ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5. СВОДНЫЕ ТАБЛИЦЫ. ВЫЧИСЛЕНИЕ ОЖИДАЕМОГО КОЛИЧЕСТВА НАБЛЮДЕНИЙ

Выборочный метод исследований

При выборочном методе исследований, используя обобщенные характеристики выборочной совокупности, исследователь имеет целью распространить полученные выводы на все целое, на всю генеральную совокупность изучаемых явлений и объектов. Это возможно, если выбранная для исследования часть *репрезентативна* целому, т. е. типична и обладает теми же основными чертами, что и все целое. Иными словами, выборка должна «представлять» свою генеральную совокупность. Репрезентативность выборочной совокупности исследуемого материала обеспечивается при выполнении следующих основных условий:

- соблюдение правил формирования выборки;
- использование достаточного числа наблюдений.

Формирование выборочной совокупности

При формировании выборочной совокупности *отбор* из генеральной совокупности единиц для исследования необходимо производить таким образом, чтобы *исключить возможность систематической ошибки* и тем более *любой преднамеренности.*

В выборочном методе различают несколько видов отбора единиц из всей совокупности наблюдений:

- собственно случайный отбор;
- механический отбор;
- типологический;
- серийный.

Собственно случайный отбор заключается в том, что каждая единица исследуемой совокупности имеет равновероятную возможность попасть в выборку, так как отбирается каким-либо случайным способом. Для этого обычно применяются:

а) *метод жеребьевки,* при котором выбор единиц наблюдения осуществляется по жребию. Например, на все единицы совокупности заготавливают одинаковые карточки или жетоны, помещают их в ящик и наугад отбирают необходимое число;

б) *метод случайных чисел,* когда отбор необходимого числа единиц наблюдения производится из общего количества пронумерованных единиц совокупности с применением генератора случайных чисел.

Механический отбор предполагает отбор определённой части генеральной совокупности в механическом порядке (каждый второй, пятый, десятый). Набольной, например в порядке регистрации в журнале приемного покоя. Следует учитывать, что такой механический отбор не исключает возможности систематической ошибки.

Типологический отбор состоит в том, что случайный или механический отбор единиц наблюдения производится из однородных групп, на которые разбита генеральная совокупность по какому-либо существенному признаку. Типологический отбор имеет целью повышение репрезентативности выборки и поэтому может быть назван направленным отбором.

Серийный отбор отличается от предыдущих тем, что при нем случайным способом отбираются не отдельные единицы, а их целые группы, или серии. Это удобно, например, при определении групп исследования и контроля.

1.5.2 Определение объема выборочной совокупности

Какой бы способ отбора наблюдений ни применил исследователь, всегда сохраняется вопрос: достаточно ли это число для того, чтобы выборка была репрезентативной?

При исследовании явлений, подчиняющихся закону нормального распределения, на поставленный вопрос хорошо отвечает формула *средней ошибки* средней арифметической величины

m = -^ (1.12)
Л1П

По размерам средней ошибки исследователь может определить, насколько найденная в опыте выборочная средняя величина отличается от средней генеральной совокупности. Малая ошибка указывает на близость этих показателей, большая ошибка такой уверенности не дает. Из формулы видно, что размер средней ошибки прямо пропорционален среднему квадратическому отклонению, т. е. вариабельности явления, и обратно пропорционален корню квадратному из числа наблюдений.

По средней арифметической величине и ее средней ошибке можно представить себе те границы, называемые *доверительными,* в которых с определенной вероятностью может находиться средняя арифметическая величина генеральной совокупности. Предположим, что какое-либо исследование в аналогичных условиях было повторено многими исследователями. Можно ожидать, что полученные при этом выборочные средние будут отличаться друг от друга. Как установлено, распределение этих выборочных средних подчиняется нормальному закону, а средняя арифметическая из них характеризует нам среднюю арифметическую генеральной совокупности ($x_{ген}$). Мерой колеблемости выборочных средних является среднее квадратическое отклонение ($c_{ген}$), которое соответствует средней ошибке средней арифметической (m). Как следует из предыдущего изложения, в пределах $x \pm c$ находится 68,3% наблюдений (в дан ном случае выборочных средних, полученных при повторных испытаниях); в пределах $x\pm 2cm$ - 95,5% и в пределах $x\pm 3cm$ - 99,7%. Согласно этому правилу можно представить, что средняя арифметическая генеральной совокупности с вероятностью в 68,3% находится в пределах $x\pm m$. Однако степень надежности такого вывода для медицинских исследований считается недостаточной. Увеличить надежность вывода о возможных размерах средней генеральной совокупности можно лишь при расширении доверительных границ до пределов $x\pm 2m$, что позволяет повысить вероятность до 95,5%. Интервал в пределах $x\pm 3m$ увеличивает надежность вывода до 99,7%.

