

---

---

## 8. ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ОТЫСКАНИИ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ

---

---

Одной из основных задач планирования эксперимента является задача поиска экстремума функции отклика. Эта задача возникает при оптимизации производственных и научно-технических процессов, осуществляемых для улучшения свойств изделий, изучения предельных возможностей приборов и устройств и т. д.

Поиск экстремума функции отклика происходит путем исследования поверхности отклика. Анализ результатов первой серии опытов позволяет выбрать направление движения в область оптимума по кратчайшему пути, проводя сравнительно небольшое число опытов. Для поиска оптимальных значений параметра оптимизации применяют следующие методы: градиентный, безградиентный и методы случайного поиска.

Наиболее широкое распространение получили градиентный метод крутого восхождения и безградиентный метод последовательного симплекс-планирования.

Преимущества указанных методов перед другими состоит в том, что они позволяют определить оптимум при минимальном числе опытов и избежать ошибок, присущих другим методам оптимизации.

### 8.1. МЕТОД ГАУССА-ЗЕЙДЕЛЯ

При использовании метода Гаусса–Зейделя или, как часто его называют, метода сечений, последовательное продвижение к оптимуму осуществляется путем поочередного варьирования каждого фактора до достижения частного наилучшего значения параметра оптимизации по одному из факторов при находящихся на неизменных

уровнях остальных факторов. Затем в следующей серии опытов варьируют другой фактор при стабилизации остальных, включая первый, и т. д. На рис. 8.1 представлена графическая интерпретация использования указанного метода для двух последовательно варьируемых факторов  $X_1$  и  $X_2$ .

После достижения частного оптимума по фактору  $X_2$  (точка 1) переходят к достижению по фактору  $X_1$ . Затем при достижении частного оптимума по  $X_1$  переходят к движению по  $X_2$  и т. д. Поиск оптимума прекращается в точке, движение из которой не улучшает значение параметра оптимизации. Точность определения оптимальных условий зависит от шага варьирования  $\Delta X_i$  (для увеличения точности нужно уменьшить шаг в окрестностях оптимума).

Метод Гаусса–Зейделя, широко распространенный среди экспериментаторов, оказывается малоэффективным при увеличении числа факторов ( $k > 3$ ) в связи с резким увеличением количества опытов.

Достоинством метода Гаусса–Зейделя является его наглядность и простота. Кроме того, трудно стабилизировать все управляемые факторы, кроме одного, на длительное время, что вызывает дополнительные погрешности в нахождении частных экстремумов.

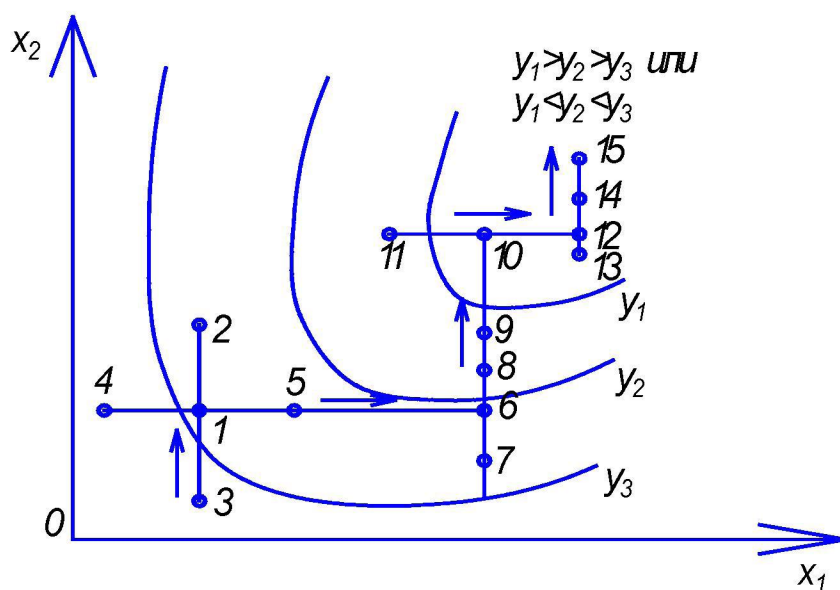


Рис. 8.1. Поиск оптимальных условий методом Гаусса–Зейделя

## 8.2. МЕТОД ГРАДИЕНТА

Особенность метода градиента заключается в том, что движение к оптимальной области осуществляется в направлении градиента функции отклика, причем направление движения уточняется после каждого шага по результатам специально поставленных пробных опытов. Градиент функции представляет собой вектор, величина и направление которого определяются по формуле

$$\mathit{grad} y = \frac{\partial y}{\partial X_1} \vec{i} + \frac{\partial y}{\partial X_2} \vec{j} + \dots + \frac{\partial y}{\partial X_k} \vec{k}, \quad (8.1)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \dots, \vec{k}$  – единичные векторы по соответствующим координатным осям факторного пространства;  $\mathit{grad} y$  – обозначение градиента;

$\frac{\partial y}{\partial X_i}$  – частная производная функции отклика по  $i$ -му фактору.

Частные производные  $\frac{\partial y}{\partial X_i}$  можно рассматривать как коэффициенты линейного уравнения вида  $y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k$ , полученного в результате эксперимента, проведенного, например, обычным традиционным способом.

Изменяя факторы пропорционально величинам коэффициентов регрессии ( $b_i = \frac{\Delta y}{\Delta X_i} = \frac{\partial y}{\partial X_i}$ ), можно осуществить движение по самому короткому пути. Поэтому процедура движения к почти стационарной области называется крутым восхождением.

Эффективность градиента зависит в большей мере от характера поверхности отклика. Технику расчета крутого восхождения удобно рассматривать на однофакторном эксперименте (рис. 8.2).

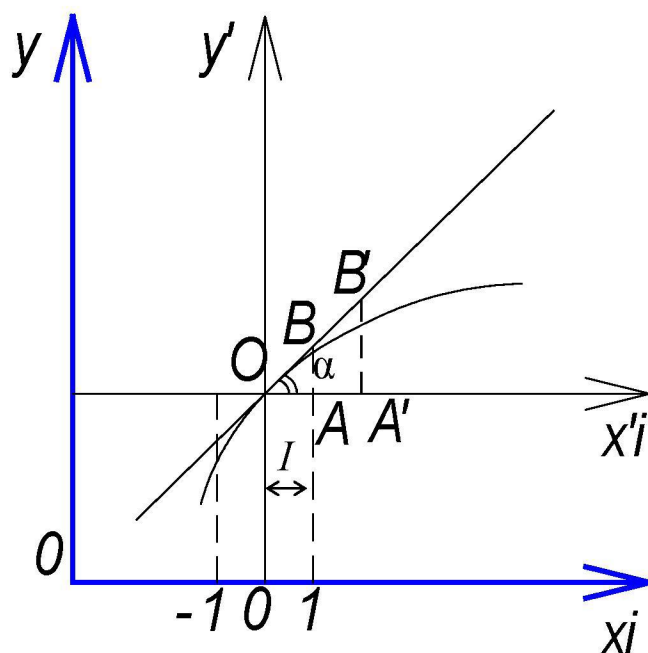


Рис. 8.2. Расчет координат точек в направлении градиента

В многофакторной задаче координаты точек градиента рассчитывают аналогично. Из рис. 8.2 видно, что если значение коэффициента регрессии, который равен тангенсу угла между линейной функцией и осью данного фактора ( $\operatorname{tg} \alpha$ ), умножить на интервал варьирования, который является прилежащим катетом ( $I$ ) в прямоугольном треугольнике  $OAB$ , то получится противоположный катет  $AB$ , который и дает координаты точки, лежащей на градиенте.

Если абсолютные величины  $b_i I$  умножить или разделить на любое положительное число, то при этом получают координаты точек, также расположенных на градиенте, но с другим шагом (точка  $B'$ ). Движение по градиенту получается последовательным приближением к основному уровню факторов величин, пропорциональных  $b_i I$ .

На рис. 8.3 представлен поиск оптимума методом градиента.

После определения составляющих градиента (частных производных – коэффициентов  $b_k$ ) выполняют движение в направлении к оптимуму на величину рабочего шага.

$$\vec{X}_{h+1} = \vec{X}_h + p_p \text{grad } y(\vec{X}_h), \quad (8.2)$$

где  $\text{grad } y(\vec{X}_h) = (b_{h1}; b_{h2}; \dots; b_{hk})$ ;  $p_p$  – параметр рабочего шага;  $h$  – номер шага.

Критерием оценки выхода в область оптимума является малое значение модуля градиента:  $|\text{grad } y(\vec{X}_h)| \rightarrow 0$ . Иными словами, все коэффициенты  $b_i$  становятся статистически незначимыми или равными нулю.

