Практическое занятие 1

Пример 1. В закрытом сосуде с водой (см. рис. 1) абсолютное давление на свободной поверхности $p_0 = 1{,}3\cdot10^5$ Па. Атмосферное давление $p_a = 1{,}013\cdot10^5$ Па.

Определить высоту h_p, на которую поднимется вода в пьезометрической трубке, сообщающейся с сосудом на глубине h = 1,4 м под свободной поверхностью.

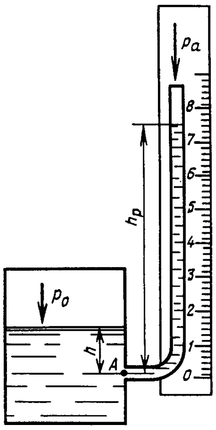

Рис. 1. – Пьезометр;

Решение. Рассмотрим условие равновесия жидкости в точке A. Со стороны жидкости в сосуде точка A испытывает давление $p = p_0 + \rho gh$, а со стороны жидкости в трубке давление $p = p_a + \rho gh_p$.

На основании второго свойства гидростатического давления величины этих давлений одинаковы, т.е.

$$p_0 + \rho gh = p_a + \rho gh_p.$$

Тогда искомая величина h_p определится

$$h_p = \frac{p_0 + \rho gh - p_a}{\rho g} = \frac{1{,}3\cdot10^5 + 1000\cdot9{,}81\cdot1{,}4 - 1{,}013\cdot10^5}{1000\cdot9{,}81} = 4{,}3\text{м}.$$

Пример 2. Определить равнодействующую силу давления на вертикальную стенку (см. рис. 2, б) шириной 4 м при высоте воды слева $h_1 = 5$ м и справа $h_2 = 2$ м.

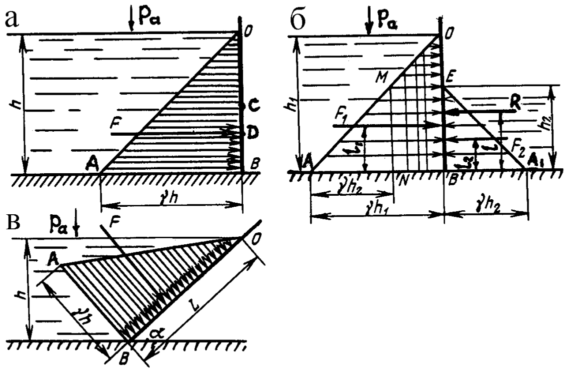

Рис. 2. Эпюры гидростатических давлений на плоские стенки

Решение. Равнодействующая сил давления на стенку определится как разность сил давлений слева и справа.

Определяем силу давления воды на стенку слева:

$$F_1 = \rho g h_c \omega_1 = 10^3 \cdot 9{,}81 \frac{5}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 490{,}5 \text{ кН}.$$

То же на стенку справа:

$$F_2 = 10^3 \cdot 9{,}81 \frac{2}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 78{,}5 \text{ кН}.$$

Равнодействующая сила гидростатического давления направлена в сторону большей силы:

$$F = F_2 - F_1 = 490{,}5 - 78{,}5 = 412 \text{ кН}.$$

Пример 3. Определить силы давления воды на боковую стенку и дно вертикального цилиндрического резервуара вместимостью 100 м^3 при заполнении его на высоту H = 5,1 м.

Решение. Определим диаметр резервуара:

$$V = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \text{H, откуда } D = \sqrt{\frac{4\text{V}}{\pi \cdot H}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 100}{3{,}14 \cdot 5{,}1}} = 5{,}0 \text{ м}.$$

Сила давления на боковую стенку равна произведению давления в центре тяжести ее на площадь вертикальной проекции цилиндра:

$$F_1 = \rho \cdot g \frac{H}{2} \text{DH} = \frac{1}{2} \rho \cdot \text{gH}^2 D = 0{,}5 \cdot 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 5{,}1^2 \cdot 5 = 637{,}2 \text{ кН}.$$

Дно расположено горизонтально, поэтому давление во всех точках его одинаково и сила давления

$$F_2 = \rho \cdot g \cdot H \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 5{,}1 \frac{3{,}14 \cdot 5^2}{4} = 980{,}9 \text{ кН}.$$

Пример 4. Секторный затвор плотины с центральным углом β = 90° имеет ось вращения, расположенную в плоскости порога (рис. 3, а). Определить величину и направление равнодействующей силы давления воды на затвор, если его радиус R = 2 м, ширина b = 4 м.

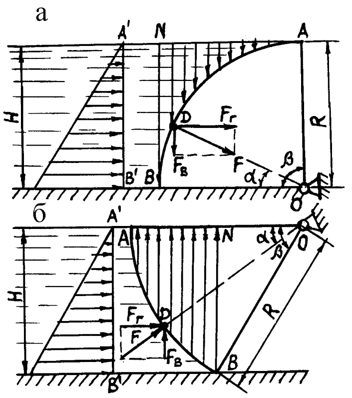

Рис. 3. Секторные затворы плотин с осью вращения в плоскости:
а – порога; б – поверхности воды

Решение. Горизонтальную составляющую силы давления определим по формуле:

$$F_г = 0{,}5\rho g H^2 b = 0{,}5 \cdot 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 2^2 \cdot 4 = 78{,}5 \text{ кН}.$$

Вертикальную составляющую силы давления находим по формуле:

$$F_в = \rho \cdot g \left(\mathrm{HR} - \frac{\beta}{360}\pi \cdot R^2\right) b = 1000 \cdot 9{,}81 \left(2 \cdot 2 - \frac{90}{360} 3{,}14 \cdot 2^2\right) 4 = 33{,}7 \text{ кН}.$$

Равнодействующую силу давления находим по формуле:

$$F = \sqrt{F_г^2 + F_в^2} = \sqrt{78,5^2 + 33,7^2} = 85{,}4 \text{ кН}.$$

Угол наклона равнодействующей к горизонту

$$\alpha = \mathrm{arctg}\frac{F_в}{F_г} = \mathrm{arctg}\frac{33{,}7}{78{,}5} = 23{,}2°.$$

Пример 5. Прямоугольный пантон с размерами основания b × l = 20 × 30 м плавает в воде. Определить его осадку h′ , если масса пантона с грузом на нем m = 1,2 · 10^6 кг.

Решение. По условию плавучести выталкивающая (подъемная) сила равна весу пантона:

$$\rho g b\, l\, h' = mg,$$

откуда $h' = \frac{m}{\rho \cdot b \cdot l} = \frac{1{,}2 \cdot 10^6}{1000 \cdot 20 \cdot 30} = 2$ м.

Практическое занятие 2

Пример 1. Определить режимы движения воды при температуре 20 °С и индустриального масла И-30А при температуре 50 °С в трубе диаметром 50 мм при одном и том же расходе жидкости Q = 2,0 л/с.

Решение. Определяем среднюю скорость движения жидкости в трубе:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4\mathrm{Q}}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{3{,}14 \cdot 0{,}05^2} = 1{,}02 \text{ м/с.}$$

Определяем числа Рейнольдса в первом и втором случаях:

$$Re_1 = \frac{\mathrm{vd}}{\nu_1} = \frac{1{,}02 \cdot 0{,}05}{0{,}01 \cdot 10^{-4}} = 51000;$$

$$Re_2 = \frac{\mathrm{vd}}{\nu_2} = \frac{1{,}02 \cdot 0{,}05}{0{,}3 \cdot 10^{-4}} = 1700.$$

Критическое число Рейнольдса по формуле (3.11)

$$\mathrm{Re}_{\text{кр}} = 5570\mathrm{d}^{\,0{,}34} = 5570 \cdot 0{,}05^{\,0{,}34} = 2011.$$

В первом случае Re > $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$, следовательно, режим движения турбулентный, во втором Re < $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ – режим ламинарный.

Пример 2. Из резервуара А вода при температуре 10 °С подается по новому стальному оцинкованному трубопроводу диаметром d = 100 мм и длиной l = 50 м в резервуар В. На трубопроводе имеются два плавных поворота на угол 90° при относительном радиусе R/d = 5,0, задвижка, открытая на 50 %, вход с острыми кромками, выход в резервуар В под уровень воды. Расход воды в трубе равен 10 л/с. Определить общие потери напора в трубопроводе.

Решение. Вычисляем среднюю скорость движения воды в трубопроводе:

$$v = \frac{Q}{\omega} = \frac{4\mathrm{Q}}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0{,}01}{3{,}14 \cdot 0{,}1^2} = 1{,}27\text{м/с.}$$

Для определения области сопротивления вычисляем критерий Рейнольдса, имея в виду, что при температуре 10°С кинематическая вязкость воды ν =0,0131 см^2/с.

$$Re = \frac{\mathrm{vd}}{v} = \frac{1{,}27 \cdot 0{,}1}{0{,}0131 \cdot 10^{-4}} = 96947.$$

Согласно табл. 3.2 абсолютную шероховатость оцинкованной новой трубы можно принять $\Delta_{\text{э}}$ = 0,15 мм; тогда относительная шероховатость равна ε = $\Delta_{\text{э}}$ /d = 0,15/100=0,0015. В начале квадратичной области $\mathrm{Re}_{\text{кв}}$ = 560 / ε= 560 /

0,0015 = 373333. Так как Re < $Re_{кв}$, область сопротивления – переходная и гидравлический коэффициент трения λ вычислим по формуле Альтшуля :

$$\lambda = 0{,}11 \cdot (68/\mathrm{Re} + \varepsilon)^{0{,}25} = 0{,}11 \cdot \left(\frac{68}{96947} + 0{,}0015\right)^{0{,}25} = 0{,}024.$$

Потери напора по длине трубопровода вычисляем по формуле Дарси–Вейсбаха :

$$h_m = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2\mathrm{g}} = 0{,}024\frac{50}{0{,}1}\frac{1{,}27^2}{2\cdot 9{,}81} = 0{,}98\text{м}.$$

Так как скорость v в любом сечении трубопровода одинакова, то используя данные табл.1 и формулу Вейсбаха, вычисляем местные потери напора:

Таблица 1. **Значения коэффициентов местных сопротивлений**

Позиция на рис. 1	Наименование местного сопротивления	Значение коэффициента
1	Внезапное расширение потока	$\xi = (\omega_2/\omega_1 - 1)^2$
2	Внезапное сужение	$\xi = 0{,}5(1 - \omega_2/\omega_1)$
3	Вход в трубу: с острой кромкой с закругленной кромкой	 0,5 0,20–0,25
4	Выход из трубы в резервуар больших размеров	1,0
5	Расширяющийся конус (диффузор): θ°: 5 10 15 20 30 к: 0,15 0,25 0,35 0,45 0,65	$\xi = к(\omega_2/\omega_1 - 1)^2$
6	Сужающийся конус (конфузор) при θ = 7–30° θ = 35–80°	 0,16–0,24 0,26–0,35
7	Обратный клапан с сеткой на трубе диаметром, мм 40–100 100–200 200–500	 12–7 7–5,2 5,2–2,5
8	Резкий поворот трубы на угол β°: 30–60 60–90	 0,2–0,55 0,55–1,1
9	Плавный поворот трубы на угол 90° при R/d: 2–4 4–10	 0,15–0,11 0,11–0,07
10	Кран конусный при угле поворота α°: 10–20 20–40	 0,29–1,56 1,56–17,3
11	Вентиль с прямым затвором при полном открытии	3,0–5,5
12	Задвижка на круглой трубе при отношении h/d: 1,0 0,75 0,5	 0,05 0,26 2,06

