

1. ОБРАЗОВАНИЕ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ

1.1. Понятия и определения

В начертательной геометрии фигуры задаются графически, поэтому целесообразно рассматривать поверхность как совокупность всех последовательных положений некоторой перемещающейся в пространстве линии. Образование поверхности с помощью линии позволяет дать иное определение поверхности, базирующееся на таких основных элементарных геометрических понятиях, как точка и множество. В свою очередь, линия определяется как непрерывное однопараметрическое множество точек. Поэтому можно дать следующее определение поверхности: поверхностью называется непрерывное двупараметрическое множество точек.

Для получения наглядного изображения поверхности на чертеже закон перемещения линии целесообразно задавать графически в виде совокупности линий и указаний о характере перемещения линии. Эти указания могут быть заданы, в частности, с помощью направляющей поверхности. Примером такого способа образования могут служить все технологические процессы обработки металлов режущей кромкой, при которой поверхность изделия несет на себе «отпечаток» профиля резца. Режущие кромки являются неотъемлемой частью исполнительных механизмов многих строительных и дорожных машин, применяемых не только для разработки и перемещения грунта (бульдозеры, грейдеры и т. п.), но и для рытья траншей, котлованов, проходки траншей, профилирования откосов и др. Во многих случаях режущие кромки начинают уступать место производящей поверхности, с которой связано развитие прогрессивных производительных процессов обработки металлов давлением и обкаткой. Геометрическая сущность этих процессов – метод огибания.

В процессе образования поверхностей линия может оставаться неизменной или менять свою форму. Такой способ образования поверхности называется кинематическим, а сама поверхность – кинематической. Подвижная линия называется образующей, неподвижные линии – направляющими. Закон перемещения образующей линии, как правило, задается с помощью направляющих линий и алгоритма перемещения образующей по направляющим.

На чертеже кинематическая кривая поверхность задается с помощью ее определителя. Определителем поверхности называют совокупность условий, необходимых и достаточных для задания поверхности в пространстве.

Рассмотрим некоторые кривые поверхности.

Кривые поверхности широко применяются в различных областях науки и техники при создании очертаний различных технических форм или как объекты инженерных исследований. Существуют три способа задания кривых поверхностей:

- 1) аналитический – с помощью уравнений;
- 2) каркасный – с помощью каркаса;
- 3) кинематический, т. е. перемещением линий в пространстве.

Составлением уравнений поверхностей занимается аналитическая геометрия; она рассматривает кривую поверхность как множество точек, координаты которых удовлетворяют некоторому уравнению. На рис. 1 приведен пример поверхности, заданной аналитически (системой алгебраических уравнений). При ином способе задания кривая поверхность задается совокупностью некоторого количества линий, принадлежащих поверхности.

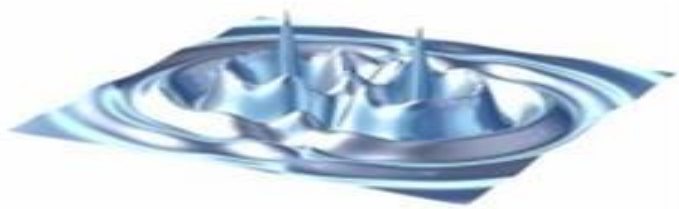


Рис. 1. Пример поверхности, заданной аналитически

Другим способом образования поверхности и ее изображения на чертеже может служить каркас поверхности.

Каркасом поверхности принято называть упорядоченное множество точек или линий, принадлежащих поверхности.

В зависимости от того, чем задается каркас поверхности, точками или линиями, каркасы называют точечными или линейными. Линейным каркасом называется множество таких линий, которые имеют единый закон образования и связаны между собой определенной зависимостью. Условия связи между линиями каркаса называются зависимостью каркаса. Эта зависимость характеризуется некоторой изменяющейся величиной, которая называется параметром каркаса. Если параметр линейного каркаса является непрерывной функцией, то каркас называется непрерывным, а если параметр – прерывная функция, то каркас называется дискретным.

На рис. 2 приведен пример каркаса поверхности, состоящей из двух ортогонально расположенных семейств линий $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$.

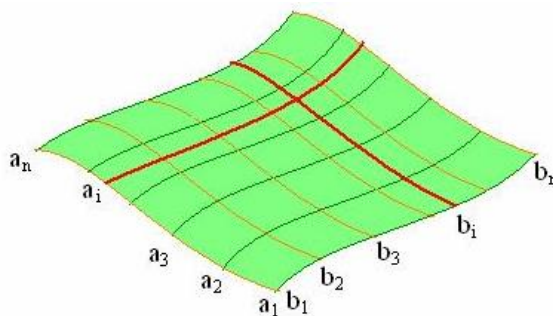


Рис. 2. Пример линейного каркаса поверхности

Кинематический способ образования поверхности можно представить как множество положений движущейся линии или поверхности. Этот способ дает возможность сформулировать понятие определителя поверхности. Под этим понятием обычно подразумевают необходимую и достаточную совокупность геометрических фигур и кинематических связей между ними, которые однозначно определяют поверхность.

1.2. Определитель и очерк поверхности

Определитель поверхности состоит из двух частей:

- геометрической части – совокупности геометрических фигур, с помощью которых можно образовать поверхность;
- алгоритмической части – алгоритма формирования поверхности с помощью фигур, входящих в геометрическую часть определителя.

Для того чтобы построить чертеж поверхности, необходимо предварительно выявить ее определитель. Определитель поверхности выявляется путем анализа способов образования поверхности или ее основных свойств. В общем случае поверхность может быть образована несколькими способами и может иметь несколько определителей. Обычно выбирают

простейший. Чтобы найти определитель поверхности, следует исходить из кинематического способа ее образования.

Поверхность на чертеже задают проекциями геометрической части ее определителя. Определитель кривой поверхности Φ может быть записан в символической форме: $\Phi(\Gamma)[A]$, где (Γ) – геометрическая часть, $[A]$ – алгоритмическая часть. Для каждой поверхности обе части определителя имеют вполне конкретное содержание.

