1. Техническое состояние объектов

В процессе эксплуатации технических объектов они подвергаются механическим, термическим, акустическим, радиационным и другим видам нагрузок, которые носят случайный характер и под воздействием которых в материалах конструкций возникают накапливающиеся повреждения, приводящие к необратимым структурным изменениям. При этом происходит износ сопрягаемых элементов, а различные неблагоприятные в ходе эксплуатации, в том числе и климатические воздействия, приводят к повреждению защитных покрытий, коррозии и другим изменениям состояния объектов.

Под техническим состоянием объекта понимается совокупность его свойств, изменяющихся при его эксплуатации и характеризуемая в определённый момент времени степенью соответствия фактических показателей (признаков) свойств установленным в нормативно-технической (НТД) и конструкторской документации (КД).

Градации технического состояния объекта определяются, исходя из требований исправности (работоспособности) и потребности в работах обслуживания и ремонта для обеспечения исправности.

С течением времени свойства объектов изменяются, что вызывает необходимость оценки их технического состояния с точки зрения функционирования и пригодности для выполнения предписанных им функций.

В настоящее время, исходя из сложившегося уровня развития науки и техники и возможности контроля, в научно-технической документации установлены пять дискретных (фиксированных) видов технического состояния:

Исправное состояние (исправность) – состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Неисправное состояние (неисправность) - состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Работоспособное состояние (работоспособность) – состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствует требованиям нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Неработоспособное состояние (неработоспособность) – состояние объекта, при котором значения хотя бы одного из параметров, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Предельное состояние – состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна, либо восстановление его работоспособного состояния недопустимо или нецелесообразно.

Предельное состояние характерно для объектов 1-3 уровней (см. рис.1.1).

Переход в предельное состояние связан с появлением неустранимых силами обслуживающего персонала нарушений показателей эффективности, работоспособности или безопасности. Одним из таких нарушений со стороны объекта является дефект, под которым понимается каждое отдельное несоответствие продукции установленным требованиям.

Обычно выделяют три вида предельных состояний. Два из них связаны с необходимостью отправки машин в средний или капитальный ремонт соответственно, то есть с временным прекращением эксплуатации объекта. Третий вид предельного состояния связан с окончательным прекращением использования объекта и его списанием.

С учётом введённых определений, причинами переходов объектов из одного состояния в другое являются события – повреждения и отказы.

Событие, заключающееся в переходе из исправного состояния в неисправное при сохранении работоспособного состояния, называется **повреждением**.

Нарушение работоспособного состояния является очевидным, когда объект утратил способность функционировать. Более сложным представляется случай, когда объект функционирует, но с существенными изменениями выходных параметров. С целью исключения субъективного подхода в определении отказов в нормативно-технической или эксплуатационной документации устанавливается признак или совокупность признаков неработоспособного состояния объекта. Этот признак (или их совокупность) называется критерием отказа.

Существует еще одна градация технических состояний, называемых категориями. При этом выделяют пять условных учётных категорий. К первой категории обычно относят новые, не бывшие в эксплуатации объекты, ко второй – эксплуатирующиеся объекты, не выработавшие установленного ресурса, к третьей – требующие среднего ремонта, к четвёртой – требующие капитального ремонта, и к пятой – объекты, непригодные к дальнейшей эксплуатации и подлежащие списанию.

Переходы (переводы) объекта из неисправного состояния в исправное, из неработоспособного состояния в работоспособное называются восстановлениями [1].

В зависимости от возможности проведения восстановления объекты подразделяются на восстанавливаемые и невосстанавливаемые.

Если проведение восстановления работоспособности предусмотрено в нормативно-технической и/или конструкторской документации, то его относят к восстанавливаемым, если не предусмотрено – то к невосстанавливаемым.

Как правило, невосстанавливаемыми объектами являются комплектующие и частично составляющие элементы, то есть элементы 4 и 5 уровней (см. рис. 1.1).

Восстановление работоспособного состояния объектов осуществляется при проведении либо технического обслуживания, либо ремонта.

Техническое обслуживание – комплекс мероприятий или операций по поддержанию работоспособности или исправности изделия (объекта) при использовании по назначению, ожидании, хранении и транспортировке.

Ремонт – комплекс операций по восстановлению исправности или работоспособности изделия (объекта) и восстановлению ресурсов изделий (объектов) или их составных частей.

Изменение технического состояния объектов схематически приведено на рис. 1.2 и рис. 1.3.

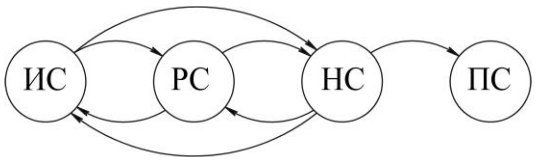

Рис. 1.2. Изменение состояний объекта.
ИС – исправное состояние;
РС – работоспособное состояние;
НС – неработоспособное состояние;
ПС – предельное состояние.

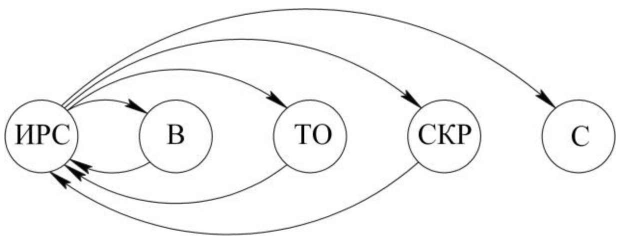

Рис. 1.3. Диаграмма управление техническим состоянием.
ИРС – Исправное или работоспособное состояние;
В – восстановление исправности или работоспособности;
ТО – техническое обслуживание;
СКР – средний или капитальный ремонт;
С – списание с заменой средств на новые.

2. Показатели долговечности

Долговечность определяется как свойство объекта сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонтов.

Для измерения долговечности наработку объекта фиксируют не до отказа, а до некоторого предельного состояния. Такая наработка называется техническим ресурсом (или просто ресурсом), а при календарном исчислении – сроком службы.

Технический ресурс – наработка объекта от начала его эксплуатации или ее возобновления после ремонта определенного вида до перехода в предельное состояние.

Срок службы – календарная продолжительность от начала эксплуатации объекта или ее возобновления после ремонта определенного вида до перехода в предельное состояние.

Из приведенного определения долговечности следует, что она не является только внутренним свойством объекта, а в значительной степени определяется условиями эксплуатации, то есть внешними по отношению к объекту фактами. К ним относятся в первую очередь качество технического обслуживания, квалификация эксплуатирующего персонала, качество и наличие запчастей и другие свойства ОТС.

В этом смысле долговечность является комплексной характеристикой. Однако при фиксированном множестве и уровнях этих факторов показатели долговечности несут определенную информацию о свойствах объекта, по которым можно сравнивать долговечность различных типов.

Показатели долговечности вводятся в соответствии с ранее данными определениями ресурса и срока службы, причем как ресурс, так и срок службы являются случайными величинами. Показателями долговечности служат числовые характеристики этих случайных величин.

К данной группе показателей долговечности относятся следующие:

1. Гамма-процентный ресурс r_γ - наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью γ (при этом величину γ обычно выражают в процентах).

