных данных находят по разности: остаток II = остаток I — C_b = 1752 — 886,4 = 865,6 при (12—1) = 11 степенях свободы.

Остаточная сумма квадратов для ряда Y (остаток 1), которая обычно используется для вычисления ошибки опыта, включает два источника варьирования: собственно случайное варьирование и варьирование, обусловленное зависимостью между урожайностью деревьев в год опыта и урожайностью их в год предварительного учета.

Сумму квадратов для корреляционной связи Y с X (регрессию) находят как частное от деления квадрата остаточной дисперсии ряда XU на остаточную сумму квадратов ряда X . Этой величине приписывается одна степень свободы, и она вычитается из остатка 1 ряда Y . В итоге получают сумму квадратов для остатка II с 11 степенями свободы ($12-1=11$). Средний квадрат второго остатка, т. е. $865,6 : 11 = 78,7$, характеризует ошибку опыта после внесения поправки. Как видно из данных таблицы 110, ошибка опыта уменьшилась вдвое (78,7 против 146,0).

Критерий F_ϕ находят делением среднего квадрата для вариантов и регрессии на дисперсию остатка 11. Если фактическое значение регрессии больше табличного (у нас $F_\phi > F_{05}$), то связь Y с X не случайна и ее можно использовать для корректировки опытных данных. Когда $F_\phi < F_{05}$, то введение поправок бесполезно — это не приведет к уточнению эксперимента.

4. В средние урожай по вариантам вводят поправки на регрессию, т. е. к урожаям делянок, которые, по данным предварительного учета, оказались ниже среднего уровня, прибавляют величину поправки, равную $b_{yx}(\bar{x}-X)$, а если их урожай превышали средний уровень, то поправку вычитают (табл. 111). Корректированные средние урожай по вариантам приведены к условиям полной выравненности предварительного учета.

111. Внесение поправок для приведения средних урожаев в опыте (ц с 1 га) к выравненным условиям предварительного учета

| Варианты | X | $\bar{x}-X$ | $b_{yx} \frac{(\bar{x}-X)}{(\bar{x}-X)} = 0,59$ | Урожай фактический Y | Корректированный $Y_1 = Y + b_{yx}(\bar{x}-X)$ |
|----------|------------------|-------------|---|------------------------|--|
| 1 | 81,2 | 9,2 | 5,4 | 103,2 | 108,6 |
| 2 | 93,5 | -3,1 | -1,8 | 126,5 | 124,7 |
| 3 | 109,5 | -19,1 | -11,3 | 143,5 | 132,2 |
| 4 | 91,8 | -1,4 | -0,5 | 145,0 | 144,5 |
| 5 | 75,8 | 14,6 | 8,6 | 145,2 | 153,8 |
| | $\bar{x} = 90,4$ | 0,2 | 0,4 | $\bar{Y} = 132,7$ | $\bar{Y}_1 = 132,7$ |

5. Для оценки существенности частных различий вычисляют:

$$s_y = \sqrt{\frac{s^2_{II}}{n}} = \sqrt{\frac{78,7}{4}} = 4,4 \text{ кг};$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2_{II}}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 78,7}{4}} = 6,3 \text{ кг};$$

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = 2,2 \times 6,3 = 13,9 \text{ кг}.$$

Таким образом, все разности между средними по вариантам, превышающие 13,9 кг, существенны на 5%-ном уровне значимости.

Пример 2. В опыте с хлопчатником учтен урожай и подсчитано число растений на каждой делянке перед уборкой (табл. 112). Провести ковариационный анализ полученных данных.

Решение 1. В таблице 112 подсчитывают суммы и средние; правильность расчетов проверяют по соотношениям: $\Sigma V_x = \Sigma P_x = \Sigma X$ и $\Sigma V_y = \Sigma P_y = \Sigma Y$.

2. По формулам таблицы 109 вычисляют суммы квадратов по ряду X и Y и суммы произведений XU .

112. Густота стояния растений X (в тыс. на 1 га) и урожай Y
(в ц с 1 га) сортов хлопчатника

| Сорта (варианты) | Повторения | | | | Суммы V_x и V_y | Средние |
|---------------------|------------|-------|-------|-------|------------------------|------------------|
| | I | II | III | IV | | |
| 1 X | 78,1 | 64,3 | 75,2 | 70,0 | 287,6 | 71,9 |
| 1 Y | 38,2 | 36,4 | 40,1 | 41,1 | 155,8 | 39,0 |
| 2 X | 70,1 | 60,2 | 73,4 | 75,6 | 279,3 | 69,8 |
| 2 Y | 37,7 | 37,0 | 39,7 | 41,5 | 155,9 | 39,0 |
| 3 X | 75,1 | 62,2 | 75,0 | 76,4 | 288,7 | 72,2 |
| 3 Y | 42,4 | 40,1 | 44,7 | 46,8 | 174,0 | 43,5 |
| 4 X | 70,4 | 78,0 | 76,1 | 65,5 | 290,0 | 72,5 |
| 4 Y | 36,9 | 38,5 | 37,2 | 34,2 | 146,8 | 36,7 |
| Суммы P_x | 293,7 | 264,7 | 299,7 | 287,5 | 1145,6 = ΣX | 71,6 = \bar{x} |
| P_y | 155,2 | 152,0 | 161,7 | 163,6 | 632,5 = ΣY | 39,5 = \bar{y} |

Суммы квадратов для ряда X :

$$N = ln = 4 \times 4 = 16;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = (1145,6)^2 : 16 = 82025,0;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (78,1^2 + 64,3^2 + \dots + 65,5^2) - 82025,0 = 497,5;$$

$$C_P = \Sigma P_x^2 : l - C = (293,7^2 + 264,7^2 + 299,7^2 + 287,5^2) : 4 - 82025,0 = 175,5;$$

$$C_V = \Sigma V_x^2 : n - C = (287,6^2 + 279,3^2 + 288,7^2 + 290,0^2) : 4 - 82025,0 = 17,5;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 497,5 - 175,5 - 17,5 = 304,5.$$

Суммы произведений XY :

$$C = (\Sigma X)(\Sigma Y) : N = 1145,6 \times 632,5 : 16 = 45287,0;$$

$$C_Y = \Sigma XY - C =$$

$$= (78,1 \times 38,2 + 64,3 \times 36,4 + \dots + 65,5 \times 34,2) - 45287,0 = 129,3;$$

$$C_P = \Sigma P_x P_y : l - C = (293,7 \times 155,2 + \dots + 287,5 \times 163,6) : 4 - 45287,0 = 41,3;$$

$$C_V = \Sigma V_x V_y : n - C = (287,6 \times 155,8 + \dots + 290,0 \times 146,8) : 4 - 45287,0 = 2,1;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 129,3 - 41,3 - 2,1 = 85,9.$$

Суммы квадратов для ряда Y :

$$C = (\Sigma Y)^2 : N = (632,5)^2 : 16 = 25003,5;$$

$$C_Y = \Sigma Y^2 - C = (38,2^2 + 36,4^2 + \dots + 34,2^2) - 25003,5 = 158,0;$$

$$C_P = \Sigma P_y^2 : l - C = (155,2^2 + 152,0^2 + 161,7^2 + 163,6^2) : 4 - 25003,5 = 22,2;$$

$$C_V = \Sigma V_y^2 : n - C = (155,8^2 + 155,9^2 + 174,0^2 + 146,8^2) : 4 - 25003,5 = 97,7;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 158,0 - 22,2 - 97,7 = 38,1$$

3. Суммы квадратов и произведения записывают в таблицу 113 и вычисляют коэффициент регрессии Y по X :

$$b_{yx} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} = \frac{85,9}{304,5} = 0,28 \text{ ц.}$$

Итак, при изменении густоты стояния растений на одну тысячу урожай хлопчатника в среднем увеличивается (или уменьшается) на 0,28 ц с 1 га.

113. Результаты ковариационного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов и произведений | | | Степень свободы | Коэффициент регрессии $b_{yx} = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$ | Средний квадрат | F_{ϕ} | F_{05} |
|-----------------|--------------------------------|-------|-------|-----------------|--|-----------------|------------|----------|
| | x^2 | xy | y^2 | | | | | |
| Общая | 497,5 | 129,3 | 158,0 | 15 | — | — | — | — |
| Повторений | 175,5 | 41,3 | 22,2 | 3 | — | — | — | — |
| Вариантов | 17,5 | 2,1 | 97,7 | 3 | — | 32,57 | 18,83 | 4,07 |
| Остаток I | 304,5 | 85,9 | 38,1 | 9 | — | 4,23 | — | — |
| Регрессия C_b | — | — | 24,2 | 1 | 0,28 | 24,20 | 14,0 | 5,32 |
| Остаток II | — | — | 13,9 | 8 | — | 1,73 | — | — |

Сумма квадратов для регрессии:

$$C_b = \frac{\sum (xy)^2}{\sum x^2} = \frac{85,9^2}{304,5} = 24,2 \text{ при 1 степени свободы.}$$

Остаточную сумму квадратов после корректировки опытных данных находят по разности:

остаток II = остаток I — $C_b = 38,1 - 24,2 = 13,9$ при 8 степенях свободы ($9 - 1 = 8$):

Таким образом, средний квадрат второго остатка ($13,9 : 8 = 1,73$), характеризующий ошибку опыта после внесения поправок, снизился в 2,4 раза (1,73 против 4,23).

4. Так как коэффициент регрессии значим на 5%-ном уровне ($F_{\phi} > F_{05}$), то целесообразно привести средние урожаи по сортам к одинаковой густоте стояния (табл. 114).

114. Внесение поправок для приведения средних урожаев Y (ц с 1 га) к выравненным условиям густоты стояния X (тыс. на 1 га)

| Сорта (варианты) | X | $\bar{x} - X$ | $b_{yx}(\bar{x} - X) = 0,28(\bar{x} - X)$ | Урожай | |
|------------------|------------------|---------------|---|------------------|--|
| | | | | фактический Y | корректированный $Y_1 = Y + b_{yx} \times (\bar{x} - X)$ |
| 1 | 71,9 | -0,3 | -0,1 | 39,0 | 38,9 |
| 2 | 69,8 | +1,8 | +0,6 | 39,0 | 39,6 |
| 3 | 72,2 | -0,6 | -0,2 | 43,5 | 43,3 |
| 4 | 72,5 | -0,9 | -0,3 | 36,7 | 36,4 |
| | $71,6 = \bar{x}$ | 0 | 0 | $39,5 = \bar{y}$ | $39,5 = \bar{y}_1$ |

5. Для оценки существенности частных различий вычисляют:

$$s_y = \sqrt{\frac{s^2_{II}}{n}} = \sqrt{\frac{1,73}{4}} = 0,6 \text{ ц;}$$

$$s_d = \sqrt{\frac{2s^2_{II}}{n}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,73}{4}} = 0,9 \text{ ц;}$$

$$HCP_{05} = t_{05} s_d = 2,31 \times 0,9 = 2,1 \text{ ц.}$$

Итак, все разности между средними по сортам (вариантам), превышающие 2,1 ц, существенны на 5%-ном уровне значимости.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА НАСЛЕДУЕМОСТИ

Статистические методы оценки характера наследуемости селектируемых признаков и комбинационной способности исходных форм являются предпосылкой для рационального планирования подбора родительских пар для скрещивания и ориентировочного прогнозирования эффективности селекции. Наиболее важное значение для этих целей имеет коэффициент наследуемости (h^2).

Общая фенотипическая изменчивость количественных признаков (s^2_{ϕ}) может быть разложена на наследственную, или генетическую (s^2_r), и ненаследственную (модификационную), или паратипическую, изменчивость (s^2_n), обусловленную факторами внешней среды:

$$s^2_{\phi} = s^2_r + s^2_n.$$

Допуская, что связь генотипа с паратипом отсутствует, и принимая общую фенотипическую изменчивость (s^2_{ϕ}) за единицу, отношение дисперсий s^2_r/s^2_{ϕ} и s^2_n/s^2_{ϕ} покажет долю (или процент) генетической и паратипической изменчивости в общей фенотипической изменчивости совокупности:

$$s^2_r/s^2_{\phi} + s^2_n/s^2_{\phi} = 1 \text{ (или 100\%).}$$

Доля генетической изменчивости в общей вариабельности признака называется коэффициентом наследуемости, т. е.

$$h^2 = s^2_r/s^2_{\phi}.$$

Известно несколько методов вычисления коэффициента наследуемости. Наибольшую известность получили способы определения h^2 при помощи коэффициента корреляции или коэффициента регрессии между фенотипами родственных групп и с помощью дисперсионного анализа, позволяющего разложить фенотипическую изменчивость (s^2_{ϕ}) на составляющие ее компоненты: дисперсию генотипическую (s^2_r) и паратипическую (s^2_n).

Порядок вычисления наследуемости при помощи коэффициента корреляции и коэффициента регрессии показан в примере 1. Пример 2 иллюстрирует технику расчетов h^2 в однофакторном, а пример 3 — в двухфакторном дисперсионном комплексах.

Пример 1. Определить эффективность отбора растений кукурузы с высоким содержанием масла в зерне (табл. 115, данные П. П. Лытуна, 1969).

Решение. 1. По исходным данным вычисляют вспомогательные величины (ΣX , ΣY , ΣX^2 , ΣY^2 и ΣXY), коэффициент корреляции, регрессии и критерий t_r :

$$\begin{aligned} r &= \frac{\Sigma XY - (\Sigma X \Sigma Y) : n}{(\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n) (\Sigma Y^2 - (\Sigma Y)^2 : n)} = \\ &= \frac{2762,33 - (352,22 \times 396,41) : 51}{\sqrt{(2502,52 - (352,22)^2 : 51) (3134,14 - (396,41)^2 : 51)}} = 0,40; \end{aligned}$$

115. Содержание масла в зерне кукурузы (%)

| Номер пары | X материнская форма | Y (гибрид) | X ² | Y ² | XY |
|------------|------------------------|---------------|---------------------------|---------------------------|---------------|
| 1 | 6,99 | 9,02 | 48,86 | 81,36 | 63,05 |
| 2 | 6,99 | 6,94 | 48,86 | 48,16 | 48,51 |
| 3 | 7,84 | 8,13 | 61,47 | 66,10 | 63,74 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 51 | 6,57 | 6,42 | 43,17 | 41,22 | 42,16 |
| Сумма | 352,22 = ΣX | 396,41 = ΣY | 2502,52 = ΣX ² | 3134,14 = ΣY ² | 2762,33 = ΣXY |

$$b_{yx} = \frac{\Sigma XY - (\Sigma X \times \Sigma Y) : n}{\Sigma X^2 - (\Sigma X)^2 : n} = \frac{2762,33 - (352,22 \times 396,41) : 51}{2502,52 - (352,22)^2 : 51} = 0,35;$$

$$s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0,40^2}{51-2}} = 0,13;$$

$$t_r = \frac{r}{s_r} = \frac{0,40}{0,13} = 3,08;$$

$$v = n - 2 = 51 - 2 = 49; \quad t_{05} = 2,00.$$

По t -критерию ($t_{\phi} > t_{05}$) корреляция и регрессия значимы на 5%-ном уровне, нулевая гипотеза о независимости Y от X отвергается и, следовательно, на основе r и b_{xy} можно вычислить коэффициент наследуемости h^2 .

2. Коэффициент наследуемости вычисляют, исходя из теоретических допущений о том, что h^2 равен удвоенному коэффициенту корреляции или регрессии между фенотипами родителей и потомством:

$$h^2 = 2r = 2 \times 0,40 = 0,80 \text{ (или 80 \%);}$$

$$h^2 = 2b_{yx} = 2 \times 0,35 = 0,70 \text{ (или 70 \%).}$$

Считается, что h^2 , вычисленный по коэффициенту регрессии Y по X , является более точной величиной. Таким образом, примерно 70% фенотипической изменчивости в содержании масла обусловлено наследственной изменчивостью растений кукурузы, и отбор зерна по этому признаку должен быть эффективен.

Пример 2. По данным учета массы зерна с одного колоса гибридов пшеницы (табл. 116) вычислить коэффициент наследуемости методом дисперсионного анализа.

Решение. 1. Проводят дисперсионный анализ для однофакторного комплекса:

$$N = ln = 4 \times 5 = 20;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = 74,7^2 : 20 = 279,00;$$

$$C_Y = \Sigma X^2 - C = (5,5^2 + 4,1^2 + \dots + 4,4^2) - 279,00 = 22,91;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l - C = (21,1^2 + 15,9^2 + \dots + 16,1^2) : 4 - 279,00 = 20,25;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (18,6^2 + 17,2^2 + 18,0^2 + 20,9^2) : 5 - 279,00 = 1,52;$$

$$C_Z = C_Y - C_P - C_V = 22,91 - 20,25 - 1,51 = 1,14.$$

116. Масса зерна с одного колоса гибридов (г)

| Название гибрида | | Повторения, X | | | | | Суммы V | Средние |
|-------------------|-----------------|---------------|------|------|-----|------|------------|---------|
| материнская форма | отцовская форма | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | | |
| 1 | 1 | 5,5 | 4,1 | 3,0 | 2,2 | 3,8 | 18,6 | 3,72 |
| 1 | 2 | 5,0 | 3,1 | 3,0 | 2,1 | 4,0 | 17,2 | 3,44 |
| 1 | 3 | 5,2 | 3,7 | 3,2 | 2,0 | 3,9 | 18,0 | 3,60 |
| 1 | 4 | 5,4 | 5,0 | 3,4 | 2,7 | 4,4 | 20,9 | 4,18 |
| Суммы P | | 21,1 | 15,9 | 12,6 | 9,0 | 16,1 | 74,7 = ΣX | |

2. Полученные результаты записывают в таблицу дисперсионного анализа и определяют значимость действия генотипов на фенотипическую изменчивость признака по F -критерию (табл. 117).

117. Результаты дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F_{ϕ} | F_{05} |
|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------|----------|
| Общая | 22,91 | 19 | — | — | — |
| Повторений | 20,25 | 4 | — | — | — |
| Отцовских форм | 1,52 | 3 | 0,5066 | 5,33 | 3,49 |
| Остаток (ошибки) | 1,14 | 12 | 0,0950 | — | — |

Влияние отцовской формы на среднюю массу зерна с одного колоса оказалось существенным ($F_{\phi} > F_{05}$), имеет смысл вычислить коэффициент наследуемости, характеризующий степень генетической изменчивости.

Необходимо указать, что дисперсия групповых средних имеет сложную природу. Она определяется как генотипической изменчивостью признака s_r^2 , так и случайной, паратипической изменчивостью s^2 . Таким образом, средний квадрат для вариантов в нашем примере отцовских форм sv^2 состоит из двух компонентов: $sv^2 = s^2 + ns_r^2$. Здесь n поставлено перед генотипической изменчивостью групповых средних для того, чтобы привести ее к уровню первичных наблюдений. Используя приведенное выше соотношение, по данным дисперсионного анализа легко определить генотипическую и общую фенотипическую изменчивость:

$$s_r^2 = \frac{sv^2 - s^2}{n}; \quad s_{\phi}^2 = s_r^2 + s^2.$$

3. Вычисление генотипической и фенотипической изменчивости и коэффициента наследуемости по результатам дисперсионного анализа:

$$s_r^2 = \frac{sv^2 - s^2}{n} = \frac{0,5066 - 0,0950}{5} = 0,0823;$$

$$s_{\phi}^2 = s_r^2 + s^2 = 0,0823 + 0,0950 = 0,1773;$$

$$h^2 = \frac{s_r^2}{s_{\phi}^2} = \frac{0,0823}{0,1773} = 0,46 \text{ (или 46\%)}.$$

Таким образом, коэффициент наследуемости, характеризующий степень передачи селектуемого признака — масса зерна с одного колоса — от отцовской формы к гибриду, равен 0,46 и, следовательно, браковка и отбор по этому признаку должны быть эффективны.

Пример 3. По данным учета числа зерен в колосе у гибридов ячменя (табл. 118) вычислить коэффициент наследуемости методом дисперсионного анализа.

