



Тема лекции 2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОДЕЗИИ

Вопросы:

- 2.1. Понятие о форме и размерах Земли. Геоид. Эллипсоид. Референц-эллипсоид Красовского Ф.Н.
- 2.2. Влияние кривизны Земли при определении горизонтальных расстояний и высот.
- 2.3. Системы координат, применяемые в геодезии.
- 2.4. Абсолютные и относительные высоты точек местности.

Литература

1. Юнусов, А.Г. Геодезия: учебное пособие для вузов. / А.Г. Юнусов, А.Б. Беликов, В.Н. Баранов, Ю.Ю. Каширкин. – М.: Академический проект, 2011. 409 с.
2. Куштин, И.Ф. Геодезия: учебно-практическое пособие. / И. Ф. Куштин, В.И. Куштин. – Ростов н/Д. Феникс, 2009. – 909 с.
3. Ямбаев, Х.К. Геодезическое инструментоведение: учебник для вузов./ Х.К. Ямбаев. – М.: Академический проект, 2011. – 583 с.
4. Неумывакин, Ю.К., Практикум по геодезии / Ю.К.Неумывакин, А.С.Смирнов. – М.: Недра, 1995.
5. Подшивалов, В. П. Инженерная геодезия : учебник / В. П. Подшивалов, М. С. Нестеренок. – Минск : Выш. шк., 2011. – 463 с.
6. Янченко, Е.А. Геодезия [Текст]: курс лекций для студ. I курса очной и заочной форм обучения направления «Землеустройство и кадастры», профилей «Землеустройство», «Земельный кадастр», «Кадастр недвижимости» / Е.А. Янченко; Инж. мелиор. ин-т. ДГАУ, каф. геодезии. – Новочеркасск, 2014. - 174 с.

Вопрос 2.1. Понятие о форме и размерах Земли. Геоид. Эллипсоид. Референц-эллипсоид Красовского Ф.Н.

Размеры и форму физической поверхности планеты Земля относят к той или иной ее геометрически правильной модели, поверхность которой используется в качестве основы для установления глобальных, региональных или же частных систем координат для выполнения геодезических работ и картографирования.

Реальная поверхность земной коры представляет собой рельеф, выраженный сочетаниями неровностей различной величины и формы. Воды Мирового океана покрывают более 71% твердой поверхности Земли, поэтому поверхность его послужила основой для создания физической модели Земли, представляющей фигуру нашей планеты. Гладкая, всюду выпуклая поверхность, образованная уровнем воды Мирового океана в состоянии полного покоя и равновесия, мысленно продолженная под сушей, называется геоидом. Поверхность геоида в каждой своей точке перпендикулярна направлению силы тяжести (отвесной линии), т.е. повсюду горизонтальна и представляет основную уровенную поверхность, относительно которой

отсчитывают высоты точек на земной поверхности в принятой системе. В связи с тем, что в различных странах положение геоида определяется от уровня воды в ближайшем море или океане, принимаются различные системы высот. Например, у нас в Беларуси принята Балтийская система высот, за отсчетную поверхность в которой взята поверхность геоида, проходящая через нуль Кронштадского футштока, фиксирующего средний уровень поверхности воды Финского залива Балтийского моря. Из-за неравномерного распределения плотности в земной коре и рельефа поверхность геоида имеет глобальные и локальные волны и не имеет строгого геометрического описания, поэтому невозможно решение на ней задач вычисления и передачи координат точек земной поверхности. Для решения этих задач в геодезии используют математическую модель – общий земной эллипсоид, представленный эллипсоидом вращения, сжатым у полюсов, ось вращения которого и геометрический центр совпадают с осью вращения и центром масс Земли на определенную эпоху (рис.2.1, а).

Системы геодезических (географических) координат (широт φ , долгот λ), отнесенные к поверхности такого эллипсоида, называют общеземными геоцентрическими.

