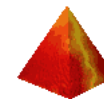




# **ТЕМА 4:** Моделирование ассортиментной загрузки производственных мощностей

## **Вопросы:**

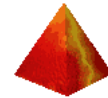
- 1. Постановка задачи**
- 2. Структурная модель**
- 3. Развернутая модель**



# 1. Постановка задачи



Одним из основных показателей хозяйственной деятельности любого предприятия в условиях рыночных отношений является прибыль. При ограниченных мощностях, запасах сырья, трудовых ресурсов, недостаточно изученном спросе покупателей предприятия перерабатывающей промышленности стремятся подобрать такой ассортимент выпускаемой продукции и такие ее объемы производства, которые обеспечивают им максимальную прибыль.



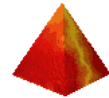
Такая задача в литературе получила название – **ассортиментной задачи**.



# 1. Постановка задачи



Рассмотрим ассортиментную задачу на примере фабрики мороженого. Ассортимент мороженого не оказывает влияния на производительность ведущего оборудования фабрики мороженого, но объемы и ассортимент мороженого оказывает непосредственное влияние на конечные результаты работы предприятия. В производстве мороженого дефицитом являются сырьевые ресурсы и производственные мощности ведущего оборудования.



**Исходной информацией модели** ассортиментной загрузки производственных мощностей предприятия являются данные о запасах сырья, ресурсах мощности ведущего оборудования, рецептуре на все виды выпускаемого мороженого, о прибыли, получаемой от производства единицы каждого вида мороженого. В качестве исходной информации рассматриваемой модели могут служить результаты решения задач по моделированию рецептуры различных видов мороженого, минимизирующей себестоимость производства продукции.

## 2. Структурная модель

### Структурная модель оптимизации ассортиментной загрузки производственных мощностей предприятия

Требуется найти максимум прибыли:  $F_{\max} = \sum_{i=1} \sum_{i' \in I_1} \sum_{n \in N_0} P_{ii'n} x_{i'n}$

При условиях:

1. По использованию сырья –  $x_i \leq E_i$ ,  $i \in I_0$

2. По распределению сырья по направлениям переработки –

$$x_i = \sum_{n \in N_0} x_{in}, \quad i \in I_0$$

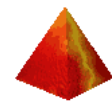


3. По производству товаров промышленной выработки в ассортименте –

$$x_{\tilde{i}i'n} = d_{\tilde{i}i'n} x_{in}, \quad n \in N_0, \quad i' \in I_1, \quad \tilde{i} \in I_2, \quad i \in I_0$$

4. По производству ассортиментных групп товаров –

$$\sum_{i' \in I_1} x_{\tilde{i}i'n} = x_{\tilde{i}n}, \quad \tilde{i} \in I_2, \quad n \in N_0$$

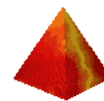


## 2. Структурная модель

### Структурная модель оптимизации ассортиментной загрузки производственных мощностей предприятия

#### 5. По предельным объемам производства товаров промышленной выработки в ассортименте –

а)  $\tilde{D}_{\tilde{i}'n} \leq x_{\tilde{i}'n} \leq D_{\tilde{i}'n}$  ,  $i' \in I_1$  ,  $\tilde{i} \in I_2$  ,  $n \in N_0$



б)  $\tilde{d}_{\tilde{i}'n} x_{\tilde{i}n} \leq x_{\tilde{i}'n} \leq d_{\tilde{i}'n} x_{\tilde{i}n}$  ,  $i' \in I_1$  ,  $\tilde{i} \in I_2$  ,  $n \in N_0$

#### 6. По использованию мощностей перерабатывающего цеха –

а)  $\sum_{i' \in I_1} x_{\tilde{i}'n} \leq M_{\tilde{i}n}$  ,  $n \in N_0$  ,  $\tilde{i} \in I_2$

б)  $\sum_{i' \in I_1} \sum_{\tilde{i} \in I_2} x_{\tilde{i}'n} \leq M_n$  ,  $n \in N_0$



#### 7. Не отрицательность переменных – $x_i, x_{in}, x_{i'n}, x_{\tilde{i}'n} \geq 0$

## 2. Структурная модель

### Структурная модель оптимизации ассортиментной загрузки производственных мощностей предприятия

#### Индексация:



$i$  - номер вида ресурса;

$i'$  — номер вида товара промышленной выработки;

$\tilde{i}$  — номер вида ассортиментной группы товаров;

$i=1$  - номер вида ресурса (денежных средств);

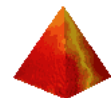
$I_0$  - множество видов сырья;

$I_1$  - множество видов товаров промышленной выработки;

$I_2$  - множество видов ассортиментных групп товаров;

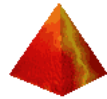
$n$  - номер направления переработки сырья;

$N_0$  - множество направлений переработки сырья.