Поверхность считается заданной на комплексном чертеже, если для любой точки пространства, заданной на чертеже, можно однозначно решить вопрос о принадлежности ее данной поверхности. Построение проекций любых точек и линий, принадлежащих поверхности, а также второй их проекции, если одна задана, выполняется на основании ее определителя. Рассмотрим примеры выявления определителя.

Через три точки A, B, C , не принадлежащие одной прямой, можно провести одну и только одну плоскость (Σ на рис. 3, *a*). Точки A, B и C составляют геометрическую часть определителя плоскости.

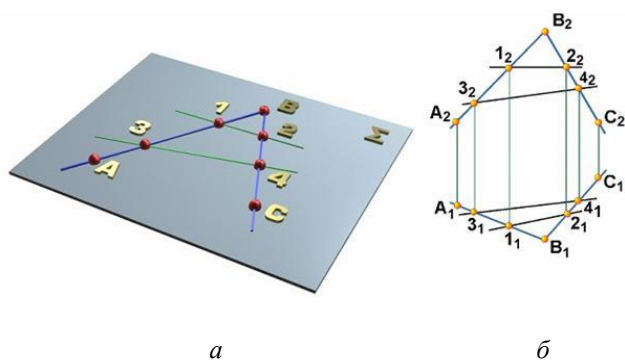


Рис. 3. Примеры определителя:
a – алгоритмическая часть; *б* – геометрическая часть

Вторая часть определителя, т. е. алгоритм построения в плоскости $\Sigma (A, B, C)$ любых линий и точек, выражается условиями принадлежности прямой и точки плоскости. На чертеже (см. рис. 3, *б*) плоскость Σ задана проекциями геометрической части своего определителя: A_1 и A_2, B_1 и B_2, C_1 и C_2 .

Цилиндрическая поверхность вращения может быть образована вращением прямой $l \parallel i$ вокруг оси i (рис. 4, *a*). Определитель цилиндрической поверхности вращения имеет вид $\Phi(l \parallel i)[A]$. На чертеже (рис. 4, *б*) цилиндр вращения задан проекциями геометрической части своего определителя.

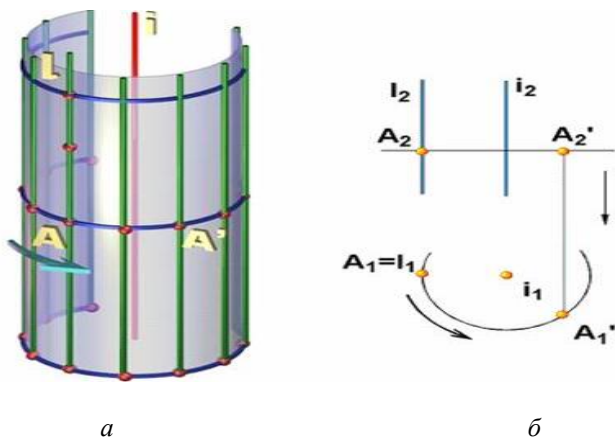


Рис. 4. Определитель цилиндрической поверхности: *a* – поверхность образована вращением прямой $l \parallel i$ вокруг оси i ; *б* – цилиндр вращения задан проекциями геометрической части своего определителя

Геометрическая часть определителя поверхности состоит из образующей l и оси i . Алгоритмическая часть определителя состоит из операции вращения образующей линии l вокруг оси i .

Коническая поверхность вращения может быть образована вращением прямой l , пересекающей ось вращения i под некоторым углом (рис. 5, а). Определитель конической поверхности вращения имеет вид $\Phi(l \cap i)[A]$.

Алгоритмическая часть определителя состоит из словесного указания о том, что поверхность образуется вращением образующей l вокруг оси i . На чертеже (рис. 5, б) конус вращения задан проекциями геометрической части его определителя: $l(l_1, l_2) \wedge i(i_1, i_2)$.

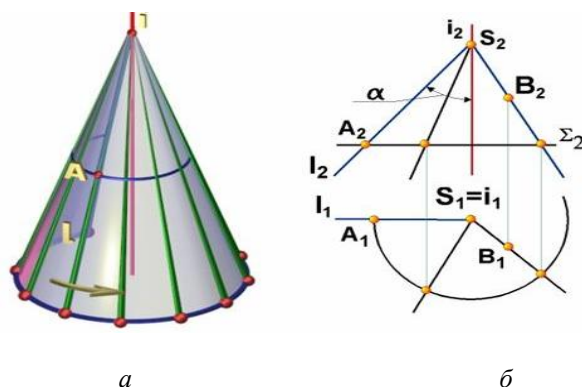


Рис. 5. Изображение определителя конической поверхности:
а – алгоритмическая часть; б – геометрическая часть

В указанных примерах определитель поверхности выявляется путем анализа способов ее образования. Рассмотрим пример выявления определителя поверхности путем анализа ее основных свойств. Возьмем, например, сферу. Сферой называется поверхность, образованная множеством точек пространства, находящихся на расстоянии r от данной точки O (рис. 6, а).

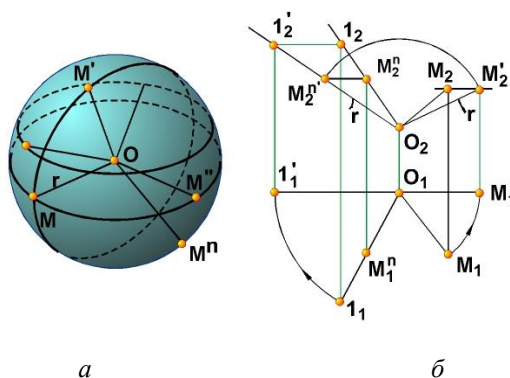


Рис. 6. Изображение определителя сферы:
а – алгоритмическая часть; б – геометрическая часть

Геометрическая часть определителя сферы состоит из точки O (центра сферы) и точки M , принадлежащей ее поверхности. Алгоритм построения любой точки сферы заключается в проведении через точку O произвольной прямой и откладывании на ней от точки O отрезка $OM' = OM = r$. Определитель сферы имеет вид $\Phi(O, M)[A]$.

