

ВВЕДЕНИЕ

Определение показателей надежности производится путем обработки статистической информации, полученной в результате испытаний или наблюдений за конкретными объектами.

Если во время испытаний у каждого объекта выборочной совокупности будет зафиксирован интересующий исследователя показатель надежности, то полученную таким образом информацию называют полной. Однако нередко случается, когда не удается довести испытания до конца. Если же испытания ограничивают по времени или наработке объектов и за это время или наработку не у всех объектов выборочной совокупности зафиксирован показатель надежности, то такую информацию называют усеченной. При этом возможны также случаи преждевременного снятия с испытаний объектов, у которых не зафиксирован показатель надежности и время или наработка которых не достигли заранее оговоренных условиями испытаний значений. Досрочное снятие машин с испытаний возможно при хозяйственной необходимости, авариях, пожарах и других непредвиденных обстоятельствах. Полученную по такой методике испытаний информацию называют многократно усеченной, а преждевременно снятые с испытаний машины – приостановленными.

Обработку статистической информации по показателям надежности проводят аналитическими и графическими методами. Кроме того, используются другие аналитические методы, например, метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия и др. Они требуют довольно громоздких вычислений и поэтому обычно проводятся с помощью компьютерных программ, например, таких как STATISTICA, EXCEL, BASIC и т. п.

Для обработки усеченной и многократно усеченной информации указанные выше аналитические методы непригодны, так как в этом случае будет неверным определять показатели надежности только по вышедшим из строя деталям. Обработка результатов незавершенных испытаний производится методом Джонсона, который широко используется на практике.

Хотя аналитические методы и дают более точные данные, в инженерной практике для обработки информации по показателям надежности все шире используют более простые и в то же время достаточно точные графические методы. К достоинствам графических методов обработки информации относится возможность обработки всех видов информации: полной, усеченной и многократно усеченной.

Цель лабораторной работы – освоение методики и получение практических навыков обработки информации по показателям надежности графическими методами.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Кривая накопленных опытных вероятностей, или интегральная кривая теоретического закона распределения, носит естественно криволинейный характер. По внешнему виду этой кривой трудно определить, какому закону подчиняется рассеивание показателя надежности, и невозможно определить параметры этого закона. Построение графиков функции распределения случайной величины в равномерных координатах является трудоемким в связи со сложностью соответствующих уравнений. Кроме того, в случае усеченной информации и известного закона распределения на такой график удаётся нанести только лишь начальные точки информации, по которым трудно судить о дальнейшем характере изменения кривой.

Для обработки информации графическими методами на оси абсцисс и ординат необходимо нанести такую разметку, при которой интегральная кривая отказности приняла бы вид прямой линии (интегральная прямая). Основным принцип графического метода подбора вида распределения и определения его параметров состоит в выборе такой системы координат, в которой график функции распределения $F(t)$ случайной величины t становится прямой линией. Эта процедура значительно упрощается путем использования *вероятностной сетки* (*вероятностной бумаги*), вид которой представлен в приложении А. На вероятностной бумаге в прямоугольной системе координат по оси ординат наносится шкала, соответствующая интегральной функции закона распределения $F(t)$, а по оси абсцисс – линейная t или логарифмическая шкала $\ln t$.

Для каждого закона распределения существуют свои преобразования координат, обращающие график интегральной функции $F(t)$ в прямую линию. Для экспоненциального и нормального законов преобразуется масштаб только по вертикальной оси, по оси аргумента он остается линейным. Для логарифмически нормального закона и распределения Вейбулла масштабы по обеим осям нелинейны (по оси аргумента шкала логарифмическая). Тип сетки, на которой экспериментальные точки располагаются около прямой линии наиболее точно, указывает на наилучший аппроксимирующий теоретический закон.

Вероятностные координатные сетки (вероятностные бумаги) используются как для проверки согласия эмпирического распределения с теоретическим (в этом случае полученные результаты испытаний в

виде точек располагаются вдоль прямой линии), так и для оценки параметров распределения (по углу наклона прямой и отрезкам, которые она отсекает на осях координат).

При отсутствии вероятностной бумаги для конкретного закона распределения для выпрямления интегральной кривой используют два метода.

При первом методе значения функции по оси ординат, например, 0,01; 0,05; 0,10; 0,20 и т. д. наносят не на равных расстояниях одно относительно другого, а пропорционально указанным квантилям.

При втором методе для выпрямления кривой функции распределения применяют логарифмическую ось координат.

2. МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ПРИ ЗАКОНЕ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Выпрямление кривой функции распределения отказности при законе нормального распределения (ЗНР) выполняют первым методом. Для получения расчетных формул рассмотрим график центрированной и нормированной интегральной функции (рис. 2.1). При этом минимальное значение функции примем $F_0(t) = 0,01$, максимальное $F_0(t) = 0,99$, так как при 0 и 1 значения функции уходят в $\pm\infty$. Нанесем эти точки на ось ординат. В табл. Б.1 приложения Б значения квантилей приведены для функций от 0,5 до 0,99, так как верхняя часть этой таблицы – зеркальное отображение ее нижней части. Квантиль $H_K(0,5) = 0$. Для симметрично расположенных относительно $F(t) = 0,5$ точек на оси ординат квантили равны между собой. Так, квантили $H_K(0,4) = H_K(0,6) = 0,253$, $H_K(0,01) = H_K(0,99) = 2,326 = 2,33$.

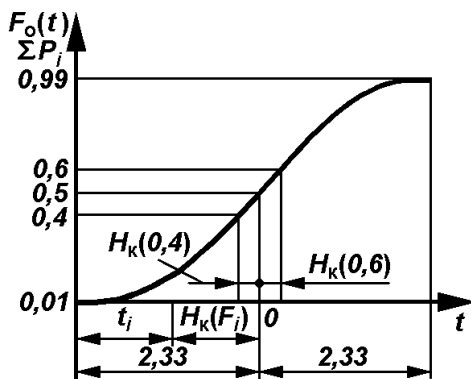


Рис. 2.1. Схема определения координаты y_j при законе нормального распределения

Для определения положения точки t_i на оси абсцисс необходимо из отрезка 2,33 вычесть или прибавить (в зависимости от положения точки относительно $H_k(0,5) = 0$) квантиль интегральной функции или накопленной опытной вероятности $\sum_1^i p_i$, соответствующий этой точке. Тогда координату точки по оси ординат, мм, находят следующим образом:

$$y_i = 50 \left[2,33 \pm H_k \left(\sum_1^i p_i \right) \right], \quad (2.1)$$

где 50 – масштаб построения оси ординат, мм/квантиль;

$\sum_1^i p_i$ – накопленная опытная вероятность i -го отказавшего объекта.

При $\sum_1^i p_i < 0,5$ $H_k \left(\sum_1^i p_i \right)$ принимают с минусом, при $\sum_1^i p_i > 0,5$ $H_k \left(\sum_1^i p_i \right)$ – с плюсом.

Накопленная опытная вероятность

$$\sum_1^i p_i = \frac{N_i^o}{N+1}, \quad (2.2)$$

где N_i^o – порядковый номер i -й точки в таблице исходной информации;

N – общее число точек в информации.