Обозначим функцию распределения ресурса через $F_{\hat{r}}(r)$, а дополнительную функцию распределения, именуемую функцией долговечности – через $R_{\hat{r}}(r)$. Тогда гамма-процентный ресурс r_γ определяется из уравнения

$$\frac{\gamma}{100} = 1 - F_{\hat{r}}(\hat{r} < r) = R_{\hat{r}}(r_\gamma), \qquad (2.1)$$

откуда

$$r_\gamma = R_{\hat{r}}^{-1}\left(\frac{\gamma}{100}\right). \qquad (2.2)$$

Если, например, γ = 90%, то соответствующий ресурс называется девяностопроцентным ресурсом. При γ = 50% гамма-процентный ресурс называется медиантным ресурсом.

2. Средний ресурс $\bar{r}$ – математическое ожидание ресурса. Существует несколько дополнительных разновидностей среднего ресурса (средний ресурс до списания, до капитального или среднего ремонта и т.д.).

3. Назначенный ресурс r_H – суммарная наработка объекта, при достижении которой эксплуатация объекта должна быть прекращена независимо от его состояния.

Показатель второй группы аналогичны показателям первой группы по номенклатуре и смысловому содержанию. Отличие состоит в том, что наименованиях показателей второй группы вместо слова «ресурс» фигурирует «срок службы». Так, существует гамма-процентный срок службы, средний срок службы и т.д.

Например, гамма-процентный срок службы t_γ определяется из уравнения

$$\frac{\gamma}{100} = 1 - F_{\hat{t}}(\hat{t} < t) = R_{\hat{t}}(t_\gamma), \tag{2.3}$$

откуда
$$t_\gamma = R_{\hat{t}}^{-1}\left(\frac{\gamma}{100}\right).$$

Как известно, характер эксплуатации (функционирования) большинства объектов заключается в периодическом включении их в рабочее состояние. При этом каждое включение в рабочее состояние сопровождается определенным расходом технического ресурса (ресурса), под которым понимается наработка или объем работы объекта от начала эксплуатации или ее возобновления после среднего или капитального ремонта до наступления предельного состояния. Причем многообразие факторов приводит к тому, что интервал $\hat{\tau}_i$ между моментами $\hat{t}_1, \hat{t}_2, \ \ldots$ включений объекта в рабочее состояние и продолжительность или объем работы объекта при каждом включении являются случайными величинами.

Это позволяет представить объект как систему, в которой каждая заявка, поступающая в случайные моменты времени $\hat{t}_1 = \hat{\tau}_1$, $\hat{t}_2 = \hat{\tau} + \hat{\tau}$, $\hat{t}_3 = \hat{\tau} + \hat{\tau} + \hat{\tau}$, …, удовлетворяется комплексной наработкой в виде одного цикла «включения-отключения» и некоторого объема $\hat{\delta}_i$ полезной работы, выполняемом при одном включении. Тогда значения наработок в виде числа $\hat{x}_1(t)$ циклов «включений-отключений» и продолжительности (объема) $\hat{x}_2(t)$ работы или нахождения объекта во включенном состоянии (нахождения под нагрузкой) к произвольному моменту времени t составит

$$\hat{x}_2(t) = \sum_{i=1}^{\hat{x}_1(t)} \delta_i\,, \quad \hat{x}_1(t) = 1, 2, \ \ldots, \tag{2.4}$$

что соответствует модели постепенных отказов, обусловленных накоплением повреждений.

Причем число $\hat{x}_1(t)$ циклов “включений-отключений” объекта на различных этапах его жизненного цикла может быть весьма велико. В этом случае независимо от вида законов распределения случайных величины $\hat{\tau}$ и δ наработки $\hat{x}_1(t)$ и $\hat{x}_2(t)$, образуют систему двух асимптотически нормальных величин или нормальный закон на плоскости. Его центры рассеивания $M\hat{x}_1(t)$ и $M\hat{x}_2(t)$ и дисперсии $D\hat{x}_1(t)$, $D\hat{x}_2(t)$, выражаются через математические ожидания T_1, T_2 и дисперсии d_1, d_2 случайных величин $\hat{\tau}$ и δ в виде функций календарного времени t, а коэффициент корреляции $r_{\hat{x}_1(t)\hat{x}_2(t)}$ между наработками $\hat{x}_1(t)$, $\hat{x}_2(t)$, также выражаясь через эти параметры, от времени не зависит, то есть [2,5,8]

$$\left.\begin{aligned} &M\hat{x}_1(t) \sim \frac{t}{T_1}; \quad M\hat{x}_2(t) \sim \frac{T_2}{T_1}t; \\ &D\hat{x}_1(t) \sim \frac{d_1}{T_1^3}; D\hat{x}_2(t) \sim \frac{T_2^2}{T_1}\left(\frac{d_1}{T_1^2}+\frac{d_2}{T_2^2}\right)t; \\ &r_{\hat{x}_1(t)\hat{x}_2(t)} \sim \left(1+\frac{d_2T_1^2}{d_1T_2^2}\right)^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned}\right\} \tag{2.5}$$

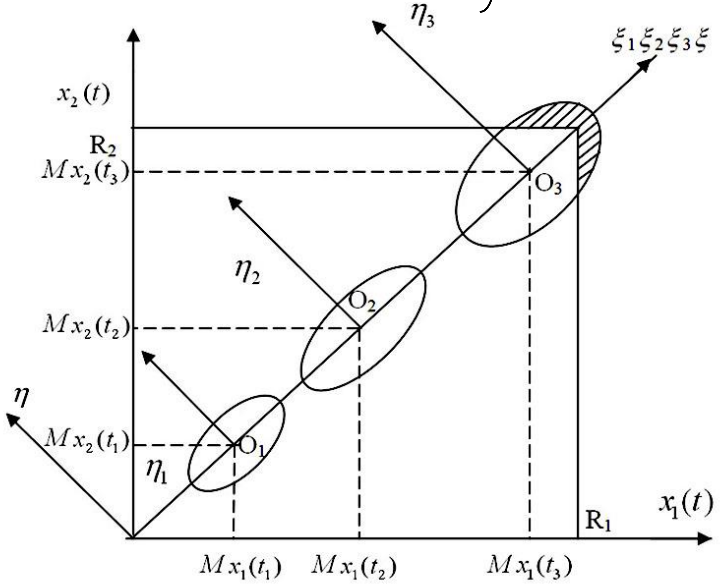

Рис 2.1. Эллипсы рассевания наработок в виде суммарного числа включений и суммарной наработки.

Для большинства современных объектов обычно устанавливаются назначенные ресурсы в виде числа R_1 циклов «включений-отключений» и времени R_2 нахождения во включенном состоянии.