На рис. 6, б сфера задана проекциями точек O и M , которые составляют геометрическую часть ее определителя, и показано построение произвольной точки $M^n (M_1^n M_2^n)$ сферы.

При чтении чертежа немаловажную роль играет его наглядность. Задание поверхности проекциями геометрической части ее определителя не обеспечивает наглядности изображений. Поэтому для придания чертежу поверхности большей наглядности и выразительности прибегают к построению очерков ее проекций или проекций достаточно плотного каркаса ее образующих (рис. 7).

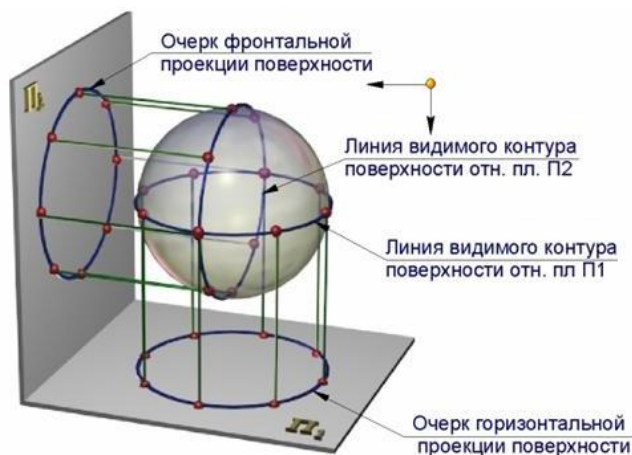


Рис. 7. Образование проекций сферы

При проецировании поверхности на какую-либо плоскость проекций часть проецирующих лучей касается ее, образуя проецирующую поверхность. Точки касания при этом образуют линию видимого контура поверхности относительно этой плоскости проекций. Очерк проекции поверхности является проекцией соответствующей линии видимого контура. Линия видимого контура поверхности разделяет ее на две части – видимую, обращенную к наблюдателю, и невидимую. Никакая точка поверхности не может спроецироваться за пределы очерка.

На чертежах (рис. 8, а, в) конус вращения и сфера заданы проекциями геометрической части своего определителя, на чертежах (рис. 8, б, г) для тех же поверхностей построены очерки их проекций. Очерковые изображения обладают большей наглядностью и выразительностью.

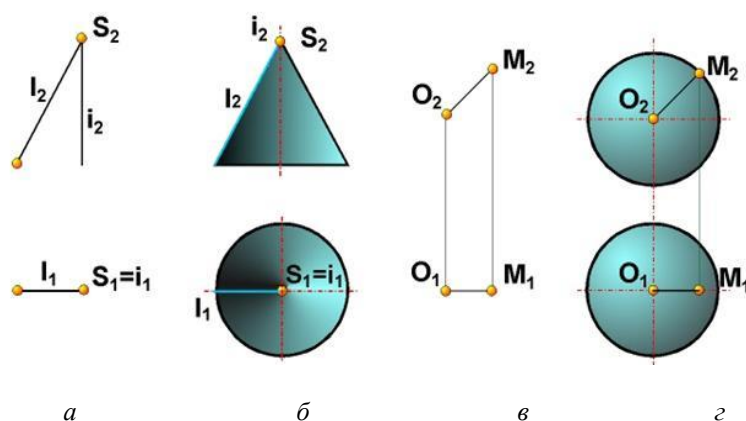


Рис. 8. Проекция конуса и сферы: а, в – проекции геометрической части определителей конуса и сферы; б, г – очерки проекций конуса и сферы

Кривые поверхности разделяются на линейчатые и нелinearчатые, закономерные и нелегальные. Поверхность называется линейчатой, если она может быть образована перемещением прямой линии, в противном случае поверхность нелinearчатая.

Если поверхность может быть задана каким-либо уравнением, она называется закономерной, в противном случае – незакономерной, или графической (задается только чертежом).

Закономерные поверхности, в зависимости от вида уравнения, разделяются на алгебраические и трансцендентные.

Алгебраическое уравнение n -й степени (в декартовых координатах) задает алгебраическую поверхность n -го порядка (трансцендентные поверхности порядка не имеют). Алгебраическая поверхность n -го порядка пересекается плоскостью по кривой n -го порядка, а с прямой линией – в n точках.

Плоскость, имеющую уравнение первой степени (с произвольной плоскостью пересекается по прямой линии, а с прямой – в одной точке), можно рассматривать как поверхность первого порядка. Примерами кривых поверхностей второго порядка могут служить поверхности, образованные вращением кривых второго порядка вокруг одной из своих осей.

Поверхности второго порядка пересекаются с произвольной плоскостью по кривым второго порядка, а с прямой – в двух точках. Примером поверхности четвертого порядка может служить тор.

Определитель может быть положен в основу классификации поверхностей. К одному и тому же классу относятся поверхности, имеющие одинаковую структуру определителя.

Наибольшее применение в технике получили кинематические кривые поверхности с образующими постоянной формы:

1. Линейчатые поверхности: развертывающиеся, неразвертывающиеся, винтовые.
2. Поверхности вращения: линейчатые и нелинейчатые.

1.3. Линейчатые поверхности

Как уже отмечалось, поверхность называется линейчатой, если она может быть образована перемещением прямой линии. Поверхность, которая не может быть образована движением прямой линии, называется нелинейчатой. Например, конус вращения – линейчатая поверхность, а сфера – нелинейчатая. Через любую точку линейчатой поверхности можно провести по крайней мере одну прямую, целиком принадлежащую поверхности. Множество таких прямых представляет собой непрерывный каркас линейчатой поверхности. Линейчатые поверхности разделяются на два вида:

- 1) развертывающиеся поверхности;
- 2) неразвертывающиеся, или косые, поверхности.

Нелинейчатые поверхности являются неразвертывающимися.

Линейчатые поверхности с одной криволинейной направляющей называются торсами, криволинейная направляющая таких поверхностей – ребром возврата.