118. Число зерен в колосе у гибридов ячменя

| Материнская форма А | Отцовская форма В | Повторения X | | | | Суммы V | Средние |
|---------------------|-------------------|--------------|-----|-----|-----|----------|---------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | | |
| a ₁ | b ₁ | 20 | 20 | 22 | 21 | 83 | 20,8 |
| | b ₂ | 18 | 19 | 20 | 19 | 76 | 19,0 |
| a ₂ | b ₁ | 23 | 23 | 20 | 22 | 88 | 22,0 |
| | b ₂ | 22 | 23 | 24 | 24 | 93 | 23,2 |
| a ₃ | b ₁ | 29 | 28 | 27 | 28 | 112 | 28,0 |
| | b ₂ | 29 | 30 | 32 | 32 | 123 | 30,8 |
| Суммы P | | 141 | 143 | 145 | 146 | 575 = ΣX | |

Решение 1. Проводят дисперсионный анализ для двухфакторного комплекса:

$$N = l_A l_B n = 3 \times 2 \times 4 = 24;$$

$$C = (\Sigma X)^2 : N = 575^2 : 24 = 13776,04;$$

$$C_V = \Sigma X^2 - C = (20^2 + 20^2 + \dots + 32^2) - 13776,04 = 428,96;$$

$$C_P = \Sigma P^2 : l_A l_B - C = (141^2 + 143^2 + 145^2 + 146^2) : 3 \times 2 - 13776,04 = 2,46;$$

$$C_V = \Sigma V^2 : n - C = (83^2 + 76^2 + \dots + 123^2) : 4 - 13776,04 = 406,71;$$

$$C_Z = C_V - C_P - C_V = 428,96 - 2,46 - 406,71 = 19,79.$$

2. Для оценки существенности действия материнских и отцовских форм и их взаимодействия на результирующий признак гибридов составляют таблицу 119, в которую вписывают суммы V для каждого гибрида и находят суммы по факторам А и В.

119. Таблица сумм для определения эффектов А, В и взаимодействия АВ

| Фактор А | Фактор В | | Суммы А |
|----------------|----------------|----------------|----------|
| | b ₁ | b ₂ | |
| a ₁ | 83 | 76 | 159 |
| a ₂ | 88 | 93 | 181 |
| a ₃ | 112 | 123 | 235 |
| Суммы В | 283 | 292 | 575 = ΣX |

Дисперсионный анализ данных таблицы 119 дает:

общее варьирование C_{A+B+AB} — внутренняя часть таблицы (численно $C_{A+B+AB} = C_V = 406,71$ и вычислено нами ранее), варьирование факторов А и В. Взаимодействие АВ находят по разности: $C_A = \Sigma A^2 : l_B n - C = (159^2 + 181^2 + 235^2) : 2 \times 4 - 13776,04 = 382,34$ при $(l_A - 1) = (3 - 1) = 2$ степенях свободы; $C_B = \Sigma B^2 : l_A n - C = (283^2 + 292^2) : 3 \times 4 - 13776,04 = 3,38$ при $(l_B - 1) = (2 - 1) = 1$ степени свободы; $C_{AB} = C_{A+B+AB} - C_A - C_B = 406,71 - 382,34 - 3,38 = 20,99$ при $(l_A - 1)(l_B - 1) = (3 - 1)(2 - 1) = 2$ степенях свободы.

3. Составляют таблицу дисперсионного анализа и оценивают существенность действия и взаимодействия по критерию F (табл. 120).

В рассматриваемом примере существенным оказалось действие А (материнских форм) и взаимодействие АВ (материнская форма \times отцовская форма). Следовательно, имеет смысл вычислить коэффициенты наследуемости, характеризующие силу генетического влияния материнских форм и взаимодействия; вариабельность числа зерен в колосе у гибридов ячменя не зависит существенно от отцовских форм ($F_{\phi} < F_{05}$).

120. Таблица дисперсионного анализа

| Дисперсия | Сумма квадратов | Степени свободы | Средний квадрат | F _ф | F ₀₅ |
|--------------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| Общая | 428,96 | 23 | — | — | — |
| Повторений | 2,46 | 3 | — | — | — |
| Материнских форм A | 382,34 | 2 | 191,17 | 144,83 | 3,60 |
| Отцовских форм B | 3,38 | 1 | 3,38 | 2,56 | 4,54 |
| Взаимодействия AB | 20,99 | 2 | 10,50 | 7,95 | 3,60 |
| Остаток | 19,79 | 15 | 1,32 | — | — |

4. В двухфакторном комплексе дисперсия групповых средних имеет более сложную природу, чем в однофакторном, и определяется как генетической изменчивостью, обусловленной генотипами материнских и отцовских форм и их взаимодействия, так и случайной, паратицической, изменчивостью (остаток).

Общий коэффициент наследуемости в этом случае равен:

$$h^2 = h^2_A + h^2_B + h^2_{AB}.$$

Для уяснения сущности вычислительных операций при определении дисперсий, характеризующих влияние на фенотипическую изменчивость генотипов материнских форм (s^2_A), отцовских форм (s^2_B) и их взаимодействия (s^2_{AB}), целесообразно рассмотреть схему компонентного анализа двухфакторного эксперимента (табл. 121).

121. Компонентный анализ двухфакторного комплекса

| Дисперсия | Оцениваемые параметры |
|--------------------|--------------------------------|
| Материнских форм A | $s^2 + n s^2_{AB} + l_B s^2_A$ |
| Отцовских форм B | $s^2 + n s^2_{AB} + l_A s^2_B$ |
| Взаимодействия AB | $s^2 + n s^2_{AB}$ |
| Ошибка | s^2 |

Исходя из этой схемы дисперсии s^2_A , s^2_B и s^2_{AB} можно вычислить по формулам:

$$s^2_A = \frac{(s^2 + n s^2_{AB} + l_B s^2_A) - (s^2 + n s^2_{AB})}{l_B n};$$

$$s^2_B = \frac{(s^2 + n s^2_{AB} - l_A s^2_B) - (s^2 + n s^2_{AB})}{l_B n};$$

$$s^2_{AB} = \frac{(s^2 + n s^2_{AB}) - s^2}{n}.$$

В нашем примере существенным оказалось влияние материнских форм A и взаимодействия AB. Поэтому имеет смысл вычислить только две дисперсии (s^2_A и s^2_{AB}) и два коэффициента наследуемости (h^2_A и h^2_{AB}):

$$s^2_A = \frac{191,17 - 10,50}{2 \times 4} = 22,58; \quad s^2_{AB} = \frac{10,50 - 1,32}{4} = 2,30;$$

$$s^2_{\phi} = s^2_A + s^2_{AB} + s^2 = 22,58 + 2,30 + 1,32 = 26,20.$$

$$h^2_A = \frac{s^2_A}{s^2_{\phi}} = \frac{22,58}{26,20} = 0,86 \text{ (или 86\%);}$$

$$h^2_{AB} = \frac{s^2_{AB}}{s^2_{\phi}} = \frac{2,30}{26,20} = 0,09 \text{ (или 9\%).}$$

Общий коэффициент наследуемости (h^2_0) при правильном подборе пар для скрещивания равен:

$$h^2_0 = h^2_A + h^2_{AB} = 0,86 + 0,09 = 0,95 \text{ (или 95\%)}$$

Таким образом, при подборе пар для скрещивания необходимо иметь в виду, что проявление резульативного признака в гибридах зависит в основном (на 86%) от материнского растения.

Глава 25

ПРОБИТ-АНАЛИЗ

При изучении силы действия повреждающих факторов (излучений, химических средств борьбы с вредителями, болезнями и сорняками) на биологические объекты широко используется специальный статистический метод — **пробит-анализ**.

Например, чувствительность определенного вида вредителей к инсектицидам или излучениям может характеризоваться дозой, вызывающей полную гибель их. Однако измерение летальной дозы (LD или CD) для отдельной особи практически невозможно, так как гибель вредителя от дозы, даже большей, чем смертельная, наступает не сразу, а через несколько дней или даже недель. Если же доза недостаточна, чтобы вызвать гибель подопытной особи, это выясняется также лишь через некоторое время. За этот период в организме происходят восстановительные процессы. Восстановление, однако, не бывает полным, и поэтому повторять опыт на одних и тех же объектах с некоторыми интервалами и каждый раз увеличивая дозу нельзя.

Точно установить дозу, вызывающую 100%-ную летальность, при сравнительной оценке различных факторов не только не просто, но и не оправдано в связи с затратой экспериментальных объектов и биологически активных веществ. Практически вполне достаточно установить дозу, при которой погибает 50% особей, которую и принимают за усредненную характеристику летального действия повреждающего фактора и обозначают LD_{50} (или CD_{50}).

Критерий LD_{50} , показывающий, какая доза препарата (или излучения) необходима для данной популяции, чтобы вероятность гибели особей составила 50%, определяют статистическим путем. Для этого всю подопытную совокупность разбивают на группы и на каждую независимую группу, состоящую из большого числа особей, воздействуют изучаемым препаратом в различных все возрастающих дозах. В первой группе с минимальной дозой погибли (или заболеют), очевидно, наименее устойчивые особи; во второй группе, где препарат применен в большей дозе, кроме наименее устойчивых особей, погибнет еще и часть более устойчивых и т. д. В итоге получается статистически нарастающий ряд, в котором гибель увеличивается с повышением дозы препарата.

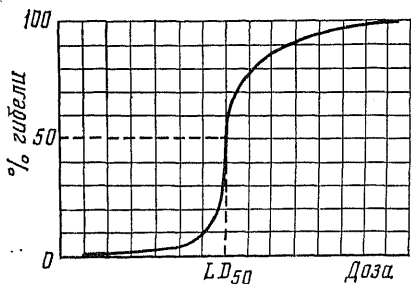


Рис. 60. Типичная кривая, выражающая зависимость процента от дозы (эффект-доза).

Многочисленные экспериментальные данные, полученные в радиобиологии, токсикологии и микробиологии, показывают, что зависимость между долей отрицательно (или положительно) реагирующих особей на биологически активный препарат выражается кривой, имеющей сложную S-образную форму (рис. 60). Эта кривая несимметрична — крутизна изгиба нижней и верхней кривой неодинакова.

Математическая обработка

данных, представленных графически в такой форме, очень сложна. Чтобы сделать возможной линейную интерполяцию и графически определить LD_{50} или, если это необходимо, любую другую дозу смертности, например LD_{95} или LD_{99} (кроме 0 и 100%), нужно подобрать такое преобразование координатных осей, после которого график будет представлен прямой линией.

Таким образом, решение задачи значительно упростилось бы, если S-образную кривую трансформировать в прямую линию, так как для прямой линии подобрать по нескольким экспериментальным точкам наилучшее положение проще, чем для кривой такого сложного типа. Нередко с достаточной достоверностью это можно сделать на глаз.

На оси абсцисс откладывают логарифмы доз изучаемого препарата (или дозы облучения), а по оси ординат — процентное

122. Таблица для преобразования процента частоты гибели особей в пробиты

| Гибель (%) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------|-------------|------|------|------|------|-------------|------|------|------|------|
| 0 | — | 2,67 | 2,95 | 3,12 | 3,25 | 3,36 | 3,45 | 3,52 | 3,59 | 3,66 |
| 10 | 3,72 | 3,77 | 3,82 | 3,87 | 3,92 | 3,96 | 4,01 | 4,05 | 4,08 | 4,12 |
| 20 | 4,16 | 4,19 | 4,23 | 4,26 | 4,29 | 4,33 | 4,36 | 4,39 | 4,42 | 4,45 |
| 30 | 4,48 | 4,50 | 4,53 | 4,56 | 4,59 | 4,61 | 4,64 | 4,67 | 4,69 | 4,72 |
| 40 | 4,75 | 4,77 | 4,80 | 4,82 | 4,85 | 4,87 | 4,90 | 4,92 | 4,95 | 4,97 |
| 50 | <u>5,00</u> | 5,03 | 5,05 | 5,08 | 5,10 | 5,13 | 5,15 | 5,18 | 5,20 | 5,23 |
| 60 | <u>5,25</u> | 5,28 | 5,31 | 5,33 | 5,36 | 5,39 | 5,41 | 5,44 | 5,47 | 5,50 |
| 70 | 5,52 | 5,55 | 5,58 | 5,61 | 5,64 | 5,67 | 5,71 | 5,74 | 5,77 | 5,81 |
| 80 | 5,84 | 5,88 | 5,92 | 5,95 | 5,99 | 6,04 | 6,08 | 6,13 | 6,18 | 6,23 |
| 90 | 6,28 | 6,34 | 6,41 | 6,48 | 6,55 | <u>6,64</u> | 6,75 | 6,88 | 7,05 | 7,33 |

выражение гибели подопытных особей, трансформированное в условные вероятностные величины, называемые пробит (от английского probability unit — вероятностная единица).

Значения пробит, соответствующие данному проценту гибели особей, находят по таблице 122.

Пример. Препарат испытывали в качестве контактного инсектицида на мухах, которых помещали в чашки по 20—25 штук. Изучали несколько концентраций препарата, причем для каждой из концентраций использовали по девять параллельных чашек. Определяли гибель мух в каждой чашке, а затем по данным гибели в девяти чашках вычисляли среднюю частоту гибели для каждой дозы.

123. Результаты опыта по испытанию действия инсектицида на мух

| Доза (концентрация, мг/л) D | Средняя гибель (%) | Преобразованные значения доз и процента гибели | |
|-------------------------------|--------------------|--|----------------------------|
| | | $\lg D$ (ось X) | значение пробит (ось Y) |
| 250 | 13 | 2,398 | 3,87 |
| 500 | 15 | 2,699 | 3,96 |
| 1000 | 22 | 3,000 | 4,23 |
| 2000 | 39 | 3,301 | 4,72 |
| 8000 | 66 | 3,903 | 5,41 |

В таблице 123 приведены данные о средней гибели мух в зависимости от концентрации инсектицида и сделаны преобразования этих величин, необходимые для трансформации S -образной кривой в прямую линию, превращением процентов в пробиты (по табл. 122), а доз в их логарифмы (по таблице логарифмов или нижней шкале логарифмической линейки).

Теперь есть все необходимые данные для построения графика, выражающего зависимость «эффект — доза». По оси абсцисс откладывают логарифмы доз препарата, а по оси ординат — значения пробит. Через найденные точки проводят прямую линию, которая путем интерполяции позволяет определить LD_{50} или, если это необходимо, любую другую дозу гибели, например LD_{95} (рис. 61).

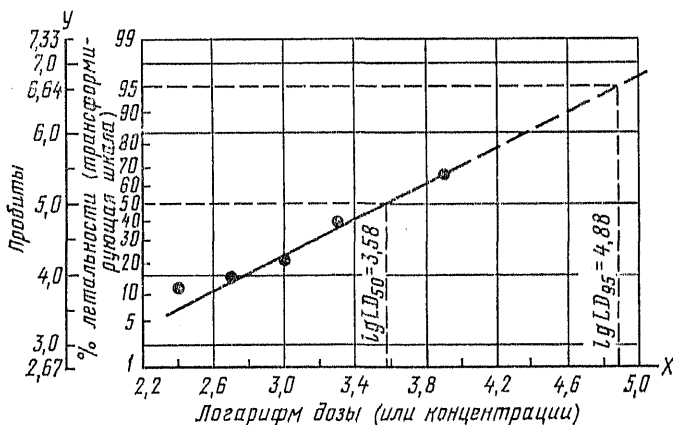


Рис. 61. Обработка результатов опыта с помощью пробит-анализа (расчет LD_{50} и приблизительная оценка LD_{95}).

Для получения наилучшей точности при определении LD_{50} опыт необходимо ставить так, чтобы экспериментальные точки на графике находились по разные стороны от значений LD_{50} . При выборе наилучшего положения прямой линии ее нужно располагать как можно ближе ко всем точкам, но в первую очередь к тем, которые соответствуют летальности от 15 до 85%. В данном примере провести такую прямую нетрудно. Удобнее всего это делать при помощи прозрачной линейки.

После нахождения зависимости эффект — доза легко определить LD_{50} , а также приблизительно оценить любые другие значения дозы, соответствующие определенному проценту летальности. Необходимые для этого графические построения указаны на том же рисунке 60. Они настолько просты, что не нуждаются в подробных комментариях. Так, для 50%-ной гибели (пробит равен 5) $\lg LD_{50} = 3,58$. По антилогарифмам находят дозу LD_{50} , которая составляет 2800 мг/л инсектицида. Аналогично определяют концентрацию и для LD_{95} , которая составляет 75 800 мг/л инсектицида. Во всех приведенных выше расчетах логарифмы и антилогарифмы вычислены по нижней шкале логарифмической линейки.

Описанный метод относится к категории простейших модификаций системы пробитов. Он позволяет лишь приблизительно оценить LD_{95} и LD_{99} , по нему нельзя рассчитать доверительные интервалы этих значений. Поэтому возможны некоторые погрешности в установлении правильного угла наклона прямой, выражающей зависимость «эффект — доза», и, следовательно, в оценке LD_{95} и LD_{99} (на точности определения LD_{50} это сказывается незначительно). Чтобы избежать этих недочетов и провести линию, наилучшим образом отвечающую экспериментально установленным точкам, необходимо применять более сложные модификации системы пробитов, которые изложены в специальных руководствах. Однако использование сложных вычислительных методов не всегда приносит пользу, так как в большинстве случаев такая точность не нужна и может послужить лишь источником необоснованных иллюзий.

ПРИЛОЖЕНИЯ

1. Значения критерия t на 5, 1 и 0,1%-ном уровне значимости

| Число степеней свободы | Уровень значимости | | |
|------------------------|--------------------|-------|-------|
| | 0,05 | 0,01 | 0,001 |
| 1 | 12,71 | 63,66 | — |
| 2 | 4,30 | 9,93 | 31,60 |
| 3 | 3,18 | 5,84 | 12,94 |
| 4 | 2,78 | 4,60 | 8,61 |
| 5 | 2,57 | 4,03 | 6,86 |
| 6 | 2,45 | 3,71 | 5,96 |
| 7 | 2,37 | 3,50 | 5,41 |
| 8 | 2,31 | 3,36 | 5,04 |
| 9 | 2,26 | 3,25 | 4,78 |
| 10 | 2,23 | 3,17 | 4,59 |
| 11 | 2,20 | 3,11 | 4,44 |
| 12 | 2,18 | 3,06 | 4,32 |
| 13 | 2,16 | 3,01 | 4,22 |
| 14 | 2,15 | 2,98 | 4,14 |
| 15 | 2,13 | 2,95 | 4,07 |
| 16 | 2,12 | 2,92 | 4,02 |
| 17 | 2,11 | 2,90 | 3,97 |
| 18 | 2,10 | 2,88 | 3,92 |
| 19 | 2,09 | 2,86 | 3,88 |
| 20 | 2,09 | 2,85 | 3,85 |
| 21 | 2,08 | 2,83 | 3,82 |
| 22 | 2,07 | 2,82 | 3,79 |
| 23 | 2,07 | 2,81 | 3,77 |
| 24 | 2,06 | 2,80 | 3,75 |
| 25 | 2,06 | 2,79 | 3,73 |
| 26 | 2,06 | 2,78 | 3,71 |
| 27 | 2,05 | 2,77 | 3,69 |
| 28 | 2,05 | 2,76 | 3,67 |
| 29 | 2,05 | 2,76 | 3,66 |
| 30 | 2,04 | 2,75 | 3,65 |
| 50 | 2,01 | 2,68 | 3,50 |
| 100 | 1,98 | 2,63 | 3,39 |
| ∞ | 1,96 | 2,58 | 3,29 |