С учетом сказанного функция долговечности объекта P (t, R_1, R_2) может быть выражена через вероятность попадания случайной точки наработок с координатами $\hat{x}_1(t)$, $\hat{x}_2(t)$ в пределе прямоугольной области назначенных ресурсов со сторонами R_1 и R_2 (рис. 2.1)

$$P(t; R_1, R_2) = F_{\hat{x}<2>}(R_1, R_2, t) = P\{[\hat{x}_1(t) < R_1][\hat{x}_2(t) < R_2]\}, \tag{2.6}$$

то есть через функцию распределения $F_{x<2>}$ (R_1, R_2, t) двух случайных величин на плоскости (рис. 2.1)

После выбора новой координатной системы ξоη, центр которой совпадает с центром старой системы координат $\hat{x}_1(t)$, 0 $\hat{x}_2(t)$, а ось абсцисс совпадает с главной осью эллипса рассеивания наработок, и несложных преобразований, связанных с приведением нормального закона на плоскости к каноническому виду, функция долговечности (2.6) объекта может быть представлен в виде [2]

$$
\left.\begin{aligned}
&P\,(t, R_1, R_2) = \{\frac{1}{2} + \Phi_0[\frac{h_1(t, R_1, R_2)}{\sqrt{D_1(t)}}]\}\{\frac{1}{2} + \Phi_0[\frac{h_2(t, R_1, R_2)}{\sqrt{D_2(t)}}]\};\\
&h_1\,(t, R_1, R_2) = [R_1 - M\hat{x}_1(t)]\cos\alpha + [R_2 - M\hat{x}_2(t)]\sin\alpha;\\
&h_2\,(t, R_1, R_2) = [R_1 - M\hat{x}_1(t)]\sin\alpha + [R_2 - M\hat{x}_2(t)]\cos\alpha;\\
&D_1(t) = D\hat{x}_1(t)\cdot\cos^2\alpha + r_{\hat{x}_1(t)\hat{x}_2(t)}\sin 2\alpha\,\sqrt{D\hat{x}_1(t)D\hat{x}_2(t)} + D\hat{x}_2(t)\cdot\sin^2\alpha;\\
&D_2(t) = D\hat{x}_1(t)\cdot\sin^2\alpha + r_{\hat{x}_1(t)\hat{x}_2(t)}\sin 2\alpha\,\sqrt{D\hat{x}_1(t)D\hat{x}_2(t)} + D\hat{x}_2(t)\cdot\cos^2\alpha;\\
&\alpha = \frac{1}{2}arctg\,\frac{2r_{\hat{x}_1(t)\hat{x}_2(t)}\sqrt{D_{\hat{x}_1(t)}D_{\hat{x}_2(t)}}}{D_{\hat{x}_1(t)} - D_{\hat{x}_2(t)}}.
\end{aligned}\right\}\qquad (2.7)
$$

Угол α, составляемый осью рассеивания наработок с осью абсцисс $\hat{x}_1(t)$, лежит в первой четверти, если аргумент под знаком арктангенса положителен, то есть при $D\hat{x}_1(t) > D\hat{x}_2(t)$. В противном случае угол α отрицателен и лежит в четвертой четверти.

Замена в формулах (2.7) $M\hat{x}_1(t)$ и $M\hat{x}_2(t)$, $D\hat{x}_1(t)$, $D\hat{x}_2(t)$, $r_{\hat{x}_1(t)\hat{x}_2(t)}$ их асимптотическими значениями из формул (2.5) с последующей группировкой членов, содержащих t, R_1, R_2, позволяет выразить вероятность (2.6) с помощью трехпараметрических функций Лапласа (распределение Бернштейна) [2-5],

$$
P\,(t, R_1, R_2) = \{\frac{1}{2} + \Phi_0[\frac{a_1 - b_1 t)}{\sqrt{c_1 t}}]\}\{\frac{1}{2} + \Phi_0[\frac{a_2 - b_2 t)}{\sqrt{c_2 t}}], \qquad (2.8)
$$

где

$$
\left.\begin{aligned}
&a_1 = R_1\cos\alpha + R_2\sin\alpha; a_1 = R_1\cos\alpha + R_2\sin\alpha;\\
&b_1 = \frac{1}{T_1}\cos\alpha + \frac{T_2}{T_1}\sin\alpha;\quad b_2 = \frac{T_2}{T_1}\cos\alpha - \frac{1}{T_1}\sin\alpha;\\
&c_1 = \frac{T_2}{T_1}(\frac{d_1}{T_1^2} + \frac{d_2}{T_2^2})\sin\alpha + \frac{d_1}{T_1^3}(\cos^2\alpha + T_2\sin 2\alpha);\\
&c_2 = \frac{T_2}{T_1}(\frac{d_1}{T_1^2} + \frac{d_2}{T_2^2})\cos^2\alpha + \frac{d_1}{T_1^3}(\sin^2\alpha + T_2\sin 2\alpha);\\
&\alpha = \frac{1}{2}arctg\,\frac{2\alpha_1 T_2}{d_1 - d_1 T_2^2 - d_2 T_1^2}\,.
\end{aligned}\right\}\qquad (4.9)
$$

Вероятность (2.8) представляет собой дополнительную функцию распределения сроков службы объекта при заданных значениях R_1, R_2, ресурсов. И наоборот, при заданном сроке службы *t* вероятность (2.8) может рассматриваться как функция двух случайных аргументов $\hat{R}_1$ и $\hat{R}_2$. В последнем случае, как нетрудно убедиться, она будет представлять собой функцию $F_{x<2>}$

(R_1, R_2, t) двумерного нормального распределения случайных величин $\hat{R}_1$ и $\hat{R}_2$, приведенную к каноническому виду [2,5,8,9]. Действительно, из формул (2.6), (2.8) следует, что

при $R_1 = 0$, $R_2 = 0$, $P(R_1, R_2, t) = 0$;
при $R_1 \to 0$, $R_2 \to \infty$, $P(R_1, R_2, t) \to 1$.

С учетом выражения (2.8) дополнительную функцию двумерного нормального распределения случайных величин $\hat{R}_1$ и $\hat{R}_2$, обеспечивающих заданное значение t срока службы объекта, можно записать в следующем виде

$$F_{\hat{R}<2>}(R_1, R_2, t) = \left\{\frac{1}{2} + \Phi_0\left[\frac{(\hat{R}_{1\gamma}\cos\alpha + \hat{R}_{\gamma 2}\sin\alpha) - b_1 t}{\sqrt{c_1 t}}\right]\right\}\left\{\frac{1}{2} + \Phi_0\left[\frac{(\hat{R}_{2\gamma}\cos\alpha + \hat{R}_{1\gamma}\sin\alpha) - b_2 t}{\sqrt{c_2 t}}\right]\right\}. \quad (2.10)$$

На основе полученных выражений (2.8), (2.9) условия (2.1), (2.2) для определения области ($R_{1\gamma}, R_{2\gamma}$) гамма-процентных ресурсов и гамма-процентного срока службы t_γ приобретают следующий вид:

$$1 - \frac{\gamma}{100} = \left\{\frac{1}{2} + \Phi_0\left[\frac{(\hat{R}_{1\gamma}\cos\alpha + \hat{R}_{\gamma 2}\sin\alpha) - b_1 t}{\sqrt{c_1 t}}\right]\right\} \times$$
$$\times \left\{\frac{1}{2} + \Phi_0\left[\frac{(\hat{R}_{2\gamma}\cos\alpha + \hat{R}_{1\gamma}\sin\alpha) - b_2 t}{\sqrt{c_2 t}}\right]\right\} \quad (2.11)$$

$$\frac{\gamma}{100} = \left\{\frac{1}{2} + \Phi_0\left[\frac{a_1 - b_1 t_\gamma}{\sqrt{c_1 t_\gamma}}\right]\right\}\left\{\frac{1}{2} + \Phi_0\left[\frac{a_2 - b_2 t_\gamma}{\sqrt{c_2 t_\gamma}}\right]\right\}. \quad (2.12)$$

3 Задание требований к гамма-процентному сроку службы

Если на этапе проектирования расчетным путем определены значения ресурсов R_1, R_2 объекта, а также оценены значения параметров T_1, T_2, d_1, d_2, то задача вычисления соответствующего им гамма-процентного срока службы t_γ сводится к определению из формул (2.9) параметров a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, трехпараметрических функций Лапласа, а затем – к определению численными методами с помощью таблиц Лапласа [2,5,8,9] значения t_γ, обеспечивающего выполнение условия (2.12).