Поверхностью с ребром возврата (торсом) называют поверхность, описываемую движением прямой – образующей, касающейся некоторой пространственной (рис. 9, *a*) или плоской (рис. 9, *б*) кривой – направляющей. Торсы являются поверхностями развертывающимися.

Поверхность называется развертывающейся, если она путем изгибания может быть совмещена с плоскостью без образования складок и разрывов.

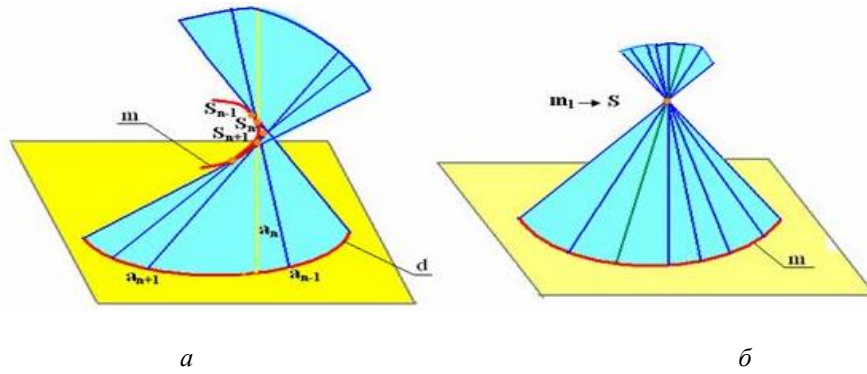


Рис. 9. Разновидности торсовых поверхностей: *a* – поверхность с пространственным торсом; *б* – поверхность с плоским торсом

Очевидно, что все многогранные поверхности являются развертывающимися. Из кривых поверхностей этим свойством обладают только те линейчатые поверхности, которые имеют ребро возврата.

Существует только три вида линейчатых поверхностей, имеющих ребро возврата: торсы, конические и цилиндрические (рис. 9, *a*, *б*; рис. 10).

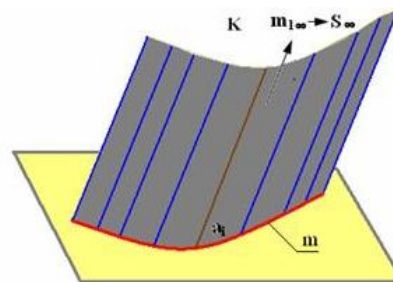


Рис. 10. Цилиндрическая поверхность (плоский торс)

Необходимо отметить, что у всех развертывающихся линейчатых поверхностей две смежные образующие либо пересекаются (торс, коническая поверхность), либо параллельны (цилиндрическая поверхность).

Неразвертывающиеся линейчатые поверхности, именующиеся также косыми поверхностями, в общем случае образуются движением прямолинейной образующей по трем направляющим линиям, которые однозначно задают закон ее перемещения. Направляющие линии могут быть кривыми и прямыми. Общий случай линейчатой поверхности, как множества образующих прямых, пересекающих три заданные пространственные кривые, показан на рис. 11, *a*, *б*.

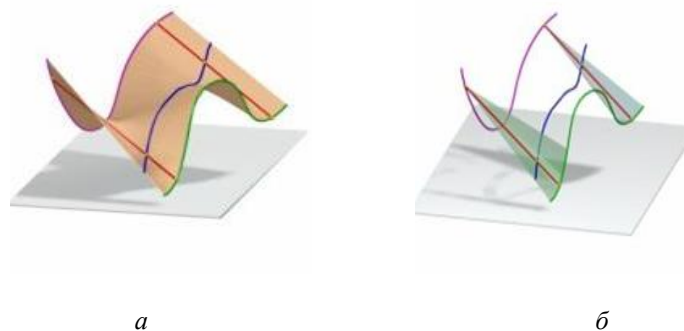


Рис. 11. Фрагменты линейчатой неразвертывающейся поверхности: *a* – сплошной; *б* – дискретной

Разновидностями косых поверхностей являются линейчатые поверхности с направляющей плоскостью и частные их виды – линейчатые поверхности с плоскостью параллелизма (поверхности Каталана).

В первом случае поверхность однозначно задается двумя направляющими линиями и направляющей плоскостью, которая заменяет третью направляющую линию. Образующая прямая скользит по двум направляющим и сохраняет постоянный угол α с некоторой плоскостью Σ , которая называется направляющей. В частном случае, если угол равен нулю, образующая прямая будет параллельна направляющей плоскости, которая в этом случае называется плоскостью параллелизма.

Поверхности с направляющей плоскостью ($\alpha \neq 0$) называются косыми цилиндрами, если обе направляющие являются кривыми линиями; косыми коноидами, если одна из направляющих – прямая линия; дважды косой плоскостью, если направляющие – скрещивающиеся прямые.

Дважды косой цилиндр, как линейчатая поверхность с тремя направляющими, из которых две пространственные кривые и одна прямая, показан на рис. 12.

На рис. 13 показан дважды косой коноид, образованный перемещением образующей прямой по трем направляющим, из которых две прямые.

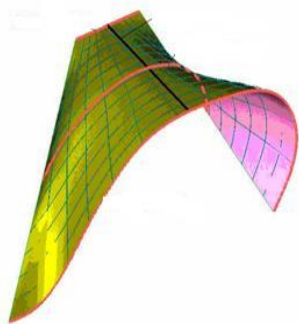


Рис. 12. Дважды косой цилиндр

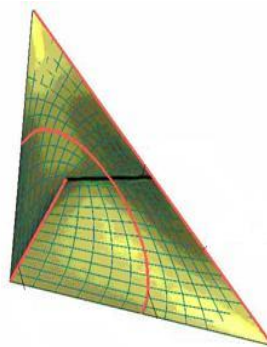


Рис. 13. Дважды косой коноид

Показано построение одной образующей, как результата пересечения вспомогательной плоскости, проходящей через одну из прямолинейных направляющих, с двумя другими направляющими.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется поверхностью?
2. Как рассматриваются поверхности в начертательной геометрии?
3. Приведите краткую классификацию поверхностей, приняв за критерии: а) вид образующей; б) характер перемещения образующей.
4. Что такое определитель поверхности?
5. Что такое очерк поверхности?
6. Что значит «задать поверхность на чертеже»?
7. Как формулируется признак принадлежности точки поверхности?
8. Какие поверхности относят к развешивающимся?
9. Какая поверхность является развешивающейся?
10. Приведите примеры использования различных поверхностей в технике, науке, искусстве и других видах деятельности.

2. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

2.1. Призма и пирамида

Рассмотрим прямую призму, которая стоит на горизонтальной плоскости (рис. 14). Ее боковые грани являются частями горизонтально-проецирующих плоскостей, а ребра – отрезками вертикальных прямых. Исходя из этого, ребра следует проецировать на горизонтальную плоскость в виде точек, а на фронтальную плоскость – без искажения ($AA = a'a'_1$ и т. д.). Нижнее основание призмы ABC находится в горизонтальной плоскости, поэтому ее можно изобразить на этой плоскости без искажения: $\Delta ABC = abc$. Фронтальная проекция основания призмы abc совпадает с осью x .

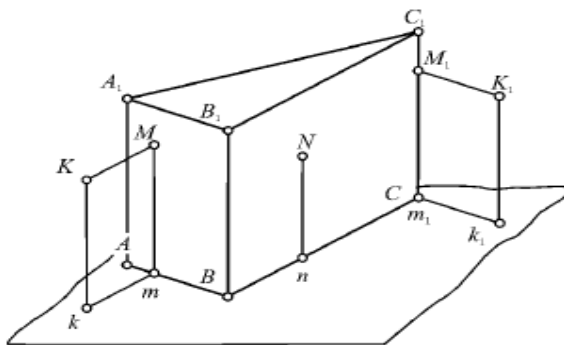


Рис. 14. Прямая трехгранная призма и точки на поверхности призмы ($A, B, C, A_1, B_1, C_1, M, M_1, N, N_1$) и вне ее (K, K_1)

Оба основания дают одинаковые горизонтальные проекции ($\Delta abc = \Delta a_1b_1c_1$). Верхнее основание $A_1B_1C_1$ параллельно горизонтальной плоскости проекций, т. е. его фронтальная проекция $a'_1b'_1c'_1$ параллельна оси x .

При изображении призмы, рассматривая ее прямо перед собой (рис. 15, а), мы видим две ее боковые грани AA_1B_1B и BB_1C_1C , а также точки K, K_1, M, M_1, N .

Точка N_1 , находящаяся на задней грани AA_1C_1C , как и сама грань, невидима. При рассмотрении призмы сверху (см. рис. 15, б) будет видно только ее верхнее основание.

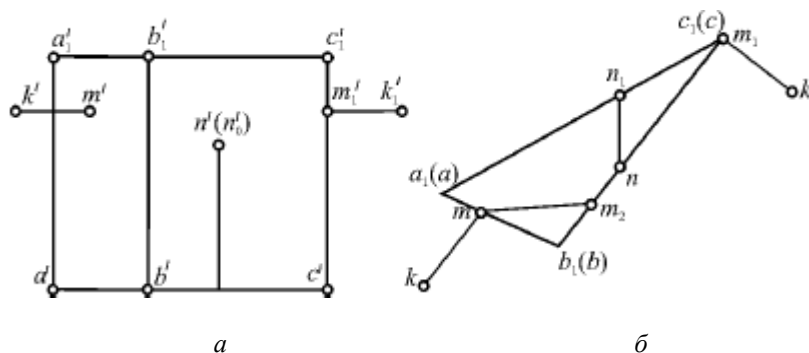


Рис. 15. Проекции призмы: а – на фронтальную плоскость (вид спереди); б – на горизонтальную плоскость (вид сверху)

Горизонтальные проекции трех точек, которые лежат на нижнем основании, помещены в скобки, чтобы показать, что точки A, B и C невидимы, если смотреть на призму из данного положения. Для определения невидимых элементов на фронтальной проекции обращаются к горизонтальной проекции. Понятно, что задняя грань AA_1C_1C при направлении взгляда перпендикулярно плоскости π_2 будет невидимой.

На рис. 16, а показана треугольная пирамида. Ее основание находится на горизонтальной плоскости проекций. На поверхности пирамиды расположено несколько точек, проекции

которых найдены на двухпроекционном эюре (рис. 16, б). Грани пирамиды – это треугольники, являющиеся частями плоскостей общего положения.

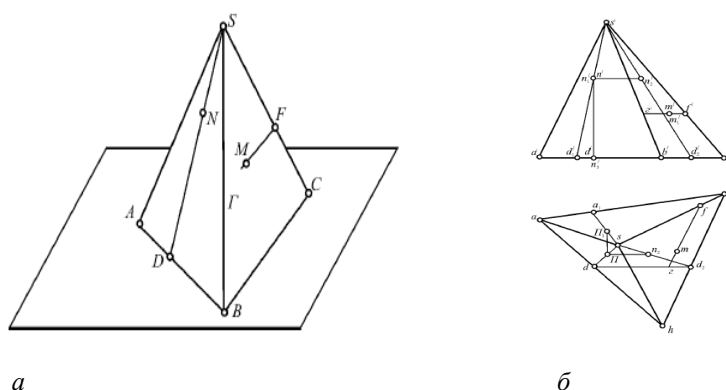


Рис. 16. Трехгранная пирамида $SABC$ и точки D, F, M, N на ее поверхности: a – пространственное отображение; $б$ – две ортогональные проекции пирамиды

Если рассматривать пирамиду сверху, можно увидеть всю ее боковую поверхность, т. е. для горизонтальной проекции не существует невидимых элементов на боковых ее гранях, на фронтальной же проекции невидима грань SAC .

2.2. Цилиндр и конус

Цилиндр – это фигура, поверхность которой получается вращением прямой m вокруг оси i , расположенной в одной плоскости с этой прямой. В случае, когда прямая m направлена параллельно оси вращения, получается цилиндр (рис. 17), когда она пересекает ось вращения, полученная фигура будет являться конусом (рис. 18).