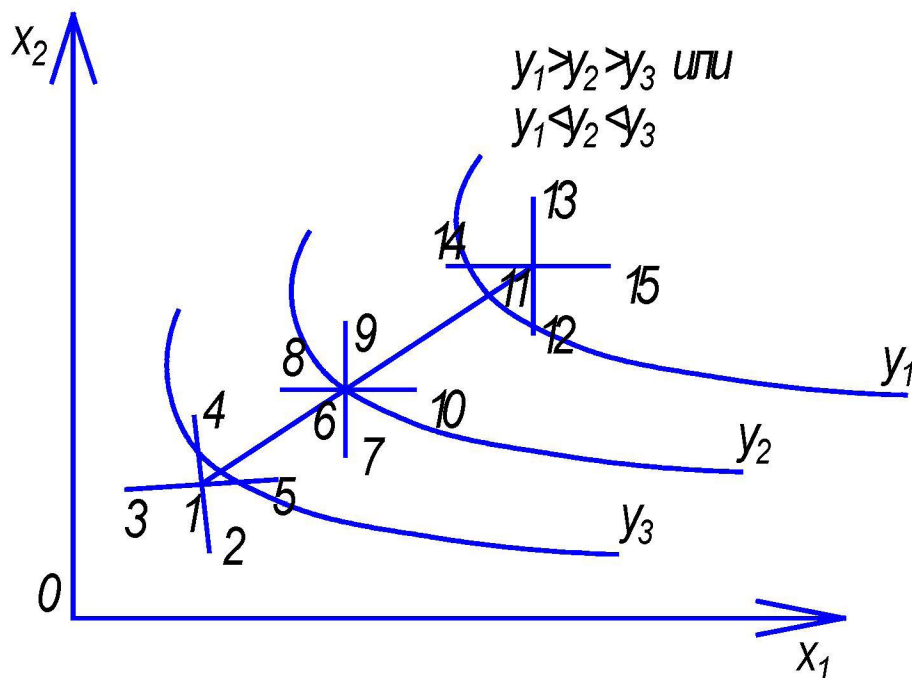


Рис. 8.3. Движение к оптимуму методом градиента

Количество опытов в каждой точке равно  $2k$ . Большое влияние на эффективность этого метода оказывает выбор величины рабочего шага. При малом шаге требуется большое количество опытов, при большом – можно проскочить область оптимума. Для сокращения числа опытов целесообразно изменять величину шага в зависимости от расстояния до экстремальной точки.

Размер рабочего шага можно определить по формуле

$$P_p = \frac{\rho}{h\gamma}, \quad (8.3)$$

где  $\rho$  – постоянная величина;  $\gamma$  – определяется предполагаемым видом поверхности отклика и обычно принимается равной 0,20...0,30;  $h$  – номер шага.

Шаг обычно округляют. Опыты представляют в натуральных переменных.

Методы оптимизации, основанные на использовании градиента, обычно обеспечивают быстрое приближение к оптимуму, но имеют ряд недостатков, которые ограничивают их применение. В частности, градиент определять на каждом шаге трудоемко. Кроме того, такие методы предполагают существование частных производных исследуемой неизвестной функции, что не всегда возможно.

### 8.3. МЕТОД КРУТОГО ВОСХОЖДЕНИЯ

Из градиентных методов наиболее широкое применение получил метод крутого восхождения. Этот метод впервые был предложен в 1951 г. Боксом и Уильсоном (поэтому его часто называют методом Бокса–Уильсона). Существенно новым в методе крутого восхождения является то, что в нем использован градиентный метод оптимизации в сочетании с факторным экспериментом (чаще всего дробная реплика) для локального описания поверхности. Этот метод предусматривает стратегию последовательного (шагового) проведения эксперимента, при котором весь эксперимент состоит из отдельных этапов, причем на каждом последующем этапе используют результаты предыдущих.

На первом этапе поверхность отклика аппроксимируют полиномиальной моделью первого порядка (полином первой степени), на основе которой определяют направления движения по градиенту в зону оптимума. Затем путем постановки опытов с учетом направления в факторном пространстве, выбранного с помощью градиента, достигают почти стационарной области, т. е. области оптимума. На третьем этапе исследования, если имеется необходимость, область оптимума аппроксимируют полиномиальным уравнением второго порядка и реже – третьего. И в каждом из этапов исследователь получает результаты, приближающие его к оптимальным условиям проведения процесса.

В отличие от чисто градиентного метода (при котором ставятся по два пробных опыта по обе стороны от базовой точки путем поочередного варьирования каждой из входных величин), экспериментальное изучение области оптимума методом крутого восхождения состоит в том, что оптимизация достигается при минимальном числе опытов за счет использования эффективных дробных реплик при выборе направления движения и рационального применения шаговой процедуры движения к зоне оптимума.

При факторном эксперименте в оценке каждого коэффициента модели, а следовательно, каждой составляющей градиента участвуют все  $N$  точек (опытов). Поэтому эти оценки получаются более точными, чем при классическом градиентном методе, где каждая составляющая градиента вычисляется только по двум точкам. Найденное таким образом по методу крутого восхождения направление градиента более достоверно. В этой связи в найденном направлении градиента можно осуществлять несколько, а не один, пробных шагов до достижения частного экстремума.

Допустим, задана базовая точка  $K_0$  (рис. 8.4). Приняв ее за центр плана, поставим в ее окрестностях ПФЭ (или ДФЭ). Важной особен-

ностью метода крутого восхождения является проведение статистической оценки результатов ПФЭ, что значительно повышает надежность интерпретации этих результатов.

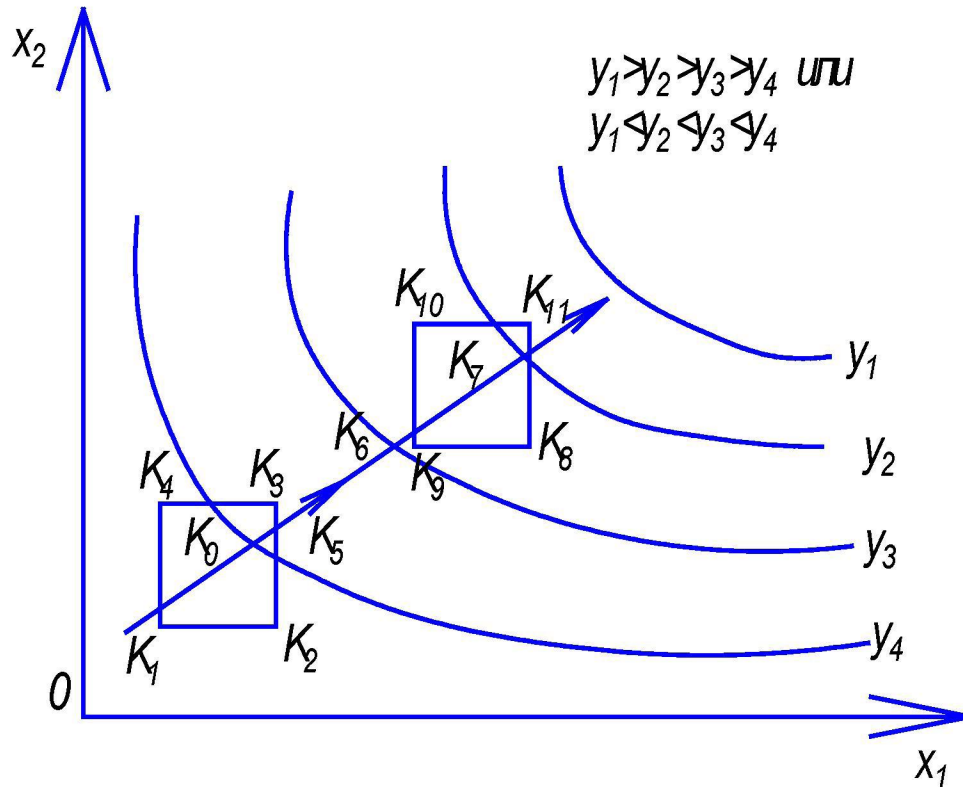


Рис. 8.4. Геометрическая интерпретация метода крутого восхождения

Допустим, по результатам опытов в области базовой точки получено линейное уравнение регрессии

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i . \quad (8.4)$$

Поверхность отклика в окрестностях некоторой точки экстремума аппроксимирована гиперплоскостью.

Ранее было показано, что оценки коэффициентов пропорциональны проекциям вектор-градиента на оси-факторы. Следовательно,

величины коэффициентов будут оценивать составляющие градиентов по соответствующим координатным осям ( $b_i = \frac{\partial y}{\partial X_i}$ ).

