

1. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

1.1. Косые сечения

Под косыми сечениями понимают круг задач на построение натуральных видов сечений рассматриваемого тела проецирующей плоскостью. Для выполнения косоуго сечения необходимо расчлнить рассматриваемое тело на элементарные геометрические тела, например призму, пирамиду, цилиндр, конус, шар и т. д. После этого следует строить натуральный вид искомого сечения, рассматривая последовательно пересечение плоскости с каждым из этих тел.

На рис. 1 показана правильная четырехгранная пирамида с призматическим сквозным отверстием, которая пересечена фронтально-проецирующей плоскостью. Пусть требуется построить натуральное изображение сечения. Оно представляет собой две равнобедренные трапеции $ABCD$ и $EFGH$. На плане представлены размеры сторон параллельных оснований в натуральную величину, а расстояния между ними, которые являются высотами трапеций, – на главном виде. Для построения сечения этих данных достаточно.

Построение выполняют в следующем порядке:

- проводят ось симметрии сечения параллельно фронтальному следу секущей плоскости, переносят на нее высоты упомянутых трапеций. Для этого проводят через соответствующие точки следа секущей плоскости прямые, которые перпендикулярны этому следу;
- откладывают по обе стороны от оси симметрии половины натуральных размеров оснований трапеций: $AD = ad$, $BC = bc$ и т. д.;
- соединяют построенные точки отрезками и заштриховывают полученные площади сечения.

Также натуральный вид сечения можно наблюдать справа от горизонтальной проекции пирамиды ($A_1B_1C_1D_1$ и $E_1F_1G_1H_1$). Заметим, что точки D , C , H и G лежат на одной прямой, так же как и точки F , E , B и A на другой прямой. Эти прямые являются сечениями передней и задней граней, каждая из которых разрывается отверстием на две части (это важно при построении натурального вида сечения).

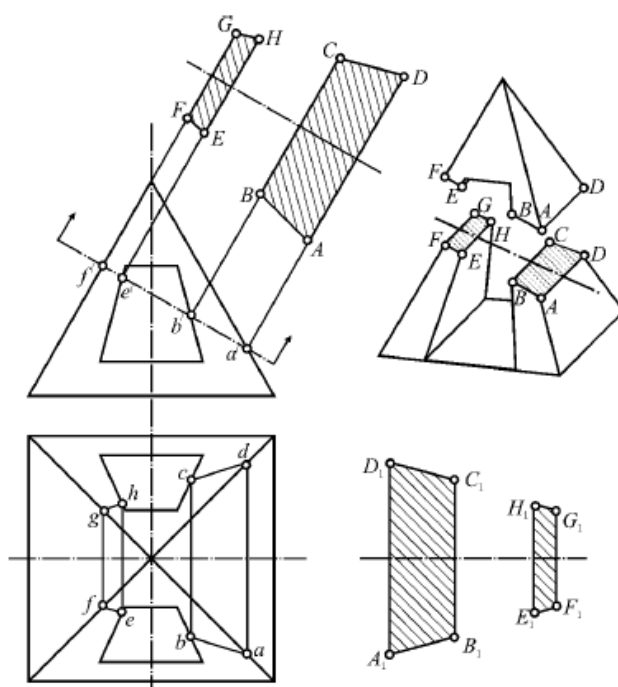


Рис. 1. Сечение призмы со сквозным трапециевидным отверстием фронтально-проецирующей плоскостью

1.2. Взаимное пересечение поверхностей

Построение линии пересечения поверхностей осуществляется с помощью вспомогательных секущих поверхностей. При этом данные поверхности пересекаются вспомогательной поверхностью и определяются линии пересечения каждой из данных поверхностей с вспомогательной. Если эти линии пересекаются (а они, в силу принадлежности одной и той же вспомогательной поверхности, могут пересекаться, касаться или не иметь общих точек), то полученные точки пересечения принадлежат обоим данным поверхностям и, следовательно, линии их пересечения.

Если в качестве вспомогательных секущих поверхностей используются плоскости, то способ построения называют способом вспомогательных плоскостей. Рассмотрим применение вспомогательных секущих плоскостей на примере построения линии пересечения цилиндра с конусом (рис. 2).