Если же долговечность объекта характеризуется только числом R_1 циклов «включений-отключений» ($\alpha = 0$, $R_2 \to \infty$), то выражение (2.12) значительно упрощается и преобразуется к виду

$$\frac{\gamma}{100} = \frac{1}{2} + \Phi_0[\frac{R_1 - \frac{t_\gamma}{T_1}}{\sqrt{\frac{d_1}{T_1^3} t_\gamma}}], \quad (2.13)$$

откуда

$$R_1 - \frac{t_\gamma}{T_1} = \sqrt{\frac{d_1}{T_1^3} t_\gamma}\, \Phi_0^{-1}(\frac{\gamma}{100} - \frac{1}{2}), \quad (2.14)$$

где $\Phi^{-1}(\cdot)$ – обратная функция Лапласа [2-5].

Из выражения (4.13) следует, что значение t_γ может быть получено в результате решения квадратного уравнения

$$t^2_\gamma - At_\gamma + T_1^2 R_1^2 = 0, \quad (2.15)$$

где

$$A = 2R_1T_1 + \frac{d_1}{T_1}[\Phi_0^{-1}\left(\frac{\gamma}{100} - \frac{1}{2}\right)]^2. \quad (2.16)$$

Если же долговечность объекта характеризуется лишь объемом R_2 полезной работы, выполненной им во включенном состоянии ($\alpha = 0,\ R_1 \to \infty$), то выражение (2.11) также значительно упрощается и преобразуется к виду

$$\frac{\gamma}{100} = \frac{1}{2} + \Phi[\frac{R_2 - \frac{T_2}{T_1} t_\gamma}{\sqrt{\frac{T_2^2}{T_1}(\frac{d_1}{T_1^2} + \frac{d_2}{T_1^2})}}], \quad (2.17)$$

откуда по аналогии с уравнением (4.15)

$$t^2{}_\gamma - Bt_\gamma + \frac{T_1^2 R_2^2}{T_2^2} = 0, \quad (2.18)$$

где

$$B = \frac{2T_1R_2}{T_2} + T_1(\frac{d_1}{T_1^2} + \frac{d_2}{T_2^2})[\Phi_0^{-1}(\frac{\gamma}{100} - \frac{1}{2})]^2.$$

4 Задание гамма-процентных ресурсов.

Если долговечность характеризуется двумя видами ресурсов (числом R_1 включений в рабочее состояние и объемом R_2 полезной работы, выполненной во включенном состоянии), то из формул (2.11), (2.12) следует, что существует множество решений в виде пар значений $R_{1\gamma}$ и $R_{2\gamma}$, которые на плоскости наработок образуют линию гамма-процентных ресурсов (рис. 2.2).

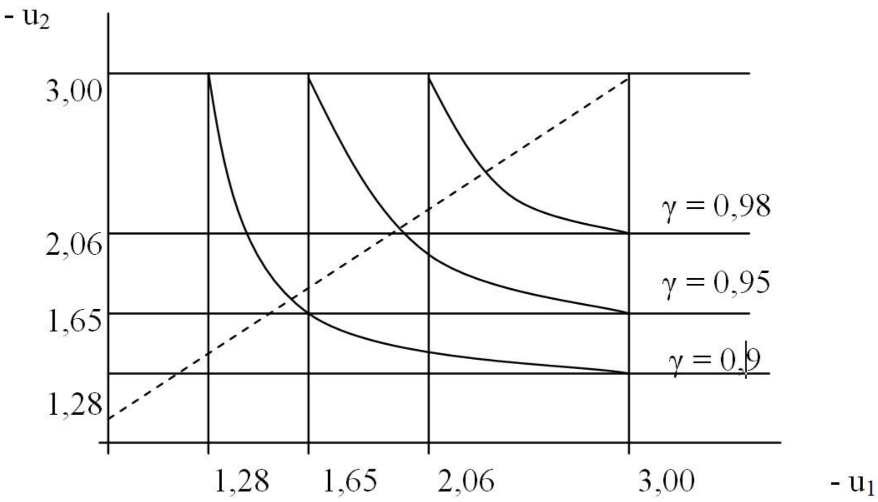

Рис. 2.2. Лини гамма - процентных ресурсов

При известных значениях величин b_1t, b_2t, c_1t, c_2t, α и γ построение линии гамма-процентных ресурсов сводится к заданию с некоторым шагом значений $R_{1\gamma}$ и подбору из соотношения (2.12) соответствующих им значений $R_{2\gamma}$.

Так на рис. 2.2 в координатах аргументов u_1, u_2 функции Лапласа построена линия гамма-процентных ресурсов для значений γ, равных 90, 95, 98%. В этом случае определение значений $R_{1\gamma}$ и $R_{2\gamma}$ сводится к выбору точки на соответствующей линиии гамма-процентных ресурсов, определению ее координат u_1, u_2 и решению системы уравнений вида

$$u_1 = \frac{(R_{1\gamma}\cos\alpha + R_{2\gamma}\sin\alpha) - b_1 t}{\sqrt{c_1 t}}; \qquad (2.19)$$

$$u_2 = \frac{(R_{2\gamma}\cos\alpha + R_{1\gamma}\sin\alpha) - b_2 t}{\sqrt{c_2 t}} \qquad (2.20)$$

относительно $R_{1\gamma}$, $R_{2\gamma}$, при заданных значениях α, b_1, b_2, c_1, c_2, t.

В некоторых случаях для устранения неопределенности в выборе точки на линии гамма-процентных ресурсов можно использовать ограничения, накладываемые на $R_{1\gamma}$, $R_{2\gamma}$. Одним из наиболее распространенных ограничений являются ограничения стоимостного типа, например,

$$C = c_1 R_{1\gamma} + c_2 R_{2\gamma}\ ; \qquad (2.21)$$

$$\text{откуда } R_{1\gamma} = \frac{C - c_2 R_{2\gamma}}{c_1}\ , \qquad (2.22)$$

где C – объем ассигнований, выделенных на обеспечение долговечности объекта;

C_1, C_2 – соответствующие значения стоимости единицы ресурса первого и второго типа.

