

УДК 620.178.6

*Рекомендовано методической комиссией
факультета механизации сельского хозяйства
Протокол № 2 от 26 октября 2020 г.*

Автор:

кандидат технических наук, доцент *В.В. Дятлов*

Рецензенты:

кандидат технических наук, доцент *В.К. Курсаков*;
кандидат технических наук, доцент *Н.В. Васильева*

Механика материалов: Методические указания и задания по выполнению контрольной работы / В.В. Дятлов, – Горки: БГСХА, 2020. – 54 с.

Приведены указания по решению задач и оформлению контрольной работы, а также примерный перечень экзаменационных вопросов по основным темам курса «Механика материалов». Отдельная глава посвящена примерам выполнения задач по всем темам контрольной работы с подробными пояснениями по методике решения.

Рекомендовано для студентов заочной формы обучения специальности – 1-74 06 01 – техническое обеспечение процессов сельскохозяйственного производства.

© УО «Белорусская государственная
сельскохозяйственная академия», 2020

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании машин и механизмов инженеру-механику приходится выбирать материал и размеры каждой детали так, чтобы она надежно, без разрушения или искажения своей формы, сопротивлялась действию внешних сил, передающихся от других деталей. Основания для верного решения задачи дает инженеру-механику наука о сопротивлении материалов.

Эта наука изучает поведение материалов при действии на них различных факторов и показывает, как подобрать для каждой детали требуемый материал и оптимальные размеры при условии надежности и экономичности механизма в целом.

Часто в сопротивлении материалов приходится решать обратную задачу – проверять достаточность размеров деталей уже существующих машин и механизмов.

При выполнении инженерных расчетов методы сопротивления материалов следует применять творчески и помнить, что успех практического расчета заключен не столько в применении сложного математического аппарата, сколько в умении вникать в сущность поставленной проблемы, находить наиболее подходящие упрощающие предположения и доводить расчет до конкретного числового результата.

1. ВЫПОЛНЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Данные указания и задания для контрольной работы подготовлены в соответствии с типовой учебной программой дисциплины «Сопротивление материалов» для студентов высших сельскохозяйственных учебных заведений инженерных специальностей и содержат 6 задач по следующим темам:

1. Исследование напряженно-деформированного состояния в прямом стержне при растяжении (сжатии).
2. Определение геометрических характеристик поперечных сечений.
3. Расчет статически определимых балок при изгибе.
4. Расчет вала круглого поперечного сечения на прочность и жесткость при кручении.
5. Расчет статически неопределимых систем при изгибе методом сил.
6. Продольный изгиб. Расчет прямого стержня на устойчивость.

Студенты заочной формы обучения выполняют одну контрольную работу. Основным видом занятий студентов заочной формы обучения является самостоятельная работа с учебной, справочной и другой нормативной литературой.

Изучение дисциплины рекомендуется вести по темам. Для лучшего усвоения материала следует вести конспект. После разбора материала по учебнику рекомендуется решить задачи по данной теме и ответить на контрольные вопросы, выполнить контрольное задание по изученной теме.

Числовые данные для решения задач контрольной работы выбираются студентом из табл. 1...6 по варианту, номер которого соответствует трем последним цифрам индивидуального шифра (номера зачетной книжки). При этом каждая цифра номера варианта обозначается соответственно буквами а, б, в. Каждый столбец в табл. 1...6 обозначен одной из этих букв (нижняя строчка). В столбце выбирается значение параметра по строке, номер которой совпадает с цифровым значением соответствующей буквы.

Например, при номере зачетной книжки 04-5316 шифром будет число 316. Далее первую цифру обозначают буквой «а», вторую – «б» и третью – «в» (в примере 3 – а, 1 – б, 6 – в). Для первой задачи в табл. 1 второй столбец – номер схемы, обозначен буквой «в». По шестой командной строке имеем номер схемы – 5. Третий столбец обозначен буквой «б», и тогда по первой строке $F_1 = 160$ кН. Четвертый столбец обозначен буквой «а», по третьей строке $F_2 = 90$ кН и так далее.

Контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради с полями, оставленными для замечаний рецензента. На обложке тетради должны быть четко написаны: название дисциплины контрольной работы, фамилия, имя, отчество студента, название факультета и специальности, учебный шифр, точный почтовый адрес. Страницы тетради необходимо пронумеровать.

Решение каждой задачи следует начинать с новой страницы. Перед выполнением задания необходимо записать условие, исходные данные, выбранные в соответствии с вариантом, вычертить расчетную схему в масштабе, с указанием всех размеров, числовых данных и осей, используемых в расчете. Нагрузки на расчетной схеме необходимо показать в соответствии с их действительными направлениями.

При выполнении задания сначала следует наметить ход решения, указать те допущения, которые могут быть положены в его основу, а затем произвести расчет. При этом все необходимые вычисления по возможности сначала проделать в общем виде, обозначив все данные и искомые величины буквами, а затем вместо буквенных обозначений поставить числовые значения и найти результат. Расчеты следует выполнять последовательно, теоретически обоснованно с необходимыми пояснениями и достаточно подробно. При выполнении расчетов нужно

указывать литературу с отметкой страниц, таблиц, графиков, откуда взяты расчетные формулы и другие величины справочного характера.

Все расчеты должны производиться в единицах СИ. Эпюры необходимо вычерчивать под расчетной схемой на одной странице с указанием размерности и всех характерных координат. Вычисления следует вести с обычной в технических расчетах точностью (до трех значащих цифр после запятой).

В конце контрольной работы необходимо привести список использованной литературы, поставить дату выполнения и личную подпись.

Если после рецензирования на кафедре контрольная работа не зачтена, в соответствии с замечаниями рецензента необходимо внести требуемые исправления, которые выполняют в конце тетради на чистых листах после заголовка «Исправления к контрольной работе», и представить работу на повторное рецензирование.

Работы, оформленные небрежно, а также выполненные не по своему варианту, не рецензируются и возвращаются на доработку.

2. ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задача 1. Ступенчатый стальной стержень, имеющий продольные размеры l_1 , l_2 , l_3 и площади поперечных сечений A_1 , A_2 , A_3 , нагружен по оси продольными силами F .

Требуется:

1) определить продольные усилия, нормальные напряжения и перемещения в поперечных сечениях стержня под действием внешних сил F , установить опасное сечение и проверить прочность из условия, что расчетное сопротивление $R = 210$ МПа;

2) построить эпюры продольных усилий, нормальных напряжений и перемещений в поперечных сечениях стержня под действием внешних сил F ;

3) определить продольные усилия, нормальные напряжения и перемещения в сечениях стержня под влиянием изменения температуры без учета внешних сил F и построить эпюры.

Числовые значения для решения задачи 1 принять по табл. 1, а расчетную схему – по рис. 1.

Перед тем как приступить к решению задачи, необходимо изучить разделы «Общие понятия» и «Растяжение и сжатие».

Решение задачи следует начать с проверки возможности перекрытия зазора Δ в одной из заделок стержня под действием системы сил F . Для этого отбрасывается одна опора и находится удлинение стержня Δl как статически определимого. Если удлинение Δl меньше зазора Δ , стержень решается как статически определимый. В противном случае одностержневая система является статически неопределимой. Для рас-

крытия статической неопределенности следует отбросить одну заделку, заменив ее неизвестной опорной реакцией. Значение этой реакции определяется путем составления уравнения совместности деформаций и решения его. Аналогично находится и вторая неизвестная реакция. Для проверки правильности определения реакций составляется уравнение статики.

Внутренние усилия определяются с использованием метода сечений. Эпюры вычерчиваются против расчетной схемы карандашом. При этом растягивающие усилия принимаются положительными (+) и откладываются справа от базовой линии эпюры, а сжимающие – отрицательными (–) и откладываются слева.

Примеры решения задачи приведены в учебниках [2, с.73...84; 8, с.9...32].

Таблица 1. Числовые данные к задаче 1

| Номер строки | Номер схемы | F ₁ , кН | F ₂ , кН | A ₁ | A ₁ | A ₁ | ℓ ₁ | ℓ ₂ | ℓ ₃ | Δt | Δ |
|--------------|-------------|---------------------|---------------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----|------|
| | | | | см ² | | | м | | | °С | мм |
| 1 | 0 | 160 | 50 | 4 | 8 | 6 | 0,40 | 0,80 | 0,50 | 55 | 0,11 |
| 2 | 1 | 200 | 70 | 5 | 9 | 4 | 0,45 | 0,75 | 0,70 | 64 | 0,12 |
| 3 | 2 | 190 | 90 | 6 | 10 | 7 | 0,50 | 0,70 | 0,30 | 72 | 0,13 |
| 4 | 3 | 150 | 140 | 7 | 11 | 8 | 0,42 | 0,76 | 0,80 | 49 | 0,14 |
| 5 | 4 | 140 | 170 | 8 | 12 | 16 | 0,52 | 0,74 | 0,60 | 61 | 0,15 |
| 6 | 5 | 130 | 160 | 9 | 13 | 12 | 0,78 | 0,90 | 0,42 | 68 | 0,16 |
| 7 | 6 | 60 | 220 | 10 | 7 | 13 | 0,30 | 0,85 | 0,48 | 75 | 0,17 |
| 8 | 7 | 90 | 240 | 11 | 6 | 11 | 0,60 | 0,68 | 0,72 | 53 | 0,18 |
| 9 | 8 | 80 | 210 | 12 | 5 | 9 | 0,62 | 0,54 | 0,64 | 63 | 0,19 |
| 0 | 9 | 70 | 230 | 13 | 4 | 5 | 0,64 | 0,40 | 0,62 | 70 | 0,10 |
| xxx | в | б | а | а | б | а | в | б | а | в | в |

Задача 2. Дано составное сечение из стальных прокатных профилей, форма которого приведена на рис. 2.

Требуется:

- 1) определить координаты центров тяжести;
- 2) вычислить осевые и центробежный моменты инерции относительно центральных осей;
- 3) определить положение главных центральных осей и величины главных центральных моментов инерции;
- 4) найти главные радиусы инерции и построить эллипс инерции.

Числовые значения для решения задачи 2 принять по табл. 2, а расчетную схему – по рис. 2.

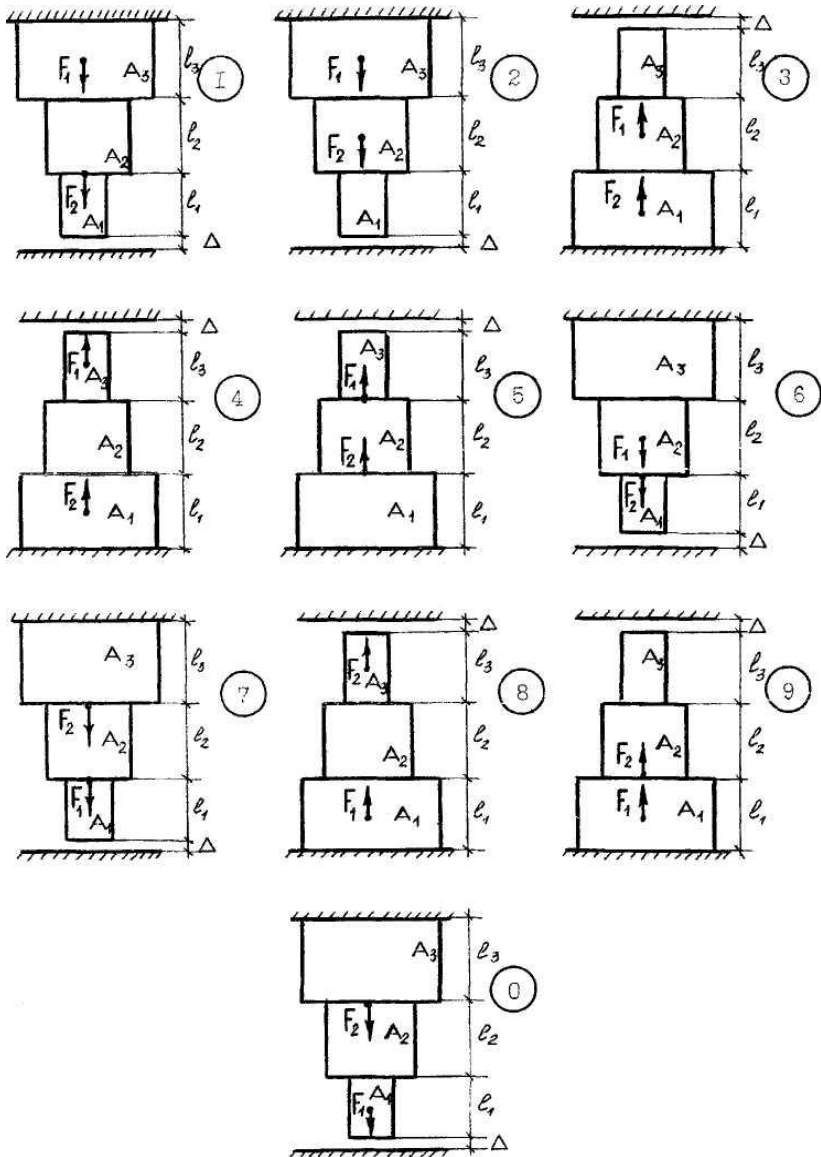


Рис. 1. Расчетные схемы к задаче 1.

Т а б л и ц а 2. Числовые данные к задаче 2

| Номер строки | Номер схемы | Двутавр | Швеллер | Уголок равнополочный | Уголок неравнополочный | Пластина, bхh, см |
|--------------|-------------|---------|---------|----------------------|------------------------|-------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 0 | 24а | 16 | 10 | 10/6,3 | 16х2 |
| 2 | 1 | 24 | 18а | 11 | 11/7 | 18х2 |
| 3 | 2 | 22а | 20 | 12.5 | 12.5/8 | 20х2 |
| 4 | 3 | 20 | 16а | 14 | 16/10 | 16х2 |
| 5 | 4 | 18а | 18а | 18 | 9/5,6 | 18х2 |
| 6 | 5 | 20а | 20а | 16 | 14/9 | 20х2 |
| 7 | 6 | 22 | 24 | 20 | 18/11 | 16х2 |
| 8 | 7 | 18 | 24а | 25 | 11/7 | 18х2 |
| 9 | 8 | 27 | 27 | 22 | 16/10 | 20х2 |
| 0 | 9 | 27а | 22 | 20 | 20/12.5 | 16х2 |
| xxx | в | б | а | в | б | а |

Перед тем как приступить к решению задачи, необходимо изучить раздел «Геометрические характеристики поперечных сечений».

Решение задачи следует начать с выбора из сортамента прокатных профилей всех размеров и геометрических характеристик отдельных элементов составного сечения. Составное сечение следует вычертить в масштабе на миллиметровой бумаге с указанием всех размеров и положений собственных центральных осей элементов сечения. Далее следует выбрать первоначальную систему координат. Во избежание ошибок рекомендуется систему координат выбрать таким образом, чтобы все составное сечение находилось в положительном квадрате. После этого следует определить координаты центра тяжести составного сечения. При этом центр тяжести составного сечения должен быть расположен на прямой, соединяющей центры тяжести составных элементов. Затем вычисляются моменты инерции составного сечения, определяется положение главных центральных осей.

