

## ТЕМА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИНАНСОВОГО РИСКА

### Среднеквадратическое (стандартное) отклонение

**Пример.** Пусть имеются два инвестиционных проекта. Первый с вероятностью 0,6 обеспечивает прибыль 15 млн руб., одна-ко с вероятностью 0,4 можно потерять 5,5 млн руб. Для второго проекта с вероятностью 0,8 можно получить прибыль 10 млн руб. и с вероятностью 0,2 потерять 6 млн руб. Какой проект выбрать?

*Решение.* Оба проекта имеют одинаковую среднюю прибыльность, равную 6,8 млн. руб.

$$0,6 \times 15 + 0,4(-5,5) = 0,8 \times 10 + 0,2(-6) = 6,8.$$

Однако среднее квадратичное отклонение прибыли для первого проекта равно 10,04 млн. руб.

$$[0,6(15 - 6,8)^2 + 0,4(-5,5 - 6,8)^2]^{1/2} = 10,04;$$

а для второго — 6,4 млн руб.

$$[0,8(10 - 6,8)^2 + 0,2(-6 - 6,8)^2]^{1/2} = 6,4;$$

поэтому предпочтителен второй проект.

### Коэффициент вариации

**Пример.** Предположим, что балансовая прибыль предприятия А и предприятия Б оценивается в 1 млн руб. Среднеквадратическое отклонение балансовой прибыли от ожидаемого 400 тыс. рублей. У предприятия А нет долгов, а у Б взят кредит в банке: 2 500 тыс. рублей под 16 % годовых. Налоги для упрощения учитывать не будем.

*Решение:* доход акционеров предприятия А составит 1 млн руб. Доход акционеров предприятия Б составит 1000 – 2500 × 0,16 = 600 тыс. руб.

Коэффициент вариации для предприятия А равен 400 / 1000 = 0,4

Коэффициент вариации для предприятия Б равен 400 / 600 = 0,67.

**Бета-коэффициент (или бета).** Он позволяет оценить индивидуальный или портфельный систематический финансовый риск по отношению к уровню риска финансового рынка в целом. Этот показатель используется обычно для оценки рисков инвестирования в отдельные ценные бумаги. Уровень финансового риска отдельных ценных бумаг определяется на основе следующих значений бета-коэффициентов:

$\beta = 1$  — средний уровень;

$\beta > 1$  — высокий уровень;

$\beta < 1$  — низкий уровень.

С помощью вероятностного метода оценки риска можно оценить риск не только конкретной сделки, но и предпринимательской фирмы в целом (проанализировав динамику ее доходов) за некоторый промежуток времени. Выбор конкретных методов оценки определяется наличием необходимой информационной базы и уровнем квалификации

управленческого персонала.

**Пример.** Оценим бета-коэффициент частной фирмы, которая поставляет диагностическое оборудование для нефтегазовых компаний. Предполагается, что владельцы капитала компании являются диверсифицированными инвесторами. Фирма работает на финансовом рычаге 0,1 (балансовое значение D/S) и рассчитывается по налоговым платежам по ставке 24 %. Бета-коэффициент торгуемых фирм США, занимающихся поставкой аналогичного оборудования, показаны в таблице 1.

Предполагается, что по величине активов и структуре издержек фирмы идентичны. Нерычаговое значение бета-коэффициента фирм-аналогов =  $1,22 / (1 + 0,65 \times (0,2)) = 1,09$ .

Бета-коэффициент частной фирмы  $1,09 \times (1 + 0,76 \times (0,3)) = 1,15$ .

Вводя поправку на страновой риск методом относительной волатильности, получаем следующую оценку требуемой доходности:  $k = 5 \% + 3 \% \text{ премия за страновой риск} + 1,15 \times 1,75 \times 5,5 \% \text{ премия за рыночный риск} + 4 \% \text{ премия за размер} = 23 \% \text{ (в долларовом исчислении.)}$

Таблица 1 – *Оценка бета-коэффициента по компаниям отрасли (нивелирование финансового риска)\**

Фирмы	Бета-коэффициент	D/S
А	1,25	0,33
Б	1,2	0,24
В	1,2	0,2
Г	1,35	0,02
Д	1,1	0,22
Среднее значение	1,22	0,2

\* Ставка налога на прибыль 40 %

**Пример.** Имеются два варианта вложения капитала. Установлено, что при вложении капитала в мероприятие А получение прибыли в сумме 15 тыс. руб. — вероятность 0,6; в мероприятие Б получение прибыли в сумме 20 тыс. руб. — вероят- ность 0,4. Тогда ожидаемое получение прибыли от вложения капитала (т. е. математическое ожидание) составит:

по мероприятию А  $15 \times 0,6 = 9$  тыс. руб.; по мероприятию Б  $20 \times 0,4 = 8$  тыс. руб.