Тогда решение поставленной задачи сводится к выбору на линии гамма-процентных ресурсов (рис. 2.2) такой точки, координаты которой $R_{1\gamma}$, $R_{2\gamma}$, удовлетворяют накладываемым ограничениям.

В п. 2 показано, что суммарная наработка объекта $x_2(t)$ при любых законах распределения наработки при каждом включении при достаточно большом числе циклов включений-отключений будет асимптотически нормальна к моменту t с числовыми характеристиками [2,8]

$$\left.\begin{aligned} \bar{x}(t) &\approx \frac{T_1}{T_1+T_2}t; \\ Dx(t) &\approx \frac{T_1^2T_2^2\left(\frac{\sigma_1{}^2}{T_1^2}+\frac{\sigma_2{}^2}{T_2^2}\right)}{(T_1+T_2)^3}t \quad , \end{aligned}\right\} \tag{2.23}$$

где $T_1\sigma_1^2$-среднее значение и дисперсия наработки объекта при единичном включении;

$T_2\sigma_2^2$-среднее значение и дисперсия интервалов между включениями объекта

В частности, если наработки при единичном включении и интервалы между включениями подчинены экспоненциальным законам распределения $T_1=\sigma_1=\frac{1}{\lambda};T_2=\sigma_2=\frac{1}{\mu}$, то формулы (2.5) примут вид

$$\overline{x_1}=\frac{\mu t}{\lambda+\mu}; \quad Dx_2(t)=\frac{2\lambda\mu t}{(\lambda+\mu)^3}. \tag{2.24}$$

Таким образом, при больших t вероятность того, что суммарная наработка объекта $x_2(t)$ превысит значение x_2 на основании формулы (2.8) определится следующим образом

$$P(t;x_2)\approx\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\hat{x}_2(t)}}\int_{x_2}^{\infty}e^{\frac{x_2-\bar{x}_2(t)}{2D\hat{x}_2(t)}}dx_2=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\frac{x_2-x_2(t)}{\sigma x_2(t)}}^{\infty}e^{-\frac{u_2}{2}}du. \tag{2.25}$$

Пример. Требуется найти вероятность того, что за время $t=100$ ч. наработка объекта $x_2(t)$ превысит заданное значение $x_2=85$ ч, если законы наработки при единичном включении и интервалов между включениями являются показательным с параметрами λ=0.1 ч$^{-1}$, μ=1 ч$^{-1}$ соответственно. Тогда на основании формулы (2.23)

$$\bar{x}_2(t)=\frac{1.100}{0.1+1}\approx 90.01; \quad \sigma_{x_2(t)}=\frac{\sqrt{2\cdot 0.1\cdot 100}}{(0.1+1)^3}\approx 3.876. \tag{2.26}$$

Подстановка полученных значений (4.26) в формулу (2.25) даёт следующее значение вероятности выработки ресурса объекта $x_0=85$ ч. за время 100 ч.

$$P(100;85)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-1.52}^{\infty}e^{-\frac{u^2}{2}}du\approx 0.935.$$

Следует отметить, что любой элемент, прошедший предварительную тренировку (этап 1 жизненного цикла) может быть условно представлен в виде двух элементов, соединённых последовательно. Надёжность одного элемента будет определяться только старением, другого - только внезапными отказами. Общая безотказность данного объекта состоящего из этих двух условных элементов будет определяться формулой

$$P(t) = P_1(t)P_2(t).$$

Подстановка значений $P_1(t)$ и $P_2(t)$ в эту формулу приводит к следующему результату

$$P(t) = \frac{1}{2}e^{-\lambda t}\left[0.5 + \Phi\left(\frac{T_0 - t}{\sigma_0}\right)\right]. \qquad (2.27)$$

5 Экспертно-факторный подход к оценке и прогнозированию долговечности организационно-технических систем и их элементов.

Данный подход применим при оценке показаний надежности ОТС и ее элементов на этапе проектирования. При этом представляется возможным учитывать различные факторы, определяющие, по мнению экспертов, степень их влияния на показатели надежности, определять наивыгоднейшие сочетания управляемых факторов для оценки и пересмотра структур ОТС с учетом информации, полученной в ходе испытаний и эксплуатации.

Практическим препятствием для применения данного подхода является ограниченность знаний экспертов и скудность сведений о факторах и новых ОТС.

Процедура факторно-аналоговой оценки включает следующие этапы:

1. Составление перечня факторов, определяющих, по мнению экспертов, значения рассматриваемых показателей. В перечне этих факторов включается все те, которые выявлены в ходе эксплуатации прототипа или предшественника.
2. Определение верхних и нижних оценок параметров, характеризующих воздействия перечисленных факторов. Качественное влияние факторов, не поддающихся измерению, оцениваются просто +1, -1 или 0, что отвечает верхнему, нижнему и среднему уровням.
3. Ранжирование факторов, заключающееся в определении из них наиболее важных с точки зрения экспертов.
4. Составление плана факторного эксперимента, обработка результатов которого дает возможность вычисления коэффициентов уравнения регрессия:

$$y = b_0 + b_1x_1 + \cdots + b_ix_i + \cdots + b_mx_m ,$$

где y – прогнозируемый показатель; x_1, x_2, … , x_m – значения факторов; b_0 – среднее значение оцениваемого показателя; b_1 , b_2 , …, b_m– коэффициенты; m – число учитываемых факторов.

Количество экспериментов связано с числом m факторов. При росте m число экспериментов возрастает.

Планы экспериментов должны быть оптимальными. В литературе приводятся примеры оптимальных планов для различного числа факторов (Налимов В.В. Теория экспериментов.М.:1971.-207с.) [12, 14].

5. Проведение запланированных экспериментов осуществляется мысленно на этапе проектирования. Мысленный эксперимент предполагает, что эксперты, рассматривая сочетания различных факторов, могут давать оценки показателей y_i, отличаются от оценок, даваемых ими в случае другого сочетания факторов, то есть в другом опыте.

6. Обрабатывая результаты эксперимента, получают значения коэффициентов b_0 и b_i (см. п.4), проверяют их значимость (по критерию Стьюдента) [2,5,14,22] и затем на их основе составляют уравнения регрессии (см. п.4) и дают оценки показателей для предполагаемых вариантов ОТС.

7. Полученное уравнение регрессии для данного элемента ОТС позволяет оценить влияния факторов, отбросить незначимые и рекомендовать меры по совершенствованию (доработке) элемента ОТС в сторону улучшения показателя *у*, если полученная оценка хуже заданной или достигнутой в аналогах.

Указанная выше процедура существенно упрощается применительно к трёхфакторному эксперименту.

Пример. Необходимо оценить влияние на срок службы комплекса летательного аппарата (см. рис 1.1) трех факторов:

X_1– атмосферные условия: $x_1 = +1$ – благоприятные, $x_1=0$ – средние, $x_1=-1$ – неблагоприятные;

X_2– культура эксплуатации (пользования): $x_2=+1$ высокий уровень, $x_2 =0$ – средний уровень; $x_2=-1$ – низкий уровень;

X_3 – моральный износ: $x_3=+1$ – комплекс находится на уровне мировых образцов или превосходит их, $x_3=-1$ - комплекс отстает от мировых образцов, $x_3=0$ –по каким-либо причинам уровень комплекса не установлен.