В 1940 г. на основе градусных измерений, выполненных на территории СССР и в ряде других стран, под научным руководством профессора Ф.Н. Красовского были получены наиболее точные для того времени параметры общего земного эллипсоида: размеры его большой полуоси $a = 6\,378\,245$ м, малой полуоси $b = 6\,356\,863$ м и полярное сжатие $\alpha = (a - b) / a = 1/298,3$. Данный эллипсоид был ориентирован относительно геоида под условием минимальных отклонений их поверхностей только на территории СССР. Эллипсоиду с

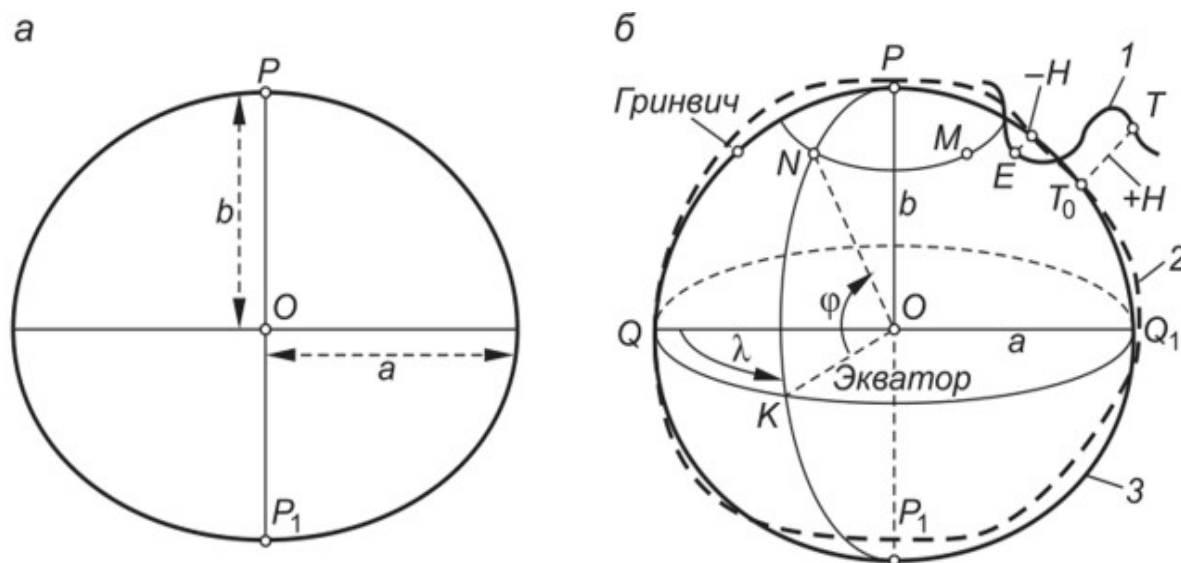


Рис. 2.1. Земной эллипсоид: а – эллипсоид вращения, б – географические координаты (изучаемые поверхности: 1 – Земли; 2 – геоида; 3 – земного эллипсоида)

указанными параметрами и ориентировкой в теле Земли присвоено наименование «референц-эллипсоид Красовского». Этот термин указывает на

то, что данный эллипсоид является наиболее подходящим к геоиду не на всей поверхности Земли, а только на ее части. На его поверхность спроецировали центры геодезических пунктов полигонов триангуляции 1-го класса Государственной геодезической сети СССР, вычислили их координаты, используя геометрию и параметры этого эллипсоида. Таким образом была закреплена на территории СССР система координат СК-42, которая до настоящего времени используется на территории Республики Беларусь. После совместной математической обработки сплошной астрономо-геодезической сети 1–2-го классов, выполненной в 1990-м гг., а также с использованием данных спутниковых определений, накопленных к тому времени, на поверхности эллипсоида Красовского была закреплена референцная система геодезических координат СК-95. К настоящему времени с бурным развитием спутниковых методов в геодезии получены современные общеземные геоцентрические системы координат. Примерами таких систем служат WGS-84 (США), ПЗ-90 (Россия).