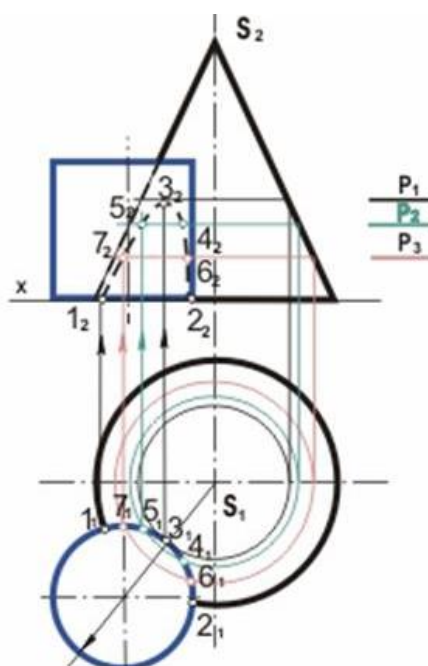


Рис. 2. Проекция линии пересечения конуса и цилиндра

Для построения точек будущей линии пересечения двух поверхностей задаются вспомогательные секущие плоскости. Они задаются с таким расчетом, чтобы в пересечении этой плоскости с имеющимися поверхностями возникали простые для построения линии (прямые или дуги окружностей). Взаимопересечение получающихся линий и определяет точки линии пересечения заданных поверхностей.

Если в качестве вспомогательных поверхностей используются сферы, то говорят, что применяется способ вспомогательных сфер. Известно, что если ось поверхности вращения проходит через центр сферы и сфера пересекает эту поверхность, то линия пересечения сферы и поверхности вращения – окружность, плоскость которой перпендикулярна оси поверхности вращения. При этом если ось поверхности вращения параллельна плоскости проекций, то линия пересечения на эту плоскость проецируется в отрезок прямой линии. Это свойство используют для построения линии взаимного пересечения двух поверхностей вращения с помощью вспомогательных сфер. При этом могут быть использованы концентрические и неконцентрические сферы. Рассмотрим применение вспомогательных концентрических сфер – сфер с постоянным центром. Используем для этого вариант пересечения поверхностей двух круговых конусов (рис. 3).

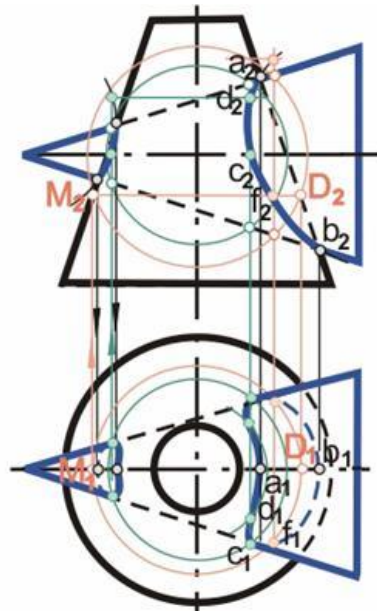


Рис. 3. Пересечение поверхностей двух конусов

Способ секущих сфер с постоянным центром для построения линии пересечения двух поверхностей применяют при следующих условиях:

- обе пересекающиеся поверхности – поверхности вращения;
- оси поверхностей вращения пересекаются;
- точку пересечения принимают за центр вспомогательных (концентрических) сфер;
- плоскость, образованная осями поверхностей (плоскость симметрии), должна быть параллельна плоскости проекций.

Вариант пересечения поверхностей двух конусов (см. рис. 3) соответствует вышеперечисленным условиям.

Проекция вспомогательной сферы (окружность) проводится на фронтальной плоскости проекций из точки пересечения осей поверхностей этих тел. Проведенная окружность должна контактировать с очерками обоих геометрических тел. Через полученные точки на поверхности и первого и второго конусов в пространстве проходит окружность, которая на фронтальной плоскости проекций проецируется в линию – диаметр этой окружности.

Точка пересечения двух линий (от одной и той же сферы) является проекцией точки, общей для двух поверхностей, т. е. проекцией точки линии пересечения двух поверхностей. Далее процесс повторяется, применяется большая или меньшая по размеру сфера, проводимая из того же центра, т. е. сферы являются концентрическими. Горизонтальная проекция линии пересечения поверхностей конусов строится с использованием линий проекционной связи.

В ряде случаев применим иной вариант способа сфер, так называемый способ эксцентрических сфер. Он применяется для построения линии пересечения двух поверхностей вращения, у которых оси вращения не могут пересекаться. В подобных случаях подбираются секущие сферы, которые также при контакте с заданными поверхностями вращения дают удобно расположенные окружности. Но при этом сферы не могут проводиться из одного и того же центра. Каждая из вспомогательных секущих сфер проводится из своего центра. Сферы располагаются эксцентрично, поэтому такой способ и называется способом эксцентрических сфер.