Согласно нормативным документам срок службы данного комплекса определен в 20 лет. В первом опыте можно считать, что неблагоприятные атмосферные условия и низкая культура эксплуатации снижают сроки службы, а соответствие комплекса ЛА мировым образцам откладывает его списание на некоторый срок. Экспертная оценка в этом случае дается равной 7 годам.

Во втором эксперименте считается, что благоприятные атмосферные условия компенсируется низкую культуру эксплуатации. Тогда срок службы будет определяться моральным старением. Экспертная оценка срока службы в этом случае принимается равной 8 годам.

В третьем опыте находят из того, что высокая культура эксплуатации противостоит неблагоприятным атмосферным условиям. С другой стороны, морально устаревшие объекты и элементы подлежат замене в первую очередь на тех комплексах ЛА, где есть опасность возникновения аварий из-за технического несовершенства. Экспертная оценка срока службы в этом случае составит 8 лет.

В четвертом случае благоприятное сочетание факторов ведет к увеличенного срока службы. По мнению экспертов, это увеличение вряд ли может превзойти установленный срок службы более чем в два раза. Тогда оценка будет равна 40 годам.

Результат указанного эксперимента сведен в таблицу 4.1

Таблица 4.1 – Таблица факторного эксперимента при трех фактах.

Ответ	X_1	X_2	X_3	$T_{сл}$
1	-1	-1	+1	7
2	+1	-1	-1	10
3	-1	+1	-1	8
4	+1	+1	+1	40

Уравнение регрессии, полученное по результатам обработки рассмотренных выше мысленных экспериментов, имеет вид

$$T_{сл.} = 16.25 + 8.75x_1 + 7.75x_2 + 7.25x_3 \qquad (2.27)$$

Анализ полученного уравнения (2.27) показывает, что срок службы, равный 20 годам достигает только при благоприятном сочетании факторов.

Веса рассматриваемых факторов примерно одинаковы и соответствуют примерно 50% от основного уровня, что указывает на их высокую значимость. Поэтому достаточно хотя бы на 20% превысить средний уровень по каждому фактору, чтобы обеспечить заданный срок службы.

Таким образом, анализ выделенных факторов по предложенной процедуре позволяет объективно подойти к оценке возможности комплекса ЛА в отношении последнего показателя (2.27), используя мнения отдельных экспертов или групп проектировщиков.

6. Метод определения оптимальных сроков службы ОТС с учетом характера их применения

По мере увеличения количества и сложности ОТС и входящих в их состав элементов, а также роста предъявляемых к ним требований становится весьма актуальной проблема нахождения наиболее выгодных с точки зрения достижения поставленной цели решений о сроках службы. Однако значительное рассеивание фактических сроков службы даже номинально одинаковых объектов при идентичных условиях эксплуатации приводит к необходимости статистического подхода к оценке приемлемых сроков службы, удовлетворяющих условиям реализации поставленной цели. Под целью обычно понимается определенный, заранее запланированный результат, который должен быть достигнут с помощью определенных действий и средств. Так, при оценке оптимального срока службы Θ совокупности однотипных объектов N_0, которые должны выполнить заданный объем работ в любой момент t поступления заявки на их использование, почти всегда приходится руководствоваться необходимостью так определить величину Θ, чтобы:

– иметь максимально возможное количество работоспособных объектов из числа введенных в строй к этому моменту;

– обеспечить как можно более длительный интервал их эксплуатации $[0, \Theta]$.

Суммируя эти требования, можно сказать, что необходимо иметь как можно большее количество исправных объектов в течение возможно более длительного промежутка времени. Эти требования по своей природе противоречивы, ибо с течением времени число отказавших объектов будет увеличиваться, а доля исправно работающих (даже при наличии восстановления) – уменьшается. Под отказом в данном случае понимается достижение элементом (объектом) ОТС одного из предельных состояний, определяющих невозможность его дальнейшей эксплуатации. Такое применение понятия «отказ» при решении ряда задач, связанных со сроком службы, позволяет использовать хорошо разработанный математический аппарат теории надежности.

Таким образом, при поступлении заявки на использование в любой момент времени t, когда восстановление отсутствует, заданный объем работы будет выполнен лишь частью объектов $N(t)$, исправных к этому моменту времени. Следовательно, способность рассматриваемой совокупности объектов удовлетворять перечисленным выше требованиям (поставленной цели) в любой момент времени t будет характеризоваться функцией

$$Z(t) = N(t)\,t\,. \tag{2.28}$$

Функция $Z(t)$ представляет собой суммарный срок службы объектов, готовых к применению в любой момент t, и определяет способность рассматриваемой совокупности объектов удовлетворять сформулированным выше требованиям с течением времени, т.е. характеризует собой суммарный эффективный срок службы. Разделив обе части выражения (2.28) на количество объектов N_0, введенных в эксплуатацию к моменту t, получим

$$\tau(t) = \frac{Z(t)}{N_0} = \frac{N(t)}{N_0}\,t = P(t)\,t\,, \tag{2.29}$$

где $P(t)$ – функция надежности или долговечности рассматриваемой совокупности объектов. Функция $\tau(t)$ определяет, какую часть от текущего календарного времени t составляет средний эффективный срок службы конкретного объекта. Действительно, при $P(t) = 1 \quad \tau = t$, а при $P(t) < 1 \quad t > \tau$. Выражение (2.29) характеризует риск потребителя (пользователя) при принятии решения о сроке службы.

Естественно, что оптимальный срок службы Θ рассматриваемой совокупности объектов или ОТС в целом должен определяться, исходя из максимального соответствия поставленной цели, определяемой формулами (2.28), (2.29), запланированному результату, т.е. из всех возможных значений t должно быть выбрано $t = \Theta$, доставляющее максимум выражению (4.29). Отсюда

$$\frac{d\tau(\Theta)}{d\Theta} = -\frac{dP(\Theta)}{d\Theta} + P(\Theta),$$
$$\frac{d^2\tau(\Theta)}{d\Theta^2} < 0, \qquad (2.30)$$

где $\varphi_{\hat{\theta}}(\Theta) = -\frac{dP(\Theta)}{d\Theta}$ – функция плотности распределения отказов (предельных состояний). Тогда из выражения (2.30) следует

$$\Theta = \frac{P(\Theta)}{\varphi_{\hat{\theta}}(\Theta)} = \frac{\int_0^\infty f(t)\,dt}{\varphi_{\hat{\theta}}(\Theta)} = \frac{1}{\lambda(\Theta)} = M(\Theta), \qquad (2.31)$$

где $\lambda(\Theta)$ – интенсивность отказов-замен объектов;

$M(\Theta)$ - отношение Милса

Решение уравнения (2.31) сводится к отысканию на числовой оси такого значения $t = \Theta$, при котором соответствующие ему значения $P(\Theta)$ и $\varphi_{\hat{\theta}}(\Theta)$ при делении первого на второе дают частное, равное Θ. При $t = \Theta$ происходит полная компенсация уменьшения суммарного эффективного срока службы исправных объектов вследствие отказов за счет увеличения срока службы исправных. При $t > \Theta$ наступление отказов (предельных состояний) принимает массовый характер и их влияние становится решающим. У реальных объектов или ОТС может совмещаться несколько типов отказов в соответствии с их предельными состояниями. При предположении, что отказы возникают независимо друг от друга выражение (4.29) принимает вид

$$\tau(t) = P_1(t)\, P_2(t) \ldots P_n(t)\, t,$$

откуда

$$\Theta = \frac{1}{\lambda_1(\Theta) + \lambda_2(\Theta) + \ldots + \lambda_n(\Theta)}, \qquad (2.32)$$

где $\lambda_i(\Theta)$ – функция интенсивности отказов или замен ($i = 1, 2, \ldots, n$).

