

1. ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ

1.1. Общие сведения и проекции точек

При проектировании дорог, мостов, аэродромов, гидротехнических сооружений и т. п. необходимо изображать земную поверхность с различными земляными сооружениями. Так как при изображении земной поверхности имеют место большие расстояния в двух измерениях и незначительные в третьем измерении по вертикали, то способ проецирования на две плоскости становится неудобным. Данное обстоятельство привело к отказу от второй плоскости проекций и замене ее числовыми отметками, совмещенными с первой плоскостью проекций.

При этом способе все точки ортогонально проецируются только на одну плоскость проекций, обычно горизонтальную. Но так как одна проекция не определяет положение точки в пространстве, то фронтальную проекцию заменяют числовыми отметками, которые ставятся около проецируемых точек, например A_5 (рис. 1). Отметка указывает превышение точки над горизонтально расположенной плоскостью проекций Π_1 .

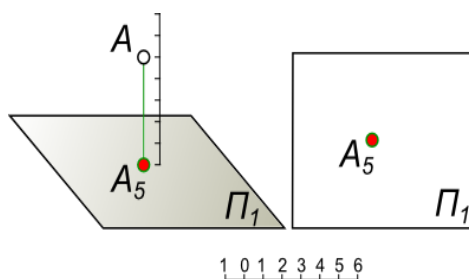


Рис. 1. Проекция с числовыми отметками

При проецировании земной поверхности за абсолютный нулевой уровень принимают постоянный уровень воды в Балтийском море, иногда используют условный уровень. Все точки, расположенные выше плоскости, принятой за условный нулевой уровень, имеют отметку со знаком + (плюс), который, как правило, не ставится. Точки, расположенные ниже плоскости, принятой за условный нулевой уровень, имеют отметку – (минус), например проекция точки B (рис. 2).

Проекция с числовыми отметками были применены для изображения на морских картах глубины в различных пунктах водных бассейнов. В XVI веке был предложен способ изображения топографической поверхности кривыми линиями, которые соединяли целый ряд точек, лежащих на одном уровне. Данные кривые линии получили название горизонталей.

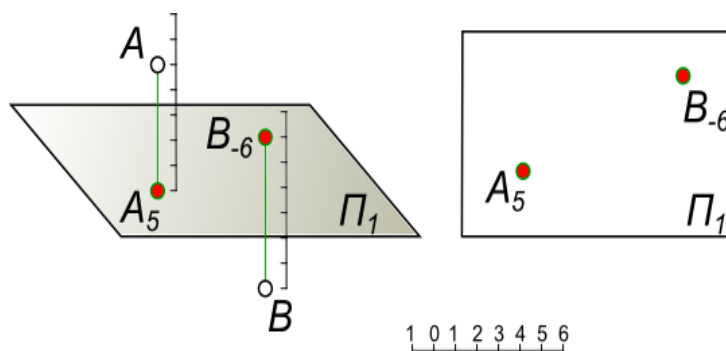


Рис. 2. Проекция точек с разными отметками на плоскость нулевого уровня

1.2. Проецирование прямой в проекциях с числовыми отметками

Прямая AB , расположенная в пространстве, на чертеже имеет проекцию – прямую линию, которая соединяет проекцию точки $A(A_1)$ и проекцию точки $B(B_6)$ (рис. 3).

Проекция A_1B_6 соответствует только одному положению прямой в пространстве, при условии, что задан масштаб чертежа. Угол наклона прямой AB к горизонтальной плоскости – это угол между отрезком прямой AB и ее проекцией. Если крайние точки отрезка прямой имеют одинаковые отметки (например A_8B_8), то прямая расположена горизонтально.

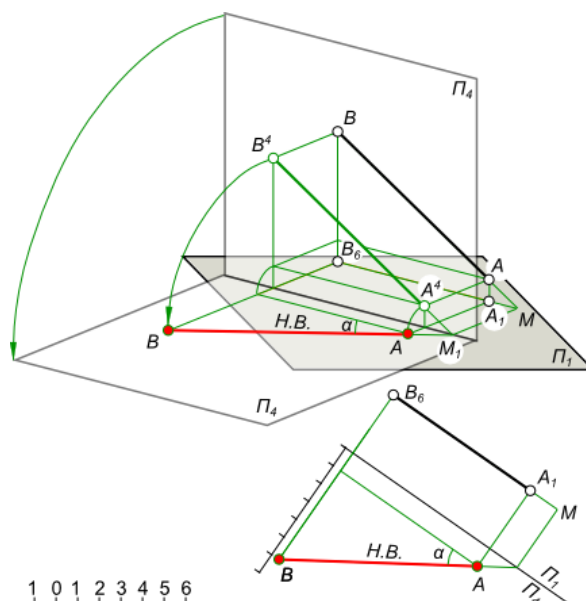


Рис. 3. Проецирование прямой и построение натуральной ее величины

Проецирование прямой AB в проекциях с числовыми отметками позволяет найти натуральную величину отрезка. Пусть точка A прямой находится над плоскостью Π_1 на расстоянии в одну единицу, а точка B – на расстоянии в шесть единиц. Выполним проецирование прямой AB на дополнительную плоскость Π_4 , совмещаемую затем с плоскостью Π_1 . Плоскость Π_4 также параллельна прямой AB , вследствие чего AB проецируется на нее в натуральную величину, которая строится на плоскости Π_4 , совмещенной с горизонтальной плоскостью Π_1 . Угол наклона к плоскости Π_1 – угол между отрезком AB и его проекцией.