Таким образом, задача определения наискорейшего пути к экстремуму функции отклика состоит в нахождении расположенной на гиперплоскости прямой  $l$ , исходящей из начальной точки и обеспечивающей наиболее быстрое изменение функции отклика  $\frac{\partial y}{\partial l} \rightarrow \max$ .

Иными словами, изменение функции отклика будет наибольшим в направлении градиента функции:

$$\left(\frac{\partial y}{\partial l}\right)_{MAX} = |\text{grad } y| = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_k}\right)^2}. \quad (8.5)$$

Если факторы  $X_i$  оценить пропорционально значениям соответствующих им коэффициентов, то будет обеспечено движение вдоль линии крутого восхождения.

О достижении частного экстремума судят по неравенству  $y_{n-1} < y_n > y_{n+1}$ . Если данное неравенство выполняется, то точка  $K_7$  является точкой частного экстремума, ее принимают за базовую и в окрестностях реализуют ПФЭ (или ДФЭ).

Практически поиск экстремальных значений функции отклика сводят к следующим процедурам.

1. Проводят ПФЭ или ДФЭ.
2. Выполняют регрессионный анализ полученных результатов, вычисляя оценки коэффициентов регрессии  $b_i$  для определения составляющих градиента.
3. Рассчитывают произведение  $b_i \Delta X_i$ . Фактор, для которого это произведение наибольшее, принимают за базовый.

4. Выбирают шаг движения для базового фактора по направлению к оптимуму по формуле

$$\lambda |b_{\sigma}| \Delta X_{\sigma} = \mu \Delta X_{\sigma}, \quad (8.6)$$

где  $\lambda$  – параметр шага  $\mu = \lambda |b_{\sigma}|$  ( $0 < \mu \leq 1$ ).

Затем вычисляют размеры шагов по остальным факторам исследуемого процесса по формуле

$$\lambda b_i \Delta X_i = \frac{\mu b_i}{|b_{\sigma}|} \Delta X_i. \quad (8.7)$$

5. Далее проводят «мысленные» опыты, которые заключаются в вычислении значений функции отклика в точках факторного пространства, лежащих по пути к оптимуму, т. е. осуществляется мысленное движение к оптимуму. Движение начинают с центра эксперимента, имеющего координаты нулевого (начального) уровня. Координаты  $h$  ( $h = 1, 2, \dots, m$ ) точки при движении методом крутого восхождения в область оптимума определяют по формуле

$$X_i h = X_{i0} + h \lambda b_i \Delta X_i, \quad (8.8)$$

где  $h$  – номер шага ( $h = 1, 2, 3, \dots, m$ ).

Подставляя в уравнение гиперплоскости натуральные значения переменных факторов, полученные по указанной выше формуле, определяют расчетную величину для каждого шага:  $y = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i \frac{X_{ih} - X_{i0}}{\Delta X_i}$ .

6. Некоторые из «мысленных» опытов реализуют для проверки соответствия найденной зависимости исследуемому процессу. Полу-

ченные наблюдения значения параметра отклика сравнивают с предсказанными.

Движение вдоль направления крутого восхождения следует производить до тех пор, пока производная  $\frac{dy}{dl}$  не обратится в нуль. В этой точке вновь определяют направление градиента путем реализации плана-эксперимента с центром в точке, имеющей наилучший результат. Затем процедура поиска отклика продолжается до тех пор, пока коэффициенты регрессии станут сравнимыми с их ошибками и линейное уравнение окажется неадекватным.

Применение метода крутого восхождения неэффективно в зоне экстремума в связи с возникающей неопределенностью из-за малых значений  $b_i$ , увеличивающих вероятность движения в ложном направлении.

Для повышения эффективности метода крутого восхождения большое значение имеет выбор величины шага: эффективность поиска возрастает при использовании переменной величины шага.

Движение по градиенту наиболее эффективно для такой функции отклика, которая является адекватной и имеет коэффициенты  $b_i$ , несущественно различающиеся между собой, что достигается удачным выбором интервалов варьирования.

Методом крутого восхождения можно достигнуть оптимума значительно быстрее и с меньшими затратами времени и средств, чем другими методами оптимизации. Кроме того, можно получить математическую модель процесса, которая может быть в дальнейшем использована при переходе от лабораторных исследований к промышленным.

## 8.4. МЕТОД СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА

Характерная особенность этого метода – случайный выбор направления движения на каждом шаге. Если точка после  $h$ -го шага занимает  $\vec{X}_h$  положение в фактическом пространстве, то следующий шаг будет сделан после реализации пробного опыта в случайной точке  $\vec{X}_{h+1}$ , определяемой по формуле

$$\vec{X}_{h+1} = \vec{X}_h + \vec{X}, \quad (8.9)$$

где  $\vec{X}$  – случайный вектор определенной длины.

Значения параметра оптимизации  $y(\vec{X}_h)$  и  $y(\vec{X}_h + \vec{X})$  сравнивают между собой и затем выполняют рабочий шаг вдоль вектора  $\vec{X}'$  в направлении, в котором улучшается значение параметра оптимизации. Обычно длина рабочего шага превышает величину пробного.

На рис. 8.5 представлена графическая интерпретация метода случайного поиска.

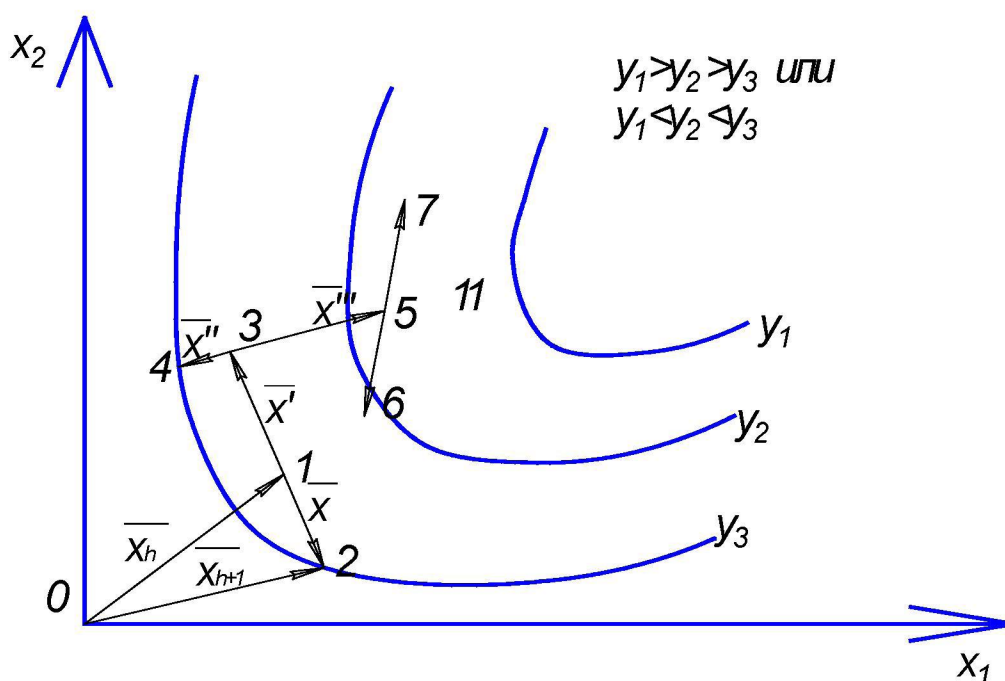


Рис. 8.5. Графическая интерпретация метода случайного поиска

Показателем выхода в область оптимизации функции отклика является возрастание количества опытов, не дающих улучшения параметра оптимизации.

Метод случайного поиска очень прост, но, очевидно, применим только для простых ситуаций. При большом числе факторов он весьма трудоемок и не обеспечивает быстрого поиска оптимальных условий изучаемого процесса.

## 8.5. МЕТОД СИМПЛЕКС-ПЛАНИРОВАНИЯ

Метод симплекс-планирования был предложен в 1962 г. Он основан на последовательном отражении в факторном пространстве правильного симплекса. Симплекс в  $k$ -мерном пространстве представляет собой выпуклый многогранник, образованный пересечением  $k$ -гиперплоскостей заданного пространства и имеющий  $k + 1$  вершину. Число вершин на единицу больше, чем число факторов. Симплекс называется правильным, если расстояния между его вершинами равны между собой (рис. 8.6). Неправильный симплекс можно преобразовать в правильный путем кодирования факторов. На плоскости симплекс имеет вид правильного треугольника, в трехмерном пространстве – тетраэдра. Для целей оптимизации используют важное свойство симплекса – его отражение относительно одной из граней и построение новой вершины, противоположной старой относительно отражаемой грани. Таким последовательным отбрасыванием вершин (поворот симплекса вокруг грани, противоположной отброшенной вершине) и осуществляется перемещение симплекса в факторном пространстве (рис. 8.7). Следовательно, для построения нового симплекса, который представляет отражение предыдущего, требуется реализовать всего один опыт.