Высотная координата H точки T земной поверхности в инженерно-геодезических работах определяется вдоль отвесной линии TT_0 относительно поверхности геоида (рис.2.1, б).

Во многих практических маркшейдерско-геодезических расчетах общий земной эллипсоид и референц-эллипсоид заменяются их более простой моделью – земным шаром радиуса $R = 6371$ км (объем земного шара равен объему земного эллипсоида). Длина экватора L на эллипсоиде Ф.Н. Красовского равна $2\pi a$, или 40 075 км, на земном шаре $2\pi R$, или 40 030 км ($\approx 40\,000$ км).

Вопрос 2.2. Влияние кривизны Земли при определении горизонтальных расстояний и высот

Искажение расстояний. Небольшой участок сфероидической поверхности при определенных условиях можно принять за плоскость. Применение модели плоской поверхности при решении геодезических задач возможно лишь для небольших участков поверхности Земли, когда искажения, вызванные заменой поверхности сферы или эллипсоида плоскостью невелики и могут быть вычислены по простым формулам. Это тем более оправданно, если учесть, что измерения на местности и чертежные работы всегда выполняются с ошибками, а потому небольшую часть сферы (эллипсоида), отличающуюся от плоскости на величину меньшую ошибок измерений, можно считать плоской.

Рассчитаем какое искажение получит дуга окружности, если заменить ее отрезком касательной к этой дуге. На рис.2.2 точка O – центр окружности, дуга ABC радиусом R стягивает центральный угол ε . Проведем касательную через середину дуги в точке B и, продолжив радиусы OA и OC до пересечения с касательной, получим точки A' и C' .

Пусть дуга BC имеет длину S , а отрезок касательной BC' - длину t . Известно, что для окружности $S=R*\varepsilon/2$, причем угол ε выражен в радианах.

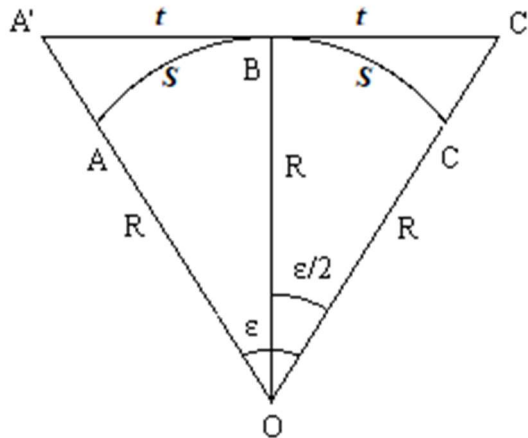


Рис. 2.2. Искажение расстояний и высот точек

Из треугольника $OBС'$ имеем:

$$S = R * \frac{\varepsilon}{2} \quad (2.1)$$

а

$$t = R \operatorname{tg}(\varepsilon/2) \quad (2.2)$$

Разность $(t-S)$ обозначим через Δt и запишем

$$\Delta t = R * (\operatorname{tg}(\varepsilon/2) - \varepsilon/2) \quad (2.3)$$

Разложим $\operatorname{tg}(\varepsilon/2)$ в ряд, ограничившись в виду малости угла $\varepsilon/2$ двумя членами разложения.

$$\operatorname{tg}(\varepsilon/2) = \varepsilon/2 + 1/3 * (\varepsilon/2)^3 \quad \text{или} \quad \operatorname{tg}(\varepsilon/2) = \varepsilon/2 + \varepsilon^3/24 \quad (2.4)$$

Подставим это выражение в формулу 2.3 и получим

$$\Delta t = R * \frac{\varepsilon^3}{24} \quad (2.5)$$

Но $\varepsilon = 2S/R$, поэтому

$$\Delta t = \frac{S^3}{3R^2} \quad (2.6)$$

Отношение $\Delta t/S$ называется относительным искажением длины дуги при замене ее отрезком касательной, оно будет равно

$$\Delta t/S = S^2/(3 \cdot R^2) \quad (2.7)$$

Подсчитаем конкретные значения относительного искажения для разных длин дуги S . При $R=6400$ км $S=20$ км $\Delta t/S=1/1\,218\,000$, при $S=30$ км $\Delta t/S=1/541\,000$ и т.д.