Положение главной центральной оси U , относительно которой главный момент инерции максимален ($I_U = I_{\max}$), можно определить с помощью двух положений:

1. При $I_{xy} < 0$ главная ось U проходит через 1-й и 3-й, а при $I_{xy} > 0$ – через 2-й и 4-й квадранты.

2. Если $I_x > I_y$, то главная ось U находится под углом α к оси X . При $I_y > I_x$ ось U находится под углом α к оси Y .

Примеры решения задачи приведены в учебниках [2, с.160...163; 8, с.67...75].

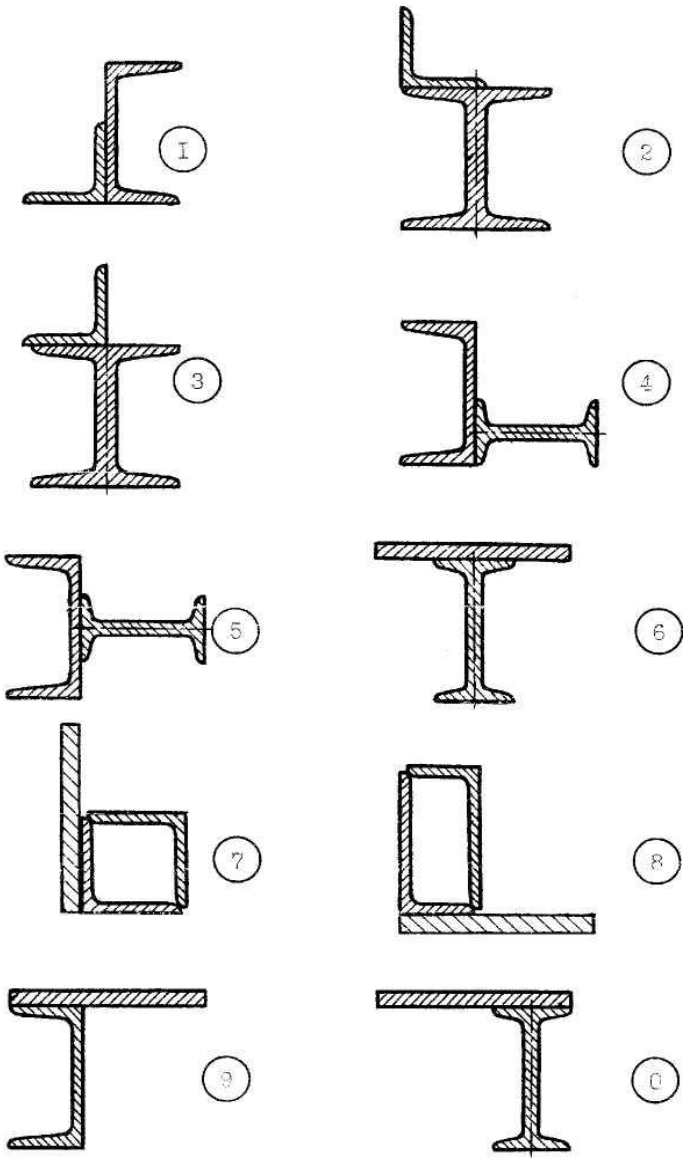


Рис. 2. Расчетные схемы к задаче 2.

Задача 3. Балка одинаковой жесткости по длине ($EI = \text{const}$) нагружена сосредоточенной силой F , распределенной нагрузкой q и моментом M .

Требуется:

- 1) для расчетной схемы «А» построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и подобрать двутавровое сечение балки;
- 2) для расчетной схемы «В» построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, подобрать прямоугольное сечение балки с соотношением сторон 1:2 и построить эпюры нормальных и касательных напряжений в опасном сечении балки.

Числовые значения для решения задачи 3 принять по табл. 3, а расчетную схему – по рис. 3.

Перед тем как приступить к решению задачи, необходимо изучить раздел «Изгиб».

Таблица 3. Числовые данные к задаче 3

| Номер строки | Номер схемы | Расстояние a , м | F , кН | q , кН/м | M , кН·м | Допускаемое значение напряжения $[\sigma]$, МПа | |
|--------------|-------------|--------------------|----------|------------|------------|--|---------|
| | | | | | | Схема А | Схема В |
| 1 | 0 | 0,50 | 20 | 11 | 15 | 160 | 10 |
| 2 | 1 | 0,60 | 22 | 12 | 20 | 165 | 15 |
| 3 | 2 | 0,70 | 24 | 13 | 25 | 170 | 20 |
| 4 | 3 | 0,65 | 25 | 15 | 10 | 175 | 25 |
| 5 | 4 | 0,75 | 26 | 17 | 24 | 180 | 30 |
| 6 | 5 | 0,90 | 18 | 16 | 30 | 185 | 35 |
| 7 | 6 | 0,80 | 16 | 14 | 22 | 190 | 40 |
| 8 | 7 | 0,95 | 15 | 18 | 16 | 195 | 45 |
| 9 | 8 | 1,00 | 14 | 20 | 18 | 200 | 50 |
| 0 | 9 | 0,55 | 23 | 19 | 26 | 210 | 55 |
| xxx | в | \bar{b} | a | v | \bar{b} | a | v |

Решение задачи (расчетная схема «А») следует начать с определения опорных реакций. Для этого следует составить два независимых уравнения статики в виде $\sum M = 0$. После определения реакций должна быть выполнена проверка правильности расчетов. При этом рекомендуется использовать уравнение статики вида $\sum M_y = 0$. Если реакции определены верно, то, используя метод сечений, находят внутренние силовые факторы Q и M .

Для расчетной схемы «В» опорные реакции можно не определять, а сразу приступить к определению внутренних силовых факторов Q и M , используя метод сечений, начиная со свободного конца консольной

балки. Эпюры Q и M необходимо строить под расчетными схемами балок.

Для контроля правильности построения эпюр следует руководствоваться следующими основными положениями. На участках балки, где отсутствует распределенная нагрузка q , поперечные силы постоянны, а изгибающие моменты меняются по линейному закону. Скачки на эпюре Q соответствуют точкам приложения сосредоточенных сил, в том числе и опорных реакций. Скачок на эпюре M соответствует действию сосредоточенного внешнего момента M . На участках, где приложена постоянная распределенная нагрузка q , поперечная сила изменяется по длине балки по линейному закону, а эпюра изгибающих моментов на этом участке ограничена квадратной параболой, вогнутость которой соответствует направлению распределенной нагрузки q (правило «паруса»).

Примеры решения задачи приведены в литературе [1, с.157...158; 2, с.320...346; 8, с.93...102].

Задача 4. К стальному валу приложены три известных момента: M_1, M_2, M_3 .

Требуется:

- 1) определить значение момента X из условия, что угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю;
- 2) построить эпюру крутящих моментов с учетом найденного значения момента X ;
- 3) подобрать диаметр вала из расчета на прочность;
- 4) построить эпюру углов закручивания вала;
- 5) найти наибольший относительный угол закручивания.

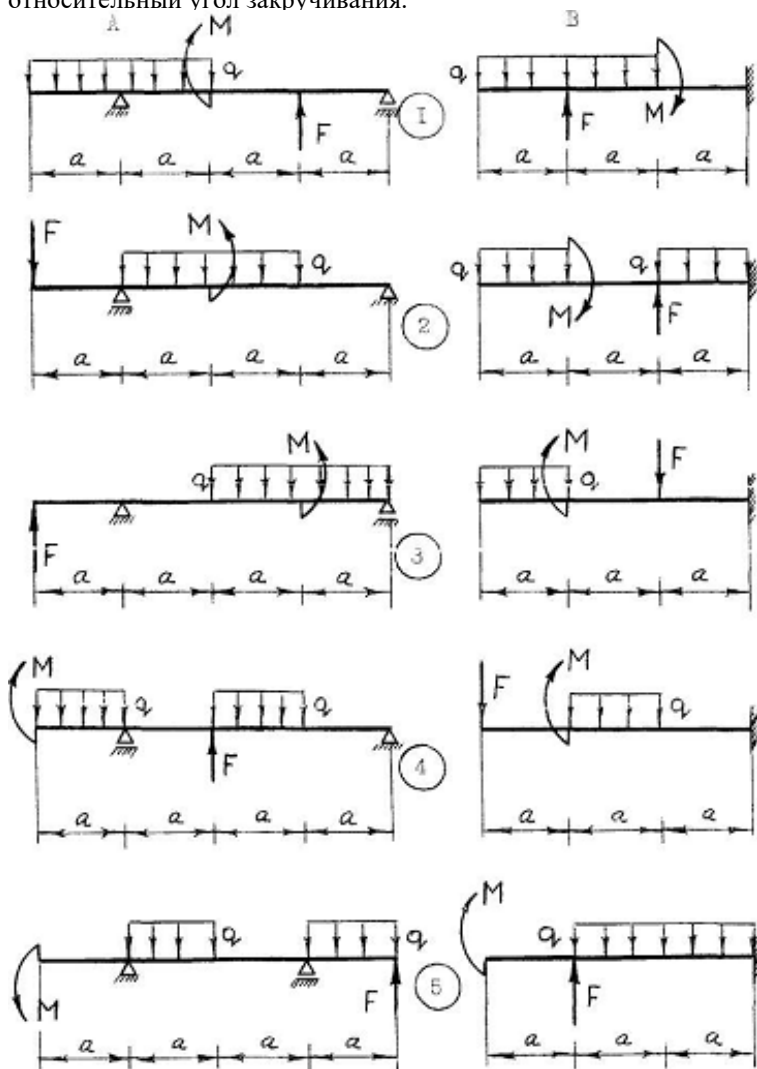
Числовые значения для решения задачи 4 принять по табл. 4, а расчетную схему – по рис. 4.

Перед тем как приступить к решению задачи, необходимо изучить раздел «Кручение».

При определении неизвестного момента X следует рассмотреть деформацию вала под действием внешних моментов. Для этого необходимо составить уравнение углов закручивания вала, используя принцип независимости действия сил. При этом угол поворота правого концевого вала по условию задачи должен равняться нулю. После определения неизвестного значения X , используя метод сечений, следует

построить эпюру крутящих моментов $M_{кр}$. По наибольшему значению крутящего момента выбрать опасное сечение вала. Из условия прочности по заданному касательному напряжению $[\tau]$ подобрать диаметр вала, округлив расчетное значение до ближайшего стандартного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 125, 130 мм и т.д. Затем не-

обходимо построить эпору углов закручивания и найти наибольший относительный угол закручивания.



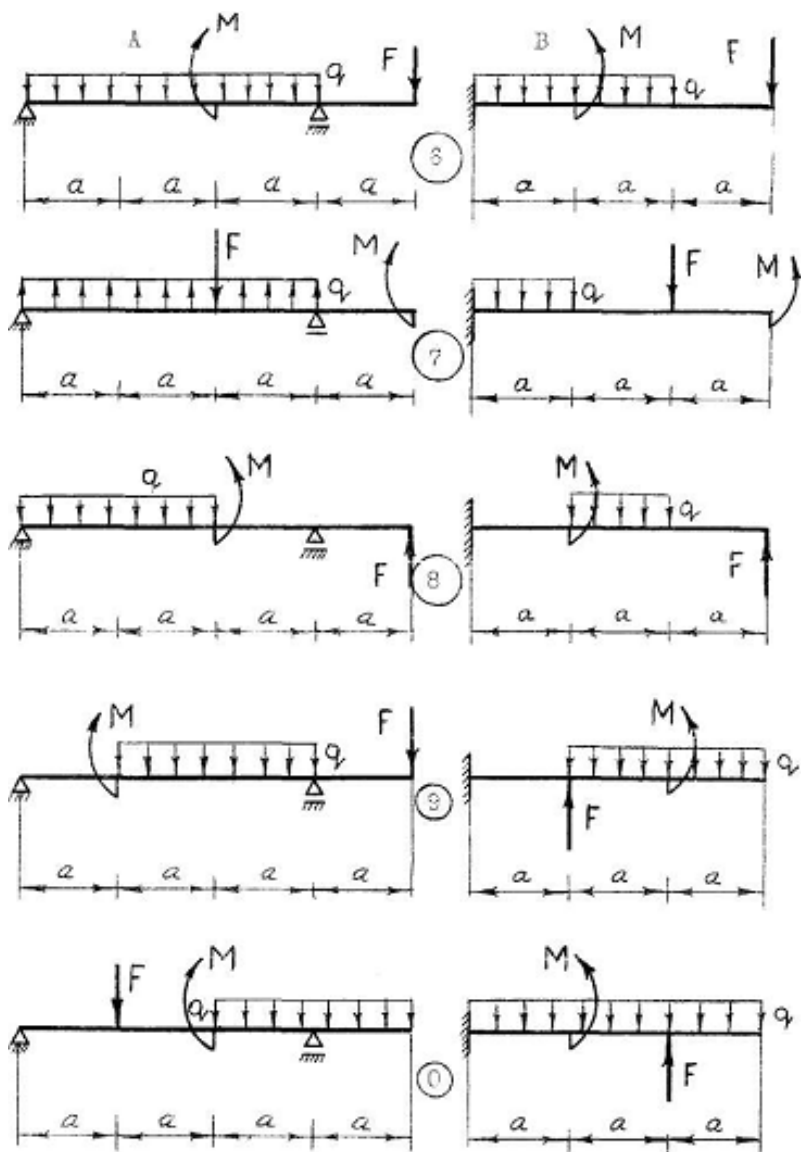


Рис. 3. Расчетные схемы к задаче 3.

Т а б л и ц а 4. Числовые данные к задаче 4

| Номер строки | Номер схемы | M_1 | M_2 | M_3 | a | b | c | [τ] МПа |
|--------------|-------------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|-------------------|
| | | Нм | | | м | | | |
| 1 | 0 | 600 | 1600 | 2000 | 1,0 | 1,5 | 1,0 | 45 |
| 2 | 1 | 700 | 1700 | 1900 | 1,1 | 1,6 | 1,1 | 50 |
| 3 | 2 | 800 | 1800 | 1800 | 1,2 | 1,7 | 1,2 | 55 |
| 4 | 3 | 900 | 1900 | 1700 | 1,3 | 1,8 | 1,3 | 60 |
| 5 | 4 | 1000 | 2000 | 1600 | 1,4 | 1,9 | 1,4 | 65 |
| 6 | 5 | 1100 | 600 | 1500 | 1,5 | 2,0 | 1,5 | 70 |
| 7 | 6 | 1200 | 700 | 1400 | 1,6 | 1,4 | 1,6 | 75 |
| 8 | 7 | 1300 | 800 | 1300 | 1,7 | 1,3 | 1,7 | 80 |
| 9 | 8 | 1400 | 900 | 1200 | 1,8 | 1,2 | 1,8 | 40 |
| 0 | 9 | 1500 | 1000 | 1100 | 1,9 | 1,1 | 1,9 | 35 |
| xxx | в | в | б | а | в | б | а | в |

Примеры решения задачи приведены в учебниках [2, с. 195...199; 8, с.85...89].

Задача 5. Рама с постоянной жесткостью вертикальных и горизонтальных элементов ($EI = \text{const}$), имеющая размеры L и h , нагружена в своей плоскости распределенной нагрузкой q .