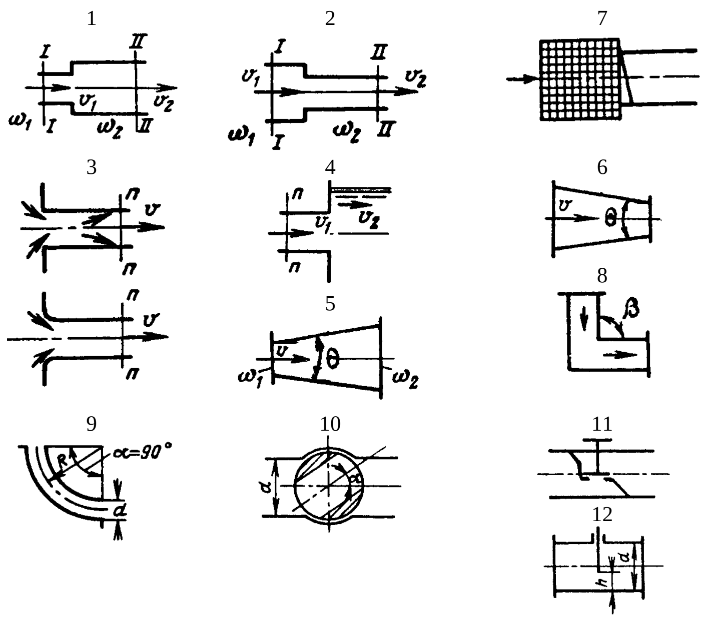

Рис. 1. Виды местных сопротивлений

$$\Sigma h_м =(\xi_{вх} + 2\xi_{пов} + \xi_з + \xi_{вых})v^2 /(2g) = (0,5 + 2\cdot 0,1 + 2,06 + 1,0)\cdot 1,27^2 /(2\cdot 9,81) = 0,31 \text{ м}.$$

В скобках этой формулы коэффициенты следующих местных сопротивлений: входа в трубу, плавных поворотов, задвижки, выхода жидкости из трубы.

$$h_п = h_т + \Sigma h_м = 0,98 + 0,31 = 1,29 \text{ м}.$$

Практическое занятие 3

Пример 1. Выполнить гидравлический расчет трапецеидального канала глубиной h = 1,5 м в среднесуглинистом грунте при коэффициенте заложения откоса m = 1,0.

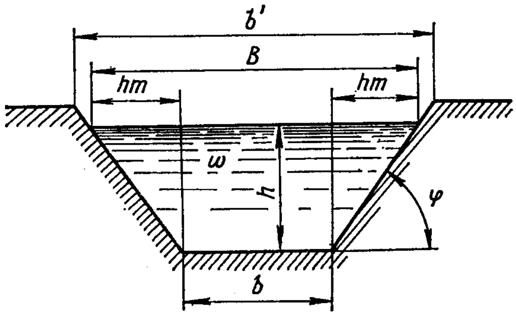

Рис. 1. Поперечное сечение канала

Решение. Определяем отношение

$$b/h = m' - 2\mathrm{m} = 2\sqrt{1+m^2} - 2\mathrm{m} = 2\sqrt{1+1^2} - 2\cdot 1 = 0{,}84.$$

Ширина канала по дну

$$\mathrm{b} = (\mathrm{m}' - 2\mathrm{m})\ \mathrm{h} = 0{,}84\cdot 1{,}5 = 1{,}26 \text{ м}.$$

Ширина канала по верху

$$\mathrm{B} = \mathrm{b} + 2\mathrm{hm} = 1{,}26 + 2\cdot 1{,}5\cdot 1{,}0 = 4{,}26 \text{ м}.$$

Площадь живого сечения

$$\omega = (\mathrm{b} + \mathrm{B})\ \mathrm{h}/2 = (1{,}26 + 4{,}26)\cdot 1{,}5/2 = 4{,}14 \text{ м}^2.$$

Смоченный периметр сечения

$$\chi = \mathrm{b} + 2\mathrm{h}\sqrt{1+m^2} = 1{,}26 + 2\cdot 1{,}5\sqrt{1+1^2} = 5{,}52 \text{ м}.$$

Гидравлический радиус сечения

$$R_г = \omega/\chi = 4{,}14/5{,}52 = 0{,}75 \text{ м}.$$

Коэффициент шероховатости для среднего плотного суглинка n = 0,02 (см. табл. 5.2).

Коэффициент Шези определим по формуле И.И. Агроскина (5.8):

$$C = 1/n + 17{,}72 \lg R_г = 1/0{,}02 + 17{,}72 \lg 0{,}75 = 47{,}8 \text{ м}^{0,5}/\text{с}^2.$$

Приняв среднюю скорость воды v = 1,0 м/с (см. табл. 5.1), вычислим расход:

$$Q = \omega v = 4{,}14 \cdot 1{,}0 = 4{,}14 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Вычисляем необходимый гидравлический уклон (из уравнения Шези):

$$I = Q^2/(\omega^2 C^2 R_г) = 4{,}14^2 \,/\, (4{,}14^2 \cdot 47{,}8^2 \cdot 0{,}75) = 0{,}0006.$$

(Падение уровня на 1 км длины канала равно 60 см).

Пример 2. Определить ширину по дну канала трапецеидального профиля сечения для пропуска расхода Q = 5,2 м^3/с при глубине наполнения h_0 = 1,21 м и уклоне дна канала i = 0,0006, если грунт ложа канала – суглинок тяжелый, а условие эксплуатации канала – хорошее.

Проверить устойчивость ложа канала на размыв.

Решение. В зависимости от грунта ложа канала определим коэффициент заложения откосов m = 1,0, а по условию эксплуатации [1, табл. П.III, с. 590] устанавливаем коэффициент шероховатости n = 0,025.

Покажем решение данной задачи различными способами.

Способ подбора. Произвольно задаемся шириной канала по дну b_1 = 3,5м и вычисляем гидравлические характеристики потока:

площадь живого сечения

$$\omega_1 = b_1 h_0 + m h_0^2 = 3{,}5 \cdot 1{,}2 + 1{,}0 \cdot 1{,}2^2 = 5{,}64 \text{ м}^2;$$

длина смоченного периметра

$$\chi_1 = b_1 + 2h_0\sqrt{1+m^2} = 3{,}5 + 2 \cdot 1{,}2\sqrt{1+1{,}0^2} = 6{,}89 \text{ ì };$$

гидравлический радиус

$$R_1 = \omega_1/\chi_1 = 5{,}64/6{,}89 = 0{,}82 \text{ м};$$

показатель степени в формуле Шези

$$y_1 = 2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{R_1}(\sqrt{n} - 0{,}10) =$$
$$= 2{,}5\sqrt{0{,}025} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{0{,}82}(\sqrt{0{,}025} - 0{,}10) = 0{,}226;$$

коэффициент Шези

$$C_1 = \frac{1}{n} R_1^{y_1} = \frac{1}{0{,}025} 0{,}82^{0{,}226} = 38{,}22 \text{ м}^{0{,}5}/\text{с}.$$

Тогда расход потока будет равен:

$$Q_1 = C_1 \omega_1 \sqrt{R_1 i} = 38{,}22 \cdot 5{,}64\sqrt{0{,}82 \cdot 0{,}0006} = 4{,}78\, м^3/с.$$

Так как вычисленный расход Q_1 = 4,78 м³/с < Q = 5,2 м³/с и разность составляет более 5 %, то задаемся еще раз шириной канала по дну b_2, которая должна быть больше b_1. Принимаем b_2 = 4,0 м. Производятся аналогичные вычисления, в результате которых получим величину расхода во втором приближении Q_2 = 5,40 м³/с. Вычисленный расход Q_2 = 5,40 м³/с >Q = 5,2 м³/с, а разность ΔQ = 3,65 %. Поэтому принятую во втором приближении ширину канала по дну b_2 = 4,0 м можно считать за расчетную, если дополнительно не оговорено о необходимости более высокой точности гидравлического расчета.

Средняя скорость движения воды в канале

$$V = Q/\omega = 5{,}2/(4{,}0 \cdot 1{,}2 + 1{,}0 \cdot 1{,}2^2) = 0{,}83 \text{ м/с},$$

а допустимая неразмывающая скорость V_{max} = (0,85–1,0) м/с для суглинка плотного. Так как V = 0,83 м/с <V_{max} = (0,85–1,0) м/с, то русло канала будет устойчиво на размыв.

Графоаналитический способ. Методика решения задач по данному способу рассмотрена выше. Задаются рядом значений b_i и соответственно вычисляются значения ω_i, χ_i, R_i, y_i и C_i, а затем величина расхода, результаты расчета которого приведены в табл. 1.

Таблица 1. **Результаты расчета расхода в зависимости от ширины канала по дну**

№ п.п.	b, м	ω, м²	χ, м	R, м	y	C, м^{0,5}/с	Q, м³/с
1	0	1,44	3,39	0,425	0,237	32,66	0,75
2	1	2,64	4,39	0,577	0,232	35,20	1,73
3	2	3,84	5,39	0,711	0,229	37,00	2,94
4	3	5,04	6,39	0,789	0,227	37,91	4,16
5	4	6,24	7,39	0,843	0,225	38,49	5,40

По данным табл. 1 строится график функциональной зависимости $Q = f(в)$ (рис. 2), из которого по величине расчетного расхода Q = 5,2 м³/с определяется величина B = 3,85 м.

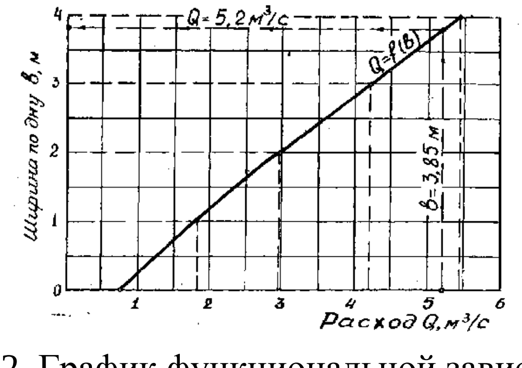

Рис. 2. График функциональной зависимости расхода от ширины канала по дну

Табличный способ. Рассчитывается специальная функция

$$F(R) = Q/\left(4m_0\sqrt{i}\right) = 5{,}2/(4\cdot 1{,}828\sqrt{0{,}0006}) = 29{,}03\,\text{м}^3/\text{с}\,.$$

По табл. П.VI [1, с. 594] по значению $F(R)$ и коэффициенту шероховатости n = 0,025 отыскивается гидравлически наивыгоднейший радиус, который равен $R_{\text{г.н}}$ = 0,89 м. Вычисляется отношение $h/R_{\text{г.н}}$ = 1,20/0,89 = 1,34, по которому при коэффициенте заложения откосов m = 1,0 по табл. П.VII [1, с. 600] отыскивается отношение $b/R_{\text{г.н}}$ = 4,36. Тогда искомая ширина канала по дну:

$$b = b\,/\,R_{\text{г.н}} \cdot R_{\text{г.н}} = 4{,}36 \cdot 0{,}89 = 3{,}88 \text{ м}.$$

Анализ результатов расчета показывает, что по всем способам ширина канала по дну получилась практически одинаковой и окончательно необходимо принять ближайшее стандартное значение, т. е. b = 4,0 м.

