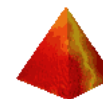




## **ТЕМА 3:** Моделирование рецептуры выпускаемых продуктов

### **Вопросы:**

- 1. Постановка задачи**
- 2. Структурная модель**
- 3. Развернутая модель**



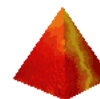
# 1. Постановка задачи



**Модель рецептуры выпускаемых продуктов** относится к моделям оптимального составления смесей. В ряде производств возникает проблема составления таких смесей на основе исходных материалов, которые обеспечивали бы получение конечного продукта, обладающего определенными свойствами.



К этой группе задач относятся задачи о выборе диеты, составлении рецепта комбикорма в животноводстве, различных сплавов (шихт) в металлургии, горючих и смазочных смесей в нефтеперерабатывающей промышленности, смесей для получения бетона в строительстве и т.д.



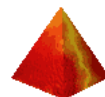
# 1. Постановка задачи



Высокий уровень затрат на исходные сырьевые материалы и необходимость повышения эффективности производства требует решения следующей задачи: **получить продукцию с заданными свойствами при наименьших затратах на исходные сырьевые материалы.**



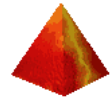
Исходной информацией задачи являются данные о сырье, используемого для рецептурной смеси и его характеристики, и цены единицы различных видов сырья. Необходимо знать и планируемые характеристики рецептурной смеси, которую предприятие должно получить.



## 2. Структурная модель

### Структурная модель рецептуры выпускаемой продукции

Требуется найти минимум затрат:  $F_{\min} = \sum_{j \in J_0} c_j x_j$ .



При условиях:

1. По содержанию питательных веществ –  $\sum_{j \in J_0} a_{ij} x_j \leq (\geq, =) A_i$ ,  $i \in I_0$

Для веществ ухудшающих качество продукции задана верхняя граница содержания вещества, а для веществ, улучшающих качество продукции задана нижняя граница содержания вещества.

2. По предельным нормам использования сырья –  $\tilde{M}_j \leq x_j \leq M_j$ ,  
 $j \in J_0$

3. По весу рецептурной смеси –  $\sum_{j \in J_0} x_j = 100(1;1000)$

4. Не отрицательность переменных –  $x_j \geq 0$



## 2. Структурная модель

### Структурная модель рецептуры выпускаемой продукции

#### Индексация:

- $i$  - номер вида питательного вещества;
- $I_0$  - множество видов питательных веществ;
- $j$  - номер вида продукта (сырья);
- $J_0$  - множество видов продуктов (сырья).



#### Неизвестные величины:

$x_j$  - количество единиц продукта (сырья) вида  $j$ , входящего в рецептурную смесь.

#### Известные величины:

$a_{ij}$  - содержание питательного вещества вида  $i$  в единице продукта (сырья) вида  $j$ ;

$A_i$  - количество питательного вещества вида  $i$  в рецептурной смеси;

$\tilde{M}_j, M_j$  — соответственно минимальное и максимальное количество продукта (сырья) вида  $j$  в рецептурной смеси;

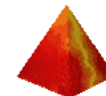
$c_j$  - цена единицы продукта (сырья) вида  $j$ .



### 3. Развернутая модель



**Пример:** Требуется составить рецептуру смеси плавленного сыра, обеспечивающую минимальную себестоимость его производства.



#### Исходная информация:

1. В 1 т смеси плавленного сыра должно содержаться 49,5% сухого вещества, 43% жира.
2. Расход сырья для производства плавленного сыра приведен в таблице.



3. Согласно рецептуре для производства плавленного сыра должно использоваться до 50 кг творога жирного, до 20 кг молока сухого обезжиренного, масла сливочного – от 135 до 160 кг, сыра твердого – от 550 до 630 кг в расчете на 1 т смеси.

### 3. Развернутая модель

**Пример :**

Т а б л и ц а. Расход сырья для производства плавленого сыра

Сырье	Содержание, %		Цена 1 кг сырья, уд.е.
	сухого вещества	жира	
– творог жирный	35	18	1,3
– молоко сухое обезжиренное	93	–	0,9
– масло сливочное	84	82,5	3,5
– сыр твердый	58	50	4,4

**Вводим неизвестные задачи:**



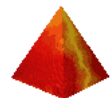
$x_1$  – количество творога жирного в рецептурной смеси, кг;

$x_2$  – количество молока сухого обезжиренного в рецептурной смеси, кг;

$x_3$  – количество масла сливочного в рецептурной смеси, кг;

$x_4$  – количество сыра твердого в рецептурной смеси, кг;

$x_5$  – количество воды (и другие наполнители).



### 3. Развернутая модель

#### Составляем ограничения задачи:

##### I. По содержанию веществ

1) сухого вещества

$$0,35x_1 + 0,93x_2 + 0,84x_3 + 0,58x_4 = 0,495 \cdot 1000$$

2) жира

$$0,18x_1 + 0,825x_3 + 0,50x_4 = 0,43 \cdot 1000$$



##### II. По предельным нормам использования сырья

3) творога жирного  $x_1 \leq 50$

4) молока сухого обезжиренного  $x_2 \leq 20$

5) масла сливочного  $x_3 \geq 135$  (нижняя граница)

6) масла сливочного  $x_3 \leq 160$  (верхняя граница)

7) сыра твердого  $x_4 \geq 550$  (нижняя граница)

8) сыра твердого  $x_4 \leq 630$  (верхняя граница)

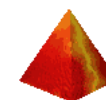


##### III. По весу рецептурной смеси

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1000$$

##### Целевая функция

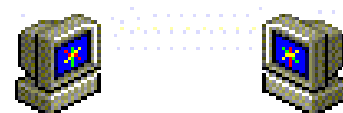
$$F_{\min} = 1,3x_1 + 0,9x_2 + 3,5x_3 + 4,4x_4.$$



### 3. Развернутая модель



Развернутую модель записывают в матрицу, информацию которой переносят в память персонального компьютера и решают экономико-математическую задачу с помощью пакета прикладных программ



Получено следующее оптимальное решение задачи:

$$F_{\min} = 3175,807$$

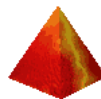
$$X_1 = 50$$

$$X_2 = 8,45$$

$$X_3 = 160$$

$$X_4 = 578$$

$$X_5 = 203,55$$



$$Y_1 = 0$$

$$Y_2 = 0$$

$$Y_3 = 0$$

$$Y_4 = 11,55$$

$$Y_5 = -25$$

$$Y_6 = 0$$

$$Y_7 = -28$$

$$Y_8 = 52$$

$$Y_9 = 0$$