Ряд значений Θ, вычисленных по формулам (2.31), (2.32) для различных законов распределения отказов, приведен в табл. 2.2.

Особый интерес представляет случай, когда отказы распределены по нормальному закону. Тогда из выражения (2.31) следует, что

$$\frac{\Theta}{\sigma} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\Theta-m}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\Theta-m)^2}{2\sigma^2}\right]} = e^{\frac{(\Theta-m)^2}{2\sigma^2}} \int_{\frac{\Theta-m}{\sigma}}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du = R\left(\frac{\Theta-m}{\sigma}\right). \qquad (2.33)$$

Таблица 2.2. Оптимальные значения сроков службы при различных законах их распределения

Типы распределений отказов	Плотность распределения	Функция надежности	Оптимальный срок службы θ
Экспоненциальное	$\lambda e^{-\lambda t}$	$e^{-\lambda t}$	$\dfrac{1}{\lambda}$
Равномерное	$\dfrac{1}{T_2 - T_1}$	$1 - \dfrac{1}{T_2 - T_1}$	$\dfrac{T_2 + T_1}{2}$
Вейбулла	$\lambda_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 t^k}$	$e^{-\lambda_0 t^k}$	$\sqrt[k]{\dfrac{1}{\lambda_0 k}}$
Релея	$\dfrac{t}{\sigma^2}\exp\left[-\dfrac{t^2}{2\sigma^2}\right]$	$\exp\left[-\dfrac{t^2}{2\sigma^2}\right]$	σ
Степенное	$\dfrac{\alpha}{T_0\left(1+\dfrac{t}{T_0}\right)^{\alpha+1}}$	$\dfrac{1}{\left(1-\dfrac{t}{T_0}\right)^{\alpha}}$	$\dfrac{T_0}{\alpha - 1}$
Нормальное	$\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\dfrac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right]$	$1 - \int\limits_{-\infty}^{\frac{t-m}{\sigma}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 1 - \Phi\left(\dfrac{t-m}{\sigma}\right)$	$\sigma R\left(\dfrac{\theta - m}{\sigma}\right)$
Два нормальных	$\dfrac{1}{\sigma_1\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_1)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \left[1-\Phi\left(\dfrac{t-m_2}{\sigma_2}\right)\right] + \dfrac{1}{\sigma_2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_2)^2}{2\sigma_2^2}} \cdot \left[1-\Phi\left(\dfrac{t-m_1}{\sigma_1}\right)\right]$	$\left[1-\Phi\left(\dfrac{t-m_1}{\sigma_1}\right)\right] \cdot \left[1-\Phi\left(\dfrac{t-m_2}{\sigma_1}\right)\right]$	$\dfrac{\sigma_1\sigma_2 R\left(\dfrac{\theta-m_2}{\sigma_2}\right) \cdot R\left(\dfrac{\theta-m_1}{\sigma_1}\right)}{\sigma_1 R\left(\dfrac{\theta-m_1}{\sigma_1}\right) + \sigma_2 R\left(\dfrac{\theta-m_2}{\sigma_2}\right)}$
Вейбулла и экспоненциальное	$\lambda_1 k t^{k-1} e^{-\lambda_1 t^k} e^{-\lambda_1 t^k} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t^k} e^{-\lambda_1 t^k}$	$e^{-\lambda_1 t^k} e^{-\lambda_2 t^k}$	$\lambda_1 k \theta^k + \lambda_2 \theta = 1$

где функция $R\left(\frac{\Theta - m}{\sigma}\right)$, представляющая собой отношение «хвоста» распределения к плотности распределения, называемое отношением Миллса. Отсюда при $\Theta < m$ $\frac{m}{\sigma} = R\left(\frac{\Theta - m}{\sigma}\right) + \frac{\Theta - m}{\sigma}$. Значения функции $R\left(\frac{\Theta - m}{\sigma}\right)$ могут быть затабулированы, что позволит легко определить величину $\frac{\Theta}{\sigma}$ при известных параметрах нормального распределения m и σ по табл. 2.3.

Таблица 2.3.

$\frac{\Theta - m}{\sigma}$	$R\left(\frac{\Theta - m}{\sigma}\right)$	$\frac{m}{\sigma}$	$\frac{\Theta - m}{\sigma}$	$R\left(\frac{\Theta - m}{\sigma}\right)$	$\frac{m}{\sigma}$	$\frac{\Theta - m}{\sigma}$	$R\left(\frac{\Theta - m}{\sigma}\right)$	$\frac{m}{\sigma}$
-3.0	227.0	300.0	-2.0	18.1	20.1	-1.0	3.5	4.5
-2.9	166.3	169.2	-1.9	14.8	16.7	-0.9	3.1	4.0
-2.7	95.8	98.5	-1.7	10.2	11.9	-0.7	2.4	3.1
-2.6	73.2	75.8	-1.6	8.5	10.1	-0.6	2.2	2.8
-2.5	56.8	59.3	-1.5	7.2	8.7	-0.5	2.0	2.5
-2.4	44.3	46.7	-1.4	6.1	7.5	-0.4	1.8	2.2
-2.3	35.0	37.3	-1.3	5.3	6.6	-0.3	1.6	1.9
-2.2	27.8	30.0	-1.2	4.6	5.8	-0.2	1.5	1.7
-2.1	22.3	24.4	-1.1	4.0	5.1	-0.1	1.4	1.5

Так, например, при $\frac{m}{\sigma} = 7.5$ значение $\frac{\Theta}{\sigma} = 6.1$.

Следует отметить, что в большинстве случаев величина Θ по формулам (2.31), (2.32), (2.33) в конечном виде не вычисляется и возможно лишь приближенное решение.

Таким образом, изложенный выше подход к оценке оптимального срока службы Θ позволяет при известных типах распределения отказов (предельных состояний) так выбрать его, чтобы суммарная продолжительность сроков службы объектов, работоспособных к моменту Θ, была максимальной, т.е. полностью использовать способность объектов или ОТС рассматриваемой совокупности удовлетворять поставленной цели: иметь возможно большее количество исправных объектов в течение возможно более длительного промежутка времени, содержащего возможный момент поступления заявки на их применение. Для практического определения величины Θ по формулам (2.31), (2.32), (2.33) необходимо знание лишь начальной части кривой плотности распределения отказов, что значительно облегчает задачу в случае, когда данные о типах распределения отказов отсутствуют. Величина Θ и соответствующее ей значение функции надежности $P(\Theta)$ однозначно определяют оптимальный гамма-процентный ресурс объектов в зависимости от их внутренних свойств и особенностей применения. Значение $P(\Theta)$ при этом устанавливает минимально допустимый в соответствии со сформулированными условиями оптимальности уровень безотказности и может быть использовано при задании минимально допустимого уровня безотказности (долговечности) объекта или ОТС в целом на этапе проектирования при известных расчетных данных о надежности его элементов.