Величины 1,2 и 3, определяющие заданный интервал доверия *(доверительные границы),* представляют *доверительные коэффициенты* и обозначаются буквой *t*Определяемая этими коэффициентами степень надежности (в % или долях единиц) называется *доверительной вероятностью*. Вычитая из 100 или единицы доверительную вероятность, получаем *уровень значимости,* или *риск ошибки (р).* Ниже в табл. 1.14 приведены в кратком виде взаимоотношения названных величин.

Таблица 1.14 - Соотношения между доверительным коэффициентом, доверительной вероятностью и уровнем значимости

Доверительный коэффициент, *t*	Доверительная вероятность 1—*p*(в %)	Уровень значимости *p*(в%)
1,0	0,683(68,3)	0,317(31,7)
1,96	***0,950(95,0)***	***0,050(5,0)***
2,0	0,955(95,5)	0,045(4,5)
2,6	0,990(99,0)	0,010(1,0)
3,0	0,997(99,7)	0,003(0,3)
3,3	0,999(99,9)	0,001(0,1)

Значения приведенных величин, выделенные полужирным курсивом, обычно принимаются для достижения минимальной надежности вывода (при большом числе наблюдений).

Итак, указанная выше формула доверительных границ генеральной средней должна включать величину *t,*указывающую на ту степень надежности, с которой исследователь принимает полученный в опыте результат:

$$x\pm t \cdot m \tag{1.13}$$

Таким образом, величина средней ошибки средней арифметической величины позволяет с любой вероятностью установить границы, в пределах которых находится средняя арифметическая величина генеральной совокупности. Она же может указать на достаточность числа наблюдений и репрезентативность выборки.

При планировании исследования необходимое число наблюдений при избранной доверительной вероятности можно рассчитать по формуле:

$$n = \frac{t^2 c^2}{m_1^2} \qquad (1.14)$$

Размеры t(не менее 1,96 при большом числе наблюдений) и m_1 (допускаемой ошибки отклонения от генеральной средней) исследователь определяет произвольно. Величина c может быть определена на небольлшом числе предварительных наблюдений.

1.5.3 Сравнение средних арифметических величин двух выборок из совокупности с нормальным распределением вариант

В процессе исследования, как правило, наблюдается не одна, а несколько серий опытов, и среди них выделяется контрольная, или наблюдается несколько групп больных, с одной из которых сравниваются результаты обследования, лечения остальных. Не редко исследователь сопоставляет данные собственного исследования с данными других авторов, полученных в аналогичных условиях. Целью подобных сравнений может быть установление существенности различий между выборочными средними арифметическими, производимые по формуле

$$t = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}} \qquad (1.15)$$

В числителе формулы - разность средних арифметических, в знаменателе под корнем - суммы квадратов их средних ошибок, или ошибка разности средних *($m_{разн}$)*. Если tокажется более 1,96, то с уверенностью, превышающей 95%, можно говорить о существенности различия выборочных средних арифметических, т.е. о том, что они представляют разные генеральные совокупности. Чем больше t,тем больше надежность такого вывода. При малых значениях, принимается так называемая *нулевая гипотеза* об *отсутствии существенных различий между средним генеральных совокупностей.*

Пример. У больных хронической пневмонией с легочной недостаточностью I степени было установлено увеличение количества циркулирующей крови. У 47 больных хронической пневмонией I стадии среднее количество цирку лирующей крови (X_1) составило 6,64 л (m_1 = ±0,17 л); у 53 больных хронической пневмонией II стадии x_2 = 6,83 л (m_2 = ±0,22 л) В контрольной группе больных пневмонией (56 человек) без нарушения функции внешнего дыхания среднее количество циркулирующей крови *(x)* равнялось 6,12 л (m = ±0,13).

Разность среднего количества циркулирующей крови у больных хронической пневмонией I стадии контрольной группы *(X_1 - x)* оказалась вполне убедительной:

$$_{я}\underline{6{,}64 — 6{,}12}_{=я}\underline{0{,}52}_{=} \text{ о } 52\ _{2}д$$
$$^{я}Vo{,}17^2 + 0{,}13^2 \text{ “ } Vo{,}0458 ^{=} 0{,}21 \quad ,\ ‘$$

Так как t>1,96, разность сравниваемых средних не случайная, с вероятностью не меньше 95%.

Еще более убедительной оказалась разность среднего количества циркулирующей крови у больных хронической пневмонией II стадии и контрольной группы (X_2 и x):

$$\frac{6{,}83 — 6{,}12}{Vo{,}22^2 + O{,}13^2} \quad 0{,}71 \quad \frac{0{,}71}{V0{,}0653} \ ' 0.25 \ ,$$

Существенность найденных различий установлена с вероятностью не менее 99% *(t>2,6)*

Сравнение среднего: количества циркулирующая крови у больных хронической пневмонией I и 11;стадий (x_1 и *X_2)* приводит к очень небольшой величине t.

$$H \quad \frac{6{,}83 — 6{,}64}{0{,}22^2\ 4\text{-}0{,}17^*} \quad v\ \frac{0{,}19}{VO.0773}{}_{т}\ 0{,}19 : 0{,}28\ ;\ ’\ у$$

Здесь вывод о не случайности различии средних может быть сделан лишь с очень большим риском ошибки — не менее 31,7%. В этом случае правильнее утверждать, что различия средних не доказаны: (предпочтение отдается нулевой гипотезе)

При наличии сомнений в справедливости такого вывода можно рекомендовать увеличение числа наблюдений в обеих группах и повторную статистическую оценку полученных результатов.

