

Лабораторная работа №1 Моделирование случайных чисел.

Моделирование случайных чисел и событий в Excel

Моделирование случайных чисел в Excel может быть выполнено двумя способами: с помощью встроенных функций и путем использования инструмента «Генератор случайных чисел» дополнения «Анализ данных». Ниже будут рассмотрены способы моделирования случайных чисел и событий с использованием встроенных функций.

Сгенерировать случайные числа в Excel можно разными путями и способами. Рассмотрим только лучшие из них.

ФУНКЦИЯ СЛУЧАЙНОГО ЧИСЛА В EXCEL

1. Функция СЛЧИС возвращает случайное равномерно распределенное вещественное число. Оно будет меньше 1, больше или равно 0.
2. Функция СЛУЧМЕЖДУ возвращает случайное целое число.
3. Если необходимо получить случайное вещественное число, большее или равное 0, но меньшее 100, то используйте формулу =СЛЧИС()*100
4. Если необходимо получить случайное число, например, в интервале от 5 до 5,1, то нужно использовать формулу =5+СЛЧИС()*0,1
5. Если необходимо получить ЦЕЛОЕ число, например, в интервале от 5 до 10, то нужно использовать формулу =СЛУЧМЕЖДУ(5;10)

Рассмотрим их использование на примерах.

Выборка случайных чисел с помощью СЛЧИС

Данная функция аргументов не требует (СЛЧИС()).

Чтобы сгенерировать случайное вещественное число в диапазоне от 1 до 5, например, применяем следующую формулу: =СЛЧИС()*(5-1)+1.

A1		fx =СЛЧИС()*(5-1)+1				
	A	B	C	D	E	F
1	1,825896	3,455077	4,892614	2,562235	2,739191	1,836408

Возвращаемое случайное число распределено равномерно на интервале [1,10].

При каждом вычислении листа или при изменении значения в любой ячейке листа возвращается новое случайное число. Если нужно сохранить сгенерированную совокупность, можно заменить формулу на ее значение.

1. Щелкаем по ячейке со случайным числом.
2. В строке формул выделяем формулу.
3. Нажимаем F9. И ВВОД.

Проверим равномерность распределения случайных чисел из первой выборки с помощью гистограммы распределения.

1. Сформируем «карманы». Диапазоны, в пределах которых будут находиться значения. Первый такой диапазон – 0-0,1. Для следующих – формула =C2+\$C\$2.

=C2+\$C\$2

С
Карманы
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0

2. Определим частоту для случайных чисел в каждом диапазоне. Используем формулу массива {=ЧАСТОТА(A2:A201;C2:C11)}.

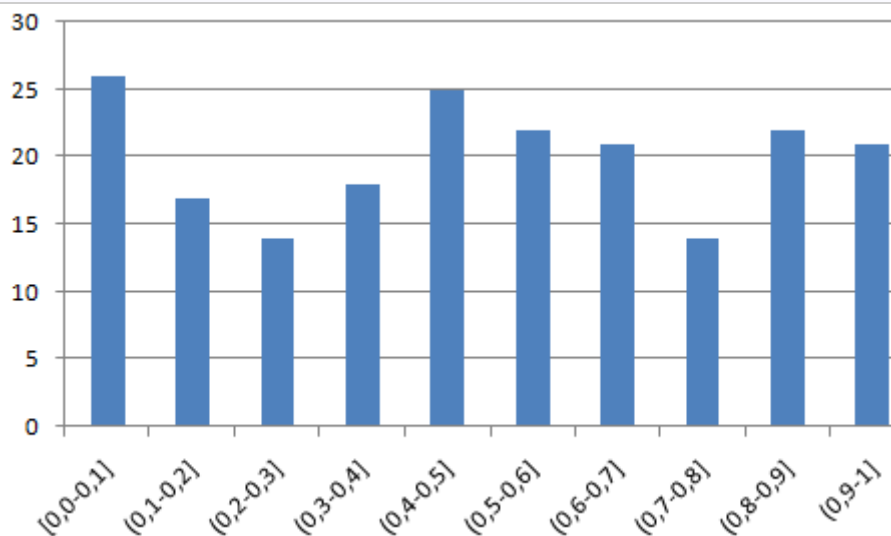
D2 :    {=ЧАСТОТА(A2:A201;C2:C11)}

	A	B	C	D	E	F
1	Сулч.числа		Карманы	Частота		
2	0,71712775		0,1	18		
3	0,8216064		0,2	25		
4	0,5337847		0,3	21		
5	0,05614767		0,4	19		
6	0,95097554		0,5	17		
7	0,39440041		0,6	19		
8	0,60819885		0,7	20		
9	0,9623689		0,8	22		
10	0,40295051		0,9	16		
11	0,78014011		1,0	23		
12	0,4698406					
13	0,92822202					

3. Сформируем диапазоны с помощью знака «сцепления» (= "[0,0-"&C2&"]").

f_x =("&C2&"-"&C3&")		
C	D	E
Карманы	Частота	
0,1	26	[0,0-0,1]
0,2	17	[0,1-0,2]
0,3	14	[0,2-0,3]
0,4	18	[0,3-0,4]
0,5	25	[0,4-0,5]
0,6	22	[0,5-0,6]
0,7	21	[0,6-0,7]
0,8	14	[0,7-0,8]
0,9	22	[0,8-0,9]
1,0	21	[0,9-1]

4. Строим гистограмму распределения 200 значений, полученных с помощью функции СЛЧИС ().



Диапазон вертикальных значений – частота. Горизонтальных – «карманы».

Функция СЛУЧМЕЖДУ

Синтаксис функции СЛУЧМЕЖДУ – (нижняя граница; верхняя граница). Первый аргумент должен быть меньше второго. В противном случае функция выдаст ошибку. Предполагается, что границы – целые числа. Дробную часть формула отбрасывает.

Пример использования функции:

fx = СЛУЧМЕЖДУ(0;10)			
	A	B	C
1	0		
2	3		
3	0		
4	6		
5	6		
6	7		
7	1		
8	9		

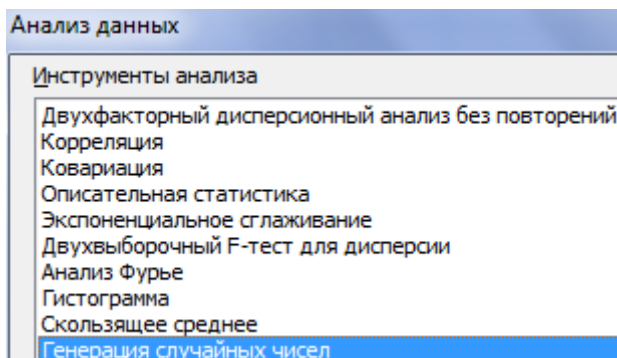
Случайные числа с точностью 0,1 и 0,01:

=СЛУЧМЕЖДУ(0;10)/10 =СЛУЧМЕЖДУ(0;10)/100

C	D	C	D
0		0,01	
0,5		0,07	
0,4		0,04	
0		0,08	
0,6		0,03	
0,2		0,02	
1		0,06	
0,5		0,07	
0		0,1	
0,6			
0,1			

ГЕНЕРАТОР случайных чисел

С помощью пакета «Анализ данных». Выбираем «Генерацию случайных чисел».



Заполняем параметры для генерации. Распределение – «нормальное».

Генерация случайных чисел

Число переменных:

Число случайных чисел:

Распределение:

Параметры

Среднее =

Стандартное отклонение =

Случайное рассеивание:

Параметры вывода

Выходной интервал:

Новый рабочий лист:

Жмем ОК. Получаем набор случайных чисел. Снова вызываем инструмент «Анализ данных». Выбираем «Гистограмма». Настраиваем параметры. Обязательно ставим галочку «Вывод графика».

Гистограмма

Входные данные

Входной интервал:

Интервал карманов:

Метки

Параметры вывода

Выходной интервал:

Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

Парето (отсортированная гистограмма)

Интегральный процент

Вывод графика

Получаем результат:

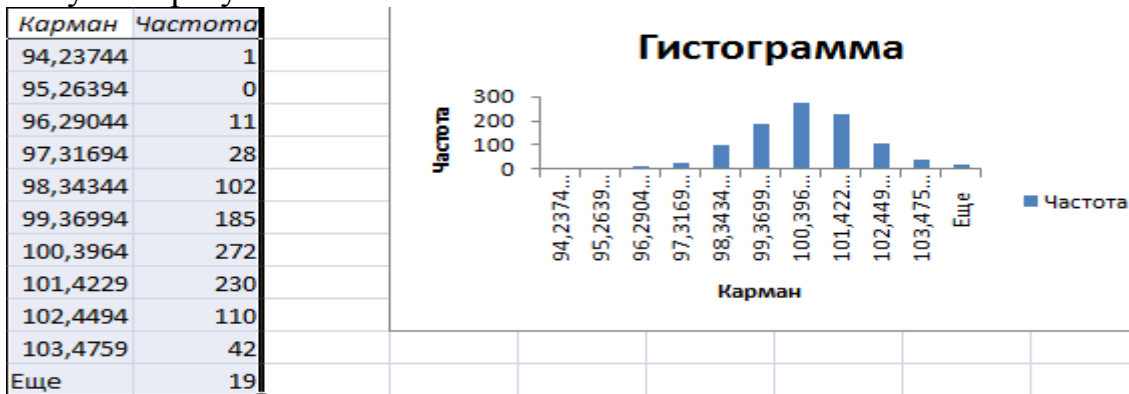


График с нормальным распределением в Excel построен.

Генерация дискретного случайного числа с произвольной функцией распределения в EXCEL

Задана произвольная функция распределения дискретной случайной величины. Сгенерируем случайное число из этой генеральной совокупности. Также рассмотрим функцию **ВЕРОЯТНОСТЬ()**.

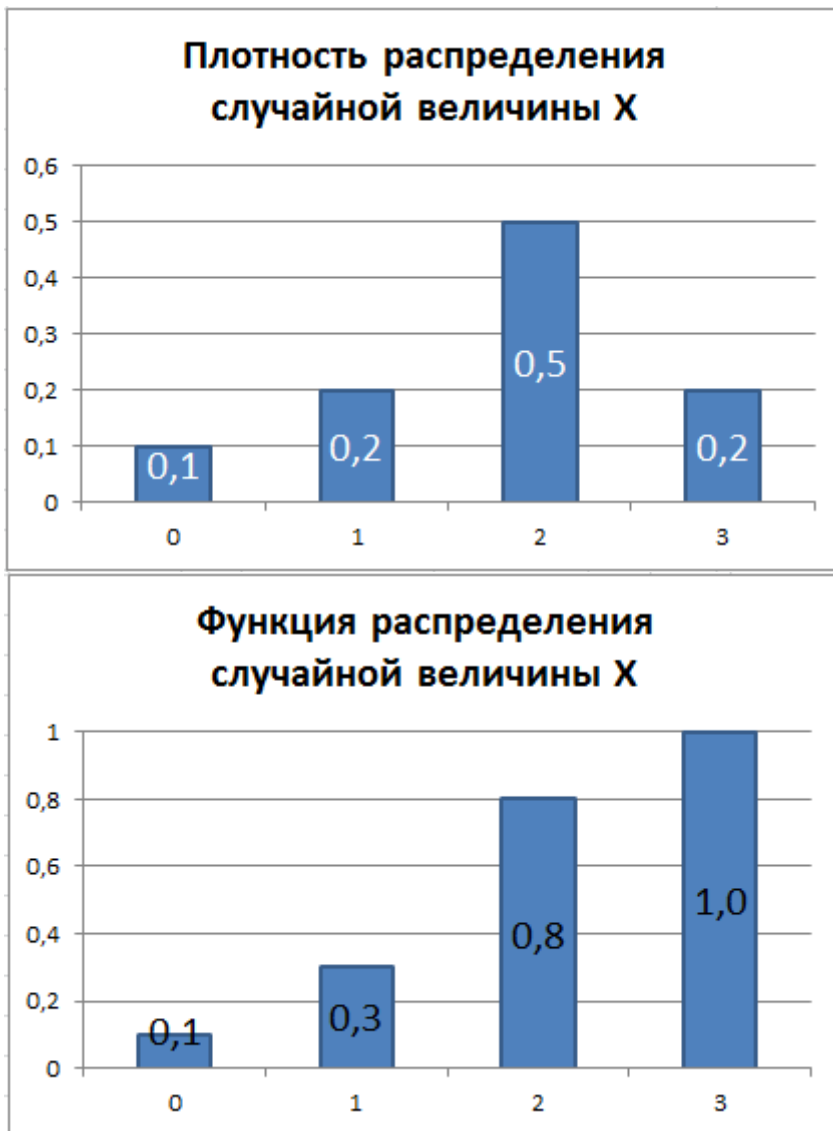
Бывают ситуации, когда форма распределения неизвестна, известно лишь, что дискретная случайная величина принимает некие значения с определенной вероятностью. Назовем такую функцию распределения "произвольной" функцией распределения, т.е. которая не соответствует известным законам распределения, а задана пользователем из опыта.

Зададим вероятности, что дискретная случайная величина X примет определенное значение, с использованием.

	A	B	C
6	Значения случайной величины X	Вероятность (плотность распределения)	Функция распределения P(X<=xi)
7	0	0,1	0,1
8	1	0,2	0,3
9	2	0,5	0,8
10	3	0,2	1
11		1,0	
12			

Для вычисления *Функции распределения* используем функцию **ВЕРОЯТНОСТЬ()**.

Формула $=\text{ВЕРОЯТНОСТЬ}(\$A\$7:\$A\$10;\$B\$7:\$B\$10;\$A\$7;A7)$ вернет *Функцию распределения*. Того же результата можно добиться с помощью формулы $=\text{СУММ}(\$B\$6:B7)$.



Функция ВЕРОЯТНОСТЬ() удобна тем, что она выполняет проверку:

- сумма вероятностей в столбце *B* должна быть равна 1;
- вероятность для каждого значения должна быть в пределе от 0 до 1;
- количество значений должно соответствовать вероятностям (в нашем случае 4 значениям случайной величины сопоставлены 4 значения вероятности).

Для генерации случайного числа создадим дополнительный столбец *E* .

	A	B	C	D	E	F
	Значения случайной величины X	Вероятность (плотность распределения)	Функция распределения P(X<=xi)		Для генерации случайного числа	Для расчета матем. ожидания
6						
7	0	0,1	0,1		0	0
8	1	0,2	0,3		0,1	0,2
9	2	0,5	0,8		0,3	1
10	3	0,2	1		0,8	0,6
11		1,0				
12						
13	Случайное число					
14	2					

Этот столбец практически совпадает со значениями функции распределения, но он начинается с 0 и не содержит 1.

Теперь запишем формулу для генерации случайного числа:
`=ИНДЕКС(A7:A10;ПОИСКПОЗ(СЛЧИС();E7:E10;1))`

Разберем ее работу:

Функция СЛЧИС() возвращает РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОЕ СЛУЧАЙНОЕ ЧИСЛО в интервале от 0 до 1. Результат соответствует вероятности (ось y на графике функции распределения);

Функция ПОИСКПОЗ () возвращает позицию из диапазона E7:E10, в которой содержится наименьшее значение <= результату функции СЛЧИС(). Т.е. если СЛЧИС() вернула 0,5, то результат функции будет 3 (т.к. наименьшее число, которое <=0,5 - это 0,8, а 0,8 - содержится в 3-й строке диапазона E7:E10);

Функция ИНДЕКС () возвращает значение из диапазона A7:A10, у которого позиция совпадает с найденной функцией ПОИСКПОЗ(). Подробнее о функции ИНДЕКС ()

Почему это работает? Рассмотрим интервал между 0,3 и 0,8, который равен половине интервала вероятностей (т.е. равен 0,5). На графике *плотности вероятности* видно, что этот интервал соответствует числу 2. Следовательно, результат функции СЛЧИС() будет в среднем в 50% случаях соответствовать именно этому числу.

Чтобы убедиться в этом, вычислим математическое ожидание нашего распределения =СУММ(F7:F10). Оно равно 1,8. Теперь сгенерируем массив случайных чисел в столбце W и вычислим оценку среднего (математического ожидания). Видно, что оценка, вычисленная по формуле =СРЗНАЧ(W6:W55), близка к истинному значению 1,8.

Задача

Для 50% покупателей время обслуживания 14 минут, для 25% - 8 минут и для оставшихся 25% - 11. Используя функцию *СЛЧИС()* сделать генератор, который будет случайно выдавать значения в этом интервале.

Решением вышеуказанной задачи является формула = ВПР(СЛЧИС();{0;14;0,5;11;0,75;8};2)

Если случайное число меньше 0,5 (50%), то время обслуживания составляет 14 минут, если от 0,5 до 0,75 (25%), то 11 минут, если от 0,75 до 1, то 8 минут.



Вместо {массива констант} в формуле можно использовать ссылку на диапазон ячеек: в одном столбце 0; 0,5; 0,75 (проценты), в другом - 14; 11; 8 (минуты).

Построение гистограмм распределения в Excel

Гистограмма распределения - это инструмент, позволяющий визуаль-но оценить величину и характер разброса данных. Создадим гистограмму для непрерывной случайной величины с помощью встроенных средств MS EXCEL из надстройки Пакет анализа и в ручную с помощью функ-ции ЧАСТОТА() и диаграммы.

Гистограмма (frequency histogram) – это столбиковая диаграмма MS EXCEL, в каждый столбик представляет собой интервал значений (корзину, карман, class interval, bin, cell), а его высота пропорциональна количеству значений в ней (частоте наблюдений).

Гистограмма поможет визуально оценить распределение набора дан-ных, если:

- в наборе данных как минимум 50 значений;
- ширина интервалов одинакова.

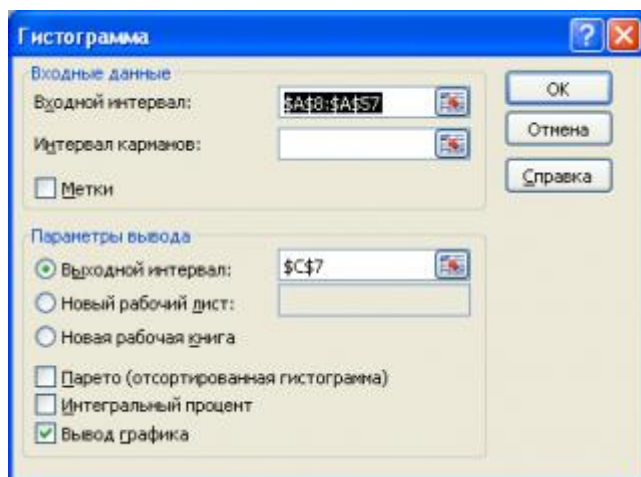
Построим гистограмму для набора данных, в котором содержатся зна-чения непрерывной случайной величины. Набор данных (50 значений), а

также рассмотренные примеры, можно взять на листе *Гистограмма АТ* в *ФАЙЛЕ ПРИМЕРА*. Данные содержатся в диапазоне *A8:A57*.

Примечание: Для удобства написания формул для диапазона *A8:A57* создан Именованный диапазон *Исходные_данные*.

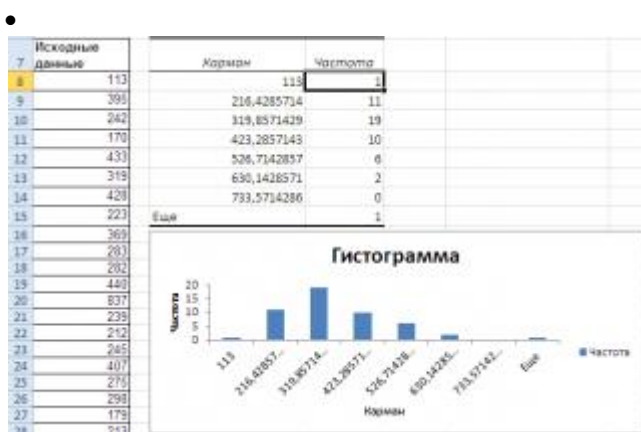
Построение гистограммы с помощью надстройки *Пакет анализа*

Вызвав диалоговое окно надстройки Пакет анализа, выберите пункт *Гистограмма* и нажмите *ОК*.

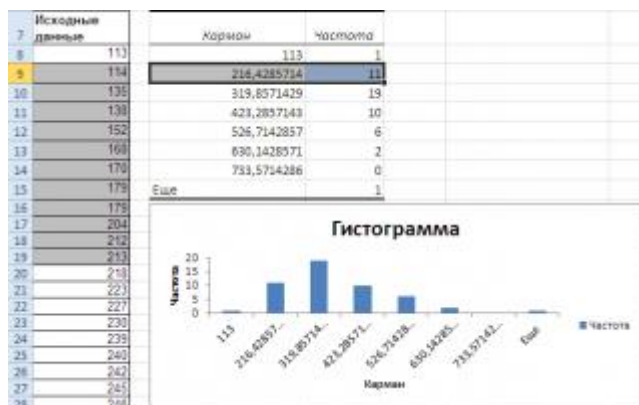


В появившемся окне необходимо как минимум указать: *входной интервал* и левую верхнюю ячейку *выходного интервала*. После нажатия кнопки *ОК* будут:

- автоматически рассчитаны интервалы значений (карманы);
- подсчитано количество значений из указанного массива данных, попадающих в каждый интервал (построена таблица частот);
- если поставлена галочка напротив пункта *Вывод графика*, то вместе с таблицей частот будет выведена гистограмма.



Перед тем как анализировать полученный результат - отсортируйте исходный массив данных.