Координату точки по оси абсцисс (мм) определяют по уравнению

$$x_i = M_x t_i, \quad (2.3)$$

где M_x – масштаб оси абсцисс;

t_i – значение i -го показателя надежности.

Определив y_i и x_i для 6 – 7 точек, равномерно расположенных в таблице исходной информации, наносят эти точки на график с прямоугольными координатами (рис. 2.2). Не рекомендуется за расчетные точки принимать первые и последние точки информации, так как они могут быть выпадающими. Обычно за первую расчетную точку принимают точку, накопленная опытная вероятность которой $\sum_1^i p_i = 0,10 \dots 0,15$, за последнюю – $\sum_1^i p_i = 0,85 \dots 0,95$.

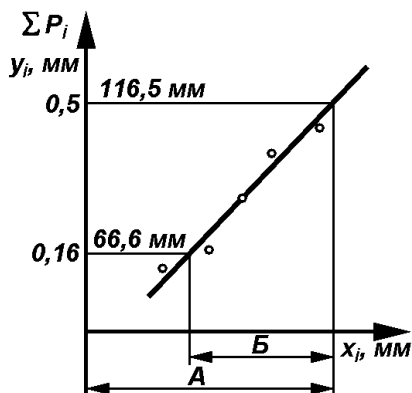


Рис. 2.2. Схема определения \bar{t} и σ по интегральной прямой отказности закона нормального распределения

Через опытные точки проводят прямую линию с таким расчетом, чтобы с каждой ее стороны располагалось одинаковое число точек, а их расстояния от прямой были бы примерно одинаковыми. Через точку на оси ординат $\sum_1^i p_i = 0,5$ (находится на расстоянии 116,5 мм от начала координат) проводят горизонтальную линию до пересечения с интегральной прямой. Из точки пересечения на ось абсцисс опускают перпендикуляр. Отрезок A на оси абсцисс соответствует в заданном масштабе среднему значению показателя надежности $\bar{t} = A$, мм/ M_x .

Среднее квадратическое отклонение σ определяют графическим методом на основании уравнения

$$\sigma = (\bar{t} - t_i) / H_k(F_i). \quad (2.4)$$

При $H_k(F_i) = 1,0$ $\sigma = \bar{t} - t_i$. Из табл. Б.1 приложения Б находим $H_k(F_i) \approx 1,0$ при $F_i = 0,16$ или $F_i = 0,84$. Следовательно, значение σ равно длине отрезка B (разность абсциссы A и абсциссы точки пересечения горизонтали $\sum_1^i p_i = 0,16$, проведенной на расстоянии 66,6 мм от начала координат). Среднее квадратическое отклонение $\sigma = B$, мм/ M_x .

3. МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ ПРИ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЙБУЛЛА

Интегральную кривую отказности закона распределения Вейбулла выпрямляют в интегральную прямую посредством логарифмических осей координат. Координаты опытных точек (мм) определяют по следующим уравнениям:

$$x_i = M_x \lg(t_i - C); \quad (3.1)$$

$$y_i = M_y \left[2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - \sum_1^i p_i} \right], \quad (3.2)$$

где M_x и M_y – масштабы построения осей абсцисс и ординат;

t_i – значение показателя надежности;

C – смещение начала рассеивания показателя надежности;

$\sum_1^i p_i$ – накопленная опытная вероятность.

Уравнение (3.2) получено двойным логарифмированием интегральной функции отказности закона распределения Вейбулла

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b}.$$

Накопленную опытную вероятность находят по уравнению (2.2).

На график с прямоугольными осями координат (рис. 3.1) наносят опытные точки, по которым проводят интегральную прямую. Через точку оси ординат, соответствующей $\sum_1^i p_i = 0,63$ (находится на расстоянии 100,3 мм от начала координат), проводят горизонталь до пересечения с интегральной прямой. Точку пересечения проектируют на ось абсцисс. Отрезок x_a соответствует параметру a закона распределения Вейбулла.

Горизонталь проводят через $\sum_1^i p_i = 0,63$, потому что $F(t)$ или

$\sum_1^i p_i = 0,63$ при $(t_i - C)/a = 1$. Отсюда можно заключить, что при этом условии $t_i - C = a$.

Параметр a находят по длине отрезка x_a , используя уравнение

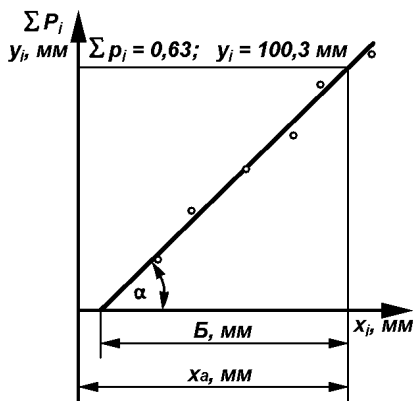


Рис. 3.1. Схема определения параметров a и b закона распределения Вейбулла

$$a = \text{анти лг} \frac{x_a}{100}. \quad (3.3)$$

Далее интегральную прямую продляют до пересечения с осью абсцисс и получают отрезок B , по длине которого вычисляют параметр b .

Параметр b можно определить как

$$b = \text{tg} \alpha = \frac{100,3 \cdot 2}{B} \approx \frac{200}{B}. \quad (3.4)$$

Катет 100,3 мм умножаем на 2 для приведения катетов треугольника к одному масштабу.

Среднее значение показателя надежности и среднее квадратическое отклонение вычисляют по следующим уравнениям:

$$\bar{t} = aK_b + C; \quad (3.5)$$

$$\sigma = aC_b, \quad (3.6)$$

где K_b и C_b – коэффициенты, определяемые по табл. В.1 приложения В и значению b .

4. МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ МНОГОКРАТНО УСЕЧЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ

Особенность этой методики покажем на простом примере. Предположим, что испытывали пять машин. Четыре машины отказали при наработках 1000, 2000, 2500 и 3000 ч, а одна машина выбыла с испытаний при наработке 1500 ч в работоспособном состоянии (приостановленная машина). Как в этом случае рассчитать средний ресурс машины?

Наиболее просто средний ресурс можно определить как среднеарифметическую величину без учета и с учетом наработки приостановленной машины:

$$\bar{T} = (1000 + 2000 + 2500 + 3000) : 4 \text{ ч} = 2125 \text{ ч};$$

$$\bar{T} = (1000 + 1500 + 2000 + 2500 + 3000) : 5 \text{ ч} = 2000 \text{ ч}.$$

Однако оба эти расчета неправомерны, так как в первом случае не принимают в расчет приостановленную машину, а во втором случае ее зачисляют в разряд отказавших, хотя это не соответствует действительности.

Более точно средний ресурс можно рассчитать с учетом вероятности отказа приостановленной машины, если предположить, что она продолжала бы работать после наработки в момент выбытия с испытаний.