Вероятность наступления события может быть определена объективным методом или субъективным. Объективный метод определения вероятности основан на вычислении частоты, с которой происходит данное событие. Например, если известно, что при вложении капитала в какое-либо мероприятие прибыль в сумме 15 тыс. руб. была получена в 120 случаев из 200, то вероятность получения такой прибыли составляет  $0,6(120/200)$ . Субъективный метод базируется на использовании субъективных критериев, которые основываются на различных предположениях. К таким предположениям могут относиться суждение

оценивающего, его личный опыт, оценка эксперта, мнение финансового консультанта и т. п.

Величина риска или степень риска измеряется двумя критериями:

- 1) среднее ожидаемое значение;
- 2) колеблемость (изменчивость) возможного результата.

Среднее ожидаемое значение — это то значение величины события, которое связано с неопределенной ситуацией. Среднее ожидаемое значение является средневзвешенным для всех возможных результатов, где вероятность каждого результата используется в качестве частоты или веса соответствующего значения. Среднее ожидаемое значение измеряет результат, который мы ожидаем в среднем.

**Пример.** Если известно, что при вложении капитала в мероприятия А из 120 случаев прибыль 12,5 тыс. руб. была получена в 48 случаях (вероятность 0,4), прибыль 20 тыс. руб. — в 42 случаях (вероятность 0,35) и прибыль 12 тыс. руб. в 30 случаях (вероятность 0,25), то среднее ожидаемое значение выразилось в 15 тыс. руб.

$$[(12,5 \times 0,4) + (20 \times 0,35) + (12 \times 0,25)].$$

Аналогично было найдено, что при вложении капитала в мероприятия Б средняя прибыль составила 20 тыс. руб.

$$[(15 \times 0,3) + (20 \times 0,5) + (27,5 \times 0,2)].$$

Сравнивая две суммы ожидаемой прибыли при вложении капитала в мероприятия А и Б, можно сделать вывод, что при вложении в мероприятие А величина получаемой прибыли колеблется от 12,5 до 20 тыс. руб. и средняя величина составляет 15 тыс. руб.; при вложении капитала в мероприятие Б величина получаемой прибыли колеблется от 15 до 27,5 тыс. руб. и средняя величина составляет 20 тыс. руб.

Средняя величина представляет собой обобщенную количественную характеристику и не позволяет принять решения в пользу какого-либо варианта вложения капитала. Для окончательного принятия решения необходимо измерить колеблемость показателей, т. е. определить меру изменчивости возможного результата.

Колеблемость возможного результата представляет собой степень отклонения ожидаемого значения от средней величины. Для этого на практике обычно применяют два близко связанных критерия: дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Среднее квадратическое отклонение является именованной величиной и указывается в тех же единицах, в каких измеряется варьирующий признак. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение служат мерами абсолютной колеблемости. Для анализа обычно используют коэффициент вариации.

Коэффициент вариации — относительная величина. Поэтому на его размер не оказывают влияния абсолютные значения изучаемого показателя. С помощью коэффициента вариации можно сравнивать даже

колеблемость признаков, выраженных в разных единицах измерения. Коэффициент вариации может изменяться от 0 до 100 %. Чем больше коэффициент, тем сильнее колеблемость. В экономической статистике установлена следующая оценка различных значений коэффициента вариации: до 10 % — слабая колеблемость; до 10–25 — умеренная колеблемость; свыше 25 % — высокая колеблемость. Расчет дисперсии при вложении капитала в мероприятия А и Б приведен в табл. 2.

Таблица 2 – Расчет дисперсии при вложении капитала в мероприятия А и Б

Номер события	Полученная прибыль, тыс. руб. $X$	Число случаев наблюдения, $n$	$(X - \bar{X})$	$(X - \bar{X})^2$	$(X - \bar{X})^2$
Мероприятие А					
1	12,5	48	-2,5	6,25	300
2	20	42	+5	25,00	1 050
3	12	30	-3	9,00	270
Итого	$X = 15$	120			1 620
Мероприятие Б					
1	15	24	-5	25	600
2	20	40			
3	27,5	16	+7,5	56,25	900
Итого	$X = 20$	80			1 500

**Возможно применение следующих статистических методов:**

- оценка вероятности исполнения,
- анализ вероятного распределения потока платежей,
- «деревья решений»,
- метод Монте-Карло (имитационное моделирование),
- технология «Risk Metrics».