Как видно из рисунка, первый интервал включает только одно минимальное значение 113 (точнее, включены все значения меньше или равные минимальному). Если бы в массиве было 2 или более значения 113, то в первый интервал попало бы соответствующее количество чисел (2 или более).

Второй интервал (отмечен на картинке серым) включает значения больше 113 и меньше или равные 216,428571428571. Можно проверить, что таких значений 11. Предпоследний интервал, от 630,142857142857 (не включая) до 733,571428571429 (включая) содержит 0 значений, т.к. в этом диапазоне значений нет. Последний интервал (со странным названием *Еще*) содержит значения больше 733,571428571429 (не включая). Таких значений всего одно - максимальное значение в массиве (837).

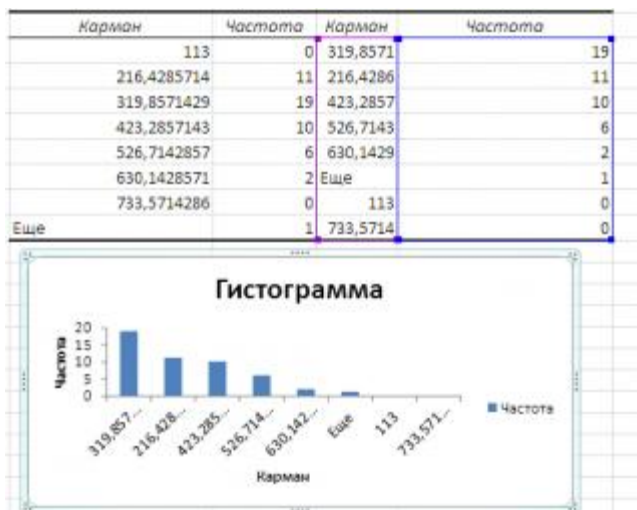
Размеры карманов одинаковы и равны 103,428571428571. Это значение можно получить так: $=(\text{МАКС}(\text{Исходные_данные}) - \text{МИН}(\text{Исходные_данные}))/7$ где *Исходные_данные* – именованный диапазон, содержащий наши данные.

Почему 7? Дело в том, что количество интервалов гистограммы (карманов) зависит от количества данных и для его определения часто используется формула \sqrt{n} , где n – это количество данных в выборке. В нашем случае $\sqrt{n} = \sqrt{50} = 7,07$ (всего 7 полноценных карманов, т.к. первый карман включает только значения равные минимальному).

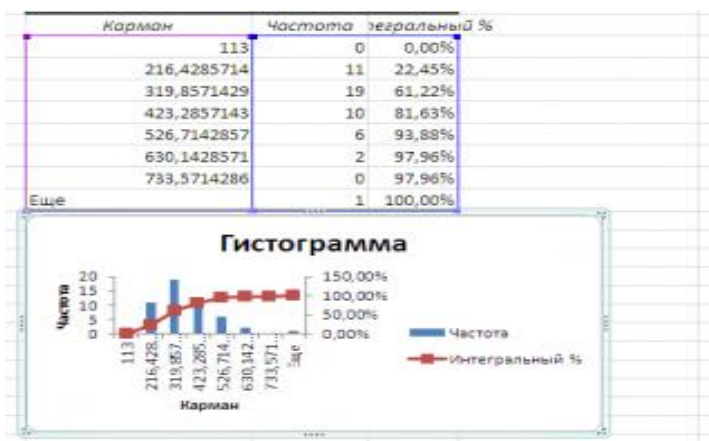
Примечание : Похоже, что инструмент *Гистограмма* для подсчета общего количества интервалов (с учетом первого) использует формулу $=\text{ЦЕЛОЕ}(\text{КОРЕНЬ}(\text{СЧЕТ}(\text{Исходные_данные}))) + 1$

Попробуйте, например, сравнить количество интервалов для диапазонов длиной 35 и 36 значений – оно будет отличаться на 1, а у 36 и 48 – будет одинаковым, т.к. функция ЦЕЛОЕ() округляет до ближайшего меньшего целого ($\text{ЦЕЛОЕ}(\text{КОРЕНЬ}(35)) = 5$, а $\text{ЦЕЛОЕ}(\text{КОРЕНЬ}(36)) = 6$).

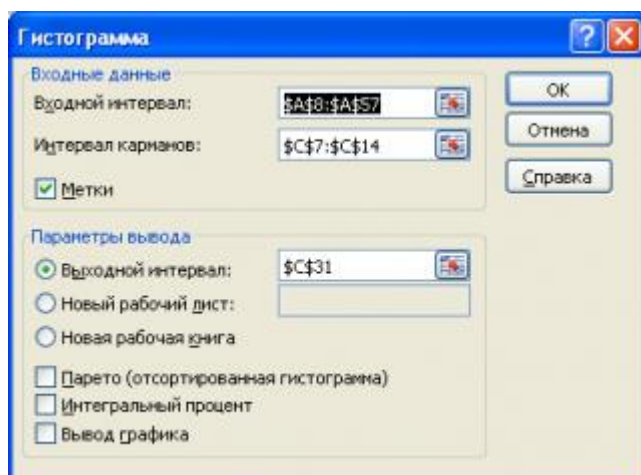
Если установить галочку напротив поля *Парето (отсортированная гистограмма)*, то к таблице с частотами будет добавлена таблица с отсортированными по убыванию частотами.



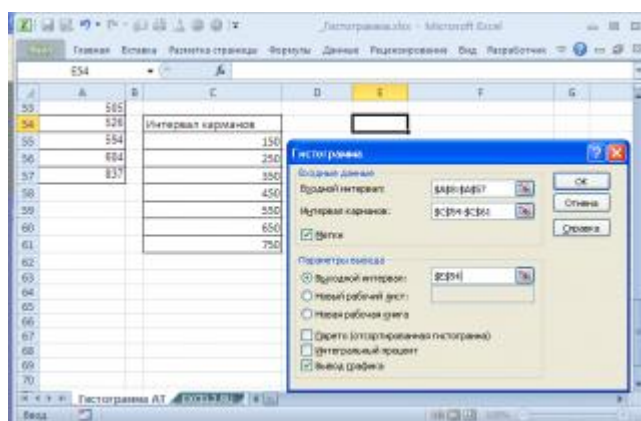
Если установить галочку напротив поля *Интегральный процент*, то к таблице с частотами будет добавлен столбец с нарастающим итогом в % от общего количества значений в массиве.



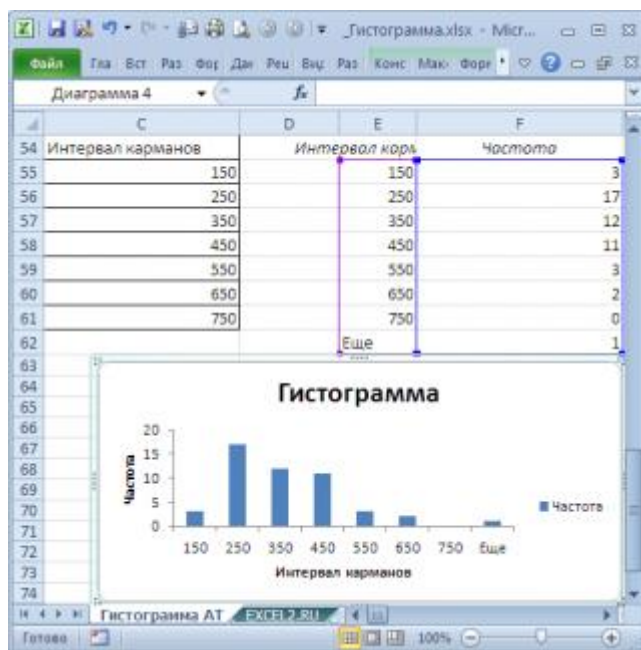
Если выбор количества интервалов или их диапазонов не устраивает, то можно в диалоговом окне указать нужный массив интервалов (если интервал карманов включает текстовый заголовок, то нужно установить галочку напротив поля *Метка*).



Для нашего набора данных установим размер кармана равным 100 и первый карман возьмем равным 150.



В результате получим практически такую же по форме *гистограмму*, что и раньше, но с более красивыми границами интервалов.



Как видно из рисунков выше, надстройка *Пакет анализа* не осуществляет никакого дополнительного форматирования диаграммы. Соответственно, вид такой гистограммы оставляет желать лучшего (столбцы диаграммы обычно располагают вплотную для непрерывных величин, кроме того подписи интервалов не информативны). О том, как придать диаграмме более презентабельный вид, покажем в следующем разделе при построении *гистограммы* с помощью функции *ЧАСТОТА()* без использования надстройки *Пакет анализа*.

Построение гистограммы распределения без использования надстройки Пакет анализ.

Порядок действий при построении гистограммы в этом случае следующий:

- определить количество интервалов у гистограммы;
- определить ширину интервала (с учетом округления);
- определить границу первого интервала;
- сформировать таблицу интервалов и рассчитать количество значений, попадающих в каждый интервал (частоту);
- построить гистограмму.

СОВЕТ : Часто рекомендуют, чтобы границы интервала были на один порядок точнее самих данных и оканчивались на 5. Например, если данные в массиве определены с точностью до десятых: 1,2; 2,3; 5,0; 6,1; 2,1, ..., то границы интервалов должны быть округлены до сотых: 1,25-1,35; 1,35-1,45; ... Для небольших наборов данных вид гистограммы сильно зависит количества интервалов и их ширины. Это приводит к тому, что сам метод гистограмм, как инструмент описательной статистики, может быть применен только для наборов данных состоящих, как минимум, из 50, а лучше из 100 значений.

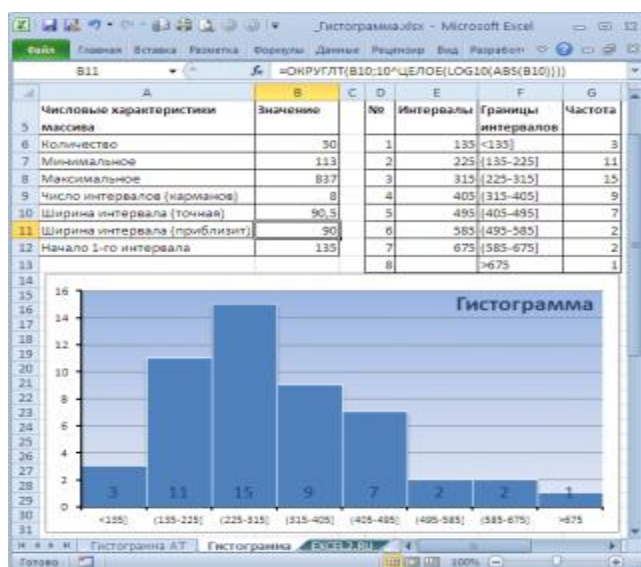
В наших расчетах для определения количества интервалов мы будем пользоваться формулой $=\text{ЦЕЛОЕ}(\text{КОРЕНЬ}(n))+1$.

Примечание : Кроме использованного выше правила (число карманов $= \sqrt{n}$), используется ряд других эмпирических правил, например, правило Стёрджеса (Sturges): число карманов $= 1 + \log_2(n)$. Это обусловлено тем, что например, для $n=5000$, количество интервалов по формуле \sqrt{n} будет равно 70, а правило Стёрджеса рекомендует более приемлемое количество - 13.

Для вычисления количества значений, попадающих в каждый интервал, использована формула массива на основе функции ЧАСТОТА(). О вводе этой функции см. статью Функция ЧАСТОТА() - Подсчет ЧИСЛОВЫХ значений в MS EXCEL.

В MS EXCEL имеется диаграмма типа *Гистограмма с группировкой*, которая обычно используется для построения *Гистограмм распределения*.

В итоге можно добиться вот такого результата.



Примечание : О построении и настройке макета диаграмм см. статью Основы построения диаграмм в MS EXCEL .

Одной из разновидностей гистограмм является *график накопленной частоты* (cumulative frequency plot).



На этом графике каждый столбец представляет собой число значений исходного массива, меньших или равных правой границе соответствующего интервала. Это очень удобно, т.к., например, из графика сразу видно, что 90% значений (45 из 50) меньше чем 495.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

Решения задач моделирования случайных событий

Биномиальное распределение

Биномиальное распределение представляет собой распределение вероятностей числа наступлений некоторого события («удачи») в n повторных независимых испытаниях, если при каждом испытании вероятность наступления этого события равна p . При этом распределении разброс вариант (есть или нет события) является следствием влияния ряда независимых и случайных факторов.

Примером практического использования биномиального распределения может являться контроль качества партии продукции. Здесь требуется подсчитать число изделий (упаковок), не соответствующих требованиям. Все причины, влияющие на качество препарата, принимаются одинаково вероятными и не зависящими друг от друга. Сплошная проверка качества в этой ситуации невозможна, поскольку изделие, прошедшее испытание, не подлежит дальнейшему использованию. Поэтому для контроля из партии наудачу выбирают определенное количество образцов изделий (n). Эти образцы всесторонне проверяют и регистрируют число бракованных изделий (k). Теоретически число бракованных изделий может быть любым, от 0 до n .

В Excel функция БИНОМРАСП применяется для вычисления вероятности в задачах с фиксированным числом тестов или испытаний, когда результатом любого испытания может быть только успех или неудача.

Функция использует следующие параметры:

БИНОМРАСП (число_успехов; число_испытаний; вероятность_успеха; интегральная)

число_успехов — это количество успешных испытаний;

число_испытаний — это число независимых испытаний (число успехов и число испытаний должны быть целыми числами);

вероятность_успеха — это вероятность успеха каждого испытания;

интегральный — это логическое значение, определяющее форму функции.

Если данный параметр имеет значение ИСТИНА (=1), то считается интегральная функция распределения (вероятность того, что число успешных испытаний не менее значения число_успехов);

если этот параметр имеет значение ЛОЖЬ (=0), то вычисляется значение функции плотности распределения (вероятность того, что число успешных испытаний в точности равно значению аргумента число_успехов).

Пример 1. Какова вероятность того, что три года из четырех будут хорошие погодные условия для выращивания урожая?

Решение:

1. Устанавливаем табличный курсор в свободную ячейку, например в *A1*. Здесь должно оказаться значение искомой вероятности.

2. Для получения значения вероятности воспользуемся специальной функцией: нажимаем на панели инструментов кнопку *Вставка функции (fx)*.

3. В появившемся диалоговом окне *Мастер функций* - шаг 1 из 2 слева в поле *Категория* указаны виды функций. Выбираем *Статистическая*. Справа в поле *Функция* выбираем функцию *БИНОМРАСП* и нажимаем на кнопку *ОК*.

Появляется диалоговое окно функции. В поле *Число_успехов* вводим с клавиатуры количество успешных испытаний (3). В поле *Число_испытаний*

вводим с клавиатуры общее количество испытаний (4). В рабочее поле *Вероятность_успеха* вводим с клавиатуры вероятность успеха в отдельном испытании (0,5). В поле *Интегральный* вводим с клавиатуры вид функции распределения — интегральная или весовая (0). Нажимаем на кнопку *OK*.

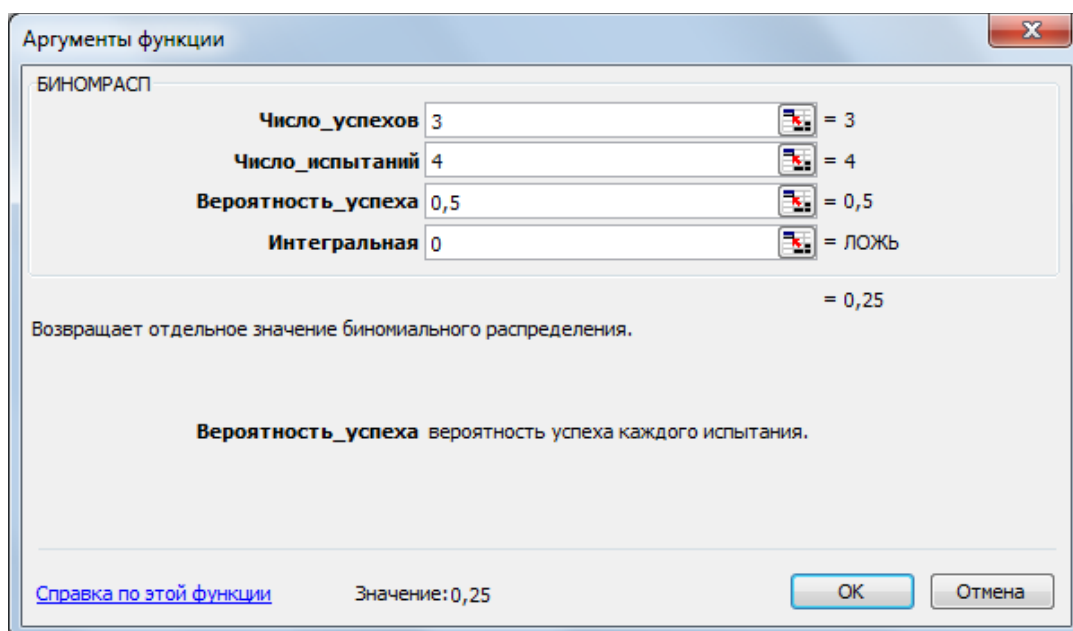


Рисунок 1. Диалоговое окно ввода параметров функции БИНОМРАСП

В ячейке A1 появляется искомое значение вероятности $p = 0,25$. Ровно 3 года из 4 могут быть хорошие погодные условия с вероятностью 0,25.

Если изменить формулировку условия задачи и выяснить вероятность того, что будет не более трех лет, то в этом случае в рабочее поле *Интегральный* вводим 1 (вид функции распределения интегральный). Вероятность этого события будет равна 0,9375.

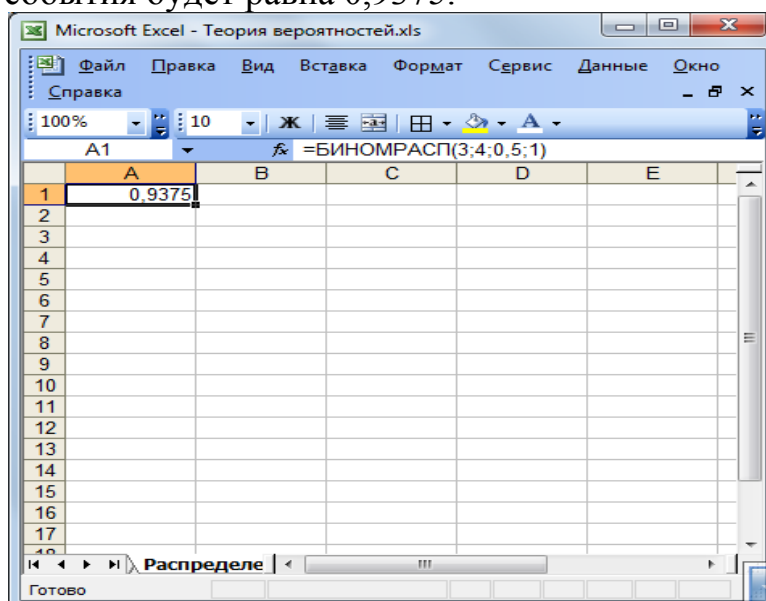


Рисунок 2. Вид электронной таблицы после решения задачи

Задания для самостоятельной работы 1. Какова вероятность того, что восемь из десяти студентов, сдающих зачет, получают «незачет». (0,04)

Нормальное распределение

Нормальное распределение - это совокупность объектов, в которой крайние значения некоторого признака — наименьшее и наибольшее — появляются редко; чем ближе значение признака к математическому ожиданию, тем чаще оно встречается. Например, распределение студентов по их весу приближается к нормальному распределению. Это распределение имеет очень широкий круг приложений в статистике, включая проверку гипотез. Диаграмма нормального распределения симметрична относительно точки a (математического ожидания). Медиана нормального распределения равна тоже a . При этом в точке a функция $f(x)$ достигает своего максимума, μ который равен.

В Excel для вычисления значений нормального распределения используются функция *НОРМРАСП*, которая вычисляет значения вероятности нормальной функции распределения для указанного среднего и стандартного отклонения. Функция имеет параметры:

НОРМРАСП (x; среднее; стандартное_откл; интегральная),

где: x — значения выборки, для которых строится распределение; среднее — среднее арифметическое выборки; стандартное_откл — стандартное отклонение распределения; интегральный — логическое значение, определяющее форму функции.