## 2. Структурная модель

### Структурная модель оптимизации ассортиментной загрузки производственных мощностей предприятия



#### Неизвестные величины:

$x_i$  — количество сырья вида  $i$ ;



$x_{in}$  — количество сырья вида  $i$ , направленное на переработку вида  $n$ ;

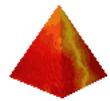
$x_{i'n}$  — количество товара промышленной выработки вида  $i'$ , полученного в результате переработки сырья по направлению вида  $n$ ;



$x_{\tilde{i}'n}$  — количество товара промышленной выработки вида  $i'$  (относящегося к ассортиментной группе товаров вида  $\tilde{i}$ ), полученного в результате переработки сырья по направлению вида  $n$ .

## 2. Структурная модель

### Структурная модель оптимизации ассортиментной загрузки производственных мощностей предприятия



#### Известные величины:



количество сырья вида  $i$ ;

$E_i$  –

$d_{i\tilde{i}'n}$  – выход товара промышленной выработки вида  $i'$  (относящегося к ассортиментной группе товаров вида  $\tilde{i}$ ) с единицы сырья вида  $i$  при переработке вида  $n$ ;

$\tilde{D}_{i\tilde{i}'n}, D_{i\tilde{i}'n}$  – соответственно минимальный и максимальный объемы товара промышленной выработки вида  $i'$ , относящегося к ассортиментной группе товаров вида  $\tilde{i}$ , произведенного при переработке вида  $n$ ;



## 2. Структурная модель

### Структурная модель оптимизации ассортиментной загрузки производственных мощностей предприятия



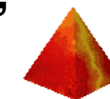
#### Известные величины:

$\tilde{d}_{i'i'n}, d_{i'i'n}$  — соответственно минимальная и максимальная доли товара промышленной выработки вида  $i'$ , произведенного при переработке вида  $n$ , в ассортиментной группе товаров вида  $\tilde{i}$ ;

$M_n$  — мощность перерабатывающего цеха вида  $n$ ;

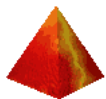


$M_{\tilde{i}n}$  — мощность перерабатывающего цеха вида  $n$  по производству ассортиментной группы товаров вида  $\tilde{i}$ ;



$P_{ii'n}$  — количество (денежных) средств вида  $i$ , полученных от производства единицы товара промышленной выработки вида  $i'$ , произведенного при переработке вида  $n$ .

### 3. Развернутая модель



**Пример:** Требуется обосновать ассортимент и количество выпускаемой продукции фабрики мороженого, обеспечивающих максимизацию прибыли предприятия.



#### Исходная информация:

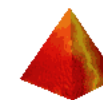
1. Проблемным местом в технологическом процессе производства мороженого является цех расфасовки, в котором имеется 2 расфасовочных автомата, производительностью 200 кг мороженого в час (или 5 часов требуется для расфасовки 1 т мороженого). Ресурс времени работы расфасовочных автоматов в месяц может составить 500 часов.

2. Рецепт смеси мороженого включает натуральное молоко. Но в зимние месяцы предприятие испытывает недостаток этого сырья и вынуждено вырабатывать мороженое, сокращая в нем этот продукт. Поэтому рецепты №1 рассчитаны на изобилие натурального молока, а рецепты №2 учитывают его недостаток.

Расход и запасы сырья, использование оборудования в разрезе видов мороженого приведены в таблице.

3. Прибыль, получаемая от производства 1 т мороженого зависит от отпускной цены и себестоимости производства конкретного вида мороженого.