Достигнутая точность измерения расстояний показывает искажение 1 000 000, поэтому при геодезических работах любой точности участок сферы 20 на 20 км² можно считать плоским. При работах пониженной точности размеры участка сферы, принимаемого за плоскость, можно увеличить.

Искажение высот точек. Если заменить небольшой участок сферы касательной плоскостью, то будут искажены не только длины линий, но и высоты точек. Изменение высот симметрично относительно точки В и зависит от удаленности от этой точки. Высота точки C' , находящейся на плоскости, отличается от высоты точки C , лежащей на сфере, на величину отрезка $CC' = \Delta h$ (рис.2.2). Из треугольника OBC следует:

$$R^2 + t^2 = (R + \Delta h)^2 \quad (2.8)$$

Откуда получаем:

$$\Delta h = t^2 / (2 \cdot R + \Delta h) \quad (2.9)$$

В знаменателе величина Δh намного меньше величины $2 \cdot R$, поэтому отбросив ее мы допустим несущественную ошибку, таким образом

$$\Delta h = t^2 / (2 \cdot R) \quad (2.10)$$

Влияние кривизны земли на отметки точек нужно учитывать при любых расстояниях между точками. Например, при $s=10$ км $\Delta h=7,8$ м, а при $s=100$ м $\Delta h=0,8$ мм.

Вопрос 2.3. Системы координат, применяемые в геодезии

Координатами называют числа, определяющие положение точки земной поверхности относительно исходных линий или поверхностей. В геодезии наибольшее применение получили системы географических, прямоугольных и полярных координат.

Система географических координат. Географические координаты могут быть геодезическими и астрономическими. **Геодезические** координаты определяют положение точки на поверхности референц-эллипсоида. В этой системе координатами являются широта и долгота точки, а исходными линиями – меридианы и параллели (рис.2.3).

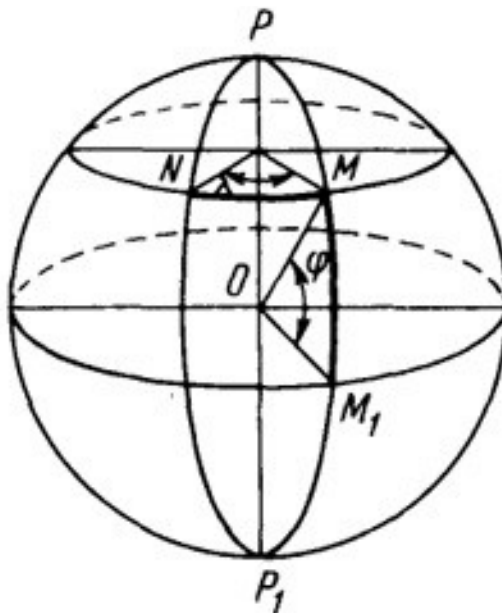


Рис. 2.3. Геодезическая система координат

Меридианами называются линии пересечения поверхности референц-эллипсоида плоскостями, проходящими через его малую ось, а параллелями – линии пересечения плоскостями, перпендикулярными к малой оси.

Параллель, плоскость которой проходит через центр эллипсоида, называется *экватором*. За начальный меридиан принят Гринвичский меридиан, проходящий через Гринвичскую обсерваторию в окрестностях Лондона.

Долготой (L) называется двугранный угол, составленный плоскостью начального меридиана и меридиана данной точки M . Долготы отсчитываются от начального меридиана на восток и на запад от 0 до 180° .

Широтой точки (B) называется угол между нормалью (отвесной линией) данной точки M и плоскостью экватора. Широты отсчитываются от плоскости экватора к северу от 0 до $+90^\circ$ и к югу от 0 до -90° . На экваторе широта точки равна 0° .