Требуется:

- 1) установить степень статической неопределимости;
- 2) выбрать основную систему;
- 3) составить канонические уравнения;
- 4) построить эпюры M от единичных сил и от заданной нагрузки;
- 5) вычислить коэффициенты и свободные члены канонических уравнений, проверить их, решить систему и найти величины лишних неизвестных;
- 6) построить расчетные эпюры M , Q и N ;
- 7) выполнить статическую проверку узлов.

Числовые значения для решения задачи 5 принять по табл. 5, а расчетную схему – по рис. 5.

Перед тем как приступить к решению задачи, необходимо изучить раздел «Определение перемещений и расчет статически неопределимых систем».

Задачу следует решать с использованием метода сил. Согласно этому методу расчет исходной статически неопределимой системы может быть заменен расчетом некоторой основной системы. Основная система должна быть статически определимой, геометрически неизменяемой и полученной из исходной системы путем отбрасывания лиш-

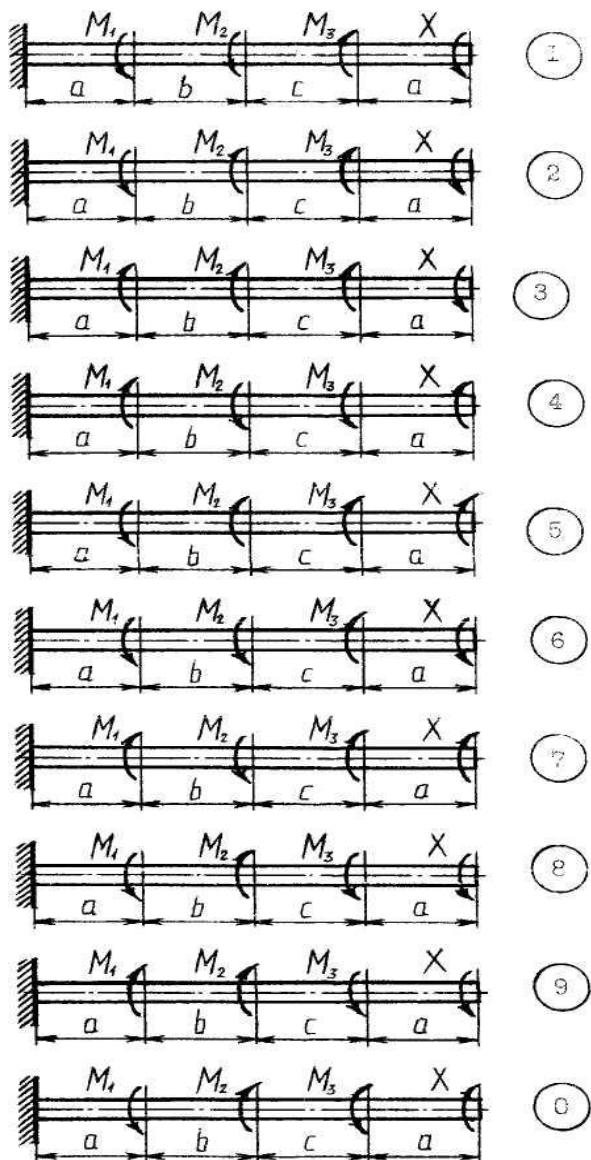


Рис. 4. Расчетные схемы к задаче 4.

них связей и заменой их действием неизвестных сил X_1 . Далее составляют систему канонических уравнений. Число этих уравнений совпадает с числом неизвестных сил X_1 . Для определения коэффициентов канонических уравнений необходимо построить эпюры M от единичных сил $X_1 = 1$ и от внешней нагрузки q , а затем использовать перемножение эпюр по способу Верещагина. Решая систему канонических уравнений, определяем неизвестные X_1 . После этого строятся эпюры M , Q и N и выполняется статическая проверка, которая состоит в том, что любая вырезанная из исходной системы часть (узел) должна находиться в равновесии под действием внешних сил и силовых факторов в сечениях.

Примеры решения задачи приведены в [1, с. 237...243; 2, с.475...480].

Т а б л и ц а 5. Числовые данные к задаче 5

| Номер строки | Номер схемы | Размеры, м | | q, кН/м |
|--------------|-------------|------------|---|---------|
| | | ℓ | h | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 0 | 8 | 2 | 11 |
| 2 | 1 | 6 | 3 | 12 |
| 3 | 2 | 4 | 4 | 13 |
| 4 | 3 | 5 | 5 | 15 |
| 5 | 4 | 7 | 6 | 17 |
| 6 | 5 | 9 | 7 | 16 |
| 7 | 6 | 10 | 6 | 14 |
| 8 | 7 | 11 | 5 | 18 |
| 9 | 8 | 12 | 4 | 20 |
| 0 | 9 | 8 | 3 | 19 |
| xxx | в | б | а | в |

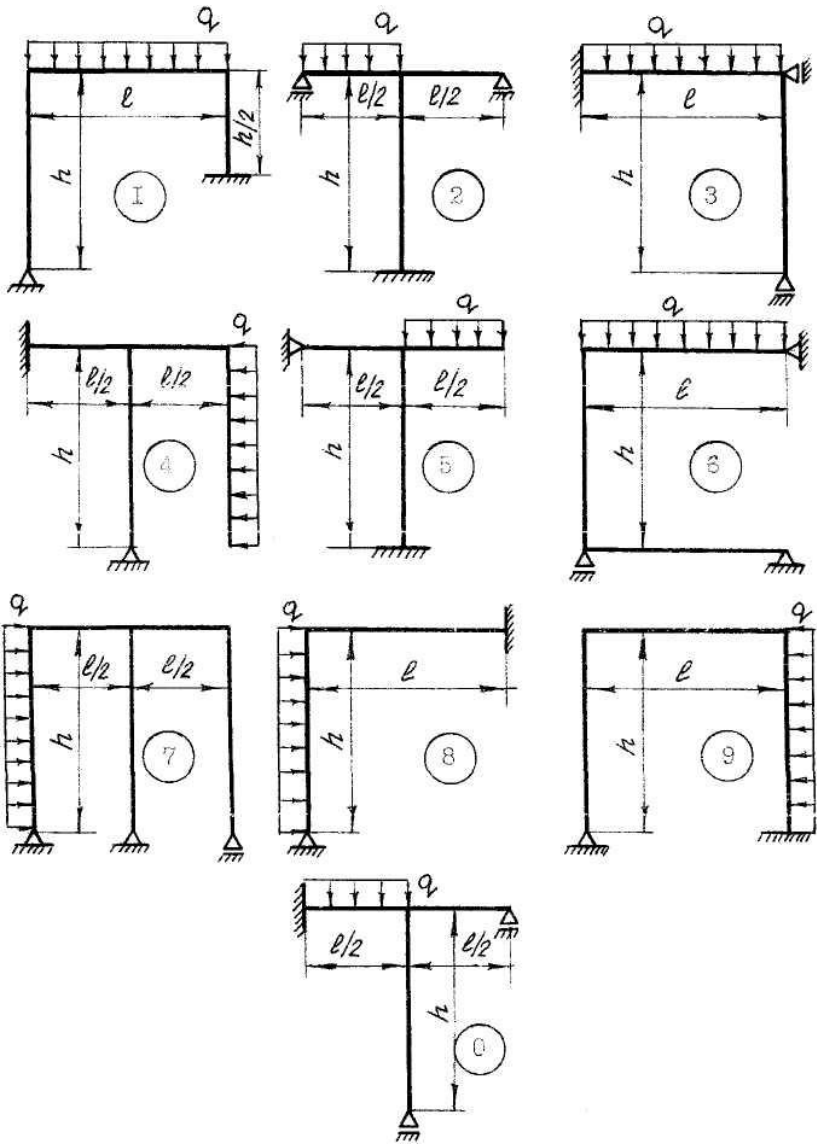


Рис. 5. Расчетные схемы к задаче 5.

Задача 6. Стальной стержень длиной ℓ сжимается продольной нагрузкой F .

Требуется:

- 1) подобрать размеры поперечного сечения стержня из условия устойчивости, пользуясь таблицей коэффициентов продольного изгиба Φ ;
- 2) определить критическую силу для заданного стержня и найти коэффициент запаса устойчивости.

Числовые значения для решения задачи 6 принять по табл. 6, а расчетную схему – по рис. 6.

Т а б л и ц а 6. Числовые данные к задаче 6

| Номер строки | Номер схемы | Номер сечения | F, кН | ℓ , м | $[\sigma]$, МПа |
|--------------|-------------|---------------|-------|------------|------------------|
| 0 | 5 | 1 | 700 | 2,1 | 200 |
| 1 | 1 | 2 | 750 | 2,2 | 195 |
| 2 | 2 | 3 | 800 | 2,3 | 190 |
| 3 | 3 | 4 | 850 | 2,4 | 185 |
| 4 | 4 | 5 | 400 | 2,5 | 180 |
| 5 | 5 | 6 | 450 | 2,6 | 175 |
| 6 | 4 | 7 | 500 | 2,7 | 170 |
| 7 | 3 | 8 | 550 | 2,8 | 165 |
| 8 | 2 | 9 | 600 | 2,9 | 160 |
| 9 | 1 | 0 | 650 | 3,0 | 155 |
| xxx | в | а | в | б | в |

Перед тем как приступить к решению задачи, необходимо изучить раздел «Продольный изгиб прямого стержня».

Подбор размеров поперечного сечения стержня следует производить методом последовательных приближений, предварительно задавшись коэффициентом $\varphi = 0,5$.

Примеры решения задачи приведены в литературе [2, с.492...496; 8, с.178...183].

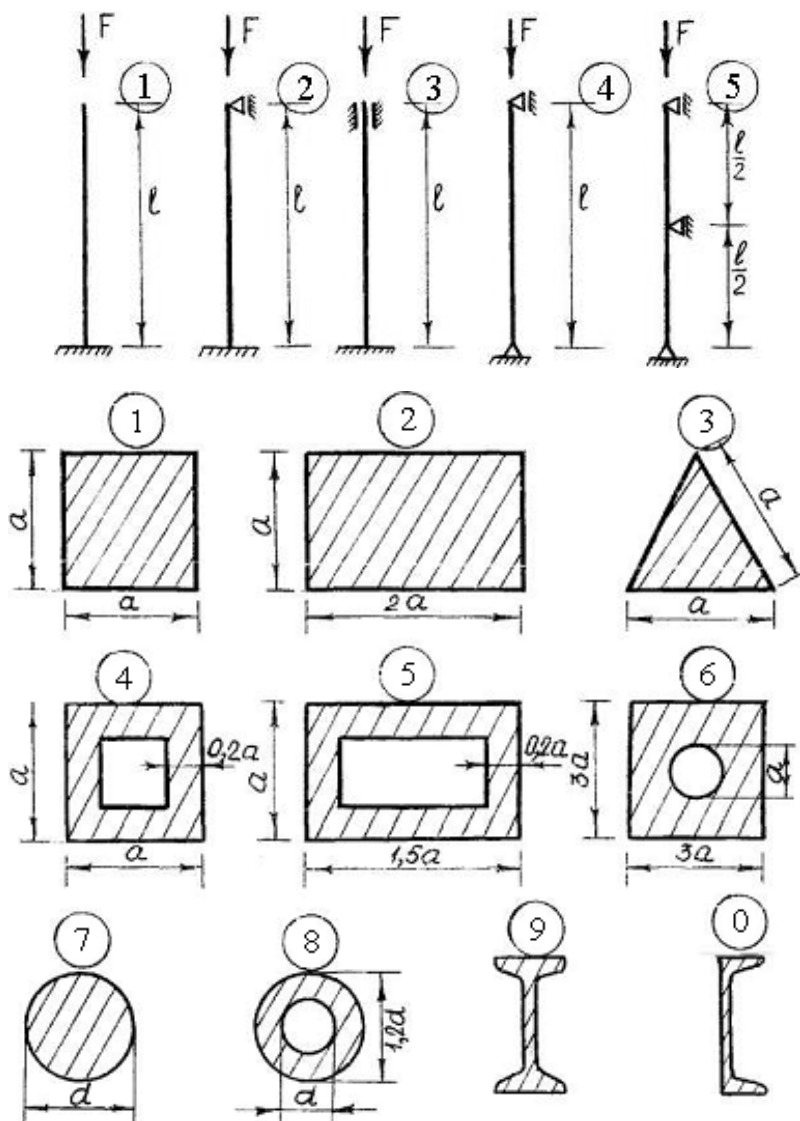


Рис. 6. Расчетные схемы к задаче 6.

Основные характеристики материалов приведены в табл. 7.

Т а б л и ц а 7. Основные характеристики материалов

| Материал | Модуль | | Коэффициент Пуассона | Температурный коэффициент, $\alpha \cdot 10^{-6}$, $1/^\circ\text{C}$ | Плотность ρ , кг/м^3 |
|----------------|------------------------|-----------------------------|----------------------|--|------------------------------------|
| | Упругости E, ГПа (МПа) | Сдвига $G \cdot 10^5$, МПа | | | |
| Сталь | 200($2 \cdot 10^5$) | 0,8 | 0,3 | 12 | 7850 |
| Чугун | 100($1 \cdot 10^5$) | 0,4 | 0,25 | 10 | 7200 |
| Алюминий | 70($0,7 \cdot 10^5$) | 0,3 | 0,3 | – | 2700 |
| Медь | 100($1 \cdot 10^5$) | 0,4 | 0,32 | 16 | 6500 |
| Дерево (сосна) | 10($0,1 \cdot 10^5$) | – | – | – | – |

3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1

Дано: расчетная схема трехступенчатого стержня (рис. 7); действующие на него факторы: $F_1 = 80$ кН, $F_2 = 90$ кН, $\Delta t = 55$ $^\circ\text{C}$; его параметры: $A_1 = 4$ см^2 , $A_2 = 5$ см^2 , $A_3 = 7$ см^2 , $\ell_1 = 0,4$ м, $\ell_2 = 0,54$ м, $\ell_3 = 0,3$ м, $\Delta = 0,11$ мм.

Решение

Выполняем пункты 1 и 2.

Проверяем перекрытие зазора под действием внешних сил F.

$$\begin{aligned} \Delta \ell_F &= \frac{F_1 \cdot \ell_1 / 2}{EA_1} + \frac{F_1 \cdot \ell_2}{EA_2} + \frac{F_1 \cdot \ell_3}{EA_3} + \frac{F_2 \cdot \ell_3}{EA_3} = \\ &= \frac{80 \cdot 40 / 2}{2 \cdot 10^4 \cdot 4} + \frac{80 \cdot 54}{2 \cdot 10^4 \cdot 5} + \frac{80 \cdot 30}{2 \cdot 10^4 \cdot 7} + \frac{90 \cdot 30}{2 \cdot 10^4 \cdot 7} = \\ &= 0,1 \text{ см} = 1 \text{ мм} > \Delta = 0,11 \text{ мм}. \end{aligned}$$

– стержень является статически неопределимым.