2. Значения критерия F на 5%-ном уровне значимости (вероятность 95%)

| 1 | Степени свободы для большей дисперсии (числителя) | | | | | | | | | | 100 | | | |
|-----|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | | 12 | 24 | 50 |
| 1 | 161 | 200 | 216 | 225 | 230 | 234 | 237 | 239 | 241 | 242 | 244 | 249 | 252 | 253 |
| 2 | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,36 | 19,37 | 19,38 | 19,39 | 19,41 | 19,45 | 19,47 | 19,49 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,88 | 8,84 | 8,81 | 8,78 | 8,74 | 8,64 | 8,58 | 8,56 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,09 | 6,04 | 6,00 | 5,96 | 5,91 | 5,77 | 5,70 | 5,66 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,88 | 4,82 | 4,78 | 4,74 | 4,68 | 4,53 | 4,44 | 4,40 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,27 | 4,21 | 4,15 | 4,10 | 4,06 | 4,00 | 3,84 | 3,75 | 3,71 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,79 | 3,73 | 3,68 | 3,63 | 3,57 | 3,41 | 3,32 | 3,28 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,50 | 3,44 | 3,39 | 3,34 | 3,28 | 3,12 | 3,03 | 2,98 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,29 | 3,23 | 3,18 | 3,13 | 3,07 | 2,90 | 2,80 | 2,76 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,14 | 3,07 | 3,02 | 2,97 | 2,91 | 2,74 | 2,64 | 2,59 |
| 11 | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 3,01 | 2,95 | 2,90 | 2,86 | 2,79 | 2,61 | 2,50 | 2,45 |
| 12 | 4,75 | 3,88 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,92 | 2,85 | 2,80 | 2,76 | 2,69 | 2,50 | 2,40 | 2,35 |
| 13 | 4,64 | 3,80 | 3,41 | 3,18 | 3,02 | 2,92 | 2,84 | 2,77 | 2,72 | 2,67 | 2,60 | 2,42 | 2,32 | 2,26 |
| 14 | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,77 | 2,70 | 2,65 | 2,60 | 2,53 | 2,35 | 2,24 | 2,19 |
| 15 | 4,54 | 3,60 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,70 | 2,64 | 2,59 | 2,55 | 2,48 | 2,29 | 2,18 | 2,12 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,66 | 2,59 | 2,54 | 2,49 | 2,42 | 2,24 | 2,13 | 2,07 |
| 17 | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,62 | 2,55 | 2,50 | 2,45 | 2,38 | 2,19 | 2,08 | 2,02 |
| 18 | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,58 | 2,51 | 2,46 | 2,41 | 2,34 | 2,15 | 2,04 | 1,98 |
| 19 | 4,38 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,55 | 2,48 | 2,43 | 2,38 | 2,31 | 2,11 | 2,00 | 1,94 |
| 20 | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,52 | 2,45 | 2,40 | 2,35 | 2,28 | 2,08 | 1,96 | 1,90 |
| 21 | 4,32 | 3,47 | 3,07 | 2,84 | 2,68 | 2,57 | 2,49 | 2,42 | 2,37 | 2,32 | 2,25 | 2,05 | 1,93 | 1,87 |
| 22 | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | 2,47 | 2,40 | 2,35 | 2,30 | 2,23 | 2,03 | 1,91 | 1,84 |
| 23 | 4,28 | 3,42 | 3,03 | 2,80 | 2,64 | 2,53 | 2,45 | 2,38 | 2,32 | 2,28 | 2,20 | 2,00 | 1,88 | 1,82 |
| 24 | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | 2,43 | 2,36 | 2,30 | 2,26 | 2,18 | 1,98 | 1,86 | 1,80 |
| 25 | 4,24 | 3,38 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 2,41 | 2,34 | 2,28 | 2,24 | 2,16 | 1,96 | 1,84 | 1,77 |
| 26 | 4,22 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | 2,39 | 2,32 | 2,27 | 2,22 | 2,15 | 1,95 | 1,82 | 1,76 |
| 28 | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,44 | 2,36 | 2,29 | 2,24 | 2,19 | 2,12 | 1,91 | 1,78 | 1,72 |
| 30 | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,34 | 2,27 | 2,21 | 2,12 | 2,09 | 1,89 | 1,76 | 1,69 |
| 40 | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,25 | 2,18 | 2,12 | 2,07 | 2,00 | 1,79 | 1,66 | 1,59 |
| 50 | 4,03 | 3,18 | 2,79 | 2,56 | 2,40 | 2,29 | 2,20 | 2,13 | 2,07 | 2,02 | 1,95 | 1,74 | 1,60 | 1,52 |
| 100 | 3,94 | 3,09 | 2,70 | 2,46 | 2,30 | 2,19 | 2,10 | 2,03 | 1,97 | 1,92 | 1,85 | 1,63 | 1,48 | 1,39 |

Степени свободы для меньшей дисперсии (знаменателя)

3. Значения критерия F на 1%-ном уровне значимости (вероятность 99%)

| Степень свободы для меньшей дисперсии (знаменателя) | Степени свободы для большей дисперсии (числителя) | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 24 | 50 | 100 |
| 1 | 4052 | 4999 | 5403 | 5625 | 5764 | 5889 | 5928 | 5981 | 6022 | 6056 | 6106 | 6234 | 6302 | 6334 |
| 2 | 98,49 | 99,01 | 99,17 | 99,25 | 99,30 | 99,33 | 99,34 | 99,36 | 99,38 | 99,40 | 99,42 | 99,46 | 99,48 | 99,49 |
| 3 | 34,12 | 30,81 | 29,46 | 28,71 | 28,24 | 27,91 | 27,67 | 27,49 | 27,34 | 27,23 | 27,05 | 26,60 | 26,35 | 26,23 |
| 4 | 21,20 | 18,00 | 16,69 | 15,98 | 15,52 | 15,21 | 14,98 | 14,80 | 14,66 | 14,54 | 14,37 | 13,93 | 13,69 | 13,57 |
| 5 | 16,26 | 13,27 | 12,06 | 11,39 | 10,97 | 10,67 | 10,45 | 10,27 | 10,15 | 10,05 | 9,89 | 9,47 | 9,24 | 9,13 |
| 6 | 13,74 | 10,92 | 9,78 | 9,15 | 8,75 | 8,47 | 8,26 | 8,10 | 7,98 | 7,87 | 7,72 | 7,31 | 7,09 | 6,99 |
| 7 | 12,25 | 9,55 | 8,45 | 7,85 | 7,46 | 7,19 | 7,00 | 6,84 | 6,71 | 6,62 | 6,47 | 6,07 | 5,85 | 5,75 |
| 8 | 11,26 | 8,65 | 7,59 | 7,01 | 6,63 | 6,37 | 6,19 | 6,03 | 5,91 | 5,82 | 5,67 | 5,28 | 5,06 | 4,96 |
| 9 | 10,56 | 8,02 | 6,99 | 6,42 | 6,06 | 5,80 | 5,62 | 5,47 | 5,35 | 5,26 | 5,11 | 4,73 | 4,51 | 4,41 |
| 10 | 10,04 | 7,56 | 6,55 | 5,99 | 5,64 | 5,39 | 5,21 | 5,06 | 4,95 | 4,85 | 4,71 | 4,33 | 4,12 | 4,01 |
| 11 | 9,85 | 7,20 | 6,22 | 5,67 | 5,32 | 5,07 | 4,88 | 4,74 | 4,63 | 4,54 | 4,40 | 4,02 | 3,80 | 3,70 |
| 12 | 9,33 | 6,93 | 5,95 | 5,41 | 5,06 | 4,82 | 4,65 | 4,50 | 4,39 | 4,30 | 4,16 | 3,78 | 3,56 | 3,46 |
| 13 | 9,07 | 6,70 | 5,74 | 5,20 | 4,86 | 4,62 | 4,44 | 4,30 | 4,19 | 4,10 | 3,96 | 3,59 | 3,37 | 3,27 |
| 14 | 8,86 | 6,51 | 5,56 | 5,03 | 4,69 | 4,46 | 4,28 | 4,14 | 4,03 | 3,94 | 3,80 | 3,43 | 3,21 | 3,11 |
| 15 | 8,68 | 6,36 | 5,42 | 4,89 | 4,56 | 4,32 | 4,14 | 4,00 | 3,89 | 3,80 | 3,67 | 3,29 | 3,07 | 2,97 |
| 16 | 8,53 | 6,23 | 5,29 | 4,77 | 4,44 | 4,20 | 3,99 | 3,78 | 3,69 | 3,61 | 3,45 | 3,18 | 2,96 | 2,86 |
| 17 | 8,40 | 6,11 | 5,18 | 4,67 | 4,34 | 4,10 | 3,93 | 3,79 | 3,68 | 3,59 | 3,45 | 3,08 | 2,86 | 2,76 |
| 18 | 8,28 | 6,01 | 5,09 | 4,58 | 4,25 | 4,01 | 3,85 | 3,71 | 3,60 | 3,51 | 3,37 | 3,00 | 2,78 | 2,68 |
| 19 | 8,18 | 5,93 | 5,01 | 4,50 | 4,17 | 3,94 | 3,77 | 3,63 | 3,52 | 3,43 | 3,30 | 2,92 | 2,70 | 2,63 |
| 20 | 8,10 | 5,85 | 4,94 | 4,43 | 4,10 | 3,87 | 3,71 | 3,56 | 3,45 | 3,37 | 3,23 | 2,86 | 2,63 | 2,53 |
| 21 | 8,02 | 5,78 | 4,87 | 4,37 | 4,04 | 3,81 | 3,65 | 3,51 | 3,40 | 3,31 | 3,17 | 2,80 | 2,58 | 2,47 |
| 22 | 7,94 | 5,72 | 4,82 | 4,31 | 3,99 | 3,76 | 3,59 | 3,45 | 3,35 | 3,26 | 3,12 | 2,75 | 2,53 | 2,42 |
| 23 | 7,88 | 5,66 | 4,76 | 4,26 | 3,94 | 3,71 | 3,54 | 3,41 | 3,30 | 3,21 | 3,07 | 2,70 | 2,48 | 2,37 |
| 24 | 7,82 | 5,61 | 4,72 | 4,22 | 3,90 | 3,67 | 3,50 | 3,36 | 3,25 | 3,17 | 3,03 | 2,66 | 2,44 | 2,33 |
| 25 | 7,77 | 5,57 | 4,68 | 4,18 | 3,86 | 3,63 | 3,46 | 3,32 | 3,21 | 3,13 | 2,99 | 2,62 | 2,40 | 2,29 |
| 26 | 7,72 | 5,53 | 4,64 | 4,14 | 3,82 | 3,59 | 3,42 | 3,29 | 3,17 | 3,09 | 2,96 | 2,58 | 2,36 | 2,25 |
| 28 | 7,64 | 5,45 | 4,57 | 4,07 | 3,76 | 3,53 | 3,36 | 3,23 | 3,11 | 3,03 | 2,90 | 2,52 | 2,30 | 2,18 |
| 30 | 7,56 | 5,39 | 4,51 | 4,02 | 3,70 | 3,47 | 3,30 | 3,17 | 3,06 | 2,98 | 2,84 | 2,47 | 2,24 | 2,13 |
| 40 | 7,31 | 5,18 | 4,31 | 3,83 | 3,51 | 3,29 | 3,12 | 2,99 | 2,88 | 2,80 | 2,66 | 2,29 | 2,05 | 1,94 |
| 50 | 7,17 | 5,06 | 4,20 | 3,72 | 3,41 | 3,18 | 3,02 | 2,88 | 2,78 | 2,70 | 2,56 | 2,19 | 1,94 | 1,81 |
| 100 | 6,90 | 4,82 | 3,98 | 3,51 | 3,20 | 2,99 | 2,82 | 2,69 | 2,59 | 2,51 | 2,36 | 1,98 | 1,73 | 1,59 |

4. Значения критерия χ^2

| Число степеней свободы | Уровень значимости | | | | | | | |
|------------------------|--------------------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|
| | 0,99 | 0,95 | 0,75 | 0,50 | 0,25 | 0,10 | 0,05 | 0,01 |
| 1 | ... | ... | 0,10 | 0,45 | 1,32 | 2,71 | 3,84 | 6,63 |
| 2 | 0,02 | 0,10 | 0,58 | 1,39 | 2,77 | 4,61 | 5,99 | 9,21 |
| 3 | 0,11 | 0,35 | 1,21 | 2,37 | 4,11 | 6,25 | 7,81 | 11,34 |
| 4 | 0,30 | 0,71 | 1,92 | 3,36 | 5,39 | 7,78 | 9,49 | 13,28 |
| 5 | 0,55 | 1,15 | 2,67 | 4,35 | 6,63 | 9,24 | 11,07 | 15,09 |
| 6 | 0,87 | 1,64 | 3,45 | 5,35 | 7,84 | 10,64 | 12,59 | 16,81 |
| 7 | 1,24 | 2,17 | 4,25 | 6,35 | 9,04 | 12,02 | 14,07 | 18,48 |
| 8 | 1,65 | 2,73 | 5,07 | 7,34 | 10,22 | 13,36 | 15,51 | 20,09 |
| 9 | 2,09 | 3,33 | 5,90 | 8,34 | 11,39 | 14,68 | 16,92 | 21,67 |
| 10 | 2,56 | 3,94 | 6,74 | 9,34 | 12,55 | 15,99 | 18,31 | 23,21 |
| 11 | 3,05 | 4,57 | 7,58 | 10,34 | 13,70 | 17,28 | 19,68 | 24,72 |
| 12 | 3,57 | 5,23 | 8,44 | 11,34 | 14,85 | 18,55 | 21,03 | 26,22 |
| 13 | 4,11 | 5,89 | 9,30 | 12,34 | 15,98 | 19,81 | 22,36 | 27,69 |
| 14 | 4,66 | 6,57 | 10,17 | 13,34 | 17,12 | 21,06 | 23,68 | 29,14 |
| 15 | 5,23 | 7,26 | 11,04 | 14,34 | 18,25 | 22,31 | 25,00 | 30,58 |
| 16 | 5,81 | 7,96 | 11,91 | 15,34 | 19,37 | 23,54 | 26,30 | 32,00 |
| 17 | 6,41 | 8,67 | 12,79 | 16,34 | 20,49 | 24,77 | 27,59 | 33,41 |
| 18 | 7,01 | 9,39 | 13,68 | 17,34 | 21,60 | 25,99 | 28,87 | 34,81 |
| 19 | 7,63 | 10,12 | 14,56 | 18,34 | 22,72 | 27,20 | 30,14 | 36,19 |
| 20 | 8,26 | 10,85 | 15,45 | 19,34 | 23,83 | 28,41 | 31,41 | 37,57 |
| 21 | 8,90 | 11,59 | 16,34 | 20,34 | 24,93 | 29,62 | 32,67 | 38,93 |
| 22 | 9,54 | 12,34 | 17,24 | 21,34 | 26,04 | 30,81 | 33,92 | 40,29 |
| 23 | 10,20 | 13,09 | 18,14 | 22,34 | 27,14 | 32,01 | 35,17 | 41,64 |
| 24 | 10,86 | 13,85 | 19,04 | 23,34 | 28,24 | 33,20 | 36,42 | 42,98 |
| 25 | 11,52 | 14,61 | 19,94 | 24,34 | 29,34 | 34,38 | 37,65 | 44,31 |
| 26 | 12,20 | 15,38 | 20,84 | 25,34 | 30,43 | 35,56 | 38,89 | 45,64 |
| 27 | 12,88 | 16,15 | 21,75 | 26,34 | 31,53 | 36,74 | 40,11 | 46,93 |
| 28 | 13,56 | 16,93 | 22,66 | 27,34 | 32,62 | 37,92 | 41,34 | 48,28 |
| 29 | 14,26 | 17,71 | 23,57 | 28,34 | 33,71 | 39,09 | 42,56 | 49,59 |
| 30 | 14,95 | 18,49 | 24,48 | 29,34 | 34,80 | 40,26 | 43,77 | 50,89 |
| 40 | 22,16 | 26,51 | 33,66 | 39,34 | 45,62 | 51,80 | 55,76 | 63,69 |
| 50 | 29,71 | 34,76 | 42,94 | 49,33 | 56,33 | 63,17 | 67,50 | 76,15 |
| 60 | 37,48 | 43,19 | 52,29 | 59,33 | 66,98 | 74,40 | 79,08 | 88,38 |
| 70 | 45,44 | 51,74 | 61,70 | 69,33 | 77,58 | 85,53 | 90,53 | 100,42 |
| 80 | 53,54 | 60,39 | 71,14 | 79,33 | 88,13 | 96,58 | 101,88 | 112,33 |
| 90 | 61,75 | 69,13 | 80,62 | 89,33 | 98,64 | 107,56 | 113,14 | 124,12 |
| 100 | 70,06 | 77,93 | 90,13 | 99,33 | 109,14 | 118,50 | 124,34 | 135,81 |

5. Углы, соответствующие процентам: угол арксинус $\sqrt{\text{процент}}$

| % | Десятые доли процента | | | | | | | | | |
|----|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 0,0 | 1,8 | 2,6 | 3,1 | 3,6 | 4,0 | 4,4 | 4,8 | 5,1 | 5,4 |
| 1 | 5,7 | 6,0 | 6,3 | 6,6 | 6,8 | 7,0 | 7,3 | 7,5 | 7,7 | 7,9 |
| 2 | 8,1 | 8,3 | 8,5 | 8,7 | 8,9 | 9,1 | 9,3 | 9,5 | 9,6 | 9,8 |
| 3 | 10,0 | 10,1 | 10,3 | 10,5 | 10,6 | 10,8 | 10,9 | 11,1 | 11,2 | 11,4 |
| 4 | 11,5 | 11,7 | 11,8 | 12,0 | 12,1 | 12,2 | 12,4 | 12,5 | 12,7 | 12,8 |
| 5 | 12,9 | 13,0 | 13,2 | 13,3 | 13,4 | 13,6 | 13,7 | 13,8 | 13,9 | 14,1 |
| 6 | 14,2 | 14,3 | 14,4 | 14,5 | 14,6 | 14,8 | 14,9 | 15,0 | 15,1 | 15,2 |
| 7 | 15,3 | 15,4 | 15,6 | 15,7 | 15,8 | 15,9 | 16,0 | 16,1 | 16,2 | 16,3 |
| 8 | 16,4 | 16,5 | 16,6 | 16,7 | 16,8 | 17,0 | 17,1 | 17,2 | 17,3 | 17,4 |
| 9 | 17,5 | 17,6 | 17,7 | 17,8 | 17,8 | 18,0 | 18,0 | 18,2 | 18,2 | 18,3 |
| 10 | 18,4 | 18,5 | 18,6 | 18,7 | 18,8 | 18,9 | 19,0 | 19,1 | 19,2 | 19,3 |
| 11 | 19,4 | 19,5 | 19,6 | 19,6 | 19,7 | 19,8 | 19,9 | 20,0 | 20,1 | 20,2 |
| 12 | 20,3 | 20,4 | 20,4 | 20,5 | 20,6 | 20,7 | 20,8 | 20,9 | 21,0 | 21,0 |
| 13 | 21,1 | 21,2 | 21,3 | 21,4 | 21,5 | 21,6 | 21,6 | 21,7 | 21,8 | 22,0 |
| 14 | 22,1 | 22,1 | 22,1 | 22,2 | 22,3 | 22,4 | 22,5 | 22,6 | 22,6 | 22,7 |
| 15 | 22,8 | 22,9 | 23,0 | 23,0 | 23,1 | 23,2 | 23,3 | 23,3 | 23,4 | 23,5 |
| 16 | 23,6 | 23,7 | 23,7 | 23,8 | 23,8 | 24,0 | 24,0 | 24,1 | 24,2 | 24,3 |
| 17 | 24,4 | 24,4 | 24,5 | 24,6 | 24,6 | 24,7 | 24,8 | 24,9 | 25,0 | 25,0 |
| 18 | 25,1 | 25,2 | 25,2 | 25,3 | 25,4 | 25,5 | 25,6 | 25,6 | 25,7 | 25,8 |
| 19 | 25,8 | 25,9 | 26,0 | 26,1 | 26,1 | 26,2 | 26,3 | 26,4 | 26,4 | 26,5 |
| 20 | 26,6 | 26,6 | 26,7 | 26,8 | 26,9 | 26,9 | 27,0 | 27,1 | 27,1 | 27,2 |
| 21 | 27,3 | 27,4 | 27,4 | 27,5 | 27,6 | 27,6 | 27,7 | 27,8 | 27,8 | 27,9 |
| 22 | 28,0 | 28,0 | 28,1 | 28,2 | 28,2 | 28,3 | 28,4 | 28,4 | 28,5 | 28,6 |
| 23 | 28,7 | 28,7 | 28,8 | 28,9 | 28,9 | 29,0 | 29,1 | 29,1 | 29,2 | 29,3 |
| 24 | 29,3 | 29,4 | 29,5 | 29,5 | 29,6 | 29,7 | 29,7 | 29,8 | 29,9 | 29,9 |
| 25 | 30,0 | 30,1 | 30,1 | 30,2 | 30,3 | 30,3 | 30,4 | 30,5 | 30,5 | 30,6 |
| 26 | 30,7 | 30,7 | 30,8 | 30,9 | 30,9 | 31,0 | 31,0 | 31,0 | 31,2 | 31,2 |
| 27 | 31,2 | 31,3 | 31,4 | 31,5 | 31,6 | 31,6 | 31,7 | 31,8 | 31,8 | 31,9 |
| 28 | 32,0 | 32,0 | 32,1 | 32,1 | 32,2 | 32,3 | 32,3 | 32,4 | 32,5 | 32,5 |
| 29 | 32,6 | 32,6 | 32,7 | 32,8 | 32,8 | 32,9 | 33,0 | 33,0 | 33,1 | 33,2 |
| 30 | 33,2 | 33,3 | 33,3 | 33,4 | 33,5 | 33,5 | 33,6 | 33,6 | 33,7 | 33,8 |
| 31 | 33,8 | 33,9 | 34,0 | 34,0 | 34,1 | 34,1 | 34,2 | 34,3 | 34,3 | 34,3 |
| 32 | 34,4 | 34,5 | 34,6 | 34,6 | 34,7 | 34,8 | 34,8 | 34,9 | 35,0 | 35,0 |
| 33 | 35,1 | 35,1 | 35,2 | 35,2 | 35,3 | 35,4 | 35,4 | 35,5 | 35,6 | 35,6 |
| 34 | 35,7 | 35,7 | 35,8 | 35,9 | 35,9 | 36,0 | 36,0 | 36,1 | 36,2 | 36,2 |
| 35 | 36,1 | 36,3 | 36,4 | 36,5 | 36,5 | 36,6 | 36,6 | 36,7 | 36,8 | 36,8 |

