

## 3. ОСНОВЫ ГИДРОДИНАМИКИ

### 3.1. Основные понятия кинематики жидкости

*Гидродинамика* – это раздел гидравлики, в котором рассматриваются законы движения и взаимодействия жидкостей с неподвижными и подвижными поверхностями. Основным объектом изучения в гидродинамике является поток жидкости, т.е. движение массы жидкости между ограничивающими поверхностями. Движение жидкости характеризуется скоростями движения частиц в отдельных точках потока

жидкости, давлениями, возникающими на различных глубинах, а также общей формой потока.

**Виды движения жидкости.** Различают несколько видов движения жидкости: установившееся и неуставившееся, равномерное и неравномерное, напорное и безнапорное.

**Установившимся** называют такое движение жидкости, при котором скорость потока и гидродинамическое давление в любой точке не изменяются с течением времени, а зависят только от положения рассматриваемой точки в потоке жидкости, т.е. являются функциями ее координат. Примерами установившегося движения могут быть истечение жидкости из отверстия резервуара при постоянном напоре, поток воды в канале при неизменном его поперечном сечении и постоянной глубине.

**Неустановившимся** является такое движение жидкости, при котором скорость потока и давление в каждой данной точке изменяются во времени. Примером неустановившегося движения служит истечение жидкости из отверстия резервуара при переменном напоре.

**Равномерным** называют такое установившееся движение жидкости, при котором живые сечения и средняя скорость потока не меняются по его длине. Равномерным можно считать движение жидкости в трубе или канале неизменного сечения.

**Неравномерное** движение – такое установившееся движение жидкости, при котором живые сечения и средние скорости потока изменяются по его длине. Неравномерным считают движение жидкости в конической трубе и естественном русле.

**Напорным** называют такое движение жидкости, при котором заполняется все поперечное сечение трубопровода под давлением выше атмосферного; движение жидкости осуществляется за счет сил давления, т.е. за счет напора, создаваемого затратай дополнительной энергии.

**Безнапорным** является такое движение жидкости, при котором у потока имеется свободная поверхность, находящаяся под атмосферным давлением.

**Основные понятия струйчатого движения.** При теоретическом решении ряда задач предполагают, что поток жидкости состоит из элементарных струек, не меняющих своей формы. Модель согласно такому предположению называют струйчатой моделью движения жидкости (рис. 3.1).



Рис. 3.1. Модель струйчатого движения жидкости.

В гидравлике существуют два метода изучения движения жидкости: метод Лагранжа и метод Эйлера. Метод Лагранжа основан на рассмотрении траекторий движения частиц жидкости и применим при установившемся течении, где эти траектории являются неизменными по времени. При неустановившемся течении траектории различных частиц, проходящих через данную точку пространства, могут иметь разную форму. Поэтому для изучения картины течения, возникающей в каждый данный момент времени, применяется метод Эйлера, основанный на рассмотрении векторного поля скоростей движения жидких частиц. Для этого вводится понятие линии тока (рис. 3.2).

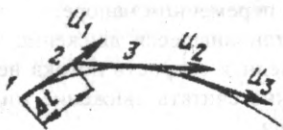


Рис. 3.2. Линия тока.

Пусть в движущейся жидкости частица 1 имеет вектор скорости  $u_1$ . На бесконечно малом расстоянии  $\Delta l$  от нее частица 2 имеет уже иную скорость  $u_2$ , частица 3 —  $u_3$  и т.д. Кривая, в каждой точке которой вектор скорости в данный момент времени направлен по касательной, называется *линией тока*. В отличие от траектории, которая показывает путь движения одной частицы за определенный промежуток времени  $\Delta t$ , линия тока соединяет разные частицы и дает некоторую мгновенную характеристику движущейся жидкости. Очевидно, что в условиях установившегося движения линия тока совпадает с траекторией частицы и не изменяет своей формы с течением времени.

Если в движущейся жидкости выделить бесконечно малый замкнутый контур и через все его точки провести линии тока, соответствующие данному моменту времени, то получится как бы трубчатая поверхность, называемая *трубкой тока*. Масса жидкости, движущейся внутри трубки тока образует *элементарную струйку*. При стремлении поперечного сечения струйки к нулю она в пределе стягивается в линию тока. Таким образом, можно считать, что элементарная струйка

представляет собой совокупность линий тока, проходящих через бесконечно малый замкнутый контур.