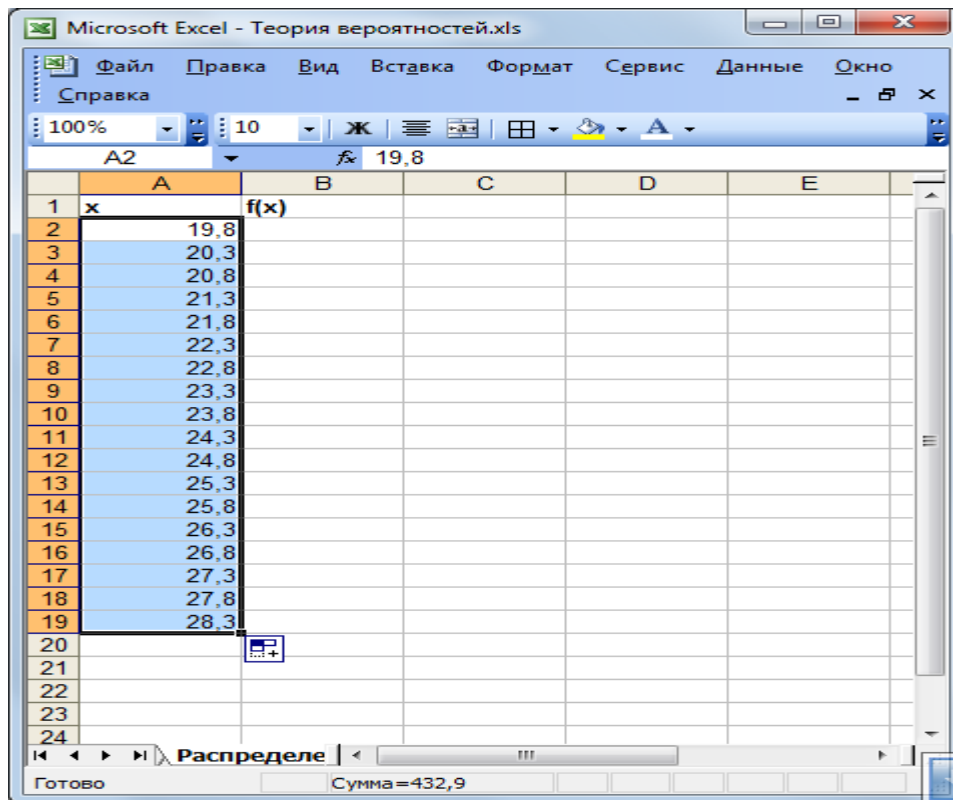
Если интегральная имеет значение ИСТИНА(1), то функция НОРМРАСП возвращает интегральную функцию распределения; если это аргумент имеет значение ЛОЖЬ (0), то вычисляет значение функция плотности распределения. Если среднее = 0 и стандартное_откл = 1, то функция НОРМРАСП возвращает стандартное нормальное распределение.

Пример 2. Построить график нормальной функции распределения $f(x)$ урожайности рапса при x , меняющемся от 19,8 до 28,8 с шагом 0,5, математическим ожиданием 24,3 и стандартным отклонением 1,5.

Решение

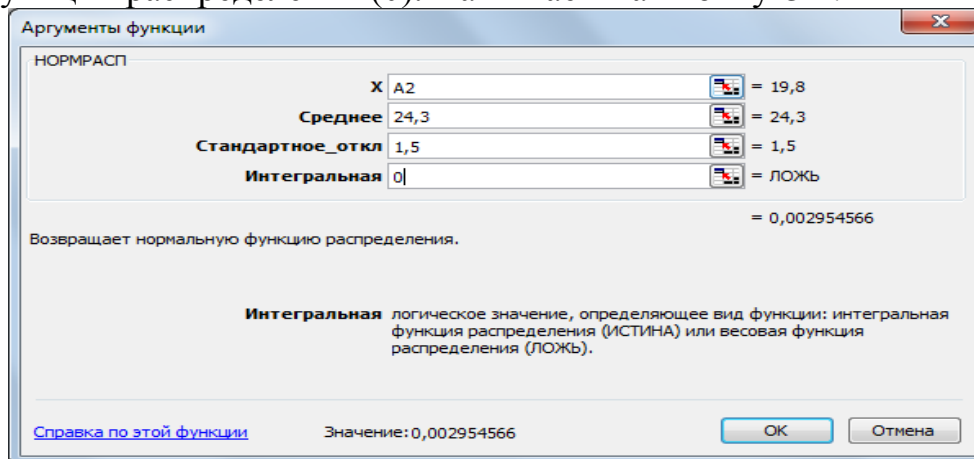
1. В ячейку A1 вводим символ случайной величины x , а в ячейку B1 — символ функции плотности вероятности — $f(x)$.

2. Вводим в диапазон A2:A21 значения x от 19,8 до 28,8 с шагом 0,5. Для этого воспользуемся маркером автозаполнения: в ячейку A2 вводим левую границу диапазона (19,8), в ячейку A3 левую границу плюс шаг (20,3). Выделяем блок A2:A3. Затем за правый нижний угол протягиваем мышью до ячейки A21 (при нажатой левой кнопке мыши).



3. Устанавливаем табличный курсор в ячейку B2 и для получения значения вероятности воспользуемся специальной функцией — нажимаем на панели инструментов кнопку *Вставка функции (fx)*. В появившемся диалоговом окне *Мастер функций* - шаг 1 из 2 слева в поле Категория указаны виды функций. Выбираем *Статистическая*. Справа в поле Функция выбираем функцию *НОРМРАСП*. Нажимаем на кнопку *OK*.

4. Появляется диалоговое окно *НОРМРАСП*. В рабочее поле X вводим адрес ячейки A2 щелчком мыши на этой ячейке. В рабочее поле *Среднее* вводим с клавиатуры значение математического ожидания (24,3). В рабочее поле *Стандартное_откл* вводим с клавиатуры значение среднеквадратического отклонения (1,5). В рабочее поле *Интегральная* вводим с клавиатуры вид функции распределения (0). Нажимаем на кнопку *OK*.



5. В ячейке B2 появляется вероятность $p = 0,002955$. Указателем мыши за правый нижний угол табличного курсора протягиванием (при нажатой левой кнопке мыши) из ячейки B2 до B21 копируем функцию *НОРМРАСП* в диапазон B3:B21.

	A	B	C	D	E
1	x	f(x)			
2	19,8	0,00295457			
3	20,3	0,00759732			
4	20,8	0,01748126			
5	21,3	0,03599398			
6	21,8	0,06631809			
7	22,3	0,10934005			
8	22,8	0,16131382			
9	23,3	0,21296534			
10	23,8	0,25158882			
11	24,3	0,26596152			
12	24,8	0,25158882			
13	25,3	0,21296534			
14	25,8	0,16131382			
15	26,3	0,10934005			
16	26,8	0,06631809			
17	27,3	0,03599398			
18	27,8	0,01748126			
19	28,3	0,00759732			
20					
21					
22					
23					
24					

6. По полученным данным строим искомую диаграмму нормальной функции распределения. Щелчком указателя мыши на кнопке на панели 7 инструментов вызываем *Мастер диаграмм*. В появившемся диалоговом окне выбираем тип диаграммы *График*, вид — левый верхний. После нажатия кнопки *Далее* указываем диапазон данных — B1:B21 (с помощью мыши). Проверяем, положение переключателя *Ряды в:* столбцах. Выбираем закладку *Ряд* и с помощью мыши вводим диапазон подписей оси X: A2:A21. Нажав на кнопку *Далее*, вводим названия осей X и Y и нажимаем на кнопку *Готово*.

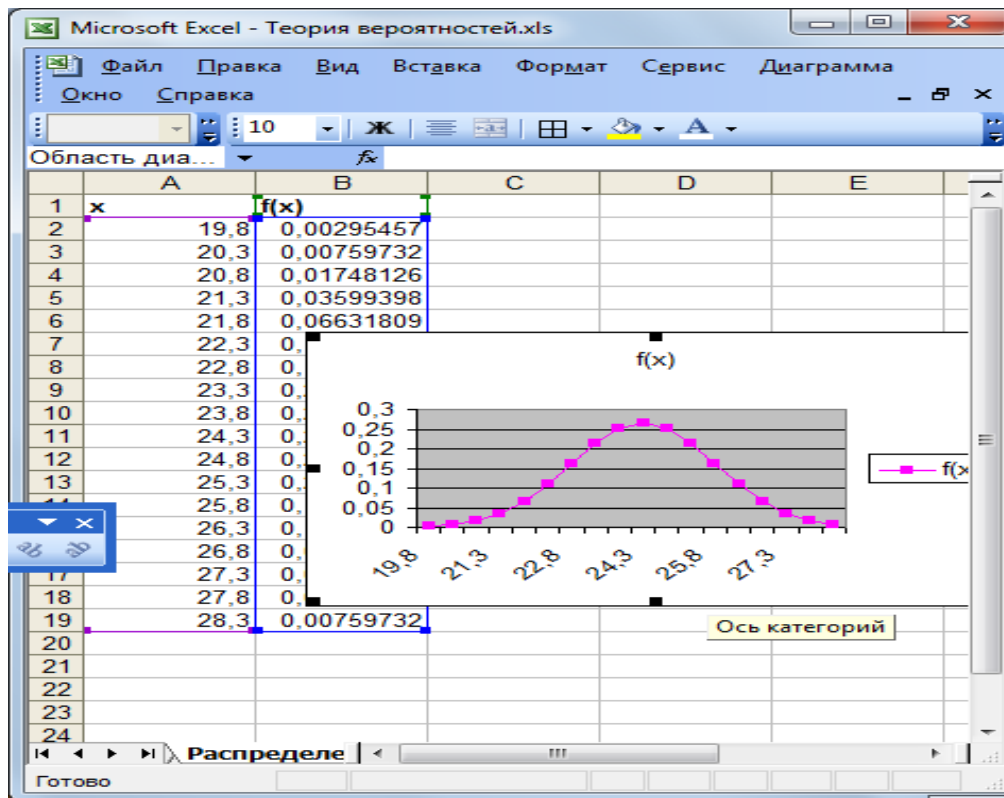


Рисунок 3. График нормальной функции распределения

Задания для самостоятельной работы

1. Построить график нормальной функции плотности распределения урожайности зерновых $f(x)$ при x , меняющемся от 20 до 40 с шагом 1 при $\sigma=3$.

ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Задача

Дан временной ряд, характеризующий месячную динамику численности (чел.), занятых в сфере услуг фирмы.

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Y _T	34	36	39	44	52	55	59	65	67	73	82	86	92	93	86

Сформировать выборку псевдослучайных чисел из 20-ти значений с пуассоновским распределением с параметром, $\lambda=n$, $n=\text{№ варианта}$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

3.1 Рассмотрим однопериодную модель управления запасами.

Предположим, что необходимо определить размер заказываемой партии Part на какой-то будущий промежуток времени, если известно, что спрос D – случайная величина с нормальным законом распределения (среднее значение равно MC, среднее квадратическое отклонение – SC). В том случае, если спрос будет меньше той партии, которая была заказана, то издержки составят величину:

$$C = Ch \cdot (Part - D),$$

где Ch – стоимость хранения единицы товара.

В случае если заказанной партии окажется недостаточно для удовлетворения спроса, то затраты будут включать издержки дефицита:

$$C = Cd \cdot (D - Part),$$

где Cd – штраф за дефицит единицы товара.

В процессе имитации необходимо оценить общие издержки, соответствующие выбранному объему заказа. Моделирование системы в течение 15 реализаций представлено на рис. 3.1. При этом были использованы следующие исходные данные:

$$Ch = 60 \text{ руб.}; Cd = 160 \text{ руб.}; Part = 50 \text{ шт.}; MC = 40 \text{ шт.}; SC = 10 \text{ шт.}$$

Размер спроса генерируется согласно способу моделирования случайной величины с нормальным законом распределения (полученное значение округляется)

$$D11 = \text{ЦЕЛОЕ}(\$D\$6 + \$D\$7 * ((\text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() - 6))$$

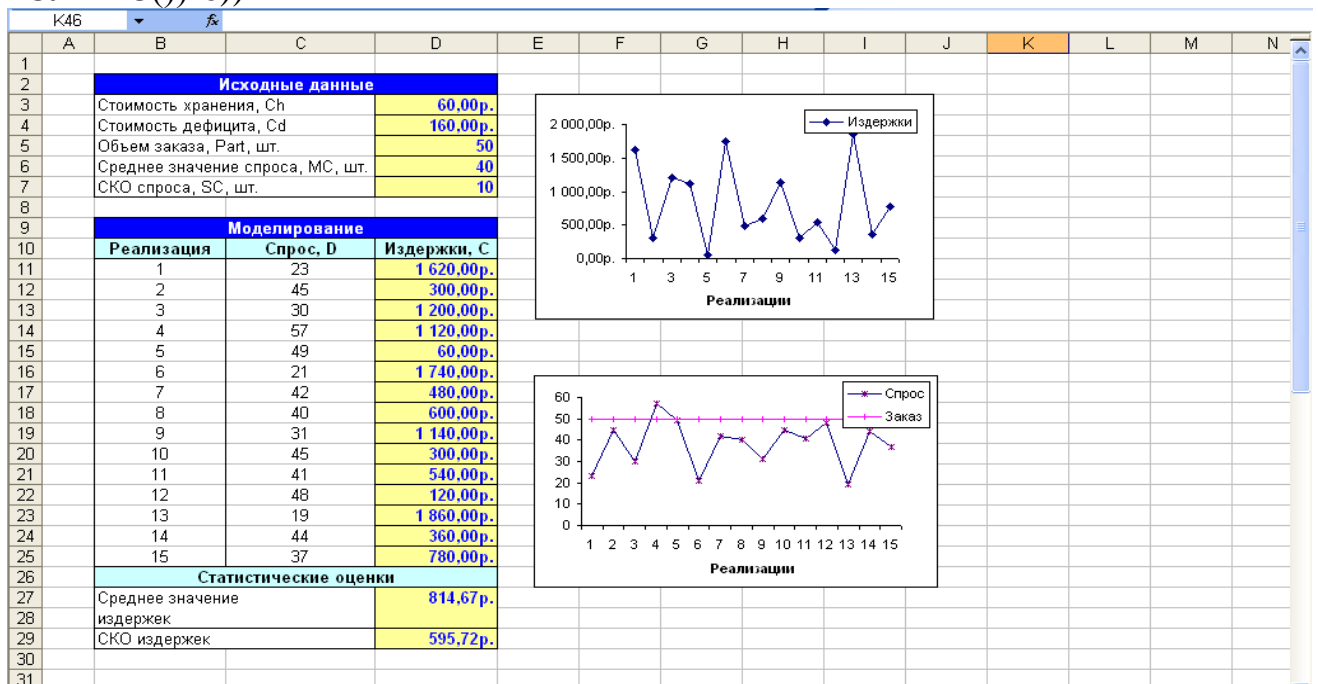


Рис. 3.1 - Моделирование однопериодной системы управления запасами со случайным спросом

Издержки рассчитываются согласно описанным выше формулам:
 $D11=ЕСЛИ(C11<\$D\$5;\$D\$3*(\$D\$5-C11);\$D\$4*(C11-\$D\$5))$.

На рис. 3.2 приведены результаты экспериментов, полученные с помощью «Таблицы подстановки» (см. приложение 1 НИЖЕ), при изменении величины заказанного объема партии (примем значения 30,40,50,60,70,80, 90 шт.). Из рисунка можно увидеть, что минимальное значение затрат достигается в точке, когда объем партии равен 50 шт.

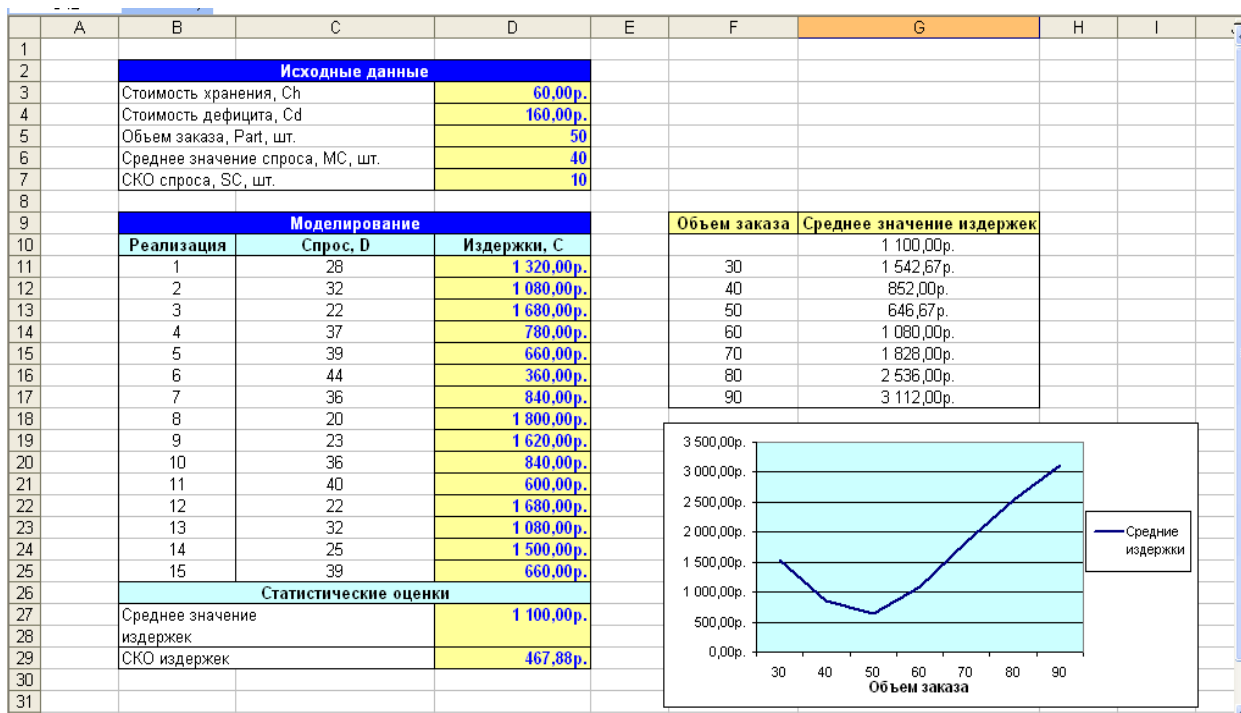


Рис. 3.2 – Исследование влияния объема заказанной партии на средние издержки

Задачи

1. Реализуйте однопериодную модель и проанализируйте полученные результаты. Какая ситуация возникает чаще: нехватка товара или его избыток? Изменяя значение заказанного объема партии, найдите такую его величину, при которой издержки будут наименьшими.

2. Рассчитайте вероятность дефицита товара (отношение реализаций, в которых наблюдалась нехватка запаса, к общему количеству случайных реализаций).

3. Исследуйте влияние заказанного объема партии товара на издержки, приняв следующие значения параметра Part : 30; 35; 40; 55; 60 шт.

Приложение 1. Проведение экспериментов «что будет, если...» в Excel

Проведение экспериментов «что будет, если...» в Excel реализуется с помощью «Таблица подстановки» (меню «Данные» -> «Таблица подстановки»). С ее помощью можно исследовать влияние различных параметров на результат моделирования. Рассмотрим этапы создания данной таблицы на

примере однопериодной модели управления запасами (необходимо исследовать влияние объема заказанной партии на средние издержки).

1. Создать таблицу (только визуально), в которой в одном столбце (или строке) необходимо перечислить, начиная со второй строки, подставляемые значения при имитации. В данном случае необходимо ввести различные значения объема заказанной партии (пусть они равны 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 шт.) (рис.1). В ячейке выше и справа записывается адрес результата моделирования, на который оказывают влияние перечисленные значения (в данном случае это средние издержки, т.е. G10=D27).

2. Выделить диапазон таблицы (в примере – F10:G17), и выбрать в меню «Данные» пункт «Таблица подстановки».

3. В поле «Подставлять значения по строкам в» записать адрес ячейки, в которой храниться значение объема заказанной партии, используемое при моделировании (\$D\$5). В том случае, если первоначальные данные записаны строкой, то необходимо значение ввести в поле «Подставлять значения по столбцам в». Нажать кнопку «ОК», а затем - (в случае ручного режима вычислений) «F9». На рис. 3.5 представлен полученный результат экспериментов.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		Исходные данные							
3		Стоимость хранения, Ch		60,00р.					
4		Стоимость дефицита, Cd		160,00р.					
5		Объем заказа, Part, шт.		50					
6		Среднее значение спроса, MC, шт.		40					
7		СКО спроса, SC, шт.		10					
8									
9		Моделирование					Объем заказа	Среднее значение издержек	
10		Реализация	Спрос, D	Издержки, C				917,33р.	
11		1	34	960,00р.		30			
12		2	28	1 320,00р.		40			
13		3	54	640,00р.		50			
14		4	33	1 020,00р.		60			
15		5	38	720,00р.		70			
16		6	39	660,00р.		80			
17		7	40	600,00р.		90			
18		8	24	1 560,00р.					
19		9	24	1 560,00р.					
20		10	45	300,00р.					
21		11	55	800,00р.					
22		12	50	0,00р.					
23		13	16	2 040,00р.					
24		14	45	300,00р.					
25		15	58	1 280,00р.					
26		Статистические оценки							
27		Среднее значение издержек		917,33р.					
28		СКО издержек		553,73р.					
29									
30									
31									
32									

Рис. 3.3 – Запись в таблицу исходных данных

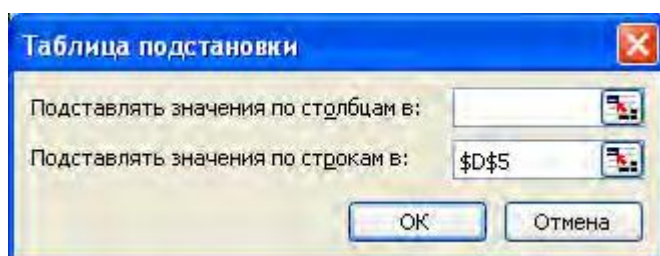


Рис. 3.4 – Определение адреса ячейки, в которую будет выполнена подстановка перечисленных значений.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		Исходные данные							
3		Стоимость хранения, Ch		60,00р.					
4		Стоимость дефицита, Cd		160,00р.					
5		Объем заказа, Part, шт.		50					
6		Среднее значение спроса, MC, шт.		40					
7		СКО спроса, SC, шт.		10					
8									
9		Моделирование				Объем заказа	Среднее значение издержек		
10		Реализация	Спрос, D	Издержки, C					
11		1	33	1 020,00р.		30	704,00р.		
12		2	23	1 620,00р.		40	1 674,67р.		
13		3	43	420,00р.		50	916,00р.		
14		4	30	1 200,00р.		60	853,33р.		
15		5	45	300,00р.		70	1 532,00р.		
16		6	39	660,00р.		80	2 048,00р.		
17		7	33	1 020,00р.		90	2 304,00р.		
18		8	41	540,00р.			3 216,00р.		
19		9	48	120,00р.					
20		10	43	420,00р.					
21		11	51	160,00р.					
22		12	36	840,00р.					
23		13	50	0,00р.					
24		14	61	1 760,00р.					
25		15	53	480,00р.					
26		Статистические оценки							
27		Среднее значение издержек		704,00р.					
28		СКО издержек		531,48р.					
29									
30									
31									

Рис. 3.5 – Результат экспериментов.