В проекциях с числовыми отметками для задания прямой необходимо указать: направление проекции, отметки одной из ее точек и уклон или интервал. Стрелка указывает направление понижения отметок.

Параметры, характеризующие прямую либо ее отрезок, – это заложение, превышение, уклон, интервал. Эти параметры (кроме уклона) представлены на примере проекции A_2B_7 отрезка AB (рис. 4).

Заложение прямой – это длина проекции данной прямой, обозначаемая L .

Превышение – это разность высотных отметок ($h_1 - h$) крайних точек отрезка прямой.

Уклон прямой – это отношение разности высотных отметок концов прямой к заложению прямой: $i = (h_1 - h)/L = \operatorname{tg} \alpha$.

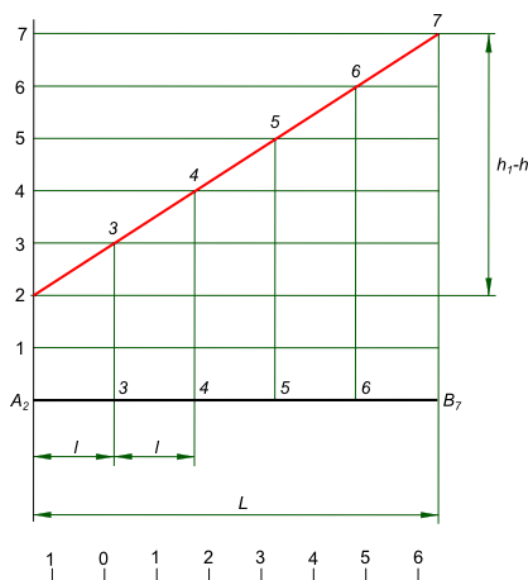


Рис. 4. Градуирование прямой и ее интервал

Интервал прямой – это горизонтальная проекция отрезка между двумя точками прямой, имеющими разность уровней в одну единицу:

$$l = O/(h_1 - h) = \text{ctg } \alpha.$$

Так как $\text{ctg } \alpha = 1/\text{tg } \alpha$, то $l = 1/i$, т. е. уклон и интервал – величины, обратные друг другу.

В частном случае:

- если прямая линия горизонтальна, угол $\alpha = 0$ и $i = 0$, интервал $l = 1/i = \infty$;

- если прямая линия вертикальна, угол $\alpha = 90^\circ$, тогда $i = \infty$, интервал $l = 1/i = 0$.

Уклон откосов, выемок и насыпей задается отношением чисел или процентами: 1:2; 1:3; 10%; 20%. Уклон может задаваться в промиллях – 20‰, 50‰ для уклонов вдоль дорог и каналов. Промилле – одна тысячная доля какого-либо числа, десятая часть процента.

1.3. Проецирование и отображение плоскости

Проецирование плоскости в проекциях с числовыми отметками может быть выполнено:

- проекциями трех точек, не лежащих на одной прямой (рис. 5);

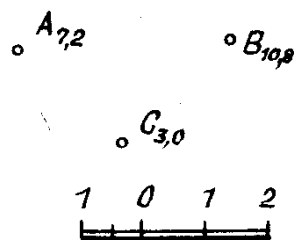


Рис. 5. Проецирование плоскости (три точки)

- проекциями двух параллельных отрезков или прямых (рис. 6, 7);

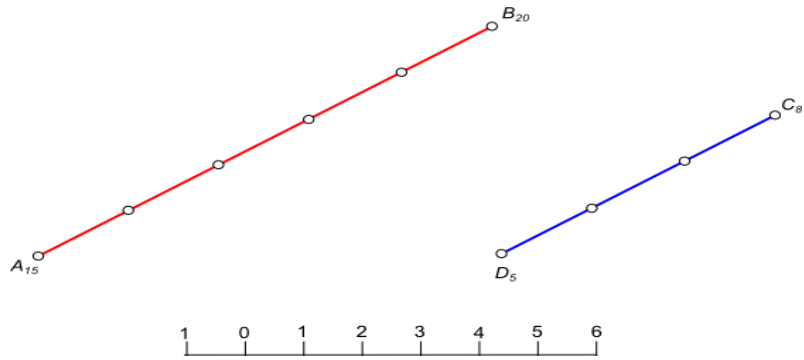


Рис. 6. Проецирование плоскости (два параллельных отрезка)

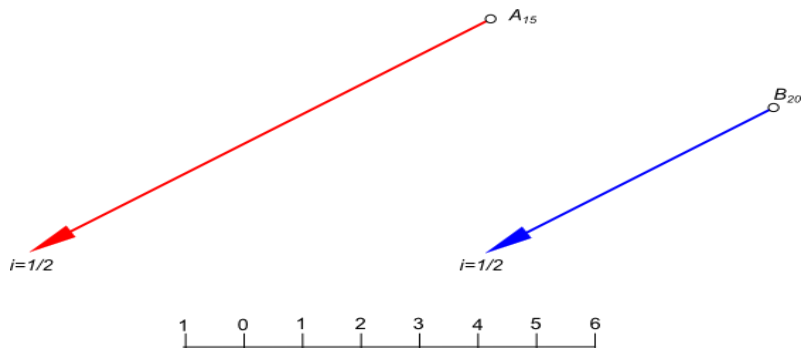


Рис. 7. Проецирование плоскости (две параллельные прямые)