В пределах сечения  $dS$  элементарной струйки принимают скорость движения частиц постоянной величиной  $u = const$ . Поэтому расход жидкости, объемный  $dQ$  ( $m^3/c$ ) или массовый  $dQ_m$  ( $кг/с$ ), протекающий через это сечение, можно определить по следующей формуле:

$$dQ = u dS, \quad (3.1)$$

$$dQ_m = \rho u dS, \quad (3.2)$$

при этом  $dQ_m = \rho dQ$ .

**Поток жидкости** есть совокупность элементарных струек, протекающих через поперечное сечение конечных размеров. Его характеризуют следующие параметры.

**Живое сечение** – сечение, перпендикулярное к линиям тока. При параллельных линиях тока это сечение плоское. Живое сечение имеет три основные характеристики: площадь  $S$ ; смоченный периметр  $\chi$ , представляющий собой длину контура живого сечения, соприкасающуюся с твердыми стенками русла; гидравлический радиус  $R_r$ , представляющий собой отношение площади живого сечения к смоченному периметру:

$$R_r = S/\chi. \quad (3.3)$$

**Расход потока** – количество жидкости, проходящее в единицу времени через живое сечение потока. Различают объемный  $Q$  ( $m^3/c$ ) и массовый  $Q_m$  ( $кг/с$ ) расходы. Соотношение между ними

$$Q_m = \rho Q. \quad (3.4)$$

Распределение скоростей в сечении потока неравномерно. Оно характеризуется **эпюрой распределения скоростей** (рис. 3.3).

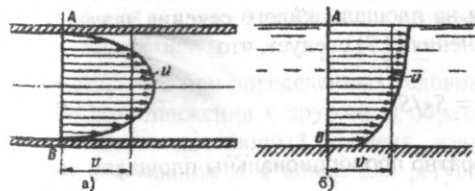


Рис. 3.3.Эпюры распределения скоростей:  
а) – в трубопроводе; б) – в канале.

Для удобства расчетов введено понятие *средней скорости  $v$  в живом сечении*, под которой понимается условная, одинаковая для всех точек сечения скорость, соответствующая расходу  $Q$  при истинном, неравномерном распределении скоростей по живому сечению:

$$v = Q/S. \quad (3.5)$$

**Уравнения расхода (неразрывности потока).** Рассмотрим установившееся движение жидкости в русле переменного сечения (рис. 3.4).

Выберем два произвольных сечения 1-1 и 2-2, нормальных к оси потока, и рассмотрим участок потока, заключенный между этими сечениями. Так как жидкость несжимаема, а стенки русла жесткие, то на основе закона сохранения массы можно записать

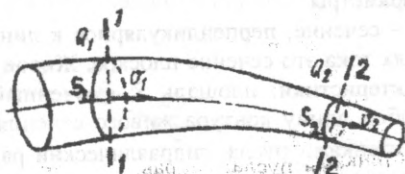


Рис. 3.4. Схема к пояснению уравнения постоянства расхода.

$$Q_1 = Q_2 = Q = const, \quad (3.6)$$

т.е. в любом сечении потока при установившемся движении несжимаемой жидкости расход ее одинаков.

Так как  $Q = vS$  то уравнение (3.6) можно записать следующим образом:

$$Q = v_1 S_1 = v_2 S_2 = \dots = vS = const. \quad (3.7)$$

Это и есть уравнение неразрывности потока, показывающее, что произведение средней скорости на площадь живого сечения является постоянной величиной. Из уравнения (3.7) следует, что

$$v_1/v_2 = S_2/S_1, \quad (3.8)$$

т.е. средние скорости потока обратно пропорциональны площадям соответствующих сечений.

Для сжимаемых жидкостей (в частности газов) уравнение расхода учитывает изменение плотности их:

$$Q_m = \rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 = \dots = \rho v S = \text{const},$$

откуда

$$\rho_1 v_1 / (\rho_2 v_2) = S_2 / S_1. \quad (3.9)$$

### 3.2. Режимы движения жидкости

В природе существуют два режима движения жидкости: ламинарный (слоистый) и турбулентный (беспорядочный).