### Value-at-Risk [VAR]

**Пример.** Пусть имеется компания, базовой валютой которой являются доллары, и позиция в 10-летних немецких облигациях на DEM 140 млн. Чему равен [VAR] за один день с вероятностью 5 %, что потери не превысят ожидаемых?

*Первый шаг* — определить размер позиции, подверженной риску.

В данном случае позиция пересчитана в доллары, в базовую валюту компании (этот процесс называется mark-to-market или расчет рыночной стоимости позиции). При курсе 1,40 USD /DEM рыночная цена позиции будет равна \$100 млн.

*Второй шаг.* Расчет риска. Стандартное отклонение одно-дневных колебаний цены 10-летних облигаций Германии равно 0,605 %. Тогда:

$$\begin{aligned} & \text{Курсовой (forex) риск: } \$100 \text{ млн} \times 1,65 \times 0,605 \% = \\ & = \$999 \text{ 000. Риск по облигациям: } \$100 \text{ млн} \times 1,65 \times 0,565 \% = \end{aligned}$$

= \$932 000. Однако общий риск позиции не равен сумме двух рисков, т. к. корреляция между курсом валют и облигациями не равна единице. Корреляция между инструментами равна

-0,27. Используя формулу из стандартной теории портфельного менеджмента, получаем риск позиции, равный \$1,168 млн.

Для данного примера RiskMetrics обеспечивает пользователей системы не только [VAR] по курсам валют и облигациям, но и величиной корреляции между инструментами.

*Подробное описание расчета [VAR] в технологии RiskMetrics.* [VAR] — это величина, которая показывает потенциально возможное изменение стоимости портфеля в будущем.

Величина VAR зависит:

- 1) от временного горизонта оценки;
- 2) от величины доверительного интервала, выбранного риск-менеджером.

Предположим, что мы планируем рассчитать [VAR] портфеля на горизонт в один день при доверительном интервале 95 % (вероятность отклонения стоимости портфеля на величину, большую [VAR], составляет 5 %). Вычисление [VAR] состоит из следующих этапов:

1. Оценим рыночную стоимость портфеля (mark-to-market). Обозначим эту стоимость как  $V_0$ .

2. Обозначим будущую стоимость портфеля как  $V_1$ , тогда  $V_1 = V_0 e^r$ , где  $r$  — это средняя ожидаемая доходность портфеля за заданный временной горизонт. Для временного диапазона в один день RiskMetrics подразумевает нулевую доходность.

3. Произведем расчет такой величины доходности портфеля, чтобы вероятность превышения этой доходности портфелем была 5 %. Обозначим эту доходность как  $\check{r}$ . То есть вероятность  $(r > \check{r}) = 5 \%$ .

4. Определим наихудшую возможную будущую стоимость портфеля как  $\hat{W}_1$ ,  $\hat{W}_1 = V_0 e^{\check{r}}$ . Величина  $[VAR] = V_0 - \hat{W}_1$

Стоит обратить внимание, что [VAR] может быть рассчитана как  $V_0 (1 - e^{-\check{r}})$ . При условии, что величина  $\check{r}$  очень мала,  $e^{\check{r}} = 1 + \check{r}$ . Таким образом, можно сказать, что величина [VAR] примерно равна  $V_0 \check{r}$ . Задача системы оценки риска, такой как RiskMetrics, — предложить технологию для вычисления  $\check{r}$ .

*Пример использования технологии и средств RiskMetrics для вычисления [VAR]*

Предположим, что горизонт прогнозирования равен 1 дню, вероятность превышения потерь над расчетной величиной равна 5 %. Предположим, что рыночная цена портфеля  $V_0 = \$500$  млн.

Для вычисления [VAR] нам необходимо знать величину средней ожидаемой доходности портфеля —  $\mu_{1|0}$ . Как было отмечено ранее, RiskMetrics принимает  $\mu_{1|0} = 0$ .

Для дальнейшего расчета нам необходима величина стандартного отклонения портфеля —  $\sigma_{1|0}$ .

Предполагая, что распределение доходностей портфеля нормальное, получаем  $\hat{W}_1 = -1,65\sigma_{1|0} + \mu_{1|0}$  (RiskMetrics предоставляет расчет величины  $1,65\sigma_{1|0}$ ). Следовательно, установив, что  $\mu_{1|0} = 0$  и  $\sigma_{1|0} = 0,321$ , получаем  $\hat{W}_1 = \$474,2$  млн (по формуле  $\hat{W}_1 = V_0 (e^{-1,65\sigma})$ ). Получаем  $[VAR] = \$25,8$  млн ( $V_0 - \hat{W}_1$ ).