- проекциями двух пересекающихся отрезков AB и EC или прямых AB и BC (рис. 8, 9);

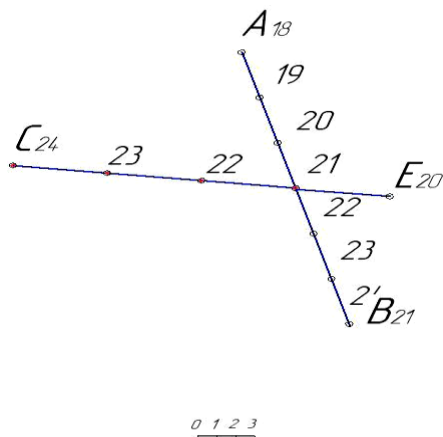


Рис. 8. Проецирование плоскости (два пересекающихся отрезка)

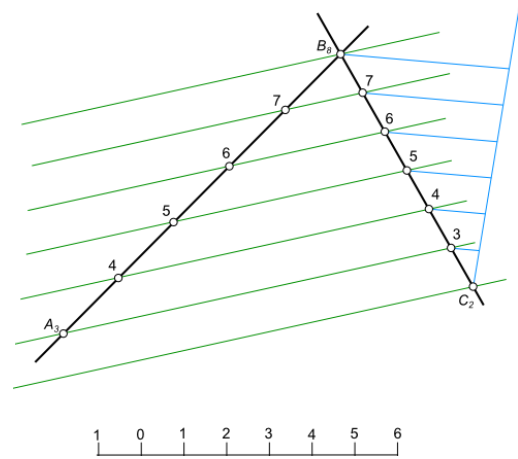


Рис. 9. Проецирование плоскости (две пересекающиеся прямые) и горизонтالي этой плоскости

Угол падения плоскости в проекциях с числовыми отметками – это угол между линией ската плоскости и ее проекцией. Также этот угол называют углом наибольшего ската плоскости.

На рис. 10 это угол α между линией ската MN и ее проекцией MN_1 .

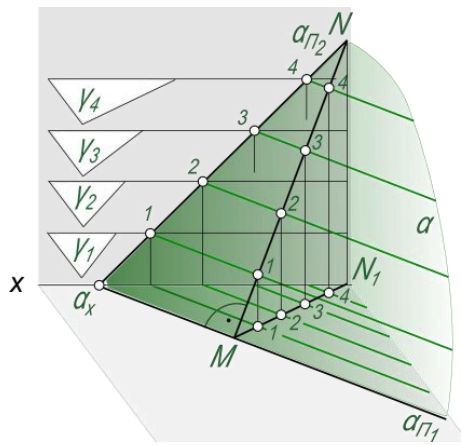


Рис. 10. Угол падения плоскости (пространственное изображение)

Угол падения плоскости, либо угол наибольшего ската плоскости, может быть построен на плоскости нулевого уровня с помощью масштаба уклона плоскости (рис. 11).

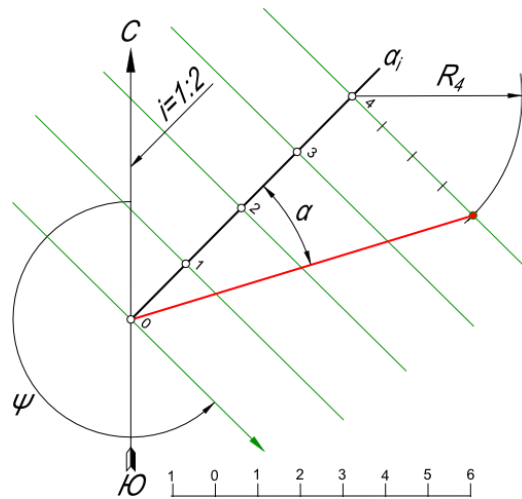


Рис. 11. Угол падения плоскости (пример построения)

Масштаб уклона плоскости в проекциях с числовыми отметками – это проекция линии наибольшего ската плоскости и проекции горизонталей плоскости, нанесенных на ней с заданным интервалом. Угол падения плоскости определяется как угол между натуральной длиной линии наибольшего ската и масштабом уклона плоскости.

Для того чтобы найти угол α , необходимо построить натуральную длину линии наибольшего ската MN , отложив от точки 4 разность отметок в четыре единицы на перпендикуляре к линии масштаба уклона.

1.4. Прямая в плоскости

Прямая линия, принадлежащая плоскости, строится через две любые, принадлежащие этой плоскости точки. Особая линия – горизонталь заданной плоскости – строится следующим образом (рис. 12):

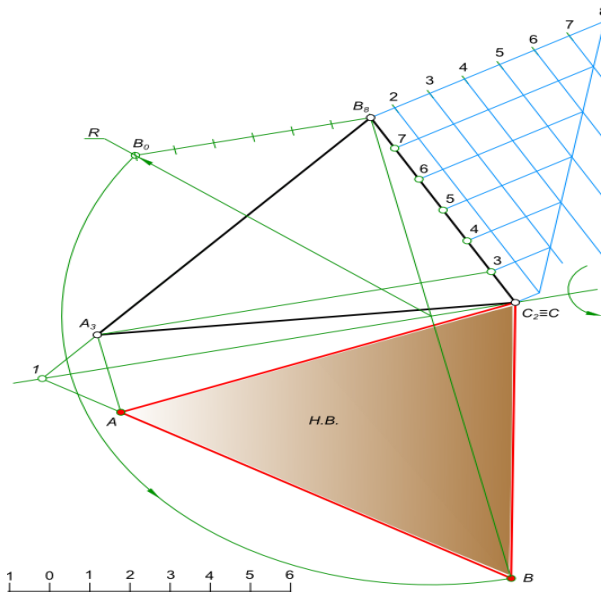


Рис. 12. Построение горизонтали и натуральной величины фрагмента плоскости (ΔABC)