Ответ: b = 4,0 м/с; V = 0,83 м/с.

Практическое занятие 4

Пример 1. Дифференциальный ртутный манометр присоединен к двум трубопроводам *C* и *D* с водой (рис. 1). Определить давление в трубопроводе *D*, если избыточное давление в трубопроводе С p_c = 125 кПа, а высота столба ртути h = 0,4 м.

Решение. Проводится плоскость отсчета 0–0 по нижней линии раздела между водой и ртутью. Так как в колене дифманометра ртуть уравновешена, то давление в точках 1 и 2 будет одинаковым и соответственно составит

$$p_1 = p_D + \rho_в g h_2;$$

$$p_2 = p_с + \rho_в g h_1 + \rho_{рт} g h.$$

Приравниваются правые части записанных уравнений, откуда и определяется искомое давление в трубопроводе *D*: $p_D = p_c + \rho_в g h_1 + + \rho_{рт} g h - \rho_в g h_2 = p_c - \rho_в g(h_2 - h_1) + \rho_{рт} g h = p_c + gh(\rho_{рт} - \rho_в) = 125\ 10^3 + + 9{,}81 \cdot 0{,}4\ (13600 - 1000) =$ 174,4 кПа.

Ответ: p_D = 174,4 кПа.

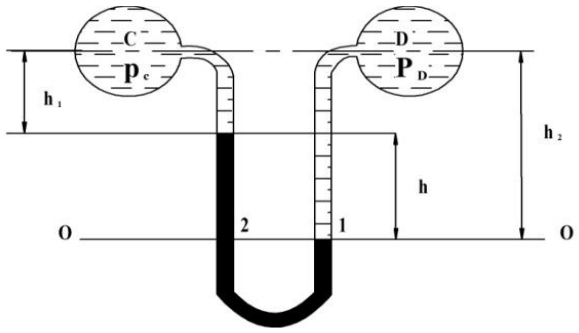

Рис. 1. Расчетная схема

Пример 2. Определить давление *p* газа в баллоне *A* по показанию двухжидкостного чашечного микроманометра h = 0,2 м (рис. 2), заполненного ртутью и водой. Отношение диаметров трубки и чашки прибора $d/D = n$ = 0,2.

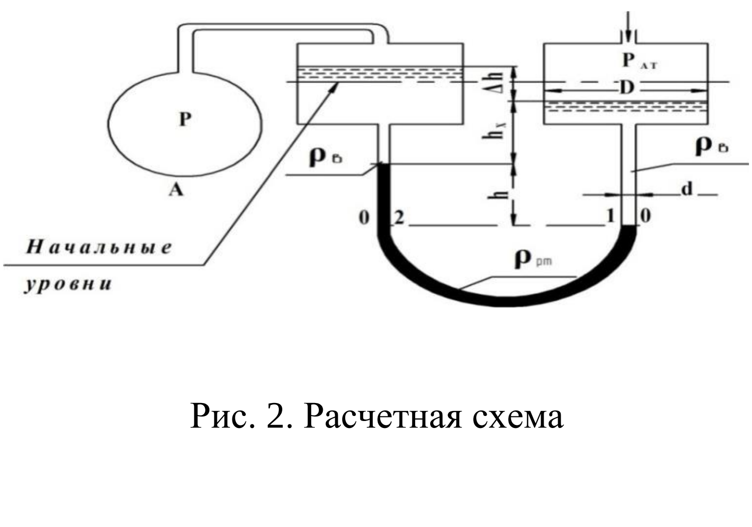

Рис. 2. Расчетная схема

Решение. Для определения давления в баллоне A применяется закон равновесия несжимаемой жидкости, из которого следует, что давление в точках 1 и 2 на плоскости отсчета 0–0 будет одинаково, так как в колене микроманометра ртуть уравновешена. В правой трубке оно создано атмосферным давлением $p_{ат}$ и весовым давлением столба воды. Так как высота этого столба неизвестна, введем размер h_x, как показано на рис. 1.4. Тогда

$$p_1 = p_{ат} + \rho_в g(h + h_x).$$

В левой трубке давление на плоскости 0–0 создается давлением газа p в баллоне A и весовым давлением воды и ртути. Для выражения давления через указанные величины вводится еще один параметр Δh, представляющий собой разность уровней воды в чашках прибора (см. рис. 1.4). Тогда

$$p_2 = p + \rho_в g(h_x + \Delta h) + \rho_{рт} gh.$$

Приравнивая правые части записанных выше уравнений, получим

$$p_{ат} + \rho_в g(h + h_x) = p + \rho_в g(h_x + \Delta h) + \rho_{рт} gh,$$

откуда

$$p = p_{ат} - (\rho_{рт} - \rho_в)gh - \rho_в g\, \Delta h.$$

Из последнего уравнения следует, что использование закона равновесия несжимаемой жидкости недостаточно для решения задачи, так как в нем неизвестны две величины, т. е. p и Δh. Для определения величины Δh применим уравнение постоянства объема жидкости в системе. Тогда

$$\Delta h = (d / D)^2 h.$$

Подставив полученное выражение Δh в расчетное уравнение, получим

$$p = p_{ат} - (\rho_{рт} - \rho_в)gh - \rho_в g\,(d / D)^2 h = 100 \cdot 10^3 - (13600 - 1000) \cdot 9{,}81 \times$$
$$\times\, 0{,}2 - 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}2 = 75{,}2 \text{ кПа}.$$

Поскольку $p = 75{,}2$ кПа $< p_{ат} = 100$ кПа, то давление в баллоне A будет вакуумметрическое, величина которого $p_{вак} = p_{ат} - p = 100 - 75{,}2 = = 24{,}8$ кПа.

Ответ: $p = 75{,}2$ кПа.

Пример 3. В цилиндрическую форму (рис. 3) с внутренним диаметром D = 1120 мм и высотой l = 1000 мм залит цементный раствор для изготовления трубы центробежным способом. При толщине стенок цементной трубы у нижней и верхней грани соответственно δ_1 = 60 мм и δ_2 = 58 мм. Определить необходимую частоту вращения цилиндрической формы.

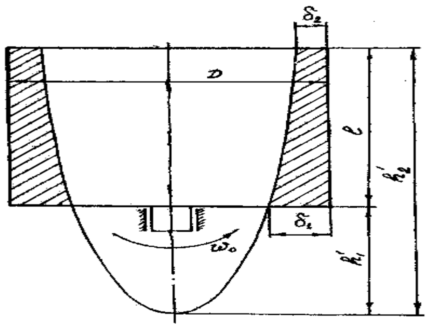

Рис.3. Расчетная схема

Решение. Определяется высота параболоида вращения h'_1 и h'_2 соответственно при $r_1 = D/2 - \delta_1 = 1{,}12/2 - 0{,}06 = 0{,}500$ м и $r_2 = D/2 - \delta_2 = 1{,}12/2 – 0{,}058 = 0{,}502$ м:

$$h'_1 = \frac{\omega_0^2 \cdot r_1^2}{2g}; \quad h'_2 = \frac{\omega_0^2 \cdot r_2^2}{2g}.$$

Из рис. 3 видно, что В $h'_2 - h'_1 = l = \frac{\omega_0^2 \cdot r_2^2}{2g} - \frac{\omega_0^2 \cdot r_1^2}{2g} = \frac{\omega_0^2}{2g}(r_2^2 - r_1^2).$

Откуда определяется угловая скорость вращения цилиндрической формы:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2gl}{r_2^2 - r_1^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 1{,}0}{0{,}502^2 - 0{,}500^2}} = 98{,}95 \text{ ðàä/ñ}.$$

Тогда частота вращения цилиндрической формы составит:

$$n = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{98{,}95}{2 \cdot 3{,}14} = 15{,}76 \text{ с}^{-1} = 945{,}3 \text{ ìèí}^{-1}.$$

Следует отметить, что при уменьшении частоты вращения цилиндрической формы толщина стенки δ_2 цементной трубы будет уменьшаться, что является не всегда приемлемым.

Ответ: $n = 15{,}76$ с $^{-1}$ = 945,3 мин $^{-1}$.

Практическое занятие 5

Пример 1. Прямоугольный затвор шириной b = 4 м закреплен шарнирно в точке О (рис. 1.).

Найти начальное подъемное усилие T, если сила тяги действует нормально к плоскости затвора. Глубина воды перед затвором h_1= = 3,0 м, за ним h_2 = 1,8 м; расстояние от шарнира до уреза воды a = 0,5 м. Угол наклона затвора к горизонту α = 60°, масса затвора равна 800 кг. Трением в шарнире пренебречь.

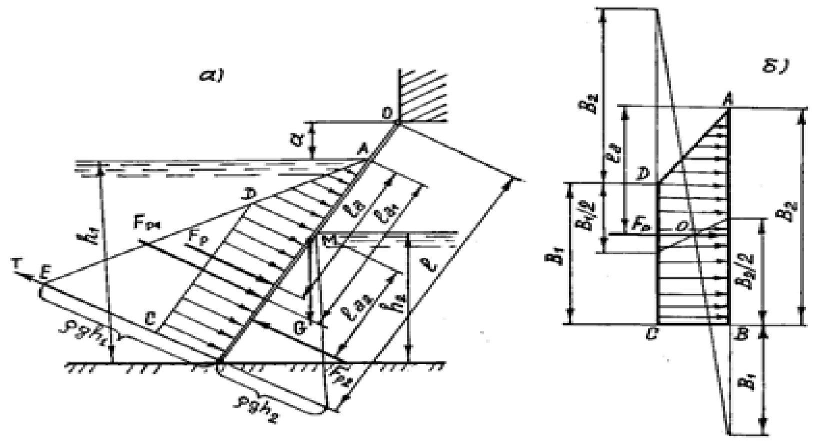

Рис. 1. Схема гидростатического давления на плоскую поверхность:
а – расчетная схема; *б* – графическое определение точки приложения силы гидростатического давления на плоскую поверхность

Решение. Для определения начального подъемного усилия T установим силы, действующие на затвор, который представляет плоскую поверхность, произвольно ориентированную. К ним относятся результирующая сила гидростатического давления $F = F_1 - F_2$, вес затвора G.
Силой трения в шарнире пренебрегаем согласно условию задачи.

