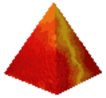
ТЕМА 5: Моделирование стратегии по обеспечению нового производства оборудованием

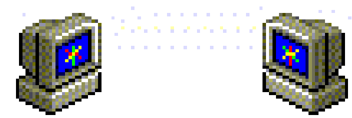
Вопросы:

1. Постановка задачи
2. Алгоритм решения задачи
3. Задача



1. Постановка задачи

В практической деятельности часто встречаются задачи, цель которых сводится к поиску оптимального решения при наличии различных несводимых друг к другу критериев оптимальности.

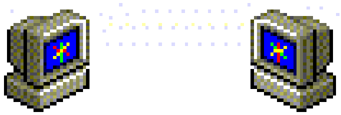


Например, администрация города приняла решение о строительстве объездной дороги. При этом необходимо учесть следующие факторы: 1) выигрыш города с точки зрения экологии; 2) проигрыш предприятий города, снижение сбыта товаров в результате уменьшения проезжающих через город покупателей и т.д.

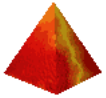
Такие задачи получили название многокритериальные и решаются они методами многокритериальной оптимизации.

1. Постановка задачи

Задачи многокритериальной оптимизации возникают в тех случаях, когда имеется несколько целей, которые не могут быть отражены одним критерием. **Например, задачи, связанные с оценкой качества готовой продукции промышленной выработки, оценкой уровня технического совершенства технического оборудования или устройств, оценкой систем по нескольким показателям.**

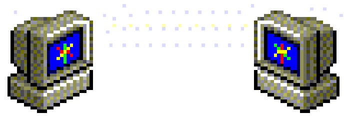


В этом случае требуется найти такую область допустимых решений, которая максимизирует или минимизирует все рассматриваемые критерии. Причем, некоторые локальные критерии могут противоречить друг другу, другие действуют в одном направлении, третьи не оказывают влияния друг на друга. Поэтому процесс решения многокритериальных задач связан с экспертными оценками критериев.



2. Алгоритм решения задачи

В литературе встречаются несколько приемов решения задач многокритериальной оптимизации, наибольшее распространение получили следующие:



- **1. из всех рассматриваемых локальных критериев выбирают самый значимый с точки зрения цели исследования и решают задачу по нему, а требования остальных критериев оптимальности включают в виде ограничений;**

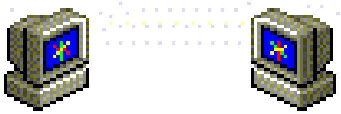
- **2. ранжируют критерии оптимальности по значимости и последовательно решают задачу по каждому из них применяя метод последовательных уступок (т.е. на предыдущие критерии оптимальности накладываются ограничения);**

2. Алгоритм решения задачи

Приемы решения задач многокритериальной оптимизации:

- 3. **сведение рассматриваемых критериев к одному путем введения экспертных весовых коэффициентов для каждого критерия оптимальности:**

$$F_i = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j a_{ij}$$

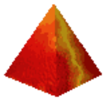


где a_{ij} – локальные критерии оптимальности;

λ_j **– весовые коэффициенты, определяющие значимость критерия оптимальности j.**

При этом более значимый критерий оптимальности имеет больший вес, а общая важность всех критериев равна единице

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$

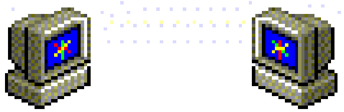


$$\lambda_j \geq 1,\ j = \overline{1, n}$$

Выше изложенную формулу можно использовать для свертывания критериев оптимальности, если:

- ***1. каждому критерию оптимальности можно сопоставить некоторое число*** λ_j ***, которое охарактеризует важность критерия оптимальности по отношению к другим критериям;***
- ***2. локальные критерии оптимальности являются однородными, т.е. имеют одни единицы измерения.***

Если единицы измерения локальных критериев оптимальности разные, то необходима нормализация критериев, т.е. такая процедура, с помощью которой все критерии приводятся к единому, безразмерному масштабу измерения.