Изображают пять испытываемых машин в виде прямоугольников (рис. 4.1). Если бы приостановленная машина продолжала работать, то она с равной вероятностью могла бы отказаться во 2,3,4 или 5-м интервале, кроме 1-го. Вероятность отказа в каждом из этих интервалов

$$p_i = \frac{1}{n-1} = \frac{1}{5-1} = 0,25,$$

где n – число интервалов наработки.

| Номер машины | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|--------|-----------|--------|--------|--------|
| Наработка, ч | 1000 | 1500 | 2000 | 2500 | 3000 |
| Номер интервала наработки j | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Номер отказавшей N_o -й или приостановленной $N_{пр}$ -й машины | N_o1 | $N_{пр}1$ | N_o2 | N_o3 | N_o4 |
| Вероятность отказа приостановленной машины в j -м интервале наработки p_i | – | 0,25 | 0,25 | 0,25 | 0,25 |
| Порядковый номер отказавшей машины N_i^o | 1,00 | – | 2,25 | 3,50 | 4,75 |

Рис. 4.1. Схема расчета порядковых номеров отказавших машин

Вместо номеров фактически отказавших машин N_o введем понятие порядковых номеров отказавших машин N_i^o , которые учитывают не только фактически отказавшие машины, но и вероятность отказа приостановленных машин, если бы они имели возможность продолжать работать. Тогда отказавшие машины будут иметь следующие порядко-

вые номера: 1 – 1,00; 2 – 2,25; 3 – 3,50; 4 – 4,75.

На основании подобных рассуждений получено аналитическое уравнение для расчета порядковых номеров отказавших машин:

$$N_i^o = N_{i-1}^o + \frac{N+1-N_{i-1}^o}{N+1-N_o-N_{пр}}, \quad (4.1)$$

где N_i^o и N_{i-1}^o – порядковый номер i -й и предыдущей отказавшей машины;

N – общее число испытываемых машин;

N_o и $N_{пр}$ – число отказавших и приостановленных машин до отказа i -й машины.

Применительно к рассмотренному ранее примеру с пятью испытываемыми машинами порядковые номера отказавших машин согласно уравнению (4.1) следующие:

$$N_1^o = 0 + \frac{5+1-0}{5+1-0-0} = 1,0; \quad N_2^o = 1,0 + \frac{5+1-1}{5+1-1-1} = 2,25;$$
$$N_3^o = 2,25 + \frac{5+1-2,25}{5+1-2-1} = 3,5; \quad N_4^o = 3,5 + \frac{5+1-3,5}{5+1-3-1} = 4,75.$$

Так, с помощью формулы (4.1) получают те же порядковые номера отказавших машин, как и при логическом рассуждении.

Дальнейшую обработку многократно усеченной информации проводят графическим методом с использованием закона нормального распределения или закона Вейбулла.

5. ЗАДАНИЯ

Задание 1. Имеется усеченная информация о наработке двигателей во время испытаний. Требуется определить средний доремонтный ресурс двигателя и среднее квадратическое отклонение, если во время испытаний до наработки каждого двигателя T из общего количества N отказали N_o двигателей.

Исходные данные принять те же (тот же вариант), что и при обработке полной информации. Нарботка T и общее количество испытываемых двигателей N задаются преподавателем в зависимости от конкретного варианта исходных данных.

Задание выполнить в предположении, что рассеивание ресурса подчиняется:

- а) закону нормального распределения (ЗНР);
- б) закону распределения Вейбулла (ЗРВ).

Задание 2. Имеется многократно усеченная информация о наработке двигателей при испытании тракторов. Требуется определить средний доремонтный ресурс N двигателей и среднее квадратическое отклонение его рассеивания, если наблюдения за этими тракторами проведены в течение T мото-ч.

Исходные данные принять те же (тот же вариант), что и при обработке полной информации. Нарботка T и номера приостановленных двигателей задаются преподавателем в зависимости от конкретного варианта исходных данных. Количество испытываемых двигателей N определяется в зависимости от заданной наработки T .

6. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 1

Задание 1

Имеется усеченная информация о наработке двигателей во время испытаний.

Требуется определить средний доремонтный ресурс двигателя и среднеквадратическое отклонение, если во время испытаний до наработки каждого двигателя $T = 4200$ из общего количества $N = 69$ отказали $N_0 = 36$ двигателей.

Задание выполнить в предположении, что рассеивание ресурса подчиняется:

- а) закону нормального распределения (ЗНР);
- б) закону распределения Вейбулла (ЗРВ).

Порядок и результаты расчета, если предположить, что рассеивание ресурса подчиняется закону нормального распределения (ЗНР).

1. Составляем сводную таблицу ресурсов $T_{др}$ отказавших двигателей в порядке их возрастания (табл. 6.1).

2. Выбираем из сводной таблицы информации шесть равномерно расположенных точек: 6, 12, 18, 24, 30 и 36.

3. Определяем координату выбранных точек x_i , приняв масштаб $M_x = 0,05$ мм/ч (масштаб выбираем из соображений, чтобы максимальная наработка двигателя в масштабе поместилась на лист тетради). Например, координата x_i для шестого двигателя $x_6 = 0,05 \cdot 2900$ мм = 145 мм.

4. Определяем накопленные опытные вероятности выбранных двигателей по формуле (2.2). Например, накопленная опытная вероятность шестого двигателя

$$\sum_1^6 p_6 = \frac{N_6^o}{N+1} = \frac{6}{69+1} = 0,09.$$

Таблица 6.1. Сводная таблица информации о доремонтных ресурсах двигателя, ч

| Номер двигателя | Доремонтный ресурс | Номер двигателя | Доремонтный ресурс | Номер двигателя | Доремонтный ресурс |
|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|-----------------|--------------------|
| 1 | 1600 | 24 | 3700 | 47 | |
| 2 | 2100 | 25 | 3790 | 48 | |
| 3 | 2100 | 26 | 3810 | 49 | |
| 4 | 2720 | 27 | 3900 | 50 | |
| 5 | 2900 | 28 | 3920 | 51 | |
| 6 | 2900 | 29 | 3940 | 52 | |
| 7 | 3020 | 30 | 3970 | 53 | |
| 8 | 3060 | 31 | 4000 | 54 | |
| 9 | 3060 | 32 | 4000 | 55 | |
| 10 | 3180 | 33 | 4100 | 56 | |
| 11 | 3200 | 34 | 4130 | 57 | |
| 12 | 3210 | 35 | 4130 | 58 | |
| 13 | 3210 | 36 | 4180 | 59 | |
| 14 | 3260 | 37 | | 60 | |
| 15 | 3300 | 38 | | 61 | |
| 16 | 3300 | 39 | | 62 | |
| 17 | 3300 | 40 | | 63 | |
| 18 | 3420 | 41 | | 64 | |
| 19 | 3460 | 42 | | 65 | |
| 20 | 3480 | 43 | | 66 | |
| 21 | 3580 | 44 | | 67 | |
| 22 | 3610 | 45 | | 68 | |
| 23 | 3620 | 46 | | 69 | |

5. Находим координату выбранных точек y_i по уравнению (2.1). Например, координата y_i для шестого двигателя

$$y_6 = 50 \left[2,33 \pm H_k \left(\sum_1^6 p_6 \right) \right] = 50 \left[2,33 \pm H_k (0,09) \right] =$$

$$= 50 \cdot [2,33 - 1,34] = 49,3 \text{ мм.}$$

Квантиль $H_k(0,09)$ определяют по табл. Б.1 приложения Б следующим образом (значение $\Sigma p_i = 0,09$ в таблице отсутствует). Зная, что значения квантилей, расположенных симметрично относительно точки 0,5, равны между собой (см. рис. 2.1), находим отклонение искомой точки от 0,5, т. е. $0,5 - 0,09 = 0,41$. Затем к значению 0,5 прибавляем найденное отклонение и получаем симметричную точку, значение квантиля для которой имеется в таблице, т. е. $0,5 + 0,41 = 0,91$. В итоге

получаем $H_k(0,09) = H_k(0,91) = 1,341$ (пересечение строки 0,9 и столбца 1).

