

## Раздел 6. ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МИНЕРАЛЬНЫХ УДОБРЕНИЙ

В числе лимитированных ресурсов, оказывающих значительное влияние на конечные результаты одно из ведущих мест занимают минеральные удобрения. Решение данной задачи необходимо осуществить при учете всех требований технологии, при сохранении устойчивых соотношений между отраслями растениеводства и животноводства.

При таком подходе данная модель будет частью или блоком модели оптимизации специализации и сочетания отраслей. Этот блок будет связан с формированием урожайности в процессе решения задачи. Схематически это выглядит следующим образом. В задаче специализации будет запланирована исходная минимальная урожайность с минимальным расходом удобрений. По каждой сельскохозяйственной культуре возможно приращение урожайности за счет внесения минеральных и органических удобрений. В свою очередь состав органических удобрений будет связан с поголовьем животных.

Возможными критериями оптимальности при решении данной задачи могут быть максимум стоимости дополнительной продукции, максимум дополнительной прибыли и др. На основе изложенного составим структурную экономико-математическую модель.

### Индексация:

$j$  – номер отрасли растениеводства (культуры и угодья);

$J_0$  – множество сельскохозяйственных культур, природных угодий;

$k$  – номер питательного вещества удобрений;

$K_0$  – множество питательных веществ;

$r$  – номер сложного удобрения;

$R_0$  – множество сложных удобрений;

$I$  – номер ресурса, вида продукции;

$I_0$  – множество видов сельскохозяйственных угодий;

$I_1$  – множество видов продукции.

### Неизвестные:

$x_j$  – размер отрасли  $j$  (природного угодья);

$x_r$  – объем сложного удобрения,  $r$ ;

$x_{kj}$  – добавка вещества  $k$  под культуру (угодье)  $j$  при некомплексном внесении удобрений;

$\tilde{x}_{kj}$  – добавка вещества  $k$  при комплексном внесении удобрений под культуру угодья  $j$ .

### Известные:

$A_i$  – площадь земельных угодий вида  $i$ ;

$M_k$  – количество питательного вещества  $k$  в простом удобрении;

$E_r$  – объем (запасы) сложного удобрения вида  $r$ ;

$D_i$  – лимитирующий объем производства продукции  $i$ ;

$a_{ij}$  – расход единицы ресурса (земельных угодий)  $i$  на единицу отрасли растениеводства  $j$ ;

$e_{kj}^{\min}, e_{kj}^{\max}$  – соответственно минимальная и максимальная дозы внесения вещества  $k$  под культуру (угодье)  $j$ ;

$m_r$  – содержание питательного вещества  $k$  в единице сложного удобрения  $r$ ;

$p_{kj}$  – коэффициент соотношения вещества  $k$  по отношению к другому веществу по культуре (угодью)  $j$ ;

$d_{ij}$  – выход продукции  $I$  с единицы площади культуры (угодья)  $j$  при минимальной дозе внесения удобрений  $e_{kj}^{\min}$ ;

$d_{ikj}$  – окупаемость вещества  $k$ , продукцией  $I$  при некомплексном внесении удобрений под культуру (угодье)  $j$ ;

$\tilde{d}_{ikj}$  – окупаемость вещества  $k$  в продукции  $i$  при комплексном внесении удобрений под культуру (угодье)  $j$ ;

$c_{ikj}$  – стоимость (прибыль) от внесения вещества  $k$  под культуру (угодье)  $j$  продукции  $i$  при некомплексном внесении удобрений;

$\tilde{c}_{ikj}$  – стоимость (прибыль) от внесения вещества  $k$  под культуру (угодье)  $j$  продукции  $i$  при некомплексном внесении удобрений.

### Структурная экономико-математическая модель.

Найти  $x_j, x_r, x_{kj}, \tilde{x}_{kj} \geq 0$  при условиях

1. По использованию земельных угодий

$$\sum_{j \in J_0} a_{ij} x_j \leq A_i, i \in I_0.$$

2. По балансу питательных веществ удобрений

$$\sum_{j \in J_0} e_{kj}^{\min} x_j + \sum_{j \in J_0} x_{kj} + \sum_{j \in J_0} \tilde{x}_{kj} p_{kj} \leq M_k + \sum_{r \in R_0} x_r m_{kr}, k \in K_0.$$

3. На скользящую переменную при некомплексном внесении удобрений

$$x_{kj} \leq (e_{kj}^{\max} - e_{kj}^{\min}) x_j, k \in K_0, j \in J_0.$$

4. На скользящую переменную при комплексном внесении удобрений

$$\tilde{x}_{kj} \leq (e_{kj}^{\max} - e_{kj}^{\min}) x_j, k = 1, j \in J_0.$$

5. По весу сложных удобрений

$$x_r \leq E_r, r \in R_0.$$

7. По производству лимитирующего (заданного) объема отдельных видов продукции

$$\sum_{j \in J_0} d_{ij} x_j + \sum_{j \in J_0} \sum_{k \in K_0} d_{ijk} x_{jk} + \sum_{j \in J_0} \sum_{k \in K_0} \tilde{d}_{ijk} \tilde{x}_{jk} \cdot \left( \sum_{k \in K_0} p_{jk} \right) \geq D_i, i \in I_0;$$

$$F_{\max} = \sum_{j \in J_0} \sum_{k \in K_0} \sum_{i \in I_1} c_{ijk} x_{kj} + \sum_{j \in J_0} \sum_{k \in K_0} \sum_{i \in I_1} \tilde{c}_{ijk} \tilde{x}_{kj} \cdot \left( \sum_{k \in K_0} p_{kj} \right).$$

**Пример.** Составьте ограничения экономико-математической задачи по оптимизации использования минеральных удобрений с целью получения максимума стоимости дополнительной продукции.

