

# ТЕМА 5. ЛИНЕЙНО- ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

1. Постановка задачи линейного динамического моделирования.
2. Алгоритм моделирования динамических объектов и систем с детерминированными характеристиками.
3. Применение программных систем и комплексов для математического моделирования объектов и систем с детерминированными характеристиками, описываемых линейными динамическими моделями.

Постановка задачи линейного динамического моделирования включает в себя формализацию системы и определение основных компонентов, необходимых для моделирования ее поведения во времени. Ниже приведены основные шаги и элементы постановки задачи:

## **1. Формулировка физической, экономической или технической системы**

- Определение объекта или процесса, который будет моделироваться.
- Уточнение целей моделирования (например, прогнозирование, управление, анализ устойчивости и т.д.).

## 2. Выделение переменных состояния

Определение множества переменных, которые полностью описывают состояние системы в любой момент времени. Обозначим их обычно через вектор  $x(t)$ .

## 3. Построение дифференциальных уравнений

В случае линейных систем моделирование сводится к системе линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$dx(t)/dt = Ax(t) + Bu(t)$$

где:

$x(t)$  — вектор состояния;

$u(t)$  — входные воздействия (управляющие воздействия);

$A$  — постоянная матрица системных коэффициентов (матрица динамики);

$B$  — матрица входных воздействий.

#### **4. Уточнение входных воздействий**

- Определение управляющих или внешних воздействий  $u(t)$ , их характерных свойств и диапазонов.

#### **5. Начальные условия**

- Установка начального состояния системы  $x(0)$ .

#### **6. Выбор выходных переменных**

- Определение множества переменных  $y(t)$ , характеризующих наблюдаемые параметры системы:

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

где  $C$  и  $D$  — матрицы, задающие связь между состояниями, входами и выходами.

## 2. Алгоритм моделирования динамических объектов и систем с детерминированными характеристиками

## **Содержательное описание моделируемого объекта.**

Объекты моделирования описываются с позиций системного подхода. Исходя из цели исследования устанавливаются совокупность элементов, взаимосвязи между элементами, возможные состояния каждого элемента, существенные характеристики состояний и отношения между ними. Например, фиксируется, что если значение одного параметра возрастает, то значение другого — убывает и т.п. Вопросы, связанные с полнотой и единственностью выбора характеристик, не рассматриваются. Естественно, в таком словесном описании возможны логические противоречия, неопределенности. Это исходная естественно-научная концепция исследуемого объекта.

- Такое предварительное, приближенное представление системы называют концептуальной моделью. Для того чтобы содержательное описание служило хорошей основой для последующей формализации, требуется обстоятельно изучить моделируемый объект.
- Нередко естественное стремление ускорить разработку модели уводит исследователя от данного этапа непосредственно к решению формальных вопросов. В результате построенная без достаточного содержательного базиса модель оказывается непригодной к использованию. На этом этапе моделирования широко применяются качественные методы описания систем, знаковые и языковые модели.

## **Формализация операций.**

- Формализация сводится в общих чертах к следующему. На основе содержательного описания определяется исходное множество характеристик системы.
- Для выделения существенных характеристик необходим хотя бы приближенный анализ каждой из них. При проведении анализа опираются на постановку задачи и понимание природы исследуемой системы.
- После исключения несущественных характеристик выделяют управляемые и неуправляемые параметры и производят символизацию. Затем определяется система ограничений на значения управляемых параметров. Если ограничения не носят принципиальный характер, то ими пренебрегают.

- Дальнейшие действия связаны с формированием целевой функции модели. В соответствии с известными положениями выбираются показатели исхода операции и определяется примерный вид функции полезности на исходах.
- Если функция полезности близка к пороговой (или монотонной), то оценка эффективности решений возможна непосредственно по показателям исхода операции.
- В этом случае необходимо выбрать способ свертки показателей (способ перехода от множества показателей к одному обобщенному показателю) и произвести саму свертку. По свертке показателей формируются критерий эффективности и целевая функция.

- Если при качественном анализе вида функции полезности окажется, что ее нельзя считать пороговой (монотонной), прямая оценка эффективности решений через показатели исхода операции неправомерна. Необходимо определять функцию полезности и уже на ее основе вести формирование критерия эффективности и целевой функции.
- В целом замена содержательного описания формальным — это итеративный процесс.

3. Применение программных систем и комплексов для математического моделирования объектов и систем с детерминированными характеристиками, описываемых линейными динамическими моделями.

Применение программных систем и комплексов для математического моделирования объектов и систем с детерминированными характеристиками включает использование специальных инструментов, которые помогают создавать, анализировать и визуализировать модели, а также получать численные решения дифференциальных уравнений и систем.

## **Основные направления применения программных систем**

### **1. Построение моделей**

— создание математической модели системы (обычно в виде дифференциальных уравнений) с помощью встроенных средств редактирования и автоматического преобразования.

— задавание параметров, начальных и граничных условий.

### **2. Численное решение задач моделирования**

— применение методов численного интегрирования (например, Эйлера, Рунге-Кутты, Адамса) для получения приближенных решений уравнений.

— автоматизация процесса расчетов.

### **3. Анализ и исследование моделей**

— исследование устойчивости, чувствительности, автоматическое построение графиков временных зависимостей, фазовых портретов и других характеристик.

— исследование влияния параметров на динамику системы.

### **4. Визуализация результатов**

— построение графиков, мультимедийных презентаций, анимаций, позволяющих интерпретировать поведение системы.

### **5. Оптимизация и управление**

— применение алгоритмов оптимизации для поиска лучших параметров моделирования или управления системой.

## Распространённые программные комплексы и системы

<i>Название</i>	<i>Назначение/Ключевые возможности</i>
<b>MATLAB/Simulink</b>	Широкие возможности для моделирования, численных расчетов, визуализации, автоматизации. Пакет Simulink позволяет моделировать динамические системы блоками.
<b>Maple, Mathematica</b>	Символьные вычисления, построение аналитических решений, моделирование через уравнения.
<b>Octave (альтернатива MATLAB)</b>	Бесплатная платформа для численных расчетов и моделирования.
<b>Scilab</b>	Бесплатная среда для системного моделирования, численных решений и визуализаций.
<b>COMSOL Multiphysics</b>	Моделирование физических процессов, интегрированные средства для дифференциальных уравнений.
<b>Simul, AnyLogic8</b>	Моделирование систем с помощью имитационных и системных методов.