Для этого необходимо:

1) определить максимум каждого локального критерия:

$$a_j^+ = \max a_{ij}, i = \overline{1, m}$$

или минимум каждого локального критерия:

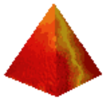
$$a_j^- = \min a_{ij}, i = \overline{1, m}$$

2. Алгоритм решения задачи

- ***2) определить группу критериев $a_j, j=\overline{1,\ell}$, которые максимизируются при решении задачи и группу критериев $a_j, j=\overline{\ell+1,n}$, которые минимизируются при решении задачи.***

- 3) а)определить в соответствии с принципом максимальной эффективности нормализованные критерии по формулам:

$$\hat{a}_{ij}=\frac{a_{ij}}{a_j^+},\ j=\overline{1,\ell}$$



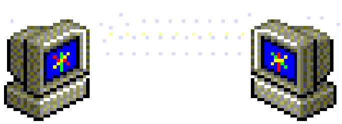
$$\hat{a}_{ij}=1-\frac{a_{ij}}{a_j^+},\ j=\overline{\ell+1,n}$$

б) или определить в соответствии с принципом минимальной потери нормализованные критерии по формулам:

$$\hat{a}_{ij}=1-\frac{a_{ij}}{a_j^+},\ j=\overline{1,\ell}$$

$$\hat{a}_{ij}=\frac{a_{ij}}{a_j^+},\ j=\overline{\ell+1,n}$$

- 4) оптимальным будет тот вариант (стратегия), который обеспечивает максимальное (согласно п. 3а) или минимальное (согласно п. 3б) значение функции:



$$F_i=\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\hat{a}_{ij},\ i=\overline{1,m}$$

3. Задача

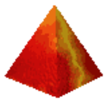
Пример:

Предприятие планирует начать производство нового товара. Требуется выбрать оптимальную стратегию по обеспечению нового производства оборудованием. С помощью рекламных проспектов и экспериментальных наблюдений были определены значения локальных критериев оптимальности функционирования оборудования, выпускаемого тремя заводами-изготовителями:

Оборудование	Локальные критерии оптимальности			
	производительность, у.д.е.	стоимость оборудования, у.д.е.	энергоемкость, л.с.	надежность, баллов
Оборудование завода 1	5	6	6	4
Оборудование завода 2	6	9	7	5
Оборудование завода 3	3	4	4	3

Решение:

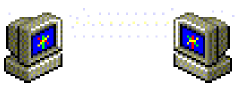
- 1) проблем не возникает, если требуется выбрать оптимальный вариант оборудования по одному критерию, то необходимо сравнить по этому критерию величины коэффициентов таблицы. Например, по стоимости оборудование завода №3 является наилучшим. По производительности – лучшее оборудование завода №2, по энергоемкости – лучшее оборудование завода №3, по надежности – лучшее оборудование завода №2.



- 2) проблем также не возникает, если требуется выбрать оптимальный вариант оборудования по однородным локальным критериям. Например, по производительности и стоимости оборудования. Допустим, эти критерии при решении задачи максимизируются. Тогда на основе экспертных оценок определяются весовые коэффициенты, характеризующие значимость каждого локального критерия

$$\lambda_1 = 0{,}7$$

$$\lambda_2 = 0{,}3$$

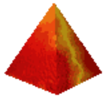


$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1$$

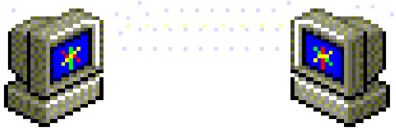
3. Задача

Решение:

- **Вычислим общий критерий оптимальности:**



1) $F_1(a_{1j})$ **=0,7·5+0,3·6=5,3**



$F_2(a_{2j})$ **=0,7·6+0,3·9=6,9**

$F_3(a_{3j})$ **=0,7·3+0,3·4=3,3**

По производительности и стоимости оборудования наилучший вариант оборудования у завода №2.