### Исходная информация.

В сельскохозяйственном предприятии планируется возделывать с применением минеральных удобрений следующие культуры: зерновые, корнеплоды. Для возделывания сельскохозяйственных культур выделяется 200 га пашни.

2. Площадь зерновых не более 150 га, картофеля не менее – 50 га;

3. Технология возделывания сельскохозяйственных культур предполагает, что под все культуры будет внесено минимальное арантированное количество минеральных удобрений. Оставшиеся после этого удобрения могут распределяться двумя способами: во-первых, каждый из видов удобрений может быть внесен в отдельности в виде добавки к минимальной норме удобрения; во-вторых, удобрения – добавки (N, P, K) вносятся комплексно при установлении определенного соотношения между ними (табл. 1).

**Т а б л и ц а 1. Нормы и эффективность внесения минеральных удобрений**

Наименование культур	Минимальная доза, ц на 1 га			Урожайность при мин дозе, ц	Максимальные добавки при комплексном внесении удобрений, ц			Окупаемость 1 ц д.в., ц	Максимальные добавки при комплексном внесении удобрений, ц			Окупаемость 1 ц д.в., ц
	N	P	K		N	P	K		N	P	K	
Зерновые	0,3	-	-	22,0	0,5	-	-	4,2	0,5	-	-	7,1
	-	0,3	-		-	0,6	-	6,3	-	0,5	-	
	-	-	0,4		-	-	0,7	5,4	-	-	0,6	
Корнеплоды	0,6	-	-	230,0	1,2	-	-	40	1,1	-	-	70
	-	0,7	-		-	1,3	-	60	-	1,2	-	
	-	-	0,7		-	-	1,5	52	-	-	1,3	

4. Под посевы сельскохозяйственных культур хозяйству выделено минеральных удобрений, ц: аммиачная селитра – 3000 ц, калийная соль – 1500, аммофоска – 1000, нитрофоска – 1000, двойной суперфосфат – 1800.

5. Действующего вещества в минеральных удобрениях содержится следующее количество: аммиачная селитра N – 20%, K<sub>2</sub>O в калийной соли – 40%, N, P, K в аммофоске – по 12%; в нитрофоске N – 35%, P, K, по 11%, P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> в двойном суперфосфате – 42%.

7. В соответствии с планами развития животноводства и продажи продукции государству производство отдельных видов продукции должно составить не ниже установленного минимума, ц: зерно – 4200 ц, корнеплоды – 16200. Цены, уд.е./ц: зерно – 8,1, корнеплоды – 3,2.

**Решение.**

Составляем ограничения:

1. По использованию земельных угодий

по использованию пашни:

$$x_1 + x_2 \leq 200;$$

где  $x_1$  – площадь зерновых, га,  $x_2$  – площадь корнеплодов, га.

по максимальной площади зерновых:  $x_1 \leq 150$ ;

по минимальной площади корнеплодов:  $x_2 \geq 50$ ;

2. По балансу питательных веществ удобрений

по балансу азота (N):

$$0,3x_1 + 0,6x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \leq 3000 \cdot 0,2 + 0,12x_7 + 0,35x_8$$

где  $x_3, x_4$  – добавки азота под зерновые и корнеплоды при не комплексном внесении;

$x_5, x_6$  – добавки при комплексном внесении удобрений;

$x_7$  – внесение аммофоски;  $x_8$  – внесение нитрофоски.

по балансу фосфора (P):

$$0,3x_1 + 0,7x_2 + x_9 + x_{10} + \frac{0,5}{0,5}x_5 + \frac{1,21}{1,1}x_6 \leq 0,42 \cdot 1800 + 0,12x_7 + 0,11x_8$$

где  $x_9, x_{10}$  – добавки при не комплексном внесении P под зерновые и корнеплоды.

по балансу калия (K):

$$0,4x_1 + 0,7x_2 + x_{11} + x_{12} + \frac{0,6}{0,5}x_5 + \frac{1,32}{1,1}x_6 \leq 0,4 \cdot 1500 + 0,12x_7 + 0,11x_8$$

где  $x_{11}, x_{12}$  – добавки К под зерновые и корнеплоды при не комплексном внесении;

3. На скользящую переменную при некомплексном внесении удобрений

$$x_3 \leq 0,5x_1; \quad x_4 \leq 1,2x_2; \quad x_9 \leq 0,6x_1; \quad x_{10} \leq 1,3x_2 \text{ и т.д.}$$

4. На скользящую переменную при комплексном внесении удобрений

$$x_5 \leq 0,5x_1; \quad x_6 \leq 1,1x_2;$$

7. По весу сложных удобрений

по максимальному количеству аммофоски:  $x_7 \leq 1000$ ;

по максимальному количеству нитрофоски:  $x_8 \leq 1000$ ;

7. По производству лимитирующего (заданного) объема отдельных видов продукции

по производству зерна:

$$22x_1 + 9,2x_3 + 6,3x_9 + 5,4x_{11} + 7,1 \cdot \left(1 + \frac{0,5}{0,5} + \frac{0,6}{0,5}\right)x_5 \geq 4200$$

по производству корнеплодов:

$$230x_2 + 40x_4 + 60x_{10} + 52x_{12} + 70 \cdot \left(1 + \frac{1,21}{1,1} + \frac{1,32}{1,1}\right)x_6 \geq 16200$$

Целевая функция:

$$F_{\max} = 4,2x_3 \cdot 8,1 + 6,3x_9 \cdot 8,1 + 5,4x_{11} \cdot 8,1 + 7,1 \cdot 3,2 \cdot 8,1x_5 + 40x_4 \cdot 3,2 + 60x_{10} \cdot 3,2 + 54x_{11} \cdot 3,2 + 70 \cdot 3,3 \cdot 3$$