- соединяем прямыми проекции точек A_3 и B_8 и проекции точек B_8 и C_2 ;
- градуируем прямую с наибольшей разностью отметок B_8C_2 ;
- соединяем прямыми линиями точки, имеющие одинаковые отметки, т. е. точку A_3 с точкой на линии B_8C_2 , имеющей отметку 3,0, и получаем направление горизонталей;
- проводим прямые через остальные отметки проградированной прямой B_8C_2 в направлении горизонталей и получаем все горизонтали заданной плоскости.

Натуральная величина плоскости, заданной тремя точками $A(A_3)$, $B(B_8)$, $C(C_2)$, построена на рис. 13. Она находится путем вращения треугольника ABC вокруг одной из горизонталей плоскости до положения, параллельного горизонтальной плоскости проекций.

Натуральная величина плоскости строится путем последовательного выполнения следующих действий:

- по уже указанному алгоритму определяем направление горизонталей плоскости – $3A_3$;
- выбираем горизонталь для вращения плоскости – горизонталь с отметкой 1, чтобы натуральная величина плоскости строилась на свободном поле чертежа;
- выполняем вращение какой-либо точки плоскости, например B , до совмещения плоскости с горизонтальным положением;
- находим совмещенное с горизонтальным положением местонахождение вершины A ;
- продолжением B_8A_3 до пересечения с горизонталью вращения находим точку 1, определяющую направление стороны AB ;
- в пересечении линии связи точки A с $1B$ находим положение точки A при совмещении плоскости с горизонтальным положением;
- соединяя прямыми точки A , B и C , совмещенные с горизонтальным положением плоскости, находим искомое – натуральную величину плоскости.

Прямая в плоскости в проекциях с числовыми отметками может быть прямой с заданным уклоном. Пусть плоскость задана проекциями трех точек A_5 , B_8 и C_2 . Требуется в плоскости из точки D_8 провести прямую с заданным уклоном $i = 1/3$ (рис. 13).

Прямая в плоскости $A_5B_8C_2$ с заданным уклоном $i = 1/3$ строится следующим образом:

- получаем горизонтали заданной плоскости;
- определяем интервал $l = 1/i = 1/(1/3) = 3$;
- из точки D_8 радиусом, равным трем единицам, засекаем горизонталь 7;
- получаем в месте пересечения точку K_7 , определяющую искомое положение отрезка D_8K_7 с заданным уклоном $i = 1/3$.

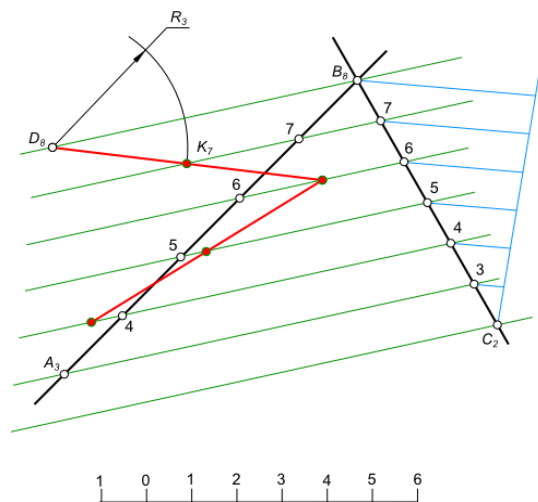


Рис. 13. Прямая с заданным уклоном в плоскости

Линия пересечения плоскостей в проекциях с числовыми отметками может быть построена, если найдены две точки, принадлежащие обеим плоскостям. Для этого вводим вспомогательные плоскости. Пересечение их с заданными плоскостями даст линии, в пересечении которых находим точки, принадлежащие исходным плоскостям (рис 14).

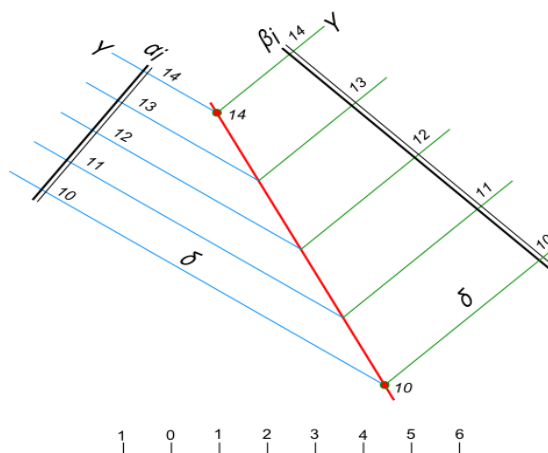


Рис. 14. Линия пересечения плоскостей

В качестве вспомогательных плоскостей используются, как правило, горизонтальные плоскости, проведенные по отметкам горизонталей. В результате во вспомогательных плоскостях происходит пересечение горизонталей с одинаковыми отметками, дающее две точки, принадлежащие обеим заданным плоскостям. Линия пересечения плоскостей α и β может быть легко построена, если на представленном рисунке две плоскости заданы масштабом уклона α_i и β_i . Вводим вспомогательные плоскости уровня δ_{10} и γ_{14} . В пересечении их с плоскостями α и β получим две пары пересекающихся горизонталей, каждая пара которых дает точки 10 и 14. Через эти точки проходит искомая линия – линия пересечения плоскостей.

