

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ СЧЕТА РАДИОАКТИВНОГО ОБРАЗЦА ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ ИЗМЕРЕНИИ.

Теория. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАНДАРТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ

Как говорилось выше, чаще всего скорость счета препарата (образца) измеряют длительное время. В этом случае при статистической обработке результатов измерений пользуются способом определения стандартного отклонения, основанным на законе распределения Пуассона.

Стандартным отклонением называется корень квадратный из общего числа набранных импульсов за единицу времени, то есть \sqrt{N} , где N — число набранных импульсов за единицу времени. Оно обычно обозначается σ и равно

$$\sigma = \pm\sqrt{N},$$

но не стоит путать это с σ определяемой по методу наименьших квадратов. Это разные величины.

Скорость счета образца N будет равна

$$N = N \pm \sqrt{N}, \quad (21)$$

где N — число импульсов за единицу времени, которое должно быть достаточно велико, так как в противном случае точность измерений будет невысокой.

Приведем несколько примеров: пусть насчитано 25 имп/мин, то есть $N = 25$. Тогда

$$N = 25 \pm \sqrt{25} = 25 \pm 5; E = \frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{5}{25} = 0,2,$$

а в процентах $E = 20\%$. Эта ошибка довольно велика. Остальные примеры приведены в табл. 4.

Как видно, при $N \geq 1000$ имп/мин относительная ошибка будет удовлетворительно малой.

Таблица 4. Зависимость ошибки измерения от скорости счета образца

Значение N имп/мин	Скорость счета образца $N = N \pm \sqrt{N}$, имп/мин	Относительная ошибка измерения $\frac{\sqrt{N}}{N}$	Ошибка измерения, %
100	100 ± 10	$10 : 100 = 0,1$	$0,1 \times 100 = 10$
1024	1024 ± 32	$32 : 1024 = 0,031$	$0,031 \times 100 = 3,1$
2500	2500 ± 50	$50 : 2500 = 0,02$	$0,02 \times 100 = 2$
4225	4225 ± 65	$65 : 4225 = 0,015$	$0,015 \times 100 = 1,5$

Если число импульсов сосчитано за время t , то в единицу времени скорость счета образца будет в t раз меньше, то есть

$$N = \frac{n \pm \sqrt{n}}{t} \text{ или } N = \frac{n}{t} \pm \frac{\sqrt{n}}{t}, \quad (22)$$

где n — число импульсов, зарегистрированных за время t ;
 t — время измерения данного образца.

Формулу (22) можно записать по-другому:

$$N = \frac{n}{t} \pm \frac{\sqrt{n}}{t} = \frac{n}{t} \pm \sqrt{\frac{n}{t^2}}, \quad (23)$$

где n/t — среднее арифметическое скорости счета;

\sqrt{n}/t — среднее стандартное отклонение отдельного измерения.

Очень часто при измерении скорости счета образца N нельзя пренебречь значением скорости счета фона N_ϕ , тогда истинная скорость счета образца N_0 определяется следующим образом. Пусть имеем скорость счета образца+фон

$$N = \frac{n}{t} \pm \sqrt{\frac{n}{t^2}},$$

и скорость счета фона

$$N_\phi = \frac{n_\phi}{t_\phi} \pm \sqrt{\frac{n_\phi}{t_\phi^2}}.$$

Тогда истинная скорость счета образца $N_0 = N - N_\phi$, причем общая ошибка определяется как корень квадратный из суммы квадратов стандартных отклонений для образца+фон и фона:

$$m_0 = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{t^2}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{n_\phi}}{\sqrt{t_\phi^2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{n}{t^2} + \frac{n_\phi}{t_\phi^2}}, \quad (24)$$

$$\text{и } N_0 = N - N_\phi = \frac{n}{t} - \frac{n_\phi}{t_\phi} \pm \sqrt{\frac{n}{t^2} + \frac{n_\phi}{t_\phi^2}}. \quad (25)$$

Пример 3. При измерении фона в течение 50 минут было зарегистрировано 2500 импульсов, а при измерении образца в течение 30 минут — 3600 импульсов. Определить истинную скорость счета образца.