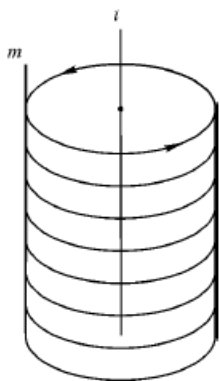


Рис. 17. Круговой цилиндр

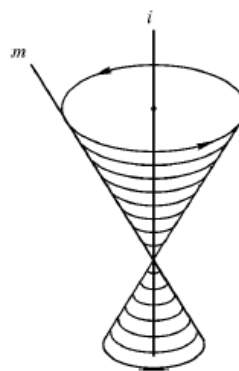


Рис. 18. Круговой конус

Прямой круговой цилиндр имеет образующие, направленные перпендикулярно горизонтальной плоскости (рис. 19). По этой причине вне зависимости от выбора точки N на его поверхности горизонтальная проекция n этой точки находится на основании цилиндра.

На правой части рис. 19 показаны три проекции цилиндра. Фронтальная проекция $a'a'_1$, которая образует AA_1 , ограничивает слева фронтальную проекцию цилиндра, т. е. является ее контурной образующей. На профильной плоскости ее проекция aa_1 располагается на оси симметрии этой проекции. Профильная проекция dd_1 образующей DD_1 является контурной, а ее фронтальная проекция dd_1 находится на оси симметрии и т. д. Если мы посмотрим на цилиндр сверху, то увидим только его верхнее основание.

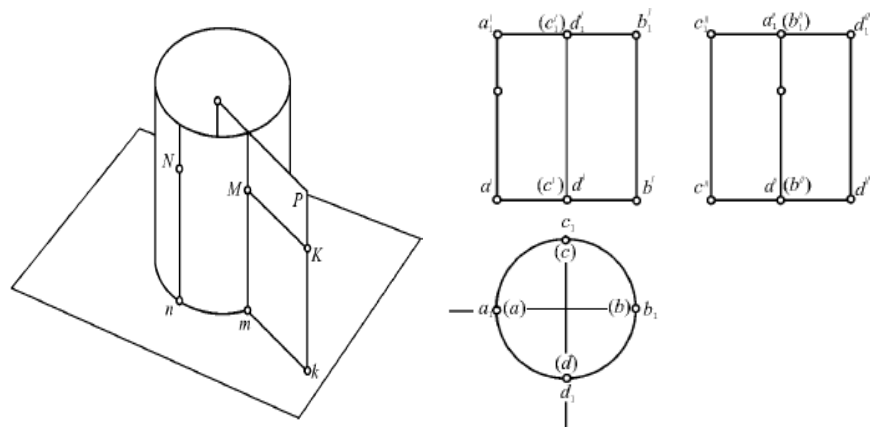


Рис. 19. Пространственное отображение и проекции цилиндра

Рассмотрим горизонтальную проекцию. Если провести фронтальную плоскость P , разделяющую цилиндр на две равные части, можно заметить, что все точки, лежащие на передней половине цилиндра, будут видны при рассмотрении цилиндра спереди, т. е. на фронтальной проекции. Боковая поверхность цилиндра, которая расположена ниже следа P_h , видима на фронтальной проекции, а остальная его часть невидима, т. е. образующая CC_1 на фронтальной проекции невидима.

Для выделения невидимых элементов на профильной проекции необходимо обратиться к горизонтальной проекции. След Q_h профильной плоскости разделяет горизонтальную проекцию на две части. Боковая поверхность, которая расположена слева от Q_h , видима на профильной проекции и т. д. Таким образом, образующая BB_1 невидима на профильной проекции.

На рис. 20 показан прямой круговой конус, который стоит на горизонтальной плоскости. Основание конуса и линия пересечения поверхности конуса с любой горизонтальной плоскостью P проецируются на горизонтальную плоскость в виде окружности, а на фронтальную плоскость – в виде отрезка, который равен диаметру окружности.

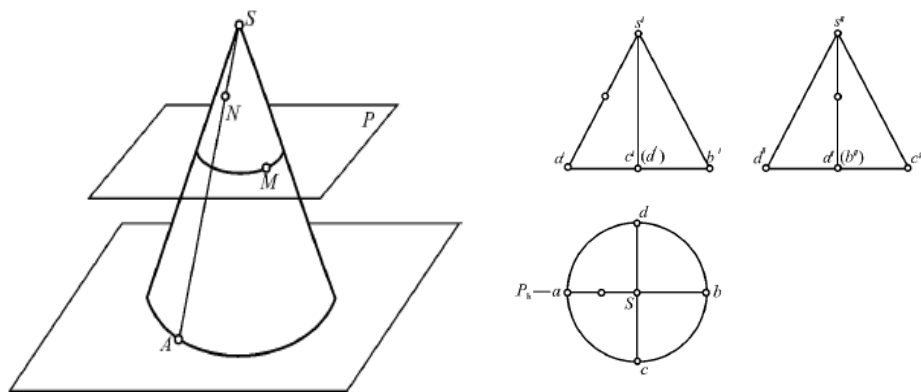


Рис. 20. Пространственное отображение и проекции прямого кругового конуса

Рассмотрим (см. рис. 20) проекции конуса и все проекции четырех образующих, ограничивающих какой-либо из контуров проекций. Проекция $a's'$ образующей AS ограничивает контур на фронтальной проекции, а ее профильная проекция $a''s''$ лежит на оси симметрии проекции (на образующей AS находится произвольная точка) и т. д.

При рассмотрении конуса сверху все точки боковой поверхности видимы. Для отыскания невидимых элементов на фронтальной проекции проведем на горизонтальной проекции след P_h той плоскости, которая разделяет конус на две части (видимую и невидимую), если смотреть на конус спереди, т. е. образующая SD в этом случае невидима. Аналогично образующая SB невидима на профильной проекции.