Для раскрытия статической неопределимости отбрасываем нижнюю заделку, заменив ее неизвестной опорой реакцией R_B (рис. 8). Значение этой реакции определяем путем составления уравнения совместности деформаций и решения его.

$$\Delta \ell_{R_B} + \Delta \ell_F = \Delta;$$

$$-\frac{R\epsilon \cdot \ell_1}{EA_1} - \frac{R\epsilon \cdot \ell_2}{EA_2} - \frac{R\epsilon \cdot \ell_3}{EA_3} + \frac{F_1 \cdot \ell_1 / 2}{EA_1} + \frac{F_1 \cdot \ell_2}{EA_2} + \frac{F_1 \cdot \ell_3}{EA_3} + \frac{F_2 \cdot \ell_3}{EA_3} = \Delta;$$

$$R\epsilon \left(\frac{\ell_1}{A_1} + \frac{\ell_2}{A_2} + \frac{\ell_3}{A_3} \right) = \frac{F_1 \cdot \ell_1 / 2}{A_1} + \frac{F_1 \cdot \ell_2}{A_2} + \frac{F_1 \cdot \ell_3}{A_3} + \frac{F_2 \cdot \ell_3}{A_3} - \Delta \cdot E;$$

$$R\epsilon \left(\frac{40}{4} + \frac{54}{5} + \frac{30}{7} \right) = \frac{80 \cdot 20}{4} + \frac{80 \cdot 54}{5} + \frac{80 \cdot 30}{7} + \frac{90 \cdot 30}{7} - 0,011 \cdot 2 \cdot 10^4;$$

$$25,086R\epsilon = 400 + 864 + 342,86 + 385,71 - 220;$$

$$R\epsilon = \frac{1772,57}{25,086} = 70,66 \text{ кН}.$$

Аналогично находим вторую неизвестную реакцию R_A , отбрасывая верхнюю заделку (рис. 9).

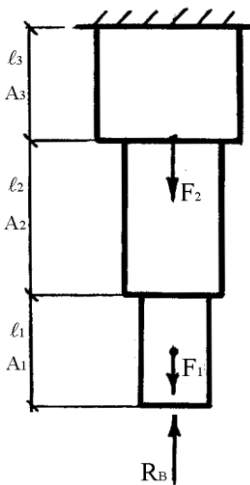


Рис.8. Расчетная схема к определению реакции R_B .

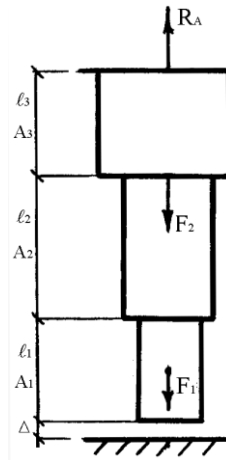


Рис.9. Расчетная схема к определению реакции R_A .

$$\Delta \ell_{RA} + \Delta \ell_F = \Delta;$$

$$\frac{R_A \cdot \ell_3}{EA_3} + \frac{R_A \cdot \ell_2}{EA_2} + \frac{R_A \cdot \ell_1}{EA_1} - \frac{F_2 \cdot \ell_2}{EA_2} - \frac{F_2 \cdot \ell_1}{EA_1} - \frac{F_1 \cdot \ell_1 / 2}{EA_1} = \Delta;$$

$$R_A \left(\frac{\ell_3}{A_3} + \frac{\ell_2}{A_2} + \frac{\ell_1}{A_1} \right) = \Delta \cdot E + \frac{F_2 \cdot \ell_2}{A_2} + \frac{F_2 \cdot \ell_1}{A_1} + \frac{F_1 \cdot \ell_1 / 2}{A_1};$$

$$R_A \left(\frac{30}{7} + \frac{54}{5} + \frac{40}{4} \right) = 220 + \frac{90 \cdot 54}{5} + \frac{90 \cdot 40}{4} + \frac{80 \cdot 20}{4};$$

$$25,086 R_A = 220 + 972 + 900 + 400;$$

$$R_A = \frac{2492}{25,086} = 99,34 \text{ кН}.$$

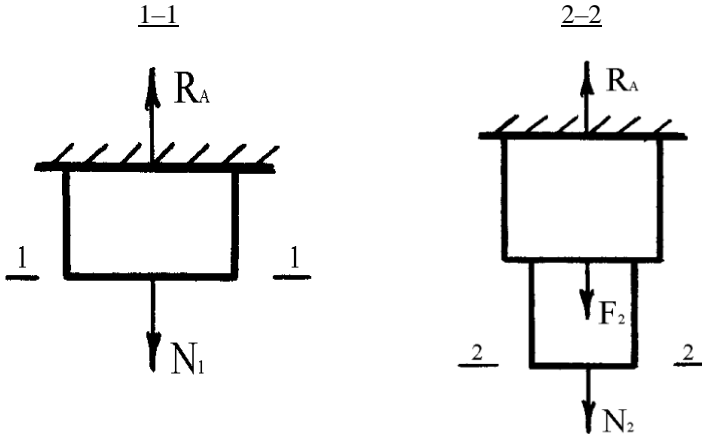
Для проверки правильности определения реакций составляем уравнение статики $\Sigma F(y) = 0$.

$$R_A + R_B - F_2 - F_1 = 0;$$

$$99,34 + 70,66 - 90 - 80 = 0;$$

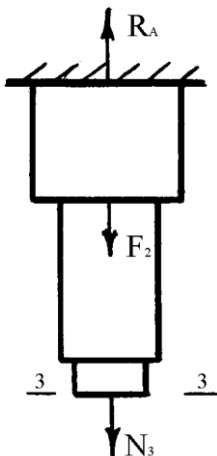
$170 - 170 = 0$, следовательно, реакции определены верно.

Используя метод сечений, определяем внутренние усилия в характерных сечениях стержня, т.е. продольные силы.



$$\begin{aligned}\Sigma F(y) &= 0; \\ R_A - N_1 &= 0; \\ N_1 &= R_A = 99,34 \text{ кН.}\end{aligned}$$

(растяжение)
3-3

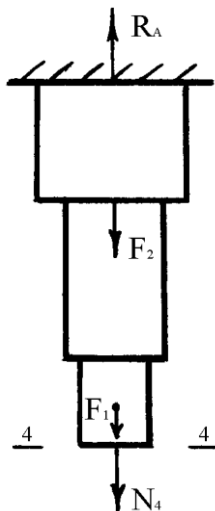


$$\begin{aligned}\Sigma F(y) &= 0; \\ R_A - F_2 - N_3 &= 0; \\ N_3 &= R_A - F_2 = \\ &= 99,34 - 90 = 9,34 \text{ кН.}\end{aligned}$$

(растяжение)

$$\begin{aligned}\Sigma F(y) &= 0; \\ R_A - F_2 - N_2 &= 0; \\ N_2 &= R_A - F_2 = 99,34 - 90 = 9,34 \text{ кН.}\end{aligned}$$

(растяжение)
4-4



$$\begin{aligned}\Sigma F(y) &= 0; \\ R_A - F_2 - F_1 - N_4 &= 0; \\ N_4 &= R_A - F_2 - F_1 = \\ &= 99,34 - 90 - 80 = \\ &= -70,66 \text{ кН.}\end{aligned}$$

(сжатие)

Строим эпюру продольных сил N , (рис. 7,а).

Вычисляем нормальные напряжения в поперечных сечениях стержня

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_3} = \frac{99,34}{7} = 14,19 \text{ кН / см}^2 = 141,9 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{9,34}{5} = 1,87 \text{ кН} / \text{см}^2 = 18,7 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_1} = \frac{9,34}{4} = 2,33 \text{ кН} / \text{см}^2 = 23,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_1} = -\frac{70,66}{4} = -17,67 \text{ кН} / \text{см}^2 = -176,7 \text{ МПа}.$$

На основании полученных значений σ строим эпюру напряжений (рис. 7,б). Опасное сечение – на четвертом участке и, так как $\sigma_{\max} = 176,7 \text{ МПа} < R = 210 \text{ МПа}$, то условие прочности выполняется.

Для определения перемещений отдельных сечений стержня вычисляем абсолютные деформации его участков:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_3}{EA_3} = \frac{99,34 \cdot 30}{2 \cdot 10^4 \cdot 7} = 0,0213 \text{ см} = 0,213 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{EA_2} = \frac{9,34 \cdot 54}{2 \cdot 10^4 \cdot 5} = 0,005 \text{ см} = 0,05 \text{ мм};$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 \cdot l_1 / 2}{EA_1} = \frac{9,34 \cdot 20}{2 \cdot 10^4 \cdot 4} = 0,0023 \text{ см} = 0,023 \text{ мм};$$

$$\Delta l_4 = \frac{N_4 \cdot l_1 / 2}{EA_1} = \frac{-70,66 \cdot 20}{2 \cdot 10^4 \cdot 4} = -0,0176 \text{ см} = -0,176 \text{ мм}.$$

Перемещения характерных сечений стержня находим суммированием абсолютных деформаций отдельных его участков.

$$\delta_A = 0;$$

$$\delta_1 = \delta_A + \Delta l_1 = 0 + 0,213 = 0,213 \text{ мм};$$

$$\delta_2 = \delta_1 + \Delta l_2 = 0,213 + 0,05 = 0,263 \text{ мм};$$

$$\delta_3 = \delta_2 + \Delta l_3 = 0,263 + 0,023 = 0,286 \text{ мм};$$

$$\delta_B = \delta_3 + \Delta l_4 = 0,286 + (-0,176) = 0,11 \text{ мм} = \Delta.$$

Строим эпюру перемещений (рис. 7,в).

Выполняем пункт 3. Определяем, перекрывается ли зазор от температурного воздействия.

$$\Delta \ell_t = \alpha \Delta t (\ell_1 + \ell_2 + \ell_3) = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 55 (40 + 54 + 30) = 0,082 \text{ см} = 0,82 \text{ мм};$$

$$\Delta \ell_t = 0,82 \text{ мм} > \Delta = 0,11 \text{ мм}.$$

Видим, что зазор перекрывается, следовательно, получаем статически неопределимую задачу. Далее последовательность действий такая же, как и в первой части.

$$\begin{aligned} \Delta \ell_{RA} + \Delta \ell_t &= \Delta; \\ \frac{-R_A \cdot \ell_3}{EA_3} - \frac{R_A \cdot \ell_2}{EA_2} - \frac{R_A \cdot \ell_1}{EA_1} + \ell_t &= \Delta; \end{aligned}$$

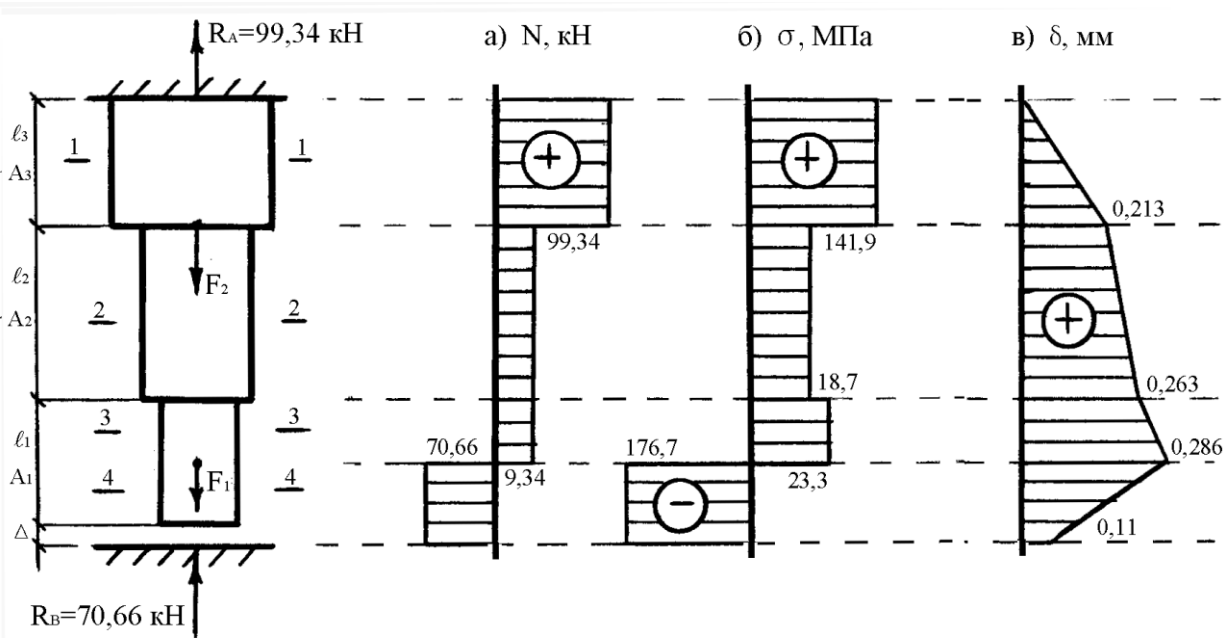


Рис.7. Эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

$$R_A \left(\frac{\ell_3}{A_3} + \frac{\ell_2}{A_2} + \frac{\ell_1}{A_1} \right) = \Delta \ell_t \cdot E - \Delta E;$$

$$R_A \left(\frac{30}{7} + \frac{54}{5} + \frac{40}{4} \right) = 0,0818 \cdot 2 \cdot 10^4 - 0,011 \cdot 2 \cdot 10^4;$$

$$25,086 R_A = 1636 - 220;$$

$$R_A = \frac{1416}{25,086} = 56,45 \text{ кН};$$

$$R_A = R_B = 56,45 \text{ кН};$$

$$N_1 = N_2 = N_3 = -R_A = -56,45 \text{ кН}.$$

$$\sigma_1 = -\frac{N_1}{A_3} = -\frac{56,45}{7} = -8,06 \text{ кН / см}^2 = -80,6 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = -\frac{N_2}{A_2} = -\frac{56,45}{5} = -11,29 \text{ кН / см}^2 = -112,9 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = -\frac{N_3}{A_1} = -\frac{56,45}{4} = -14,11 \text{ кН / см}^2 = -141,1 \text{ МПа}.$$

$$\begin{aligned} \Delta \ell_1 &= -\frac{N_1 \cdot \ell_3}{EA_3} + \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell_3 = -\frac{56,45 \cdot 30}{2 \cdot 10^4 \cdot 7} + 12 \cdot 10^{-6} \cdot 55 \cdot 30 = \\ &= +0,0077 \text{ см} = +0,077 \text{ мм}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \ell_2 &= -\frac{N_2 \cdot \ell_2}{EA_2} + \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell_2 = -\frac{56,45 \cdot 54}{2 \cdot 10^4 \cdot 5} + 12 \cdot 10^{-6} \cdot 55 \cdot 54 = \\ &= +0,0055 \text{ см} = +0,055 \text{ мм}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \ell_3 &= -\frac{N_3 \cdot \ell_1}{EA_1} + \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell_1 = -\frac{56,45 \cdot 40}{2 \cdot 10^4 \cdot 4} + 12 \cdot 10^{-6} \cdot 55 \cdot 40 = \\ &= -0,0022 \text{ см} = -0,022 \text{ мм}. \end{aligned}$$

$$S_1 = 0 + \Delta\ell_1 = 0,077 \text{ мм};$$

$$S_2 = S_1 + \Delta\ell_2 = 0,077 + 0,055 = 0,132 \text{ мм};$$

$$S_3 = S_2 + \Delta\ell_3 = 0,132 + (-0,022) = 0,11 \text{ мм} = \Delta.$$

По полученным данным строим соответствующие эпюры (рис. 10).