Полученное значение $H_k(0,09) = 1,341$ подставляем в уравнение (2.1) со знаком «минус», т. е. вычитаем из 2,33, так как $\sum_1^6 p_6 = 0,09 < 0,5$.

Аналогично рассчитываем координаты остальных точек. Результаты расчетов сводим в табл. 6.2.

Таблица 6.2. Координаты опытных точек при ЗНР

| Порядковый номер отказавшего двигателя N_i^o | $T_{др}, ч$ | $x_i, мм$ | $\sum_1^i P_i$ | $y_i, мм$ |
|--|-------------|-----------|----------------|-----------|
| 6 | 2900 | 145,0 | 0,09 | 49,3 |
| 12 | 3210 | 160,5 | 0,17 | 68,6 |
| 18 | 3420 | 171,0 | 0,26 | 84,1 |
| 24 | 3700 | 185,0 | 0,34 | 95,7 |
| 30 | 3970 | 198,5 | 0,43 | 107,5 |
| 36 | 4180 | 209,0 | 0,52 | 118,8 |

6. Наносим опытные точки на график с прямоугольными координатами (рис. 6.1) и проводим по ним интегральную прямую с таким расчетом, чтобы с каждой ее стороны располагалось одинаковое число точек, а их расстояния от прямой были бы примерно одинаковыми.

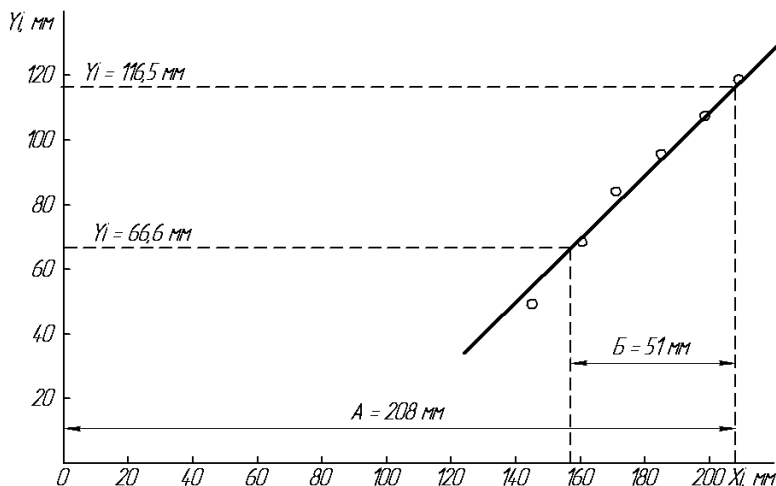


Рис. 6.1. Графическая часть обработки усеченной информации по закону нормального распределения

7. Через точку на оси ординат $\sum_1^i p_i = 0,5$ (находится на расстоянии 116,5 мм от начала координат) проводим горизонтальную линию до пересечения с интегральной прямой. Из точки пересечения на ось абсцисс опускаем перпендикуляр. Отрезок $A = 208$ мм на оси абсцисс соответствует в заданном масштабе среднему значению показателя надежности $\bar{T}_{др}$. Рассчитываем средний доремонтный ресурс;

$$\bar{T}_{др} = A/M_x = 208/0,05 = 4160 \text{ ч.}$$

8. Через точку на оси ординат $\sum_1^i p_i = 0,16$ (находится на расстоянии 66,6 мм от начала координат) проводим горизонтальную линию до пересечения с интегральной прямой. Из точки пересечения на ось абсцисс опускаем перпендикуляр. Отрезок $B = 51$ мм на оси абсцисс соответствует в заданном масштабе среднему квадратическому отклонению σ . Рассчитываем среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = B/M_x = 51/0,05 = 1020 \text{ ч.}$$

Порядок и результаты расчета, если предположить, что рассеивание ресурса подчиняется закону распределения Вейбулла (ЗРВ).

9. Находим смещение рассеивания ресурса

$$C = T_{др1} - \frac{T_{др3} - T_{др1}}{2} = 1600 - \frac{2100 - 1600}{2} = 1350 \text{ ч.}$$

10. Из сводной таблицы информации (см. табл. 6.1) выбираем шесть равномерно расположенных точек: 6, 12, 18, 24, 30 и 36.

11. Определяем координату выбранных точек x_i по уравнению (3.1). Например, для шестого двигателя

$$x_6 = M_x \lg(t_i - C) = 100 \lg(2900 - 1350) \text{ ч} = 100 \lg 1550 \text{ ч.}$$

Для удобства построения графика примем за единицу измерения ресурса 1000 ч. Тогда $x_6 = 100 \lg 1,55 \text{ тыс. ч} = 19,03 \text{ мм}$.

12. Рассчитывают накопленные опытные вероятности по уравнению (2.2), т. е. используем результаты расчетов, полученные в п. 4.

13. Находим координату выбранных точек y_i по уравнению (3.2). Например, координата шестого двигателя

$$y_6 = M_y \left[2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - \sum_1^6 P_6} \right] = 50 \left(2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - 0,09} \right) = 50 \cdot (2,37 + \lg \lg 1,10) = 50 \cdot (2,37 - 1,376) = 49,5 \text{ мм.}$$

14. Выполненные расчеты по всем опытным точкам сводят в таблицу 6.3.

Таблица 6.3 Координаты опытных точек при ЗРВ

| Порядковый номер отказавшего двигателя N_i^o | $T_{др}, \text{ ч}$ | $x_i, \text{ мм}$ | $\sum_1^i P_i$ | $y_i, \text{ мм}$ |
|--|---------------------|-------------------|----------------|-------------------|
| 6 | 2900 | 19,03 | 0,09 | 49,5 |
| 12 | 3210 | 27,0 | 0,17 | 64,0 |
| 18 | 3420 | 31,6 | 0,26 | 74,3 |
| 24 | 3700 | 37,1 | 0,34 | 81,3 |
| 30 | 3970 | 41,8 | 0,43 | 87,9 |
| 36 | 4180 | 45,2 | 0,52 | 93,7 |

15. Наносим опытные точки на график (рис. 6.2) с прямоугольными координатами и проводим по ним интегральную прямую до пересечения с осью абсцисс.