| % | Десятые доли процента | | | | | | | | | |
|----|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 36 | 36,9 | 36,9 | 37,0 | 37,0 | 37,1 | 37,2 | 37,2 | 37,3 | 37,4 | 37,4 |
| 37 | 37,5 | 37,5 | 37,6 | 37,6 | 37,7 | 37,8 | 37,8 | 37,9 | 37,9 | 38,0 |
| 38 | 38,1 | 38,1 | 38,2 | 38,2 | 38,3 | 38,4 | 38,4 | 38,5 | 38,5 | 38,6 |
| 39 | 38,6 | 38,7 | 38,8 | 38,8 | 38,9 | 38,9 | 39,0 | 39,1 | 39,1 | 39,2 |
| 40 | 39,2 | 39,3 | 39,4 | 39,4 | 39,5 | 39,5 | 39,6 | 39,6 | 39,7 | 39,8 |
| 41 | 39,8 | 39,9 | 39,9 | 40,0 | 40,0 | 40,1 | 40,2 | 40,2 | 40,3 | 40,3 |
| 42 | 40,4 | 40,5 | 40,5 | 40,6 | 40,6 | 40,7 | 40,7 | 40,8 | 40,9 | 40,9 |
| 43 | 41,0 | 41,0 | 41,1 | 41,2 | 41,2 | 41,3 | 41,3 | 41,4 | 41,4 | 41,5 |
| 44 | 41,6 | 41,6 | 41,7 | 41,7 | 41,8 | 41,8 | 41,9 | 42,0 | 42,0 | 42,1 |
| 45 | 42,1 | 42,2 | 42,2 | 42,3 | 42,4 | 42,4 | 42,5 | 42,5 | 42,6 | 42,6 |
| 46 | 42,7 | 42,8 | 42,8 | 42,9 | 42,9 | 43,0 | 43,1 | 43,1 | 43,2 | 43,2 |
| 47 | 43,3 | 43,3 | 43,4 | 43,4 | 43,5 | 43,6 | 43,6 | 43,7 | 43,7 | 43,8 |
| 48 | 43,8 | 43,9 | 44,0 | 44,0 | 44,1 | 44,1 | 44,2 | 44,3 | 44,3 | 44,4 |
| 49 | 44,4 | 44,5 | 44,5 | 44,6 | 44,7 | 44,7 | 44,8 | 44,8 | 44,9 | 44,9 |
| 50 | 45,0 | 45,0 | 45,1 | 45,2 | 45,2 | 45,3 | 45,3 | 45,4 | 45,5 | 45,5 |
| 51 | 45,6 | 45,6 | 45,7 | 45,8 | 45,8 | 45,9 | 45,9 | 46,0 | 46,0 | 46,1 |
| 52 | 46,2 | 46,2 | 46,3 | 46,3 | 46,4 | 46,4 | 46,5 | 46,6 | 46,6 | 46,7 |
| 53 | 46,7 | 46,8 | 46,8 | 46,9 | 47,0 | 47,0 | 47,1 | 47,1 | 47,2 | 47,2 |
| 54 | 47,3 | 47,4 | 47,4 | 47,5 | 47,5 | 47,6 | 47,6 | 47,7 | 47,8 | 47,8 |
| 55 | 47,9 | 47,9 | 48,0 | 48,0 | 48,1 | 48,2 | 48,2 | 48,3 | 48,3 | 48,4 |
| 56 | 48,4 | 48,5 | 48,6 | 48,7 | 48,7 | 48,7 | 48,8 | 48,8 | 48,9 | 49,0 |
| 57 | 49,0 | 49,1 | 49,1 | 49,2 | 49,3 | 49,3 | 49,4 | 49,4 | 49,5 | 49,5 |
| 58 | 49,6 | 49,7 | 49,7 | 49,8 | 49,8 | 49,9 | 49,9 | 50,0 | 50,1 | 50,1 |
| 59 | 50,2 | 50,2 | 50,3 | 50,4 | 50,4 | 50,5 | 50,5 | 50,6 | 50,6 | 50,7 |
| 60 | 50,8 | 50,8 | 50,9 | 50,9 | 51,0 | 51,1 | 51,1 | 51,2 | 51,2 | 51,3 |
| 61 | 51,4 | 51,4 | 51,5 | 51,5 | 51,6 | 51,6 | 51,7 | 51,8 | 51,8 | 51,9 |
| 62 | 51,9 | 52,0 | 52,1 | 52,1 | 52,2 | 52,2 | 52,3 | 52,3 | 52,4 | 52,5 |
| 63 | 52,5 | 52,6 | 52,6 | 52,7 | 52,8 | 52,8 | 52,9 | 53,0 | 53,0 | 53,1 |
| 64 | 53,1 | 53,2 | 53,3 | 53,3 | 53,4 | 53,4 | 53,5 | 53,6 | 53,6 | 53,7 |
| 65 | 53,7 | 53,8 | 53,8 | 53,9 | 54,0 | 54,0 | 54,1 | 54,2 | 54,2 | 54,3 |
| 66 | 54,3 | 54,4 | 54,4 | 54,5 | 54,6 | 54,6 | 54,7 | 54,8 | 54,8 | 54,9 |
| 67 | 54,9 | 55,0 | 55,1 | 55,1 | 55,2 | 55,2 | 55,3 | 55,4 | 55,4 | 55,5 |
| 68 | 55,6 | 55,6 | 55,7 | 55,7 | 55,8 | 55,9 | 55,9 | 56,0 | 56,0 | 56,1 |
| 69 | 56,2 | 56,2 | 56,3 | 56,4 | 56,4 | 56,5 | 56,5 | 56,6 | 56,7 | 56,7 |
| 70 | 56,8 | 56,8 | 56,9 | 57,0 | 57,0 | 57,1 | 57,2 | 57,2 | 57,3 | 57,4 |
| 71 | 57,4 | 57,5 | 57,5 | 57,6 | 57,7 | 57,7 | 57,8 | 57,9 | 57,9 | 58,0 |

| % | Десятые доли процента | | | | | | | | | |
|-----|-----------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 72 | 58,0 | 58,1 | 58,2 | 58,2 | 58,3 | 58,4 | 58,4 | 58,5 | 58,6 | 58,6 |
| 73 | 58,7 | 58,8 | 58,8 | 58,9 | 59,0 | 59,0 | 59,1 | 59,2 | 59,2 | 59,3 |
| 74 | 59,3 | 59,4 | 59,5 | 59,5 | 59,6 | 59,7 | 59,7 | 59,8 | 59,9 | 59,9 |
| 75 | 60,0 | 60,1 | 60,1 | 60,2 | 60,3 | 60,3 | 60,4 | 60,5 | 60,5 | 60,6 |
| 76 | 60,7 | 60,7 | 60,8 | 60,9 | 60,9 | 61,0 | 61,1 | 61,1 | 61,2 | 61,3 |
| 77 | 61,3 | 61,4 | 61,5 | 61,6 | 61,6 | 61,7 | 61,8 | 61,8 | 61,9 | 62,0 |
| 78 | 62,0 | 62,1 | 62,2 | 62,2 | 62,3 | 62,4 | 62,4 | 62,5 | 62,6 | 62,6 |
| 79 | 62,7 | 62,8 | 62,9 | 62,9 | 63,0 | 63,1 | 63,2 | 63,2 | 63,3 | 63,4 |
| 80 | 63,4 | 63,5 | 63,6 | 63,6 | 63,7 | 63,8 | 63,9 | 63,9 | 64,0 | 64,1 |
| 81 | 64,2 | 64,2 | 64,3 | 64,4 | 64,4 | 64,5 | 64,6 | 64,7 | 64,8 | 64,8 |
| 82 | 64,9 | 65,0 | 65,0 | 65,1 | 65,2 | 65,3 | 65,4 | 65,4 | 65,5 | 65,6 |
| 83 | 65,6 | 65,7 | 65,8 | 65,9 | 66,0 | 66,0 | 66,1 | 66,2 | 66,3 | 66,3 |
| 84 | 66,4 | 66,5 | 66,6 | 66,7 | 66,7 | 66,8 | 66,9 | 67,0 | 67,0 | 67,1 |
| 85 | 67,2 | 67,3 | 67,4 | 67,4 | 67,5 | 67,6 | 67,6 | 67,8 | 67,9 | 67,9 |
| 86 | 68,0 | 68,1 | 68,2 | 68,3 | 68,4 | 68,4 | 68,5 | 68,6 | 68,7 | 68,8 |
| 87 | 68,9 | 69,0 | 69,0 | 69,1 | 69,2 | 69,3 | 69,4 | 69,5 | 69,6 | 69,6 |
| 88 | 69,7 | 69,8 | 69,9 | 70,0 | 70,1 | 70,2 | 70,3 | 70,4 | 70,4 | 70,5 |
| 89 | 70,6 | 70,7 | 70,8 | 70,9 | 71,0 | 71,1 | 71,2 | 71,3 | 71,4 | 71,5 |
| 90 | 71,6 | 71,7 | 71,8 | 71,8 | 72,0 | 72,0 | 72,2 | 72,2 | 72,3 | 72,4 |
| 91 | 72,5 | 72,6 | 72,7 | 72,8 | 73,0 | 73,0 | 73,2 | 73,3 | 73,4 | 73,5 |
| 92 | 73,6 | 73,7 | 73,8 | 73,9 | 74,0 | 74,1 | 74,2 | 74,3 | 74,4 | 74,6 |
| 93 | 74,7 | 74,8 | 74,9 | 75,0 | 75,1 | 75,2 | 75,4 | 75,5 | 75,6 | 75,7 |
| 94 | 75,8 | 75,9 | 76,1 | 76,2 | 76,3 | 76,4 | 76,6 | 76,7 | 76,8 | 77,0 |
| 95 | 77,1 | 77,2 | 77,3 | 77,5 | 77,6 | 77,8 | 77,9 | 78,0 | 78,2 | 78,3 |
| 96 | 78,5 | 78,6 | 78,8 | 78,9 | 79,1 | 79,2 | 79,4 | 79,5 | 79,7 | 79,9 |
| 97 | 80,0 | 80,2 | 80,4 | 80,5 | 80,7 | 80,9 | 81,1 | 81,3 | 81,5 | 81,7 |
| 98 | 81,9 | 82,1 | 82,3 | 82,5 | 82,7 | 83,0 | 83,2 | 83,4 | 83,7 | 84,0 |
| 99 | 84,3 | 84,6 | 84,9 | 85,2 | 85,6 | 86,0 | 86,4 | 86,9 | 87,4 | 88,2 |
| 100 | 90,0 | — | — | — | — | — | — | — | — | — |

6. Таблица случайных чисел

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 10 | 09 | 73 | 25 | 33 | 76 | 52 | 01 | 35 | 68 | 34 | 67 | 35 | 48 | 76 | 80 | 95 | 90 | 91 | 17 |
| 2 | 37 | 54 | 26 | 48 | 05 | 69 | 89 | 47 | 42 | 39 | 24 | 80 | 52 | 40 | 37 | 20 | 63 | 61 | 04 | 02 |
| 3 | 08 | 42 | 90 | 89 | 53 | 14 | 64 | 50 | 93 | 60 | 23 | 20 | 90 | 25 | 60 | 15 | 95 | 33 | 47 | 64 |
| 4 | 99 | 01 | 90 | 25 | 29 | 09 | 37 | 67 | 07 | 51 | 38 | 31 | 13 | 11 | 63 | 88 | 67 | 67 | 43 | 97 |
| 5 | 12 | 80 | 79 | 99 | 70 | 80 | 15 | 73 | 61 | 74 | 64 | 03 | 23 | 66 | 53 | 98 | 95 | 11 | 68 | 77 |
| 6 | 66 | 06 | 57 | 47 | 17 | 34 | 07 | 27 | 68 | 05 | 36 | 69 | 73 | 61 | 70 | 65 | 81 | 33 | 98 | 85 |
| 7 | 31 | 06 | 01 | 08 | 05 | 45 | 57 | 18 | 24 | 60 | 35 | 30 | 34 | 26 | 14 | 86 | 79 | 90 | 74 | 39 |
| 8 | 85 | 26 | 97 | 76 | 02 | 02 | 05 | 16 | 56 | 29 | 68 | 66 | 57 | 48 | 18 | 73 | 05 | 38 | 52 | 47 |
| 9 | 63 | 57 | 33 | 47 | 35 | 05 | 32 | 54 | 70 | 84 | 90 | 55 | 35 | 75 | 28 | 46 | 46 | 82 | 87 | 09 |
| 10 | 73 | 79 | 64 | 47 | 53 | 03 | 52 | 96 | 47 | 87 | 35 | 80 | 83 | 42 | 82 | 60 | 93 | 52 | 03 | 34 |
| 11 | 98 | 52 | 01 | 77 | 67 | 14 | 90 | 56 | 86 | 70 | 22 | 10 | 94 | 05 | 58 | 60 | 97 | 09 | 34 | 33 |
| 12 | 11 | 80 | 50 | 54 | 31 | 39 | 80 | 82 | 77 | 23 | 50 | 72 | 56 | 82 | 29 | 40 | 40 | 52 | 42 | 01 |
| 13 | 83 | 45 | 29 | 96 | 34 | 06 | 28 | 89 | 80 | 38 | 13 | 74 | 67 | 00 | 78 | 18 | 47 | 54 | 06 | 10 |
| 14 | 88 | 68 | 54 | 02 | 00 | 86 | 50 | 75 | 84 | 01 | 36 | 76 | 66 | 79 | 51 | 90 | 36 | 47 | 64 | 93 |
| 15 | 99 | 59 | 46 | 73 | 48 | 87 | 51 | 76 | 49 | 69 | 91 | 82 | 60 | 89 | 93 | 78 | 78 | 56 | 13 | 68 |
| 16 | 65 | 48 | 11 | 76 | 74 | 17 | 46 | 85 | 09 | 50 | 58 | 04 | 77 | 69 | 74 | 73 | 03 | 95 | 71 | 86 |
| 17 | 80 | 12 | 43 | 56 | 35 | 17 | 72 | 70 | 80 | 15 | 45 | 31 | 82 | 23 | 21 | 21 | 11 | 57 | 82 | 53 |
| 18 | 74 | 35 | 99 | 98 | 17 | 77 | 40 | 27 | 72 | 14 | 43 | 23 | 60 | 02 | 10 | 45 | 52 | 16 | 82 | 37 |
| 19 | 69 | 91 | 62 | 68 | 03 | 66 | 25 | 22 | 91 | 48 | 36 | 93 | 68 | 72 | 03 | 76 | 62 | 11 | 39 | 90 |
| 20 | 09 | 89 | 32 | 05 | 14 | 22 | 22 | 56 | 85 | 14 | 46 | 42 | 75 | 67 | 88 | 96 | 29 | 77 | 88 | 22 |
| 21 | 91 | 49 | 91 | 45 | 23 | 68 | 47 | 92 | 76 | 86 | 46 | 16 | 28 | 35 | 94 | 94 | 75 | 08 | 99 | 23 |
| 22 | 80 | 33 | 69 | 45 | 98 | 26 | 94 | 03 | 68 | 58 | 70 | 29 | 73 | 41 | 53 | 53 | 14 | 03 | 33 | 40 |
| 23 | 44 | 10 | 48 | 19 | 49 | 85 | 15 | 74 | 79 | 54 | 32 | 97 | 92 | 65 | 75 | 57 | 60 | 04 | 08 | 81 |
| 24 | 12 | 55 | 07 | 37 | 42 | 11 | 10 | 00 | 20 | 40 | 12 | 86 | 07 | 46 | 97 | 96 | 64 | 48 | 94 | 89 |
| 25 | 63 | 60 | 64 | 93 | 29 | 16 | 50 | 53 | 44 | 84 | 40 | 21 | 95 | 25 | 63 | 43 | 65 | 17 | 70 | 82 |
| 26 | 61 | 19 | 69 | 04 | 46 | 26 | 45 | 74 | 77 | 74 | 51 | 92 | 43 | 37 | 29 | 65 | 39 | 45 | 95 | 93 |
| 27 | 15 | 47 | 44 | 52 | 66 | 95 | 27 | 07 | 99 | 53 | 59 | 36 | 78 | 38 | 48 | 82 | 39 | 61 | 01 | 18 |
| 28 | 94 | 55 | 72 | 85 | 73 | 67 | 89 | 75 | 43 | 87 | 54 | 62 | 24 | 44 | 31 | 91 | 19 | 04 | 25 | 92 |
| 29 | 42 | 48 | 11 | 62 | 13 | 97 | 31 | 40 | 87 | 21 | 16 | 86 | 84 | 87 | 67 | 03 | 07 | 11 | 20 | 59 |
| 30 | 23 | 52 | 37 | 83 | 17 | 73 | 20 | 88 | 98 | 37 | 68 | 93 | 59 | 14 | 16 | 26 | 25 | 22 | 96 | 63 |

7. Плотность вероятности нормального распределения $\Phi(t)$

(вероятность встречи величины X при разных значениях t)

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{t^2}{2}}$$

| t | Сотые доли | | | | | | | | | |
|-----|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0,0 | 0,3989 | 3989 | 3989 | 3988 | 3986 | 3984 | 3982 | 3980 | 3977 | 3973 |
| 0,1 | 3970 | 3965 | 3961 | 3956 | 3951 | 3949 | 3939 | 3932 | 3925 | 3918 |
| 0,2 | 3910 | 3902 | 3894 | 3885 | 3876 | 3867 | 3857 | 3847 | 3836 | 3825 |
| 0,3 | 3814 | 3802 | 3790 | 3778 | 3765 | 3752 | 3739 | 3726 | 3712 | 3697 |
| 0,4 | 3683 | 3668 | 3653 | 3637 | 3621 | 3605 | 3589 | 3572 | 3555 | 3538 |
| 0,5 | 3521 | 3503 | 3485 | 3467 | 3448 | 3429 | 3410 | 3391 | 3372 | 3352 |
| 0,6 | 3332 | 3312 | 3292 | 3271 | 3251 | 3230 | 3209 | 3187 | 3166 | 3144 |
| 0,7 | 3122 | 3101 | 3078 | 3056 | 3034 | 3011 | 2989 | 2966 | 2943 | 2920 |
| 0,8 | 2897 | 2874 | 2850 | 2827 | 2803 | 2780 | 2756 | 2732 | 2709 | 2685 |
| 0,9 | 2661 | 2637 | 2613 | 2589 | 2505 | 2541 | 2516 | 2492 | 2468 | 2444 |
| 1,0 | 0,2420 | 2395 | 2371 | 2347 | 2323 | 2298 | 2275 | 2251 | 2265 | 2202 |
| 1,1 | 2178 | 2155 | 2131 | 2107 | 2083 | 2059 | 2036 | 2012 | 1989 | 1965 |
| 1,2 | 1942 | 1919 | 1895 | 1872 | 1849 | 1826 | 1804 | 1781 | 1758 | 1736 |
| 1,3 | 1714 | 1692 | 1669 | 1647 | 1626 | 1604 | 1582 | 1561 | 1540 | 1518 |
| 1,4 | 1497 | 1476 | 1456 | 1435 | 1415 | 1394 | 1374 | 1354 | 1334 | 1315 |
| 1,5 | 1295 | 1276 | 1257 | 1238 | 1219 | 1200 | 1182 | 1163 | 1145 | 1127 |
| 1,6 | 1109 | 1092 | 1074 | 1057 | 1040 | 1023 | 1006 | 0989 | 0973 | 0957 |
| 1,7 | 0940 | 0925 | 0909 | 0893 | 0878 | 0863 | 0848 | 0833 | 0818 | 0804 |
| 1,8 | 0790 | 0775 | 0761 | 0748 | 0734 | 0721 | 0707 | 0694 | 0681 | 0669 |
| 1,9 | 0658 | 0644 | 0632 | 0620 | 0608 | 0596 | 0584 | 0573 | 0562 | 0551 |
| 2,0 | 0,0540 | 0529 | 0519 | 0508 | 0498 | 0488 | 0478 | 0468 | 0459 | 0449 |
| 2,1 | 0440 | 0431 | 0452 | 0413 | 0404 | 0396 | 0387 | 0379 | 0371 | 0363 |
| 2,2 | 0355 | 0347 | 0339 | 0332 | 0325 | 0317 | 0310 | 0303 | 0296 | 0290 |
| 2,3 | 0283 | 0277 | 0270 | 0264 | 0258 | 0252 | 0246 | 0241 | 0235 | 0229 |
| 2,4 | 0224 | 0219 | 0213 | 0208 | 0203 | 0198 | 0194 | 0189 | 0184 | 0180 |
| 2,5 | 0175 | 0171 | 0167 | 0162 | 0158 | 0154 | 0151 | 0147 | 0143 | 0139 |
| 2,6 | 0136 | 0132 | 0129 | 0126 | 0122 | 0119 | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2,7 | 0104 | 0101 | 0099 | 0096 | 0094 | 0091 | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2,8 | 0079 | 0077 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0067 | 0065 | 0063 | 0061 |
| 2,9 | 0060 | 0058 | 0056 | 0054 | 0053 | 0051 | 0050 | 0049 | 0047 | 0046 |
| 3,0 | 0,0044 | 0043 | 0042 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3,1 | 0033 | 0032 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028 | 0027 | 0026 | 0025 | 0025 |
| 3,2 | 0024 | 0023 | 0022 | 0022 | 0021 | 0020 | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3,3 | 0017 | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0015 | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 |
| 3,4 | 0012 | 0012 | 0012 | 0011 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3,5 | 0009 | 0008 | 0008 | 0008 | 0008 | 0007 | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |
| 3,6 | 0006 | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3,7 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3,8 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3,9 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0001 | 0001 |