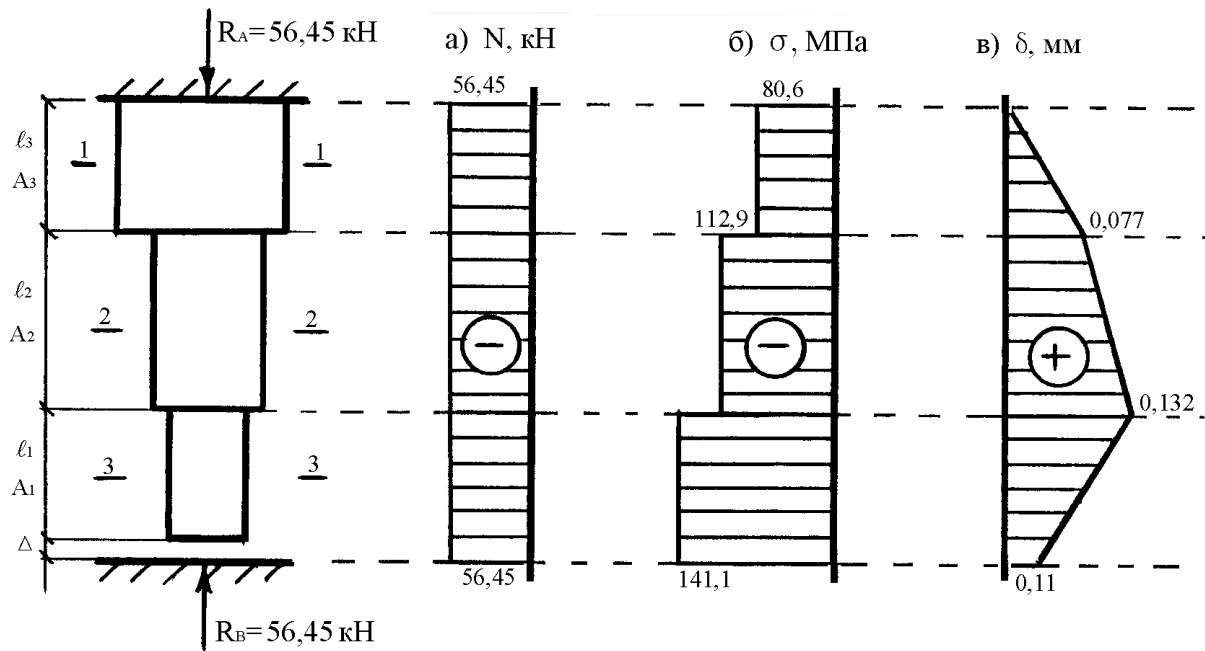
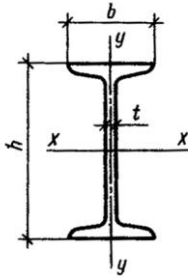


Рис.10. Эпюры продольных сил, напряжений и перемещений.

Задача 2

Дано: сложносоставное сечение: двутавр № 27 + пластина $b \times h = 20 \times 2$ см; из сортамента для двутавра № 27 выписываем геометрические характеристики:



$$\begin{aligned} b &= 12,5 \text{ см}; \\ h &= 27 \text{ см}; \\ A &= 40,2 \text{ см}^2; \\ I_x &= 5010 \text{ см}^4; \\ I_y &= 260 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

Решение

1. Определяем координаты центра тяжести сложносоставного сечения (рис. 11). Для этого выбираем произвольные оси координат x и y , относительно которых определяем координаты центров тяжести отдельно взятых фигур (прокатных профилей).

$$x_{c_1} = \frac{20}{2} = 10 \text{ см};$$

$$x_{c_2} = 20 - \frac{12,5}{2} = 13,75 \text{ см};$$

$$y_{c_1} = 27 + \frac{2}{2} = 28 \text{ см};$$

$$y_{c_2} = \frac{27}{2} = 13,5 \text{ см}.$$

Тогда

$$x_c = \frac{x_{c_1} \cdot A_1 + x_{c_2} \cdot A_2}{A_1 + A_2} = \frac{10 \cdot 40 + 13,75 \cdot 40,2}{40 + 40,2} = 11,9 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{y_{c_1} \cdot A_1 + y_{c_2} \cdot A_2}{A_1 + A_2} = \frac{28 \cdot 40 + 13,5 \cdot 40,2}{40 + 40,2} = 20,7 \text{ см.}$$

Через центр тяжести составного сечения проводим центральные оси x_c и y_c .

2. Вычисляем осевые и центробежные моменты инерции относительно центральных осей x_c и y_c .

$$I_{x_c} = I_{x_{c_1}} + a_1^2 \cdot A_1 + I_{x_{c_2}} + a_2^2 \cdot A_2;$$

$$I_{y_c} = I_{y_{c_1}} + b_1^2 \cdot A_1 + I_{y_{c_2}} + b_2^2 \cdot A_2;$$

$$\begin{aligned} I_{x_c y_c} &= I_{x_{c_1} y_{c_1}} + a_1 \cdot b_1 \cdot A_1 + I_{x_{c_2} y_{c_2}} + a_2 \cdot b_2 \cdot A_2 = \\ &= 0 + a_1 \cdot b_1 \cdot A_1 + 0 + a_2 \cdot b_2 \cdot A_2. \end{aligned}$$

Определяем расстояния между параллельными осями a_1 , b_1 , a_2 , b_2 . Согласно расчетной схеме (рис. 11) имеем

$$a_1 = y_{c_1} - y_c = 28 - 20,7 = 7,3 \text{ см;}$$

$$a_2 = -(y_c - y_{c_2}) = -(20,7 - 13,5) = -7,2 \text{ см;}$$

$$b_1 = -(x_c - x_{c_1}) = -(11,9 - 10) = -1,9 \text{ см;}$$

$$b_2 = x_{c_2} - x_c = 13,75 - 11,9 = 1,85 \text{ см.}$$

$$I_{x_c} = \frac{20 \cdot 2^3}{12} + 7,3^2 \cdot 40 + 5010 + (-7,2)^2 \cdot 40,2 = 9238,9 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_c} = \frac{2 \cdot 20^3}{12} + (-1,9)^2 \cdot 40 + 260 + 1,85^2 \cdot 40,2 = 1875,3 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_c y_c} = 7,3 \cdot (-1,9) \cdot 40 + (-7,2) \cdot 1,85 \cdot 40,2 = -1090,26 \text{ см}^4.$$

3. Определяем положение главных центральных осей и величины главных центральных моментов инерции

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2 \cdot I_{x_c y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = -\frac{2(-1090,26)}{9238,9 - 1875,3} = 0,296;$$

$$2\alpha_0 = 16,5^\circ; \Rightarrow \alpha_0 = 8,25^\circ.$$

$$I_{u,v} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2}\right)^2 + I_{x_c y_c}^2} = \frac{9238,9 + 1875,3}{2} \pm$$

$$\pm \sqrt{\left(\frac{9238,9 - 1875,3}{2}\right)^2 + (-1090,26)^2} = 5557,1 \pm 3839,8;$$

Тогда

$I_U = 5557,1 + 3839,8 = 9396,8 \text{ см}^4$ – максимальный главный центральный момент инерции;

$I_V = 5557,1 - 3839,8 = 1717,3 \text{ см}^4$ – минимальный главный центральный момент инерции.

Проверка: сумма осевых моментов инерции относительно двух взаимно перпендикулярных осей при их повороте остается величиной постоянной

$$I_{x_c} + I_{y_c} = I_U + I_V;$$

$$9238,9 + 1875,3 = 9396,9 + 1717,3;$$

$11114,2 \text{ см}^4 = 11114,2 \text{ см}^4$ – проверочное условие соблюдается.

Положение главных центральных осей определяем следующим образом:

1) при $I_{XcYc} < 0$ главная ось (U_{\max}) проходит через 1-й и 3-й квадранты;

2) если $I_{Xc} > I_{Yc}$, то угол α_0 откладываем от оси X_c .

4. Находим главные радиусы и строим эллипс инерции:

$$i_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}} = \sqrt{\frac{9396,9}{80,2}} = 10,8 \text{ см};$$

$$i_v = \sqrt{\frac{I_v}{A}} = \sqrt{\frac{1717,3}{80,2}} = 4,6 \text{ см}.$$

Для построения эллипса инерции необходимо радиус инерции i_u откладывать на оси (V_{\min}), а радиус инерции i_v – на оси (U_{\max}) (рис. 11).

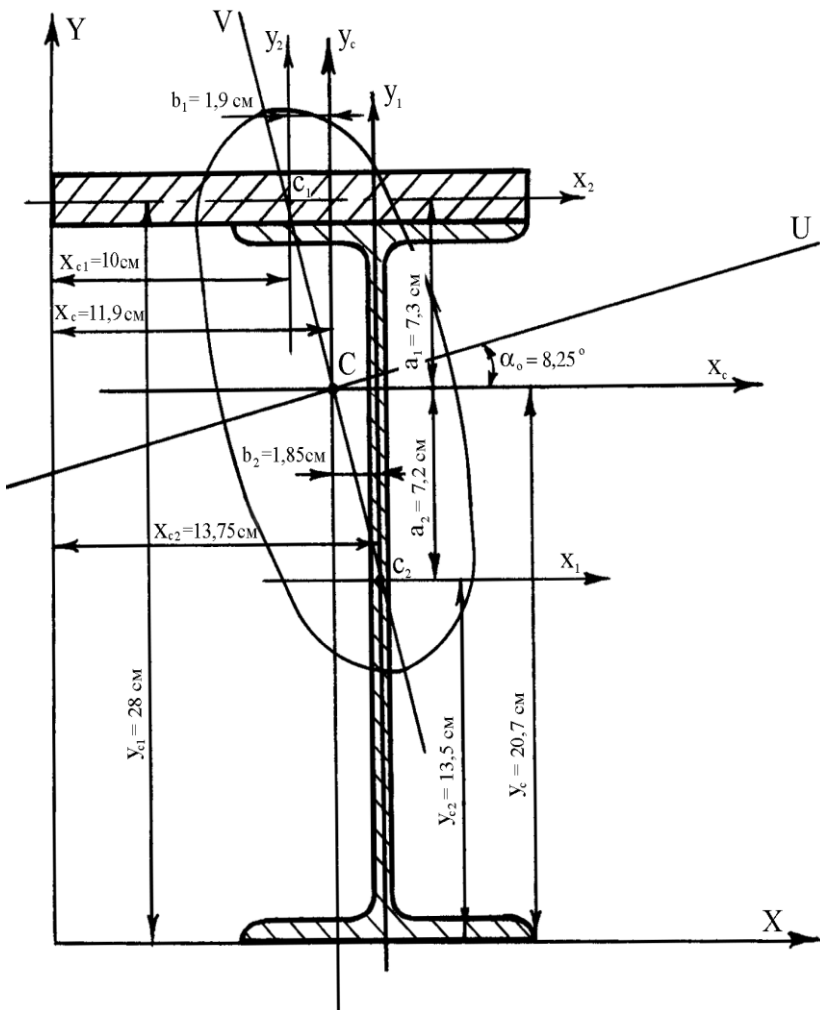


Рис.11. Сложное составное сечение.

Задача 3

Дано: расчетные схемы балок «А» и «В» (рис.12, 13); линейный размер $a = 1,0$ м; нагрузки $F = 24$ кН; $q = 11$ кН/м; $M = 18$ кНм; $[\sigma]_A = 170$ МПа; $[\sigma]_B = 10$ МПа.

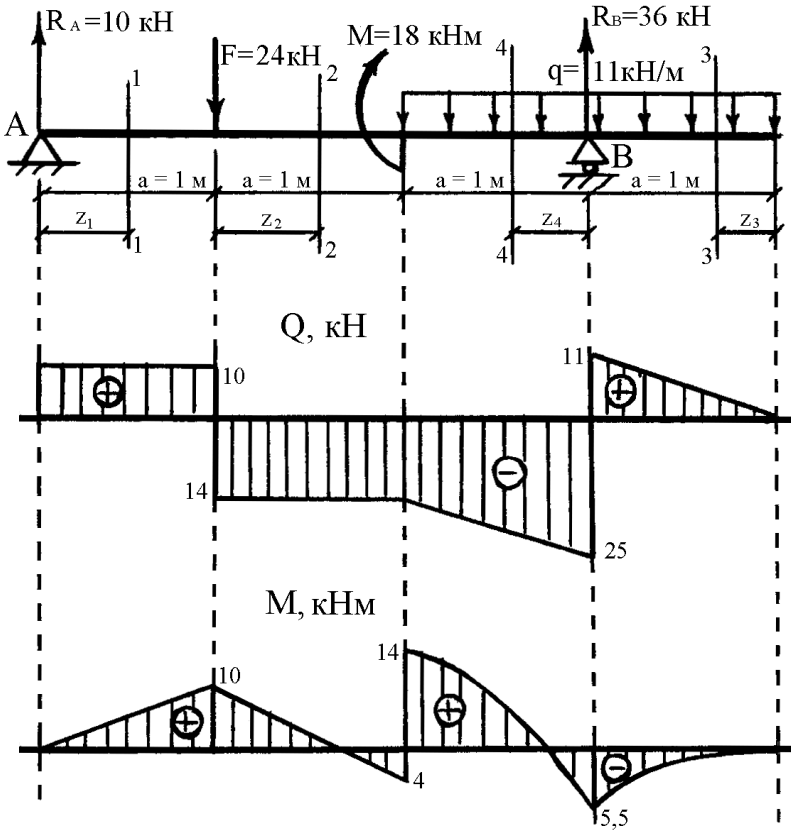


Рис.12. Расчетная схема балки «А», эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Решение для схемы «А»

1. Определяем опорные реакции R_A и R_B . Составляем уравнение статики $\sum M_A = 0$.

$$-F \cdot a - M - q \cdot 2a \cdot (a + 2a) + R_B \cdot 3a = 0;$$

$$R_B = \frac{24 \cdot 1 + 18 + 11 \cdot 2 \cdot 1(1+2)}{3} = \frac{108}{3} = 36 \text{ кН};$$

Составляем уравнение статики $\Sigma M_B = 0$;

$$-R_A \cdot 3a + F \cdot 2a - M = 0;$$

$$R_A = \frac{24 \cdot 2 - 18}{3} = \frac{30}{3} = 10 \text{ кН}.$$

Выполняем проверку правильности расчетов, составляя уравнение статики $\Sigma F(y) = 0$;

$$R_A - F - q \cdot 2a + R_B = 0;$$

$$10 - 24 - 11 \cdot 2 + 36 = 0;$$

$46 - 46 = 0$, т.е. реакции определены верно.