Так как на свободной поверхности жидкости слева и справа давление атмосферное, то внешнее давление p_0 = О. Тогда силы гидростатического давления на плоский затвор, действующие слева и справа, определяются по уравнению

$$F = \rho g h_{\text{ц.т}}\, \omega .$$

Сила гидростатического давления слева

$$F_1 = \rho g \frac{h_1}{2}\frac{h_1}{\sin\alpha}\cdot b = 1000\cdot 9{,}81\frac{3}{2}\frac{3}{0{,}866}\cdot 4 = 203902\text{Н} = 203{,}90\ \text{êÍ} .$$

Сила гидростатического давления справа

$$F_2 = \rho g \frac{h_2}{2}\frac{h_2}{\sin\alpha}\cdot b = 1000\cdot 9{,}81\frac{1{,}8}{2}\frac{1{,}8}{0{,}866}\cdot 4 = 73405\text{Н} = 73{,}40\ \text{êÍ} .$$

Результирующая сила гидростатического давления равна разности параллельных и направленных в противоположные стороны сил давления:

$$F = F_1 - F_2 = 203{,}90 - 73{,}40 = 130{,}50 \text{ кН}.$$

Расстояние от свободной поверхности до центра давления (координата центра давления) левой силы F_1 определяется по приведенной ниже формуле. Покажем расчет этой величины для разной записи формулы, т. е. через моменты I_x и I_0:

$$I_x = \frac{bh_1^3}{3\sin^3\alpha};\ I_0 = \frac{bh_1^3}{12\sin^3\alpha}.$$

Тогда

$$l_{\text{ä}_1} = \frac{I_{x_1}}{l_{\text{ö.ò}_1}\omega_1} = \frac{bh_1^3 \cdot 2\sin\alpha \cdot \sin\alpha}{3\sin^3\alpha \cdot h_1 \cdot bh_1} = \frac{2}{3}\frac{h_1}{\sin\alpha} = \frac{2}{3}\frac{3}{0{,}866} = 2{,}31 \text{ ì},$$

или

$$l_{\text{ä}_1} = l_{\text{ö.ò}_1} + \frac{I_{0_1}}{l_{\text{ö.ò}_1}\omega_1} = \frac{h_1}{2\sin\alpha} + \frac{bh_1^3 \cdot 2\sin\alpha \cdot \sin\alpha}{12\sin^3\alpha \cdot h_1 \cdot bh_1} = \frac{2}{3}\frac{h_1}{\sin\alpha} = \frac{2}{3}\frac{3}{0{,}866} = 2{,}31 \text{ ì}.$$

Координата центра давления правой силы F_2

$$l_{\text{ä}_1} = \frac{2}{3}\frac{h_2}{\sin\alpha} = \frac{2}{3}\frac{1{,}8}{0{,}866} = 1{,}39 \text{ ì}.$$

Воспользуемся теоремой механики о моменте равнодействующей силы и составим уравнение моментов относительно линии уреза воды (точка А):

$$F \cdot l_{\text{ä}} = F_1 l_{\text{ä}1} - F_2\left(l_{\text{ä}2} + \frac{h_1 - h_2}{\sin\alpha}\right).$$

Откуда

$$l_{\text{ä}} = F \Big/ \left[F_1 l_{\text{ä}1} - F_2\left(l_{\text{ä}2} + \frac{h_1 - h_2}{\sin\alpha}\right)\right] =$$
$$= 130{,}5 \Big/ \left[203{,}9 \cdot 2{,}31 - 73{,}4\left(1{,}39 + \frac{3 - 1{,}8}{0{,}866}\right)\right] = 2{,}05 \text{ ì}.$$

Составив уравнение моментов всех действующих сил относительно шарнира О, можно, не определяя реакции в шарнире, вычислить искомое начальное подъемное усилие T:

$$T \cdot l - F(l_{\text{ä}} + a/\sin\alpha) - G \cdot l/(2\cos\alpha) = 0,$$

где

$$l = (a + h_1)/\sin\alpha = (0{,}5 + 3{,}0)/0{,}866 = 4{,}04 \text{ ì};$$

$$G = m \cdot g = 800 \cdot 9{,}81 = 7848 \ \text{Н} = 7{,}85 \ \text{êÍ} \ .$$

Подставив в последнее уравнение числовые значения, получим $T = 86{,}83$ кН.

Ответ: $T = 86{,}83$ кН.

Пример 2. Определить величину и координаты центра давления силы гидростатического давления на сегментный затвор, поддерживающий воду на пороге водослива при глубине H = 4 м. Радиус вращения затвора R = 7,5 м, ширина его b = 5 м. Ось вращения затвора находится на уровне свободной поверхности воды (рис. 2).

Решение. Для нахождения горизонтальной составляющей силы гидростатического давления криволинейную поверхность затвора ABC проектируем на вертикальную плоскость n–n (рис. 2) и находим ее как на плоскую поверхность по уравнению

$$F_x = \rho g h'_{\text{ö.ò}} \omega_z = \rho g \frac{H}{2} H \cdot b = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{4}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 392400 \, H = 392{,}40 \ \text{êÍ} \ .$$

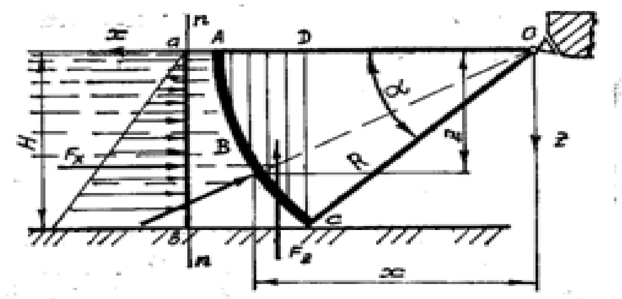

Рис. 2. Схема гидростатического давления
на криволинейную поверхность

Для нахождения вертикальной составляющей силы гидростатического давления построим поперечное сечение тела давления, которое представляет собой фигуру ABCD (рис. 1.7). Так как в объеме тела нет давления воды, то вертикальная составляющая направлена вверх. Величина вертикальной составляющей силы гидростатического давления определяется по следующей зависимости (1.16):

$$F_z = \rho g W_{\text{ò.ä}} = \rho g(\Omega_{\text{ABC}} + \Omega_{\text{ACD}}) \cdot b = \rho g \left[\frac{1}{2} R^2 \left(\frac{\pi \alpha}{180} - \sin\alpha \right) + \frac{1}{2} H \cdot R(1 - \cos\alpha) \right] b =$$

$$= 1000 \cdot 9{,}81 \left[\frac{1}{2} 7{,}5^2 \left(\frac{3{,}14 \cdot 32{,}25}{180} - 0{,}533 \right) + \frac{1}{2} 4 \cdot 7{,}5(1 - 0{,}845) \right] 5{,}0 = 154850 \quad H =$$

$$= 154{,}85 \ \text{êÍ} \ ,$$

где Ω_{ABC} – площадь сегмента ABC (рис. 1.7);

Ω_{ACD} – площадь треугольника ACD;

α – центральный угол затвора;

$\alpha = \arcsin H / R = \arcsin 4 / 7{,}5 = 32°15'.$

Результирующая сила гидростатического давления

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2} = \sqrt{392{,}40^2 + 154{,}85^2} = 421{,}85\ \text{кН}.$$

Для нахождения координат центра силы давления определим направление результирующей силы:

$$\cos(F + OX) = F_x/F = 392{,}40 / 421{,}85 = 0{,}930,$$
$$\cos(F + OZ) = F_z/F = 154{,}85 / 421{,}85 = 0{,}367.$$

Тогда определим координаты центра силы давления:

$$x = R \cdot \cos(F + OX) = 7{,}5 \cdot 0{,}930 = 6{,}98\ \text{м},$$
$$z = R \cdot \cos(F + OZ) = 7{,}5 \cdot 0{,}367 = 2{,}75\ \text{м}.$$

Знаки координат центра силы давления принимаются в зависимости от принятого направления осей координат. В данном примере при принятом направлении координатных осей (см. рис. 1.7) знаки координат будут положительными.

Ответ: F = 421,85 кН; x = 6,98 м; z = 2,75 м.

Пример 3. Прямоугольная плоскодонная металлическая баржа шириной b = 10 м, высотой h = 4 м и длиной l = 60 м загружается мокрым песком плотностью $\rho_п$ = 2000 кг/м^3. Определить объем песка, который можно загрузить в баржу, чтобы после загрузки возвышение ее борта над водой составляло, a = 0,6 м (рис. 3), а также остойчивость баржи в груженом состоянии.

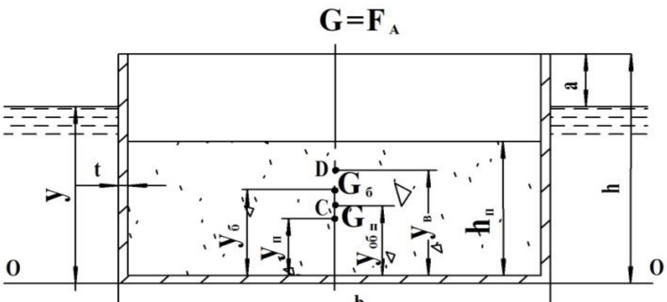

Рис. 3. Расчетная схема к определению грузоподъемности и остойчивости баржи

Для упрощения расчетов принять, что баржа имеет прямоугольное очертание, а вес переборок, конструктивных элементов и оборудования условно отнесен к весу ее стенок, толщина которых составляет t = 0,01 м, а плотность материала их $\rho_м$ = 7500 кг/м^3.

Решение. Из условия плавания тела в жидкости (1.20) имеем

$$G = F_А,$$

где G – вес погруженного в жидкость тела и состоит из собственного веса баржи $G_б$ и веса песка $G_п$. Тогда

$$G_б + G_п = F_А ,$$

откуда

$$G_п = F_А – G_б .$$

Архимедова сила определяется по формуле (1.21):

$$F_А = \rho g W = \rho g b l(h – a) = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 10\,(4{,}0 – 0{,}6) = 20012{,}40 \text{ кН}.$$

Собственный вес баржи

$$G_б = \rho_м g W_м = 7500 \cdot 9{,}81 \cdot 11{,}584 = 852{,}32 \text{ кН},$$

где $W_м$ – суммарный объем материала элементов конструкции баржи, $W_м = W_{дн} + W_{б.ст} + W_{т.с} = 6{,}00 + 4{,}728 + 0{,}796 = 11{,}584$ м^2;

$W_{дн}$, $W_{б.ст}$, $W_{т.с}$ – соответственно объемы материала конструкций днища, боковых и торцовых стенок:

$$W_{дн} = b \cdot l \cdot t = 10 \cdot 60 \cdot 0{,}01 = 6{,}00 \text{ м}^3;$$
$$W_{б.ст} = 2(h – t) \cdot l \cdot t = 2(4 – 0{,}01) \cdot 60 \cdot 0{,}01 = 4{,}788 \text{ м}^3;$$
$$W_{т.с} = 2(h – t)(b – 2t)t = 2(4 – 0{,}01)(10 – 2 \cdot 0{,}01) \cdot 0{,}01 = 0{,}796 \text{ м}^3.$$

Тогда возможный вес загрузки мокрого песка составит

$$G_п = F_А – G_б = 20012{,}40 – 852{,}32 = 19160{,}08 \text{ кН},$$

величину которого можно представить как $G_п = \rho_n g W_n$.