8. Таблица квадратных корней и квадратов

| N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 |
|-----|------------|-------|-----|------------|-------|-----|------------|-------|
| 1 | 1,0000 | 1 | 56 | 7,4833 | 3136 | 111 | 10,5357 | 12321 |
| 2 | 1,4142 | 4 | 57 | 7,5498 | 3249 | 112 | 10,5830 | 12544 |
| 3 | 1,7321 | 9 | 58 | 7,6158 | 3364 | 113 | 10,6301 | 12769 |
| 4 | 2,0000 | 16 | 59 | 7,6811 | 3481 | 114 | 10,6771 | 12996 |
| 5 | 2,2361 | 25 | 60 | 7,7460 | 3600 | 115 | 10,7238 | 13225 |
| 6 | 2,4495 | 36 | 61 | 7,8102 | 3721 | 116 | 10,7703 | 13456 |
| 7 | 2,6458 | 49 | 62 | 7,8740 | 3844 | 117 | 10,8167 | 13689 |
| 8 | 2,8284 | 64 | 63 | 7,9373 | 3969 | 118 | 10,8628 | 13924 |
| 9 | 3,0000 | 81 | 64 | 8,0000 | 4096 | 119 | 10,9087 | 14161 |
| 10 | 3,1623 | 100 | 65 | 8,0623 | 4225 | 120 | 10,9545 | 14400 |
| 11 | 3,3166 | 121 | 66 | 8,1240 | 4356 | 121 | 11,0000 | 14641 |
| 12 | 3,4641 | 144 | 67 | 8,1854 | 4489 | 122 | 11,0454 | 14884 |
| 13 | 3,6056 | 169 | 68 | 8,2462 | 4624 | 123 | 11,0905 | 15129 |
| 14 | 3,7417 | 196 | 69 | 8,3066 | 4761 | 124 | 11,1355 | 15376 |
| 15 | 3,8730 | 225 | 70 | 8,3666 | 4900 | 125 | 11,1803 | 15625 |
| 16 | 4,0000 | 256 | 71 | 8,4261 | 5041 | 126 | 11,2250 | 15876 |
| 17 | 4,1231 | 289 | 72 | 8,4853 | 5184 | 127 | 11,2694 | 16129 |
| 18 | 4,2426 | 324 | 73 | 8,5440 | 5329 | 128 | 11,3137 | 16384 |
| 19 | 4,3589 | 361 | 74 | 8,6023 | 5476 | 129 | 11,3578 | 16641 |
| 20 | 4,4721 | 400 | 75 | 8,6603 | 5625 | 130 | 11,4018 | 16900 |
| 21 | 4,5826 | 441 | 76 | 8,7178 | 5776 | 131 | 11,4455 | 17161 |
| 22 | 4,6904 | 484 | 77 | 8,7750 | 5929 | 132 | 11,4891 | 17424 |
| 23 | 4,7958 | 529 | 78 | 8,8318 | 6084 | 133 | 11,5326 | 17689 |
| 24 | 4,8990 | 576 | 79 | 8,8882 | 6241 | 134 | 11,5758 | 17956 |
| 25 | 5,0000 | 625 | 80 | 8,9443 | 6400 | 135 | 11,6190 | 18225 |

| | | | | | | | | |
|----|--------|------|-----|---------|-------|-----|---------|-------|
| 26 | 5,0990 | 676 | 81 | 9,0000 | 6561 | 136 | 11,6619 | 18496 |
| 27 | 5,1962 | 729 | 82 | 9,0554 | 6724 | 137 | 11,7047 | 18769 |
| 28 | 5,2915 | 784 | 83 | 9,1104 | 6889 | 138 | 11,7473 | 19044 |
| 29 | 5,3852 | 841 | 84 | 9,1652 | 7056 | 139 | 11,7898 | 19321 |
| 30 | 5,4772 | 900 | 85 | 9,2195 | 7225 | 140 | 11,8322 | 19600 |
| 31 | 5,5678 | 961 | 86 | 9,2736 | 7396 | 141 | 11,8743 | 19881 |
| 32 | 5,6569 | 1024 | 87 | 9,3274 | 7569 | 142 | 11,9164 | 20164 |
| 33 | 5,7446 | 1089 | 88 | 9,3808 | 7744 | 143 | 11,9583 | 20449 |
| 34 | 5,8310 | 1156 | 89 | 9,4340 | 7921 | 144 | 12,0000 | 20736 |
| 35 | 5,9161 | 1225 | 90 | 9,4868 | 8100 | 145 | 12,0416 | 21025 |
| 36 | 6,0000 | 1296 | 91 | 9,5394 | 8281 | 146 | 12,0830 | 21316 |
| 37 | 6,0828 | 1369 | 92 | 9,5917 | 8464 | 147 | 12,1244 | 21609 |
| 38 | 6,1644 | 1444 | 93 | 9,6437 | 8649 | 148 | 12,1655 | 21904 |
| 39 | 6,2450 | 1521 | 94 | 9,6954 | 8836 | 149 | 12,2065 | 22201 |
| 40 | 6,3246 | 1600 | 95 | 9,7468 | 9025 | 150 | 12,2474 | 22500 |
| 41 | 6,4031 | 1681 | 96 | 9,7980 | 9216 | 151 | 12,2882 | 22801 |
| 42 | 6,4807 | 1764 | 97 | 9,8489 | 9409 | 152 | 12,3288 | 23104 |
| 43 | 6,5574 | 1849 | 98 | 9,8995 | 9604 | 153 | 12,3693 | 23409 |
| 44 | 6,6332 | 1936 | 99 | 9,9499 | 9801 | 154 | 12,4097 | 23716 |
| 45 | 6,7082 | 2025 | 100 | 10,0000 | 10000 | 155 | 12,4499 | 24025 |
| 46 | 6,7823 | 2116 | 101 | 10,0499 | 10201 | 156 | 12,4900 | 24336 |
| 47 | 6,8557 | 2209 | 102 | 10,0995 | 10404 | 157 | 12,5300 | 24649 |
| 48 | 6,9282 | 2304 | 103 | 10,1489 | 10609 | 158 | 12,5698 | 24964 |
| 49 | 7,0000 | 2401 | 104 | 10,1980 | 10816 | 159 | 12,6095 | 25281 |
| 50 | 7,0711 | 2500 | 105 | 10,2470 | 11025 | 160 | 12,6491 | 25600 |
| 51 | 7,1414 | 2601 | 106 | 10,2956 | 11236 | 161 | 12,6886 | 25921 |
| 52 | 7,2111 | 2704 | 107 | 10,3441 | 11449 | 162 | 12,7279 | 26244 |
| 53 | 7,2801 | 2809 | 108 | 10,3923 | 11664 | 163 | 12,7671 | 26569 |
| 54 | 7,3485 | 2916 | 109 | 10,4403 | 11881 | 163 | 12,8062 | 26896 |
| 55 | 7,4162 | 3025 | 110 | 10,4881 | 12100 | 165 | 12,8452 | 27225 |

| N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 |
|-----|------------|--------|-----|------------|--------|-----|------------|--------|-----|------------|-------|
| 166 | 12,8841 | 27 556 | 221 | 14,8661 | 48 841 | 276 | 16,6132 | 76 176 | | | |
| 167 | 12,9228 | 27 889 | 222 | 14,8997 | 49 284 | 277 | 16,6433 | 76 729 | | | |
| 168 | 12,9615 | 28 224 | 223 | 14,9382 | 49 729 | 278 | 16,6733 | 77 284 | | | |
| 169 | 13,0000 | 28 561 | 224 | 14,9666 | 50 176 | 279 | 16,7033 | 77 841 | | | |
| 170 | 13,0384 | 28 900 | 225 | 15,0000 | 50 625 | 280 | 16,7332 | 78 400 | | | |
| 171 | 13,0767 | 29 241 | 226 | 15,0333 | 51 067 | 281 | 16,7631 | 78 961 | | | |
| 172 | 13,1149 | 29 584 | 227 | 15,0665 | 51 529 | 282 | 16,7929 | 79 524 | | | |
| 173 | 13,1529 | 29 929 | 228 | 15,0997 | 51 984 | 283 | 16,8226 | 80 089 | | | |
| 174 | 13,1909 | 30 276 | 229 | 15,1327 | 52 441 | 284 | 16,8523 | 80 656 | | | |
| 175 | 13,2288 | 30 625 | 230 | 15,1658 | 52 900 | 285 | 16,8819 | 81 225 | | | |
| 176 | 13,2665 | 30 976 | 231 | 15,1987 | 53 361 | 286 | 16,9115 | 81 796 | | | |
| 177 | 13,3041 | 31 329 | 132 | 15,2315 | 53 824 | 287 | 16,9411 | 82 369 | | | |
| 178 | 13,3417 | 31 684 | 233 | 15,2643 | 54 289 | 288 | 16,9706 | 82 944 | | | |
| 179 | 13,3791 | 32 041 | 234 | 15,2971 | 54 756 | 289 | 17,0000 | 83 521 | | | |
| 180 | 13,4164 | 32 400 | 235 | 15,3297 | 55 225 | 290 | 17,0294 | 84 100 | | | |
| 181 | 13,4536 | 32 761 | 236 | 15,3623 | 55 696 | 291 | 17,0587 | 84 681 | | | |
| 182 | 13,4907 | 33 124 | 237 | 15,3948 | 56 169 | 292 | 17,0880 | 85 264 | | | |
| 183 | 13,5277 | 33 489 | 238 | 15,4272 | 56 644 | 293 | 17,1172 | 85 849 | | | |
| 184 | 13,5647 | 33 856 | 239 | 15,4596 | 57 121 | 294 | 17,1464 | 86 436 | | | |
| 185 | 13,6015 | 34 225 | 240 | 15,4919 | 57 600 | 295 | 17,1756 | 87 025 | | | |
| 186 | 13,6382 | 34 596 | 241 | 15,5242 | 58 081 | 296 | 17,2047 | 87 616 | | | |
| 187 | 13,6748 | 34 969 | 242 | 15,5563 | 58 564 | 297 | 17,2337 | 88 209 | | | |
| 188 | 13,7113 | 35 344 | 243 | 15,5885 | 59 049 | 298 | 17,2627 | 88 804 | | | |
| 189 | 13,7477 | 35 721 | 244 | 15,6205 | 59 536 | 299 | 17,2916 | 89 401 | | | |
| 190 | 13,7840 | 36 100 | 245 | 15,6525 | 60 025 | 300 | 17,3205 | 90 000 | | | |

| | | | | | | | | |
|-----|----------|--------|-----|----------|--------|-----|----------|---------|
| 191 | 13, 8203 | 36 481 | 246 | 15, 6844 | 60 516 | 301 | 17, 3494 | 90 601 |
| 192 | 13, 8564 | 36 864 | 247 | 15, 7162 | 61 009 | 302 | 17, 3781 | 91 204 |
| 193 | 13, 8924 | 37 249 | 248 | 15, 7480 | 61 504 | 303 | 17, 4069 | 91 809 |
| 194 | 13, 9284 | 37 636 | 249 | 15, 7797 | 62 001 | 304 | 17, 4356 | 92 416 |
| 195 | 13, 9642 | 38 025 | 250 | 15, 8114 | 62 500 | 305 | 17, 4642 | 93 025 |
| 196 | 14, 0000 | 38 416 | 251 | 15, 8430 | 63 001 | 306 | 17, 4929 | 93 636 |
| 197 | 14, 0357 | 38 809 | 252 | 15, 8745 | 63 504 | 307 | 17, 5214 | 94 249 |
| 198 | 14, 0712 | 39 204 | 253 | 15, 9060 | 64 009 | 308 | 17, 5499 | 94 864 |
| 199 | 14, 1067 | 39 601 | 254 | 15, 9374 | 64 516 | 309 | 17, 5784 | 95 481 |
| 200 | 14, 1421 | 40 000 | 255 | 15, 9687 | 65 025 | 310 | 17, 6068 | 96 100 |
| 201 | 14, 1774 | 40 401 | 256 | 16, 0000 | 65 536 | 311 | 17, 6352 | 96 721 |
| 202 | 14, 2127 | 40 804 | 257 | 16, 0312 | 66 049 | 312 | 17, 6635 | 97 344 |
| 203 | 14, 2478 | 41 209 | 258 | 16, 0624 | 66 564 | 313 | 17, 6918 | 97 969 |
| 204 | 14, 2829 | 41 616 | 259 | 16, 0935 | 67 081 | 314 | 17, 7200 | 98 596 |
| 205 | 14, 3178 | 42 025 | 260 | 16, 1245 | 67 600 | 315 | 17, 7482 | 99 225 |
| 206 | 14, 3527 | 42 436 | 261 | 16, 1555 | 68 121 | 316 | 17, 7764 | 99 856 |
| 207 | 14, 3875 | 42 849 | 262 | 16, 1864 | 68 644 | 317 | 17, 8045 | 100 489 |
| 208 | 14, 4222 | 43 264 | 263 | 16, 2173 | 69 169 | 318 | 17, 8326 | 101 124 |
| 209 | 14, 4568 | 43 681 | 264 | 16, 2481 | 69 696 | 319 | 17, 8606 | 101 761 |
| 210 | 14, 4914 | 44 100 | 265 | 16, 2788 | 70 225 | 320 | 17, 8885 | 102 400 |
| 211 | 14, 5258 | 44 521 | 266 | 16, 3095 | 70 756 | 321 | 17, 9165 | 103 041 |
| 212 | 14, 5602 | 44 944 | 267 | 16, 3401 | 71 289 | 322 | 17, 9444 | 103 684 |
| 213 | 14, 5945 | 45 369 | 268 | 16, 3707 | 71 824 | 323 | 17, 9722 | 104 329 |
| 214 | 14, 6287 | 45 796 | 269 | 16, 4012 | 72 361 | 324 | 18, 0000 | 104 976 |
| 215 | 14, 6629 | 46 225 | 270 | 16, 4317 | 72 900 | 325 | 18, 0278 | 105 625 |
| 216 | 14, 6969 | 46 656 | 271 | 16, 4621 | 73 441 | 326 | 18, 0555 | 106 276 |
| 217 | 14, 7309 | 47 089 | 272 | 16, 4924 | 73 984 | 327 | 18, 0831 | 106 929 |
| 218 | 14, 7648 | 47 524 | 273 | 16, 5227 | 74 529 | 328 | 18, 1108 | 107 584 |
| 219 | 14, 7986 | 47 961 | 274 | 16, 5529 | 75 076 | 329 | 18, 1384 | 108 241 |
| 220 | 14, 8324 | 48 400 | 275 | 16, 5831 | 75 625 | 330 | 18, 1659 | 108 900 |

| N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 |
|-----|------------|---------|-----|------------|---------|-----|------------|---------|
| 331 | 18,1934 | 109 561 | 386 | 19,6469 | 148 996 | 441 | 21,0000 | 194 481 |
| 332 | 18,2209 | 110 224 | 387 | 19,6723 | 149 769 | 442 | 21,0238 | 195 364 |
| 333 | 18,2483 | 110 889 | 388 | 19,6977 | 150 544 | 443 | 21,0476 | 196 249 |
| 334 | 18,2757 | 111 556 | 389 | 19,7231 | 151 321 | 444 | 21,0713 | 197 136 |
| 335 | 18,3030 | 112 225 | 390 | 19,7484 | 152 100 | 445 | 21,0950 | 198 025 |
| 336 | 18,3303 | 112 896 | 391 | 19,7737 | 152 881 | 446 | 21,1187 | 198 916 |
| 337 | 18,3576 | 113 569 | 392 | 19,7990 | 153 664 | 447 | 21,1424 | 199 809 |
| 338 | 18,3848 | 114 244 | 393 | 19,8242 | 154 449 | 438 | 21,1660 | 200 704 |
| 339 | 18,4120 | 114 921 | 394 | 19,8494 | 155 236 | 449 | 21,1896 | 201 601 |
| 340 | 18,4391 | 115 600 | 395 | 19,8746 | 156 025 | 450 | 21,2132 | 202 500 |
| 341 | 18,4662 | 116 281 | 396 | 19,8997 | 156 816 | 451 | 21,2368 | 203 401 |
| 342 | 18,4932 | 116 964 | 397 | 19,9249 | 157 609 | 452 | 21,2603 | 204 304 |
| 343 | 18,5203 | 117 649 | 398 | 19,9499 | 158 404 | 453 | 21,2838 | 205 209 |
| 344 | 18,5472 | 118 336 | 399 | 19,9750 | 159 201 | 454 | 21,3073 | 206 116 |
| 345 | 18,5742 | 119 025 | 400 | 20,0000 | 160 000 | 455 | 21,3307 | 207 025 |
| 346 | 18,6011 | 119 716 | 401 | 20,0250 | 160 801 | 456 | 21,3542 | 207 936 |
| 347 | 18,6279 | 120 409 | 402 | 20,0499 | 161 604 | 457 | 21,3776 | 208 849 |
| 348 | 18,6548 | 121 104 | 403 | 20,0749 | 162 409 | 458 | 21,4009 | 209 764 |
| 349 | 18,6815 | 121 801 | 404 | 20,0998 | 163 216 | 459 | 21,4243 | 210 681 |
| 350 | 18,7083 | 122 500 | 405 | 20,1246 | 164 025 | 460 | 21,4476 | 211 600 |
| 351 | 18,7350 | 123 201 | 406 | 20,1494 | 164 836 | 461 | 21,4709 | 212 521 |
| 352 | 18,7617 | 123 904 | 407 | 20,1742 | 165 649 | 462 | 21,4942 | 213 444 |
| 353 | 18,7883 | 124 609 | 408 | 20,1990 | 166 464 | 463 | 21,5174 | 214 369 |
| 354 | 18,8149 | 125 316 | 409 | 20,2237 | 167 281 | 464 | 21,5407 | 215 296 |
| 355 | 18,8414 | 126 025 | 410 | 20,2485 | 168 100 | 465 | 21,5639 | 216 225 |