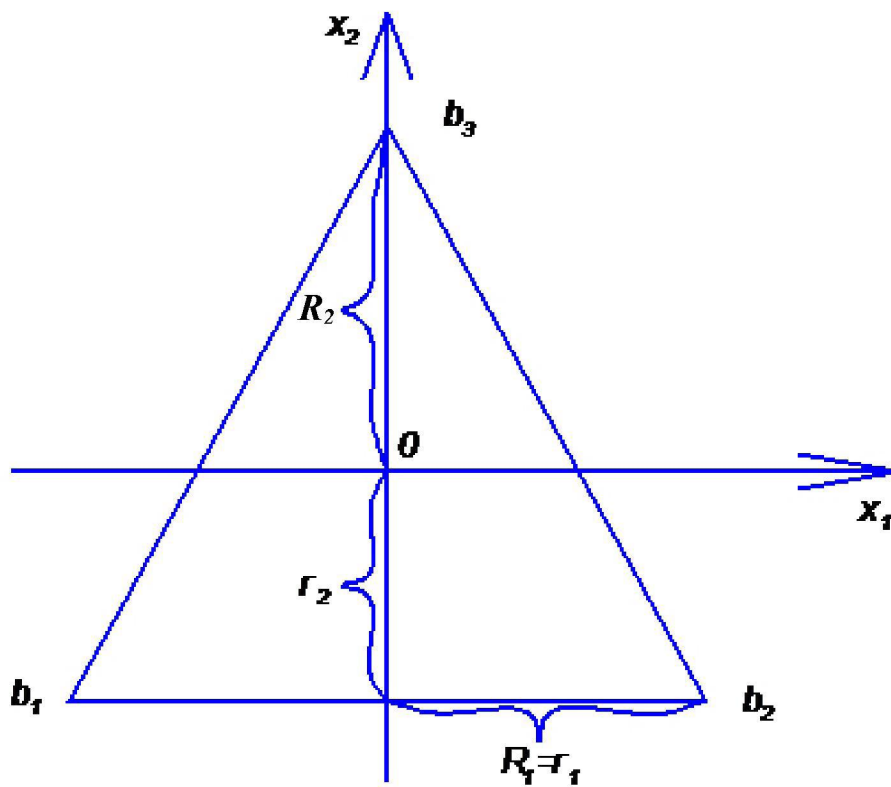


Рис. 8.6. Правильный симплекс (двухмерный) в ортогональной системе координат

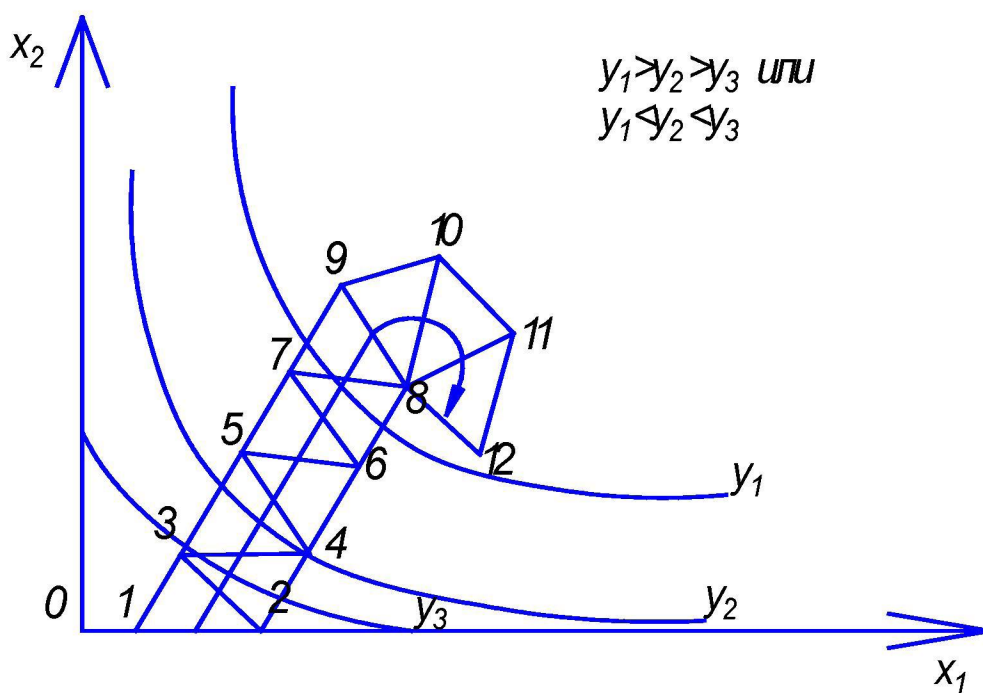


Рис. 8.7. Поиск оптимальной области метода симплексов

Например (рис. 8.7), если в точках 1, 2, 3 факторного пространства поставлен эксперимент и наихудшее значение параметра оптимизации оказалось в точке 1, то треугольник поворачивается вокруг сторон 2 – 3, в результате чего получают точку 4, в которой ставят очередной эксперимент. Из точек 2, 3, 4 выбирают наихудшую и снова делают поворот вокруг стороны, противоположащей наихудшей точке. Процедуру повторяют до тех пор, пока симплекс не начнет вращаться вокруг точки оптимума.

Исходный план, составляющий  $k$ -мерный симплекс с центром в начале координат, ориентирован таким образом, что одна из его вершин лежит на оси  $X_k$ , а остальные вершины расположились симметрично относительно координатных осей гиперплоскостей.

Первая задача при симплекс-планировании состоит в построении матрицы исходного симплекса – таблицы, в которой записаны координаты экспериментальных точек. Матрицу исходного симплекса строят путем последовательного перехода от одного симплекса к другому, увеличивая размерность симплекса на единицу. Координаты вершин симплекса можно определить из следующей матрицы:

$$X = \begin{vmatrix} r_1 & r_2 & r_i & r_{k-1} & r_k \\ -R_1 & r_2 & r_i & r_{k-1} & r_k \\ 0 & -R_2 & r_i & r_{k-1} & r_k \\ 0 & 0 & -R_i & r_{k-1} & r_k \\ 0 & 0 & 0 & -R_{k-1} & r_k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -R_k \end{vmatrix}, \quad (8.10)$$

где  $r_i$  и  $R_i$  – соответственно радиусы вписанной и описанной гиперсферы для  $i$ -мерного симплекса. При стороне размерного симплекса, равного 1, радиусы гиперсфер, т. е. координат вершин симплекса, определяются по следующим формулам:

$$r_i = \frac{1}{\sqrt{2i(i+1)}}; \quad (8.11)$$

$$R_i = \sqrt{\frac{i}{2(i+1)}}, \quad (8.12)$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, k$ . Число опытов в симплексной матрице равно числу вершин симплекса.

В табл. 8.1 представлена матрица начального правильного симплекса с числовыми значениями его элементов.

Таблица 8.1

Номер вершин сим- плекса	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	...	X <sub>k</sub>
1	0,5	0,289	0,204	0,158	0,129	0,109	0,0945		$r_k$
2	-0,5	0,289	0,204	0,158	0,129	0,109	0,0945		$r_k$
3	0	-0,578	0,204	0,158	0,129	0,109	0,0945		$r_k$
4	0	0	-0,612	0,158	0,129	0,109	0,0945		$r_k$
5	0	0	0	-0,632	0,129	0,109	0,0945		$r_k$
6	0	0	0	0	-0,645	0,109	0,0945		$r_k$
7	0	0	0	0	0	-0,654	0,0945		$r_k$
8	0	0	0	0	0	0	-0,661		$r_k$
k+1	0	0	0	0	0	0	0		$-R_k$

Примечание. k – число факторов.

После построения матрицы исходного симплекса решается вторая задача симплекс-планирования – движение в область оптимума. Перемещение симплекса в факторном пространстве осуществляется путем его поворота вокруг грани, противоположной вершине с минимальным значением параметра оптимизации. Координаты новой вершины определяются по формуле

$$X_{ij}^{k+2} = \frac{2}{k} \sum_{i=1}^k X_{ij} - X_{ij}^*, \quad (8.13)$$

или

$$X'_i = \frac{2}{k} [X_1 + X_2 + X_{p-1} + X_{p+1} + \dots + X_{k+1}] - X_p, \quad (8.14)$$

где  $X_{ij}^{k+2}$ ,  $X'_i$  – координата новой точки;  $\frac{2}{k} \sum_{i=1}^k X_{ij}$  – среднее из координат всех точек симплекса, кроме «плохой»;  $X_{ij}^*$ ,  $X_p$  – координаты «плохой» точки (с минимальным значением отклика).