2. Используя метод сечений, определяем внутренние силовые факторы – поперечные силы Q и изгибающие моменты M .

$$0 \leq Z_1 \leq 1 \text{ м};$$

$$Q_{1-1} = R_A = 10 \text{ кН};$$

$$M_{1-1} = R_A \cdot Z_1;$$

$$Z_1 = 0, \quad M_{1-1} = 0;$$

$$Z_1 = 1 \text{ м}, \quad M_{1-1} = 10 \cdot 1 = 10 \text{ кНм}.$$

$$0 \leq Z_2 \leq 1 \text{ м};$$

$$Q_{11-11} = R_A - F = 10 - 24 = -14 \text{ кН};$$

$$M_{11-11} = R_A \cdot (a + Z_2) - F \cdot Z_2;$$

$$Z_2 = 0, \quad M_{11-11} = 10 \cdot 1 = 10 \text{ кНм};$$

$$Z_2 = 1 \text{ м}, \quad M_{11-11} = 10 \cdot (1 + 1) - 24 \cdot 1 = -4 \text{ кНм}.$$

$$0 \leq Z_3 \leq 1 \text{ м};$$

$$Q_{111-111} = q \cdot Z_3;$$

$$Z_3 = 0, \quad Q_{111-111} = 0;$$

$$Z_3 = 1 \text{ м}, \quad Q_{111-111} = 11 \cdot 1 = 11 \text{ кН};$$

$$M_{111-111} = -q \frac{Z_3^2}{2};$$

$$Z_3 = 0, \quad M_{111-111} = 0;$$

$$Z_3 = 1 \text{ м}, \quad M_{I_{III-I_{III}}} = -11 \cdot 1^2 / 2 = -5,5 \text{ кНм.}$$

$$0 \leq Z_4 \leq 1 \text{ м};$$

$$Q_{I_{IV-I_{IV}}} = q \cdot (a + Z_4) - R_B;$$

$$\begin{aligned} Z_4 = 0, & \quad Q_{I_{IV-I_{IV}}} = 11 \cdot 1 - 36 = -25 \text{ кН}; \\ Z_4 = 1 \text{ м}, & \quad Q_{I_{IV-I_{IV}}} = 11 \cdot (1 + 1) - 36 = -14 \text{ кН}; \end{aligned}$$

$$M_{I_{IV-I_{IV}}} = \frac{-q(a + z_4)^2}{2} + R_B \cdot Z_4;$$

$$\begin{aligned} Z_4 = 0, & \quad M_{I_{IV-I_{IV}}} = -11 \cdot 1^2 / 2 = -5,5 \text{ кНм}; \\ Z_4 = 1 \text{ м}, & \quad M_{I_{IV-I_{IV}}} = -11 \cdot (1+1)^2 / 2 + 36 \cdot 1 = 14 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

Под расчетной схемой балки строим эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M (рис.12).

3. Из условия прочности при изгибе подбираем двутавровое сечение балки.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]; \quad \text{откуда}$$

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{14 \cdot 100}{17} = 82,35 \text{ см}^3.$$

По сортаменту для прокатных профилей принимаем двутавр № 14, $W_x^{\text{сорт}} = 81,7 \text{ см}^3$.

Уточняем максимальное нормальное напряжение

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x^{\text{сорт}}} = \frac{14 \cdot 100}{81,7} = 17,13 \text{ кН} / \text{см}^2 > [\sigma] = 17,0 \text{ кН} / \text{см}^2.$$

Перенапряжение составляет

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma_{\max} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{17,13 - 17}{17} \cdot 100\% = 0,76\% < 5\%,$$

что при проектировочных расчетах является допустимым.

Решение для схемы «В»

1. Для консольной балки реакции в заделке можно не определять, а сразу вычислять внутренние усилия Q и M , используя метод сечений. Начинаем со свободного конца консоли.

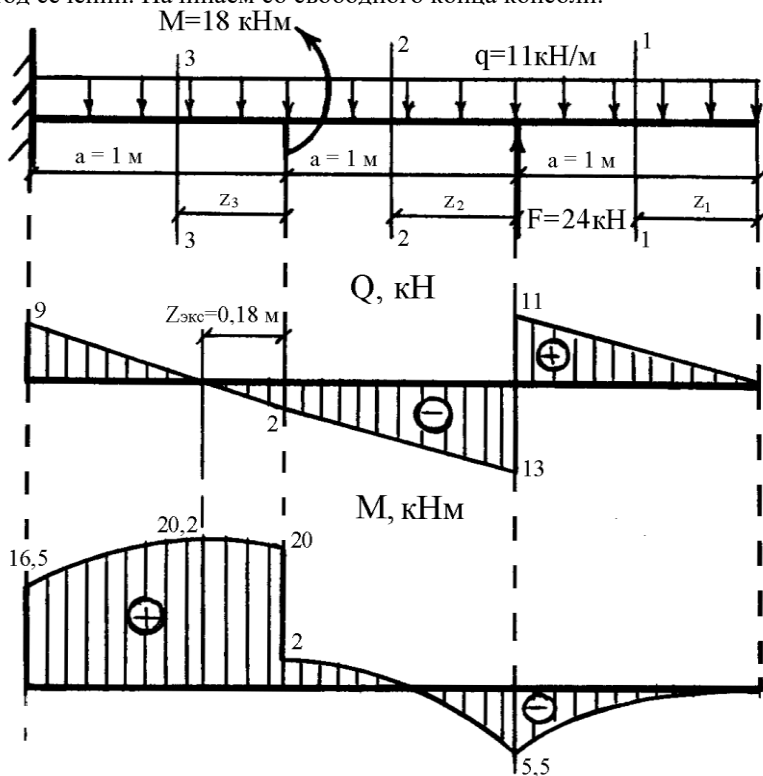


Рис.13. Расчетная схема балки «В», эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

$$0 \leq Z_1 \leq 1 \text{ м};$$

$$Q_{I-I} = qZ_1;$$

$$Z_1 = 0, \quad Q_{I-I} = 0;$$

$$Z_1 = 1 \text{ м}, \quad Q_{I-I} = 11 \cdot 1 = 11 \text{ кН};$$

$$M_{1-1} = -q \frac{Z_1^2}{2}; M_{1-1} = -q \frac{Z_1^2}{2};$$

$$Z_1 = 0, \quad M_{1-1} = 0;$$

$$Z_1 = 1 \text{ м}, \quad M_{1-1} = -q \frac{Z_1^2}{2}; M_{1-1} = -11 \frac{1^2}{2} = -5,5 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

$$0 \leq Z_2 \leq 1 \text{ м};$$

$$Q_{\text{II-II}} = q \cdot (a + Z_2) - F;$$

$$Z_2 = 0, \\ Z_2 = 1 \text{ м},$$

$$Q_{\text{II-II}} = 11 \cdot 1 - 24 = -13 \text{ кН}; \\ Q_{\text{II-II}} = 11 (1 + 1) - 24 = -2 \text{ кН};$$

$$M_{1-1} = -q \frac{Z_1^2}{2}; M_{\text{II-II}} = -q \frac{(a + Z_2)^2}{2} + F \cdot Z_2;$$

$$Z_2 = 0, \quad M_{\text{II-II}} = -11 \frac{1^2}{2} = -5,5 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$Z_2 = 1 \text{ м},$$

$$M_{1-1} = -q \frac{Z_1^2}{2}; M_{\text{II-II}} = -11 \frac{(1+1)^2}{2} + 24 \cdot 1 = 2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

$$0 \leq Z_3 \leq 1 \text{ м};$$

$$Q_{\text{III-III}} = q \cdot (2a + Z_3) - F;$$

$$Z_3 = 0, \\ Z_3 = 1 \text{ м},$$

$$Q_{\text{III-III}} = 11 \cdot 2 - 24 = -2 \text{ кН}; \\ Q_{\text{III-III}} = 11 (2 + 1) - 24 = 9 \text{ кН};$$

$$M_{\text{III-III}} = -q \frac{(2a + Z_3)^2}{2} + F \cdot (a + Z_3) + M;$$

$$Z_3 = 0, \quad M_{\text{III-III}} = -11 \frac{2^2}{2} + 24 \cdot 1 + 18 = 20 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$Z_3 = 1 \text{ м}, \quad M_{1-1} = -q \frac{Z_1^2}{2}; M_{\text{III-III}} = -11 \frac{3^2}{2} + 24 \cdot 2 + 18 = 16,5 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

$$Q_{\text{III-III}} = 0;$$

$$q \cdot (2a + Z_3) - F = 0;$$

$$2q + q Z_3 - F = 0; \quad 2 \cdot 11 + 11 \cdot Z_3 - 24 = 0;$$

$$Z_{3 \text{ экс}} = 2/11 = 0,18 \text{ м};$$

при $Z_{3 \text{ экс}} = 0,18 \text{ м}$ находим

$$M_{\text{ш-ш}} = -11 \frac{2,18^2}{2} + 24 \cdot 1,18 + 18 = 20,2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Под расчетной схемой консольной балки строим эпюры Q и M (рис.13).

2. Подбираем прямоугольное сечение балки с соотношением сторон 1:2, т.е.

$$\frac{b}{h} = \frac{1}{2}; \quad h = 2 b.$$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_x} \leq [\sigma];$$

$$W_x \geq \frac{M_{\text{max}}}{[\sigma]} = \frac{20,2 \cdot 100}{1,0} = 2020 \text{ см}^3.$$

Для прямоугольного сечения $W_x = \frac{bh^2}{6}$, подставляя заданное соотношение, получим

$$\frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{4b^3}{6} = \frac{2b^3}{3};$$

$$\frac{2b^3}{3} = 2020; \quad b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 2020}{2}} \approx 14,5 \text{ см}; \quad h = 29 \text{ см}.$$

Уточняем $W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{14,5 \cdot 29^2}{6} = 2032 \text{ см}^3$ и определяем максимальное напряжение

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_x} = \frac{20,2 \cdot 100}{2032} = 0,99 \text{ кН/см}^2 = 9,9 \text{ МПа} < [\sigma] = 10 \text{ МПа}.$$

Недонапряжение составляет $\Delta\sigma = \frac{1,0 - 0,99}{0,99} 100\% = 1\% < 5\%$.

Для прямоугольного сечения

$$\tau_{\text{max}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{\text{max}}}{A} = \frac{3}{2} \cdot \frac{13}{14,5 \cdot 29} = 0,05 \text{ кН/см}^2 = 0,5 \text{ МПа}.$$

3. Для опасных сечений балки строим эпюры нормальных σ и касательных τ напряжений (рис. 14).

Задача 4

Дано: расчетная схема стального вала (рис. 15) с нагрузками: $M_1 = 600$ Нм, $M_2 = 900$ Нм, $M_3 = 1800$ Нм, линейными размерами $a = 1,0$ м, $b = c = 1,2$ м, прочностными характеристиками $[\tau] = 45$ МПа, $G = 0,8 \cdot 10^5$ МПа.

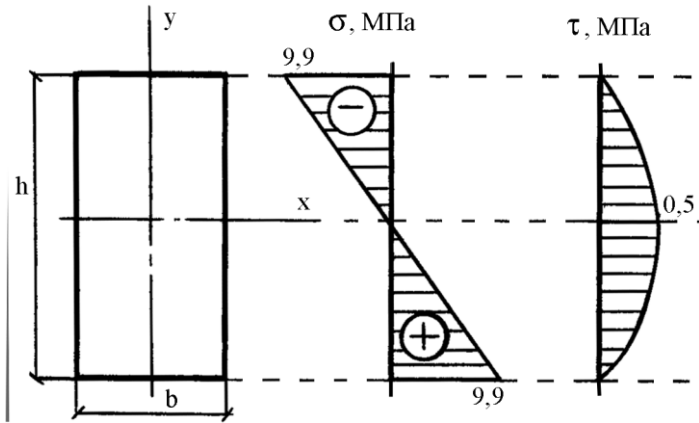


Рис.14. Эпюры нормальных σ и касательных τ напряжений.

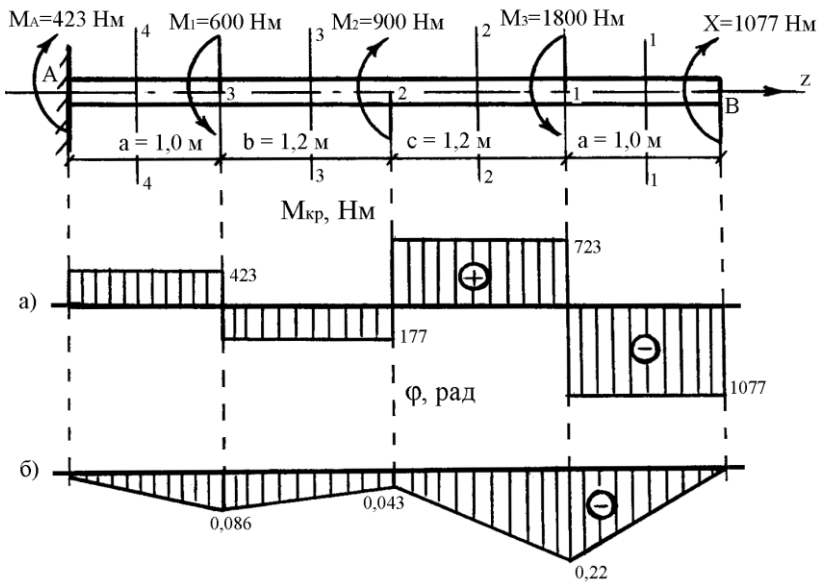


Рис.15. Расчетная схема вала, эпюра крутящих моментов и углов закручивания вала.

Решение

1. Определяем значение момента X из условия, что угол поворота правого концевого сечения вала равен 0.

$$\varphi_B = 0;$$

т.е., используя принцип независимости действия сил, можем записать

$$\varphi_B^{M1} + \varphi_B^{M2} + \varphi_B^{M3} + \varphi_B^X = 0.$$

В свою очередь, при кручении вала угол закручивания определяется как

$$\varphi = \frac{M \cdot \ell}{G \cdot I_\rho}$$

$$\frac{M_1 \cdot a}{G \cdot I_\rho} - \frac{M_2 (a+b)}{G \cdot I_\rho} + \frac{M_3 (a+b+c)}{G \cdot I_\rho} - \frac{X (2a+b+c)}{G \cdot I_\rho} = 0;$$

$$X = \frac{M_1 a - M_2 (a+b) + M_3 (a+b+c)}{2a+b+c} =$$

$$= \frac{600 \cdot 1 - 900 \cdot (1+1,2) + 1800 (1+1,2+1,2)}{2+1,2+1,2} = \frac{4740}{4,4} = 1077 \text{ Нм.}$$

2. Определяем крутящие моменты в поперечном сечении вала, используя метод сечений

$$M_{кр1} = -X = -1077 \text{ Нм;}$$

$$M_{кр2} = -X + M_3 = -1077 + 1800 = 723 \text{ Нм;}$$

$$M_{кр3} = -X + M_3 - M_2 = -1077 + 1800 - 900 = -177 \text{ Нм;}$$

$$M_{кр4} = -X + M_3 - M_2 + M_1 = -1077 + 1800 - 900 + 600 = 423 \text{ Нм.}$$

По полученным данным строим эпюру крутящих моментов (рис.15,а).

3. Подбираем диаметр вала из расчета на прочность при кручении

$$\tau_{\max} = \frac{M_{sp}^{\max}}{W_\rho} \leq [\tau];$$

$$W_\rho \geq \frac{M_{sp}^{\max}}{[\tau]} = \frac{1,077 \cdot 100}{4,5} = 23,93 \text{ см}^3.$$

Для круглого сечения вала

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}; \quad \text{тогда} \quad \frac{\pi d^3}{16} = 23,93;$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 23,93}{3,14}} = 4,96 \text{ см} \approx 50 \text{ мм}.$$

Округляем диаметр вала до стандартного значения $d_b = 50$ мм.