Если широты и долготы точки отнесены к поверхности геоида, то они называются **астрономическими** координатами и обозначаются: φ – широта и λ – долгота. Астрономические координаты могут быть определены из астрономических наблюдений.

При составлении планов и карт, а также при пользовании ими удобно применять не географические, а плоские прямоугольные системы координат.

Система плоских прямоугольных координат Гаусса–Крюгера.
 Данную систему используют при крупномасштабном изображении значительных частей земной поверхности (рис.2.4).

В проекции Гаусса–Крюгера обеспечивается сохранение подобного изображения фигур (контуров местности) при переходе с поверхности земного эллипсоида на плоскость. Возникающие при этом искажения в размерах фигур достаточно малы и легко учитываются.

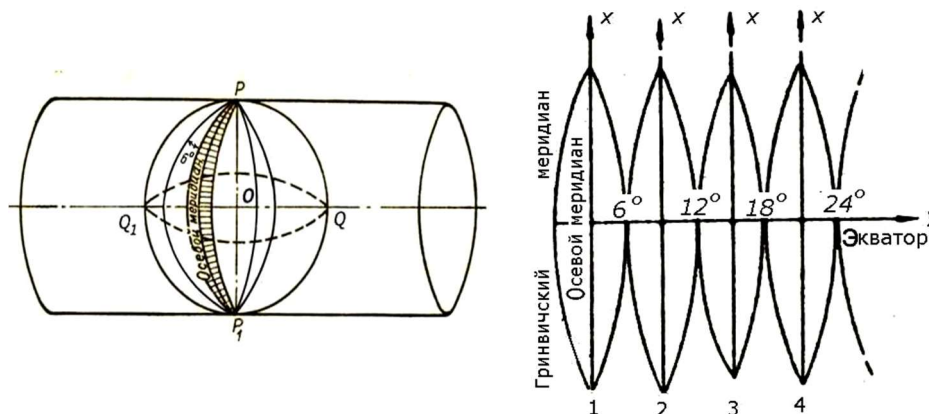


Рис. 2.4. Зональная система прямоугольных координат Гаусса–Крюгера

В этой системе поверхность земного эллипсоида разграничивают меридианами через 6° или 3° по долготы на зоны. Нумерацию зон ведут от нулевого (Гринвичского) меридиана на восток. Число зон с долготой 6° составляет 60, а с долготой 3° – 120. Земной эллипсоид вписывают в цилиндр так, чтобы плоскость экватора совместилась с осью цилиндра (рис.2.4).

Каждая зона из центра Земли проектируется на боковую поверхность цилиндра. Затем боковую поверхность цилиндра разворачивают в плоскость, разрезая ее по образующим, проходящим через полюса Земли. На полученном изображении средние (осевые) меридианы зон и экватор остаются без искажений и изображаются прямыми линиями. Остальные меридианы и параллели изображаются кривыми. Искажения размеров контуров возрастают по мере удаления от осевого меридиана к краям зоны. Например, линия длиной d при переходе с поверхности земного эллипсоида на плоскость получит искажение

$$\Delta d = \frac{y_T^2}{2R^2} * d, \tag{2.11}$$

где $y_T = (y_1 + y_2)/2$ – среднее значение из ординат начальной y_1 и конечной y_2 точек линии;

R – радиус Земли.

На краях шестиградусных зон относительные искажения могут достигать $\Delta d / d = 1 / 1500$, а в трехградусных – $\Delta d / d = 1 / 6000$.

За начало отсчета координат в каждой зоне принимают точку пересечения осевого меридиана зоны и экватора. При этом осевой меридиан является осью абсцисс (x), а экватор – осью ординат (y). Координатами любой точки M будут являться длины перпендикуляров, опущенные из точки M на оси координат.

Если провести в каждой зоне линии, параллельные оси ординат и абсцисс с интервалом в 1 км, то получится так называемая километровая сетка, которую строят на всех топографических картах. Для территории СНГ, расположенной в северном полушарии, абсциссы всегда положительны. Для того чтобы и ординаты были положительны, начало координат в зоне смещают на запад на 500 км. В этом случае все точки к востоку и западу от осевого меридиана будут иметь положительные ординаты, которые называются преобразованными.