| | | | | | | | | |
|-----|---------|---------|-----|---------|---------|-----|---------|----------|
| 356 | 18,8680 | 126 736 | 411 | 20,2731 | 168 921 | 466 | 21,5870 | 2 17 156 |
| 357 | 18,8944 | 127 449 | 412 | 20,2978 | 169 744 | 467 | 21,6102 | 218 089 |
| 358 | 18,9209 | 128 164 | 413 | 20,3224 | 170 569 | 468 | 21,6333 | 219 024 |
| 359 | 18,9473 | 128 881 | 414 | 20,3470 | 171 396 | 469 | 21,6565 | 219 961 |
| 360 | 18,9737 | 129 600 | 415 | 20,3715 | 172 225 | 470 | 21,6795 | 220 900 |
| 361 | 19,0000 | 130 321 | 416 | 20,3961 | 173 056 | 471 | 21,7025 | 221 841 |
| 362 | 19,0263 | 131 044 | 417 | 20,4206 | 174 889 | 472 | 21,7256 | 222 784 |
| 363 | 19,0526 | 131 769 | 418 | 20,4450 | 174 724 | 473 | 21,7486 | 223 729 |
| 364 | 19,0788 | 132 496 | 419 | 20,4695 | 175 561 | 474 | 21,7715 | 224 676 |
| 365 | 19,1050 | 133 225 | 420 | 20,4939 | 176 400 | 475 | 21,7945 | 225 625 |
| 366 | 19,1311 | 133 956 | 421 | 20,5183 | 177 241 | 476 | 21,8174 | 226 576 |
| 367 | 19,1572 | 134 689 | 422 | 20,5426 | 178 084 | 477 | 21,8403 | 227 529 |
| 368 | 19,1833 | 135 424 | 423 | 20,5670 | 178 929 | 478 | 21,8632 | 228 484 |
| 369 | 19,2094 | 136 161 | 424 | 20,5913 | 179 776 | 479 | 21,8861 | 229 441 |
| 370 | 19,2354 | 136 900 | 425 | 20,6155 | 180 625 | 480 | 21,9089 | 230 400 |
| 371 | 19,2614 | 137 641 | 426 | 20,6398 | 181 476 | 481 | 21,9317 | 231 361 |
| 372 | 19,2873 | 138 384 | 427 | 20,6640 | 182 329 | 482 | 21,9545 | 232 324 |
| 373 | 19,3132 | 139 129 | 428 | 20,6882 | 183 184 | 483 | 21,9773 | 233 289 |
| 374 | 19,3391 | 139 876 | 429 | 20,7123 | 184 041 | 484 | 22,0000 | 234 256 |
| 375 | 19,3649 | 140 625 | 430 | 20,7364 | 184 900 | 485 | 22,0227 | 235 225 |
| 376 | 19,3907 | 141 376 | 431 | 20,7605 | 185 761 | 486 | 22,0454 | 236 196 |
| 377 | 19,4165 | 142 129 | 432 | 20,7846 | 186 624 | 487 | 22,0681 | 237 169 |
| 378 | 19,4422 | 142 884 | 433 | 20,8087 | 187 489 | 488 | 22,0907 | 238 144 |
| 379 | 19,4679 | 143 641 | 434 | 20,8327 | 188 356 | 489 | 22,1133 | 239 121 |
| 380 | 19,4936 | 144 400 | 435 | 20,8567 | 189 225 | 490 | 22,1359 | 240 100 |
| 381 | 19,5192 | 145 161 | 436 | 20,8806 | 190 096 | 491 | 22,1585 | 241 081 |
| 382 | 19,5448 | 145 924 | 437 | 20,9045 | 190 969 | 492 | 22,1811 | 242 064 |
| 383 | 19,5704 | 146 689 | 438 | 20,9284 | 191 844 | 493 | 22,2036 | 243 049 |
| 384 | 19,5959 | 147 456 | 439 | 20,9523 | 192 721 | 494 | 22,2261 | 244 036 |
| 385 | 19,6214 | 148 225 | 440 | 20,9762 | 193 600 | 495 | 22,2486 | 245 025 |

| N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 |
|-----|------------|---------|-----|------------|---------|-----|------------|---------|-----|------------|-------|
| 496 | 22,2711 | 246 016 | 551 | 23,4734 | 303 601 | 606 | 24,6171 | 367 236 | | | |
| 497 | 22,2935 | 247 009 | 552 | 23,4947 | 304 704 | 607 | 24,6374 | 368 449 | | | |
| 498 | 22,3159 | 248 004 | 553 | 23,5160 | 305 809 | 608 | 24,6571 | 369 664 | | | |
| 499 | 22,3383 | 249 001 | 554 | 23,5372 | 306 916 | 609 | 24,6779 | 370 881 | | | |
| 500 | 22,3607 | 250 000 | 555 | 23,5584 | 308 025 | 610 | 24,6982 | 372 100 | | | |
| 501 | 22,3830 | 251 001 | 556 | 23,5797 | 309 136 | 611 | 24,7184 | 373 321 | | | |
| 502 | 22,4054 | 252 004 | 557 | 23,6008 | 310 249 | 612 | 24,7386 | 374 544 | | | |
| 503 | 22,4277 | 253 009 | 558 | 23,6220 | 311 364 | 613 | 24,7588 | 375 769 | | | |
| 504 | 22,4499 | 254 016 | 559 | 23,6432 | 312 481 | 614 | 24,7790 | 376 996 | | | |
| 505 | 22,4722 | 255 025 | 560 | 23,6643 | 313 600 | 615 | 24,7992 | 378 225 | | | |
| 506 | 22,4944 | 256 036 | 561 | 23,6854 | 314 721 | 616 | 24,8193 | 379 456 | | | |
| 507 | 22,5167 | 257 049 | 562 | 23,7065 | 315 844 | 617 | 24,8395 | 380 689 | | | |
| 508 | 22,5389 | 258 064 | 563 | 23,7276 | 316 969 | 618 | 24,8596 | 381 924 | | | |
| 509 | 22,5610 | 259 081 | 564 | 23,7487 | 318 096 | 619 | 24,8797 | 383 161 | | | |
| 510 | 22,5832 | 260 100 | 565 | 23,7697 | 319 225 | 620 | 24,8998 | 384 400 | | | |
| 511 | 22,6053 | 261 121 | 566 | 23,7908 | 320 356 | 621 | 24,9199 | 385 641 | | | |
| 512 | 22,6274 | 262 144 | 567 | 23,8118 | 321 489 | 622 | 24,9399 | 386 884 | | | |
| 513 | 22,6495 | 263 169 | 568 | 23,8328 | 322 624 | 623 | 24,9600 | 388 129 | | | |
| 514 | 22,6716 | 264 196 | 569 | 23,8537 | 323 761 | 624 | 24,9800 | 389 376 | | | |
| 515 | 22,6936 | 265 225 | 570 | 23,8747 | 324 900 | 625 | 25,0000 | 390 625 | | | |
| 516 | 22,7156 | 266 256 | 571 | 23,8956 | 326 041 | 626 | 25,0200 | 391 876 | | | |
| 517 | 22,7376 | 267 289 | 572 | 23,9165 | 327 184 | 627 | 25,0400 | 393 129 | | | |
| 518 | 22,7596 | 268 324 | 573 | 23,9374 | 328 329 | 628 | 25,0599 | 394 384 | | | |
| 519 | 22,7816 | 269 361 | 574 | 23,9583 | 329 476 | 629 | 25,0799 | 395 641 | | | |
| 520 | 22,8035 | 270 400 | 575 | 23,9792 | 330 625 | 630 | 25,0998 | 396 900 | | | |

| | | | | | | | | |
|-----|----------|---------|-----|----------|---------|-----|----------|---------|
| 521 | 22, 8254 | 271 441 | 576 | 24, 0000 | 331,776 | 631 | 25, 1197 | 398 161 |
| 522 | 22, 8473 | 272 484 | 577 | 24, 0208 | 332 929 | 632 | 25, 1396 | 399 424 |
| 523 | 22, 8692 | 273 529 | 578 | 24, 0416 | 334 084 | 633 | 25, 1595 | 400 689 |
| 524 | 22, 8910 | 274 576 | 579 | 24, 0624 | 335 241 | 634 | 25, 1794 | 401 956 |
| 525 | 22, 9129 | 275 625 | 580 | 24, 0832 | 336 400 | 635 | 25, 1992 | 403 225 |
| 526 | 22, 9347 | 276 676 | 581 | 24, 1039 | 337 556 | 636 | 25, 2190 | 404 496 |
| 527 | 22, 9565 | 277 729 | 582 | 24, 1247 | 338 724 | 637 | 25, 2389 | 405 769 |
| 528 | 22, 9783 | 278 784 | 583 | 24, 1454 | 339 889 | 638 | 25, 2587 | 407 044 |
| 529 | 23, 0000 | 279 841 | 584 | 24, 1661 | 341 056 | 639 | 25, 2784 | 408 321 |
| 530 | 23, 0217 | 280 900 | 585 | 24, 1868 | 342 225 | 640 | 25, 2982 | 409 600 |
| 531 | 23, 0434 | 281 961 | 586 | 24, 2074 | 343 396 | 641 | 25, 3180 | 410 881 |
| 532 | 23, 0651 | 283 024 | 587 | 24, 2281 | 344 569 | 642 | 25, 3377 | 412 164 |
| 533 | 23, 0868 | 284 089 | 588 | 24, 2487 | 345 744 | 643 | 25, 3574 | 413 449 |
| 534 | 23, 1084 | 285 156 | 589 | 24, 2693 | 346 921 | 644 | 25, 3772 | 414 736 |
| 535 | 23, 1301 | 286 225 | 590 | 24, 2899 | 348 100 | 645 | 25, 3969 | 416 025 |
| 536 | 23, 1517 | 287 296 | 591 | 24, 3105 | 349 281 | 646 | 25, 4165 | 417 316 |
| 537 | 23, 1733 | 288 369 | 592 | 24, 3311 | 350 464 | 647 | 25, 4362 | 418 600 |
| 538 | 23, 1948 | 289 444 | 593 | 24, 3516 | 351 649 | 648 | 25, 4558 | 419 904 |
| 539 | 23, 2164 | 290 521 | 594 | 24, 3721 | 352 836 | 649 | 25, 4755 | 421 201 |
| 540 | 22, 2379 | 291 600 | 595 | 24, 3926 | 354 025 | 650 | 25, 4951 | 422 500 |
| 541 | 23, 2594 | 292 681 | 596 | 24, 4131 | 355 216 | 651 | 25, 5147 | 423 801 |
| 542 | 23, 2809 | 293 764 | 597 | 24, 4336 | 356 409 | 652 | 25, 5343 | 425 104 |
| 543 | 23, 3024 | 294 849 | 598 | 24, 4540 | 357 604 | 653 | 25, 5539 | 426 409 |
| 544 | 23, 3238 | 295 936 | 599 | 24, 4745 | 358 801 | 654 | 25, 5734 | 427 716 |
| 545 | 23, 3452 | 297 025 | 600 | 24, 4949 | 360 000 | 655 | 25, 5930 | 429 025 |
| 546 | 23, 3666 | 298 116 | 601 | 24, 5153 | 361 201 | 656 | 25, 6125 | 430 336 |
| 547 | 23, 3880 | 299 209 | 602 | 24, 5357 | 362 404 | 657 | 25, 6320 | 431 649 |
| 548 | 23, 4094 | 300 304 | 603 | 24, 5561 | 363 609 | 658 | 25, 6515 | 432 964 |
| 549 | 23, 4307 | 301 401 | 604 | 24, 5764 | 364 816 | 659 | 25, 6710 | 434 281 |
| 550 | 23, 4521 | 302 500 | 605 | 24, 5967 | 366 025 | 660 | 25, 6905 | 435 600 |

| N | \sqrt{N} | N ² | N | \sqrt{N} | N ² | N | \sqrt{N} | N ² | N | \sqrt{N} | N ² |
|-----|------------|----------------|-----|------------|----------------|-----|------------|----------------|---|------------|----------------|
| 661 | 25,7099 | 436 921 | 716 | 26,7582 | 512 656 | 771 | 27,7669 | 594 441 | | | |
| 662 | 25,7294 | 438 244 | 717 | 26,7769 | 514 089 | 772 | 27,7849 | 595 984 | | | |
| 663 | 25,7488 | 439 569 | 718 | 26,7955 | 515 524 | 773 | 27,8029 | 597 529 | | | |
| 664 | 25,7682 | 440 896 | 719 | 26,8142 | 516 961 | 774 | 27,8209 | 599 076 | | | |
| 665 | 25,7876 | 442 225 | 720 | 26,8328 | 518 400 | 775 | 27,8388 | 600 625 | | | |
| 666 | 25,8070 | 443 556 | 721 | 26,8514 | 519 841 | 776 | 27,8568 | 602 176 | | | |
| 667 | 25,8263 | 444 889 | 722 | 26,8701 | 521 284 | 777 | 27,8747 | 603 729 | | | |
| 668 | 25,8457 | 446 224 | 723 | 26,8887 | 522 729 | 778 | 27,8927 | 605 284 | | | |
| 669 | 25,8650 | 447 561 | 724 | 26,9072 | 524 176 | 779 | 27,9106 | 606 841 | | | |
| 670 | 25,8844 | 448 900 | 725 | 26,9258 | 525 625 | 780 | 27,9285 | 608 400 | | | |
| 671 | 25,9037 | 450 241 | 726 | 26,9444 | 527 076 | 781 | 27,9464 | 609 961 | | | |
| 672 | 25,9230 | 451 584 | 727 | 26,9629 | 528 529 | 782 | 27,9643 | 611 524 | | | |
| 673 | 25,9422 | 452 929 | 728 | 26,9815 | 529 984 | 783 | 27,9821 | 613 089 | | | |
| 674 | 25,9615 | 454 276 | 729 | 27,0000 | 531 441 | 784 | 28,0000 | 614 656 | | | |
| 675 | 25,9808 | 455 625 | 730 | 27,0185 | 532 900 | 785 | 28,0179 | 616 225 | | | |
| 676 | 26,0000 | 456 976 | 731 | 27,0370 | 534 361 | 786 | 28,0357 | 617 796 | | | |
| 677 | 26,0192 | 458 329 | 732 | 27,0555 | 535 824 | 787 | 28,0535 | 619 369 | | | |
| 678 | 26,0384 | 459 684 | 733 | 27,0740 | 537 289 | 788 | 28,0713 | 620 944 | | | |
| 679 | 26,0576 | 461 041 | 734 | 27,0924 | 538 756 | 789 | 28,0891 | 622 521 | | | |
| 680 | 26,0768 | 462 400 | 735 | 27,1109 | 540 225 | 790 | 28,1069 | 624 100 | | | |
| 681 | 26,0960 | 463 761 | 736 | 27,1293 | 541 696 | 791 | 28,1247 | 625 681 | | | |
| 682 | 26,1151 | 465 124 | 737 | 27,1477 | 543 169 | 792 | 28,1425 | 627 264 | | | |
| 683 | 26,1343 | 466 489 | 738 | 27,1662 | 544 644 | 793 | 28,1603 | 628 849 | | | |
| 684 | 26,1534 | 467 856 | 739 | 27,1846 | 546 121 | 794 | 28,1780 | 630 436 | | | |
| 685 | 26,1725 | 469 225 | 740 | 27,2029 | 547 600 | 795 | 28,1957 | 632 025 | | | |

| | | | | | | | | |
|-----|----------|---------|-----|----------|---------|-----|----------|---------|
| 686 | 26, 1916 | 470,596 | 741 | 27, 2213 | 549,081 | 796 | 28, 2135 | 633,616 |
| 687 | 26, 2107 | 471,969 | 742 | 27, 2397 | 550,564 | 797 | 28, 2312 | 635,209 |
| 688 | 26, 2298 | 473,344 | 743 | 27, 2580 | 552,049 | 798 | 28, 2489 | 636,804 |
| 689 | 26, 2488 | 474,721 | 744 | 27, 2764 | 553,536 | 799 | 28, 2666 | 638,401 |
| 690 | 26, 2679 | 476,100 | 745 | 27, 2947 | 555,025 | 800 | 28, 2843 | 640,000 |
| 691 | 26, 2869 | 477,481 | 746 | 27, 3130 | 555,516 | 801 | 28, 3019 | 641,601 |
| 692 | 26, 3059 | 478,864 | 747 | 27, 3313 | 558,009 | 802 | 28, 3196 | 643,204 |
| 693 | 26, 3249 | 480,249 | 748 | 27, 3496 | 559,504 | 803 | 28, 3373 | 644,809 |
| 694 | 26, 3439 | 481,636 | 749 | 27, 3679 | 561,001 | 804 | 28, 3549 | 646,416 |
| 695 | 26, 3629 | 483,025 | 750 | 27, 3861 | 562,500 | 805 | 28, 3725 | 648,025 |
| 696 | 26, 3818 | 484,416 | 751 | 27, 4044 | 564,001 | 806 | 28, 3901 | 649,636 |
| 697 | 26, 4008 | 485,809 | 752 | 27, 4226 | 565,504 | 807 | 28, 4077 | 651,249 |
| 698 | 26, 4197 | 487,204 | 753 | 27, 4408 | 567,009 | 808 | 28, 4253 | 652,864 |
| 699 | 26, 4386 | 488,601 | 754 | 27, 4591 | 568,516 | 809 | 28, 4429 | 654,481 |
| 700 | 26, 4575 | 490,000 | 755 | 27, 4773 | 570,025 | 810 | 28, 4605 | 656,100 |
| 701 | 26, 4764 | 491,401 | 756 | 27, 4955 | 571,536 | 811 | 28, 4781 | 657,721 |
| 702 | 26, 4953 | 492,804 | 757 | 27, 5136 | 573,049 | 812 | 28, 4956 | 659,344 |
| 703 | 26, 5141 | 494,209 | 758 | 27, 5318 | 574,564 | 813 | 28, 5132 | 660,969 |
| 704 | 26, 5330 | 495,616 | 759 | 27, 5500 | 576,081 | 814 | 28, 5307 | 662,596 |
| 705 | 26, 5518 | 497,025 | 760 | 27, 5681 | 577,600 | 815 | 28, 5482 | 664,225 |
| 706 | 26, 5707 | 498,436 | 761 | 27, 5862 | 579,121 | 816 | 28, 5657 | 665,856 |
| 707 | 26, 5895 | 499,849 | 762 | 27, 6043 | 580,644 | 817 | 28, 5832 | 667,489 |
| 708 | 26, 6083 | 501,264 | 763 | 27, 6225 | 582,169 | 818 | 28, 6007 | 669,124 |
| 709 | 26, 6271 | 502,681 | 764 | 27, 6405 | 583,696 | 819 | 28, 6182 | 670,761 |
| 710 | 26, 6458 | 504,100 | 765 | 27, 6586 | 585,225 | 820 | 28, 6356 | 672,400 |
| 711 | 26, 6646 | 505,521 | 766 | 27, 6767 | 586,756 | 821 | 28, 6531 | 674,041 |
| 712 | 26, 6833 | 506,944 | 767 | 27, 6948 | 588,289 | 822 | 28, 6705 | 675,684 |
| 713 | 26, 7021 | 508,369 | 768 | 27, 7128 | 589,824 | 823 | 28, 6880 | 677,329 |
| 714 | 26, 7208 | 509,796 | 769 | 27, 7308 | 591,361 | 824 | 28, 7054 | 678,976 |
| 715 | 26, 7395 | 511,225 | 770 | 27, 7489 | 592,900 | 825 | 28, 7228 | 680,625 |

| N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 | N | \sqrt{N} | N^2 |
|-----|------------|---------|-----|------------|---------|-----|------------|---------|-----|------------|---------|
| 826 | 28,7402 | 682 276 | 886 | 29,7658 | 784 996 | 946 | 30,7571 | 894 916 | 946 | 30,7571 | 894 916 |
| 827 | 28,7576 | 683 929 | 887 | 29,7825 | 786 769 | 947 | 30,7734 | 896 809 | 947 | 30,7734 | 896 809 |
| 828 | 28,7750 | 685 584 | 888 | 29,7993 | 788 544 | 948 | 30,7896 | 898 704 | 948 | 30,7896 | 898 704 |
| 829 | 28,7924 | 687 241 | 889 | 29,8161 | 790 321 | 949 | 30,8058 | 900 601 | 949 | 30,8058 | 900 601 |
| 830 | 28,8097 | 688 900 | 890 | 29,8329 | 792 100 | 950 | 30,8221 | 902 500 | 950 | 30,8221 | 902 500 |
| 831 | 28,8271 | 690 561 | 891 | 29,8496 | 793 881 | 951 | 30,8383 | 904 401 | 951 | 30,8383 | 904 401 |
| 832 | 28,8444 | 692 224 | 892 | 29,8664 | 795 664 | 952 | 30,8545 | 906 304 | 952 | 30,8545 | 906 304 |
| 833 | 28,8617 | 693 889 | 893 | 29,8831 | 797 449 | 953 | 30,8707 | 908 209 | 953 | 30,8707 | 908 209 |
| 834 | 28,8791 | 695 556 | 894 | 29,8998 | 799 236 | 954 | 30,8869 | 910 116 | 954 | 30,8869 | 910 116 |
| 835 | 28,8964 | 697 225 | 895 | 29,9166 | 801 025 | 955 | 30,9031 | 912 025 | 955 | 30,9031 | 912 025 |
| 836 | 28,9137 | 698 896 | 896 | 29,9333 | 802 816 | 956 | 30,9192 | 913 936 | 956 | 30,9192 | 913 936 |
| 837 | 28,9310 | 700 569 | 897 | 29,9500 | 804 609 | 957 | 30,9354 | 915 849 | 957 | 30,9354 | 915 849 |
| 838 | 28,9482 | 702 244 | 898 | 29,9666 | 806 404 | 958 | 30,9516 | 917 764 | 958 | 30,9516 | 917 764 |
| 839 | 28,9655 | 703 921 | 899 | 29,9833 | 808 201 | 959 | 30,9677 | 919 681 | 959 | 30,9677 | 919 681 |
| 840 | 28,9828 | 705 600 | 900 | 30,0000 | 810 000 | 960 | 30,9839 | 921,600 | 960 | 30,9839 | 921,600 |
| 841 | 29,0000 | 707 281 | 901 | 30,0167 | 811 801 | 961 | 31,0000 | 923 521 | 961 | 31,0000 | 923 521 |
| 842 | 29,0172 | 708 964 | 902 | 30,0333 | 813 604 | 962 | 31,0161 | 925 444 | 962 | 31,0161 | 925 444 |
| 843 | 29,0345 | 710 649 | 903 | 30,0500 | 815 409 | 963 | 31,0322 | 927 369 | 963 | 31,0322 | 927 369 |
| 844 | 29,0517 | 712 336 | 904 | 30,0666 | 817 216 | 964 | 31,0483 | 929 296 | 964 | 31,0483 | 929 296 |
| 845 | 29,0639 | 714 025 | 905 | 30,0832 | 819 025 | 965 | 31,0644 | 931 225 | 965 | 31,0644 | 931 225 |
| 846 | 29,0861 | 715 716 | 906 | 30,0998 | 820 836 | 966 | 31,0805 | 933 156 | 966 | 31,0805 | 933 156 |
| 847 | 29,1033 | 717 409 | 907 | 30,1164 | 822 649 | 967 | 31,0966 | 935 089 | 967 | 31,0966 | 935 089 |
| 848 | 29,1204 | 719 104 | 908 | 30,1330 | 824 464 | 968 | 31,1127 | 937 024 | 968 | 31,1127 | 937 024 |
| 849 | 29,1376 | 720 801 | 909 | 30,1496 | 826 281 | 969 | 31,1288 | 938 961 | 969 | 31,1288 | 938 961 |
| 850 | 29,1548 | 722 500 | 910 | 30,1662 | 828 100 | 970 | 31,1448 | 940 900 | 970 | 31,1448 | 940 900 |
| 851 | 29,1719 | 724 201 | 911 | 30,1828 | 829 921 | 971 | 31,1609 | 942 841 | 971 | 31,1609 | 942 841 |
| 852 | 29,1890 | 725 904 | 912 | 30,1993 | 831 744 | 972 | 31,1769 | 944 784 | 972 | 31,1769 | 944 784 |