Откуда объем загруженного песка составит

$$W_п = G_п / (\rho_п g) = 19160080 / (2000 \cdot 9{,}81) = 976{,}6 \text{ м}^3.$$

Высота слоя загрузки песка в барже

$$H_п = W_п/\omega_{дн} = W_п /(l – 2t)(b – 2t) = 976{,}60/[(60 – 2 \cdot 0{,}01)(10 – 2 \cdot 0{,}01)] = 1{,}63 \text{ м},$$

где $\omega_{дн}$ – внутренняя площадь днища баржи.

Остойчивость баржи в груженом состоянии определим по условию (1.24), для чего найдем положение центров тяжести водоизмещения и баржи с грузом (см. рис. 1.8) относительно внешней плоскости 0–0 днища баржи.

Возвышение центра водоизмещения над плоскостью 0–0 составит:

$$y_в = y / 2 = (h – a) / 2 = (4– 0{,}6) / 2 = 1{,}70 \text{ м}.$$

Центр тяжести песка над плоскостью 0–0 составит:

$$y_п = h_п / 2 + t = 1{,}63 / 2 + 0{,}01 = 0{,}825 \text{ м}.$$

Центр тяжести порожней баржи над плоскостью 0–0 определим из уравнения статических моментов весов, т. е.

$$G\, y_{об} = G_б y_б + G_п\, y_п.$$

Откуда $y_{об} = (G_б y_б + G_п y_п) / G = (852{,}3 \cdot 0{,}97 + 19160{,}08 \cdot 0{,}825) /$ $/ \; 20012{,}40 = 0{,}83$ м.

Так как общий центр тяжести баржи с грузом расположен ниже центра водоизмещения, т. е. $y_{об} = 0{,}83$ м $< y_в = 1{,}70$ м, то остойчивость баржи в груженом состоянии обеспечена и нахождение метацентрического радиуса не требуется.

Ответ: $W_п = 976{,}6$ м^3; баржа остойчива.

Практическое занятие 6

Пример 1. Определить силу F, которую нужно приложить к поршню насоса диаметром $D = 200$ мм, чтобы подавать в напорный резервуар постоянный расход бензина $Q = 3$ л/с при температуре $t = 15$ ºС, если высота подъема бензина в установке $h = 15$ м, а избыточное давление на свободной поверхности в резервуаре $p_и = 120$ кПа. Трубопровод новый стальной длиной $l = 50$ м, диаметром $d = 50$ мм имеет два плавных поворота под углом $\alpha = 90$ ºС $R_o/d = 1{,}5$, задвижку со степенью открытия $a/d = 0{,}5$ (рис. 1). Трением поршня в цилиндре пренебречь.

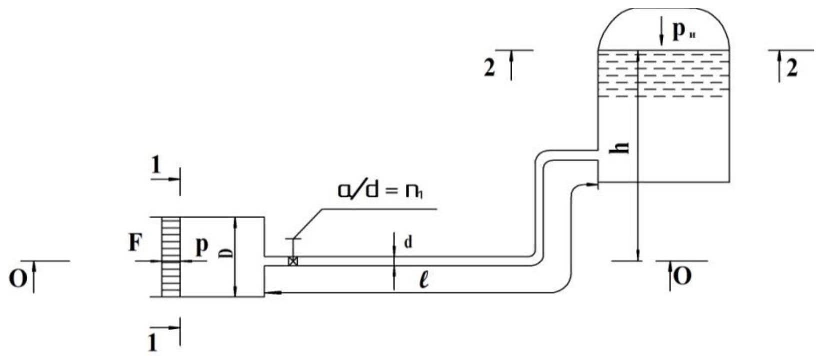

Рис. 1. Расчетная схема к примеру 1

Решение. Согласно закону гидростатики сила, приложенная к поршню цилиндра,

$$F = p \cdot \Omega = p \cdot 0,785 \cdot D^2,$$

где p – давление в цилиндре насоса;

Ω – площадь поршня насоса.

Для определения давления в цилиндре насоса составляется уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 2–2 относительно плоскости отсчета 0–0 (рис.1), которое в общем виде записывается по формуле:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{mp}^{1-2},$$

где $z_1 = 0;\ z_2 = h = 15$ м; $p_1 = p;$ $p_2 = p_и = 120$ кПа;

$V_1 = Q/\omega = 0{,}003/(0{,}785 \cdot 0{,}05^2) = 1{,}53$ м/с; $V_2 = 0$.

После подстановки исходных величин уравнение Бернулли приводится к расчетному виду:

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = h + \frac{p_и}{\rho g} + h_{mp}^{1-2},$$

откуда определяется давление в цилиндре:

$$p = \rho g h + p_и - \frac{\alpha_1 V_1^2 \rho}{2} + \rho g h_{тр}^{1-2}.$$

Из анализа последнего уравнения следует, что все величины, за исключением потерь удельной энергии в трубопроводе, известны. Их величину определим по формуле:

$$h_{тр}^{1-2} = \sum h_{мест} + \sum h_{дл} = \left(\xi_{в.с} + 2\xi_{п.п} + \xi_з + \xi_{вых} + \lambda \cdot l / d\right) V^2 /(2g),$$

где $V = V_1 = 1{,}53$ м/с – средняя скорость движения бензина в трубопроводе;

$\xi_{в.с}$ – коэффициент сопротивления на внезапное сужение потока, который можно определить по формуле

$$\xi_{в.с} = 0{,}5[1 - (d/D)^2] = 0{,}5[1 - (50/200)^2] = 0{,}47;$$

$\xi_{п.п.}$ – то же на плавный поворот, который определяется по формуле

$$\xi_{п.п} = 0{,}73 \cdot A \cdot B \cdot C = 0{,}73 \cdot 1{,}0 \cdot 0{,}17 \cdot 1{,}0 = 0{,}12;$$

A, B, C – коэффициенты, учитывающие соответственно угол поворота α, отношение $R_о/d$ и форму сечения трубопровода;

$\xi_з$ – то же на задвижку, определяется по отношению, a/d (табл. 3 приложения), $\xi_з = 2{,}06$;

$\xi_{вых}$ – то же на выход в резервуар больших размеров.

Если скорость в резервуаре $V_0 = 0$, то $\xi_{вых} = 1{,}0$ (табл. 3 приложения).

Для определения коэффициента Дарси предварительно рассчитываются:

$Re = V \cdot d/\nu = 1{,}53 \cdot 0{,}05/6{,}5 \cdot 10^{-7} = 117692;$

$Re_{гл} = 27 \cdot (d/\Delta)^{1{,}14} = 27 \cdot (0{,}05/0{,}0001)^{1{,}14} = 32225;$

$Re_{кв} = 21{,}6 \cdot C \cdot d/\Delta = 21{,}6 \cdot 50{,}98 \cdot 0{,}05 /0{,}0001 = 550584,$

где $\nu = 6{,}5 \cdot 10^{-7}$ м^2/с [5, с. 16]; $\Delta = 0{,}0001$ м;

$$C = (1/n)R^y = (1/0{,}011) \cdot (0{,}05/4)^{0{,}132} = 50{,}98\, м^{0{,}5}/с;$$
$$y = 2{,}5\sqrt{n} - 0{,}13 - 0{,}75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0{,}10) = 2{,}5\sqrt{0{,}011} - 0{,}13 -$$
$$- 0{,}75 \cdot \sqrt{0{,}05/4} \cdot (\sqrt{0{,}011} - 0{,}10) = 0{,}132;$$

$n = 0{,}011$ (табл. 5 приложения).

Теперь устанавливается диапазон изменения чисел Рейнольдса

$$Re_{гл} = 32225 < Re = 117692 < Re_{кв} = 550584,$$

что указывает на переходную область сопротивления. Тогда для расчета коэффициента Дарси применяется формула (2.14):

$$\lambda = 0{,}11\ (\Delta/d + 68\ /Re)^{0,25} = 0{,}11(0{,}0001/0{,}05 + 68/117692)^{0,25} = 0{,}248.$$

Подставляются значения коэффициентов местных гидравлических сопротивлений и Дарси в уравнение потерь удельной энергии в потоке, рассчитывается их величина:

$$h_{тр}^{1-2} = \left(0{,}47 + 2\cdot 0{,}12 + 2{,}06 + 1{,}0 + 0{,}0248\cdot 50/0{,}05\right)\cdot 1{,}53^2\ /(2\cdot 9{,}81) = 3{,}41\,м.$$

Окончательно давление в цилиндре насоса

$$p = 750\cdot 9.81\cdot 15 + 120\cdot 10^3 - 1{,}05\cdot 1{,}53^2\cdot 750/2 +$$
$$+ 750\cdot 9{,}81\cdot 3{,}41 = 25430\,Па = 254{,}53\,кПа = 0{,}254\,МПа.$$

Сила, приложенная к поршню цилиндра,

$$F = 25430\cdot 0{,}785\cdot 0{,}2^2 = 7992\,Н = 7{,}99\,кН.$$

Ответ: F = 7,99 кН.

Пример 2. Для нового стального трубопровода переменного сечения с размерами $l_1 = 24$ м и $l_2 = 14$ м, диаметрами d_1 = 40 мм и d_2 = 80 мм, показанного на рис. 2., определить среднюю скорость v_2 истечения потока и величину расхода Q, если напор H = 12,0 м, степень открытия задвижки a/d = 0,4, а температура воды t = 14 ºС.

Построить пьезометрическую линию и линию полной удельной энергии.

Рис. 2. Расчетная схема и построение линий полной и потенциальной удельной энергии

Решение. Для определения скорости истечения потока V_2 (рис. 2) составим уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 2–2 относительно плоскости отсчета 0–0, проходящей через ось трубопровода, которое в общем виде записывается по формуле (2.2):

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{тр}^{1-2},$$

где $z_1 = H; z_2 = 0; p_1 = p_2 = p_{атм}; V_1 = V_{01} = 0; V_2 = Q/\omega_2$.

После подстановки исходных величин уравнение Бернулли приводится к расчетному виду:

$$H = \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{òð}^{1-2}.$$

Выражая потери удельной энергии на трение по длине и на местные гидравлические сопротивления общими формулами (2.5) и (2.6), получим

$$H = (\xi_{вх} + \lambda_1 \frac{l_1}{d_1}) \frac{V_1^2}{2g} + (\alpha_2 + \xi_{в.р} + \xi_з + \lambda_2 \frac{l_2}{d_2}) \frac{V_2^2}{2g};$$

где $\xi_{вх}$, $\xi_{в.р}$, $\xi_з$ – коэффициенты местных гидравлических сопротивлений соответственно на вход в трубопровод из резервуара, внезапное расширение потока и задвижку.

$\xi_{вх} = 0{,}50; \xi_{в.р} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} - 1\right)^2 = \left[\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 - 1\right]^2 = \left[\left(\frac{80}{40}\right)^2 - 1\right]^2 = 9{,}00; \xi_з = 4{,}60$, что соответствует, a/d = 0,4 (табл. 3 приложения);

λ_1, λ_2 – коэффициенты Дарси соответственно для первого и второго участков трубопровода.