2.3. Шар и тор

Когда некоторая ось вращения i является диаметром окружности, то получается сферическая, или шаровая, поверхность (рис. 21).

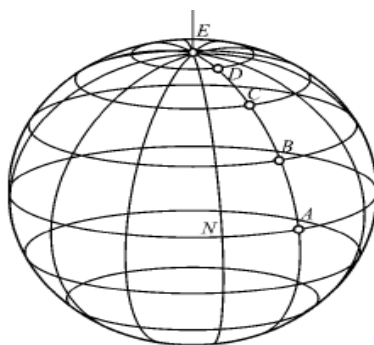


Рис. 21. Каркас сферы

Шаровую поверхность можно получить вращением окружности около ее диаметра. Пусть ось вращения i перпендикулярна горизонтальной плоскости и становится одним из диаметров окружности. Окружность будет вращаться около оси i и описывать шаровую поверхность. Точки, которые лежат на этой исходной окружности (A , B , C и D), при вращении ее вокруг оси i также опишут окружности, называемые параллелями. Параллели изображаются без искажения на горизонтальной плоскости, а на фронтальной плоскости – в виде отрезков, равных диаметрам окружности.

Если положение оси в плоскости окружности другое (рис. 22), получается поверхность, называемая тором, который может быть открытым и закрытым.

Когда ось вращения не пересекает окружность, полученная в этом случае поверхность обычно называется кольцом (или кольцевой поверхностью) (рис. 23).

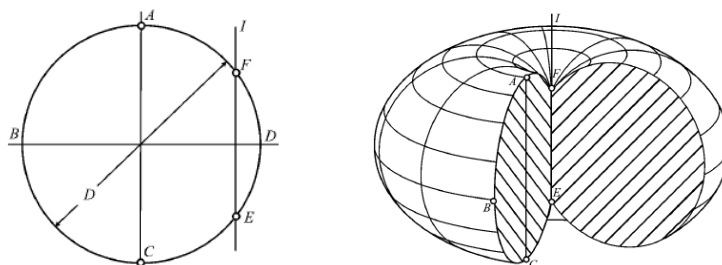


Рис. 22. Исходная окружность с осью вращения i и тело вращения – тор

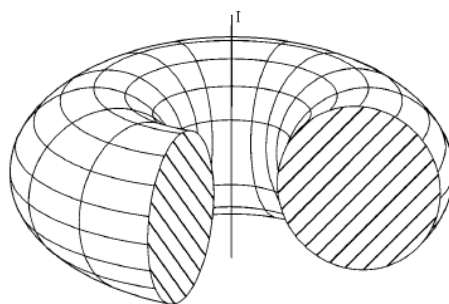


Рис. 23. Каркасное отображение открытого тора (кольцо)

Для того чтобы построить контур проекции шара, необходимо провести все проецирующие лучи, которые касаются ее поверхности (рис. 24). Эти лучи образуют цилиндр, касающийся шара по большому кругу, плоскость которого Q перпендикулярна

проецирующим лучам. В случае, если плоскость проекции перпендикулярна лучам проекции, проекцией шара будет окружность, которая равна большому кругу шара. В других случаях проекция будет иметь форму эллипса.

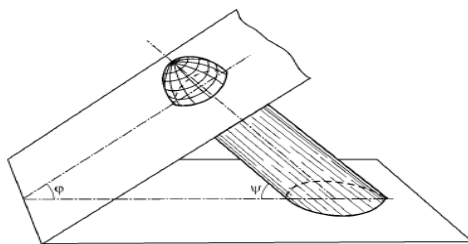


Рис. 24. Контур проекции шара

Итак, прямоугольная проекция шара – круг, косоугольная проекция – эллипс. Следовательно, проекции контура шара на горизонтальных, фронтальных и профильных плоскостях всегда являются окружностью. Самая большая параллель равна большому кругу шара. Она называется его экватором. Проекция шара показаны на рис. 25.

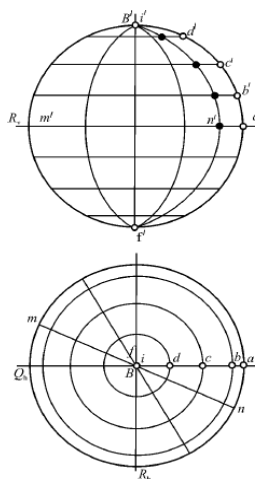


Рис. 25. Проекция шара

В разных положениях вращающейся вокруг оси i окружности выступают так называемые меридианы шара. Их изображают (рис. 26) на горизонтальной плоскости в форме диаметров окружности, которые представляют собой контуры проекции шара. На фронтальной плоскости все меридианы, кроме двух, изображаются в виде эллипсов. Меридиан, находящийся во фронтальной плоскости, будет изображаться на этой плоскости проекций в виде контура окружности и в виде вертикального диаметра на профильной плоскости. Точки пересечения поверхности шара с осью вращения i принято называть полюсами.

Любое из сечений шара плоскостью будет являться окружностью. Она проецируется на данную плоскость проекций без искажения только тогда, когда секущая плоскость параллельна рассматриваемой плоскости.

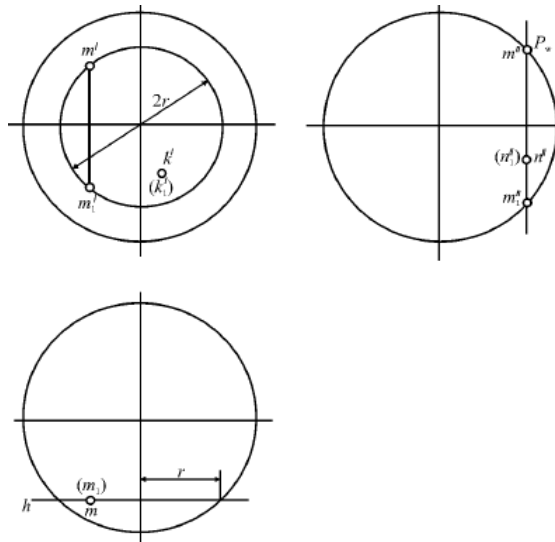


Рис. 26. Пересечение шара фронтальной плоскостью

На рис. 26 показаны семь горизонтальных плоскостей, пересекающих шар по горизонтально расположенным окружностям. Данные окружности проецируются на горизонтальную плоскость в полную величину, а на фронтальную плоскость – в виде отрезков. Одна плоскость проходит через центр шара и делит его на две равные части.