Линия пересечения плоскостей в проекциях с числовыми отметками должна быть построена, если выполняется проектирование земляного сооружения, называемого аппарелью. Аппарель – это наклонный въезд или съезд в выемках или насыпях.

Здесь имеют место линии пересечения плоскостей: откосов аппарели с плоскостью, принятой за условный уровень, и откосов между собой. Откосы аппарели можно рассматривать как касательные плоскости к поверхности прямого кругового конуса, вершина

которого скользит по прямой (бровке дороги), а образующая наклонена к плоскости основания под углом, равным углу наклона плоскости откоса.

Требуется выполнить построение аппарели, если уклон полотна аппарели $i_a = 1:4$, высота подъема – 3 м (от нулевой отметки), уклон боковых откосов $i_n = 1:2$, уклон торцового откоса $i_m = 1:1$ (рис. 15).

Построение аппарели выполняем в следующей последовательности:

- строим масштаб уклона, определяем по нему заложение $l_1 = 4$, $l_2 = 2$, $l_3 = 1$ м;
- проводим ось аппарели. От точки 0 откладываем три интервала соответствующего уклона $i_a = 4$;
- строим проекцию полотна аппарели (A, B, K, L);
- проводим горизонталь полотна 1-1, 2-2 и 3-3 и отмечаем точки пересечения их с бровками;
- из полученных точек как из вершин строим проекции конусов;
- в точке 1 конус будет иметь высоту 1 м и радиус окружности основания 2 м;
- проведя касательные из проекций B и K к окружностям R_2, R_4 и R_6 , получим линии пересечения откосов аппарели с плоскостью нулевого уровня;

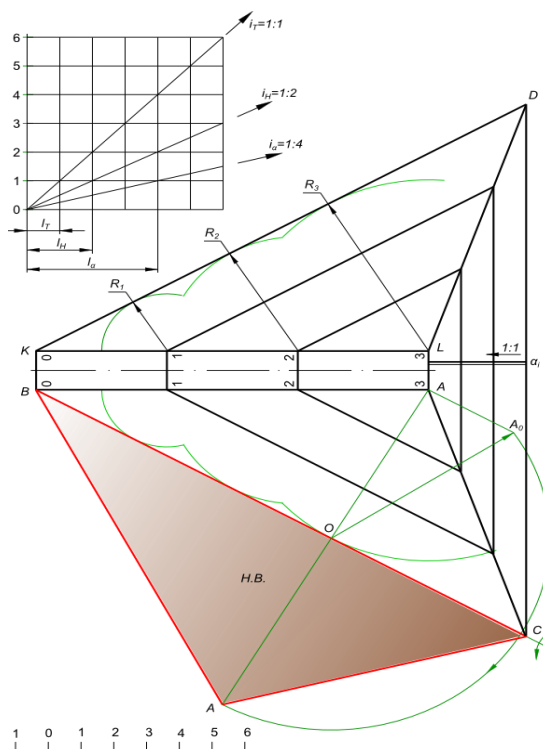


Рис. 15. Проекция аппарели и ее откосов

- для получения линии пересечения торцового откоса, спускающегося влево от края AL с уклоном $i = 1:1$, необходимо построить масштаб уклона α_i плоскости откоса и через нулевую отметку провести прямую CD , параллельную AL (или перпендикулярную масштабу уклона);

- пересечение плоскостей боковых откосов с торцовым произойдет по прямым AC и LD . В этом легко убедиться, проводя горизонталь на плоскостях всех откосов. Пересечение горизонталей с одинаковыми отметками произойдет в точках, которые будут расположены на прямых AC и LD ;

- натуральный размер откоса CAB определяем путем вращения его плоскости вокруг горизонтали CB .

1.5. Проецирование поверхности

Поверхности геометрическая и графическая могут использоваться при проектировании различных сооружений, дорог, мостов, строительных площадок.

Поверхность в проекциях с числовыми отметками изображается с помощью проекций горизонталей, полученных пересечением данной поверхности рядом горизонтальных плоскостей, отстоящих друг от друга на одну единицу расстояния. Обычно за единицу расстояния берется 1 м. Коническая поверхность относится к графическим поверхностям. На рис. 16 представлены две разновидности кругового конуса: прямой и наклонный.