Рассмотрим построение линии пересечения прямого кругового конуса и тора, оси которых скрещиваются (рис. 4).

Ось конуса параллельна плоскости π_2 , линейная ось тора перпендикулярна плоскости π_2 , окружность центральных осевых круговых сечений тора и ось конуса лежат в одной

плоскости, параллельной плоскости π_2 . Две очевидные характерные точки (см. рис. 4): высшая с проекцией a_2 и низшая с проекцией d_2 – являются точками пересечения проекций очерков тора и конуса. Проекции этих точек a_1, b_1 на плоскость π_1 будут находиться на горизонтально расположенной осевой линии, общей для обоих геометрических тел. Дальнейшие построения выполняются с применением плоскостей частного положения (в рассматриваемом примере фронтально-проецирующих) и подбором удобного положения вспомогательной сферы. Удобным считается такое положение сферы, при котором она пересекает и конус, и тор по окружности, проецирующейся на плоскость π_2 в прямую линию.

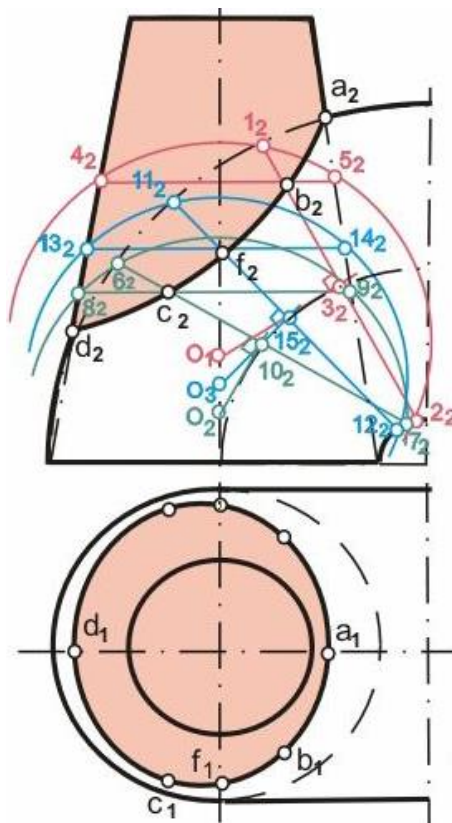


Рис. 4. Пересечение поверхности тора и конуса

Для построения проекций промежуточных точек, например проекции b_2 , выполняют следующие построения: выбирают на поверхности тора окружность, например с проекцией $1_2 2_2$ с центром в точке с проекцией 3_2 . Перпендикуляр к плоскости этой окружности из точки с проекцией 3_2 является линией центров множества сфер, которые пересекают тор по окружности с проекцией $1_2 2_2$. Из множества этих сфер выбирают сферу с центром на оси конуса. Его проекция O_1 . Эта сфера с радиусом R_1 пересекает конус по окружности с проекцией $4_2 5_2$. Пересечение проекций $1_2 2_2$ и $4_2 5_2$ является проекцией пары общих точек тора и конуса, т. е. линии их пересечения. На чертеже обозначена проекция b_2 одной из указанных точек – точки на видимом участке линии пересечения.

Построение проекций второй пары точек линии пересечения, из которых обозначена проекция c_2 , выполнено с помощью отрезка $6_2 7_2$ – проекции окружности на поверхности тора. Вспомогательная сфера для построения проекции c_2 – сфера с радиусом R_2 с центром в точке O_2 . Конус эта сфера пересекает по окружности с проекцией $8_2 9_2$. В пересечении проекций окружностей $6_2 7_2$ и $8_2 9_2$ находим проекцию c_2 искомой точки и симметричной ей на невидимой части пересекающихся поверхностей. Выполняя аналогичные действия, строят необходимое количество точек, соединив которые получают проекцию линии пересечения заданных поверхностей.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое косое сечение?
2. Что следует предпринять, чтобы построить косое сечение пространственного предмета?
3. Какие существуют способы для построения линии пересечения поверхностей геометрических тел?
4. Когда может быть применен способ вспомогательных сфер?
5. Какие условия должны выдерживаться для применения способа концентричных сфер?
6. Какие условия должны выдерживаться для применения способа эксцентричных сфер?