После построения нового симплекса и проведения опыта в найденной точке вновь решается вопрос о том, какая из точек может быть исключена.

Последовательное отображение различных величин симплекса приводит к тому, что центр симплекса перемещается по некоторой ломаной линии. Траектория его движения зависит от порядка, в котором отображаются вершины симплекса. Центр симплекса движется с максимальной скоростью, если порядок отображения вершин соответствует периодически повторяющемуся ряду всех вершин (рис. 8.8, а). Незаконномерная последовательность отображения вершин (некоторые вершины отображаются чаще остальных) замедляет движение центра симплекса (рис. 8.8, б).

При перемещении симплекса в факторном пространстве может возникнуть такое положение, когда во вновь полученной точке величина параметра оптимизации является минимальной, также и в точке, которая была исключена на предыдущем шаге. При отбрасывании этой точки происходит возврат к исходному симплексу, а далее начинают колебаться относительно одной грани (рис. 8.8, в). Подобное положение возможно, если вершины симплекса располагаются на гребне поверхности отклика. В этом случае рекомендуется уменьшить длину грани симплекса и эксперименты повторить.

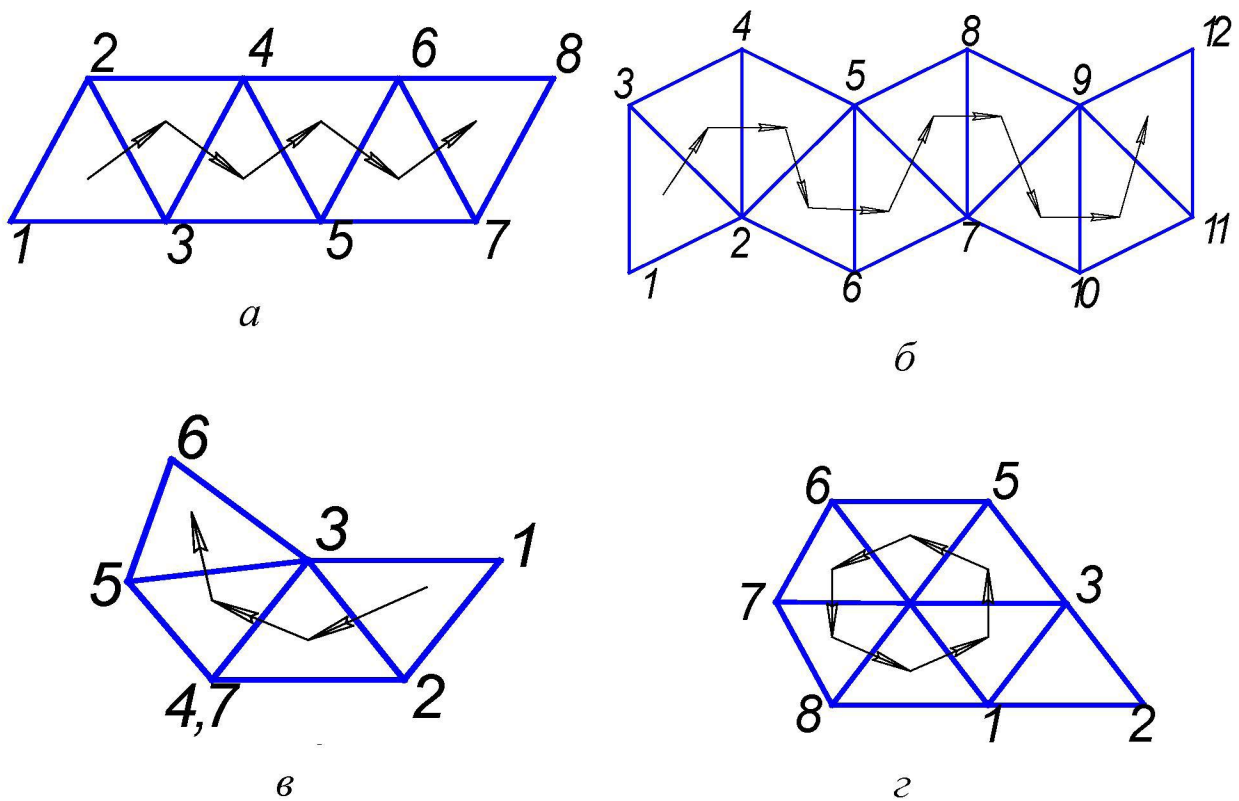


Рис. 8.8. Движение по поверхности отклика при симплекс-планировании:  
 а – без ошибок; б – с образованием петли; в – с колебаниями; г – при зацикливании

При движении симплекса в факторном пространстве может наступить его вращение вокруг одной из вершин – зацикливание сим-

плекса (рис. 8.8, з). Это свидетельствует о том, что в результате движения достигнута область оптимума. Следует иметь в виду, что причиной заикливания симплекса может быть и ошибка эксперимента.

Симплекс-планирование является одним из наиболее эффективных методов поиска оптимальной области, однако данный метод обладает недостатками: не позволяет оценить влияние каждого фактора и их взаимодействий и дает ограниченное представление о поверхности отклика, кроме того, при этом методе невозможно обеспечить быстрое движение в области оптимума и получить высокую точность определения точки оптимума.

Для улучшения свойств симплекс-метода предложены его модификации. Например, используют алгоритм оптимизации с переменным размером симплекса, позволяющего определить с заданной точностью оптимальную точку в факторном пространстве.

## 8.6. ПРИМЕРЫ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ

*Пример.* Применение симплекс-планирования рассмотрим на примере оптимизации геометрических параметров концевых быстрорежущих фрез диаметром 22 мм и числом зубьев  $z = 3$ .

В качестве параметра оптимизации принята стойкость фрез  $T$  в минутах. Варьируемыми факторами выбраны геометрические параметры концевых фрез: задний угол  $\alpha$ , передний угол  $\gamma$ , ширина ленточки зуба  $f$ . В табл. 8.2 представлены уровни факторов и интервалы их варьирования. Преобразование натуральных значений в кодовые (безразмерные) производилось по формуле (1.11).

Таблица 8.2

Факторы	Обозначения		Базовые значения факторов	Интервал варьирования
	кодовые	натуральные		
Задний угол, ...°	X <sub>1</sub>	α	14	4
Передний угол, ...°	X <sub>2</sub>	γ	15	6
Ширина ленточки, мм	X <sub>3</sub>	f	0,5	0,3

Первоначальный симплекс, представляющий правильный тетраэдр, был построен с центром в начале координат и расстояниями между вершинами, равными единице. Движение симплекса на основании результатов эксперимента можно проследить как по табл. 8.3, так и по рис. 8.9. При длине ребра трехмерного симплекса (тетраэдра), равной единице, координаты вершин симплекса были выбраны по табл. 8.1. Натуральные значения факторов в вершинах симплекса определяли по формуле

$$x_i = X_i \Delta x_i + x_{i0}, \quad (8.15)$$

Например, значение заднего угла в вершине *A* симплекса *ABCD*

$$\alpha_A = X_1 \Delta x_1 + x_{10} = X_1 \Delta \alpha + \alpha_0 = 0,5 \cdot 4 + 14 = 16^\circ.$$

Результаты испытаний фрез на стойкость приведены в табл. 8.3, из которой видно, что среди первых четырех опытов симплекса *ABCD* наименьшее значение стойкости *T* получилось в вершине *B*.