| | | | | | | | | |
|-----|----------|---------|-----|----------|---------|------|----------|-----------|
| 853 | 29, 2062 | 727 609 | 913 | 30, 2159 | 833 569 | 973 | 31, 1929 | 946 729 |
| 854 | 29, 2233 | 729 316 | 914 | 30, 2324 | 835 396 | 974 | 31, 2090 | 948 676 |
| 855 | 29, 2404 | 731 025 | 915 | 30, 2490 | 837 225 | 975 | 31, 2250 | 950 665 |
| 856 | 29, 2575 | 732 736 | 916 | 30, 2655 | 839 056 | 976 | 31, 2410 | 952 576 |
| 857 | 29, 2746 | 734 449 | 917 | 30, 2820 | 840 889 | 977 | 31, 2570 | 954 529 |
| 858 | 29, 2916 | 736 164 | 918 | 30, 2985 | 842 724 | 978 | 31, 2730 | 956 484 |
| 859 | 29, 3087 | 737 881 | 919 | 30, 3150 | 844 561 | 979 | 31, 2890 | 958 441 |
| 860 | 29, 3258 | 739 600 | 920 | 30, 3315 | 846 400 | 980 | 31, 3050 | 960 400 |
| 861 | 29, 3428 | 741 321 | 921 | 30, 3480 | 848 241 | 981 | 31, 3209 | 962 361 |
| 862 | 29, 3598 | 743 044 | 922 | 30, 3645 | 850 084 | 982 | 31, 3369 | 964 324 |
| 863 | 29, 3769 | 744 769 | 923 | 30, 3809 | 851 929 | 983 | 31, 3528 | 966 289 |
| 864 | 29, 3939 | 746 496 | 924 | 30, 3974 | 853 776 | 984 | 31, 3688 | 968 256 |
| 865 | 29, 4109 | 748 225 | 925 | 30, 4138 | 855 625 | 985 | 31, 3847 | 970 225 |
| 866 | 29, 4279 | 749 956 | 926 | 30, 4302 | 857 476 | 986 | 31, 4006 | 972 196 |
| 867 | 29, 4449 | 751 689 | 927 | 30, 4467 | 859 329 | 987 | 31, 4166 | 974 169 |
| 868 | 29, 4618 | 753 424 | 928 | 30, 4631 | 861 184 | 988 | 31, 4325 | 976 144 |
| 869 | 29, 4788 | 755 161 | 929 | 30, 4795 | 863 041 | 989 | 31, 4484 | 978 121 |
| 870 | 29, 4958 | 756 900 | 930 | 30, 4959 | 864 900 | 990 | 31, 4643 | 980 100 |
| 871 | 29, 5127 | 758 641 | 931 | 30, 5123 | 866 761 | 991 | 31, 4802 | 982 081 |
| 872 | 29, 5296 | 760 384 | 932 | 30, 5287 | 868 624 | 992 | 31, 4960 | 984 064 |
| 873 | 29, 5466 | 762 129 | 933 | 30, 5450 | 870 489 | 993 | 31, 5119 | 986 049 |
| 874 | 29, 5635 | 763 876 | 934 | 30, 5614 | 872 356 | 994 | 31, 5278 | 988 036 |
| 875 | 29, 5804 | 765 625 | 935 | 30, 5778 | 874 225 | 995 | 31, 5436 | 990 025 |
| 866 | 29, 5973 | 767 376 | 936 | 30, 5941 | 876 096 | 996 | 31, 5595 | 992 016 |
| 877 | 29, 6142 | 769 129 | 937 | 30, 6105 | 877 969 | 997 | 31, 5753 | 994 009 |
| 878 | 29, 6311 | 770 884 | 938 | 30, 6268 | 879 844 | 998 | 31, 5911 | 996 004 |
| 879 | 29, 6479 | 772 641 | 939 | 30, 6434 | 881 721 | 999 | 31, 6070 | 998 001 |
| 880 | 29, 6648 | 774 400 | 940 | 30, 6594 | 883 600 | 1000 | 31, 6228 | 1 000 000 |
| 881 | 29, 6816 | 776 161 | 941 | 30, 6757 | 885 481 | | | |
| 882 | 29, 6985 | 777 924 | 942 | 30, 6920 | 887 364 | | | |
| 883 | 29, 7153 | 779 689 | 943 | 30, 7083 | 889 249 | | | |
| 884 | 29, 7321 | 781 456 | 944 | 30, 7246 | 891 136 | | | |
| 885 | 29, 7489 | 783 225 | 945 | 30, 7409 | 893 025 | | | |

9. Соотношение между величиной r и z

| Десятые доли (r) | Сотые доли (r) | | | | | | | | | |
|----------------------|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
| | значения z | | | | | | | | | |
| 0,0 | 0,000 | 0,010 | 0,020 | 0,030 | 0,040 | 0,050 | 0,060 | 0,070 | 0,080 | 0,090 |
| 0,1 | 0,100 | 0,110 | 0,121 | 0,131 | 0,141 | 0,151 | 0,161 | 0,172 | 0,182 | 0,192 |
| 0,2 | 0,203 | 0,213 | 0,224 | 0,234 | 0,245 | 0,255 | 0,266 | 0,277 | 0,288 | 0,299 |
| 0,3 | 0,309 | 0,321 | 0,332 | 0,343 | 0,354 | 0,365 | 0,377 | 0,388 | 0,400 | 0,412 |
| 0,4 | 0,424 | 0,436 | 0,448 | 0,460 | 0,472 | 0,485 | 0,498 | 0,510 | 0,523 | 0,536 |
| 0,5 | 0,549 | 0,563 | 0,576 | 0,590 | 0,604 | 0,618 | 0,633 | 0,648 | 0,663 | 0,678 |
| 0,6 | 0,693 | 0,709 | 0,725 | 0,741 | 0,758 | 0,776 | 0,793 | 0,811 | 0,829 | 0,848 |
| 0,7 | 0,867 | 0,887 | 0,908 | 0,929 | 0,951 | 0,973 | 0,996 | 1,020 | 1,045 | 1,071 |
| 0,8 | 1,099 | 1,127 | 1,157 | 1,188 | 1,221 | 1,256 | 1,293 | 1,333 | 1,376 | 1,422 |
| 0,9 | 1,472 | 1,527 | 1,589 | 1,658 | 1,738 | 1,832 | 1,946 | 2,092 | 2,298 | 2,647 |

10. Критические значения коэффициента корреляции на 5%-ном и 1%-ном уровне значимости

| Степени свободы ($n - 2$) | 0,05 | | Степени свободы ($n - 2$) | 0,01 | | Степени свободы ($n - 2$) | 0,05 | | 0,01 |
|-----------------------------|-------|-------|-----------------------------|-------|-------|-----------------------------|-------|-------|------|
| | 0,05 | 0,01 | | 0,05 | 0,01 | | | | |
| 1 | 0,997 | 1,000 | 16 | 0,468 | 0,590 | 35 | 0,325 | 0,418 | |
| 2 | 0,950 | 0,990 | 17 | 0,456 | 0,575 | 40 | 0,304 | 0,393 | |
| 3 | 0,878 | 0,959 | 18 | 0,444 | 0,561 | 45 | 0,288 | 0,372 | |
| 4 | 0,811 | 0,917 | 19 | 0,433 | 0,549 | 50 | 0,273 | 0,354 | |
| 5 | 0,754 | 0,874 | 20 | 0,423 | 0,537 | 60 | 0,250 | 0,325 | |
| 6 | 0,707 | 0,834 | 21 | 0,413 | 0,526 | 70 | 0,232 | 0,302 | |
| 7 | 0,666 | 0,798 | 22 | 0,404 | 0,515 | 80 | 0,217 | 0,283 | |
| 8 | 0,632 | 0,765 | 23 | 0,396 | 0,505 | 90 | 0,205 | 0,267 | |
| 9 | 0,602 | 0,735 | 24 | 0,388 | 0,496 | 100 | 0,195 | 0,254 | |
| 10 | 0,576 | 0,708 | 25 | 0,381 | 0,487 | 150 | 0,159 | 0,208 | |
| 11 | 0,553 | 0,684 | 26 | 0,374 | 0,478 | 200 | 0,138 | 0,181 | |
| 12 | 0,532 | 0,661 | 27 | 0,367 | 0,470 | 300 | 0,113 | 0,148 | |
| 13 | 0,514 | 0,641 | 28 | 0,361 | 0,463 | 400 | 0,098 | 0,128 | |
| 14 | 0,497 | 0,623 | 29 | 0,355 | 0,456 | 500 | 0,088 | 0,115 | |
| 15 | 0,482 | 0,606 | 30 | 0,349 | 0,449 | 1000 | 0,062 | 0,081 | |

11. Общие сведения об опыте

Тема (раздел проблемы) _____

Название, цели и задачи опыта _____

Год закладки и место проведения опыта _____

Руководитель темы и ответственный исполнитель опыта _____

Схема опыта (перечень и содержание вариантов): _____

1. _____

2. _____

и т. д. _____

Программа и методика основных исследований (наблюдения, учеты, анализы):

1. _____

2. _____

и т. д. _____

Кем и когда утверждены схема, методика опыта и программа исследований

12. План размещения опыта в натуре

(размещение повторений и вариантов, защитных полос, дорог, постоянных реперов, размеры сторон делянок, страны света)

| | |
|---------------------------------------|----------------|
| Площадь опытной делянки | м ² |
| Площадь учетной делянки | » |
| Повторность | » |
| Общее число делянок в опыте | » |
| Площадь, занятая опытом | » |

13. История участка, выделенного под опыт

| Годы | Виды и дозы удобрений | Культура | Урожай с 1 га, ц |
|------|-----------------------|----------|------------------|
|------|-----------------------|----------|------------------|

19
19
19
19

Почва, рельеф и микрорельеф участка, направление склона _____

Оценка участка по данным дробного учета урожая (методика учета, коэффициент вариации, ошибка опыта на основании статистического анализа данных дробного учета или по результатам глазомерной оценки) _____

14. Агрохимическая характеристика почвы перед закладкой опыта (указать методику отбора образцов, места почвенных разрезов обозначить на плане)

| Показатели и единицы измерения | Метод определения | Горизонты (слои) почвы, см | | |
|--------------------------------|-------------------|----------------------------|--|--|
| | | | | |

- pH солевой вытяжки
- pH водной вытяжки
- Гидролитическая кислотность, м.-экв.
- Обменная кислотность, м.-экв.
- Al, мг на 100 г почвы
- Сумма поглощенных оснований, м.-экв.
- P₂O₅, мг на 100 г почвы
- K₂O, мг на 100 г почвы
- N гидролизующий, мг на 100 г почвы
- N общий, %
- Гумус, %
- Максимальная гигроскопичность, %
- Объемная масса, г/см³
- Механический состав почвы:
- Структура почвы:

КРАТКИЙ УКАЗАТЕЛЬ СИМВОЛОВ

- μ — средняя генеральной совокупности;
 σ^2 — дисперсия генеральной совокупности;
 σ — стандартное отклонение генеральной совокупности;
 X — значение варьирующего признака;
 \bar{X} — выборочная средняя, арифметическая средняя;
 s^2 — выборочная дисперсия, средний квадрат;
 s — выборочное стандартное отклонение, среднее квадратическое отклонение;
 V — коэффициент вариации, изменчивости;
 $s_{\bar{X}}$ — средняя ошибка выборочной средней;
 $s_{\bar{X}}\%$ — относительная ошибка выборочной средней;
 d — разность между выборочными средними;
 s_d — ошибка разности между выборочными средними;
 l — число вариантов;
 n — повторность, объем выборки;
 N — общее число наблюдений в опыте;
 ν — число степеней свободы;
 P — вероятность;
 P_t — уровень значимости;
 t_{Φ} — фактическое значение критерия t Стьюдента;
 t_{05}, t_{01} — табличные значения критерия t для 5%-ного и 1%-ного уровня значимости;
 F_{Φ} — фактическое значение критерия F Фишера;
 F_{05}, F_{01} — табличные значения критерия F для 5%-ного и 1%-ного уровня значимости;
 χ^2_{Φ} — фактическое значение критерия хи-квадрат Пирсона;
 χ^2_{05}, χ^2_{01} — табличные значения критерия хи-квадрат для 5%-ного и 1%-ного уровня значимости;
 H_0 — нулевая гипотеза;
 HSP_{05}, HSP_{01} — наименьшие существенные разности для 5%-ного и 1%-ного уровня значимости;
 C — корректирующий фактор (поправка) в дисперсионном анализе;
 L, C_p, C_v, C_z и т. д. — суммы квадратов отклонений для разных источников варьирования в дисперсионном анализе;
 r — коэффициент линейной корреляции;
 r_s — коэффициент ранговой корреляции Спирмана;
 s_r — ошибка коэффициента линейной корреляции;
 b_{yx} — коэффициент регрессии Y по X ;
 s_b — ошибка коэффициента регрессии;
 s_{yx} — ошибка отклонения от регрессии;
 $r_{xy \cdot z}, r_{xz \cdot y}, r_{zy \cdot x}$ — частные линейные коэффициенты корреляции;
 $R_{x \cdot yz}, R_{y \cdot xz}, R_{z \cdot xy}$ — множественные линейные коэффициенты корреляции;
 η_{yx} — корреляционное отношение Y по X ;
 s_{η} — ошибка корреляционного отношения;
 cov — ковариация;
 $s^2_{\Phi}, s^2_r, s^2_{\Pi}$ — изменчивость (дисперсия) фенотипическая, генотипическая и паратипическая (модификационная);
 h^2 — коэффициент наследуемости;
 Σ — сумма, знак суммирования;
 \pm — доверительный интервал.

**КРАТКИЙ УКАЗАТЕЛЬ ТЕРМИНОВ МЕТОДИКИ
ПОЛЕВОГО ОПЫТА И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ**

- Асимметричное или—распределение, отличающееся от нормального увели-
скошенное распе- чением частот правой или левой части вариацион-
деление ной кривой
- Блок — часть повторения, компактная группа нескольких де-
лянок опыта; в зарубежной литературе термин при-
меняется как для обозначения обычных повторений
(см. повторение), так и собственно блоков — непол-
ных повторений
- Вариант опыта — изучаемое растение, сорт, условия возделывания,
агротехнический прием или их сочетание
- Вариабельность (из— свойство условных единиц — растений, урожаев на
менчивость) параллельных делянках полевого опыта и т. п. от-
личаться друг от друга даже в однородных сово-
купностях
- Вариационный ряд — ряд данных, в которых указаны значения варьирую-
щего признака в порядке возрастания или убывания
и соответствующие им численности объектов — час-
тоты
- Вероятность — мера объективной возможности события, отношение
числа благоприятных случаев к общему числу всех
возможных случаев. Обозначается вероятность бук-
вой Р
- Выключка — часть учетной делянки, исключенной из учета вслед-
ствие случайных повреждений или ошибок, допущен-
ных при проведении опыта
- Дактиль-метод — стандартное размещение вариантов, при котором
контрольный вариант (стандарт) размещается через
два опытных
- Делянка опытная — элементарная единица полевого опыта, часть площа-
ди опыта, имеющая определенный размер и форму
и предназначенная для размещения отдельного ва-
рианта
- Делянка учетная — часть площади опытной делянки, предназначенной
для учета урожая (без боковых и концевых защи-
ток)
- Дисперсия выбороч- — показатель вариации, изменчивости изучаемого при-
ная зная
- Дисперсионный ана- метод анализа результатов эксперимента, заключаю-
лиз щийся в разложении общей изменчивости резуль-
тативного признака, например урожая, на части —
компоненты, соответствующие повторениям, вариан-
там, ошибкам случайного порядка и т. д. значи-
мость действия и взаимодействия изучаемых факто-
ров оценивают по F-критерию и HSP_{05} .
- Достоверность опыта — правильно спланированные и реализованные схема
и методика проведения опыта, соответствие их по-
ставленным перед исследователем задачам, правиль-
ный выбор объекта, условий проведения опыта и
метода статистической обработки данных
- Дробный учет — учет урожая рекогноспировочного посева одинако-
выми (10—50—100 м²) делянками
- Защитная полоса, за- — краевые (боковые и концевые) части делянок, ко-
щитка торые не подвергаются учету и служат для исклю-
чения влияния растений соседних вариантов, для
предохранения учетной части делянки от случайных
повреждений, для разворота машин и орудий и т. п.