Преобразованные координаты всегда начинаются с номера зоны. Например, если точка M расположена в четвертой зоне в 25340 км к востоку от осевого меридиана, то ее преобразованная ордината равна 4525340 м, а если на том же расстоянии к западу от того же осевого меридиана, то преобразованная ордината будет $y = 4474660$ м.

Система плоских прямоугольных координат. Эту систему координат применяют для определения координат точек, на небольших участках земной поверхности, принимаемых за плоскость (не более 20×20 км²).

На плоскости берутся две взаимно-перпендикулярные линии, которые называются о с я м и к о о р д и н а т: *ось абсцисс $X\bar{X}$* и *ось ординат $Y\bar{Y}$* (рис.2.5). Точка пересечения их O служит *началом координат*.

Направление оси абсцисс обычно принимают совпадающим с направлением меридиана. Координатами любой точки M будут являться длины перпендикуляров, опущенных из точки M на оси координат. Счет четвертей ведется от первой до четвертой по ходу часовой стрелки.

Абсциссы точек в первой и в четвертой четвертях будут положительными, а во второй и третьей – отрицательными. Ординаты точек в первой и второй четвертях положительные, а в третьей и четвертой – отрицательными.

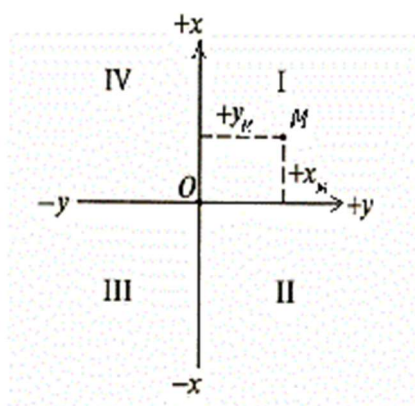


Рис. 2.5. Прямоугольная система координат

Система полярных координат. Эту систему применяют при определении положения точек на небольших участках земной поверхности,

обычно при топографических съемках местности или при разбивочных работах в строительстве.

За начало координат в данной системе принимают точку O местности (рис.2.6), которую называют **п о л ю с о м**.

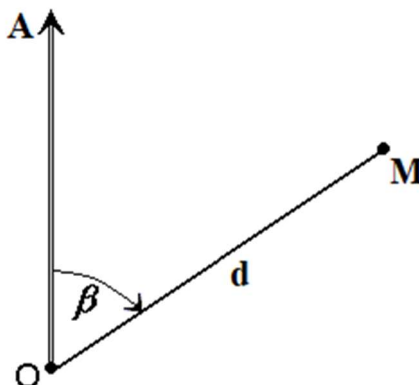


Рис. 2.6. Полярная система координат

За начальную координатную линию принимают **п о л я р н у ю о с ь** OA , расположенную на местности произвольно или вдоль известной стороны. Полярными координатами любой точки M местности будут являться **п о л я р н ы й у г о л** (β), отсчитываемый от полярной стороны по ходу часовой стрелки, и **п о л я р н о е р а с с т о я н и е** $OM = d$, определяемое как радиус-вектор.

Всемирная геоцентрическая система координат WGS-84 (World Geodetic System, 1984 г.) поддерживается созвездием спутников GPS-NAVSTAR и рекомендована к практическому применению Международным союзом геодезии и геофизики. Представляет одну из глобальных координатных систем, используемых в спутниковых технологиях определения координат неподвижных объектов (статическое позиционирование, или местоопределение) и находящихся в движении (кинематическое местоопределение) на земной поверхности и в пространстве. Пространственные прямоугольные координаты x, y, z точки N определяют относительно центра масс Земли M и координатных осей X, Y, Z (рис.2.7). Ось Z совмещена со средним положением оси вращения Земли, положительное направление оси – северное. Ось X направлена от центра масс к точке K пересечения плоскости экватора с плоскостью нулевого меридиана $ВН$, положение которого определено Международным бюро времени (Bureau International de l'Heure – $ВН$) в пункте закрепления Гринвичского меридиана. Ось Y расположена в плоскости экватора под углом 90° к востоку от оси X , этим установлена правосторонняя ориентация геоцентрической системы координат.