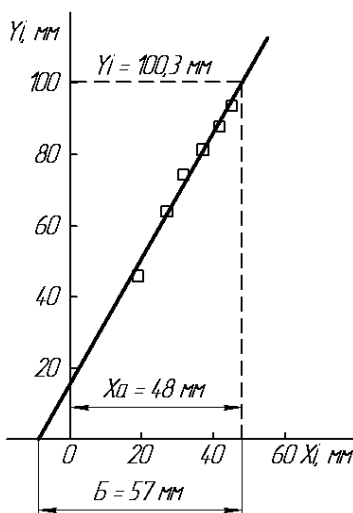


Рис. 6.2. Графическая часть обработки усеченной информации по закону распределения Вейбулла

16. Через точку на оси ординат $\sum_1^i p_i = 0,63$ (находится на расстоянии 100,3 мм от начала координат) проводим горизонтальную линию до пересечения с интегральной прямой. Из точки пересечения на ось абсцисс опускаем перпендикуляр. По длине отрезка $x_a = 48$ мм и формуле (3.3) определяем

$$a = \text{анти лг} \frac{x_a}{100} = \text{анти лг} \frac{48}{100} = 3,020 \text{ тыс. ч} = 3020 \text{ ч.}$$

17. По длине отрезка $B = 57$ мм и формуле (3.4) находим

$$b = \text{тг} \alpha = \frac{100,3 \cdot 2}{B} \approx \frac{200}{57} = 3,5.$$

18. По значению $b = 3,5$ и табл. В.1 приложения В определяем коэффициенты $K_b = 0,90$ и $C_b = 0,29$.

19. По формулам (3.5) и (3.6) вычисляем

$$\bar{T}_{\text{др}} = aK_b + C = 3020 \cdot 0,90 + 1350 = 4070 \text{ ч;}$$

$$\sigma = aC_b = 3020 \cdot 0,29 = 876 \text{ мото-ч.}$$

7. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 2

Задание 2

Имеется многократно усеченная информация о наработке двигателей при испытании тракторов. Требуется определить средний доремонтный ресурс 10 двигателей ($N = 10$) и среднее квадратическое отклонение его рассеивания, если наблюдения за этими тракторами проведены в течение $T = 3200$ ч.

Исходные данные принять те же (тот же вариант), что и при обработке полной информации (принимая первые 10 двигателей из табл. 6.1). Номера приостановленных двигателей: 4, 6, 7, 10.

Порядок и результаты расчета.

1. Выписываем из табл. 6.1 информацию по доремонтным ресурсам первых 10 двигателей, считая двигатели 4, 6, 7, 10 приостановленными. Результаты заносим в табл. 7.1.

2. Находим порядковые номера отказавших машин по уравнению (4.1):

$$N_1^{\circ} = N_{1-1}^{\circ} + \frac{N+1-N_{1-1}^{\circ}}{N+1-N_o-N_{\text{пр}}} = 0 + \frac{10+1-0}{10+1-0-0} = 1,0.$$

Таблица 7.1. **Информация по доремонтным ресурсам двигателей**

| Номер трактора | Номер отказавшего двигателя или приостановленного | Ресурс или наработка до конца наблюдений, ч |
|----------------|---|---|
| 1 | $N_{о1}$ | 1600 |
| 2 | $N_{о2}$ | 2100 |
| 3 | $N_{о3}$ | 2100 |
| 4 | $N_{пр1}$ | 2720 |
| 5 | $N_{о4}$ | 2900 |
| 6 | $N_{пр2}$ | 2900 |
| 7 | $N_{пр3}$ | 3020 |
| 8 | $N_{о5}$ | 3060 |
| 9 | $N_{о6}$ | 3060 |
| 10 | $N_{пр4}$ | 3180 |

$$N_2^o = N_{2-1}^o + \frac{N+1-N_{2-1}^o}{N+1-N_o-N_{пр}} = 1,0 + \frac{10+1-1}{10+1-1-0} = 2,0;$$

$$N_3^o = N_{3-1}^o + \frac{N+1-N_{3-1}^o}{N+1-N_o-N_{пр}} = 2,0 + \frac{10+1-2}{10+1-2-0} = 3,0;$$

$$N_4^o = N_{4-1}^o + \frac{N+1-N_{4-1}^o}{N+1-N_o-N_{пр}} = 3,0 + \frac{10+1-3}{10+1-3-1} = 4,14;$$

$$N_5^o = N_{5-1}^o + \frac{N+1-N_{5-1}^o}{N+1-N_o-N_{пр}} = 4,14 + \frac{10+1-4,14}{10+1-4-3} = 5,85;$$

$$N_6^o = N_{6-1}^o + \frac{N+1-N_{6-1}^o}{N+1-N_o-N_{пр}} = 5,85 + \frac{10+1-5,85}{10+1-5-3} = 7,56.$$

3. Рассчитываем накопленные опытные вероятности по уравнению (2.2):

$$\sum_1^1 p_1 = \frac{N_1^o}{N+1} = \frac{1}{10+1} = 0,09;$$

$$\sum_1^2 p_2 = \frac{N_2^o}{N+1} = \frac{2}{10+1} = 0,18;$$

$$\sum_1^3 p_3 = \frac{N_3^o}{N+1} = \frac{3}{10+1} = 0,27;$$

$$\sum_1^4 p_4 = \frac{N_4^o}{N+1} = \frac{4,14}{10+1} = 0,38;$$

$$\sum_1^5 p_5 = \frac{N_5^o}{N+1} = \frac{5,85}{10+1} = 0,53 ;$$

$$\sum_1^6 p_6 = \frac{N_6^o}{N+1} = \frac{7,56}{10+1} = 0,69 .$$

4. Определяем координаты опытных точек для закона нормального распределения по уравнениям (2.3) и (2.1):

$$x_1 = M_x t_1 = 0,05 \cdot 1600 = 80 \text{ мм},$$

$$y_1 = 50 \left[2,33 \pm H_k \left(\sum_1^1 p_1 \right) \right] = 50[2,33 \pm H_k(0,09)] = 50[2,33 - 1,34] = 49,5 \text{ мм};$$

$$x_2 = M_x t_2 = 0,05 \cdot 2100 = 105 \text{ мм},$$

$$y_2 = 50 \left[2,33 \pm H_k \left(\sum_1^2 p_2 \right) \right] = 50[2,33 \pm H_k(0,18)] = 50[2,33 - 0,92] = 70,5 \text{ мм};$$

$$x_3 = M_x t_3 = 0,05 \cdot 2100 = 105 \text{ мм},$$

$$y_3 = 50 \left[2,33 \pm H_k \left(\sum_1^3 p_3 \right) \right] = 50[2,33 \pm H_k(0,27)] = 50[2,33 - 0,61] = 86,0 \text{ мм};$$

$$x_4 = M_x t_4 = 0,05 \cdot 2900 = 145 \text{ мм},$$

$$y_4 = 50 \left[2,33 \pm H_k \left(\sum_1^4 p_4 \right) \right] = 50[2,33 \pm H_k(0,38)] = 50[2,33 - 0,31] = 101,0 \text{ мм};$$

$$x_5 = M_x t_5 = 0,05 \cdot 3060 = 153 \text{ мм},$$

$$y_5 = 50 \left[2,33 \pm H_k \left(\sum_1^5 p_5 \right) \right] = 50[2,33 \pm H_k(0,53)] = 50[2,33 + 0,08] = 120,5 \text{ мм};$$

$$x_6 = M_x t_6 = 0,05 \cdot 3060 = 153 \text{ мм},$$

$$y_6 = 50 \left[2,33 \pm H_k \left(\sum_1^6 p_6 \right) \right] = 50[2,33 \pm H_k(0,69)] = 50[2,33 + 0,50] = 141,5 \text{ мм};$$