Иногда достоверность различий средних арифметических можно доказать простым сравнением их доверительных границ. Если доверительные границы сравниваемых выборочных средних величин полностью или даже частично совпадают, то достоверность различий этих средних не доказана. Если; же сравниваемые доверительные границы не совпадают, то различия средних арифметических следует признать неслучайными.

Пример. Определим, существенны ли различия между средними величинами максимального артериального давления больных острой пневмонией (в лихорадочном периоде), получавших антибиотики (1-я группа— 80 чел) и получавших антибиотики и тауремизин (2-я группа — 97 чел.) (табл. 1.15).

Таблица 1.15 - Оценка существенности различия между средними величинами максимального артериального давления у больных острой пневмонией, лечившихся разными методами

Группы больных	Число больных, n	Средняя величина артериального давления, x мм.рт.ст.	Средняя ошибка, $\pm m$ мм.рт.ст.	Доверительные границы средней с надежностью в 99,7%, $x \pm 3m$ мм.рт.ст.
1-я группа	80	95	0,47	93,59 - 96,41
2-я группа	97	116	0,51	113,47- 116,53

Полученные доверительные границы сравниваемых средних не совпадают, и потому следует считать различия между средними существенными с весьма высокой надежностью.

Оценка достоверности результатов *малой выборки (n <30)* по ранее рассмотренным формулам может приводить к значительным погрешностям. Поэтому разработаны специальные методы, обеспечивающие репрезентативность данных, полученных в малой выборке. При малом числе наблюдений расчёт средней ошибки средней арифметической производится по формуле (1.12), однако после раскрытия значения *су* в малой выборке эта формула получает вид:

$$m = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \qquad (1.16)$$

При определении доверительных границ средних арифметических величин из малых выборок значения *t,* соответствующие избранным доверительным вероятностям, следует брать из таблицы Стьюдента. Нахождение табличных t требует предварительного определения числа степеней свободы v, которое в данном случае равно $v = n-1$.

Оценка существенности различия средних арифметических величин с помощью t-критерия при *независимых малых выборках* производится по формуле:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2} \cdot \frac{\sum (x_1 - \bar{X}_1)^2 + \sum (x_2 - \bar{X}_2)^2}{n_1 + n_2 - 2}}} \qquad (1.17)$$

В числителе формулы по-прежнему находится разность средних арифметических величин сравниваемых выборок, знаменатель же - ошибка разности определяется так:

$$\sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1 \cdot n_2}} \cdot \sqrt{\frac{\sum(x_1-\bar{X}1)^2+\sum(x_2-\bar{X}2)^2}{n_1+n_2-2}} \qquad (1.18)$$

где *n* - численность 1-й-выборки, а n_2 - численность 2-й-выбоки.

Методику расчетов и технику оценки статистической значимости разности средних при малых сериях независимых наблюдений рассмотрим на примере сравнения среднего кардиопортального времени у больных с разными стадиями цирроза печени. Имеется данные о кардиопортальном времени у больных двух групп:

1- я группа — $x1$ (больные с активной стадией цирроза)—42, 46, 45, 48, 43, 45,46, 43,45,47, 45; n_1 = 11;

2- группа—x_2(больные с неактивной стадией цирроза) — 38, 40, 36, 35, 37, 38, 39, 38, 40, 37, 38, 37, 36, 37, 38, n_2=15.

Среднее арифметическое кардиопортальное время больных первой группы

$(\bar{X}1)$ равно 45, второй группы ($\bar{X}2$) - 37,6.

Вычислим среднее квадратическое отклонение разности и подставим его значение в формулу (1.18) для *t*:

$$\sigma_{разн} = \sqrt{\frac{32-27,6}{24}} = 1,58$$

$$t = \frac{45-37,6}{\sqrt{\frac{1}{11}+\frac{1}{15}} \cdot 1,58} = \frac{7,4}{0,627} = 11,8$$

Чтобы оценить существенность различия средних, находим табличные значения *t*. Доверительной вероятности 0,95, и 24 степеням свободы (здесь степени свободы определяются как $n_1+ n_2—2$) соответствует величина t= 2,064, а вероятности 0,99 - t=2,797. Следовательно с вероятностью > 99% можно утверждать, что различие средних величин кардиопортального времени больных сравниваемых групп является статистически значимым.