4. Вычисляем углы закручивания вала на отдельных участках, начиная со свободного конца, по формуле

$$\varphi = \frac{M_{кр} \cdot \ell}{G \cdot I_p}; \quad \text{где}$$

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 5^4}{32} = 61,328 \text{ см}^4.$$

$$\varphi_{A-3} = \frac{M_{кр4} \cdot a}{G \cdot I_p} = \frac{42,3 \cdot 100}{0,8 \cdot 10^4 \cdot 61,328} = 0,0086 \text{ рад};$$

$$\varphi_{3-2} = \frac{M_{кр3} \cdot b}{G \cdot I_p} = -\frac{17,7 \cdot 120}{0,8 \cdot 10^4 \cdot 61,328} = -0,0043 \text{ рад};$$

$$\varphi_{2-1} = \frac{M_{кр2} \cdot c}{G \cdot I_p} = \frac{72,3 \cdot 120}{0,8 \cdot 10^4 \cdot 61,328} = 0,0177 \text{ рад};$$

$$\varphi_{1-B} = \frac{M_{кр1} \cdot a}{G \cdot I_p} = -\frac{107,7 \cdot 100}{0,8 \cdot 10^4 \cdot 61,328} = -0,022 \text{ рад}.$$

Определяем углы закручивания вала в характерных сечениях.

$$\varphi_{3-A} = \varphi_{A-3} = 0,0086 \text{ рад};$$

$$\varphi_{2-A} = \varphi_{A-3} + \varphi_{3-2} = 0,0086 - 0,0043 = 0,0043 \text{ рад};$$

$$\varphi_{1-A} = \varphi_{2-A} + \varphi_{2-1} = 0,0043 + 0,0177 = 0,022 \text{ рад};$$

$$\varphi_{B-A} = \varphi_{1-A} + \varphi_{1-B} = 0,022 - 0,022 = 0.$$

По полученным данным строим эпюру углов закручивания вала (рис.15,б).

5. Определяем наибольший относительный угол закручивания вала

$$\theta_{A-3} = \frac{\varphi_{A-3}}{a} = \frac{0,0086}{1} = 0,0086 \text{ рад} / \text{м};$$

$$\theta_{3-2} = \frac{\varphi_{3-2}}{b} = -\frac{0,0043}{1,2} = -0,0036 \text{ рад} / \text{м};$$

$$\theta_{2-1} = \frac{\varphi_{2-1}}{c} = \frac{0,0177}{1,2} = 0,0148 \text{ рад} / \text{м};$$

$$\theta_{1-B} = \frac{\varphi_{1-B}}{a} = -\frac{0,022}{1} = -0,022 \text{ рад} / \text{м};$$

Тогда $\theta_{\max} = \theta_{1-B} = 0,022 \text{ рад} / \text{м}.$

Задача 5

Дано: расчетная схема рамы (рис. 16) с линейными размерами $\ell = 12$ м, $h = 4$ м; и нагрузкой $q = 11$ кН/м.

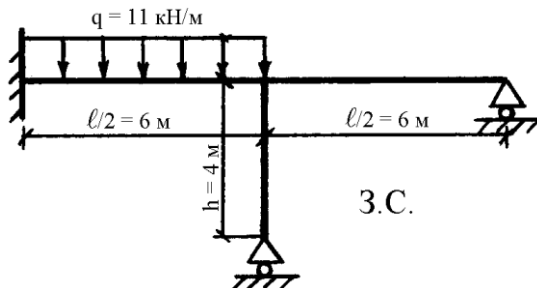


Рис.16. Расчетная схема рамы.

Решение

1. Определяем степень статической неопределимости заданной расчетной схемы (3.C.) рамы
 $n = R - Y = 5 - 3 = 2$ раза статически неопределимая система.
2. Выбираем основную систему (О.С.) (рис. 17).

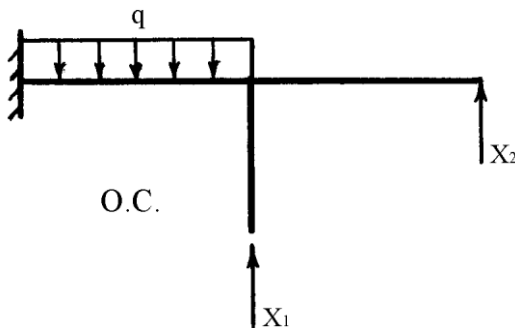


Рис.17. Вариант основной системы (О.С.).

3. Составляем канонические уравнения метода сил

$$\begin{cases} X_1 \cdot \delta_{11} + X_2 \cdot \delta_{12} + \Delta_{1F} = 0 \\ X_1 \cdot \delta_{21} + X_2 \cdot \delta_{22} + \Delta_{2F} = 0 \end{cases}$$

4. Построим эпюры изгибающих моментов от заданной внешней нагрузки q и от единичных сил X_1 и X_2 (рис. 18).

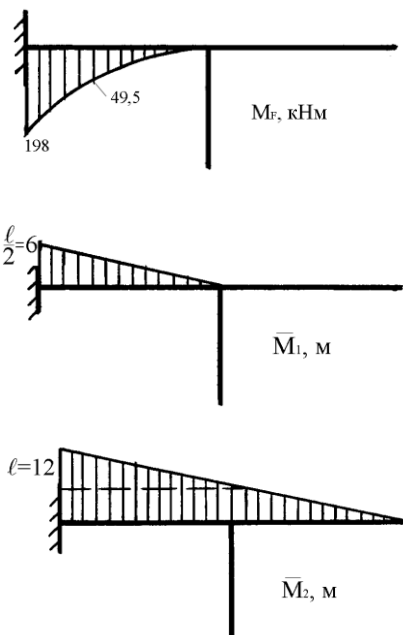


Рис.18. Грузовая и единичные эпюры изгибающих моментов.

5. Вычисляем коэффициенты и свободные (грузовые) члены канонических уравнений

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI_x} \bar{M}_1 \cdot \bar{M}_1 = \frac{1}{EI_x} \left(\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 \right) = \frac{72}{EI_x};$$

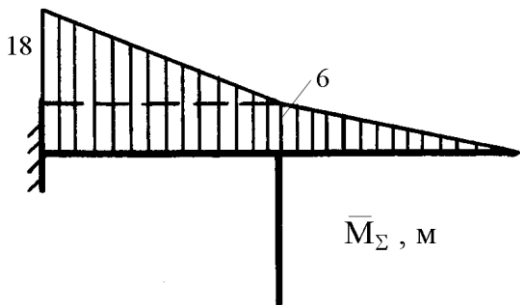
$$\delta_{22} = \frac{1}{EI_x} \bar{M}_2 \cdot \bar{M}_2 = \frac{1}{EI_x} \left(\frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 \right) = \frac{576}{EI_x};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI_x} \bar{M}_1 \cdot \bar{M}_2 = \frac{1}{EI_x} \left(6 \cdot 6 \cdot \frac{6}{2} + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 \right) = \frac{180}{EI_x};$$

$$\Delta_{1F} = \frac{1}{EI_x} M_F \cdot \bar{M}_1 = -\frac{1}{EI_x} \left(\frac{1}{3} \cdot 198 \cdot 6 \cdot \frac{3}{4} \cdot 6 \right) = -\frac{1782}{EI_x};$$

$$\Delta_{2F} = \frac{1}{EI_x} M_F \cdot \bar{M}_2 = -\frac{1}{EI_x} \left(\frac{1}{3} \cdot 198 \cdot 6 \cdot \left(6 + \frac{3}{4} \cdot 6 \right) \right) = -\frac{4158}{EI_x}.$$

Проведем контроль правильности определения коэффициентов и свободных (грузовых) членов канонических уравнений. Для этого построим суммарную эпюру изгибающих моментов от единичных сил X_1 и X_2 . (рис. 19).



Проверка – должны выполняться соотношения:

$$\begin{aligned} \delta_{SS} &= \delta_{11} + \delta_{22} + \\ &+ \delta_{12} + \delta_{21}; \\ \Delta_{SF} &= \Delta_{1F} + \Delta_{2F}. \end{aligned}$$

Рис.19. Суммарная единичная эпюра.

$$\delta_{SS} = \frac{1}{EI_x} \bar{M}_\Sigma \cdot \bar{M}_\Sigma = \frac{1}{EI_x} \left(\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 + 6 \cdot 6 \cdot \left(6 + \frac{12}{2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6 \cdot \left(6 + \frac{2}{3} \cdot 12 \right) \right) = \frac{1008}{EI_x};$$

$$\Delta_{SF} = \frac{1}{EI_x} M_F \cdot \bar{M}_\Sigma = -\frac{1}{EI_x} \left(\frac{1}{3} \cdot 198 \cdot 6 \cdot \left(6 + \frac{3}{4} \cdot 12 \right) \right) = -\frac{5940}{EI_x};$$

$$\delta_{11} + \delta_{22} + 2 \cdot \delta_{12} = \frac{72}{EI_x} + \frac{576}{EI_x} + \frac{2 \cdot 180}{EI_x} = \frac{1008}{EI_x};$$

$$\Delta_{1F} + \Delta_{2F} = -\frac{1782}{EI_x} - \frac{4158}{EI_x} = -\frac{5940}{EI_x}.$$

Коэффициенты определены правильно.

Решаем систему канонических уравнений и находим величины лишних неизвестных X_1 и X_2 .

$$\begin{cases} X_1 \frac{72}{EI_x} + X_2 \frac{180}{EI_x} = \frac{1782}{EI_x} \\ X_1 \frac{180}{EI_x} + X_2 \frac{576}{EI_x} = \frac{4158}{EI_x} \end{cases}; \quad \begin{aligned} X_1 &= 30,65 \text{ кН;} \\ X_2 &= -2,36 \text{ кН.} \end{aligned}$$

6. Построим расчетные эпюры M , Q и N . Окончательную эпюру изгибающих моментов M можно получить путем сложения эпюр, используя следующее выражение:

$$M = M_F + X_1 \bar{M}_1 + X_2 \bar{M}_2.$$

Строим исправленные эпюры $X_1 \bar{M}_1$ и $X_2 \bar{M}_2$ (рис. 20). Здесь же приведем построенную ранее грузовую эпюру изгибающих моментов (рис. 21).

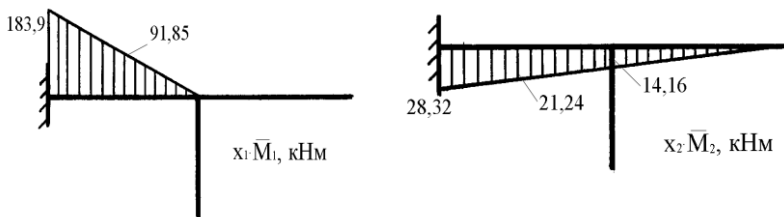


Рис.20. Исправленные единичные эпюры изгибающих моментов.

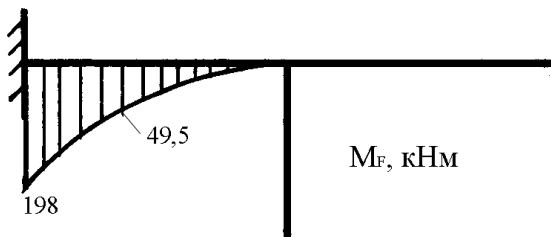


Рис.21. Грузовая эпюра изгибающих моментов.

Окончательная (расчетная) эпюра изгибающих моментов M представлена на рис.22.

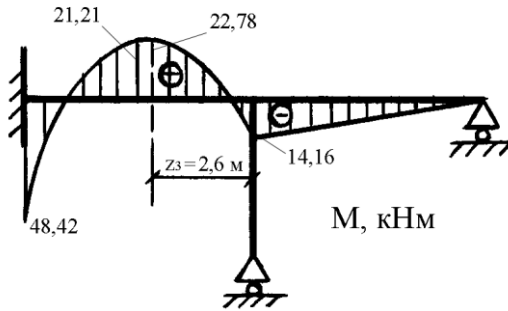


Рис.22. Расчетная эпюра изгибающих моментов.

Для построения эпюр поперечных и продольных сил используем метод сечений (рис.23 – 25).

Участок I–I.

$$0 \leq Z_1 \leq 4 \text{ м};$$

$$Q_{I-I} = 0;$$

$$N_{I-I} = -X_1 = -30,65 \text{ кН}.$$

Участок II– II.

$$0 \leq Z_2 \leq 6 \text{ м};$$

$$Q_{II-II} = X_2 = 2,36 \text{ кН};$$

$$N_{II-II} = 0.$$

Участок III – III.

$$0 \leq Z_3 \leq 6 \text{ м};$$

$$Q_{III-III} = X_2 - X_1 + qZ_3;$$

$$Z_3 = 0, \quad Q_{111-111} = 2,36 - 30,65 = -28,29 \text{ кН};$$

$$Z_3 = 6 \text{ м}, \quad Q_{111-111} = -28,29 + 11 \cdot 6 = 37,71 \text{ кН}.$$

$$N_{III-III} = 0.$$

Определим значение экстремального изгибающего момента, для чего необходимо знать местоположение сечения, в котором поперечная сила равна нулю.

$$Q_{111-111} = 0;$$

$$x_2 - x_1 + qZ_3 = 0; \text{ откуда}$$

$$Z_3^{\text{экс}} = \frac{-x_2 + x_1}{q} = \frac{28,29}{11} = 2,6 \text{ м}.$$

$$\text{Тогда } M_{111-111} = X_1 \cdot Z_3 - X_2 \cdot (6 + Z_3) - q \frac{Z_3^2}{2}; \quad Z_3 = 2,6 \text{ м},$$

$$M_{111-111} = 30,65 \cdot 2,6 - 2,36 \cdot (6 + 2,6) - 11 \cdot \frac{2,6^2}{2} = 22,78 \text{ кНм.}$$

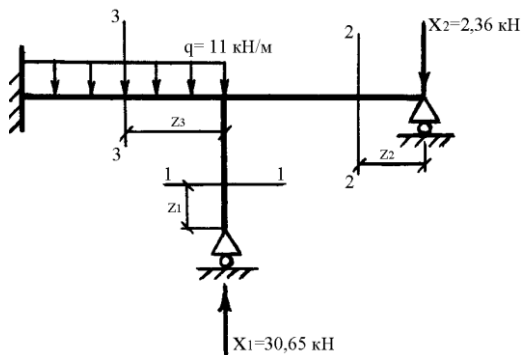


Рис.23. Расчетная схема рамы.

7. Выполним статическую проверку узла рамы (рис. 26).
Проверка $\Sigma F (y) = 0$;

$$- 28,29 - 2,36 + 30,65 = 0.$$

$$\Sigma F (x) = 0. \quad \Sigma M_1 = 0; \quad 14,16 - 14,16 = 0.$$

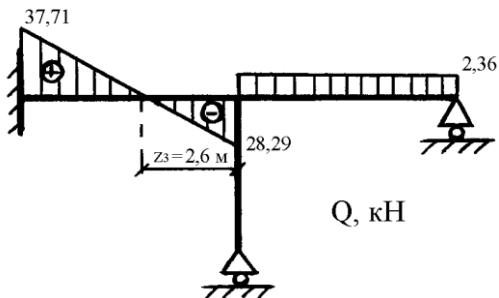


Рис.24. Эпюра поперечных сил.