5. Находим смещение рассеивания ресурса

$$C = T_{дp1} - \frac{T_{дp3} - T_{дp1}}{2} = 1600 - \frac{2100 - 1600}{2} = 1350 \text{ ч}.$$

6. Определяем координаты опытных точек для закона распределения Вейбулла по уравнениям (3.1) и (3.2). Для удобства построения графика примем за единицу измерения ресурса 100 ч:

$$x_1 = M_x \lg(t_1 - C) = 100 \lg(16,0 - 13,5) = 100 \lg 2,5 = 39,8 \text{ мм},$$

$$y_1 = M_y \left[2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - \sum_1 p_1} \right] = 50 \left(2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - 0,09} \right) =$$

$$= 50 \cdot (2,37 + \lg \lg 1,10) = 50 \cdot (2,37 - 1,376) = 49,5 \text{ мм};$$

$$x_2 = M_x \lg(t_2 - C) = 100 \lg(21,0 - 13,5) = 100 \lg 7,5 = 87,5 \text{ мм},$$

$$y_2 = M_y \left[2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - \sum_2 p_2} \right] = 50 \left(2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - 0,18} \right) =$$

$$= 50 \cdot (2,37 + \lg \lg 1,21) = 50 \cdot (2,37 - 1,29) = 54,0 \text{ мм};$$

$$x_3 = M_x \lg(t_3 - C) = 100 \lg(21,0 - 13,5) = 100 \lg 7,5 = 87,5 \text{ мм},$$

$$y_3 = M_y \left[2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - \sum_3 p_3} \right] = 50 \left(2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - 0,27} \right) =$$

$$= 50 \cdot (2,37 + \lg \lg 1,37) = 50 \cdot (2,37 - 1,29) = 75,3 \text{ мм};$$

$$x_4 = M_x \lg(t_4 - C) = 100 \lg(29,0 - 13,5) = 100 \lg 15,5 = 119,0 \text{ мм},$$

$$y_4 = M_y \left[2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - \sum_4 p_4} \right] = 50 \left(2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - 0,38} \right) =$$

$$= 50 \cdot (2,37 + \lg \lg 1,61) = 50 \cdot (2,37 - 0,68) = 84,5 \text{ мм};$$

$$x_5 = M_x \lg(t_5 - C) = 100 \lg(30,6 - 13,5) = 100 \lg 17,1 = 123,3 \text{ мм},$$

$$y_5 = M_y \left[2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - \sum_5 p_5} \right] = 50 \left(2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - 0,53} \right) =$$

$$= 50 \cdot (2,37 + \lg \lg 2,13) = 50 \cdot (2,37 - 0,48) = 94,3 \text{ мм};$$

$$x_6 = M_x \lg(t_6 - C) = 100 \lg(30,6 - 13,5) = 100 \lg 17,1 = 123,3 \text{ мм},$$

$$y_6 = M_y \left[2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - \sum_1^6 p_6} \right] = 50 \left(2,37 + \lg \lg \frac{1}{1 - 0,69} \right) =$$

$$= 50 \cdot (2,37 + \lg \lg 3,23) = 50 \cdot (2,37 - 0,29) = 104,0 \text{ мм.}$$

7. Проведенные расчеты по всем тракторам сводят в табл. 7.2.

Таблица 7.2. Координаты опытных точек по доремонтным ресурсам двигателей

| Порядковый номер отказавшего двигателя N_i^o | Межремонтный ресурс, мото-ч | $\sum_1^i p_i$ | ЗНР | | ЗРВ | |
|---|-----------------------------|----------------|------------|------------|------------|------------|
| | | | x_i , мм | y_i , мм | x_i , мм | y_i , мм |
| 1 | 1600 | 0,09 | 80,0 | 49,5 | 39,8 | 49,5 |
| 2 | 2100 | 0,18 | 105,0 | 70,5 | 87,5 | 54,0 |
| 3 | 2100 | 0,27 | 105,0 | 86,6 | 87,5 | 75,3 |
| 4,14 | 2900 | 0,38 | 145,0 | 101,0 | 119,0 | 84,5 |
| 5,85 | 3060 | 0,53 | 153,0 | 120,5 | 123,3 | 94,3 |
| 7,56 | 3060 | 0,69 | 153,0 | 141,5 | 123,3 | 104,0 |

8. Наносим опытные точки на график с прямоугольными осями координат (рис. 7.1) и проводим по ним интегральные прямые ЗНР и ЗРВ.

9. Через точку на оси ординат $\sum_1^i p_i = 0,5$ (находится на расстоянии 116,5 мм от начала координат) проводим горизонтальную линию до пересечения с интегральной прямой ЗНР. Из точки пересечения на ось абсцисс опускаем перпендикуляр. Отрезок $A = 142$ мм на оси абсцисс соответствует в заданном масштабе среднему значению показателя надежности $\bar{T}_{др}$. Рассчитываем средний доремонтный ресурс:

$$\bar{T}_{др} = A/M_x = 142/0,05 = 2840 \text{ ч.}$$

10. Через точку на оси ординат $\sum_1^i p_i = 0,16$ (находится на расстоянии 66,6 мм от начала координат) проводим горизонтальную линию до пересечения с интегральной прямой. Из точки пересечения на ось абсцисс опускаем перпендикуляр. Отрезок $B = 46$ мм на оси абсцисс соответствует в заданном масштабе среднему квадратическому отклонению σ . Рассчитываем среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = B/M_x = 46/0,05 = 920 \text{ ч.}$$

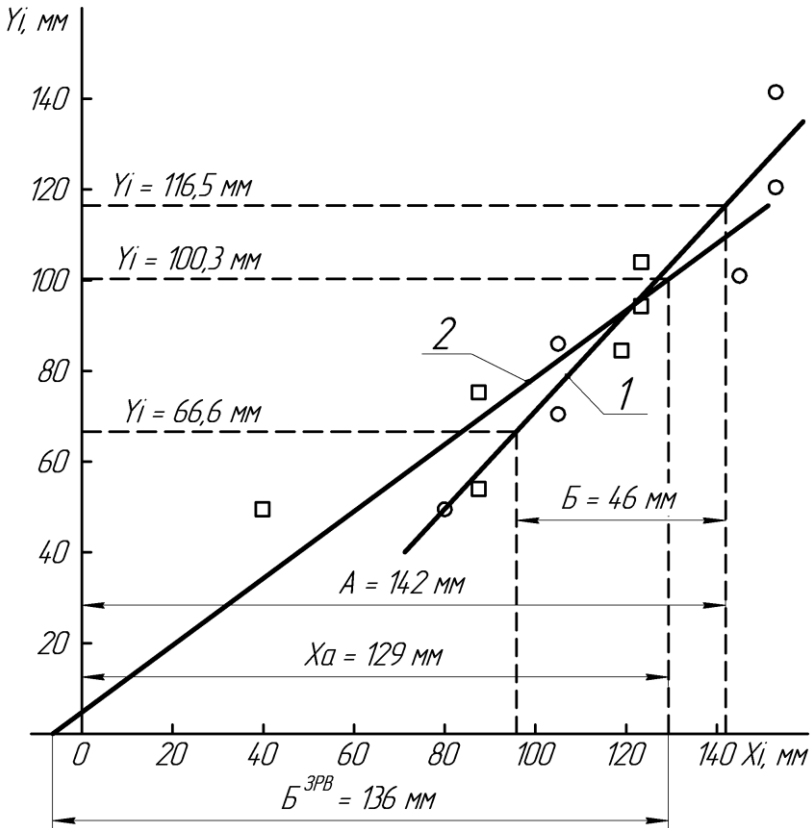


Рис. 7.1. Графическая часть обработки многократно усеченной информации:
 1 – интегральная прямая отказности закона нормального распределения;
 2 – интегральная прямая отказности закона распределения Вейбулла