При рассмотрении динамических моделей данный способ может быть использован для выполнения нескольких экспериментов с неизменными параметрами с целью получения среднего значения выходной величины. В качестве примера на рис. 3.6 представлена реализация производственной модели управления запасами. Пусть необходимо выполнить 10 экспериментов и определить среднее значение общих затрат. Для этого составим таблицу по правилам, описанным выше, с той лишь разницей, что объем производства (может быть выбран любой другой параметр) остается неизменным. Результат показан на рис. 3.7.

	A	B	C	D	E	F	
1							
2		Исходные данные					
3		Стоимость хранения, Ch			60,00р.		
4		Стоимость дефицита, Cd			160,00р.		
5		Начальный уровень запаса, N, шт.			5		
6		Объем производства, Part, шт.			40		
7		Среднее значение спроса, MC, шт.			40		
8		СКО спроса, SC, шт.			5		
9							
10		Моделирование					
11		Период	Спрос, D	Остаток на складе	Издержки, С		
12		1	41	4	240,00р.		
13		2	54	0	1 600,00р.		
14		3	44	0	640,00р.		
15		4	52	0	1 920,00р.		
16		5	38	2	120,00р.		
17		6	41	1	60,00р.		
18		7	38	3	180,00р.		
19		8	37	6	360,00р.		
20		9	52	0	960,00р.		
21		10	46	0	960,00р.		
22		11	34	6	360,00р.		
23		12	45	1	60,00р.		
24		13	40	1	60,00р.		
25		14	34	7	420,00р.		
26		15	39	8	480,00р.		
27		Общие издержки				8 420,00р.	
28							
29							

Рис. 3.6 – Моделирование производственной системы управления запасами

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1											
2		Исходные данные									
3		Стоимость хранения, Ch			60,00р.						
4		Стоимость дефицита, Cd			160,00р.						
5		Начальный уровень запаса, N, шт.			5						
6		Объем производства, Part, шт.			40						
7		Среднее значение спроса, MC, шт.			40						
8		СКО спроса, SC, шт.			5						
9											
10		Моделирование						Объем производства	Общие издержки		
11		Период	Спрос, D	Остаток на складе	Издержки, С				8 420,00р.		
12		1	41	4	240,00р.		40		7 600,00р.		
13		2	54	0	1 600,00р.		40		10 900,00р.		
14		3	44	0	640,00р.		40		6 880,00р.		
15		4	52	0	1 920,00р.		40		8 300,00р.		
16		5	38	2	120,00р.		40		17 520,00р.		
17		6	41	1	60,00р.		40		13 140,00р.		
18		7	38	3	180,00р.		40		8 280,00р.		
19		8	37	6	360,00р.		40		10 380,00р.		
20		9	52	0	960,00р.		40		30 720,00р.		
21		10	46	0	960,00р.		40		19 620,00р.		
22		11	34	6	360,00р.			Среднее значение	13 334,00р.		
23		12	45	1	60,00р.						
24		13	40	1	60,00р.						
25		14	34	7	420,00р.						
26		15	39	8	480,00р.						
27		Общие издержки				8 420,00р.					
28											
29											

Рис. 3.7 – Результаты десяти экспериментов

3.2. Производственная модель управления запасами.

Рассмотрим производственную модель управления запасами. Предприятие занимается производством запчастей. Ее начальный уровень на складе равен N . Объем производства в отдельном периоде (например, месяце) составляет $Part$ шт. Спрос же в этом периоде является случайной величиной с нормальным законом распределения (среднее значение равно MC , среднее квадратическое отклонение - SC). В том случае, если к концу периода на складе остаток, то общие затраты равны издержкам хранения, иначе – издержкам дефицита (см. однопериодную модель). Остаток продукции на складе может быть реализован в следующем периоде. В случае дефицита считается, что покупатели обращаются к услугам других предприятий (величина неудовлетворенного спроса не учитывается в последующие периоды).

Пусть исходные данные равны: $Ch = 60$ руб.; $Cd = 160$ руб.; $Part = 40$ шт.; $N = 5$ шт.; $MC = 40$ шт.; $SC = 5$ шт. Моделирование представлено на рис. 3.8. Расчет спроса производится также как и в предыдущей модели.

Остаток на складе составляет величину, равную разности наличного запаса (в первом периоде эта величина равна сумме начального запаса и объема производства, а в последующих периодах – сумме остатка и объема производства) и спроса.

$$D12 = \text{ЕСЛИ}(C12 < (\$E\$6 + \$E\$5); \$E\$6 + \$E\$5 - C12; 0)$$

$$D13 = \text{ЕСЛИ}(C13 < (\$E\$6 + D12); \$E\$6 + D12 - C13; 0).$$

Издержки рассчитываются в зависимости от наличия остатка либо неудовлетворенного спроса

$$E12 = \text{ЕСЛИ}(C12 < (\$E\$6 + \$E\$5); \$E\$3 * (\$E\$6 + \$E\$5 - C12); \$E\$4 * (C12 - \$E\$6 - \$E\$5))$$

$$E13 = \text{ЕСЛИ}(C13 < (\$E\$6 + D12); \$E\$3 * (\$E\$6 + D12 - C13); \$E\$4 * (C13 - \$E\$6 - D12)).$$

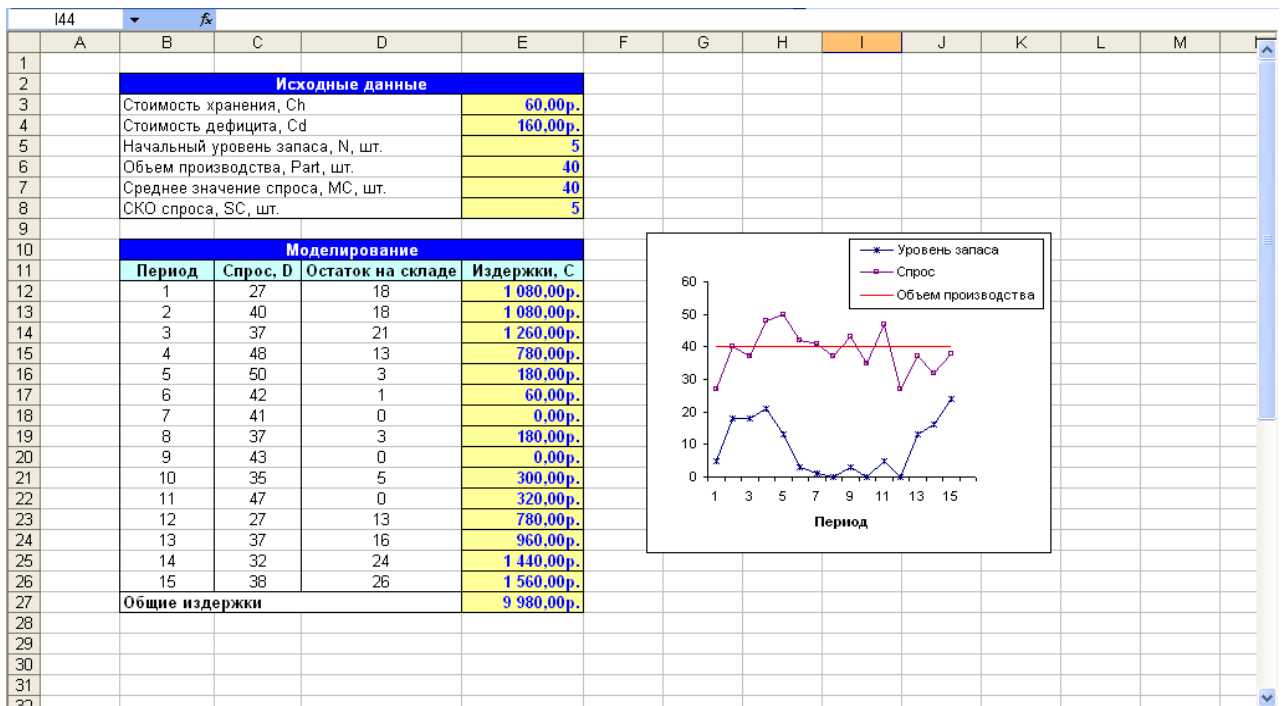


Рис. 3.8 – Моделирование производственной системы управления запасами

Задачи

1. Измените программу, считая, что величина неудовлетворенного спроса учитывается в последующие периоды (покупатели ждут производства необходимой продукции).

В данном случае изменится только способ расчета остатка на складе ($D13=\$E\$6+D12-C13$) (рис.3.9).

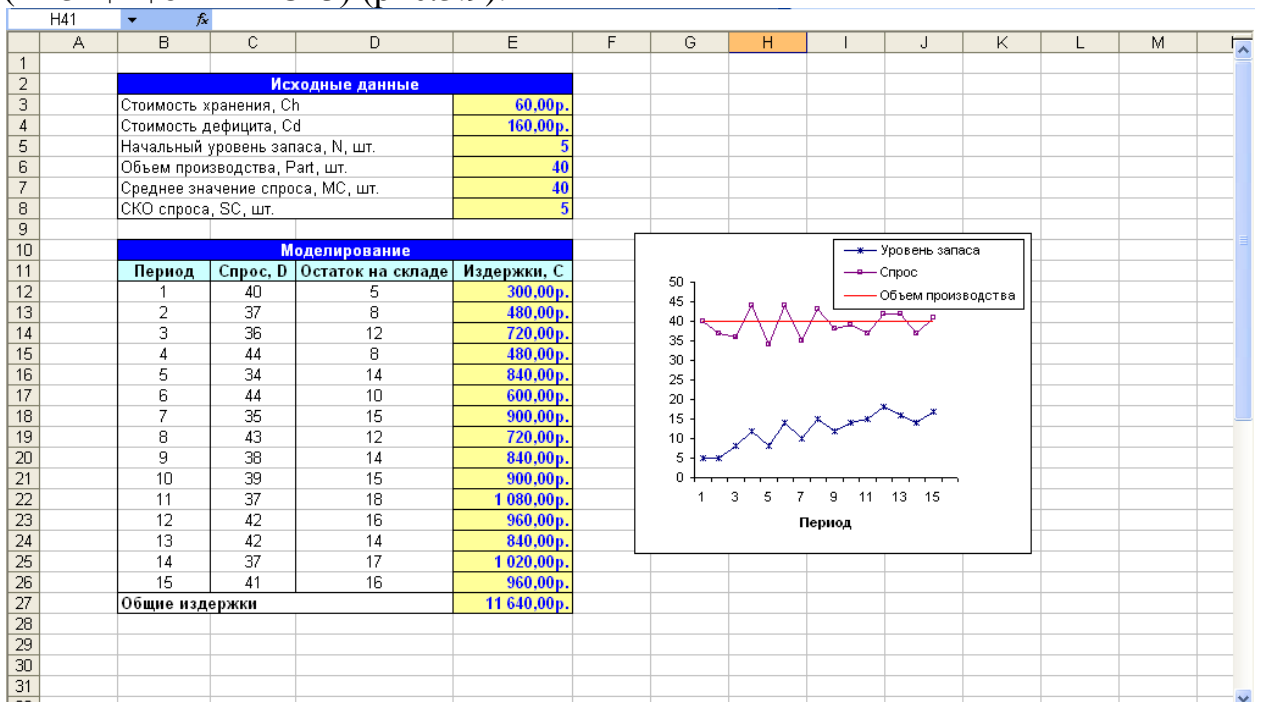


Рис. 3.9 – Производственная модель с учетом неудовлетворенного спроса

2. Рассмотрите случай, когда производство осуществляется периодически (в первые 3 месяца предприятие производит и реализует товар, а в последующие 3 месяца - только реализует) (исходные данные те же за исключением: Part =45 шт.; N =10 шт.).

Решение

Для решения задачи необходим индикатор, который будет показывать, производится ли продукция в текущем месяце (1- производство, 0 – нет производства). Пронумеруем периоды, начиная с «0», тогда расчет индикатора будет производиться следующим образом (рис.4.8) (значение в ячейке C12 устанавливается в ноль или единицу в зависимости от начальных условий).

$$C13=ЕСЛИ(ОСТАТ(B13;F\$8)<>0;C12;ЕСЛИ(C12=0;1;0)).$$

Тогда остаток запаса на складе будет рассчитываться в зависимости от того, осуществляется ли производство в текущем периоде

$$E12=ЕСЛИ(C12=1;ЕСЛИ(D12<(\$F\$5+\$F\$4);\$F\$5+\$F\$4-D12;0);ЕСЛИ(D12<(\$F\$4);\$F\$4-D12;0))$$

$$E13=ЕСЛИ(C13=1;ЕСЛИ(D13<(\$F\$5+E12);\$F\$5+E12-D13;0);ЕСЛИ(D13<E12;E12-D13;0)).$$

Расчет издержек можно представить следующим образом:

$$F12=ЕСЛИ(C12=1;ЕСЛИ(D12<(\$F\$5+\$F\$4);\$F\$2*(\$F\$5+\$F\$4-D12);\$F\$3*(D12-\$F\$5-\$F\$4));ЕСЛИ(D12<\$F\$4;\$F\$2*(\$F\$4-D12);\$F\$3*(D12-\$F\$4)))$$

$$F13=ЕСЛИ(C13=1;ЕСЛИ(D13<(\$F\$5+E12);\$F\$2*(\$F\$5+E12-D13);\$F\$3*(D13-\$F\$5-E12));ЕСЛИ(D13<E12;\$F\$2*(E12-D13);\$F\$3*(D13-E12))).$$

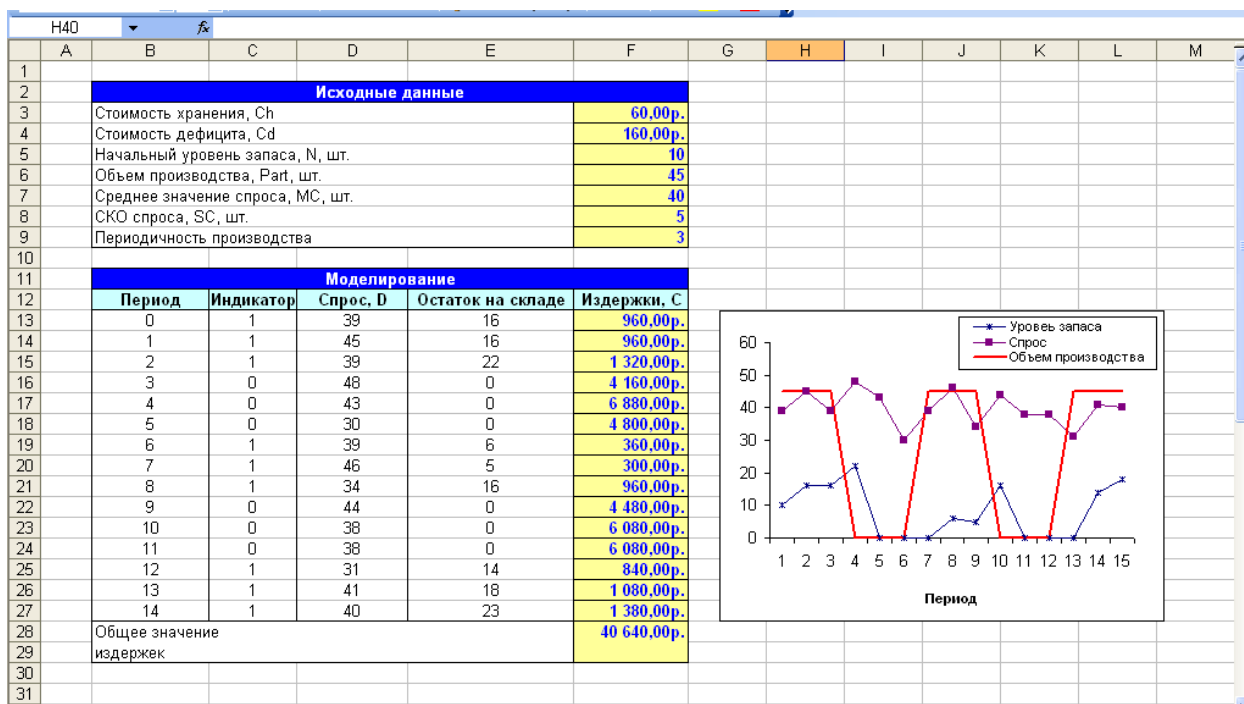


Рис. 3.10 – Производственная модель управления запасами с периодическим выпуском продукции

3. Изменяя исходные данные, определите, при каком объеме производства общие затраты будут минимальны? Если объем производства изменить нельзя (он является максимальным возможным для данного предприятия), то при каком значении начального уровня запаса издержки будут минимальны?

3.3. Модель с периодической стратегией подачи заявок.

Рассмотрим модель управления запасами, в которой заказы на поставку товара в объеме Part осуществляется периодически (интервал равен I). При этом время доставки будем считать равным нулю. Затраты на поставку CP пропорциональны объему заказанной партии:

$$CP = \text{Part} \cdot C_p,$$

где C_p - стоимость поставки единицы товара.

Издержки отдельного периода включают штраф за дефицит CD , затраты на поставку CP и хранение CH:

$$C = CD + CP + CH.$$

Спрос является случайной величиной с нормальным законом распределения (среднее значение равно M_C , среднее квадратическое отклонение - SC). Величина неудовлетворенного спроса не учитывается в последующие периоды.

Примем следующие исходные данные: $C_h = 60$ руб.; $C_d = 160$ руб.; $C_p = 10$ руб.; Part = 100 шт.; $N = 100$ шт.; $M_C = 40$ шт.; $SC = 5$ шт.; $I = 5$. Предполагая, что доставка осуществляется в начале периода, выполним моделирование (рис. 3.11).

Значения в столбце «Индикатор» показывают, сколько времени осталось до осуществления доставки

$$C15 = G10 - 1$$

$$C16 = \text{ЕСЛИ}(C15 < 0; C15 - 1; \$G\$10 - 1).$$

Остаток запаса на начало периода равен сумме остатка в конце предыдущего периода и объема доставки (в случае совершения события простачи товара, т.е. при равенстве индикатора нулю).

$$D15 = \text{ЕСЛИ}(C15 < 0; G5; G5 + G6)$$

$$D16 = \text{ЕСЛИ}(C16 < 0; F15; F15 + \$G\$6).$$

Моделирование спроса осуществляется тем же способом, как и в предыдущей модели.

Остаток товара на конец периода равен разности уровня запаса на начало периода и спроса (в случае дефицита это значение равно нулю)

$$F15 = \text{ЕСЛИ}(E15 < D15; D15 - E15; 0).$$

Издержки рассчитываются в зависимости от размера запасов на складе (дефицита) и того, произошла ли доставка

$$G15 = \text{ЕСЛИ}(C15 < 0; \text{ЕСЛИ}(E15 < D15; \$G\$3 * (D15 - E15); \$G\$4 * (E15 - D15)); \text{ЕСЛИ}(E15 < D15; \$G\$3 * (D15 - E15) + \$G\$9 * \$G\$6; \$G\$4 * (E15 - D15) + \$G\$9 * \$G\$6)).$$

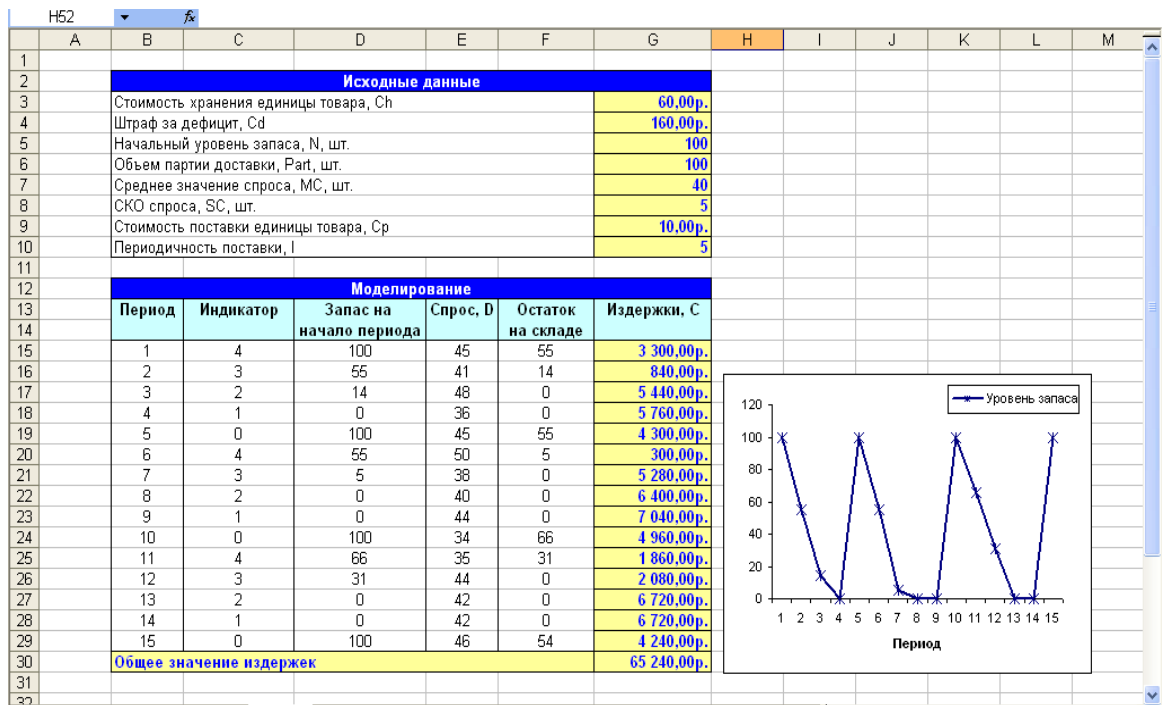


Рис. 3.11 – Моделирование системы управления запасами с периодической стратегией подачи заявок и случайным спросом

Задачи

1. Изменяя объем заказанной партии, найдите его оптимальное значение (при котором общие издержки минимальны).
2. Выполните моделирование, полагая, что объем доставки в каждом периоде – случайная величина, равномерно распределенная на интервале [90;110].