Решение. Скорость счета фона

$$N_{\phi} = \frac{n_{\phi} \pm \sqrt{n_{\phi}}}{t_{\phi}} = \frac{2500 \pm \sqrt{2500}}{50} = \frac{2500 \pm 50}{50} = 50 \pm 1$$

(имп/мин)

В этом выражении величина 50, являясь средним арифметическим, представляет собой наиболее вероятную величину скорости счета фона, а величина ± 1 представляет собой среднее квадратичное отклонение при измерении скорости счета фона.

Скорость счета образца + фон будет

$$N = \frac{n \pm \sqrt{n}}{t} = \frac{3600 \pm \sqrt{3600}}{30} = \frac{3600 \pm 60}{30} = 120 \pm 2$$

(имп/мин)

Величина 120 — наиболее вероятная величина скорости счета образца+фон, а величина ± 2 представляет собой среднее квадратичное отклонение при измерении скорости счета образца+фон.

Истинная скорость счета образца

$$N_o = N - N_{\phi} = 120 - 50 \pm \sqrt{2^2 + 1^2} = 70 \pm \sqrt{5} = 70 \pm 2,2$$

(имп/мин)

будет находиться в пределах от 68 до 72 имп/мин.

Вычислим точность определения истинной скорости счета образца. Для этого определим относительную ошибку в процентах:

$$E = \frac{\sqrt{N}}{N} 100\% . \quad (26)$$

$$E = \frac{2,2}{70} \cdot 100\% = 3,1\% .$$

Степень точности, равная 3,1%, вполне удовлетворительная, и поэтому можно считать измерения оконченными.

8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ИЗМЕРЕНИЯ ЭТАЛОНА И ПРЕПАРАТА С ЗАДАННОЙ СТЕПЕНЬЮ ТОЧНОСТИ

Как указывалось выше, степень точности измерений различна в зависимости от числа регистрируемых импульсов. На практике удобно пользоваться таблицей, составленной Л.А. Бэллом для определения числа импульсов, обеспечивающих заданную относительную точность счета E . При этом применяются следующие обозначения:

- K — отношение скорости счета образца+фон к скорости счета фона;
- n_{ϕ} — измеренное число импульсов фона;
- n — общее число импульсов (образец+фон);
- t_{ϕ} — время регистрации импульсов (фон)
- t — время регистрации импульсов (образец+фон)

$$K = \frac{n}{t} : \frac{n_{\phi}}{t_{\phi}}.$$

Нужно учесть, что ниже ломаной линии в таблице Л.А. Белла помещаются такие условия счета, при которых значения фона могут не приниматься во внимание. Фон измеряется изредка только для того, чтобы удостовериться, что условия работы остаются неизменными.

Точность радиометрического измерения зависит как от активности препаратов, так и от времени их измерения. Зависимость обратная: чем выше активность, тем меньше времени требуется для измерения с какой-то определенной точностью активности данного препарата по сравнению с другим источником низкой активности. Поэтому, когда необходимо, провести серию измерений активности источников, а затем сравнить их активность с определенной точностью, возникает вопрос, с какой продолжительностью делать каждое измерение.

Для установления продолжительности измерения и исключения влияния ошибок радиометрии на окончательные выводы при сравнении вариантов опыта в случае измерения с одинаковой точностью, но различной интенсивностью излучения, пользуются таблицей Л.А. Бэлла (см. приложение).

Пример 4. Установить продолжительность измерения двух источников с относительной ошибкой не более 5%. Первый источник дает $N_1 = 40$ имп/мин, второй – $N_2 = 100$ имп/мин., фон $N_{\phi} = 10$ имп/мин.

Решение. Сначала необходимо узнать $K = N/N_{\phi}$. Для первого источника $K = 4$, для второго – $K=10$. Так как в таблице нет $K = 4$, пользуемся строчкой $K=3$ (это несколько повысит точность по сравнению с заданной). По таблице находим, что при $K = 3$ относительная ошибка 5% при измерении фона достигается, если общее число импульсов $n_{\phi}=450$. Следовательно, для измерения фона потребуется $t_{\phi}=n_{\phi}/N_{\phi}$; $t_{\phi}=450/10=45$ мин. Для измерения препарата необходимо $n_{\phi} = 1800$ имп, а заданная скорость счета $N_1=40$ имп/мин, тогда время измерения $t_1= 1800/40=45$ мин.