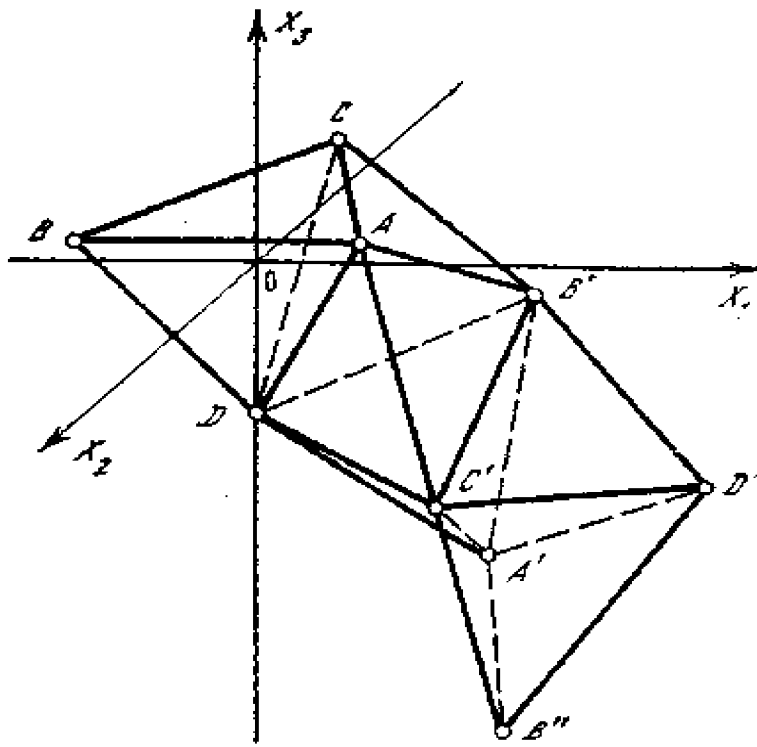


Рис. 8.9. Схема движения симплекса при оптимизации стойкости фрезы

Таблица 8.3

№ опыта	Симплекс	Вершина, в которой проводили опыт	Задний угол		Передний угол		Ширина ленточки		Среднее значение стойкости фрезы, мм
			Кодовое значение	Градусы	Кодовое значение	Градусы	Кодовое значение	мм	
1	$ABCD$	$A$	0,5	16	0,280	16,7	0,204	0,56	37,5
2	$ABCD$	$B$	-0,5	12	0,280	16,7	0,204	0,56	31,5
3	$ABCD$	$C$	0	14	-0,578	11,7	0,204	0,56	32,5
4	$ABCD$	$D$	0	14	0	15,0	-0,612	0,32	40,0
5	$ABCD$	$B'$	0,75	17	-0,483	12,1	-0,333	0,40	40,7
6	$ABCD$	$C'$	0,825	17,3	0,450	17,7	-0,70	-0,29	47,2
7	$AB'CD$	$A'$	0,625	16,5	-0,300	13,2	-1,266	0,12	47,8
8	$AB'CD'$	$D'$	1,475	19,9	-0,217	13,7	-0,933	0,22	50,6
9	$AB''CD'$	$B''$	1,15	18,6	0,433	17,6	-1,60	0,02	67,0
10	$AB''C'D'$	$C''$	1,375	19,5	-0,500	12,0	-1,70	-0,01	-

Затем вершина  $B$  была отброшена и построен новый симплекс с новой точкой  $B$ , значение факторов в которой определяли по формуле (8.14). Например, для заднего угла зуба фрезы

$$X_1(B') = \frac{2}{3} [X_1(A) + X_1(C) + X_1(D)] - X_1(B) = \frac{2}{3}(16 + 14 + 14) - 12 = 17^\circ.$$

В точке  $B$  проводили опыт, значение которого представлено в табл. 8.3.

Затем отбрасывали точку с наименьшим значением стойкости  $T$ , т. е. точку  $C'$ , определяли координаты новой точки  $C'$  и проводили в ней опыт и т.д. В точке  $C''$  опыты прекращались, так как возникало отрицательное значение ширины ленточки, что противоречит физическому смыслу. Наибольшее значение стойкости было получено при следующих значениях геометрических параметров фрез: задний угол  $\alpha = 19^\circ$ , передний угол  $\gamma = 18^\circ$ , ширина ленточки  $f = 0,02$  мм. Для проверки результатов исследований были испытаны концевые фрезы с указанными геометрическими параметрами, близкими по значениям к оптимальным. Стойкость фрез оказалась равной 64–68 мин.

Итак, на основании всего десяти опытов методом симплекс-планирования были получены оптимальные геометрические параметры концевых фрез.

**Пример.** Для определения влияния температурных режимов (температуры и температурного градиента) на предел прочности полимерного материала был применен ПФЭ с последующим крутым восхождением. Исследования проводились на универсальной гидравлической испытательной машине типа УГ20/2 по ГОСТ 11262 – 76.

Для достижения и фиксации заданной температуры и температурного градиента в испытываемом образце была разработана и изготовлена термокамера специальной конструкции, в которую помещали

среднюю часть образца. Температурный режим создавали и поддерживали с помощью терморегулятора.

На основе априорных данных были выбраны основные уровни факторов (температуры и температурного градиента) и интервалы их варьирования. Условия планирования и реализации эксперимента по оптимизации предела прочности полимерного материала с помощью метода крутого восхождения представлены в табл. 8.4.

Для уменьшения систематических ошибок опыты по плану типа  $2^2$  проводили в случайном порядке. Для оценки ошибки эксперимента каждый опыт был осуществлен трижды. Статистическая проверка результатов эксперимента показала однородность дисперсии параллельных опытов. В табл. 8.4 указаны средние значения предела прочности полимерного материала. Далее определяли коэффициенты уравнения регрессии. В результате расчетов было получено линейное уравнение регрессии, связывающее предел прочности с варьируемыми факторами – температурным градиентом  $X_1$  и температурой  $X_2$ .

$$Y = 563 + 15X_1 - 93X_2 \quad . \quad (8.16)$$

Уравнение (8.16) оказалось адекватным при уровне значимости 0,05.

Затем рассчитывали произведение  $b_i \Delta X_i$ . Наибольшим оказалось произведение  $b_2 \Delta X_2 = -1860$ . Поэтому фактор  $X_2$  был выбран за базовый. Выбирали параметр  $\lambda = \frac{\mu}{|b_i|}$ , где  $\mu$  может принимать значения от

нуля до единицы. Принимали  $\mu = 0,4$ . Тогда  $\lambda = \frac{0,4}{|-0,93|} = \frac{0,4}{93} = 0,0043$ .

Далее определяли шаги при крутом восхождении. Для фактора  $X_1$  шаг  $\lambda (b_1 \Delta X_1) = 0,0043 \cdot 42 = 0,18 \approx 0,2$ . Для фактора  $X_2$  шаг  $\lambda (b_2 \Delta X_2) = 0,0043 \cdot (-1860) = -8,0$ .

Таблица 8.4

Последовательность этапов крутого восхождения	Факторы		Параметр оптимизации $\bar{y}$ – предел прочности, кгс/см <sup>2</sup>
	$grad t$ , °С/мм	темпера- тура, °С	
<b>1. Условия планирования эксперимента</b>			
Основной уровень	4	50	
Интервал варьирования	2,8	20	
Верхний уровень	6,8	70	
Нижний уровень	1,2	30	
<b>2. План эксперимента типа 2<sup>2</sup></b>			
Опыты: 1	-1	-1	640
2	+1	-1	673
3	-1	+1	457
4	+1	+1	483
Коэффициенты уравнения $b_i$	+15	-93	
Произведение $b_i \Delta X_i$	42	1860	
Параметр $\lambda = \frac{\mu}{ b_6 } = \frac{0,4}{ b_6 }$	-		
Шаг $\lambda = b_i \Delta X_i$	0,18	-8	
Шаг выбранный (округленный)	0,20	-8	
<b>3. Опыты на линии крутого восхождения</b>			
а) мысленный	4,2	42	633
б) реализованный	4,4	34	672
в) мысленный	4,6	26	678
г) реализованный	4,8	18	716
д) мысленный	5,0	10	786
е) реализованный	5,2	2	793

В табл. 8.4 представлены результаты движения по линии крутого восхождения. Для «мысленных» опытов использовали формулу (8.16). Для удобства расчетов кодовые значения факторов были переведены в натуральные путем декодирования. После декодирования полученная формула имела вид

$$\hat{y} = 774 + 5,4 \text{ grad } t - 4,56 t.$$

Сравнение результатов реализованных и «мысленных» опытов показывает некоторое расхождение: оно было вызвано не только ошибкой эксперимента, но и наличием квадратичных эффектов. Крутое восхождение было прекращено при температуре +2 °С. Дальнейшее исследование необходимо проводить при отрицательных температурах, что не входило в задачу исследования.

## 8.7. МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Наиболее важной функцией исследователя при проведении любых экспериментов (простых или сложных, с малыми или большими материальными затратами, с получением адекватных или неадекватных моделей) является принятие решения. Исследование поведения человека в процессе принятия решения в основном ограничивается задачами, связанными с выбором одного или нескольких независимых решений из ряда статистических вариантов, отличающихся друг от друга стоимостью и результатами.

Принимающий решение может и не знать всех доступных ему ответных реакций. Характеристики задач могут меняться с течением времени, и не всегда бывает ясно, какой момент для принятия реше-

ния является оптимальным. В многофункциональной системе принимающий решение специалист может отвечать лишь за какую-то часть решения по системе в целом. Часто исследователю приходится принимать решения в сложных ситуациях. Решения зависят от числа факторов, подробности плана, цели исследования (достижение оптимума, построение интерполяционной формулы) и т. д. Число возможных решений по примерной оценке может достигать нескольких десятков тысяч.