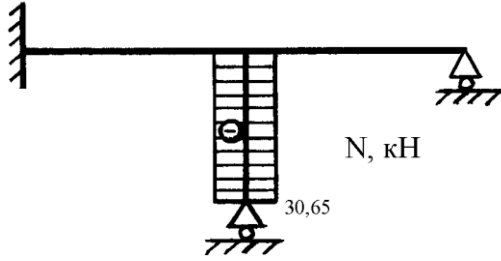


Рис.25. Эпюра продольных сил.

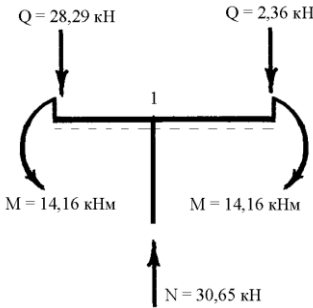


Рис.26. Схема узла рамы.

Задача 6

Дано: расчетная схема стального стержня (рис. 27) заданного поперечного сечения длиной $\ell = 3,0$ м, продольная сжимающая сила $F = 750$ кН; $[\sigma] = 195$ МПа.

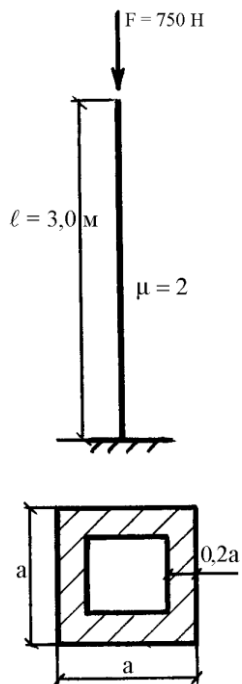


Рис.27. Расчетная схема стержня.

Решение

1. Подбираем размеры поперечного сечения стержня из условия устойчивости. Определяем геометрические характеристики поперечного сечения стойки:

площадь сечения – $A = a^2 - (0,6a)^2 = 0,64a^2$;

$$\text{сторона} - a = \sqrt{\frac{A}{0,64}} = \frac{\sqrt{A}}{0,8};$$

минимальный осевой момент инерции –

$$I_{\min} = \frac{a^4}{12} - \frac{(0,6a)^4}{12} = 0,0725a^4;$$

минимальный радиус инерции сечения –

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{0,0725 \cdot a^4}{0,64 \cdot a^2}} = 0,336 \cdot a.$$

Гибкость стержня определяется по выражению

$$\lambda = \frac{\mu \cdot \ell}{i_{\min}} = \frac{2 \cdot 300}{0,336 \cdot a} = \frac{1785,71}{a}.$$

Из условия устойчивости сжатых стержней выражаем требуемую площадь поперечного сечения стержня

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{\varphi \cdot A} \leq [\sigma],$$

где φ – коэффициент продольного изгиба, выбираем из таблиц [1, с.449; 2, с.508; 3, прил.9] в зависимости от гибкости λ ;

$$A_{mp} = \frac{F}{\varphi \cdot [\sigma]} = \frac{750}{\varphi \cdot 19,5} = \frac{38,46}{\varphi}.$$

Решаем задачу методом последовательных приближений.

В первом приближении принимаем $\varphi_1 = 0,5$.

$$A_1^{mp} = \frac{38,46}{0,5} = 76,92 \text{ см}^2;$$

$$a_1 = \frac{\sqrt{76,92}}{0,8} = 10,96 \text{ см} \approx 11 \text{ см};$$

$$\lambda_1 = \frac{1785,71}{11} = 162;$$

по таблице находим $\varphi_2 = 0,284$.

Проверяем условие устойчивости в первом приближении

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{F}{\varphi_2 A_1^{mp}} = \frac{750}{0,284 \cdot (0,64 \cdot 11^2)} = \\ &= 34,1 \text{ кН} / \text{см}^2 > [\sigma] = 19,5 \text{ кН} / \text{см}^2. \end{aligned}$$

Условие устойчивости не выполняется, необходимо сделать следующее приближение.

Второе приближение:

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \frac{0,5 + 0,284}{2} = 0,392;$$

$$A_2^{mp} = \frac{38,46}{0,392} = 98,12 \text{ см}^2;$$

$$a_2 = \frac{\sqrt{98,12}}{0,8} = 12,4 \text{ см};$$

$$\lambda_2 = \frac{1785,71}{12,4} = 144;$$

$$\varphi_4 = 0,344.$$

Проверяем условие устойчивости во втором приближении

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{\varphi_4 A_2^{mp}} = \frac{750}{0,344 \cdot (0,64 \cdot 12,4^2)} =$$

$$= 22,15 \text{ кН} / \text{см}^2 > [\sigma] = 19,5 \text{ кН} / \text{см}^2.$$

Условие устойчивости не выполняется, необходимо сделать следующее приближение.

Третье приближение:

$$\varphi_5 = \frac{\varphi_3 + \varphi_4}{2} = \frac{0,392 + 0,344}{2} = 0,368;$$

$$A_3^{mp} = \frac{38,46}{0,368} = 104,52 \text{ см}^2;$$

$$a_3 = \frac{\sqrt{104,52}}{0,8} = 12,8 \text{ см};$$

$$\lambda_3 = \frac{1785,71}{12,8} = 140;$$

$$\varphi_6 = 0,36.$$

Проверяем условие устойчивости в третьем приближении

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \frac{F}{\varphi_6 A_3^{mp}} = \frac{750}{0,36 \cdot (0,64 \cdot 12,8^2)} = \\ &= 19,87 \text{ кН} / \text{см}^2 > [\sigma] = 19,5 \text{ кН} / \text{см}^2. \end{aligned}$$

Условие устойчивости не выполняется, необходимо сделать следующее приближение.

Четвертое приближение:

$$\varphi_7 = \frac{\varphi_5 + \varphi_6}{2} = \frac{0,368 + 0,36}{2} = 0,364;$$

$$A_4^{mp} = \frac{38,46}{0,364} = 105,66 \text{ см}^2;$$

$$a_4 = \frac{\sqrt{105,66}}{0,8} = 12,9 \text{ см};$$

$$\lambda_4 = \frac{1785,71}{12,9} = 139;$$

$$\varphi_8 = 0,364.$$

Проверяем условие устойчивости в четвертом приближении

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{\varphi_8 A_4^{mp}} = \frac{750}{0,364 \cdot (0,64 \cdot 12,9^2)} =$$

$$= 19,35 \text{ кН} / \text{см}^2 < [\sigma] = 19,5 \text{ кН} / \text{см}^2,$$

оно выполняется, значит, окончательно принимаем размеры поперечного сечения стойки

$$a = 12,9 \text{ см}, \quad A = 106,5 \text{ см}^2.$$

2. Определяем критическую силу для стержня полученного поперечного сечения и коэффициент запаса его устойчивости. Так как гибкость стержня $\lambda = 139 > \lambda_{\text{кр}} \approx 100$ для Ст-3, то критическую силу вычисляем по формуле Эйлера;

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{(\mu \ell)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 2007,7}{(2 \cdot 300)^2} = 1099,7 \text{ кН};$$

$$I_{\min} = 0,0725a^4 = 0,0725 \cdot 12,9^4 = 2007,7 \text{ см}^4;$$

Тогда коэффициент запаса устойчивости будет равен

$$\eta = \frac{F_{\text{кр}}}{F} = \frac{1099,7}{750} = 1,5.$$

4. ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ВОПРОСОВ

1. Цель и задачи курса «Сопротивление материалов» по изучению напряженно-деформированного состояния и работоспособности элементов конструкций [1, с.9...10].

2. Основные термины и понятия, применяемые в курсе «Сопротивление материалов» [1, с.11...15].

3. Расчетная схема и реальные конструкции [2, с.7...10].

4. Основные объекты, изучаемые в курсе «Сопротивление материалов» [1, с.11...15].

5. Внешние силы и их классификация [4, с.16...18].

6. Внутренние силовые факторы, метод сечений [2, с.10...14].

7. Напряжение полное, нормальное и касательное [1, с.21...22].

8. Классификация видов нагружения по внутренним силовым факторам [2, с.12...14].

9. Общие понятия о деформациях и перемещениях (линейных, угловых) [1, с.22...26].

10. Растяжение и сжатие. Построение эпюры продольных сил [1, с.33...36; 2, с.22...26].
11. Напряжения в поперечных сечениях растянутых (сжатых) стержней [2, с.26...30].
12. Деформации растянутых и сжатых стержней. Закон Гука. Коэффициент Пуассона [1, с.36...42].
13. Потенциальная энергия упругой деформации при растяжении и сжатии [1, с.42...44].
14. Испытание материалов на растяжение. Диаграмма растяжения и ее характерные параметры [2, с.33...44].
15. Особенности деформирования пластичных и хрупких материалов при растяжении и сжатии [4, с.50...58].
16. Испытание материалов на сжатие. Диаграмма сжатия [4, с.52...55].
17. Методы расчетов на прочность и жесткость (метод допускаемых напряжений, расчет по допускаемым нагрузкам) [1, с.29...32].
18. Статический момент площади и центр тяжести сечения [2, с.136...139].
19. Моменты инерции плоских сечений. Изменение моментов инерции сечения при параллельном переносе осей [2, с.140...148].
20. Моменты инерции плоских сечений. Изменение моментов инерции сечения при повороте осей [2, с.149...150].
21. Главные оси и главные моменты инерции. Эллипс инерции [3, с.238...242, 244...245].
22. Сдвиг. Закон Гука при сдвиге [2, с.121...125].
23. Расчеты на срез и смятие при сдвиге [3, с.147...153].
24. Расчет соединений шпонкой. Расчеты болтовых и заклепочных соединений [3, с.147...153].
25. Напряженное состояние в точке. Виды напряженного состояния [1, с.252...258].
26. Обобщенный закон Гука [1, с.279...284].
27. Общие сведения об изгибе [3, с.188...192].
28. Внутренние силовые факторы при плоском поперечном изгибе. Поперечная сила, изгибающий момент [1, с.131...140].
29. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов [1, с.131...140].
30. Дифференциальные зависимости при изгибе [2, с.217...220].
31. Связь между нормальными напряжениями и изгибающим моментом [1, с.140...147].
32. Связь между нормальными напряжениями и изгибающим моментом [2, с.239...248].
33. Моменты сопротивления сечения изгибу [2, с.239...248].
34. Расчеты на прочность по нормальным напряжениям [3, с.224...227].

35. Определение касательных напряжений при изгибе [1, с.149...158].
36. Потенциальная энергия деформации при изгибе [2, с.262...265].
37. Уравнение изогнутой оси (упругой линии) балки [1, с.165...169].
38. Метод непосредственного интегрирования дифференциального уравнения упругой линии при определении перемещений [2, с.287...293].
39. Косой изгиб. Нормальные напряжения при косом изгибе. Положение нейтральной оси и опасных точек в сечении [1, с.173...176].
40. Внецентренное растяжение или сжатие стержня. Ядро сечения [1, с.176...180].
41. Расчет статически неопределимых систем при растяжении и сжатии [1, с.44...48].
42. Кручение вала с круглым поперечным сечением. Построение эпюры крутящих моментов. Связь между углом сдвига и углом закручивания [1, с.93...104].
43. Касательные напряжения и деформации при кручении [1, с.93...104].
44. Потенциальная энергия упругой деформации в общем случае нагружения стержня [2, с.110...119].
45. Теорема о взаимности работ и взаимности перемещений [1, с.190...191].
46. Определение перемещений при помощи интегралов Мора [1, с.197...203].
47. Способ Верещагина [1, с.203...208].
48. Расчет статически неопределимых систем методом сил [1, с.217...228].
49. Теория прочности [2, с.340...346].
50. Расчет вала на совместное действие кручения и изгиба [2, с.377...384].
51. Расчет цилиндрических винтовых пружин [1, с.208...213].
52. Устойчивость равновесия сжатых стержней. Формула Эйлера. Формула Ясинского [1, с.413...427].
53. Динамические напряжения. Учет сил инерции [1, с.454...461].
54. Динамические напряжения. Расчеты на прочность и жесткость при колебаниях [1, с.454...461].
55. Динамические напряжения. Продольный удар [1, с.454...461].
56. Динамические напряжения. Поперечный удар [1, с.454...461].
57. Динамические напряжения. Удар при кручении [1, с.454...461].
58. Местные напряжения [3, с.546...554].

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. М.: Наука, 1986.
2. Дарков А.В. Сопротивление материалов / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. М.: Высш. шк., 1975.
3. Подскребко М.Д. Сопротивление материалов / М.Д. Подскребко. Мн.: Дизайн ПРО, 1998.

Дополнительная

4. Беляев Н.М. Сопротивление материалов / Н.М. Беляев. М.: Наука, 1976.
5. Татур Г.К. Общий курс сопротивления материалов / Г.К. Татур. Мн.: Высш. шк., 1974.
6. Феодосьев В.И. Десять лекций-бесед по сопротивлению материалов / В.И. Феодосьев. М.: Наука, 1975.
7. Сборник задач по сопротивлению материалов / Под ред. проф. В.К. Качурин. М.: Наука, 1970.
8. Винокуров Е. Ф. Сопротивление материалов. Расчетно-проектировочные работы: учеб. пособие / Е.Ф. Винокуров, А.Г. Петрович, Л.И. Шевчук. Мн.: Высш. шк., 1987.
9. Степин П.А. Сопротивление материалов / П.А. Степин. М.: Высш. шк., 1979.
10. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов. Киев: Выща школа, 1979.
11. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. И.Н. Миролюбов и др. М.: Высш. шк., 1985.
12. Ицкович Г.М. Сопротивление материалов / Г.М. Ицкович. М.: Высш. шк., 1999.
13. Сопротивление материалов. Учеб. пособие / Под ред. Н.А. Костенко. М.: Высш. шк., 2000.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| Введение..... | 3 |
| 1. Выполнение контрольной работы..... | 3 |
| 2. Задачи для контрольной работы..... | 5 |
| 3. Примеры решения задач..... | 20 |
| 4. Примерный перечень экзаменационных вопросов..... | 51 |
| Литература..... | 54 |

Учебное издание

Дятлов Владимир Владимирович

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

Методические указания и задания по выполнению контрольной работы

Редактор Е.О. Бурхан
Техн. редактор Н.К. Шапрунова
Корректор А.М. Павлова

Подписано в печать 17.02.2006.
Формат $60 \times 84 \frac{1}{16}$. Бумага для множительных аппаратов.
Печать ризографическая. Гарнитура "Таймс".
Усл. печ. л. 3,25. Уч.-изд. л. 2,73.
Тираж экз. Заказ....., Цена руб.

Редакционно-издательский отдел БГСХА
213407, г. Горки Могилевской обл., ул. Студенческая, 2
Отпечатано в секторе издания учебно-методической литературы
и ризографии БГСХА, г. Горки, ул. Мичурина, 5