### 3. Развернутая модель



**Пример :** Таблица. Показатели, характеризующие производство мороженого

Ресурсы 	Расход на 1 т мороженого (рецептуры)				Запасы ресурсов
	сливочного		пломбира		
	I	II	I	II	
Молоко, кг					
– натуральное	550	–	615	–	40000
– сухое	40	30	20	20	2500
– сухое обезжиренное	30	40	30	30	3000
Масло сливочное, кг	85	110	150	50	15000
Сахар, кг	160	95	160	130	14000
Молоко сгущенное, кг	–	–	–	50	500
Молоко сгущенное обезжиренное, кг	–	160	30	50	3500
Агар, кг	2	2	2	2	350
Ванилин, кг	0,15	0,15	0,15	0,15	50
Рабочий фонд расфасовочных аппаратов, маш.-час	5	5	5	5	500
Прибыль, получаемая от производства 1 т мороженого, уд.е.	220	195	400	260	

### 3. Развернутая модель



Пример :

#### Вводим неизвестные задачи:

$x_1$  – количество сырья молока натурального, т;

$x_2$  – количество сырья молока сухого, т;

$x_3$  – количество сырья молока сухого обезжиренного, т;

$x_4$  – количество масла, т;

$x_5$  – количество сахара, т;

$x_6$  – количество молока сгущенного, т;

$x_7$  – количество молока сгущенного обезжиренного, т;

$x_8$  – количество агара, т;

$x_9$  – количество ванилина, т;

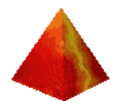
$x_{10}$  – количество рабочего фонда расфасовочного аппарата, маш.-час.;

$x_{11}$  – количество молока натурального на производство сливочного мороженого (I рецептура) , т;

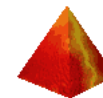
$x_{12}$  – количество молока натурального на производство пломбира (I рецептура) , т;

$x_{13}$  – количество молока сухого на производство сливочного мороженого (I рецептура) , т;

$x_{14}$  – количество молока сухого на производство сливочного мороженого (II рецептура) , т;



### 3. Развернутая модель



*Пример :*



**Вводим неизвестные задачи:**

$x_{15}$  – количество молока сухого на производство пломбира (I рецептура), т;

$x_{16}$  – количество молока сухого на производство пломбира (II рецептура), т;

$x_{17}$  – количество молока сухого обезжиренного на производство сливочного мороженого (I рецептура), т;

$x_{18}$  – количество молока сухого обезжиренного на производство сливочного мороженого (II рецептура), т;

$x_{19}$  – количество молока сухого обезжиренного на производство пломбира (I рецептура), т;

$x_{20}$  – количество молока сухого обезжиренного на производство пломбира (II рецептура), т;

$x_{21}$  – количество масла на производство сливочного мороженого (I рецептура), т;

$x_{22}$  – количество масла на производство сливочного мороженого (II рецептура), т;

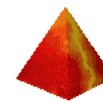
$x_{23}$  – количество масла на производство пломбира (I рецептура), т;

$x_{24}$  – количество масла на производство пломбира (II рецептура), т;

### 3. Развернутая модель



*Пример :*



**Вводим неизвестные задачи:**

$x_{25}$  – количество сахара на производство сливочного мороженого (I рецептура), т;

$x_{26}$  – количество сахара на производство сливочного мороженого (II рецептура), т;

$x_{27}$  – количество сахара на производство пломбира (I рецептура), т;

$x_{28}$  – количество сахара на производство пломбира (II рецептура), т;

$x_{29}$  – количество молока сгущенного на производство пломбира (II рецептура), т;

$x_{30}$  – количество молока сгущенного обезжиренного на производство сливочного мороженого (II рецептура), т;

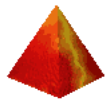
$x_{31}$  – количество молока сгущенного обезжиренного на производство пломбира (I рецептура), т;

$x_{32}$  – количество молока сгущенного обезжиренного на производство пломбира (II рецептура), т;

$x_{33}$  – количество агара на производство сливочного мороженого (I рецептура), т;

$x_{34}$  – количество агара на производство сливочного мороженого (II рецептура), т;

### 3. Развернутая модель



*Пример :*



**Вводим неизвестные задачи:**

- $x_{35}$  – количество агара на производство пломбира (I рецептура), т;
- $x_{36}$  – количество агара на производство пломбира (II рецептура), т;
- $x_{37}$  – количество ванилина на производство сливочного мороженого (I рецептура), т;
- $x_{38}$  – количество ванилина на производство сливочного мороженого (II рецептура), т;
- $x_{39}$  – количество ванилина на производство пломбира (I рецептура), т;
- $x_{40}$  – количество ванилина на производство пломбира (II рецептура), т;
- $x_{41}$  – производство сливочного мороженого (I рецептура), т;
- $x_{42}$  – производство сливочного мороженого (II рецептура), т;
- $x_{43}$  – производство пломбира (I рецептура), т;
- $x_{44}$  – производство пломбира (II рецептура), т.