11. Через точку на оси ординат $\sum_1^i p_i = 0,63$ (находится на расстоянии 100,3 мм от начала координат) проводим горизонтальную линию до пересечения с интегральной прямой ЗРВ. Из точки пересечения на ось абсцисс опускаем перпендикуляр. По длине отрезка $x_a = 129$ мм и формуле (3.3) определяем

$$a = \text{анти лг} \frac{x_a}{100} = \text{анти лг} \frac{129}{100} = 19,50 \text{ сотен ч} = 1950 \text{ ч.}$$

17. По длине отрезка $B^{3PB} = 136$ мм и формуле (3.4) находим

$$b = \operatorname{tg} \alpha = \frac{100,3 \cdot 2}{B} \approx \frac{200}{B} = \frac{200}{136} = 1,5.$$

18. По значению $b = 1,5$ и табл. В.1 приложения В определяем коэффициенты $K_b = 0,90$ и $C_b = 0,61$.

19. По формулам (3.5) и (3.6) вычисляем

$$\bar{T}_{\text{др}} = aK_b + C = 1950 \cdot 0,90 + 1350 = 3105 \text{ ч};$$

$$\sigma = aC_b = 1950 \cdot 0,61 = 1190 \text{ ч}.$$

20. Окончательно для обработки информации выбираем тот теоретический закон распределения, у которого лучше совпадение опытных точек с интегрально прямой. В нашем случае это ЗНР.

ЛИТЕРАТУРА

1. Основы надежности машин : учеб. пособие для вузов / И. Н. Кравченко, В. А. Зорин, Е. А. Пучин, Г. И. Бондарева. – Ч. I. – М., 2007. – 224 с.

2. Основы надежности машин : учеб. пособие для вузов / И. Н. Кравченко, В. А. Зорин, Е. А. Пучин, Г. И. Бондарева. – Ч. II. – М.: Изд-во, 2007. – 260 с.

3. Надежность и ремонт машин / В. В. Курчаткин, Н. Ф. Тельнов, К. А. Ачкасов [и др.]; Под ред. В. В. Курчаткина. – М.: Колос, 2000. – 776 с.

4. Невзоров, В. Н. Надежность машин и оборудования. – Ч. 1. – Основы теории : учеб пособие для студ. техн. специальностей вузов / В. Н. Невзоров, Е. В. Сугак ; под общ. ред. Е. В. Сугака. – Красноярск: СГТУ, 1998. – 240 с.

5. Невзоров, В. Н. Надежность машин и оборудования. – Ч. 2. – Проектирование, эксплуатация, экспериментальные исследования : учеб. пособие для студ. специальностей вузов / В. Н. Невзоров, Е. В. Сугак ; под общ. ред. Е. В. Сугака. – Красноярск: СГТУ, 1998. – 264 с.

6. Надежность машиностроительной продукции: практическое руководство по нормированию, подтверждению и обеспечению. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 328 с.

7. Прейсман, В. И. Основы надежности сельскохозяйственной техники. / В. И. Прейсман. – 2-е изд., доп. и перераб. – Киев: Выща шк., 1988. – 247 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение А
(справочное)