| | | |
|-------------------------------------|---|---|
| Значимость (сущность) | — | мера объективной возможности (риск) сделать ошибочное заключение при оценке результатов опыта. При оценке результатов полевого опыта принято опираться на 5%-ный уровень значимости, при котором риск сделать ошибочное заключение составляет 5%. При более строгой оценке принимают 1%-ный уровень значимости. |
| Изменчивость | — | вариабельность, вариация, колеблемость индивидуальных значений признаков X около среднего значения \bar{x} . Основной мерой изменчивости является дисперсия S^2 и стандартное отклонение S . |
| Контроль (стандарт) | — | один или несколько вариантов, с которыми сравнивают опытные варианты |
| Корректирующий фактор | — | поправка в дисперсионном анализе при расчете сумм квадратов отклонений от условной и средней произвольного начала. Обозначается буквой C . |
| Корреляционный анализ | — | статистический метод определения тесноты и формы связи между признаками |
| Корреляция | — | взаимосвязь между признаками, заключающаяся в том, что средняя величина значений одного признака меняется в зависимости от изменения другого признака |
| Коэффициент вариации (изменчивости) | — | относительный показатель изменчивости признака, представляет отношение стандартного отклонения S к средней арифметической, выраженное в процентах. Обозначается буквой V |
| Коэффициент детерминации | — | d_{yx} показывает процент (долю) тех изменений, которые в данном явлении зависят от изучаемого фактора; равняется квадрату коэффициента корреляции r^2 |
| Коэффициент связи | — | статистический показатель тесноты (силы) связи. Обозначается буквой g |
| Коэффициент регрессии | — | b_{yx} — число, показывающее, в каком направлении и на какую величину изменяется в среднем зависимая переменная y (результативный признак) при изменении независимой переменной X на единицу измерения |
| Латинский квадрат | — | схема рендомизированного (случайного) размещения вариантов в полевым опыте, в котором делянки располагаются рядами и столбцами (4×4 , 5×5 , 6×6 и т. д.). В каждом ряду и столбце должен быть полный набор вариантов схемы (повторения) и, следовательно, в латинском квадрате число повторений равно числу вариантов, и общее число делянок равно квадрату числа вариантов |
| Латинский угольник | — | схема рендомизированного (случайного) размещения вариантов в полевым опыте. В основе лежит латинский квадрат, который и определяет повторность опыта, число рядов и столбцов. Число вариантов должно быть кратным повторности ($4 \times 4 \times 3$), (повторность $n=4$, число вариантов $l=4$, $4 \times 3=12$). |
| Методика опыта | — | совокупность слагающих ее элементов: число вариантов, площадь делянок, их форма и направление, повторность, система размещения вариантов, повторений и делянок на территории, метод учета урожая, организация опыта во времени, а также метод статистического анализа данных |

| | |
|--|--|
| Метод расщепленных— (сложных) делянок | эксперимент, в котором делянки одного опыта используются как блоки для другого. Делянки первого порядка расщепляются на делянки второго порядка, а последние на более мелкие делянки третьего порядка. Метод расщепленных делянок с рендомизированным размещением вариантов используют для закладки многофакторных опытов |
| Метод рендомизиро— ванных (случай— ных) повторений | эксперимент, в котором варианты по делянкам размещены в случайном порядке по таблице случайных чисел или по жребию. Это наиболее распространенный метод размещения вариантов |
| Наименьшая сущест— венная разность (НСР) | величина, указывающая границу возможных случайных отклонений в эксперименте; это та минимальная разность в урожаях между средними, которая в данном опыте признается существенной при 5%-ном (НСР ₀₅) или 1%-ном (НСР ₀₁) уровне значимости |
| Ошибка опыта, вы— борки | мера расхождения между результатами выборочного исследования и истинным значением измеряемой величины. При обработке результатов полевого опыта методом дисперсионного анализа определяется обобщенная ошибка средних, выражаемая в тех же единицах измерения, что и изучаемый признак. Ошибка $S_{\bar{x}}$, выраженная в процентах от соответствующей средней, называется относительной ошибкой опыта или выборки ($S_{\bar{x}}\%$). В полевом опыте величина $S_{\bar{x}}\%$ (старое обозначение $m\%$ или P) часто без учета уровня урожайности используется в качестве показателя, характеризующего «точность полевого опыта» |
| Повторение | — часть площади опытного участка, включающего делянки с полным набором вариантов схемы опыта |
| Повторность | — число одноименных делянок каждого варианта в данном полевом опыте. Повторность опыта во времени — число лет испытания агротехнических приемов или сортов |
| Полевой опыт | — исследование, осуществляемое в полевой обстановке на специально выделенном участке для оценки действия различных вариантов (сортов) на урожай растений и его качество |
| Производственный сельскохозяйствен— ный опыт | — комплексное исследование, которое проводится непосредственно в производственных условиях бригадами, отделениями, хозяйствами или группой хозяйств и отвечает конкретным задачам самого материального производства, его развития и совершенствования |
| Уравнительный посев | — сплошной посев одной культуры для повышения плодородия почвы участка, выбранного для закладки опыта |
| Уровень значимости | — риск сделать ошибочное заключение. В агрономических исследованиях допускается 5 и 1%. Обозначается буквой P_1 . |
| Учет урожая сплош— ной | метод учета урожая, при котором всю товарную часть продукции (зерно, клубни, волокно, сено и т. п.) взвешивают и учитывают со всей площади каждой учетной делянки полевого опыта |
| Учет урожая по пробным снопам | метод учета урожая, при котором взвешивают и учитывают общую массу урожая со всей площади каждой учетной делянки, а товарную его часть (зерно, сено и т. п.) рассчитывают по данным учета с пробных снопов, отбираемых от общей массы урожая перед ее взвешиванием в поле |

| | |
|--|---|
| Факториальный опыт (ПФЭ) | — многофакторный опыт, схема которого включает все возможные сочетания (комбинации) факторов, что позволяет установить действие и взаимодействие изучаемых факторов |
| Рекогносцировочный посев (разведывательный) | — сплошной посев одной культуры, предшествующий закладке полевого опыта и проводимый для выявления степени однородности (путем дробного учета урожая) почвенного плодородия на площади опыта |
| Рандомизированное (случайное) размещение вариантов | — такое расположение полевого опыта, когда порядок следования вариантов в каждом повторении определяется по жребию или таблице случайных чисел |
| Систематическое размещение вариантов | — порядок следования вариантов в каждом повторении подчиняется определенной системе (последовательно, в шахматном порядке) |
| Стандартное размещение вариантов | — такое расположение полевого опыта, когда контрольные варианты (стандарты) располагаются через 1—2 опытных варианта |
| Схема опыта | — совокупность опытных и контрольных вариантов, объединенных общей идеей |
| Типичность (репрезентативность) | — соответствие условий его проведения почвенно-климатическим и агротехническим условиям сельскохозяйственного производства данной зоны |
| Точность опыта (относительная ошибка) $S_x\%$ | — ошибка средней $S_x\%$, выраженная в процентах от соответствующей средней (см. ошибка опыта) |
| Число степеней свободы | — число свободно варьирующих величин. Обозначается буквой ν и в простейшем случае равно числу всех наблюдений минус единица ($n-1$). |
| Шахматное размещение вариантов | — разновидность систематического размещения, когда повторения в опыте располагаются в несколько ярусов и для более равномерного размещения вариантов по площади опыта расположение их в каждом ярусе сдвигается на частное от деления числа вариантов на число ярусов |
| Ямб-метод | — стандартное размещение вариантов, при котором опытный вариант чередуется со стандартом |

УКАЗАТЕЛЬ ЛИТЕРАТУРЫ

- Веденяпин Г. В. Общая методика экспериментального исследования и обработки опытных данных. — М.: Колос, 1973, 195 с.
- Дмитриев Е. А. Математическая статистика в почвоведении. Изд. МГУ, 1972, 291 с.
- Зайцев Г. Н. Методика биометрических расчетов. — М.: Наука, 1973, 256 с.
- Лакин Г. Ф. Биометрия. — М.: Высшая школа, 1980, 292 с.
- Литтл Т., Хиллз Ф. Сельскохозяйственное дело. Планирование и анализ. Пер. с англ. — М.: Колос, 1981, 320 с.
- Методика государственного сортоиспытания сельскохозяйственных культур. Вып. 1—3, М.: Колос, 1971, 1972, 719 с.
- Методика изучения особенностей роста и агротехники возделывания сельскохозяйственных культур на полях, защищенных лесными полосами. Волгоград, 1970, 37 с.
- Методика опытов на сенокосах и пастбищах. Ч. 1—2. — М.: Изд. Всесоюзного НИИ кормов, 1971, 404 с.
- Методика полевых и вегетационных опытов с удобрениями и гербицидами. — М.: Наука, 1967, 180 с.
- Методические рекомендации по проведению опытов с овощными культурами в сооружениях защищенного грунта. М.: ВАСХНИЛ, 1976, 107 с.
- Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. — М.: Наука, 1971, 576 с.
- Пирс С. Полевые опыты с плодовыми деревьями. Пер. с англ. — М.: Колос, 1969, 244 с.
- Проведение многофакторных опытов с удобрениями и математический анализ их результатов. М., ВАСХНИЛ, 1976, 111 с.
- Снедекор Д. У. Статистические методы в применении к исследованиям в сельском хозяйстве и биологии. Пер. с англ. — М.: Сельхозгиз, 1961, 497 с.
- Урбах В. Ю. Биометрические методы. — М.: Наука, 1964, 410 с.
- Финни Д. Введение в теорию планирования экспериментов. Пер. с англ. — М.: Наука, 1970, 280 с.
- Юдин Ф. А. Методика агрохимических исследований. — М.: Колос, 1971, 272 с.
- Баров В., Шанин И. Методика на полския опит. София, 1965, 320 с.
- Biometrische Versuchsplanung. Berlin, 1972, 355 p.
- Duke G. V. Comparative Experiments with Field Crops. London, 1974, 211 p.
- Pearce S. C. Field Experimentation with Fruit Trees and other perennial Plants. Commonwealth Agricultural Bureaux, England, 1976, 182 p.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Альтернативная изменчивость 157
Анализ дисперсионный 207
— ковариационный 301
— корреляционный 269
— наследуемости 365
— регрессионный 269
Асимметрия 170
- Вариант опыта 13
Варьирование плодородия почвы 27
— закономерное и случайное 29
Вариационный ряд 156
Взаимодействие факторов 23, 75
Восстановление дат в полевом опыте 236, 242
Выборка 84, 155
— репрезентативная 85
Выключка, браковка 95
Выравнивание графическое и аналитическое 294
- Генеральная совокупность 155
Гистограмма 159
Градации факторов 73
Группировка вариантов 216
- Делянка 46, 51
Дисперсионный анализ 207
— — основы метода 208
— — схемы 210, 213
— — примеры 224, 228, 232, 242, 249
Дисперсия 160
Доверительная вероятность 168
Доверительный интервал 190
Документация, отчетность 148
Доля признака 165
Достоверность опыта 21
Дробный учет 29
- Защитная полоса 50
Звездочка (*, **, ***) 215
Значимость (существенность) 168
- Изменчивость (типы) 156
Индекс детерминации 291
Интервал группировки 157
— доверительный 190
Исключение крайних вариантов 196
- Ковариация 301
Кодирование 174
Контроль, стандарт 13
Корректирующий фактор 209, 222
Корреляционное отношение 290
- Корреляция 269
Коэффициент вариации 162
— выравненности 163
— детерминации 271
— корреляции 270
— корреляции множественной 287
— множественной детерминации 288
— наследуемости 308
— ранговой корреляции 300
— регрессии 273
Кривая отклика 74
Критерий линейной корреляции 292
— Стьюдента t 170
— тау (τ) 197
— Фишера F 172
— хи-квадрат (χ^2) 172
- Латинский квадрат 65
— прямоугольник 66
Линейная регрессия 269
- Математическая статистика 154
Матрица планирования 77
Метод вегетационный 13
— вегетационно-полевой 15
— лабораторный 13
— лизиметрический 14
— полевой 16
— пробитов 313
Методика полевого опыта 40
- Наблюдения 11, 16
Наименьшая существенная разность 191
Нормальное распределение 167
Нулевая гипотеза 188
- Область разброса 277, 284
Обобщенная ошибка 214
Объем выборки 88
Опыт (эксперимент) 11, 12
— виды 20, 11, 23
— в рендомизированных повторениях 63
— — латинском квадрате и прямоугольнике 65, 66
— — районах эрозии 107
— на пастбищах 133
— — сенокосах 132
— полностью рендомизированный 62
— при орошении 104
— с виноградом 129
— — овощными 117, 120

- — плодовыми 122
- — систематическим размещением 53
- — расщепленными делянками 68
- со смешиванием 70
- среди лесных полос 115
- стандартный 52
- условный, однородный 57
- факториальный 75
- Оценка выборочная 169, 189
- интервальная 189
- точечная 189
- Ошибка (классификация ошибок) 21, 22
- Ошибка 163
- выборки 163, 175
- доли 166
- корреляции 271
- I и II рода 189
- опыта 21
- отдельного наблюдения 162
- предельная 162
- разности 193
- — редких событий 196

- Параметр 169
- Планирование 72
- многофакторного опыта 75
- объема выборки 84
- однофакторного опыта
- Повторение 41, 46
- неорганизованное 62
- организованное 63
- Повторность 41
- Полный факториальный эксперимент 75
- Поправки на изреженность 100
- Преобразования 217
- Пробит-анализ 313
- Пробный снап 100
- Производственный опыт 26
- Произвольное начало 162

- Разложение при дисперсионном анализе 208, 211
- Размах варьирования 158
- Размещение вариантов 52
- рендомизированное 61
- систематическое 53
- стандартное 52
- шахматное 53
- Распределение 157
- графическое 159, 168, 169
- нормальное 167
- Пуассона 173
- теоретическое 167
- эксцессивное 170

- Рассеяние, дисперсия 160
- Расщепление делянки 68
- Регрессия 269
- Рекогносцировочный посев 28
- Рендомизация 61
- полная 62
- с опраничениями 62, 65, 66, 68, 70
- Рендомизированные повторения 63
- Репрезентативность выборки 85
- опыта 18

- Сглаживание, выравнивание 294
- Систематические ошибки 21, 22
- Случайные ошибки 21
- Случайные числа 61
- Смешивание 70
- Совокупность 156
- Сравнение двух средних с помощью *t*-критерия 193
- нескольких средних методом дисперсионного анализа 207, 214
- Средний квадрат (дисперсия) 160
- Средняя арифметическая 160
- взвешенная 160
- скользящая 29, 294
- Стандартное отклонение 160
- Стоковая площадка 108
- Сумма квадратов 160
- Существенность (значимость) 168
- Схема опыта 13

- Типичность опыта 15
- Точечная оценка 189
- диаграмма (график) 279, 284
- Требования к полевому опыту 18

- Уравнение регрессии 272
- Уравнительный посев 38
- Уровень вероятности 168
- значимости 168
- Учет урожая 95
- Учеты и наблюдения в полевым опыте 84
- — дисперсионный анализ 263

- Факториальный опыт
- Функциональная зависимость 267

- Частота 158
- Число степеней свободы 161

- Шахматное расположение 53
- Эффект взаимодействия 23, 256

О Г Л А В Л Е Н И Е

Часть первая

МЕТОДИКА ОПЫТНОГО ДЕЛА

| | |
|---|-----|
| Глава 1. Основные понятия. Полевой опыт и его особенности . . . | 9 |
| § 1. Методы научной агрономии | 9 |
| § 2. Требования к полевому опыту | 18 |
| § 3. Виды полевых опытов | 23 |
| Глава 2. Особенности условий проведения полевого опыта, выбор и подготовка земельного участка | 26 |
| § 1. Особенности условий проведения полевого опыта | 26 |
| § 2. Выбор и подготовка земельного участка для опыта | 34 |
| Глава 3. Основные элементы методики полевого опыта | 40 |
| § 1. Число вариантов | 41 |
| § 2. Повторность и повторение | 41 |
| § 3. Площадь, направление и форма делянки | 46 |
| Глава 4. Размещение вариантов в полевом опыте | 52 |
| § 1. Классификация методов размещения вариантов | 52 |
| § 2. Эффективность систематического и рендомизированного размещения вариантов | 55 |
| § 3. Рендомизированные методы размещения вариантов | 61 |
| Глава 5. Планирование полевого эксперимента | 72 |
| § 1. Планирование эксперимента | 72 |
| § 2. Планирование наблюдений и учетов | 84 |
| Глава 6. Техника закладки и проведения полевых опытов | 88 |
| § 1. Разбивка опытного участка | 89 |
| § 2. Полевые работы на опытном участке | 91 |
| § 3. Учет урожая | 95 |
| § 4. Первичная обработка данных | 101 |
| Глава 7. Особенности проведения опытов в условиях орошения | 104 |
| Глава 8. Методика полевых опытов по защите почв от эрозии | 107 |
| § 1. Опыты по защите почв от водной эрозии | 108 |
| § 2. Опыты по защите почв от ветровой эрозии | 113 |
| § 3. Опыты на полях, защищенных лесными полосами | 115 |
| Глава 9. Опыты с овощными, плодовыми культурами и виноградом | 117 |
| § 1. Опыты с овощными культурами открытого грунта | 117 |
| § 2. Опыты с овощными культурами в сооружениях защищенного грунта | 120 |
| § 3. Плодовые и ягодные культуры | 122 |
| § 4. Виноград | 129 |
| Глава 10. Опыты на сенокосах и пастбищах | 132 |
| § 1. Опыты на сенокосах | 134 |
| § 2. Опыты на пастбищах | 135 |
| Глава 11. Постановка полевых опытов в колхозах и совхозах | 141 |
| Глава 12. Документация и отчетность в научно-исследовательской работе | 148 |
| | 349 |

**ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ
РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ**

| | |
|--|-----|
| Глава 13. Задачи математической статистики. Совокупность и выборка | 154 |
| Глава 14. Эмпирические и теоретические распределения | 157 |
| § 1. Распределение частот и его графическое изображение | 157 |
| § 2. Статистические характеристики количественной и качественной изменчивости | 160 |
| § 3. Теоретические распределения | 167 |
| Глава 15. Вычисление статистических характеристик выборки при количественной изменчивости признака | 174 |
| § 1. Малые выборки (несгруппированные данные) | 176 |
| § 2. Большие выборки (сгруппированные данные) | 178 |
| Глава 16. Вычисление статистических характеристик выборки при изучении качественных признаков | 185 |
| Глава 17. Статистические методы проверки гипотез | 188 |
| § 1. Точечная и интервальные оценки параметров распределения | 189 |
| § 2. Оценка существенности разности выборочных средних по t-критерию | 193 |
| § 3. Проверка гипотезы о принадлежности «сомнительной» варианты к совокупности | 196 |
| § 4. Оценка соответствия между наблюдаемыми и ожидаемыми (теоретическими) распределениями по критерию χ^2 | 199 |
| § 5. Оценка различий между дисперсиями по критерию F | 207 |
| Глава 18. Дисперсионный анализ | 207 |
| § 1. Основы метода | 207 |
| § 2. Оценка существенности разностей между средними | 214 |
| § 3. Преобразования | 217 |
| § 4. Простой пример дисперсионного анализа | 218 |
| Глава 19. Дисперсионный анализ данных вегетационного опыта | 223 |
| § 1. Однофакторный опыт | 223 |
| § 2. Многофакторный опыт | 228 |
| Глава 20. Дисперсионный анализ данных однофакторного полевого опыта с однолетними и многолетними культурами | 230 |
| § 1. Обработка данных опыта, проведенного методом рендомизированных повторений | 231 |
| Обработка опытов с однолетними культурами | 231 |
| Обработка опытов с многолетними культурами | 239 |
| § 2. Латинский квадрат и прямоугольник | 241 |
| § 3. Обработка опытов, проведенных стандартными методами | 245 |
| Глава 21. Дисперсионный анализ данных многофакторного полевого опыта | 248 |
| § 1. Обработка опытов, проведенных методом рендомизированных повторений | 248 |
| § 2. Обработка опытов, проведенных методом расщепленных делянок | 256 |
| § 3. Обработка опытов, проведенных методом смешивания | 260 |
| Глава 22. Дисперсионный анализ данных наблюдений и учетов в полевого опыте | 263 |
| Глава 23. Корреляция, регрессия и ковариация | 268 |
| § 1. Линейная корреляция и регрессия | 269 |

| | |
|---|-----|
| § 2. Частная и множественная линейные корреляции и регрессии | 285 |
| § 3. Криволинейная корреляция и регрессия | 290 |
| § 4. Корреляция качественных признаков | 297 |
| § 5. Ковариация | 301 |
| Глава 24. Определение коэффициента наследуемости | 308 |
| Глава 25. Пробит-анализ | 313 |
| Приложения | 317 |
| 1. Значения критерия t на 5, 1 и 0,1%-ном уровне значимости | 317 |
| 2. Значения критерия F на 5%-ном уровне значимости (вероятность 95%) | 318 |
| 3. Значения критерия F на 1%-ном уровне значимости (вероятность 99%) | 319 |
| 4. Значение критерия χ^2 | 320 |
| 5. Углы, соответствующие процентам угол-арксинус $\sqrt{\text{процент}}$ | 321 |
| 6. Таблицы случайных чисел | 324 |
| 7. Плотность вероятности нормального распределения $\Phi(t)$ | 325 |
| 8. Таблица квадратных корней и квадратов | 326 |
| 9. Соотношение между величиной r и z | |
| 10. Критические значения коэффициента корреляции на 5%-ном и 1%-ном уровне значимости | 338 |
| 11. Общие сведения об опыте | 338 |
| 12. План размещения опыта в натуре | 339 |
| 13. История участка, выделенного под опыт | 339 |
| 14. Агрохимическая характеристика почвы перед закладкой опыта | 340 |
| Краткий указатель символов | 341 |
| Краткий указатель терминов методики полевого опыта и математической статистики | 342 |
| Указатель литературы | 346 |
| Предметный указатель | 347 |

Борис Александрович Доспехов
МЕТОДИКА ПОЛЕВОГО ОПЫТА
(С ОСНОВАМИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ
РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ)

Зав. редакцией *Б. Ф. Дубинин*
Редактор *Г. Б. Чепорова*
Художественный редактор *О. М. Соркина*
Технический редактор *Е. В. Соломович*
Корректоры *Л. В. Зайцева, Н. Э. Аухатова*

ИБ № 3911

Сдано в набор 02.01.85. Подписано к печати 29.03.85. Т-08340. Формат 60×90^{1/16}.
Бумага тип. № 2. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 22.
Усл. кр.-отг. 22. Уч.-изд. л. 25,31. Изд. № 298.
Тираж 30 000 экз. Заказ № 724. Цена 1 р. 20 к.

Ордена Трудового Красного Знамени ВО «Агропромиздат»,
107807, ГСП, Москва, Б-53, ул. Садовая-Спаская, 18.

Московская типография № 11 Союзполиграфпрома при Государственном комитете
СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
Москва, 113105, Нагатинская ул., д. 1.