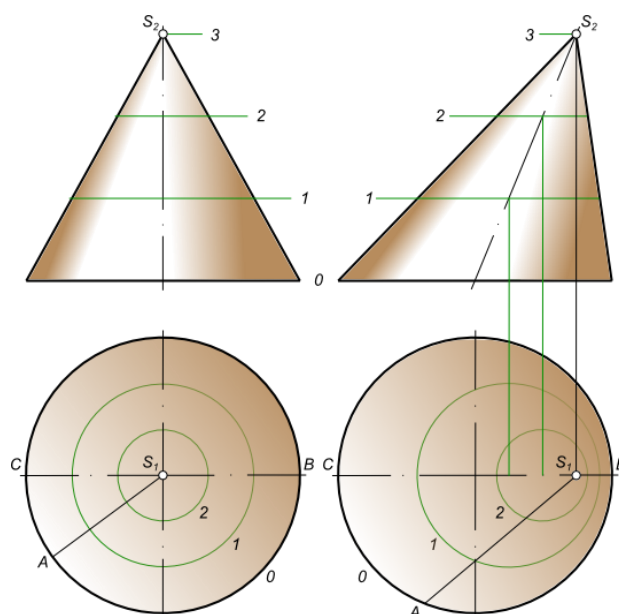


Рис. 16. Коническая поверхность

Слева показана поверхность для прямого кругового конуса. Горизонталы выполнены в виде концентрических окружностей с равными интервалами. Справа – поверхность для наклонного кругового конуса. Горизонталы выполнены в виде эксцентрических окружностей, интервалы с левой и правой стороны разные. Концентричность горизонталей прямого кругового конуса и эксцентричность горизонталей наклонного конуса позволяют различить эти конусы в проекциях с числовыми отметками.

По интервалам можно судить об уклоне. Для прямого кругового конуса интервалы равны по всем образующим конуса. Поэтому данная коническая поверхность имеет один и тот же уклон по всем направлениям, уклон образующей SA равен уклону образующих SB и SC . Для наклонного кругового конуса уклон образующей SC меньше, чем уклон образующей SA , так как интервал SC больше интервала SA . Наименьший интервал имеет образующая SB , которая в данном случае будет иметь наибольший уклон. Для поверхности данного конуса SB является линией наибольшего ската.

Топографическая поверхность – это поверхность нашей планеты, т. е. поверхность, закон образования которой неизвестен. Топографическая поверхность используется для сооружений, дорог, мостов, строительных площадок, котлованов и других объектов. Изображение различных образований земной поверхности представлено на рис. 17.

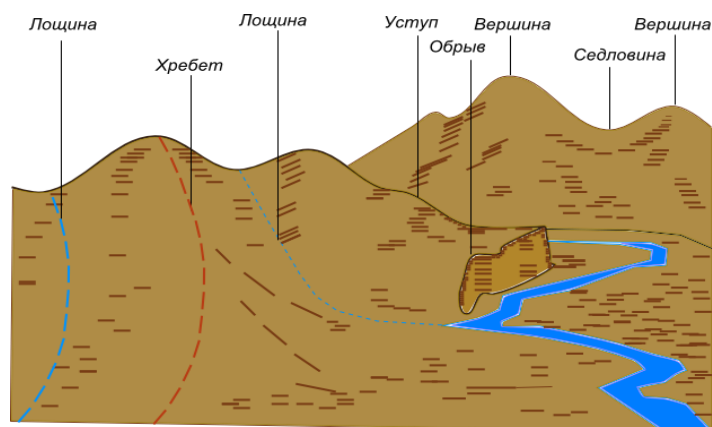


Рис. 17. Топографическая поверхность

Топографическая поверхность в плане, т. е. на плоскости нулевого уровня, изображается с помощью горизонталей – линий, соединяющих точки с одинаковыми отметками. План той же местности, показанный на рис. 17, представленный в горизонталях, приведен на рис. 18.

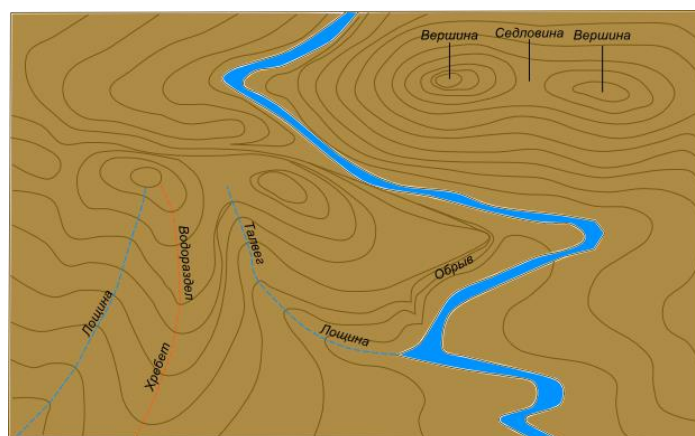


Рис. 18. План топографической поверхности

Разность высотных отметок между двумя соседними горизонталями принято брать равной единице. За единицу берут 1 м в том или ином масштабе. Расстояние между горизонталями – интервал. Интервал определяет уклон топографической поверхности. Принято считать, что топографическая поверхность в интервалах между горизонталями имеет одинаковый уклон по линии наибольшего ската.

Результатом пересечения плоскости с топографической поверхностью является некоторая кривая линия, которая строится по точкам пересечения соответствующих горизонталей поверхности и плоскости. Горизонтали же пересекутся только тогда, когда будут иметь одинаковые отметки. Кривая пересечения топографической поверхности и плоскости может быть заменена ломаной линией, составленной из прямолинейных участков.

1.6. Пересечение линии и плоскости с топографической поверхностью

Пересечение прямой с топографической поверхностью

Пересечение прямой с топографической поверхностью находят теми же способами, что и пересечение прямой с плоскостью:

- способом горизонталей заключаем прямую в плоскость общего положения;
- находим линию пересечения плоскости и топографической поверхности;
- находим точки пересечения прямой с линией пересечения плоскости и топографической поверхности.