Российская геоцентрическая система ПЗ-90 (параметры Земли, 1990 г.) поддерживается созвездием спутников ГЛОНАСС, является аналогом системы WGS-84, но ориентирована с максимальным приближением к геоиду на территории бывшего СССР. Параметры земного эллипсоида в

основных современных системах координат приведены в табл. 2.1. СК-42 не потеряла значения, поскольку на практике используется большой объем соответствующих ей картографогеодезических материалов и в этой системе могут выполняться отдельные геодезические съемки.

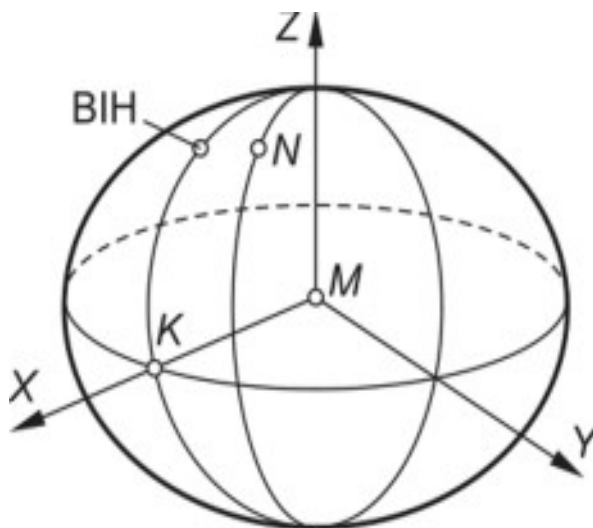


Рис. 2.7. Схема прямоугольной геоцентрической системы координат WGS-84

Таблица 2.1. Параметры основных земных эллипсоидов

Эллипсоид	Экваториальная полуось a , м	Погрешность Δa , м	Сжатие, α
WGS-84	6 378 137	+ (0,6 – 0,9)	1/298,2572
ПЗ-90	6 378 136	- (0,1 – 0,4)	1/298,2578
Красовского (СК-42)	6 378 245	+109	1/298,3

Параметры систем координат WGS-84 и ПЗ-90 различаются на малые величины, характеризующие точность методов их определения. В настоящее время принимаются попытки совместного применения созвездий ИСЗ этих систем, ведутся работы по созданию аналогичных спутниковых систем в других странах.

Вопрос 2.4. Абсолютные и относительные высоты точек местности

Для определения положения точек на физической поверхности Земли, кроме плоских прямоугольных координат X и Y , называемых плановыми, нужно знать еще третью координату, характеризующую отстояние точки земной поверхности от начальной поверхности. Расстояние H от точки A земной поверхности по отвесной линии до начальной поверхности называют высотой точки A (рис.2.8). За начальную поверхность для определения

высот в геодезии принимают основную уровенную поверхность (поверхность геоида), которую называют также уровнем моря.