3.4. Модель с пороговой стратегией подачи заявок

В отличие от модели с периодической стратегией подачи заявок, в данной модели заявка на доставку партии товара подается в том случае, если уровень запаса становится ниже некоторого минимального значения V_{min} .

Примем следующие исходные данные: $Ch = 60$ руб.; $Cd = 160$ руб.; $Cp = 10$ руб.; $Part = 100$ шт.; $N = 100$ шт.; $MC = 40$ шт.; $SC = 5$ шт.; $V_{min} = 10$ шт.

Предполагая, что доставка осуществляется в начале периода выполним моделирование (рис. 3.12).

Индикатор наступления времени поставки становится равным единице в том случае, если уровень запаса на складе стал меньше минимально допустимого

$$C15 = \text{ЕСЛИ}(G5 > G10; 0; 1)$$

$$C16 = \text{ЕСЛИ}(F15 > \$G\$10; 0; 1).$$

$C18 = \text{ЕСЛИ}(C17=0; \text{ЕСЛИ}(F17 > \$G\$12; 0; 1 + \text{ЦЕЛОЕ}(\$G\$10 + \$G\$11 * ((\text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() + \text{СЛЧИС}() - 6))); C17 - 1).$

В случае если индикатор равен единице, то считается, что товар доставлен на склад и поэтому увеличивается уровень запаса

$D17 = \text{ЕСЛИ}(C17=1; G5 + G6; G5)$

$D18 = \text{ЕСЛИ}(C18=1; F17 + \$G\$6; F17).$

Расчет издержек выполняется следующим образом

$G17 = \text{ЕСЛИ}(C17 <> 1; \text{ЕСЛИ}(E17 < D17; \$G\$3 * (D17 - E17); \$G\$4 * (E17 - D17)); \text{ЕСЛИ}(E17 < D17; \$G\$3 * (D17 - E17) + \$G\$9 * \$G\$6; \$G\$4 * (E17 - D17) + \$G\$9 * \$G\$6))$

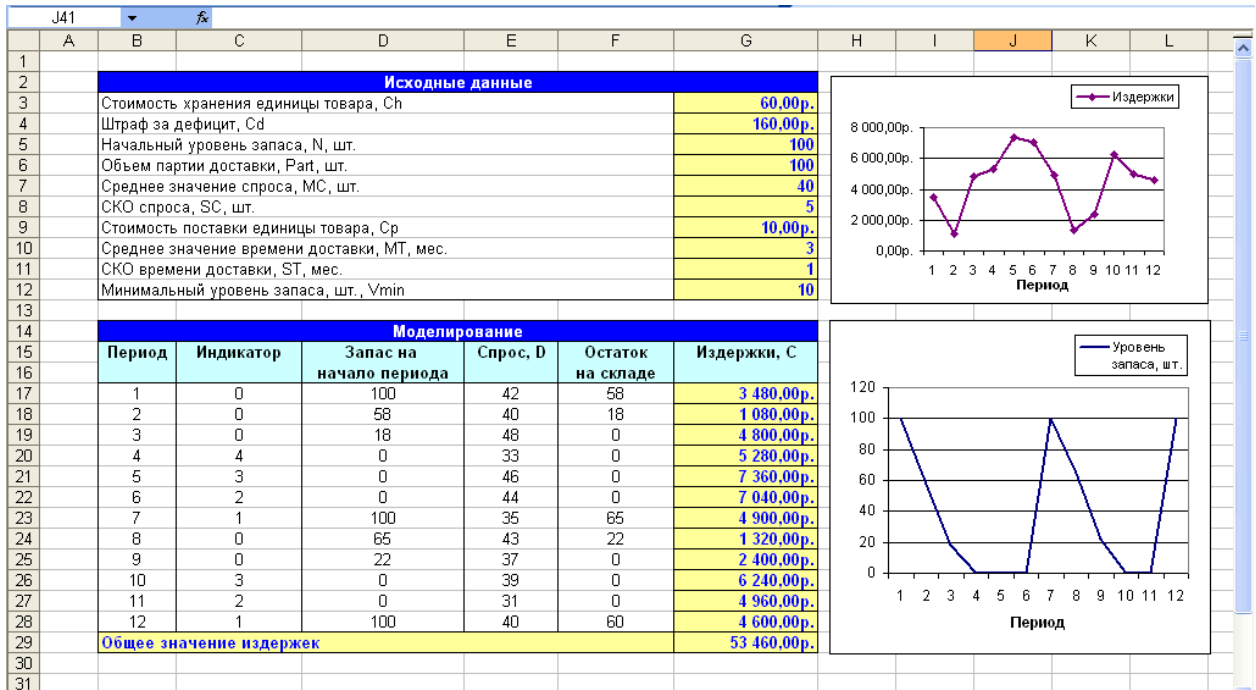


Рис. 3.13 – Моделирование системы управления запасами со случайным временем поставки

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4 МОДЕЛИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

4.1 Одноканальная система массового обслуживания

Рассмотрим простую систему массового обслуживания: число каналов равно единице, время ожидания неограниченно, время между заявками и время обслуживания заявок являются случайными величинами с показательным законом распределения (среднее значение времени обслуживания равно t_0 , среднее время между заявками - t_z) (рис. 4.1).

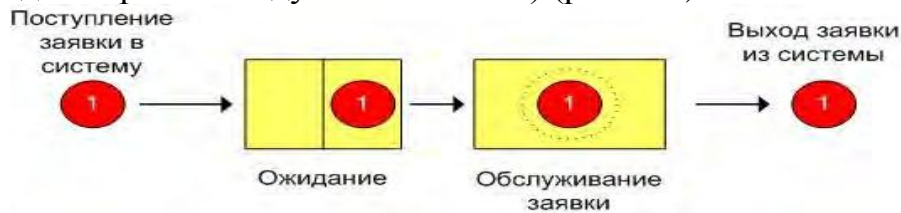


Рис. 4.1 – Одноканальная система массового обслуживания

Рассмотрим процесс поступления десяти заявок, если $t_z = 0,5$ ч., $t_0 = 1$ ч.

Использован следующий способ моделирования такой системы (рис. 4.2). Величины времени обслуживания и между заявками рассчитываются согласно способу моделирования случайной величины с показательным законом распределения

$$D7 = -\text{LN}(\text{СЛЧИС}()) \quad E7 = -\text{LN}(\text{СЛЧИС}())$$

В последнем столбце рассчитывается величина $W_n + X_n - Y_n$

$$F7 = C7 + D7 - E7$$

Если ее значение является отрицательным, то это означает, что следующая заявка поступит после того, как будет обслужена текущая и потому время ее ожидания будет равно нулю, а в противном случае, время ожидания составит $W_n + X_n - Y_n$ $C8 = \text{ЕСЛИ}(F7 > 0; F7; 0)$.

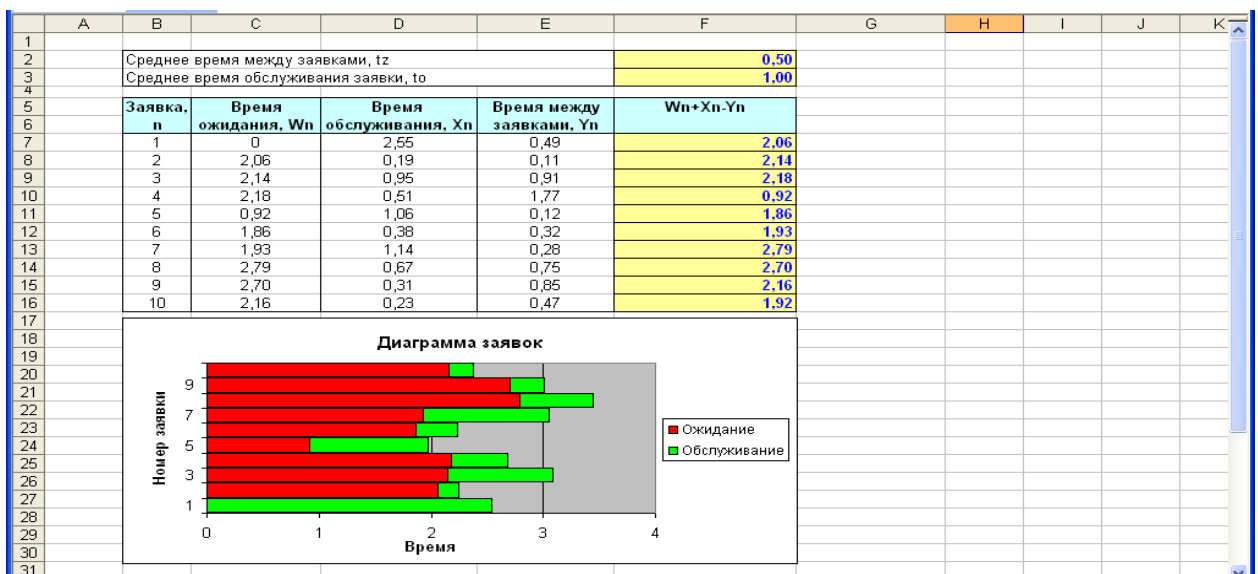


Рис. 4.2 – Результаты моделирования одноканальной СМО при $t_z = 0,5$ ч., $t_0 = 1$ ч.

Изменим исходные данные ($t_z = 1$ ч., $t_o = 0,5$ ч.). Из рис. 4.3 можно увидеть, что в этом случае уменьшится время ожидания обслуживания.

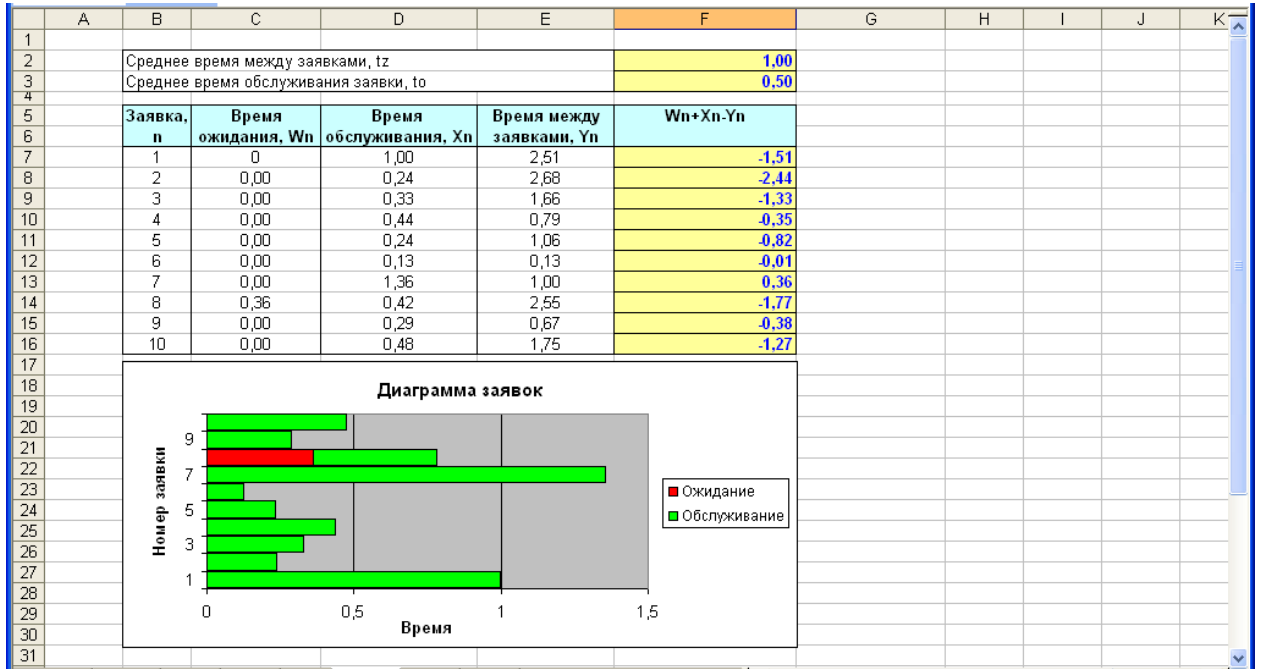


Рис. 4.3 – Результаты моделирования одноканальной СМО при $t_z = 1$ ч., $t_o = 0,5$ ч.

Теперь выполним моделирование, учитывая начальное время t_n . Пусть $t_z = 8$ мин., $t_o = 7$ мин.; $t_n = 9$ ч. Рассмотрим процесс поступления семи заявок (рис. 4.5).

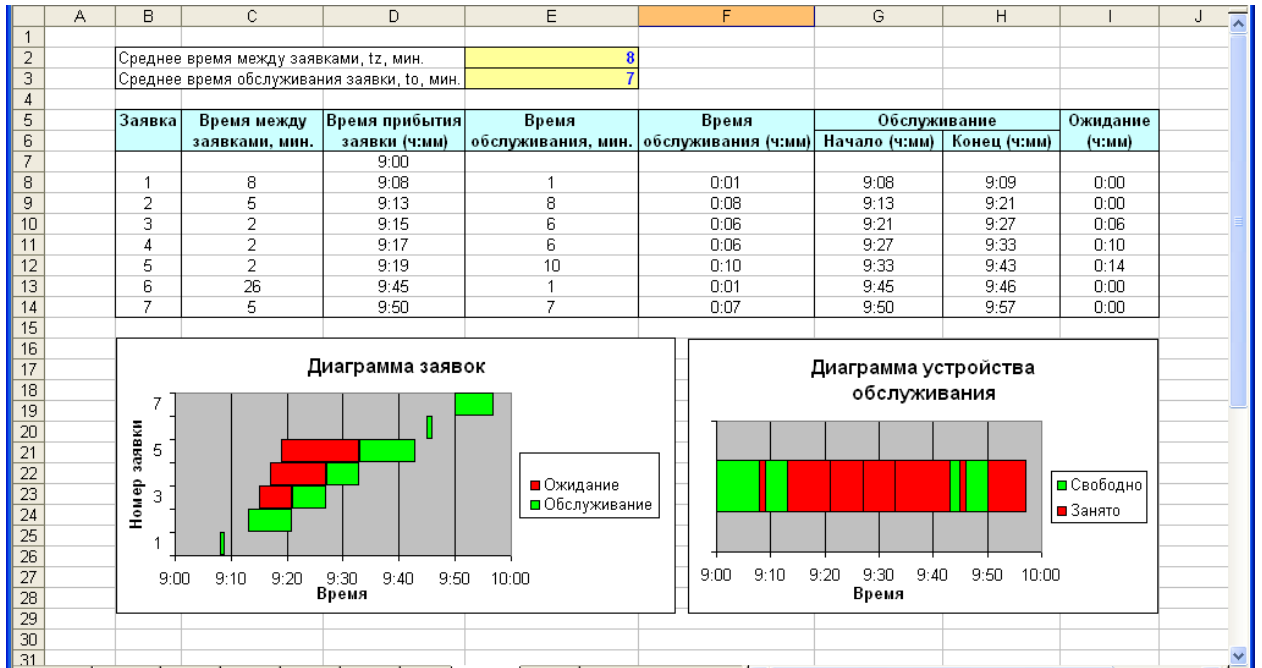


Рис. 4.5 – Моделирование одноканальной СМО с учетом начального времени

Определение времени между заявками и времени обслуживания (мин.) остается без изменения.

Для того чтобы перевести эти значения в используемый формат времени необходимо осуществить следующие операции

$$F8 = E8 / 1440$$

$$D8 = D7 + C8 / 1440.$$

Т.е. время поступления очередной заявки равно сумме времени прибытия предыдущей и случайной величины, распределенной по показательному закону.

Время начала обслуживания первой поступившей заявки равно времени ее поступлению $G8 = D8$.

Начиная со второй заявки, эта величина будет определяться как максимальное значение из момента окончания обслуживания предыдущей заявки и времени поступления текущей

$$G9 = \text{ЕСЛИ}(D9 \geq H8; D9; H8).$$

Время окончания обслуживания рассчитывается по формуле

$$H8 = G8 + F8.$$

Период ожидания равен разности времени начала обслуживания и времени поступления

$$I8 = G8 - D8.$$

Также встречаются системы, в которых новая заявка может поступить только после того, как была обслужена предыдущая. В качестве примера, можно назвать систему, которая периодически может выходить из строя и требовать ремонта (ее отказы в данном случае рассматриваются как заявки): время между ее отказами и время обслуживания распределено по показательному закону. Очевидно, что не может произойти выход из строя системы прежде, чем будет выполнен ремонт предыдущего отказа. Такие заявки будем называть не перекрывающимися.

Для того чтобы выполнить моделирование данной СМО необходимо изменить только расчет времени прибытия заявки, которое будет равно сумме момента окончания обслуживания предыдущей заявки и случайной величины, распределенной по показательному закону

$$D9 = H8 + C9 / 1440.$$

Результаты моделирования представлены на рис. 4.6 ($t_z = 5$ мин., $t_o = 6$ мин.).

Можно заметить, что в Диаграмме заявок теперь отсутствуют периоды ожидания обслуживания.

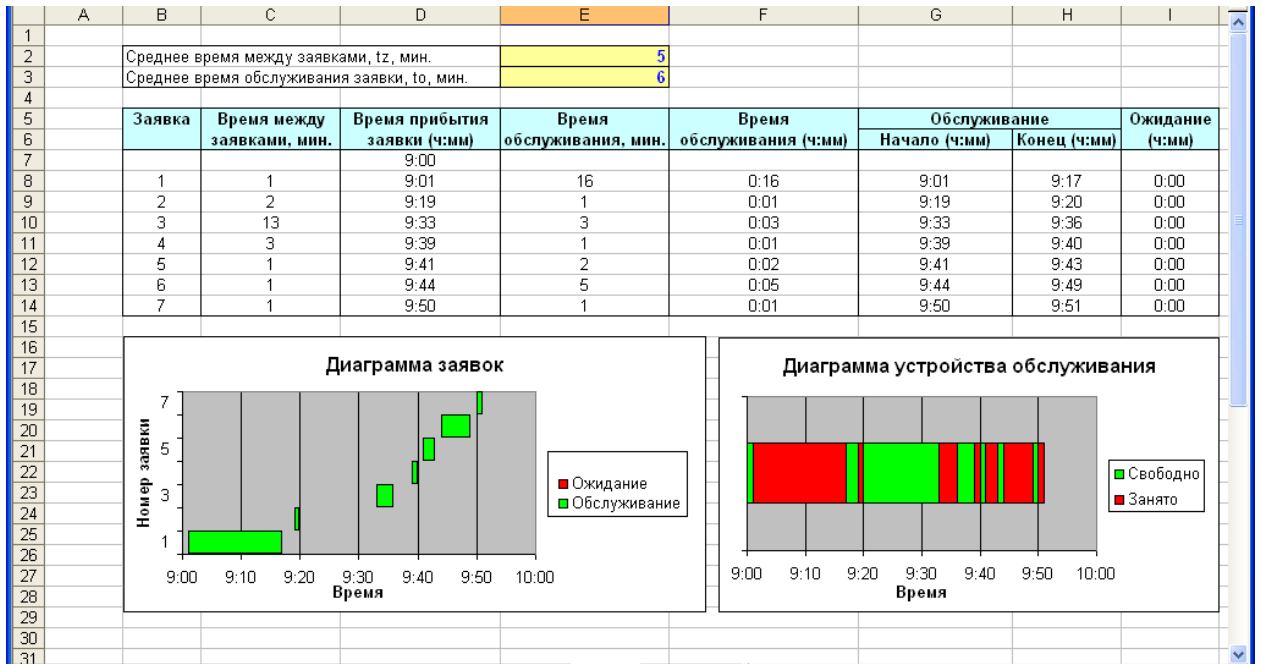


Рис. 4.6 – Моделирование одноканальной СМО с не перекрывающимися заявками

4.2 Двухканальная система массового обслуживания

В том случае, если обслуживание заявок может происходить в нескольких узлах, то говорят, что данная система является многоканальной. Рассмотрим двухканальную СМО (рис.2.8). Предположим, что вновь поступившая заявка поступает в тот канал, который раньше других освободился (а при одновременном освобождении заявка поступит в первый узел), тогда процесс моделирования можно представить следующим образом (рис. 4.7) (исходные данные: $t_z = 8$ мин., $t_o = 7$ мин.; $t_0 = 9$ ч.).