Вспомогательную плоскость в проекциях с числовыми отметками задают горизонталями. Они проводятся через точки предварительно проградированной прямой. Построенные горизонтالي, пересекаясь с горизонталями топографической поверхности тех же уровней, дают ряд точек линии пересечения плоскости и топографической поверхности. Эти точки соединяем плавной кривой, получая так называемый профиль поверхности, в котором находится также и заданная прямая.

Пример построения точек пересечения прямой AB с топографической поверхностью приведен на рис. 19. Такой способ именуется способом профилей, так как строится своеобразный разрез поверхности вертикальной секущей плоскостью по направлению имеющейся прямой.

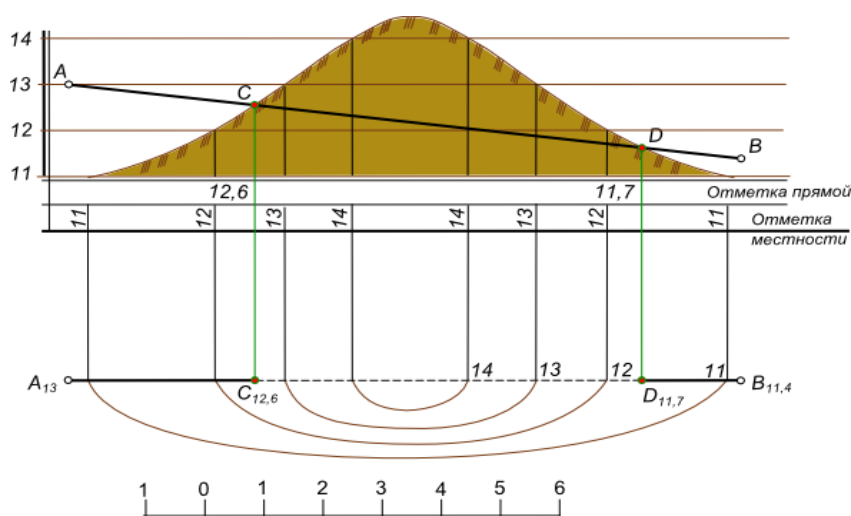


Рис. 19. Пересечение прямой с топографической поверхностью

Последовательность действий следующая:

- заключаем прямую в горизонтально-проецирующую плоскость;
- выполняем построение профиля заданной топографической поверхности;
- совместив прямую с профилем, находим пересечение прямой с топографической поверхностью в точках C и D ;
- вернув прямую с найденными точками в первоначальное положение, получаем искомые проекции точек $C_{12,6}$ и $D_{11,7}$ в пересечении их линий связи с $A_{13}B_{11,4}$.

Пересечение плоскости с топографической поверхностью

Результатом пересечения двух поверхностей между собой является линия. Если пересекаются две простейшие поверхности – плоскости, то получается прямая. Линия пересечения плоскостей определяется точками пересечения двух пар горизонталей одного и того же уровня этих плоскостей (см. рис. 14 либо рис. 20).

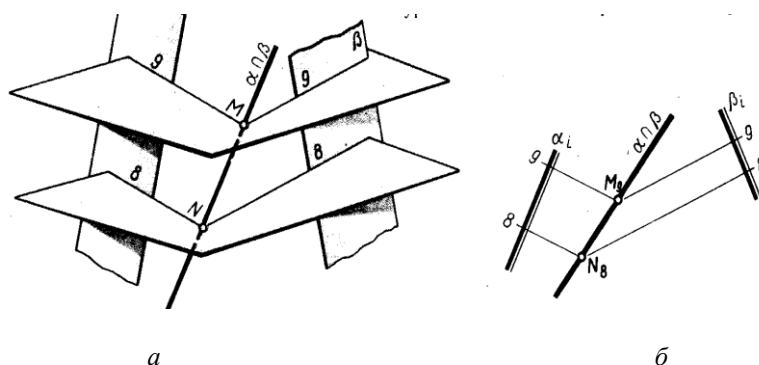


Рис. 20. Построение линии пересечения двух плоскостей:
a – в пространстве; *б* – на плоскости проекций

Если же пересекается плоскость с поверхностью, то появляется ломаная или кривая линия, проходящая через ряд точек, построенных благодаря пересечению горизонталей одинакового уровня, как плоскости, так и поверхности.

Линия пересечения плоскости и поверхности или двух поверхностей определяется точками пересечения одновысотных горизонталей обеих поверхностей (или плоскости и поверхности) (рис. 21).

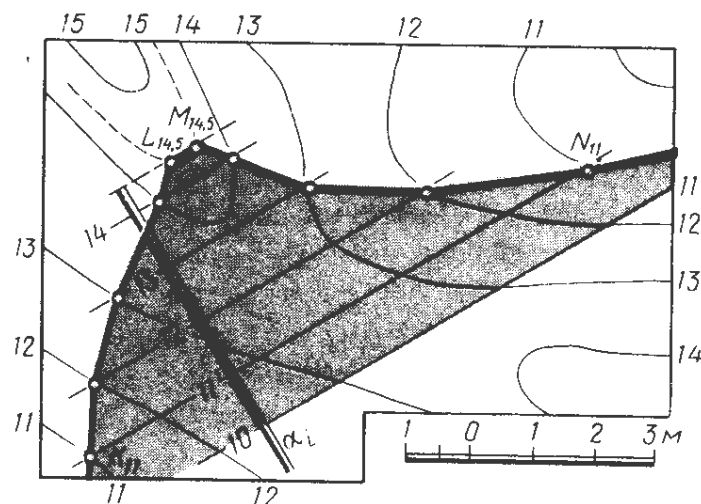


Рис. 21. Линия пересечения плоскости и поверхности

Таких точек требуется уже гораздо больше в сравнении с построением линии пересечения плоскостей. Для построения таких точек необходимо иметь план топографической поверхности и заданную плоскость. Наиболее рациональный способ задания плоскости в проекциях с числовыми отметками – это масштаб уклона плоскости. Масштаб уклона позволяет нам построить нужное количество конкретных горизонталей с соответствующими отметками. После этого отмечаем точки пересечения топографической горизонтали с имеющей такую же высотную отметку горизонталью плоскости. Выполнив соединение нескольких найденных точек, получаем проекцию линии пересечения плоскости α и топографической поверхности.