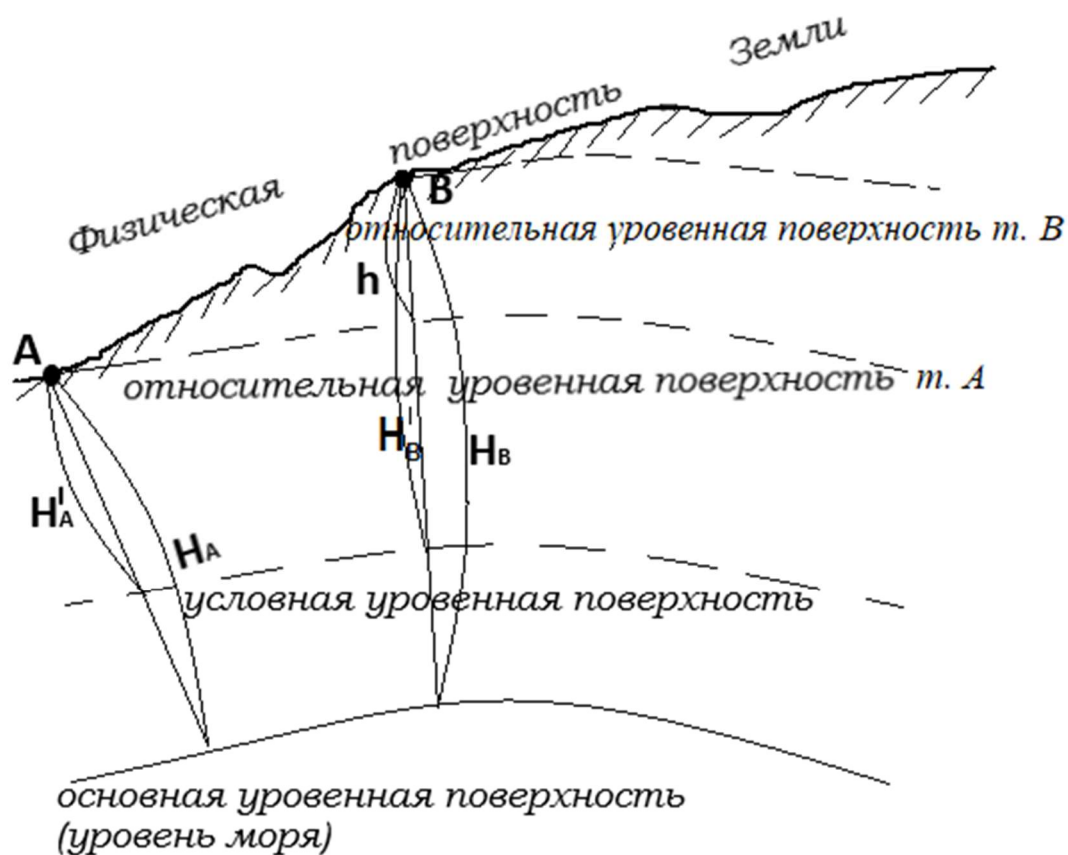


Рис. 2.8. Системы высот

В странах СНГ и Республике Беларусь принята Балтийская система высот, в которой все высоты отсчитываются от среднего уровня воды в Балтийском море и соответствующего нулю Кронштадского футштока. Нуль Кронштадского футштока представляет собой черту на медной доске, зацементированной в гранитный устой моста. Чертой на футштоке зафиксирован уровень воды в Финском заливе, выведенный из многолетних наблюдений. Высоты, отсчитываемые от уровня Балтийского моря, называют абсолютными. Если за начало отсчета принимают любую другую поверхность, то высоты, отсчитываемые от этой поверхности, называют относительными. В строительстве часто используют относительную систему высот при возведении зданий и сооружений, принимая за отсчетную поверхность уровенную поверхность, совпадающую с уровнем чистого пола первого этажа здания или цеха промышленного предприятия. Высоты, отсчитываемые от этого уровня, называют условными.

Численное значение абсолютной или относительной (условной) высоты называют отметкой.

На рис.2.8 H_A и H_B – абсолютные высоты точек А и В земной поверхности, а H'_A и H'_B – условные высоты точек А и В.

Разность абсолютных высот двух точек называют превышением и обозначают h .

Превышение может быть положительным, если точка В выше точки А, или отрицательным, если точка В ниже точки А. Для линии АВ превышение $h_{AB} = H_B - H_A = H'_B - H'_A$ называется прямым превышением, а для линии ВА $-h_{BA} = H_A - H_B = H'_A - H'_B$ и называется обратным превышением. Очевидно, что $h_{AB} = -h_{BA}$, т. е. прямое и обратное превышение одной и той же линии равны по величине и обратны по знаку.