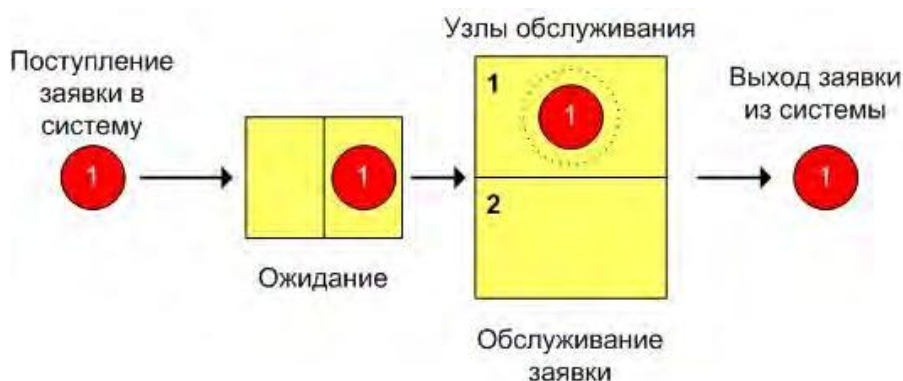


Рис. 4.7 – Двухканальная система массового обслуживания

Рассмотрим основные отличия от предыдущей модели. Для каждого канала выполняется расчет времени начала и окончания обслуживания. Решение о том, в каком канале будет происходить обслуживание, принимается на основе данных о времени освобождения каждого из них. Время начала об-

служивания заявки равно максимальному значению из следующих величин:
 время освобождения найденного канала и время прибытия заявки:

$$E8 = \text{ЕСЛИ}(\text{МАКС}(F\$7:F7) \leq \text{МАКС}(H\$7:H7); \text{МАКС}(F\$7:F7; C8); "")$$

$$F8 = \text{ЕСЛИ}(\text{ЕТЕКСТ}(E8); ""; E8 + D8)$$

$$G8 = \text{ЕСЛИ}(\text{МАКС}(F\$7:F7) > \text{МАКС}(H\$7:H7); \text{МАКС}(H\$7:H7; C8); "")$$

$$H8 = \text{ЕСЛИ}(\text{ЕТЕКСТ}(G8); ""; G8 + D8).$$

Время ожидания обслуживания определяется по формуле:

$$I8 = \text{ЕСЛИ}(\text{ЕТЕКСТ}(E8); G8 - C8; E8 - C8).$$

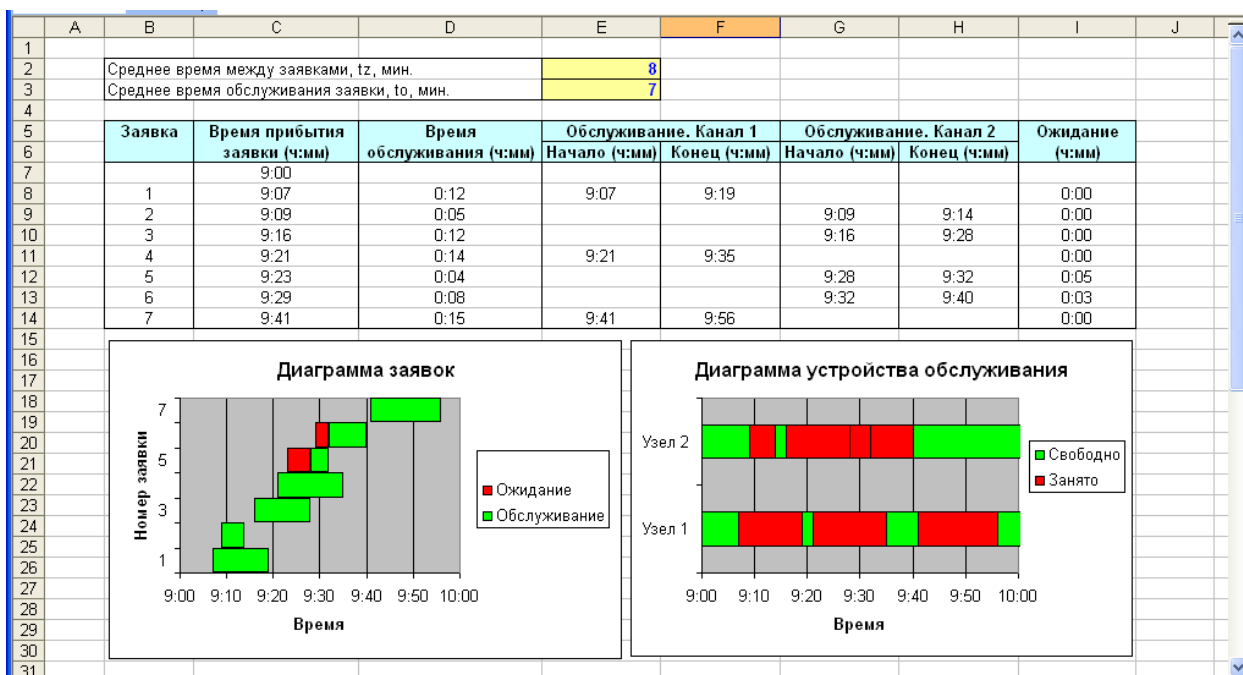


Рис. 4.8 - Моделирование двухканальной системы массового обслуживания

2.3 Система массового обслуживания с ограниченным по времени ожиданием

Ожидание наступления обслуживания может быть ограничено двумя условиями: длиной очереди и временем. Во втором случае заявка покидает систему необслуженной, если время ее ожидания превысило некоторое значение $TOMax$, в противном случае – поступает в канал обслуживания (рис. 4.9).



Рис. 4.9 – Система массового обслуживания с ограниченным по времени ожидания

Если время ожидания заявок равно нулю, то система называется СМО без ожидания (рис. 4.10). В качестве примера можно привести поступление телефонных звонков в справочную службу: если оператор занят разговором с другим клиентом, то поступившие в этот период звонки получают отказ в обслуживании.



Рис. 4.10 – Система массового обслуживания без ожидания

Считая, что время между заявками и обслуживания является случайной величиной с показательным законом распределения, выполним имитацию данной системы со следующими исходными данными: $t_z = 8$ мин., $t_o = 7$ мин.; $t_0 = 9$ ч.; $TOMax = 1$ мин. Результаты представлены на рис. 4.11. В столбце «Поступление на обслуживание» принимается решение о том, будет ли начато обслуживание заявки. Для этого рассчитывается промежуток времени между поступлением заявки и освобождением канала и сравнивается с максимальным временем ожидания заявки

$E9 = \text{ЕСЛИ}((\text{МАКС}(G\$8:G8) - C9) > \$D\$4; \text{"Нет"}; \text{"Да"})$.

В случае поступления заявки на обслуживание определяется время его начала и окончания

$F9 = \text{ЕСЛИ}(D9 = \text{«Да»}; \text{МАКС}(C9; G\$8:G8); \text{«»})$

$G9 = \text{ЕСЛИ}(\text{ЕТЕКСТ}(F9); \text{«»}; F9 + D9)$.

В последнем столбце «Ожидание» рассчитывается время ожидания для всех заявок, независимо от, того были ли они обслужены)

$H9 = \text{ЕСЛИ}(\text{ЕТЕКСТ}(G9); \text{МАКС}(G\$8:G8; C9) - C9; F9 - C9)$.

Так, из рис.2.13 видно, что в данной реализации период ожидания шестой заявки превысил максимально допустимое значение, и поэтому обслуживания не произошло.

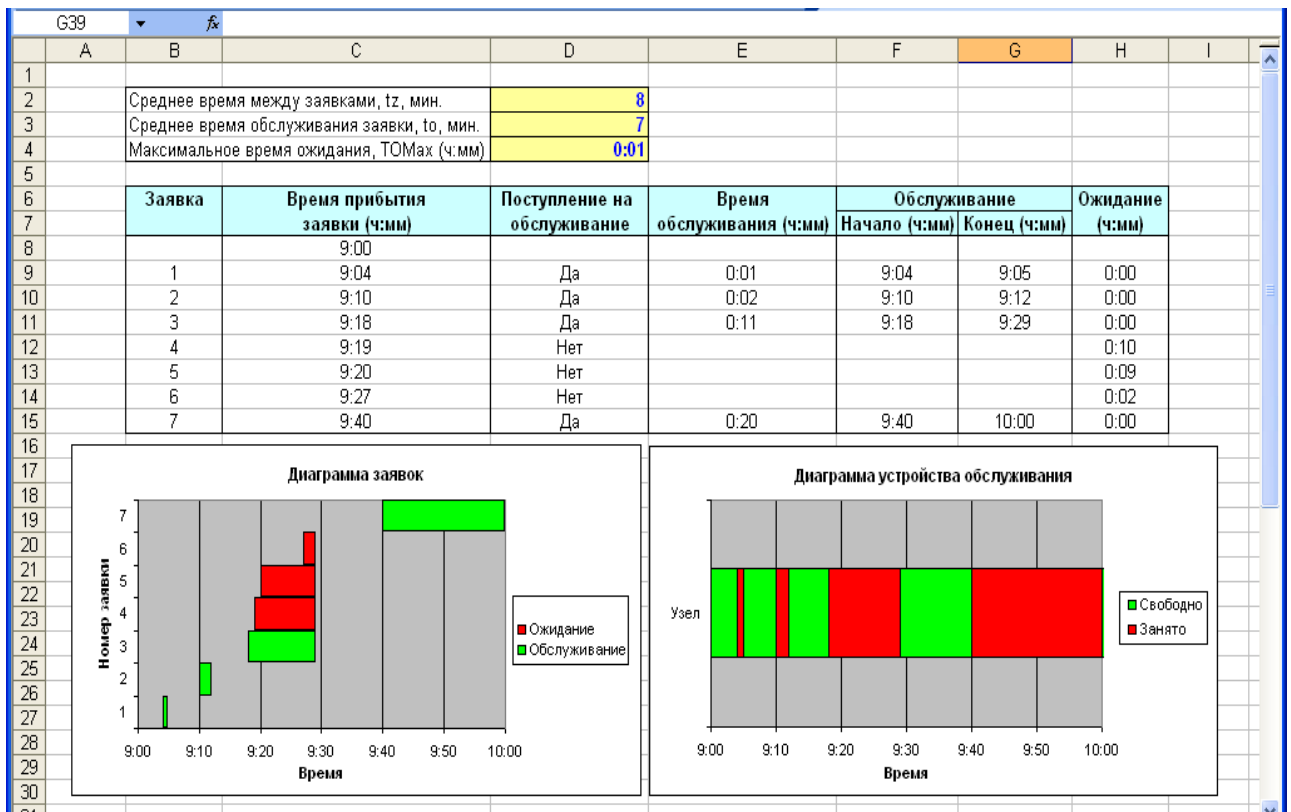


Рис. 4.11 – Моделирование системы массового обслуживания с ограниченным по времени ожиданием

4.4 Система массового обслуживания с очередью

Рассмотрим теперь другой тип систем с ожиданием – СМО с очередью. В этом случае заявка покидает систему необслуженной, если на момент ее поступления длина очереди превышает число LO_{Max} (рис. 4.12).

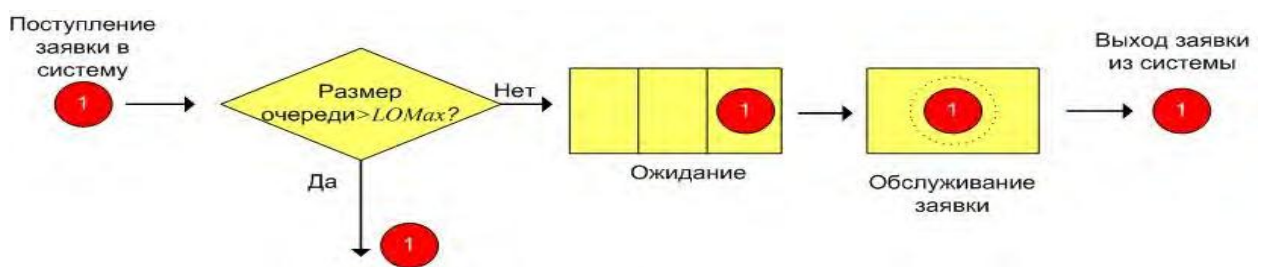


Рис.4.12 – Система массового обслуживания с ограниченным по длине очереди ожиданием

Выполним моделирование, используя следующие исходные данные: $t_z=8$ мин., $t_0=7$ мин.; $t_0=9$ ч.; $LO_{Max}=1$ (время между заявками и обслуживания является случайными величинами с показательным законом распределения) (рис. 4.13).

Расчет значений столбцов «Время прибытия заявки», «Время обслуживания», «Ожидание» осуществляется тем же способом, что и в моделях рас-

смотренных выше. Значения столбца «Длина очереди» характеризуют число заявок, ожидающих обслуживания к моменту поступления текущей. Оно рассчитывается путем подсчета тех значений, в столбце «Начало обслуживания», которые превышают время поступления текущей заявки

$$D9=\text{СЧЁТЕСЛИ}(\$G\$8:\$G8;">"\&C9).$$

В зависимости от полученного значения, определяется, поступит ли заявка на обслуживание

$$E9=\text{ЕСЛИ}(D9>\$E\$4;"\text{Нет}";"\text{Да}").$$

Расчет времени начала и окончания обслуживания осуществляется следующим образом

$$G9=\text{ЕСЛИ}(E9="Да";\text{МАКС}(C9;H\$2:H8);"")$$

$$H9=\text{ЕСЛИ}(E\text{ТЕКСТ}(G9);"";G9+F9).$$

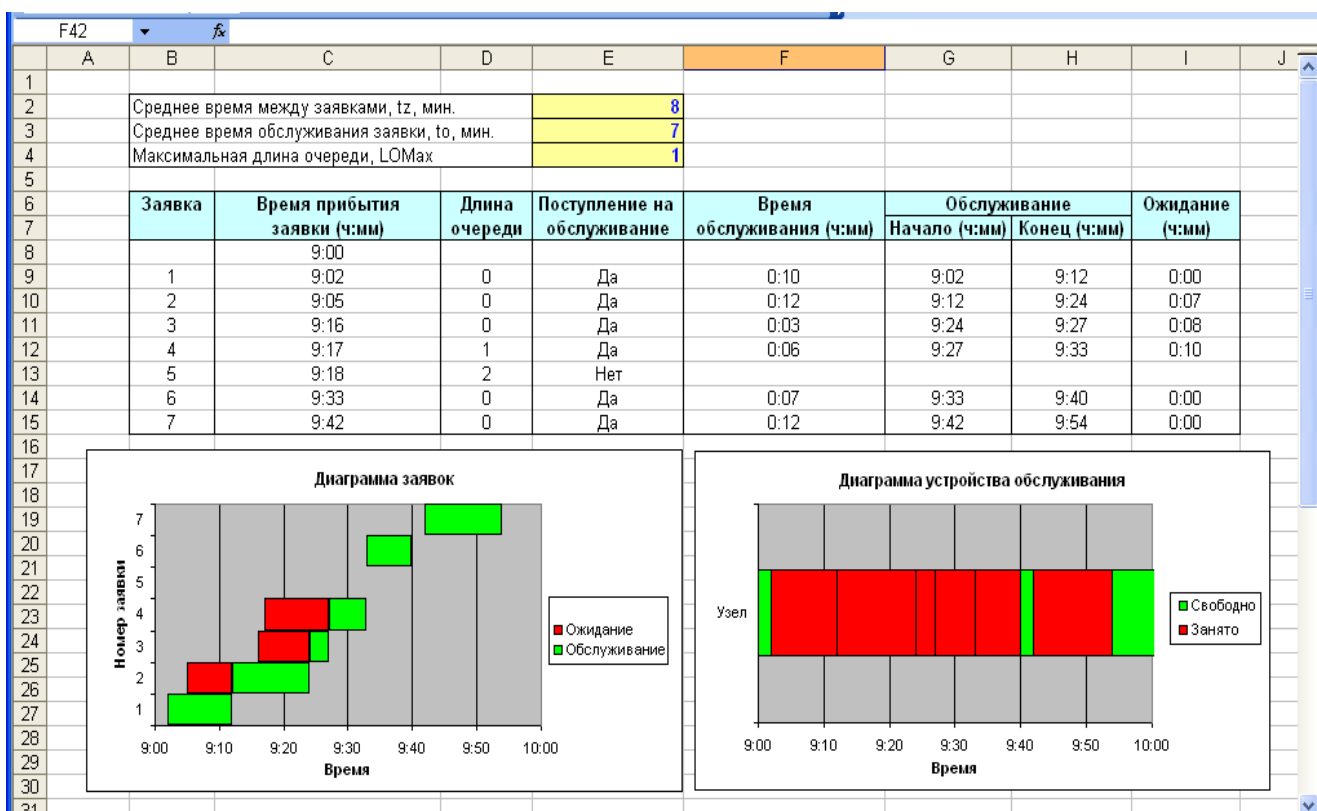


Рис. 4.13 – Моделирование системы массового обслуживания с очередью

4.5 Система с групповым обслуживанием заявок

При групповом обслуживании поступающие заявки направляются в очередь, где они ожидают того момента, когда размер группы станет равным N_{Grup} . После этого все заявки одновременно обслуживаются и покидают систему (рис. 4.14).

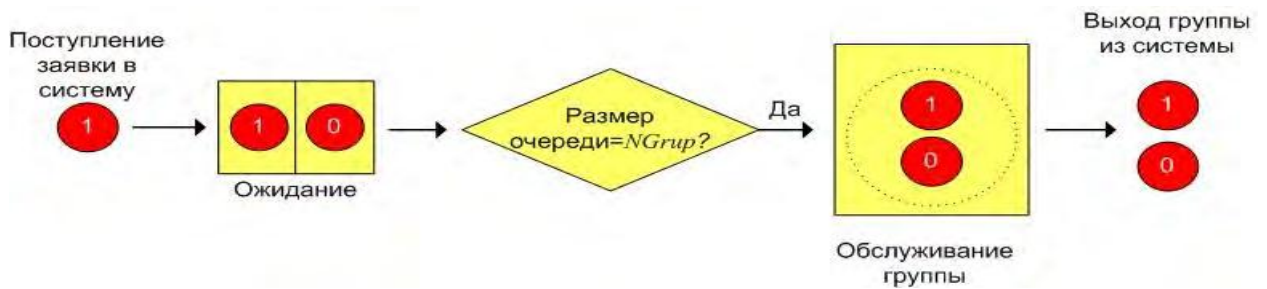


Рис. 4.14 – СМО с групповым обслуживанием заявок

Пусть время между заявками является случайной величиной с показательным законом распределения (среднее значение равно t_z), а обслуживания – с равномерным (нижняя граница интервала - a , верхняя - b). На рис. 4.15 представлены результаты моделирования при $t_z = 5$ мин., $a = 20$ мин.; $b = 25$ мин.; $N_{Grup} = 3$.

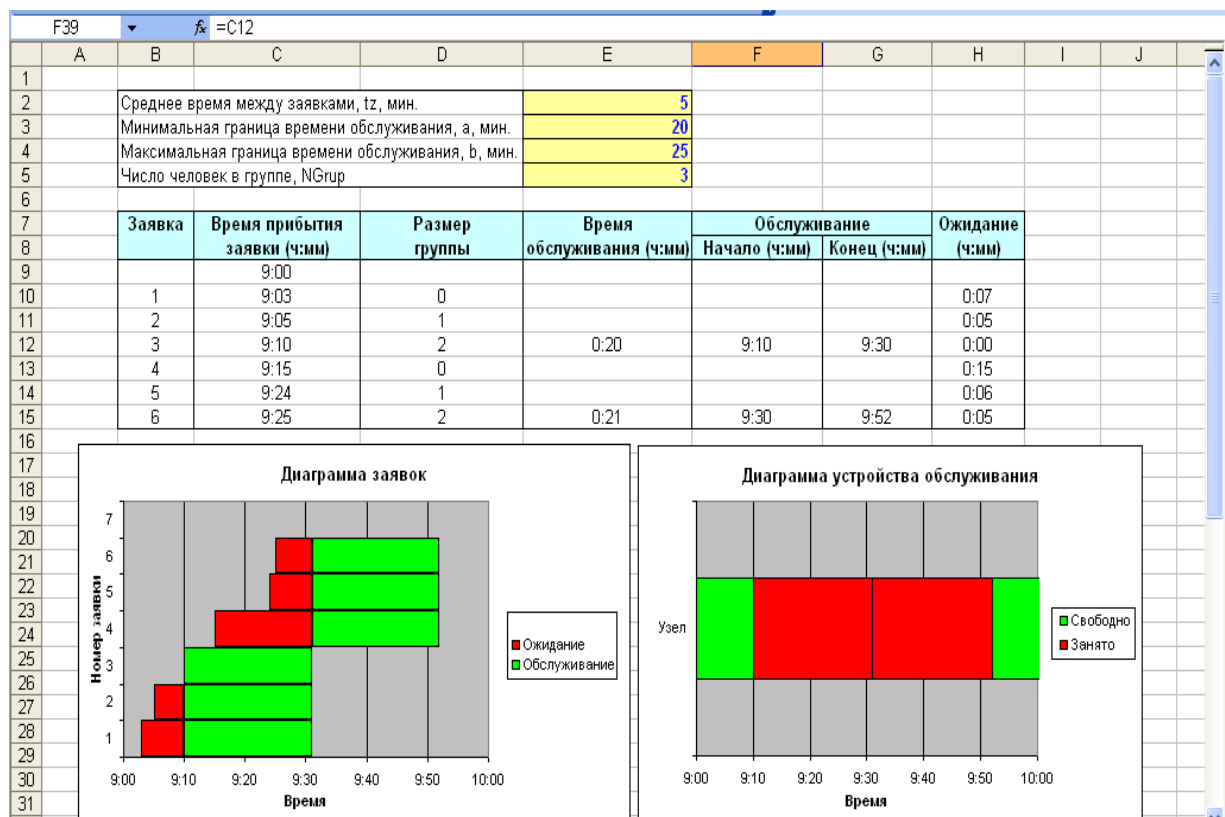


Рис. 4.15 – Моделирование системы с групповым обслуживанием заявок

Столбец «Размер группы» содержит число заявок в очереди к моменту прибытия текущей, а значения его ячеек рассчитываются следующим образом

$$D10=0$$

$$D11 = \text{ЕСЛИ}(D10=\$E\$5-1;0;D10+1).$$

Период обслуживания рассчитывается исходя из значения границ интервала распределения

$E10 = \text{ЕСЛИ}(D10 = \$E\$5 - 1; (\$E\$3 + \text{СЛЧИС}() * (\$E\$4 - \$E\$3)) / 1440; "")$.