Так как средние скорости движения жидкости на участках трубопровода неизвестны, то λ_1 è λ_2 определяются по формуле (2.19), т. е. для квадратичной зоны сопротивления:

$$\lambda_1' = 0{,}11\left(\frac{\Delta}{d_1}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{0{,}06}{40}\right)^{0{,}25} = 0{,}0216;$$

$$\lambda_2' = 0{,}11\left(\frac{\Delta}{d_2}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{0{,}06}{80}\right)^{0{,}25} = 0{,}0182,$$

где Δ – абсолютная величина эквивалентной шероховатости и принята для новых стальных труб Δ = 0,06 мм (табл. 5 приложения).

Из уравнения неразрывности потока (2.1) скорость V_1 выражается через скорость V_2 на выходе из трубопровода, т. е.

$$V_1 = \frac{\omega_2}{\omega} V_2 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 V_2 = \left(\frac{80}{40}\right)^2 V_2 = 4{,}00\, V_2.$$

Подставив значения коэффициентов местных гидравлических сопротивлений и гидравлических коэффициентов трения, а также заменив V_1 через V_2, последнее уравнение примет следующий вид:

$$H = 12{,}0\ м = \left[\left(\xi_{в\ х} + \lambda_1' \frac{l}{d_1}\right)\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 + \lambda_2' + \xi_{в.р} + \xi_з + \lambda_2' \frac{l_2}{d_2}\right]\frac{V_2^2}{2g} =$$

$$= \left[\left(0{,}5 + 0{,}0216\frac{24}{0{,}04}\right)\cdot 16{,}00 + 1{,}05 + 9{,}00 + 4{,}60 + 0{,}0182\frac{14}{0{,}08}\right]\frac{V_2^2}{2g} =$$

$$= (215{,}36 + 17{,}84)\cdot\frac{V_2^2}{2g} = 233{,}20\frac{V_2^2}{2g},$$

$$\text{откуда } V_2 = V_2' = \frac{1}{\sqrt{233{,}20}}\cdot\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 12} = 1{,}00\ м/с$$

$$\text{и } V_1 = V_2' = 4V_2' = 4\cdot 1{,}005 = 4{,}02\ м/с.$$

Теперь уточняются коэффициенты гидравлического трения, для чего рассчитываются для каждого участка трубопровода числа Рейнольдса:

$$Re_2 = \frac{V_2' d_2}{\nu} = \frac{100\cdot 4{,}0}{0{,}01176} = 34013{,}6,$$

где ν – кинетическая вязкость жидкости и для воды при t = 14 ºС $\nu = 0{,}01176\ C\,C\left(\frac{см^2}{с}\right)$ (табл. 2 приложения);

$$Re_{гл_1} = 27\left(\frac{d_1}{\Delta}\right)^{1{,}14} = 27\left(\frac{40}{0{,}06}\right)^{1{,}14} = 44732{,}1,$$

$$Re_{гл_2} = 27\left(\frac{d_2}{\Delta}\right)^{1{,}14} = 27\left(\frac{80}{0{,}06}\right)^{1{,}14} = 98581{,}2;$$

$$Re_{кв_1} = 21{,}6\cdot C_1\frac{d_1}{\Delta} = 21{,}6\cdot 64{,}56\frac{40}{0{,}06} = 929664{,}0,$$

где *C* – коэффициент Шези, определяется по формуле:

$$C_1 = \frac{1}{n} + 17{,}72\lg R_1 = \frac{1}{0{,}01} + 17{,}72\lg\frac{0{,}04}{4}64{,}56\ м^{0{,}5}/с;$$

n – коэффициент шероховатости трубопровода и для новых стальных труб n = 0,010 (табл. 5 приложения).

Теперь установим зоны гидравлического сопротивления, для чего сравним числа Рейнольдса с его граничными значениями, т. е. $Re_{кр}$, $Re_{гл}$ и $Re_{кв}$. Тогда на первом участке трубопровода имеем

$$Re_{гл_1} = 44732{,}1 < Re_1 = 136734{,}7 < Re_{кв_1} = 929664{,}0,$$

что соответствует переходной зоне гидравлического сопротивления, и коэффициент Дарси определяется по формуле (2.14):

$$\lambda_1 = 0{,}11\left(\frac{\Delta}{d_1} + \frac{68}{Re_1}\right)^{0,25} = 0{,}11\left(\frac{0{,}06}{40} + \frac{68}{1367347}\right)^{0,25} = 0{,}02325.$$

На втором участке трубопровода имеем

$$Re_{кр} = 2320 < Re_2 = 34013{,}6 < Re_{гл_2} = 98581{,}2,$$

что соответствует зоне гидравлически гладких труб, и коэффициент Дарси определяется по формуле (2.11):

$$\lambda_2 = \frac{0{,}3164}{Re_2^{0,25}} = \frac{0{,}3164}{34013{,}6^{0,25}} = 0{,}0233.$$

Подставим уточненные значения коэффициентов Дарси в последнее расчетное уравнение:

$$H = 12{,}0\ м = \left[\left(0{,}5 + 0{,}02325\frac{24}{0{,}04}\right)\cdot 16{,}00 + 1{,}05 + 9{,}00 + 4{,}60 + 0{,}023\frac{14}{0{,}08}\right]\frac{V_2^2}{2g} =$$

$$= (231{,}20 + 18{,}73)\frac{V_2^2}{2g} = 249{,}93\frac{V_2^2}{2g},$$

откуда $$V_2 = \frac{1}{\sqrt{249{,}93}}\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 12} = 0{,}97\ м/с$$

и $V_1 = 4\cdot V_2 = 4\cdot 0{,}97 = 3{,}88$ м/с.

Расхождение в определении скорости V_2 между двумя приближениями составляет

$$\Delta V_2 = \frac{V_2' - V_2}{V_2}\cdot 100 = \frac{1{,}00 - 0{,}97}{0{,}97}\cdot 100 = 3{,}1\,\%,$$

что вполне приемлемо для инженерных расчетов и дальнейших приближений не требуется.

Расход потока, транспортируемого по трубопроводу, составит:

$$Q = V_2\omega_2 = V_2 0{,}785 d_2^2 = 0{,}97\cdot 0{,}785\cdot 0{,}08^2 = 0{,}00487\ м^3/с = 4{,}87\ л/с.$$

Для построения линии полной удельной энергии составляется уравнение Бернулли для сечений 1–1 и произвольного сечения x–x относительно плоскости сравнения 0–0:

$$H = z_x + p_x/\rho g + \alpha V_x^2/2g + h_{тр}^{1-x},$$

откуда определим полную удельную энергию E_x в любом сечении трубопровода:

$$E_x = z_x + p_x/\rho g + \alpha V_x^2/2g = H - h_{тр}^{1-x},$$

т. е. для построения линии полной удельной энергии следует из напора *H* вычесть сумму потерь до рассматриваемого сечения.

В качестве расчетных выберем шесть сечений, для которых определим значение *E*:

$$E_3 = H - h_{вх} = H - \xi_{вх}\frac{V_1^2}{2g} = 12{,}00 - 0{,}5\frac{3{,}88^2}{2\cdot 9{,}81} = 12{,}00 - 0{,}384 = 11{,}616\,м;$$

$$E_4 = E_3 - h_{дл1} = E_3 - \lambda_1\frac{l_1}{d_1}\frac{V_1^2}{2g} = 11{,}616 - 0{,}02325\frac{24}{0{,}04}\cdot\frac{3{,}88^2}{2\cdot 9{,}81} =$$
$$= 11{,}616 - 10{,}704 = 0{,}912\,м;$$

$$E_5 = E_4 - h_{в.р} = E_4 - \xi_{в.р}\frac{V_2^2}{2g} = 0{,}912 - 9{,}00\frac{0{,}97^2}{2\cdot 9{,}81} = 0{,}912 - 0{,}432 = 0{,}480\,м;$$

$$E_6 = E_5 - \frac{3}{4}h_{дл2} = E_5 - \frac{3}{4}\lambda_2\frac{l_2}{d_2}\frac{V_2^2}{2g} = 0{,}480 - \frac{3}{4}0{,}0233\frac{14}{0{,}08}\cdot\frac{0{,}97^2}{2\cdot 9{,}81} =$$
$$= 0{,}480 - 0{,}157 = 0{,}323\,м;$$

$$E_7 = E_6 - h_з = E_6 - \xi_з\frac{V_2^2}{2g} = 0{,}330 - 4{,}6\frac{0{,}97^2}{2\cdot 9{,}81} = 0{,}323 - 0{,}221 = 0{,}102\,м;$$

$$E_8 = E_7 - \frac{1}{4}h_{дл2} = E_7 - \frac{1}{4}\lambda_2\frac{l_2}{d_2}\frac{V_2^2}{2g} = 0{,}102 - \frac{1}{4}0{,}0233\frac{14}{0{,}08}\cdot\frac{0{,}97^2}{2\cdot 9{,}81} =$$
$$= 0{,}102 - 0{,}049 = 0{,}053\,м.$$

Удельная энергия в сечении 8–8 совпадает с ее значением в сечении 2–2 при записи уравнения Бернулли (см. рис. 2) и равна кинетической энергии на выходе из трубопровода, т. е.

$$E_8 = \frac{\alpha V_2^2}{2g} = \frac{1{,}1\cdot 0{,}97^2}{2\cdot 9{,}81} = 0{,}053\,м.$$

Пьезометрическая линия (линия удельной потенциальной энергии) $z + \frac{p}{\rho g}$ строится следующим образом. Проводится прямая линия параллельно линии полной удельной энергии и отстоящей от нее вниз на величину кинетической энергии (скоростного напора) $\frac{\alpha V^2}{2g}$ так как на эту величину удельная потенциальная энергия в сечении потока меньше полной удельной энергии.

Построение линий полной и потенциальной удельной энергии показано на рис. 2.3.

Пример 3. Струя жидкости, вытекаемая из малого незатопленного отверстия в тонкой стенке при постоянном напоре, достигает горизонтального пола на расстоянии *x* = 1,2 м от сжатого сечения отверстия (рис. 3).

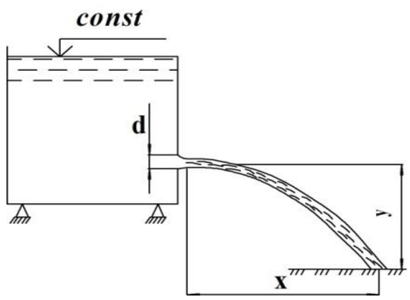

Рис. 3. Расчетная схема к примеру 3

Высота расположения отверстия над полом y =1,0 м, диаметр отверстия d = 50 мм. Определить величину расхода вытекаемой струи.