Верхняя половина шара является видимой при наблюдении сверху, а точки, находящиеся на нижней половине, невидимы. Также проведено несколько окружностей, представляющих собой различные положения вращающейся вокруг оси i окружности; одна из них является сечением шара фронтальной плоскостью. Эта фронтальная плоскость разделяет шар на две половины. Его передняя часть видна на фронтальной проекции. Еще одна окружность получена в результате сечения профильной плоскостью. Она также отделяет на профильной проекции видимые на поверхности шара точки от невидимых.

Тор – это поверхность, получаемая в результате вращения окружности вокруг оси, которая лежит в ее плоскости, не проходящей через ее центр. Возвращаясь к рис. 22, следует отметить, что показаны окружность и ось вращения i , пересекающая эту окружность в двух точках (F и E). Если вращать большую часть $FABCE$ окружности, то получается тор, показанный на этом же рисунке справа. Дуга полуокружности ABC образует при вращении ту часть поверхности тора, которую принято называть наружной, а две небольшие дуги AF и CE – внутренней его поверхностью. Точка B при вращении описывает самую большую окружность (ее можно назвать экватором тора). Эта окружность отделяет видимую часть поверхности тора от невидимой, если смотреть на тор сверху. Дуги окружности BAF или BF описывают при вращении видимые части поверхности, а дуги BCE или BE – невидимые.

Если вращать меньшую дугу FDE окружности, то получается поверхность тора, которая напоминает по форме лимон. Проекция такого тора показаны на рис. 27.

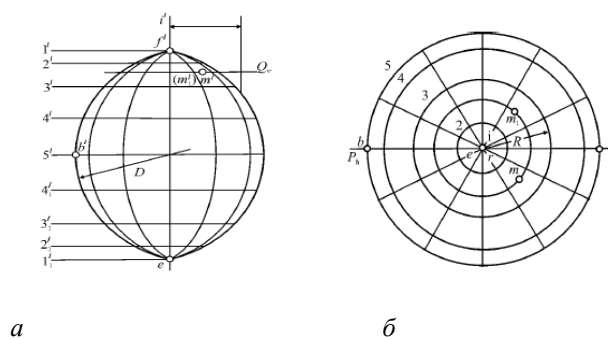


Рис. 27. Проекция закрытого тора: a – фронтальная (D – диаметр исходной окружности); b – горизонтальная

При наблюдении открытого тора спереди вся его внутренняя поверхность будет невидимой. Если провести фронтальную плоскость через ось вращения i , то эта плоскость разделит наружную поверхность тора на переднюю видимую и заднюю невидимую (рис. 28).

Рассмотрим образование кольца. В этом случае ось вращения i , несмотря на то что лежит в плоскости исходной окружности, ее не пересекает (рис. 28). Любая горизонтальная плоскость, перпендикулярная оси вращения, даст в сечении две окружности. На этом же рисунке проведена плоскость R , пересекающая кольцевую поверхность по двум окружностям (с радиусами R и r), т. е. по двум параллелям.

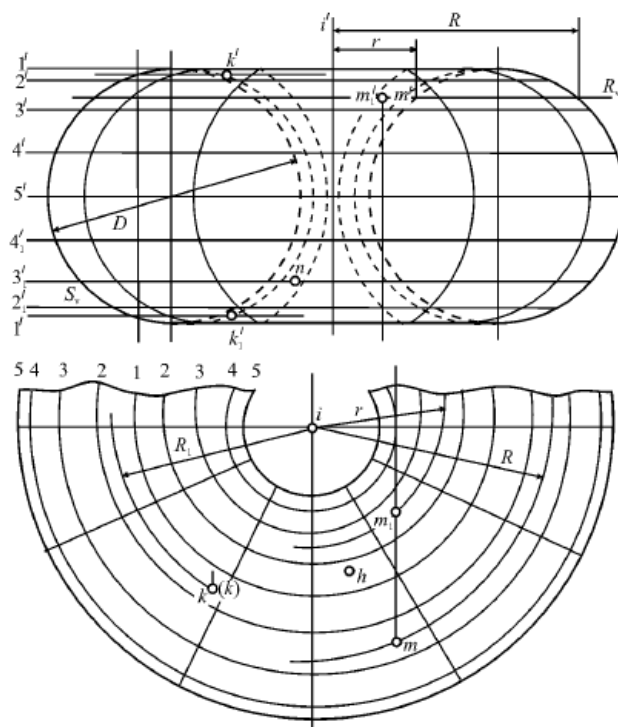


Рис. 28. Проекции открытого тора (кольца)

Вопросы для самоконтроля

1. Какие элементарные геометрические тела относят к многогранникам?
2. Какие элементарные геометрические тела относят к телам вращения?
3. Что представляет собой поверхность призмы?
4. Что представляет собой поверхность пирамиды?
5. Как проецируется на плоскости проекций прямая треугольная призма, если она опирается на горизонтальную плоскость проекций?
6. Как может проецироваться на плоскости проекций прямая треугольная пирамида?
7. Как проецируется в системе двух плоскостей проекций прямой круговой цилиндр?
8. Как проецируется в системе двух плоскостей проекций прямой круговой конус?
9. Как проецируется в системе двух плоскостей проекций шар (сфера)?
10. Что такое открытый и закрытый тор и как он проецируется на две плоскости проекций, если его продольная ось перпендикулярна фронтальной плоскости проекций?
11. Какие участки поверхности можно назвать (отметить) на поверхности призмы и пирамиды?
12. Какие точки и линии можно назвать (отметить) на поверхности шара и конуса?
13. Что такое экватор шара или тора? Что такое меридиан шара?