Если после поступления текущей заявки происходит обслуживание группы, то время ожидания рассчитывается как разность времени начала обслуживания и времени прибытия.

В противном случае определяется время начала обслуживания группы (после поступления заявок в будущем) и от этого значения отнимается время поступления текущей заявки

$H10 = \text{ЕСЛИ}(\text{ЕТЕКСТ}(G10); \text{МАКС}(\text{МИН}(F10:F\$15); C10) - C10; F10 - C10)$.

4.6 Система массового обслуживания с групповым поступлением заявок

В данной системе прибытие заявок осуществляется группами, а обслуживается каждая заявка отдельно (рис. 4.16).

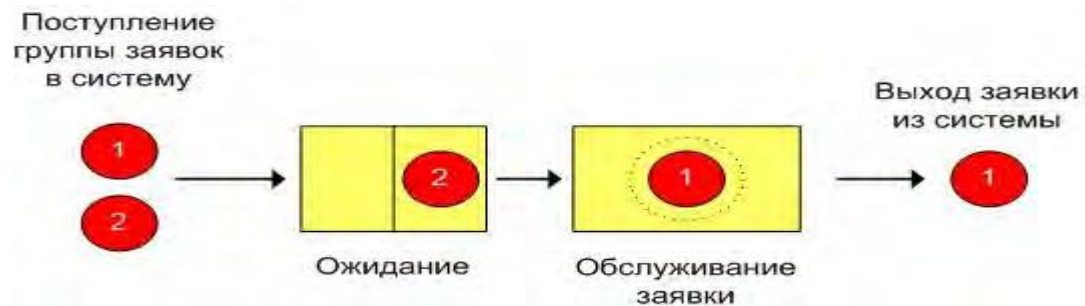


Рис. 4.16 – Система массового обслуживания с групповым поступлением заявок

Моделирование данной системы аналогично моделированию простой одноканальной системы массового обслуживания (моделирование поступления группы аналогично имитации прибытия заявок) за исключением расчета времени обслуживания. Оно будет определяться исходя из количества заявок в группе, например, равно сумме случайных величин времени обслуживания одной заявки (число слагаемых равно размеру группы). Так, например, если в системе на рис. 4.16 заявки поступают группами, размер которых равен двум, то время обслуживания группы будет равно

$E8 = -(\$E\$3 * \text{LN}(\text{СЛЧИС}())) + \$E\$3 * \text{LN}(\text{СЛЧИС}())$.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №5 МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

5.1. Имитационное моделирование инвестиционных рисков.

Среди финансовых моделей одно из основных направлений – это управление рисками инвестиционных проектов.

Построение имитационной модели оценки рисков включает следующие шаги:

1. установить входные, выходные данные модели, а также денежные потоки;
2. для каждого годового денежного потока определить вероятностное распределение и построить генератор случайных чисел;
3. выполнить имитацию, используя сгенерированные значения случайных чисел и сложить результаты для расчета характеристики проекта - NPV ;
4. повторить имитацию много раз для получения статистических оценок проекта NPV ;
5. выяснить, существует ли вероятность отрицательного значения NPV проекта.

Построенная модель предназначена для расчета значения чистой современной стоимости проекта. На чистую современную стоимость проекта оказывают влияние как детерминированные факторы (ставка налога на прибыль, срок реализации проекта, постоянные затраты, ставка амортизационных отчислений по кварталам, ставка дисконтирования, начальные инвестиции), так и стохастические (объем сбыта, переменные затраты на производство, цена за единицу продукции).

Построение имитационной модели заключается в моделировании денежных потоков, возникающих в результате реализации проекта и расчете чистой современной величины проекта по формуле:

$$NPV = \sum_{j=1}^n \frac{CIF_j}{(1+R)^j} - \sum_{j=1}^n \frac{COF_j}{(1+R)^j},$$

где n - срок реализации инвестиционного проекта;

R - требуемая доходность;

CIF_j - денежный приток в момент j (является в рассматриваемой модели случайным, т.к. зависит от таких случайных величин как объем сбыта, цена и т.д.);

COF_j - денежный отток в момент j (также является случайным).

5.1.1 Общая модель оценки рисков

Рассмотрим общую модель оценки рисков, в которой рассматриваются расходы COF и поступление доходов CIF без расшифровки их источников.

Ставка дисконта равна R , срок инвестиционного проекта - n . Предположим, что $n = 10$ лет, инвестиции составили $COF = 100\,000$ руб., доходы в последующие периоды равны $CIF = 20\,000$ руб., $R = 10\%$.

Результаты моделирования представлены на рис. 5.1. Здесь коэффициент дисконтирования рассчитывается следующим образом

$$C_{11} = 1 / (1 + R)^n$$

Современная величина равна произведению дисконтного множителя и денежного потока $E_{11} = D_{11} * C_{11}$

Наконец, чистый приведенный доход вычисляется как сумма современных величин доходов и расходов $E_{22} = \text{СУММ}(E_{11}:E_{21})$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2		Ставка дисконта	0,1									
3												
4		Год	Коэффициент дисконтирования	Денежный поток	Современная величина							
5												
6		0	1,0000	-100 000,00р.	-100 000,00р.							
7		1	0,9091	20 000,00р.	18 181,82р.							
8		2	0,8264	20 000,00р.	16 528,93р.							
9		3	0,7513	20 000,00р.	15 026,30р.							
10		4	0,6830	20 000,00р.	13 660,27р.							
11		5	0,6209	20 000,00р.	12 418,43р.							
12		6	0,5645	20 000,00р.	11 289,48р.							
13		7	0,5132	20 000,00р.	10 263,16р.							
14		8	0,4665	20 000,00р.	9 330,15р.							
15		9	0,4241	20 000,00р.	8 481,95р.							
16		10	0,3855	20 000,00р.	7 710,87р.							
17		NPV			22 891,34р.							
18												
19												
20												
21												
22												
23												
24												
25												
26												
27												
28												
29												
30												
31												

Рис. 5.1 – Моделирование поступления и расходования средств инвестиционного проекта (детерминированный вариант)

Будем считать теперь, что ежегодный доход – случайная величина, распределенная по нормальному закону (среднее значение - $MCIF$; среднее квадратическое отклонение - $SCIF$). На рис. 5.2 представлены результаты моделирования при $MCIF = 20000$ руб.; $SCIF = 5000$ руб. В этом случае доходы будут определяться путем генерирования случайной величины с нормальным законом распределения

$$D_{12} = SCIF * 5 + SCIF * ((СЛЧИС() + СЛЧИС() + СЛЧИС() + СЛЧИС() + СЛЧИС() + СЛЧИС() + СЛЧИС() + СЛЧИС() + СЛЧИС() + СЛЧИС()) - 6)$$

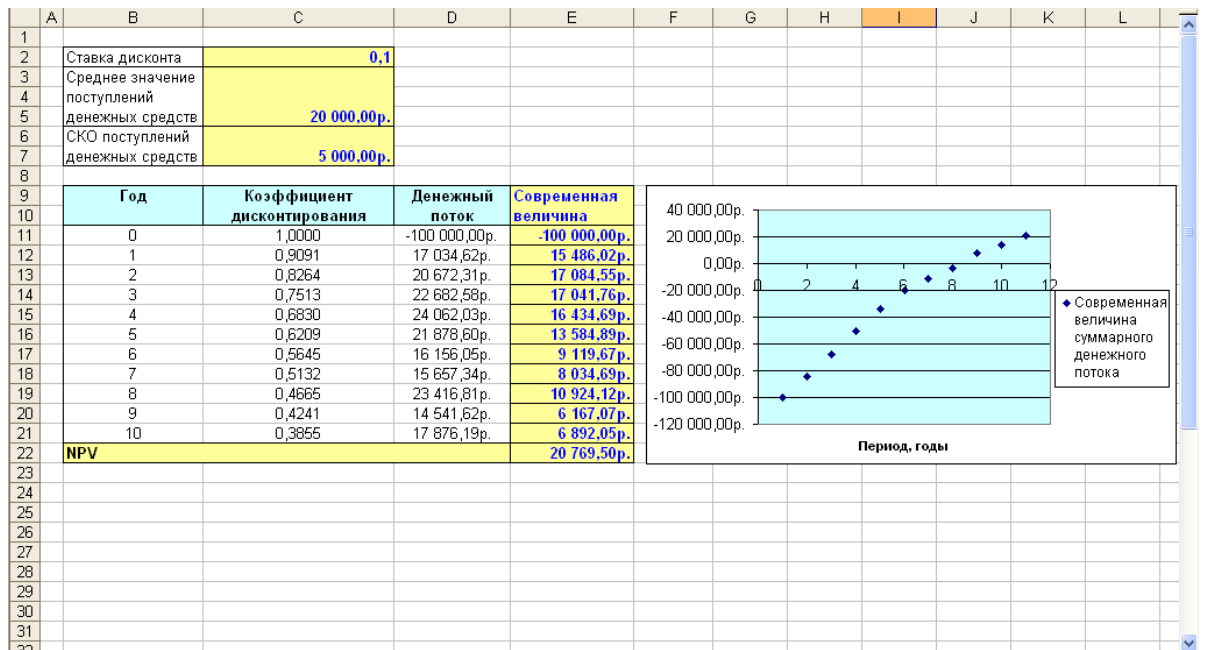


Рис. 5.2 – Моделирование поступления и расходования средств инвестиционного проекта (доходы случайны)

Задача

1. Предприниматель составил бизнес план проекта сроком $n = 7$ лет, согласно которому необходимые инвестиции в первые два года составляют COF1 и COF2 . В последующие годы ожидаются доходы CIFI ($i=3..7$). Выполните моделирование и рассчитайте чистую приведенную стоимость проекта при следующих исходных данных: COF1 =50 000 руб.; COF2 =30 000 руб.; CIFI =25 000 руб.; $R = 10\%$. Решите также дополнительные задачи:

Предположите, что ежегодный доход представляет собой случайную величину с нормальным законом распределения (среднее значение $MCIF = 25000$ руб.; среднее квадратическое отклонение - $SCIF = 3000$ руб.).

Пусть вероятность получения дохода равна P ($P = 0,8$). Это означает, что предприниматель в каждом году может либо получить доход, величина которого случайна, либо нет. Выполните имитацию, учитывая данное условие.

Рассмотрите случай, когда доход равномерно распределен на интервале $[a; b]$ ($a = 15000$ руб.; $b = 21 000$ руб.).

Выполните 10 экспериментов и рассчитайте среднее значение чистого приведенного дохода и вероятность того, что его значение будет меньше 20000 руб.

5.2 Модель инвестиционного проекта по производству продукта

Фирма рассматривает инвестиционный проект по производству продукта «А». В процессе предварительного анализа экспертами были выявлены три ключевых параметра проекта и определены возможные границы их изменений (табл. 5.1.). Прочие параметры проекта считаются постоянными величинами (табл. 5.2.).

Таблица 5.1 – Ключевые параметры проекта по производству продукта «А»

	Показатели		
	Наихудший	Наилучший	Вероятный
Объем выпуска - Q	150	300	200
Цена за штуку - P	40	55	50
Переменные затраты - V	35	25	30

Таблица 5.2 – Неизменяемые параметры проекта по производству продукта «А»

Показатели	Наиболее вероятное значение
Постоянные затраты - F	500
Амортизация – А	100
Налог на прибыль - Т	60%
Норма дисконта - r	10%
Срок проекта - n	5
Начальные инвестиции - I ₀	2000

Первым этапом анализа согласно сформулированному выше алгоритму является определение зависимости результирующего показателя от исходных. При этом в качестве результирующего показателя обычно выступает один из критериев эффективности: NPV, IRR, PI.

Предположим, что используемым критерием является чистая современная стоимость проекта NPV:

$$NPV = \sum_{t=1}^n \frac{NCF_t}{(1+r)^t} - I_0 \quad (5.1)$$

где NCF_t - величина чистого потока платежей в периоде t .

По условиям примера, значения нормы дисконта r и первоначального объема инвестиций I_0 известны и считаются постоянными в течении срока реализации проекта (табл. 5.2).

По условиям примера ключевыми варьируемыми параметрами являются: переменные расходы V , объем выпуска Q и цена P . Диапазоны возможных изменений варьируемых показателей приведены в табл. 5.1. При этом будем исходить из предположения, что все ключевые переменные имеют равномерное распределение вероятностей.

Реализация третьего этапа может быть осуществлена только с применением ЭВМ, оснащенной специальными программными средствами. Поэтому прежде чем приступить к третьему этапу - имитационному эксперименту, познакомимся с соответствующими средствами MS Excel, автоматизирующими его проведение.

Сгенерируем случайное значение для переменной Q (объем выпуска продукта). Согласно табл. 5.1., эта переменная принимает значения из диапазона 150 - 300.

Введем в любую ячейку ЭТ формулу:

=СЛУЧМЕЖДУ (150; 300) (Результат: 210).

Если задать аналогичные формулы для переменных P и V , а также формулу для вычисления NPV и скопировать их требуемое число раз, можно получить генеральную совокупность, содержащую различные значения исходных показателей и полученных результатов. После чего, используя статистические функции, нетрудно рассчитать соответствующие параметры распределения и провести вероятностный анализ. Продемонстрируем изложенный подход на решении примера 1. Перед тем, как приступить к разработке шаблона, целесообразно установить в ЭТ режим ручных вычислений.

Приступаем к разработке шаблона. С целью упрощения и повышения наглядности анализа выделим для его проведения в рабочей книге MS Excel два листа.

Первый лист - «Имитация», предназначен для построения генеральной совокупности (рис. 5.3). Определенные в данном листе формулы и собственные имена ячеек приведены в табл. 5.3 и 5.4.

	A	B	C	D	E
1	Исходные условия эксперимента				
2		Минимум	Максимум		
3	Перем. расходы				
4	Количество				
5	Цена				
6					
7	Экспериментов =			Номер стр. =	8
8					
9	Переменные расходы (V)	Количество (Q)	Цена (P)	Поступление (NCFt)	ЧСС (NPVt)
10	0	0	0	0,00	0,00
11	0	0	0	0,00	0,00
12					

Рис. 5.3 – Лист «Имитация»

Таблица 5.3– Формулы листа «Имитация»

Ячейка	Формула
E7	=B7+10-2
A10	=СЛУЧМЕЖДУ (\$B\$3; \$C\$3)
A11	=СЛУЧМЕЖДУ (\$B\$3; \$C\$3)
B10	=СЛУЧМЕЖДУ (\$B\$4; \$C\$4)
B11	=СЛУЧМЕЖДУ (\$B\$4; \$C\$4)
C10	=СЛУЧМЕЖДУ (\$B\$5; \$C\$5)
C11	=СЛУЧМЕЖДУ (\$B\$5; \$C\$5)
D10	= (B10* (C10-A10) -Пост_расх-Аморт) * (1-Налог) +Аморт
D11	= (B11* (C11-A11) -Пост_расх-Аморт) * (1-Налог) +Аморт
E10	=ПС (Норма; Срок; -D10) -Нач_инвест
E11	=ПС (Норма; Срок; -D11) -Нач_инвест

Таблица 5.4 – Имена ячеек листа «Имитация»

Адрес ячейки	Имя	Комментарии
Блок A10: A11	Перем_расх	Переменные расходы
Блок B10: B11	Количество	Объем выпуска
Блок C10: C11	Цена	Цена изделия
Блок D10: D11	Поступления	Поступления от проекта NCFt
Блок E10: E11	ЧСС	Чистая современная стоимость NPV

Первая часть листа (блок ячеек A1. E7) предназначена для ввода диапазонов изменений ключевых переменных, значения которых будут генерироваться в процессе проведения эксперимента. В ячейке B7 задается общее число имитаций (экспериментов). Формула, заданная в ячейке E7, вычисляет

номер последней строки выходного блока, в который будут помещены полученные значения. Смысл этой формулы будет раскрыт позже.

Вторая часть листа (блок ячеек А9. Е11) предназначена для проведения имитации. Формулы в ячейках А10. С11 генерируют значения для соответствующих переменных с учетом заданных в ячейках В3. С5 диапазонов их изменений. Обратим внимание на то, что при указании нижней и верхней границы изменений используется абсолютная адресация ячеек.

Формулы в ячейках D10. E11 вычисляют величину потока платежей и его чистую современную стоимость соответственно. При этом значения постоянных переменных берутся из следующего листа шаблона - «Результаты анализа».

Лист «Результаты анализа» кроме значений постоянных переменных содержит также функции, вычисляющие параметры распределения изменяемых (Q, V, P) и результатных (NCF, NPV) переменных и вероятности различных событий. Определенные для данного листа формулы и собственные имена ячеек приведены в табл. 5.5 и 5.6. Общий вид листа показан на рис. 5.4.

Таблица 5.5 – Формулы листа «Результаты анализа»

Ячейка	Формула
В8	=СРЗНАЧ (Перем_расх)
В9	=СТАНДОТКЛОНП (Перем_расх)
В10	=В9/В8
В11	=МИН (Перем_расх)
В12	=МАКС (Перем_расх)
С8	=СРЗНАЧ (Количество)
С9	=СТАНДОТКЛОНП (Количество)
С10	=С9/С8
С11	=МИН (Количество)
С12	=МАКС (Количество)
Д8	=СРЗНАЧ (Цена)
Д9	=СТАНДОТКЛОНП (Цена)
Д10	=Д9/Д8
Д11	=МИН (Цена)
Д12	=МАКС (Цена)
Е8	=СРЗНАЧ (Поступления)
Е9	=СТАНДОТКЛОНП (Поступления)
Е10	=Е9/Е8
Е11	=МИН (Поступления)
Е12	=МАКС (Поступления)

F8	=СРЗНАЧ (ЧСС)
F9	=СТАНДОТКЛОНП (ЧСС)
F10	=F9/F8
F11	=МИН (ЧСС)
F12	=МАКС (ЧСС)
F13	=СЧЁТЕСЛИ (ЧСС; «<0»)
F14	=СУММЕСЛИ (ЧСС; «<0»)
F15	=СУММЕСЛИ (ЧСС; «>0»)
E18	=НОРМАЛИЗАЦИЯ (D18; \$F\$8; \$F\$9)
F18	=НОРМСТРАСП (E18)

Таблица 5.6 – Имена ячеек листа «Результаты анализа»

Адрес ячейки	Имя	Комментарии
B2	Нач_инвест	Начальные инвестиции
B3	Пост_расх	Постоянные расходы
B4	Аморт	Амортизация
D2	Норма	Норма дисконта
D3	Налог	Ставка налога на прибыль
D4	Срок	Срок реализации прока

	A	B	C	D	E	F
1	Имитационный анализ (Метод Монте-Карло)					
2	Распределение с равными вероятностями					
3	Начальные инвест. (i)		Норма г.			
4	Пост. Расходы (F)		Налог (T)			
5	Амортизация (A)		Срок (n)			
6						
7	Показатели	Переменные (V)	Количество (Q)	Цена (P)	Поступления (NCFt)	NPV
8	Среднее значение	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
9	Стандарт. отклонение	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	Козф. Вариаии	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
11	Минимум	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
12	Максимум	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
13	Число случаев NPV<0					0,00
14	Сумма убытков					0,00
15	Сумма доходов					0,00
16						
17	Вероятность $p(NPV \leq X)$			Вел. (X)	Нормал. (X)	$p(NPV \leq X)$
18					0,00	0,00
19						

Рис. 5.4 – Лист «Результаты анализа»

Поскольку формулы листа содержат ряд новых функций, приведем необходимые пояснения.

Функции МИН () и МАКС () вычисляют минимальное и максимальное значение для массива данных из блока ячеек, указанного в качестве их аргумента. Имена и диапазоны этих блоков приведены в табл. 5.5.

Функция СЧЕТЕСЛИ () осуществляет подсчет количества ячеек в указанном блоке, значения которых удовлетворяют заданному условию. Функция имеет следующий формат:

=СЧЕТЕСЛИ (блок; «условие»).

В данном случае, заданная в ячейке F13, эта функция осуществляет подсчет количества отрицательных значений NPV, содержащихся в блоке ячеек ЧСС (см. табл. 5.6).

Механизм действия функции СУММЕСЛИ () аналогичен функции СЧЕТЕСЛИ (). Отличие заключается лишь в том, что эта функция суммирует значения ячеек в указанном блоке, если они удовлетворяют заданному условию. Функция имеет следующий формат:

=СУММЕСЛИ (блок; «условие»).

В данном случае, заданные в ячейках F14, F15, функции осуществляют подсчет суммы отрицательных (ячейка F14) и положительных (ячейка F14) значений NPV, содержащихся в блоке ЧСС. Смысл этих расчетов будет объяснен позже.

Две последние формулы (ячейки E18 и F18) предназначены для проведения вероятностного анализа распределения NPV и требуют небольшого теоретического отступления.

В рассматриваемом примере мы исходим из предположения о независимости и равномерном распределении ключевых переменных Q, V, P. Однако какое распределение при этом будет иметь резульатная величина - показатель NPV, заранее определить нельзя.