При разработке сложных систем (особенно это касается систем человек-машина) необходимо в процессе принятия решений изучать и моделировать поведение человека. Это вызвано следующими обстоятельствами.

1. Различные методики, технические средства отображения и обучения часто используются для того, чтобы усовершенствовать шаблонные методы принятия решений, используемые людьми. Для этого прежде всего необходимо иметь данные о том, как человек выполняет работу, и концептуальную структуру, в рамках которой можно интерпретировать его действия. Модели и переменные, описывающие действия человека, принимающего решение, должны быть совместимы с моделями и переменными, описывающими действия системы.

2. Автоматизированное принятие решений часто используется в сложных системах, при этом оно выполняется либо ЭВМ, либо самими людьми по заранее разработанному методу. Поэтому разработка лучших способов оценки субъективных знаний, величин и целей, которыми обладают люди, и введение их в методы принятия решений представляют собой важную техническую задачу.

3. Многие виды деятельности человека в системах человек-машина включают принятие решений в виде неявной составляющей. В таких случаях целесообразно иметь модели, связанные с принятием решений, даже если они предсказывают действия неточно.

Рассмотрим методы принятия решения, наиболее часто встречающиеся в практике.

**Решение компромиссных задач.** При изучении сложных технических систем во многих случаях возникает необходимость одновременного рассмотрения нескольких параметров оптимизации. В этих условиях решают компромиссные задачи – ведут поиск компромисса между несколькими параметрами оптимизации, так как на условный экстремум для одной поверхности отклика  $y_i = f_i(x_i), i = \overline{1, k}$  налагаются ограничения другой поверхности  $y_2 = f_2(x_i), i = \overline{1, k}$  или несколькими другими поверхностями отклика. При  $k = 2$  эта задача решается просто графически. При большем числе независимых переменных задачу приходится решать, пользуясь методом неопределенных множителей Лагранжа. Для нахождения условного экстремума составляют вспомогательную функцию

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k) = f_1(x_1, x_2, \dots, x_k) + \sum_{i=1}^k \lambda_i \tilde{f}_i(x_1, x_2, \dots, x_k), \quad (8.17)$$

где  $\lambda_i$  – множители Лагранжа, и решают систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \lambda \frac{\partial f_2}{\partial x_1} &= 0; \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} + \lambda \frac{\partial f_2}{\partial x_2} &= 0; \\ &\dots\dots\dots; \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_k} + \lambda \frac{\partial f_2}{\partial x_k} &= 0; \end{aligned} \quad (8.18)$$

$$y_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_k)$$

относительно переменных  $x_1, x_2, \dots, x_k$  и  $\lambda$  при некотором фиксированном значении  $y_2$ .

Для двух критериев оптимизации решают систему уравнений (8.18). Если критериев больше двух, то для решения системы уравнений необходимо использовать ЭВМ. Применение этого метода позволяет успешно решать задачи, связанные с рассмотрением систем нелинейных уравнений, характеризующих различные свойства технических систем, в том числе как без ограничений, так и с ограничениями на критерии оптимизации.

**Метод максимального правдоподобия.** Сущность метода максимального правдоподобия заключается в нахождении таких оценок неизвестных параметров для принятия решения, для которых функция правдоподобия при случайной выборке объема будет иметь максимальное значение. Пусть на опыте получена выборка значений случайной величины  $x_1, x_2, \dots, x_k$ . Окружим каждую точку  $x_i$  окрестностью длиной  $\varepsilon$ . Вероятность поисков в интервале с границами  $p_{\min}, p_{\max}$  приближенно равна  $x_i - \frac{1}{2}\varepsilon, x_2 + \frac{1}{2}\varepsilon$ . Если произведено  $f(x_i)\varepsilon$  наблюдений, то вероятность того, что одновременно первое наблюдение попадает в первый интервал, второе – во второй и т. д., есть вероятность совместного осуществления событий. В силу независимости событий она равна произведению вероятностей:

$$p(x_1 b) f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_k) \varepsilon^k. \quad (8.19)$$

В выражении (8.19) в качестве оценки следует взять то значение  $b$  из области допустимых значений параметра  $b^*$ , для которого эта вероятность принимает наибольшее возможное значение, т. е. корень уравнения

$$\frac{\partial p(x_1 b^*)}{\partial b^*} = 0,$$

представляющего собой необходимое условие экстремума вероятности. Достаточным условием максимума при этом является выполнение неравенства

$$\frac{\partial^2 p(x_1, b^*)}{\partial b^{*2}} < 0.$$

Если максимумов несколько, то необходимо выбрать среди них наибольший. Решение проще получить, если перейти к функции

$$L(x, b^*) = \ln \frac{p(x_1, b^*)}{\varepsilon^k} = \sum_{i=1}^k \ln f(x_i, b^*), \quad (8.20)$$

которая называется функцией правдоподобия. Вероятность  $p$  функции  $L$  имеет максимумы при одних и тех же значениях определяемых параметров, так как

$$\frac{\partial}{\partial b^*} \ln p = \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial b^*}; \quad p > 0.$$

Необходимым условием экстремума для функции (8.20) со многими переменными  $b_i^*$  ( $i = \overline{1, k}$ ) является система уравнений

$$\frac{\partial L(x_1, b_1^*, b_2^*, \dots, b_k^*)}{\partial b_i^*} = 0 \quad (i = \overline{1, k}), \quad (8.21)$$

а неотрицательная определенность матрицы

$$\frac{\partial^2 L}{\partial b_i^* \partial b_j^*} \quad (i, j = \overline{1, k})$$

является достаточным условием того, чтобы этот локальный экстремум был максимумом функции правдоподобия.

Реализация метода максимального правдоподобия для принятия решения связана с большим количеством вычислений. Этим методом можно воспользоваться, если для решения системы (8.21) используются средства вычислительной техники. Значительно проще решается задача принятия решения с применением функции желательности.

**Метод применения функции желательности.** Метод применения функции желательности используется для решения задачи оптимизации процессов с большим количеством откликов. Для построения обобщенной функции желательности  $D$  предлагается преобразовать измеренные значения откликов в безразмерную шкалу желательности  $d$ . Простейшим является такое преобразование, в котором существуют верхний и нижний пределы спецификации, причем эти пределы являются единственным и недопускающим изменений критерием качества. Значение  $d = 0$  (или  $D = 0$ ) соответствует абсолютно неприемлемому значению данного отклика, а  $d = 1$  ( $D = 1$ ) – самому лучшему значению отклика, причем дальнейшее улучшение его или невозможно, или не представляет интереса.

Частная функция желательности при одностороннем ограничении имеет вид

$$d = \begin{cases} 0; y < y_{\min} \\ 1; y \geq y_{\min} \end{cases}. \quad (8.22)$$

Аналогичным образом получается частная функция желательности, если в спецификации задано ограничение сверху. Если для данного свойства существует двустороннее ограничение, то

$$d = \begin{cases} 0; y < y_{\min} \text{ и } y > y_{\max} \\ 1; y_{\min} \leq y \leq y_{\max} \end{cases}. \quad (8.23)$$

Если имеется несколько откликов, преобразованных в шкалу  $d$ , то можно с помощью арифметических операций скомбинировать из них некий обобщенный показатель желательности  $D$ . Математическим выражением, отвечающим этим требованиям, служит среднее геометрическое частных функций желательности, т. е.

$$D = \sqrt[k]{d_1 d_2 d_3 \dots d_k}. \quad (8.24)$$

С обобщенной функцией желательности  $D$  можно выполнять все вычислительные операции, как и с любым откликом системы, в частности можно использовать  $D$  в роли критерия оптимизации при исследовании параметров сложных систем. Очень эффективным оказывается применение обобщенной функции желательности для принятия решений, которое во многих случаях дает хорошие результаты. Эта функция не требует сложных вычислений и удобна для нахождения экстремумов функций откликов по информации, полученной в процессе проведения планирования эксперимента.

#### *Использование функции полезности для принятия решения.*

При последовательном планировании эксперимента исследователь может в известной степени контролировать распределение наблюдений, получаемых в процессе выбора и, следовательно, распределения своих выигрышей и затрат. Задача состоит в максимизации среднего значения некоторой функции выигрыша (доходов или убытков).