Решение. Пренебрегая сопротивлением воздуха при движении струи, запишем уравнения движения жидкости по горизонтальной и вертикальной осям:

$$x = V \cdot t = \phi \cdot \sqrt{2g \cdot H} \cdot t; y = g \cdot t^2/2 \ ;$$

Решая эти уравнения относительно времени t, получим

$$x^2 = 4\varphi^2 \cdot y \cdot H.$$

Приняв коэффициент скорости для малого отверстия в тонкой стенке ω = 0,97, из последнего уравнения определим величину напора:

$$H = x^2/(4\varphi^2\ y) = 1{,}2^2/(4\ 0{,}97^2\ 1{,}0) = 0{,}383 \text{ м}.$$

Приняв коэффициент расхода для малого отверстия в тонкой стенке μ = 0,62, определим расход вытекаемой струи:

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot \sqrt{2gH} = 0{,}62 \cdot (3{,}14 \cdot 5^2/4) \cdot \sqrt{2 \cdot 981 \cdot 38{,}3} = 3335 \text{ см}^3/\text{с} = 3{,}335 \text{ л/с}.$$

Ответ: Q = 3,335 л/с.

Практическое занятие 7

Пример 1. В тонкой стенке, разделяющей призматический резервуар на два отсека, имеется отверстие диаметром d_1 = 20 мм (рис. 1).

К отверстию в дне второго отсека присоединена короткая труба диаметром d_2 = 16 мм и длиной l = 64 мм.

1. Определить расход воды Q, вытекаемой из трубы, если общий напор H = 3,5 м, а уровни в отсеках резервуара постоянны.

2. При полученных напорах H_1 и H_2 определить время выравнивания уровней воды в отсеках резервуара (на схеме показан пунктиром), если короткая труба будет закрыта, а площади сечения отсеков соответственно равны Ω_1= 3,0 м^2, Ω_2 = 2,0 м^2.

Решение.Так как уровни в отсеках резервуара постоянны, то движение жидкости будет установившимся и расходы истечения из отверстия, и насадка будут равны, т. е.

$$Q_{\text{отв}} = Q_{\text{н}},\ \text{или}\ \mu_{\text{о}}\cdot\omega_{\text{о}}\cdot\sqrt{2gH_1} = \mu_{\text{н}}\cdot\omega_{\text{н}}\cdot\sqrt{2gH_2}\ .$$

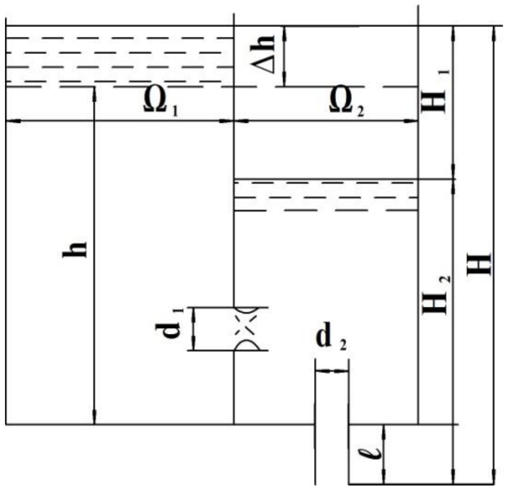

Рис. 1. Расчетная схема

Кроме того, из условия задачи следует, что $H_1 + H_2 = H$, откуда $H_2 = H - H_1$.

Для отверстия в тонкой стенке коэффициент расхода принимается $\mu_{\text{о}}$ = 0,62. Соотношение $l\,/d_2$ = 64/16 = 4,0, следовательно, короткая труба работает как внешний круглоцилиндрический насадок и коэффициент расхода $\mu_{\text{н}}$ = 0,82 (табл. 4 приложения).

Решаем вышеприведенное равенство относительно H_1, предварительно подставив значение напора H_2.

Тогда

$$\mu_{\text{о}}\cdot\omega_{\text{о}}\cdot\sqrt{2g}\cdot\sqrt{\text{H}_1} = \mu_{\text{н}}\cdot\omega_{\text{н}}\cdot\sqrt{2g}\ \sqrt{H - H_1}\ ,$$

откуда

$$\sqrt{\frac{H - H_1}{H_1}} = \frac{\mu_o \omega_o}{\mu_н \omega_н} = \frac{\mu_o}{\mu_н}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$$

и окончательно напор

$$H_1 = \frac{H}{\left(\frac{\mu_o}{\mu_н}\right)^2\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 + 1} = \frac{3{,}5}{\left(\frac{0{,}62}{0{,}82}\right)^2\left(\frac{20}{16}\right)^4 + 1} = 1{,}46\ м,$$

а затем $H_2 = H - H_1 = 3{,}5 - 1{,}46 = 2{,}04$ м.

Тогда искомый расход составит

$$Q_о = \mu_о \cdot \omega_о \cdot \sqrt{2gH_1} = 0{,}62(3{,}14 \cdot 2^2/4) \cdot \sqrt{2 \cdot 981 \cdot 146} =$$
$$= 1042\ см^3/с = 1{,}042\ л/с,$$

или

$$Q_н = \mu_н \cdot \omega_н \cdot \sqrt{2gH_2} = 0{,}82(3{,}14 \cdot 1{,}6^2/4) \cdot \sqrt{2 \cdot 981 \cdot 204} =$$
$$= 1042\ см^3/с = 1{,}042\ л/с,$$

что указывает на достоверность расчета.

2. Время перетекания воды из одного отсека резервуара в другой определяется по уравнению (2.29), в котором $H_1 = 1{,}46$ м, $H_2 = 0$, так как уровни выравниваются. Перетекание жидкости происходит через отверстие, следовательно, коэффициент расхода $\mu = 0{,}62$.

Тогда

$$t = \frac{2\Omega_1 \cdot \Omega_2}{(\Omega_1 + \Omega_2)\mu\omega\sqrt{2g}}\left(\sqrt{H_1^{/}} - \sqrt{H_2^{/}}\right) =$$
$$= \frac{2 \cdot 3 \cdot 2}{(3+2)0{,}62\frac{3{,}14 \cdot 0{,}02^2}{4}\sqrt{2 \cdot 9{,}81}}\sqrt{1{,}46} = 56{,}05\ ммин$$

Глубину воды в резервуаре определим на основании равенства объемов вытекаемой воды из первого отсека и поступаемой во второй отсек, т. е.

$$W_{выт} = \Omega_1 \Delta h = W_{пост} = \Omega_2 (H_1 - \Delta h),$$

где Δh – глубина понижения уровня воды в первом отсеке (см. рис. 2.5).

Решим последнее уравнение относительно глубины понижения воды:

$$\Delta h = \frac{\Omega_2 \cdot H_1}{(\Omega_1 + \Omega_2)} = \frac{2{,}0 \cdot 1{,}46}{3{,}0 + 2{,}0} = 0{,}584\ м.$$

Тогда глубина воды в резервуаре составит:

$h = H - (l + \Delta h) = 3{,}5 - (0{,}064 + 0{,}584) = 2{,}852$ м.

Ответ: 1. $H_1 = 1{,}46$ м; $H_2 = 2{,}04$ м; $Q = 1{,}042$ л/с;

2. $t = 56{,}05$ мин; $h = 2{,}852$ м.

Пример 2. Два призматических резервуара А и В (рис. 2) с площадями поперечных сечений Ω_A = 4,5 м^2 и Ω_B = 1,5 м^2 соединены новым стальным трубопроводом длиной l = 42 м и диаметром d = 40 мм, на котором установлена задвижка со степенью открытия a/d = 0,50.

Определить время, в течение которого объем воды W = 9,0 м^3 перетечет из резервуара А в резервуар В. Первоначальные отметки уровней воды в резервуарах составляют: H_A = 12,5 м; H_B = 1,5 м; оси трубы – H_C = 3,5 м. Считать, что движение воды в трубопроводе происходит в квадратичной области сопротивления.

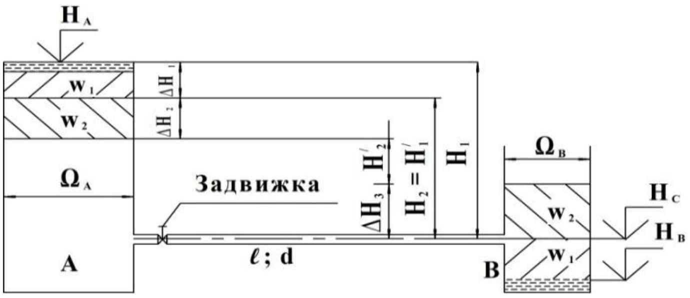

Рис. 2. Расчетная схема к определению времени перетекания жидкости в призматических резервуарах

Решение. Из анализа процесса перетекания жидкости из резервуара А в резервуар В следует, что время t этого процесса будет состоять из двух периодов:

а) истечение при переменном напоре в атмосферу до центра тяжести сечения выходного отверстия трубы;

б) истечение при переменном напоре под переменный уровень.

Так как движение жидкости происходит по трубопроводу, то в расчетных зависимостях принимается коэффициент расхода системы, определяемый по зависимости:

$$\mu_{сист} = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \sum \xi}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \sum \xi_{вх} + \xi_з + \lambda \frac{\ell}{d}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1,05 + 0,5 + 5,3 + 0,0216 \frac{42}{0,04}}} = 0,184,$$

где $\xi_{вх}, \xi_з$ – коэффициенты местных гидравлических сопротивлений. Принимаются по табл. 3 приложения и равны: $\xi_{вх}$ = 0,5; $\xi_з$ = 5,3;

λ – коэффициент Дарси, определяемый по формуле (2.19), так как согласно условию задачи, движение жидкости происходит в квадратичной зоне сопротивления:

$$\lambda = 0,11\left(\frac{\Delta}{d}\right)^{0,25} = 0,11\left(\frac{0,06}{40}\right)^{0,25} = 0,0216;$$

Δ – абсолютная величина шероховатости стенок трубопровода и для новых стальных труб принята Δ = 0,06 мм (табл. 5 приложения).