Одно из возможных решений этой проблемы - попытаться аппроксимировать неизвестное распределение каким-либо известным. При этом в качестве приближения удобнее всего использовать нормальное распределение. Это связано с тем, что в соответствии с центральной предельной теоремой теории вероятностей при выполнении определенных условий сумма большого числа случайных величин имеет распределение, приблизительно соответствующее нормальному.

В прикладном анализе для целей аппроксимации широко применяется частный случай нормального распределения - т. н. стандартное нормальное распределение. Математическое ожидание стандартно распределенной случайной величины E равно 0: $M(E) = 0$. График этого распределения симметричен относительно оси ординат и оно характеризуется всего одним параметром - стандартным отклонением s, равным 1.

Приведение случайной переменной E к стандартно распределенной величине Z осуществляется с помощью т. н. нормализации - вычитания средней и последующего деления на стандартное отклонение:

$$Z = \frac{E - M(E)}{\sigma(E)} \quad (5.2)$$

Как следует из (5.2), величина Z выражается в количестве стандартных отклонений. Для вычисления вероятностей по значению нормализованной величины Z используются специальные статистические таблицы.

В MS Excel подобные вычисления осуществляются с помощью статистических функций НОРМАЛИЗАЦИЯ () и НОРМСТРАСП ().

Функция «НОРМАЛИЗАЦИЯ»

НОРМАЛИЗАЦИЯ (X; СРЕДНЕЕ; СТАНД_ОТКЛ)

Эта функция возвращает нормализованное значение Z величины x , на основании которого затем вычисляется искомая вероятность $p (E \leq x)$. Она реализует соотношение (2). Функция требует задания трех аргументов:

x - нормализуемое значение;

среднее - математическое ожидание случайной величины E ;

станд_откл - стандартное отклонение.

Полученное значение Z является аргументом для следующей функции - НОРМСТРАСП ().

Функция «НОРМСТРАСП»

НОРМСТРАСП (Z)

Эта функция возвращает стандартное нормальное распределение, т. е. вероятность того, что случайная нормализованная величина E будет меньше или равна x . Она имеет всего один аргумент - Z , вычисляемый функцией НОРМАЛИЗАЦИЯ ().

Нетрудно заметить, что эти функции следует использовать в тандеме. При этом наиболее эффективным и компактным способом их задания является указание функции НОРМАЛИЗАЦИЯ () в качестве аргумента функции - НОРМСТРАСП (), т. е.:

=НОРМСТРАСП (НОРМАЛИЗАЦИЯ (x; среднее; станд_откл)).

С целью повышения наглядности, в проектируемом шаблоне функции заданы отдельно (ячейки E18 и F18).

Приступаем к имитационному эксперименту. Для его проведения необходимо выполнить следующие шаги:

- Ввести значения постоянных переменных (табл. 5.2.) в ячейки B2, B4 и D2, D4 листа «Результаты анализа».
- Ввести значения диапазонов изменений ключевых переменных (табл. 1.) в ячейки B3, C5 листа «Имитация».
- Задать в ячейке B7 требуемое число экспериментов.
- Установить курсор в ячейку A11 и вставить необходимое число строк в шаблон (номер последней строки будет вычислен в E7).
- Скопировать формулы блока A10, E10 требуемое количество раз.

- Перейти к листу «Результаты анализа» и проанализировать полученные результаты.

Рассмотрим реализацию выделенных шагов более подробно. Введем значения постоянных переменных в ячейки В2, В4 листа «Результаты анализа». Введем значения диапазонов изменений ключевых переменных в ячейки В3, С5 листа «Имитация». Укажем в ячейке В7 число проводимых экспериментов, например - 20. Установим табличный курсор в ячейку А11.

На следующем шаге необходимо вставить в шаблон нужное количество строк (18).

Теперь необходимо заполнить вставленные строки формулами блока ячеек А10. Е10.

Фрагмент результатов имитации приведен на рис. 5.5. Соответствующие проведенному эксперименту результаты анализа приведены на рис. 5.6.

	А	В	С	Д	Е
1	Исходные условия эксперимента				
2		Минимум	Максимум		
3	Перем. расходы	25	35		
4	Количество	150	300		
5	Цена	40	55		
6					
7	Экспериментов =	20		Номер стр. =	28
8					
9	Переменные расходы (V)	Количество (Q)	Цена (P)	Поступление (NCF _t)	ЧСС (NPV _t)
10	32	246	45	1139,20	2318,46
11	28	295	46	1984,00	5520,92
12	32	265	55	2298,00	6711,23
13	29	295	42	1394,00	3284,36
14	28	283	50	2350,40	6909,87
15	33	223	53	1644,00	4232,05
16	28	184	41	816,80	1096,31
17	32	209	55	1782,80	4758,21
18	35	248	40	356,00	-650,48
19	27	208	51	1856,80	5038,73
20	35	168	42	330,40	-747,52
21	31	280	43	1204,00	2564,11
22	28	152	44	832,80	1156,97
23	33	275	51	1840,00	4975,05

Рис. 5.5 – Результаты имитации

	A	B	C	D	E	F
1	Имитационный анализ (Метод Монте-Карло)					
2	Распределение с равными вероятностями					
3	Начальные инвест. (i)	2000	Норма г.	10%		
4	Пост. Расходы (F)	500	Налог (T)	60%		
5	Амортизация (A)	100	Срок (n)	5		
6						
7	Показатели	Переменные (V)	Количество (Q)	Цена (P)	Поступления (NCFt)	NPV
8	Среднее значение	30,00	225,00	47,50	825,40	1128,92
9	Стандарт. отклонение	5,00	75,00	7,50	506,20	1918,90
10	Кэф. Вариации	0,17	0,33	0,16	0,61	1,70
11	Минимум	25,00	150,00	40,00	319,20	-789,98
12	Максимум	35,00	300,00	55,00	1331,60	3047,81
13	Число случаев NPV<0					1,00
14	Сумма убытков					-789,98
15	Сумма доходов					3047,81
16						
17	Вероятность $p(NPV \leq X)$			Вел. (X)	Нормал. (X)	$p(NPV \leq X)$
18				0,00	-0,59	0,28

Рис. 5.6 – Результаты анализа

Сумма всех отрицательных значений NPV в полученной генеральной совокупности (ячейка F14) может быть интерпретирована как чистая стоимость неопределенности для инвестора в случае принятия проекта. Аналогично сумма всех положительных значений NPV (ячейка F15) может трактоваться как чистая стоимость неопределенности для инвестора в случае отклонения проекта. Несмотря на всю условность этих показателей, в целом они представляют собой индикаторы целесообразности проведения дальнейшего анализа.

На практике одним из важнейших этапов анализа результатов имитационного эксперимента является исследование зависимостей между ключевыми параметрами. Количественная оценка вариации напрямую зависит от степени корреляции между случайными величинами. На рис. 5.7. приведен график распределения значений ключевых параметров V, P и Q, построенный на основании 20 имитаций.

Нетрудно заметить, что в целом, вариация значений всех трех параметров носит случайный характер, что подтверждает принятую ранее гипотезу о их независимости. Для сравнения ниже приведен график распределений потока платежей NCF и величины NPV (рис. 5.8).

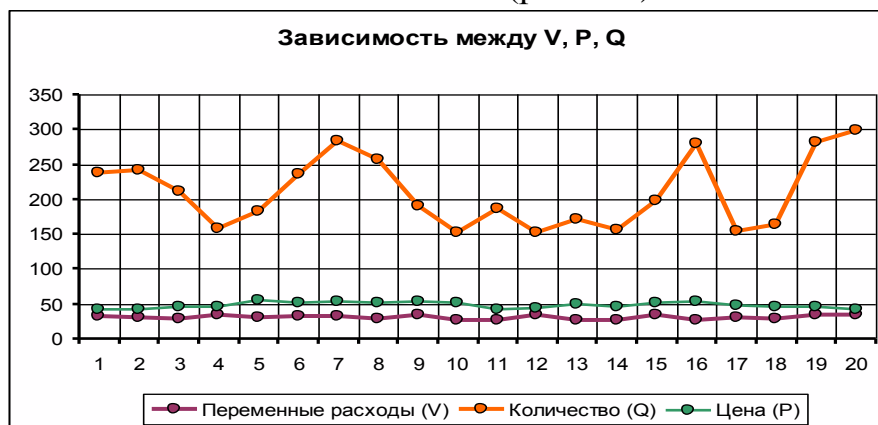


Рис. 5.6 – Распределение значений параметров V, P и Q



Рис. 5.7 – Зависимость между NCF и NPV

Как и следовало ожидать, направления колебаний здесь в точности совпадают и между этими величинами существует сильная корреляционная связь, близкая к функциональной.

5.3 Оценка риска инвестиционного проекта

Задача:

По заданию руководства компании необходимо оценить риск инвестиционного проекта организации сети связи. Прогнозируемое количество пользователей и ожидаемая доходность представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Расчет доходов от реализации проекта

Наименование показателя	Год		
	2019	2020	2021
1 Общее количество пользователей сети, чел.	250	540	760
2 ARPU, тыс.руб.	1.20	0.95	0.64
3 Доходы, тыс. руб.			

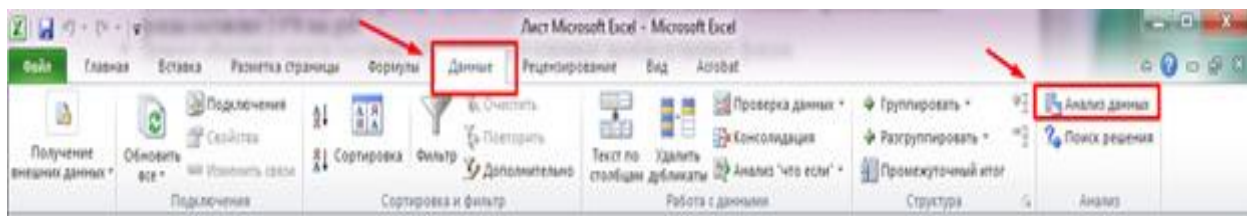
- Строительство сети начинается в январе 2019 года и должно завершиться в марте 2021 года. Горизонт расчета охватывает временной период с 2019 по 2021 год.
- Капитальные затраты проектируемой сети складываются из затрат на покупку оборудования, его транспортировку, установку и пусконаладочные работы. Сумма капитальных затрат, переходящих в основные производственные фонды составляет 2 970 тыс.руб.
- Прирост оборотных средств составляет 2% от прироста основных производственных фондов.
- Амортизация начисляется линейным способом.
- Численность персонала, необходимая для реализации инвестиционного проекта составляет 6 человек, средняя заработная плата – 15 тыс.руб.
- При расчете фонда оплаты труда предусмотреть ежегодное повышение оплаты труда на 15%.
- Ставку дисконтирования принять равной 25%
- Затраты на электроэнергию в 2019 году составят 175.2 тыс.руб. Прогнозируемый темп роста тарифов на электроэнергию составляет 10%.
- В 2019 году планируется провести активную рекламную кампанию, для чего потребуется 110 тыс.руб. (затраты на рекламу, сувенирную и полиграфическую продукцию), в последующие годы для привлечения пользователей и поддержания имиджа компании потребуется 50 и 30 тыс. руб. соответственно.

Таким образом, нам нужно оценить три периода – за три года. Запишем все исходные данные в таблицу. Значения, полученные в ячейках D5-X5, имеют формулу для вычисления или есть в условиях задачи. Вы, как экономист, с формулами должны быть знакомы. Обратите внимание на заголовок, выделенный красным цветом на рисунке ниже – «Имитационная модель

NCF1». Это говорит о том, что мы имитируем первый год, а всего их будет три на разных листах в MS Excel. На новый лист переключиться внизу окна программы.

Стохастические переменные		Расчет NCF										
Кол-во пользователей	ARPU	Доходы	Общие инвестиции	Эксплуатационные затраты	Прибыль от реализации	Платежи по налогу на имущество	Прибыль до н/о	Налог на прибыль	Чистая прибыль	CF	COF	NCF1
Ожидаемые значения												
250	1.20	3600	3029.4	2390.66	1209.34	24.50	1184.84	236.97	947.87	3600	4939.03	-1339.03
СКО												
15.00%	25.00%											
37.5	0.300											
Результаты имитации												

Теперь в MS Excel переключаемся на «Данные» и выбираем пункт «Анализ данных».



В появившемся окне выбираем «Генерация случайных чисел». Выполняем генерацию с параметрами, продемонстрированными на картинке ниже, для пункта «Кол-во пользователей».

1								
2								
3								
	B	C	D	G	M	N	R	S
2	Имитационная модель (NCF1)							
3								
4	Стохастические переменные			Расчет NCF				
5	Кол-во пользователей	ARPU	Доходы	Общие инвестиции	Эксплуатационные затраты	Прибыль от реализации	Платежи по налогу на имущество	Прибыль до н/о
6	Ожидаемые значения							
7	250	1.20	3600	3029.4	2390.66	1209.34	24.50	1184.84
8	СКО							
9	15.00%	25.00%						
10	37.5	0.300						
11	Результаты имитации							
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								

Генерация случайных чисел [?] [X]

Число переменных:

Число случайных чисел:

Распределение:

Параметры:

Среднее =

Стандартное отклонение =

Случайное рассеивание:

Параметры вывода:

Выходной интервал:

Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

Параметры будут отталкиваться от среднего значения 250, оно есть в ожидаемых значениях в нашей таблице. Нужно выполнить 1000 генераций. Если вы знакомы со статистикой, то понимаете, что большее количество испытаний даёт более точную оценку. Используя метод Монте-Карло, можно имитировать и 10 000 значений для большей точности.

После мы имитируем все стохастические, то есть, меняющиеся значения по аналогии, как показано выше. Копируем формулы переменных или констант из ячеек D7-X7 под «Результаты имитации» с учетом имитированных значений. Получаем следующий результат.

1													
2													
3													
	B	C	D	G	M	N	R	S	T	U	V	W	X
1	Имитационная модель (NCF1)												
2													
3													
4	Стохастические переменные		Расчет NCF										
5	Кол-во пользователей	ARPU	Доходы	Общие инвестиции	Эксплуатационные затраты	Прибыль от реализации	Платежи по налогу на имущество	Прибыль до н/о	Налог на прибыль	Чистая прибыль	CF	COF	NCF1
6	Ожидаемые значения												
7	250	1.20	3600	3029.4	2390.66	1209.34	24.50	1184.84	236.97	947.87	3600	4939.03	-1339.03
8	СКО												
9	15.00%	25.00%											
10	37.5	0.300											
11	Результаты имитации												
12	252.5312365	0.933556	2,829.02	3,029.40	2,280.66	548,36468	24.50	523.86	104.77	419.09	2829.02	4696.83	-1867.81
13	249.4519949	0.648186	1,940.30	3,029.40	2,280.66	-340,36476	24.50	-364.87	0	-364.87	1940.3	4592.06	-2651.77
14	249.7324571	0.938055	2,811.15	3,029.40	2,280.66	530,4922	24.50	505.99	101.20	404.79	2811.15	4693.26	-1882.11
15	249.4358477	1.302174	3,897.71	3,029.40	2,280.66	1617,0451	24.50	1592.54	318.51	1274.03	3897.71	4910.57	-1012.87
16	248.1605597	0.694681	2,068.71	3,029.40	2,280.66	-211,95193	24.50	-236.45	0	-236.45	2068.71	4592.06	-2523.35
17	246.3980517	1.293364	3,824.19	3,029.40	2,280.66	1543,5283	24.50	1519.03	303.81	1215.22	3824.19	4895.87	-1071.68
18	249.9391575	1.521736	4,564.10	3,029.40	2,280.66	2283,437	24.50	2258.93	451.79	1807.15	4564.1	5043.85	-479.75
19	249.206475	1.225378	3,664.47	3,029.40	2,280.66	1383,8055	24.50	1359.30	271.86	1087.44	3664.47	4863.92	-1199.46
20	250.0657142	0.616309	1,849.41	3,029.40	2,280.66	-431,24588	24.50	-455.75	0	-455.75	1849.41	4592.06	-2742.65
21	250.9491496	1.188878	3,580.18	3,029.40	2,280.66	1299,5162	24.50	1275.01	255.00	1020.01	3580.18	4847.07	-1266.89
22	250.9139112	1.063661	3,202.65	3,029.40	2,280.66	921,96725	24.50	897.48	179.50	717.99	3202.65	4771.56	-1568.91
23	247.2047008	1.259448	3,736.10	3,029.40	2,280.66	1455,4362	24.50	1430.93	286.19	1144.75	3736.1	4878.25	-1142.15
24	250.0808886	1.378421	4,136.60	3,029.40	2,280.66	1855,9411	24.50	1831.44	366.29	1465.15	4136.6	4958.35	-821.75

Как видим, платежи по налогам за имущество, например, являются постоянным значением на весь год, поэтому это значение везде одинаковое, а другие меняются, потому что рассчитываются по формулам, и в эти формулы входят меняющиеся значение, имитированные нами. Не забывайте, что значений в каждом столбце должно быть по тысяче.

Теперь делаем то же самое, но для имитационной модели NCF2.

1														
2														
3														
	A	B	C	D	G	M	N	R	S	T	U	V	W	X
1	Имитационная модель (NCF2)													
2														
3														
4	Стохастические переменные		Расчет NCF											
5	Кол-во пользователей	ARPU	Доходы	Общие инвестиции	Эксплуатационные затраты	Прибыль от реализации	Платежи по налогу на имущество	Прибыль до н/о	Налог на прибыль	Чистая прибыль	CF	COF	NCF2	
6	Ожидаемые значения													
7	540	0.95	6156	0	2800.12	3355.88	38.12	3317.76	663.55	2654.21	6156	2511.79	3644.21	
8	СКО													
9	25.00%	30.00%												
10	135	0.285												
11	Результаты имитации													
12	400.5920268	0.653718	3,142.49	0.00	2,800.12	342.37	38.12	304.25	60.85	243.40	3,142.49	1,909.09	1,233.40	
13	529.6337569	0.690706	4,389.88	0.00	2,800.12	1,589.75	38.12	1,551.64	310.33	1,241.31	4,389.88	2,158.57	2,231.31	
14	842.4030802	0.971025	9,816.01	0.00	2,800.12	7,015.88	38.12	6,977.77	1,395.55	5,582.22	9,816.01	3,243.79	6,572.22	
15	597.3372517	1.02574	7,352.55	0.00	2,800.12	4,552.43	38.12	4,514.31	902.86	3,611.45	7,352.55	2,751.10	4,601.45	
16	534.7472418	0.670531	4,302.77	0.00	2,800.12	1,502.65	38.12	1,464.53	292.91	1,171.63	4,302.77	2,141.15	2,161.63	
17	483.5658083	0.717046	4,160.87	0.00	2,800.12	1,360.74	38.12	1,322.63	264.53	1,058.10	4,160.87	2,112.76	2,048.10	
18	625.4835802	0.707193	5,308.10	0.00	2,800.12	2,507.98	38.12	2,469.86	493.97	1,975.89	5,308.10	2,342.21	2,965.89	
19	527.5223011	0.970064	6,140.76	0.00	2,800.12	3,340.64	38.12	3,302.52	660.50	2,642.02	6,140.76	2,508.74	3,632.02	

Это второй год работы проекта. Как видим, под «СКО» процентные соотношения увеличились. Об этом говорится в условии задачи, что налоги и зарплата должны расти каждый год.

Повторяем это действие в третий раз, увеличивая налоги и зарплаты, как говорит условие.

Наибольшую важность в оценке инвестиционного проекта имеет параметр NCF – чистый денежный поток. Копируем все значения NCF на четвертый лист с каждой из трёх предыдущих страниц.

	A	E	C	D	E
3					
4	Кoeffициенты дисконтирования				
5	1.00	0.80	0.64		
6					
7	NCF1	NCF2	NCF3	NPV	
8	-1339.03	3644.21	3218.77	3636.35	
9					
10	Эмпирическое распределение				
11					
12	NCF1	NCF2	NCF3	NPV	
13	-1867.81	1233.40	1352.10	=A13*\$A\$5	
14	-2651.77	2231.31	2839.37	950.48	
15	-1882.11	6572.22	5152.81	6673.46	
16	-1012.87	4601.45	3120.16	4665.20	
17	-2523.35	2161.63	3043.55	1153.82	
18	-1071.68	2048.10	3798.13	2997.61	
19	-479.75	2965.89	859.79	2443.23	

Формула для расчета NPV есть вверху картинке. Используем её. Теперь точно так же заходим в «Данные», жмём на «Анализ данных» и выбираем там «Описательная статистика». Вот, что в появившемся окне вам нужно указать.

Описательная статистика

Входные данные

Входной интервал: \$D\$13:\$D\$1012

Группирование: по столбцам по строкам

Метки в первой строке

Параметры вывода

Выходной интервал: \$F\$3:\$L\$22

Новый рабочий лист

Новая рабочая книга

Итоговая статистика

Уровень надежности: 95 %

К-ый наименьший: 1

К-ый наибольший: 1

OK Отмена Справка

Во входном интервале выбирается 1000 полученных значений NPV. Выходной интервал можете выбрать произвольно. На выходе у вас будет таблица со статистическими данными.

Наименование показателя	Значение
Среднее	
Стандартная ошибка	
Медиана	
Мода	
Стандартное отклонение	
Дисперсия выборки	
Экссесс	
Асимметричность	
Интервал	
Минимум	
Максимум	
Сумма	
Счет	
Наибольший(1)	
Наименьший(1)	
Уровень надежности(95.0%)	

Вы, как экономист, должны понимать, о чем говорит каждое значение, если нет, то нужно прочитать отдельную главу учебника.