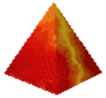
Решение:

3) если локальные критерии, по которым оценивается оборудование неоднородны, т.е. имеют разные единицы измерения, то требуется **нормализации критериев:**

- **1. определяем максимум каждого локального критерия:**

$a_1^+ = \max$ **(5,6,3)=6**

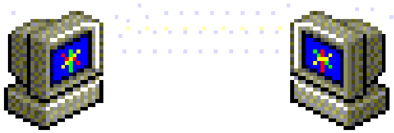
$a_3^+ = \max$ **(6,7,4)=7**



$a_2^+ = \max$ **(6,9,4)=9**

$a_4^+ = \max$ **(4,5,3)=5**

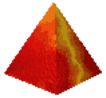
- **2. выделяем группу критериев, которые а) максимизируются при решении задачи: a_1,a_4 и б) которые минимизируются: a_2, a_3.**



3. Задача

Решение:

➢**3. исходя из принципа максимальной эффективности, нормализуем критерии:**



$$\hat{a}_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_j^+}, \; j = \overline{1,\ell}$$

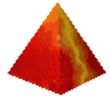
$$\hat{a}_{11} = \frac{5}{6} = 0,833 \qquad \hat{a}_{14} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\hat{a}_{21} = \frac{6}{6} = 1 \qquad \hat{a}_{24} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\hat{a}_{31} = \frac{3}{6} = 0,5 \qquad \hat{a}_{34} = \frac{3}{5} = 0,6$$

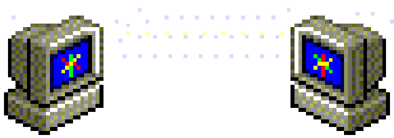
Решение:

➢**3. исходя из принципа максимальной эффективности, нормализуем критерии:**



$$\hat{a}_{ij} = 1 - \frac{a_{ij}}{a_j^+}, \; j = \overline{\ell + 1, n}$$

$$\hat{a}_{12} = 1 - \frac{6}{9} = 0{,}333 \qquad \hat{a}_{13} = 1 - \frac{6}{7} = 0{,}143$$



$$\hat{a}_{22} = 1 - \frac{9}{9} = 0 \qquad \hat{a}_{23} = 1 - \frac{7}{7} = 0$$

$$\hat{a}_{32} = 1 - \frac{4}{9} = 0{,}556 \qquad \hat{a}_{33} = 1 - \frac{4}{7} = 0{,}429$$

Решение:

4. На основе экспертных оценок определим веса локальных критериев

$\lambda_j,\ j=\overline{1,4}$ **Пусть**

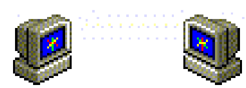
$$\lambda_1 = 0{,}4 \quad \lambda_2 = 0{,}2 \quad \lambda_3 = 0{,}1 \quad \lambda_4 = 0{,}3 \quad \sum \lambda_i = 1$$

5. Рассчитаем общий критерий оптимальности для трех вариантов оборудования:

$$F_1 = \lambda_1\hat{a}_{11} + \lambda_2\hat{a}_{12} + \lambda_3\hat{a}_{13} + \lambda_4\hat{a}_{14} = 0{,}4\cdot 0{,}833 + 0{,}2\cdot 0{,}333 + 0{,}1\cdot 0{,}143 + 0{,}3\cdot 0{,}8 = 0{,}654$$

$$F_2 = \lambda_1\hat{a}_{21} + \lambda_2\hat{a}_{22} + \lambda_3\hat{a}_{23} + \lambda_4\hat{a}_{24} = 0{,}4\cdot 1 + 0{,}2\cdot 0 + 0{,}1\cdot 0 + 0{,}3\cdot 1 = 0{,}7$$

$$F_3 = \lambda_1\hat{a}_{31} + \lambda_2\hat{a}_{32} + \lambda_3\hat{a}_{33} + \lambda_4\hat{a}_{34} = 0{,}4\cdot 0{,}5 + 0{,}2\cdot 0{,}556 + 0{,}1\cdot 0{,}429 + 0{,}3\cdot 0{,}6 = 0{,}534$$



Таким образом, оптимальным является оборудование завода №2.