Теперь определяются расчетные напоры из условия равенства объемов воды, вытекаемой из резервуара А и поступающей в резервуар В. Для расчетной зависимости (2.28) напоры равны:

$$H_1 = H_A - H_C = 12{,}5 - 3{,}5 = 9{,}0 \text{ м};$$

$$H_2 = H_1 - \Delta H_1 = 9{,}0 - 0{,}67 = 8{,}33 \text{ м},$$

где $W_1 = \Delta H_1 \cdot \Omega_A = (H_C - H_B) \cdot \Omega_B$, откуда

$$\Delta H_1 = \frac{\Omega_B}{\Omega_A}(H_C - H_B) = \frac{1{,}5}{4{,}5}(3{,}5 - 1{,}5) = 0{,}67 \; м.$$

Тогда время повышения уровня воды до оси трубы

$$t_1 = \frac{2\Omega_A}{\mu_{сист}\omega\sqrt{2g}}\left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}\right) =$$

$$= \frac{2 \cdot 4{,}5}{0{,}184 \cdot 0{,}785 \cdot 0{,}04^2 \cdot \sqrt{2 \cdot 9{,}81}}(\sqrt{9{,}00} - \sqrt{8{,}33}) = 1000{,}5 \; с.$$

Для расчетной зависимости (2.29) напоры будут равны:

$$H_1^{/} = H_2 = H_1 - \Delta H_1 = 9{,}0 - 0{,}67 = 8{,}33 \; м;$$

$$H_2^{/} = H_2 - \left(\Delta H_2 + \Delta H_3\right) = 8{,}33 - (1{,}33 + 4{,}0) = 3{,}00 \; м,$$

где ΔH_2, ΔH_3 – соответственно понижение уровня воды в резервуаре А и повышение в резервуаре В. Определяются на основании равенства объемов вытекаемой воды из резервуара А и поступаемой в резервуар В (см. рис. 2.6), т. е.

$$\Delta H_2 = W_2 / \Omega_A = (W - W_1) / \Omega_A = [\, W - (H_C - H_B)\Omega_B] / \Omega_A =$$
$$= [9{,}00 - (3{,}5 - 1{,}5)\, 1{,}5] / 4{,}5 = 1{,}33 \text{ м};$$

$$\Delta H_3 = W_2 / \Omega_B = (W - W_1) / \Omega_B = [\, W - (H_C - H_B)\, \Omega_B] / \Omega_B =$$
$$= [9{,}00 - (3{,}5 - 1{,}5)\, 1{,}5] / 1{,}5 = 4{,}00 \text{ м}.$$

Тогда время перетекания оставшегося объема W_2 воды из резервуара А в резервуар В составит:

$$t_2 = \frac{2\Omega_A \cdot \Omega_B}{(\Omega_A + \Omega_B)\mu_{сист}\omega\sqrt{2g}}\left(\sqrt{H_1^{/}} - \sqrt{H_2^{/}}\right) =$$

$$= \frac{2 \cdot 4,5 \cdot 1,5}{(4,5 + 1,5)0,184\frac{3,14 \cdot 0,04^2}{4}\sqrt{2 \cdot 9,81}}\sqrt{8,33} - \sqrt{3,00} = 2536,7 \text{ мин.}$$

Время перетекания всего объема воды из резервуара А в резервуар В составит:

$$t = t_1 + t_2 = 1000,5 + 2536,7 = 3537,2 \text{ с} = 58,95 \text{ мин.}$$

Ответ: t = 58,95 мин.

Практическое занятие 8

Пример 1. По трубопроводу, состоящему из трех последовательно соединенных участков труб (рис. 1), подводится вода потребителю от напорного резервуара A. Определить отметку пьезометрического напора в резервуаре A при размерах труб: $\ell_1 = 240$ м; $\ell_2 = 310$ м; $\ell_3 = 180$ м; $d_1 = 200$ мм; $d_2 = 125$ мм; $d_3 = 75$ мм, если расход воды $Q = 4$ л/с. Трубы новые чугунные. Свободный напор в конце трубопровода $H_{св} = 8$ м.

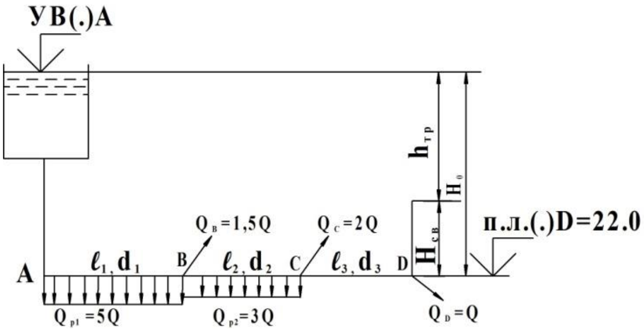

Рис. 1. Расчетная схема трубопровода

Решение. Пренебрегая скоростными напорами в резервуаре и на выходе из трубопровода, из уравнения Бернулли получим величину напора:

$$H_0 = H_{св} + h_{тр} = H_{св} + K_м\,(h_{дл1} + h_{дл2} + h_{дл3}),$$

где $K_м$ – коэффициент, учитывающий потери напора на местные гидравлические сопротивления, $K_м = 1{,}05$–$1{,}10$;

$h_{дл1}$, $h_{дл2}$, $h_{дл3}$ – потери напора на участках трубопровода.

Тогда отметка пьезометрической линии в напорном резервуаре

$$\nabla_A = \nabla_D + H_0.$$

Предварительно определяются расчетные расходы на каждом участке трубопровода по формуле (3.5):

$$Q_{CD} = Q_D = 4{,}0 \text{ л/с};$$
$$Q_{BC} = Q_D + Q_C + 0{,}55\,Q_{р2} = Q + 2Q + 0{,}55 \cdot 3 \cdot Q = 18{,}6 \text{ л/с};$$

$$Q_{AB} = Q_B + Q_C + Q_D + Q_{р2} + 0{,}55Q_{р1} =$$
$$= Q + 2Q + 3Q + 1{,}5Q + 0{,}55 \cdot 5 \cdot Q = 41{,}0 \text{ л/с}.$$

Потери напора в длинном трубопроводе вычисляются по формуле (3.4), расчет которых для примера покажем только для участка АВ, а для остальных участков трубопровода приводятся в табл.1.

Установим область сопротивления, для чего по табл. 7 приложения определим $V_{кв1} = 3{,}19$ м/с и вычислим среднюю скорость движения потока:

$$V_1 = \frac{Q_{AB}}{\omega_1} = \frac{41,0}{31,416} = 1,30\ м/с,$$

где площадь трубы принята из табл. 6 приложения при d_1 = 200 мм.

Так как V_1 = 1,30 м/с <$V_{кв1}$ = 3,10 м/с, то область сопротивления не квадратичная и поправочный коэффициент θ_2^1 = 1,165 (табл. 8 приложения).

Для новых чугунных труб при d_1 = 200 мм удельное сопротивление составит $A_{кв}$ = 0,00647 с²/л² (табл. 6 приложения). Тогда потери напора на первом участке трубопровода

$$h_{дл1} = \theta_2^1\ (Q_{AB})^2 L_1 A_{кв1} = 1,165 \cdot 41,0^2 \cdot 0,24 \cdot 0,00647 = 3,04\ м.$$

Таблица 1. **Расчет потерь напора на участках трубопровода**

Название участка	$Q_{расч}$, л/с	$V_{кв}$, м/с	V, м/с	Область сопротивления	θ_2	$A_{кв}$, с²/л²	L, км	$h_{дл}$, м
BC	18,6	2,90	1,52	Не квадратичная	1,135	0,0776	0,31	9,44
CD	4,0	2,65	0,90	То же	1,250	1,167	0,18	4,20

Тогда полный напор для трубопровода составит:

$$H_0 = H_{св} + K_м\ (h_{дл1}+h_{дл2}+h_{дл3}) = 8,0 + 1,075(3,04 + 9,44 + 4,20) = 25,93\ м.$$

Отметка пьезометрического напора в напорном резервуаре

$$\nabla_A = \nabla_D + H_0 = 22,0 + 25,93 = 47,93\ м.$$

Ответ: ∇_A = 47,93 м.

Пример 2. Вода в количестве Q = 91,0 л/с транспортируется по трубопроводу из трех параллельно соединенных труб. Найти распределение общего расхода Q по отдельным линиям Q_1, Q_2, Q_3 и потерю напора $h_{тр} = H$ между узловыми точками A и B (рис. 3.3), если размеры труб: ℓ_1 = 500 м, d_1 = 150 мм; ℓ_2 = 350 м, d_2 = 150 мм; ℓ_3 = 1000 м, d_3 = 200 мм. Трубы стальные, находящиеся в эксплуатации длительное время.

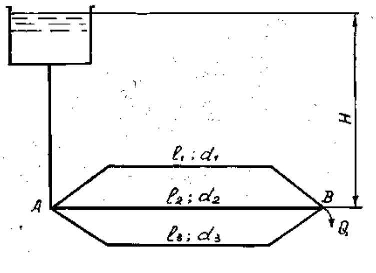

Рис. 2. Расчетная схема трубопровода

Решение. При параллельном соединении труб напор в узловых точках A и B для всех линий будет одинаковым и если принять $h_м = 0$, то потери напора по длине будут равны напору H и определяться по формуле:

$$h_{дл} = H = Q^2 / \left(\overset{i=1}{\underset{n}{\Sigma}} \cdot \frac{\theta_{1i} \cdot k_{квi}}{\sqrt{\ell_i}} \right)^2 .$$

Так как расходы на линиях трубопровода неизвестны, допускаем наличие квадратичной области сопротивления и тогда $\theta_1' = \theta_1'' = \theta_1''' = 1{,}0$. Для стальных труб, длительное время находящихся в эксплуатации (так называемые нормальные трубы), расходные характеристики определим по справочной литературе (табл. 6 приложения):

$k_{кв1} = k_{кв2} = 158{,}4$ л/с; $k_{кв3} = 340{,}8$ л/с. Подставим исходные величины в приведенное выше уравнение и получим

$$H = Q^2 / \left(\overset{i=1}{\underset{i=n}{\Sigma}} \cdot \frac{\theta_{1i} \cdot k_{квi}}{\sqrt{\ell_i}} \right)^2 = 91,0^2 / \left(\frac{158{,}4}{\sqrt{500}} + \frac{158{,}4}{\sqrt{350}} + \frac{340{,}8}{\sqrt{1000}} \right)^2 = 11{,}946 \ м.$$

Расходы на каждом участке трубопровода определим по формуле :

$$Q = \theta_1 k_{кв} \sqrt{I} = \theta_1 k_{кв} \sqrt{\frac{H}{\ell}}.$$

Тогда расход для каждого участка трубопровода составит:

$$Q_1 = k_{кв1} \sqrt{\frac{H}{\ell_1}} = 158{,}4 \sqrt{\frac{11{,}946}{500}} = 24{,}4 \ л/с;$$

$$Q_2 = k_{кв2} \sqrt{\frac{H}{\ell_2}} = 158{,}4 \sqrt{\frac{11{,}946}{500}} = 29{,}26 \ л/с;$$

$$Q_3 = k_{кв3} \sqrt{\frac{H}{\ell_3}} = 340{,}8 \sqrt{\frac{11{,}946}{1000}} = 37{,}25 \ л/с.$$

Проверяем правильность принятого предположения о наличии квадратичной области сопротивления в трубах. Для этого вычислим средние скорости на отдельных участках труб и сравним эти скорости с граничными скоростями $V_{кв}$ для квадратичной области сопротивления. По табл. 7 приложения находим $V_{кв1} = V_{кв2} = 0{,}95$ м/с; $V_{кв3} = 1{,}0$ м/с.

$$V_1 = \frac{Q_1}{\omega_1} = \frac{24{,}48}{17{,}671} = 1{,}38 \ м/с > V_{кв1} = 0{,}95 \ м/с;$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{\omega_2} = \frac{29{,}26}{17{,}671} = 1{,}666\ м/с > V_{кв2} = 0{,}95\ м/с;$$

$$V_3 = \frac{Q_3}{\omega_3} = \frac{37{,}25}{31{,}416} = 1{,}19\ м/с > V_{кв3} = 1{,}0\ м/с.$$

Следовательно, на всех участках трубопровода наблюдается квадратичная область сопротивления, и принятое предположение подтвердилось. Для контроля проверим общий расход:

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 24{,}48 + 29{,}26 + 37{,}25 = 91{,}0$ л/с, что указывает на достоверность расчета.

Ответ: $Q_1 = 24{,}48$ л/с; $Q_2 = 29{,}26$ л/с; $Q_3 = 37{,}25$ л/с; $H = 11{,}95$ м.