При ламинарном режиме частицы движутся в виде отдельных, не перемешивающихся между собой, плоских или криволинейных слоев или струй жидкости; при турбулентном режиме движение частиц беспорядочное, струйчатость потока нарушается и траектории частиц приобретают сложную форму, пересекаясь между собой.

Впервые существование двух режимов движения жидкости было обнаружено Хагеном (1839), затем обосновано Д.И. Менделеевым (1880), а в 1883 г. английский физик О. Рейнольдс создал специальную установку (рис. 3.5, а), на которой провел большое количество опытов

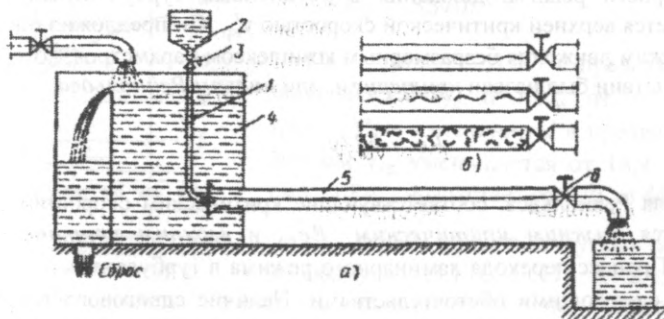


Рис. 3.5. Схема установки для исследования режимов движения жидкости.

и показал, что при определенных условиях возможен переход от одного режима движения к другому и обратно. К баку 4, в котором поддерживается постоянный уровень воды, присоединена стеклянная труба 5 с краном 6 в конце для регулирования расхода потока. Из

сосуда 2 по трубке 1 меньшего диаметра к входному участку трубы 5 подается раствор красителя плотностью, близкой к плотности жидкости в потоке. Расход красителя регулируется краном 3. При открытии крана 6 в трубе 5 установится некоторая скорость потока. При малой скорости потока в трубе 5 краситель образует прямолинейную несмешивающуюся с окружающей жидкостью струйку. Такое движение называется *ламинарным*.

При дальнейшем открытии крана 6 характер протекания жидкости в трубе 5 может измениться. При некоторой скорости струйка красителя становится волнообразной, а затем с увеличением скорости потока в струйке намечаются разрывы и полное разрушение ее, т. е. происходит перемешивание окрашенной струйки с массой текущей жидкости в трубе 5 (рис. 3.5, б). Движение становится турбулентным.

При постепенном закрытии крана 3 явление протекает в обратном порядке. Однако переход от турбулентного движения к ламинарному происходит при скорости, меньшей, чем скорость, при которой наблюдался переход от ламинарного движения к турбулентному. Скорость, при которой меняется режим движения, называется *критической*. Рейнольдс выделил две критические скорости: одну при переходе турбулентного режима движения в устойчивый ламинарный, она называется нижней критической скоростью  $v_{кр}$ , другую при переходе ламинарного режима движения в устойчивый турбулентный, она называется верхней критической скоростью  $v'_{кр}$ . Он предложил оценивать режим движения безразмерным комплексом параметров, который впоследствии был назван *критерием*, или *числом Рейнольдса*:

$$Re = vd/\nu. \quad (3.10)$$

Числа Рейнольдса, соответствующие критическим скоростям, называются *нижним критическим*  $Re_{кр}$  и *верхним критическим*  $Re'_{кр}$ . Процесс перехода ламинарного режима в турбулентный объясняется следующими обстоятельствами. Наличие сдвигового течения слоев жидкости создает наряду с поступательным вращательное движение жидких частиц, однако силы внутреннего трения препятствуют этому вращению. Пока последние превалируют, течение является струйным. С ростом скорости в потоке возрастают силы инерции. Если они станут преобладающими над силами сцепления и вязкости, ламинарное течение потеряет устойчивость и в потоке начнутся хао-

тичные пульсации жидкости, обусловленные переходом частиц из одного слоя в другой, обменом энергии между частицами разных слоев. Область сопротивления в пределах  $Re_{кр} < Re < Re'_{кр}$  называется *неустойчивой*, или *областью перемежаемости режимов*.