Второй источник имеет $K=10$. Для измерения фона в этом случае потребуется $t_{\phi} = 20/10 = 2$ мин, а препарата $t_2 = 650/100=6,5$ или 7 мин.

Из данного примера видно, как изменяется продолжительность измерения для достижения одной и той же относительной ошибки при измерении препаратов разной активности.

9. ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОЙ ОШИБКИ ИЗМЕРЕНИЙ

Для того, чтобы закончить вопрос о вычислении ошибок измерений, необходимо разобрать случай вычисления вероятной ошибки с использованием закона распределения Пуассона. При этом вероятная ошибка выражается следующим образом:

$$F = \pm 0,67 \cdot \sqrt{N}, \quad (27)$$

где N — общее число сосчитанных импульсов за единицу времени.

Тогда общая скорость счета образца будет

$$N_0 = N \pm 0,67 \cdot \sqrt{N}, \quad (28)$$

относительная ошибка в процентах

$$E = \frac{0,67\sqrt{N}}{N} 100\% \quad (29)$$

Обычно вероятной ошибкой пользуются в тех случаях, когда желательно сузить пределы ошибок измерения. Например, если образец обладает сравнительно малой активностью излучения, немногим отличающейся от активности фона.

При использовании вероятной ошибки можно легко определить число импульсов, которые необходимо сосчитать для того, чтобы работать с наперед заданной степенью точности.

Приведем некоторые цифровые данные, для удобства представленные в виде табл. 5.

Таблица 5. Зависимость вероятной ошибки измерения от числа насчитанных импульсов

Число сосчитанных импульсов за минуту, N	Скорость счета образца $N = N \pm 0,67 \cdot \sqrt{N}$ имп/мин	Относительная ошибка измерения $0,67 \cdot \sqrt{N} / N$	Относительная ошибка измерения, % $[0,67 \cdot \sqrt{N} / N] \cdot 100$
4445	$4445 \pm 0,67 \sqrt{4445}$	0,01	1
1114	$1114 \pm 0,67 \sqrt{1114}$	0,02	2
177	$177 \pm 0,67 \sqrt{177}$	0,06	6
45	$45 \pm 0,67 \sqrt{45}$	0,1	10
11	$11 \pm 0,67 \sqrt{11}$	0,2	20

Видно, что чем меньше зарегистрировано импульсов, то есть чем меньше будет отличаться истинная скорость счета образца от скорости счета фона, тем больше будет ошибка измерения.

Заканчивая рассмотрение вопроса о статистической обработке результатов скорости счета образца для определения его активности, необходимо отметить, что среднее арифметическое всегда определяет собой основную и наиболее вероятную величину измеряемой скорости счета. Степень достоверности полученных данных определяется значением ошибок измерения.

ЗАДАНИЕ

Определение скорости счета данного радиоактивного образца при длительном измерении.

Для выполнения задания необходимо ознакомиться с разделами 1, 2, 6, 7 и 9 данного методического пособия.

Последовательность выполнения работы:

1. Подготовьте радиометр к работе;
2. Проверьте правильность работы пересчетного блока;
3. Измерьте фон счетчика в течение 10 (или 15) минут;
4. Запишите число импульсов n_ϕ , зарегистрированных за данный промежуток времени t_ϕ ;
5. Рассчитайте скорость счета фона N_ϕ по формуле (22) или (23) (см. пример 3);
6. Установите данный радиоактивный образец и измерьте скорость счета образца в течение 15 минут;
7. Запишите число импульсов n , зарегистрированных за данное время t ;
8. Рассчитайте скорость счета образца с учетом фона N по формуле (22) или (23);
9. Найдите истинную скорость счета образца N_o по формуле (25), окончательный ответ запишите в виде $N_o = (N - N_\phi) \pm m_o$;
10. Определите относительную ошибку E в процентах по формуле (26) и сделайте вывод о точности измерения. Если истинная скорость счета предложенного образца будет мало отличаться от скорости счета фона (образец малой активности), то необходимо рассчитать и вероятную ошибку F ;
11. Повторите пункты 3–9;
12. Определите вероятную ошибку F по формуле (27);
13. Истинную скорость счета образца N_o запишите согласно формуле (28);
14. Определите относительную ошибку E в процентах по формуле (29) и сделайте вывод о точности измерения.