7 Оценка сроков службы объектов с учетом физического и морального износа

Ряд технико-экономических задач сводится к задаче о замене объектов, прекращения и возобновления процессов и т.д., т.е. к установлению наиболее оптимальных сроков службы объектов (ОТС) и времени производственных процессов. Наиболее общим и приемлемым критерием замены объекта, возобновления процесса эксплуатации следует, по-видимому, считать получение определенного выигрыша или «прибыли» в результате замены по сравнению с продолжающим работать старым объектов [4]. Так как в реальных условиях характеристики ОТС или объектов в ее составе или процессов функционирования меняются, то под выигрышем $S(t)$ может пониматься сумма накапливающихся со временем мгновенных значений разностей между выходными параметрами нового объекта, работающего с момента замены Θ, и старого объекта при условии, если бы последний продолжал работать без замены. На рис. 2.3 выигрыш или «прибыль» представлены заштрихованной областью $S(t)$, где $f(t)$ – характеристика затрат на эксплуатацию заменяемого объекта; $f_1(t)$ – характеристика затрат на эксплуатацию нового объекта; τ – произвольно выбранный момент времени.

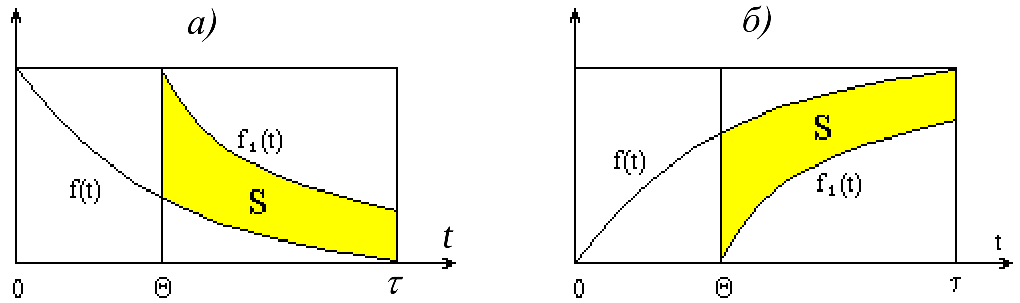

Рис. 2.3. Характеристики процесса эксплуатации заменяемого и нового объектов

Так, на рис. 2.3.а приведены характеристики надежности объектов, а на рис. 2.3.б стоимость эксплуатационных затрат.

Тогда выигрыш, получаемый в результате замены оборудования, будут определяться следующим образом:

$$S(t)=\begin{cases}\int\limits_{\Theta}^{\tau} f_1(t-\Theta)dt-\int\limits_{\Theta}^{\tau} f(t)dt & при \quad \frac{df_1(t)}{dt}<0,\ \frac{df(t)}{dt}<0;\\ \int\limits_{\Theta}^{\tau} f(t)dt-\int\limits_{\Theta}^{\tau} f_1(t-\Theta)dt & при \quad \frac{df_1(t)}{dt}>0,\ \frac{df(t)}{dt}>0,\end{cases} \tag{2.34}$$

где τ - планируемый интервал замены $0<\Theta<\tau$

Продифференцировав выражение (2.34) по Θ и приравняв полученный результат нулю, получим формулу для определения оптимального времени замены объекта на интервале $[0,\tau]$ дающего максимальный выигрыш:

$$f(\Theta)=f_1(\tau-\Theta). \tag{2.35}$$

Формула (4.35) учитывает влияние морального износа на оптимальный срок замены, поскольку $f_1(t)>f(t)$ [16-18]. Частным случаем является замена объекта эквивалентным $f_1(t)=f(t)$. Тогда из (4.35) следует $f(\tau-\Theta)=f(\Theta)$, откуда

$$\Theta=\frac{\tau}{2}. \tag{2.36}$$

Таким образом, при любом значении $\Theta\in\tau$ оптимальное время замены объекта будет определяться выражениями (2.35) и (2.36), где $0<\Theta<\tau$. Подстановка этого значения в выражение (2.34), после интегрирования дает значение оптимального выигрыша $S(\Theta)$.

Полученные результаты (2.34) – (2.36) позволяют моральный износ первого и второго рода [5,18].

Пример. Пусть начальная годовая прибыль в единицу времени, находящегося в эксплуатации объекта *C*, а такая же прибыль созданных и находящихся на рынке к моменту замены объектов составляет C_1. Прибыль в процессе эксплуатации этих объектов снижается по экспоненциальным законам и соответственно составляет

$$f(t)=Ce^{\mu t} \text{ и } f_1(t)=Ce^{\mu_1 t}, \tag{2.37}$$

μ,μ_1 - показатели роста эксплуатационных затрат соответственно старого и нового объектов.

Тогда в соответствии с формулой (2.25) оптимальное время Θ замены, находящегося в эксплуатации объекта новым с учетом выражения (2.37) запишется следующим образом

$$Ce^{\mu\Theta}=C_1e^{\mu_1(\tau-\Theta)},$$

$$\text{откуда } \frac{C}{C_1}=e^{\mu_1(\tau-\Theta)-\mu\Theta};\ \ln\frac{C}{C_1}=\mu_1\tau-\mu_1\Theta-\mu\Theta,$$

и окончательно

$$\Theta=\frac{\mu_1\tau-\ln\frac{C}{C_1}}{\mu_1+\mu}. \tag{2.38}$$

Полученное выражение (2.38) позволяет учесть моральный износ первого и второго рода.

1. При $\mu_1 = \mu$ и $C_1 < C$, имеет место моральный износ первого рода, когда на рынке появились объекты, аналогичные по свойствам старому объекту, но более дешевые. Тогда формула (2.38) приобретает вид

$$\Theta = \frac{\mu_1 \tau - \ln \dfrac{C}{C_1}}{2\mu} = \frac{\tau}{2}. \tag{2.29}$$

В этом случае, когда на интервале замены $[0, \tau]$ объект заменяется аналогичным, то из формул (2.38) и (2.39) следует $\Theta = \frac{\tau}{2}$, что полностью совпадает с ранее полученной формулой (2.36).

2. При $\mu_1 < \mu$ и $C_1 > C$ имеет место износ второго рода, когда на рынке появились более совершенные по эксплуатационным свойствам объекты $\mu_1 < \mu$, но более дорогие объекты $C_1 > C$. В этом случае срок замены объекта на интервале $[0, \tau]$ будет определяться формулой (2.38).

Рассмотренный подход позволяет производить оценку сроков службы ОТС и ее элементов из условий экономической целесообразности их использования на предполагаемом интервале $[0, \tau]$.