### 3. Развернутая модель

#### Составляем ограничения задачи:

##### I. По использованию сырья

$$x_1 = 40,0 \text{ т}$$

$$x_2 \leq 2,5$$

$$x_3 \leq 3,0$$

$$x_4 \leq 15,0$$

$$x_5 \leq 14,0$$

$$x_6 \leq 0,500$$

$$x_7 \leq 3,500$$

$$x_8 \leq 0,350$$

$$x_9 \leq 0,050$$



Натуральное молоко относится к скоропортящимся продуктам, следовательно, его запасы необходимо использовать полностью, а остальные продукты можно хранить в холодильнике, поэтому знак ограничения  $\leq$ .

##### II. По распределению сырья по направлению переработки

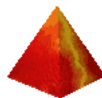
$$x_1 = x_{11} + x_{12}$$

$$x_2 = x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16}$$

$$x_3 = x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20}$$

$$x_4 = x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24}$$

$$x_5 = x_{25} + x_{26} + x_{27} + x_{28}$$



$$x_6 = x_{29}$$

$$x_7 = x_{30} + x_{31} + x_{32}$$

$$x_8 = x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36}$$

$$x_9 = x_{37} + x_{38} + x_{39} + x_{40}$$

### 3. Развернутая модель

Составляем ограничения задачи:

#### III. По производству продукции промышленной выработки

$$x_{41} = 1/0,550x_{11}$$

$$x_{41} = 1/0,040x_{13}$$

$$x_{41} = 1/0,030x_{17}$$

$$x_{41} = 1/0,085x_{21}$$

$$x_{41} = 1/0,160x_{25}$$

$$x_{41} = 1/0,002x_{33}$$

$$x_{41} = 1/0,00015x_{37}$$

$$x_{42} = 1/0,030x_{14}$$

$$x_{42} = 1/0,040x_{18}$$

$$x_{42} = 1/0,110x_{22}$$

$$x_{42} = 1/0,005x_{26}$$

$$x_{42} = 1/0,160x_{30}$$

$$x_{42} = 1/0,002x_{34}$$

$$x_{42} = 1/0,00015x_{38}$$

$$x_{43} = 1/0,615x_{12}$$

$$x_{43} = 1/0,020x_{15}$$

$$x_{43} = 1/0,030x_{19}$$

$$x_{43} = 1/0,150x_{23}$$

$$x_{43} = 1/0,160x_{27}$$

$$x_{43} = 1/0,030x_{31}$$

$$x_{43} = 1/0,002x_{35}$$

$$x_{43} = 1/0,00015x_{39}$$



$$x_{44} = 1/0,020x_{16}$$

$$x_{44} = 1/0,030x_{20}$$

$$x_{44} = 1/0,050x_{24}$$

$$x_{44} = 1/0,130x_{28}$$

$$x_{44} = 1/0,050x_{29}$$

$$x_{44} = 1/0,050x_{32}$$

$$x_{44} = 1/0,002x_{36}$$

$$x_{44} = 1/0,00015x_{40}$$

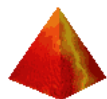
#### VI. По использованию мощностей ведущего оборудования

$$5x_{41} + 5x_{42} + 5x_{43} + 5x_{44} \leq 500$$



#### Целевая функция

$$F_{\max} = 220x_{41} + 195x_{42} + 400x_{43} + 260x_{44}$$



### 3. Развернутая модель

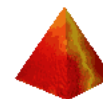
*Задача несколько усложняется, если накладываются ограничения на структуру готовой продукции промышленной выработки в ассортименте.*

*Например, согласно изученному спросу требуется, чтобы сливочного мороженого было от 30 до 50%, а пломбира – от 50 до 70% от общего производства мороженого.*

*В этом случае вводится еще одна переменная:*

*$x_{45}$  – общее производство мороженого, т.*

*В вышеизложенную модель вводят следующие ограничения.*



#### IV. По предельным объемам производства продукции промышленной выработки в ассортименте

$$x_{41} + x_{42} \geq 0,3x_{45}$$

$$x_{41} + x_{42} \leq 0,5x_{45}$$

$$x_{43} + x_{44} \geq 0,5x_{45}$$

$$x_{43} + x_{44} \leq 0,7x_{45}$$



#### V. По производству ассортиментных групп товаров

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = x_{45}$$