Если при сравнении двух векторов доходов каждый компонент первого вектора представляется более желательным, чем соответствующий компонент второго вектора, то, как правило, предпочтение отдается первому вектору. Если первый вектор выгоднее только в отношении некоторых своих компонентов, в то время как второй вектор предпочтительнее по другим компонентам, то не всегда очевидно, какому из этих двух векторов отдать итоговое предпочтение. Для окон-

чательного решения вопроса необходимо приписывать соответствующие веса отдельным компонентам. Например, при сравнении двух доходов  $y_1 \in Y$  и  $y_2 \in Y$  доход  $y_2$  предпочтительнее  $y_1$ , если выполняется условие  $y_1 < y_2$ .

Экспериментатор при решении практических задач не вполне свободен в выборе дохода. Обычно он может лишь выбирать из некоторого класса возможных распределений вероятностное распределение на  $Y$ , согласно которому будет определен его доход. Если имеется выбор между двумя случайными механизмами, один из которых составляет доход из  $Y$  согласно вероятностному распределению  $p_1$  а другой – согласно вероятностному распределению  $p_2$ , причем  $p_1 < p_2$ , тогда  $p_2$  предпочтительнее  $p_1$ .

Вещественная функция  $u(y)$ , заданная на множестве  $Y$ , для любого дохода  $y_i$  называется полезностью. Одно вероятностное распределение следует предпочесть другому лишь в том случае, если ожидаемая полезность получаемого дохода при первом распределении больше, чем при втором. Полезность вероятностного распределения – это ожидаемая полезность дохода, получаемого при этом распределении. По этой причине предположение о существовании функции полезности часто называют предположением о средней полезности.

Экспериментатор последовательно может наблюдать результаты в случайном порядке. Каждый раз после того, как просмотрено  $r$  ( $1 \leq r \leq n$ ) опытов, он может упорядочить их по рангам от наиболее (ранг 1) до наименее предпочтительного (ранг  $n$ ). По наблюдению очередных опытов экспериментатор определяет их ранги, включая их в уже имеющуюся шкалу рангов. Предположим, что  $u(1) \geq u(2) \geq \dots \geq u_n$ ;  $u(1) = 1$  и  $u(b) = 0$  при  $b = \overline{2, N}$ . Тогда согласно такой функции полезности экспериментатор должен максимизировать вероятность выбора

опыта ранга 1 среди всех  $N$  опытов. В силу предположения о случайном порядке проведения опытов любой просматриваемый очередной  $z$ -й опыт с одинаковой вероятностью может принять значения  $\overline{1, r}$  среди рангов  $r$  опытов. Если его ранг равен  $b (b = \overline{1, r})$ , то каждому из  $r$  значений  $b$  отвечает вероятность  $1/r$ .

В случае использования методов планирования экспериментов в качестве функции полезности может выступать функция отклика. Значения функции отклика  $y_i = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ , полученные в процессе проведения эксперимента или вычисленные по уравнению регрессии, можно представить в виде ранжированных рядов функций полезности  $u(i) (i = \overline{1, N})$ .

Функция отклика  $y_i$  характеризует качество исследуемой системы, а функция полезности  $u(i)$  является мерой качества (или полезности). Наилучшее значение качества исследуемой системы (или полезности) соответствует наилучшему значению функции отклика (ранг этого события  $r = 1$ , а вероятность  $1/r = 1/N$ ).

Экспериментатор на каждом шаге проведения эксперимента может принять два решения: 1) продолжить процесс наблюдения или прекратить его; 2) в случае решения продолжать, выбрать один из двух или большего числа экспериментов, доступных на этом шаге. Другими словами, всякий раз экспериментатор может выбирать из определенного класса случайных величин ту, которую на этом шаге он предпочитает наблюдать. Таким образом, можно утверждать, что современная теория планирования эксперимента, несмотря на то, что имеет много нерешенных вопросов, тесно связана с теориями численных методов, принятия решения и другими и прочно входит в практику инженерных исследований.

## 8.8. АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Проведение экспериментов для поиска оптимальных решений заключается в реализации некоторой вычислительной схемы определения экстремумов неизвестной функции отклика на заданном множестве точек факторного пространства. При решении этих задач используют различные принципы организации эксперимента: пассивную регистрацию данных эксперимента; проведение активного эксперимента с различными видами управления объектом исследований; одновременное использование методов пассивного и активного экспериментов. При этом исследователи встречаются с необходимостью регистрации большого объема информации, проведения большого количества вычислений различной сложности и различных работ для получения и оформления конечных результатов эксперимента. Многие из указанных работ приходится выполнять вручную, что приводит к существенному увеличению сроков получения результатов эксперимента и значительно снижает производительность труда исследователей. Это определяет необходимость автоматизации экспериментальных исследований.

Одна из конструкций, позволяющая строить математические модели сложных систем при минимальных затратах на эксперимент (на обработку экспериментальной информации), основана на использовании методов планирования эксперимента и ЭВМ. Методика проведения планирования эксперимента с использованием ЭВМ включает в себя следующие этапы: сбор и ввод в ЭВМ исходной информации для машинной обработки эксперимента; обработку экспериментальной информации по схеме полного факторного эксперимента; обработку экспериментальной информации по схеме планов для квадра-

тичных моделей; решение задач отыскания оптимальных параметров исследуемых систем и принятие решения по результатам эксперимента; решение задач адаптационной оптимизации. В системе автоматизированного эксперимента (с использованием ЭВМ), несмотря на то, что многие трудоемкие процессы возложены на ЭВМ, исследователь выполняет вручную такие операции, как планирование, организацию и проведение эксперимента; введение исходной информации в ЭВМ для обработки результатов эксперимента; контроль правильности выполнения плана эксперимента и внесение изменений в план (уточнение плана эксперимента); контроль достоверности получаемой информации об объекте исследования и уточнение исходной и текущей информации и т. д.

Если в состав рабочего места экспериментатора включить, кроме ранее используемого оборудования в автоматизированном эксперименте (исследуемый объект или его макет и ЭВМ), дополнительно средства автоматического измерения и отображения информации, а также аппаратуру сопряжения и управления измерительным (или его можно назвать контрольно-измерительным) комплексом, то многие из перечисленных операций можно автоматизировать, т. е. реализовать «машинный эксперимент».

Важной составной частью комплекса средств автоматизации эксперимента является его программное (или математическое) обеспечение. Разработка математического обеспечения (МО) для всего комплекса программ, реализующих методы и алгоритмы планирования эксперимента, составляет 60–70 % трудоемкости всех работ по созданию и внедрению комплекса средств автоматизации эксперимента. Как видно из практики, затраты времени на отдельные операции при разработке программы распределяются следующим образом: разработка алгоритмов и программирование – 30...40 %; автономная

отладка отдельных блоков и модулей программ – 10...20 %; комплексная отладка программы в целом – до 50 %. Поэтому к разработке МО предъявляются следующие требования:

- ориентация средств МО на класс задач, решаемых системой, и на тип используемых в системе ЭВМ;
- программирование задач в системе наиболее эффективным способом (необходимо ориентироваться на новейшие достижения в автоматизации программирования и выбирать наилучшие решения из существующих);
- разработка набора специальных языков эксперимента, обеспечивающих удобство постановки задач непосредственно исследователями, ведущими эксперименты в определенной области науки;
- ориентация на модульность программирования, что позволяет свести создание программ к синтезу соответствующих модулей;
- построение МО по иерархическому принципу, что позволяет упростить пользование большим числом взаимозависимых программ различной функциональной сложности;
- предоставление экспериментаторам максимальных удобств, простоты и наглядности при проведении экспериментальных исследований;
- обеспечение возможности поэтапного внедрения МО системы;
- обеспечение типовости МО (программных средств ввода-вывода, контроля, обработки данных, библиотеки стандартных подпрограмм);
- тщательное составление и подготовка документации по МО (описание алгоритмов, структурной схемы программ и инструкции), чем обеспечиваются его доступность и удобство использования.

Математическое обеспечение может быть общесистемным, машинным и специальным. Общесистемное МО – это совокупность программ, обеспечивающих ее нормальное функционирование сис-

темы, оптимальное решение всех задач. К нему относятся программы, реализующие организацию взаимодействия ЭВМ, входящих в систему, координацию работы этих машин и разнообразных внешних устройств и информационного обмена между ними. Машинное МО предназначено для организации вычислительного процесса в определенной машине, входящей в состав системы, эффективного использования оборудования, предоставления пользователям широкого круга средств для программирования. Специальное МО представляет собой пакеты специфических задач конкретной системы, например комплекса автоматизации эксперимента. Для построения специального МО используются средства машинного и общесистемного МО.

Комплексы автоматизации эксперимента в десятки и даже сотни раз ускоряют проведение экспериментов и повышают надежность получаемых данных. Использование «машинных экспериментов» стало мощным средством математической оценки соответствия модели и объекта.