Вероятностная бумага для основных законов распределения

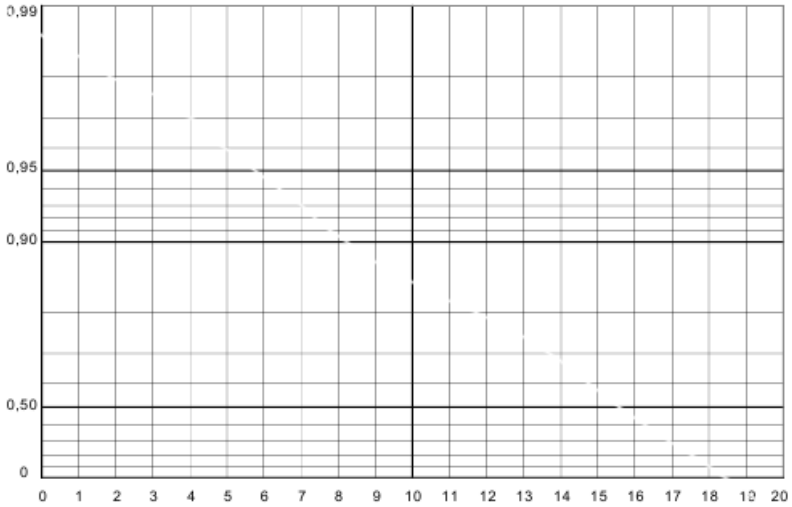


Рис. А.1. Координатная сетка для экспоненциального распределения

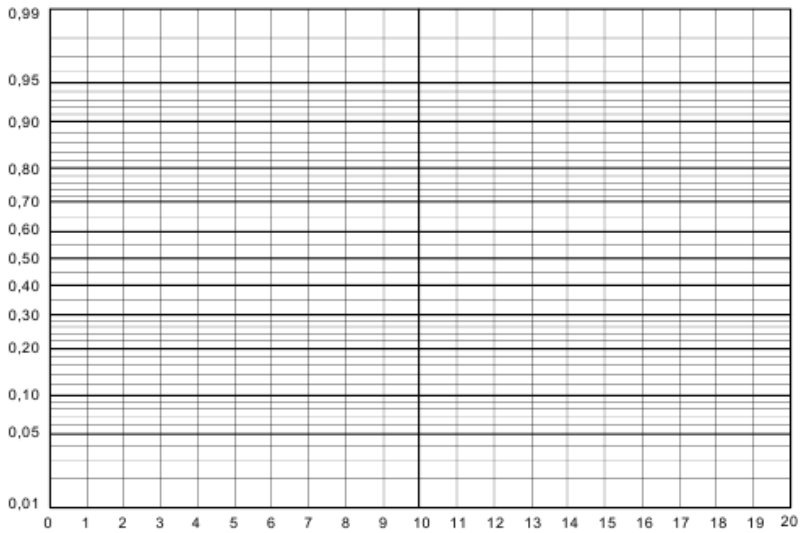


Рис. А.2. Координатная сетка для нормального распределения

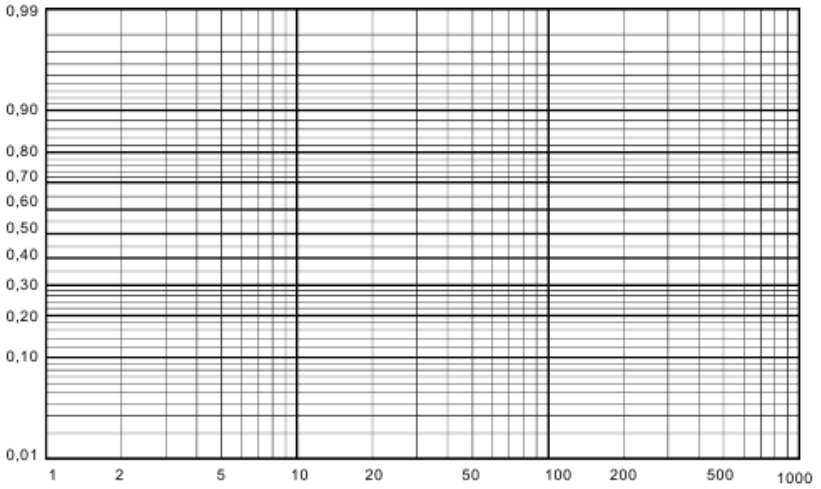


Рис. А.3. Координатная сетка для логарифмически нормального распределения

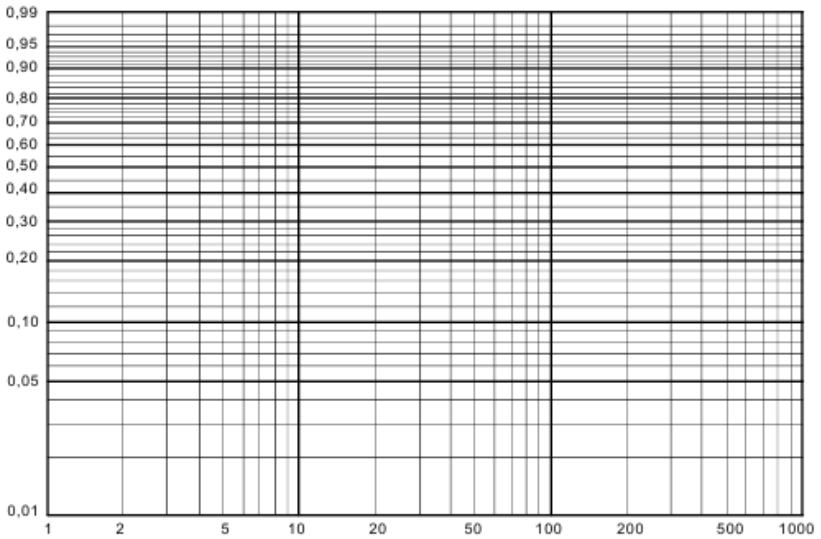


Рис. А.4. Координатная сетка для распределения Вейбулла

Приложение Б
(справочное)

Квантили нормального распределения H_k^*

| $F(t);$ Σp_i | Сотые доли (тысячные, десятитысячные, сотысячные) | | | | | | | | | |
|-------------------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0,5 | 0,0000 | 0,0251 | 0,0502 | 0,0753 | 0,1004 | 0,1257 | 0,1510 | 0,1764 | 0,2019 | 0,2275 |
| 0,6 | 0,2533 | 0,2793 | 0,3055 | 0,3319 | 0,3585 | 0,3853 | 0,4125 | 0,4399 | 0,4677 | 0,4958 |
| 0,7 | 0,5244 | 0,5534 | 0,5828 | 0,6128 | 0,6433 | 0,6745 | 0,7063 | 0,7388 | 0,7722 | 0,8064 |
| 0,8 | 0,8416 | 0,8779 | 0,9154 | 0,9542 | 0,9945 | 1,0364 | 1,0803 | 1,1264 | 1,1750 | 1,2265 |
| 0,9 | 1,2816 | 1,3408 | 1,4051 | 1,4758 | 1,5548 | 1,6449 | 1,7507 | 1,8808 | 2,0537 | 2,3263 |
| 0,99 | 2,3263 | 2,3656 | 2,4089 | 2,4573 | 2,5121 | 2,5758 | 2,6521 | 2,7478 | 2,8782 | 3,0902 |
| 0,999 | 3,0902 | 3,1214 | 3,1560 | 3,1947 | 3,2390 | 3,2905 | 3,3528 | 3,4319 | 3,5402 | 3,7195 |
| 0,9999 | 3,7195 | 3,7462 | 3,7742 | 3,8091 | 3,8464 | 3,8906 | 3,9442 | 4,0140 | 4,1071 | 4,2655 |

* В литературе квантиль нормального распределения часто обозначается как u_p .

Приложение В
(справочное)

Параметры и коэффициенты распределения Вейбулла

$$a = \frac{\bar{t} - C}{K_B}; \quad a = \frac{\sigma}{C_B}; \quad \bar{t} = aK_B + C$$

| V | b | K_B | C_B | V | b | K_B | C_B | V | b | K_B | C_B |
|------|------|-------|-------|------|------|-------|-------|------|------|-------|-------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1,26 | 0,80 | 1,13 | 1,43 | 0,55 | 1,90 | 0,89 | 0,49 | 0,36 | 3,00 | 0,89 | 0,33 |
| 1,11 | 0,90 | 1,07 | 1,20 | 0,52 | 2,00 | 0,89 | 0,46 | 0,35 | 3,10 | 0,89 | 0,32 |
| 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 0,50 | 2,10 | 0,89 | 0,44 | 0,34 | 3,20 | 0,90 | 0,31 |
| 0,91 | 1,10 | 0,97 | 0,88 | 0,48 | 2,20 | 0,89 | 0,43 | 0,33 | 3,30 | 0,90 | 0,30 |
| 0,84 | 1,20 | 0,94 | 0,79 | 0,46 | 2,30 | 0,89 | 0,41 | 0,33 | 3,40 | 0,90 | 0,29 |
| 0,78 | 1,30 | 0,92 | 0,72 | 0,44 | 2,40 | 0,89 | 0,39 | 0,32 | 3,50 | 0,90 | 0,29 |
| 0,72 | 1,40 | 0,91 | 0,66 | 0,43 | 2,50 | 0,89 | 0,38 | 0,31 | 3,60 | 0,90 | 0,28 |
| 0,68 | 1,50 | 0,90 | 0,61 | 0,41 | 2,60 | 0,89 | 0,37 | 0,30 | 3,70 | 0,90 | 0,27 |
| 0,64 | 1,60 | 0,90 | 0,57 | 0,40 | 2,70 | 0,89 | 0,35 | 0,29 | 3,80 | 0,90 | 0,27 |
| 0,61 | 1,70 | 0,89 | 0,54 | 0,39 | 2,80 | 0,89 | 0,34 | 0,29 | 3,90 | 0,91 | 0,26 |
| 0,58 | 1,80 | 0,89 | 0,51 | 0,38 | 2,90 | 0,89 | 0,34 | 0,28 | 4,00 | 0,91 | 0,25 |

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| Введение | 3 |
| 1. Общие положения. | 4 |
| 2. Методика обработки информации графическим методом при законе нормального распределения | 5 |
| 3. Методика обработки информации графическим методом при законе распределения Вейбулла | 8 |
| 4. Методика обработки многократно усеченной информации | 9 |
| 5. Задания. | 11 |
| 6. Пример выполнения задания 1 | 12 |
| 7. Пример выполнения задания 2 | 17 |
| Литература | 23 |
| Приложения | 24 |