Далее рассматривается пример построения линий пересечения откосов элементарной горизонтальной площадки как между собой, так и с топографической поверхностью, т. е. поверхностью земли (рис. 22).

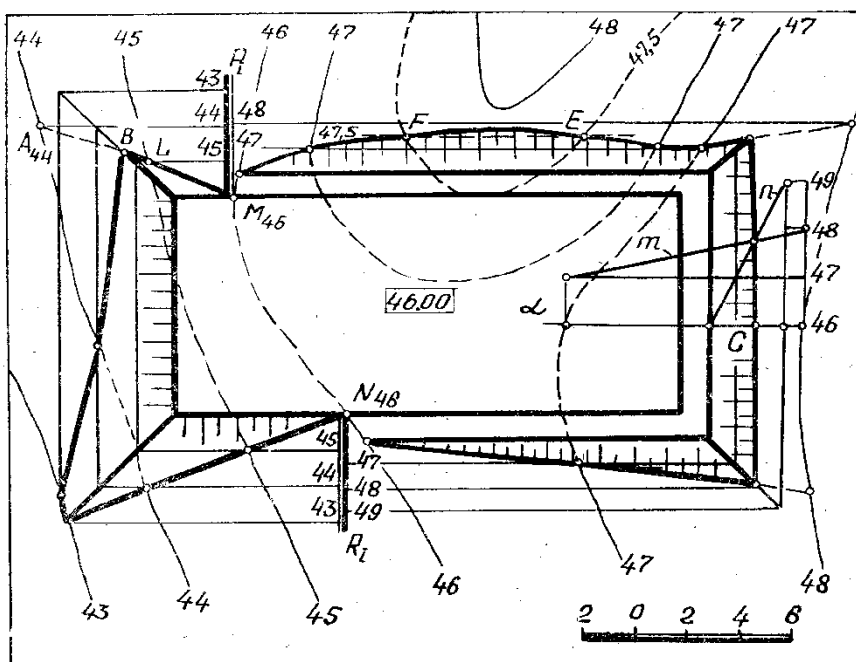


Рис. 22. Построение линии земляных работ при создании площадки

Вначале определяются точки так называемых «нулевых» работ, т. е. точки, находящиеся на контуре площадки и на горизонтали поверхности, имеющей одинаковую с площадкой высотную отметку (46,00). Далее рассматриваются зоны выемки (срезки) грунта и насыпи (подсыпки). Там, где уровни горизонталей меньше уровня площадки, будет формироваться насыпь. Откосы насыпи и выемки нередко имеют разные уклоны. Это значит, что интервалы, т. е. расстояния между горизонталями откосов для насыпи и выемки, будут неодинаковы, что и наблюдается на рис. 22. Отметим еще раз, что интервал и уклон – обратно пропорциональные величины.

В удобном для построения месте выбранного откоса строится линия – масштаб уклона плоскости откоса, на которой отмечаются точки для построения горизонталей откоса. После проведения горизонталей откосов находят точки пересечения горизонталей смежных откосов между собой. Так строится линия взаимного пересечения двух смежных откосов. Затем находят точки пересечения одновысотных горизонталей на топографической поверхности и на откосах площадки и строят линию окончания откоса на поверхности земли. При необходимости для построения дополнительных точек могут строиться дробные горизонтали или использоваться микропрофили в некоторых местах сооружения. На рассматриваемом примере – это определение положений точек *C, E, F*.

Как правило, в зоне выемки грунта выполняется уширение площадки для проектирования кювета, который предназначается для отвода поверхностного стока. В этом случае интервал для построения первой горизонтали для зоны выемки будет откладываться от уширенной границы площадки.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем состоит сущность проецирования с числовыми отметками?
2. Что представляет собой числовая отметка точки?
3. Какими параметрами пользуются при проецировании отрезка прямой линии?
4. Что такое заложение прямой?
5. Что такое превышение у отрезка прямой?

6. Как определяется уклон прямой?
7. Что такое интервал?
8. Какими способами в проекциях с числовыми отметками может быть задана плоскость?
9. Что представляет собой угол падения плоскости?
10. Что понимается под термином «масштаб уклона плоскости»?
11. Для чего используется масштаб уклона плоскости?
12. Что такое аппарат?
13. Как строится проекция линии пересечения двух плоскостей (откосов)?
14. Каким способом в проекциях с числовыми отметками задаются графические поверхности?
15. Что понимается под топографической поверхностью? Как она отображается в плане?
16. Как строится линия пересечения плоскости и топографической поверхности?
17. Что такое профиль поверхности?
18. Для каких построений может использоваться способ профилей?