В учебной и справочной литературе нижнее критическое число Рейнольдса необоснованно принято постоянным. При этом чаще всего называется цифра 2320 [1, 2, 3 и др.], реже 2000 [4] и даже меньше [5]. В то же время в ряде исследований [4, 6 и др.] показано, что как нижнее, так и верхнее критические числа Рейнольдса не являются во всех случаях постоянными величинами. Они зависят от диаметра, шероховатости внутренней поверхности трубы, некоторых других факторов и варьируют в пределах:  $Re_{кр} = 900 - 3980$ ,  $Re'_{кр} = 2600 - 4000$ . Как видно из этих данных, область перемежаемости является сравнительно узкой. Вследствие того, что в пределах ее постоянно возникают, некоторое время существуют и затем исчезают очаги турбулентности, она в сущности не поддается строгому математическому описанию. Поэтому ее и не рассматривают отдельно, а относят к турбулентному режиму.

По исследованиям Е.М. Белявской и М.А. Жарского  $Re_{кр}$  зависит главным образом от диаметра трубы и для воды может быть вычислено по формуле:

$$Re_{кр} = 5570d^{0,34}. \quad (3.11)$$

На рис. 3.6 представлены зависимости  $v_{кр}$  и  $Re_{кр}$  от диаметра трубы. При изменении  $d$  в пределах 5 – 500 мм  $v_{кр}$  уменьшается от 18,4 до 0,9 см/с, а  $Re_{кр}$  возрастает от 920 до 4400.

Для труб и каналов некруглых сечений в формулы (3.10), (3.11) и в другие

последующие расчеты вместо  $d$  подставляется так называемый *эквивалентный диаметр живого сечения*  $d_{экр}$ , равный четырем гидравлическим радиусам, т.е.  $d_{экр} = 4R_r$ .

### 3.3. Уравнения Бернулли для элементарной струйки жидкости

Сначала рассмотрим установившееся течение идеальной жидкости, находящейся под действием лишь одной массовой силы – силы тяже-

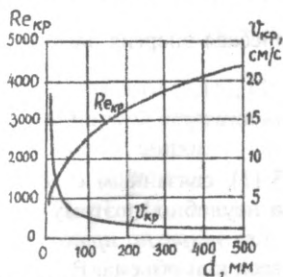


Рис. 3.6. Зависимости нижних критических значений средней скорости и числа Рейнольдса от диаметра трубы.

сти, и выведем для этого случая основные уравнения, связывающие между собой давление в жидкости и скорость ее движения.

Возьмем в любом месте элементарной струйки бесконечно малый (элементарный) объем жидкости ( $v'$ ), построенный на живом сечении ее  $dS$ , и применим к нему известные положения механики. Относительно произвольно выбранной плоскости отсчета (сравнения) он обладает потенциальной энергией тела, поднятого на высоту  $z$ :

$$E_n = mgz = \rho v' gz.$$

Кроме того, этот объем находится под давлением  $p$ , поэтому в нем содержится потенциальная энергия давления

$$E_d = pv'.$$

Так как элементарный объем  $v'$  движется со скоростью  $u$ , то его кинетическая энергия

$$E_k = \frac{1}{2} mu^2 = \frac{1}{2} \rho v' u^2.$$

На основании изложенного полная механическая энергия элементарного объема  $v'$

$$E = \rho v' gz + pv' + \frac{1}{2} \rho v' u^2. \quad (3.12)$$

Пользоваться в гидравлике выражением (3.12), связанным с конкретным значением объема или массы, весьма неудобно, поэтому на основании его исчисляют *удельную энергию*, т.е. *энергию, приходящуюся на единицу количества жидкости* – веса или объема. В первом случае необходимо разделить все члены уравнения (3.12) на вес элементарного объема –  $\rho v' g$ :

$$\frac{E}{\rho v' g} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g}. \quad (3.13)$$

Полученное уравнение выражает полный напор  $H_n$  в точке потока; все составляющие его измеряются в метрах столба рассматриваемой жидкости и имеют следующий физический смысл:

$z$  – удельная потенциальная энергия положения точки над плоскостью сравнения (геометрический напор);

$p / (\rho g)$  – удельная потенциальная энергия давления жидкости в точке (пьезометрический напор);

$u^2 / (2g)$  – удельная кинетическая энергия (скоростной напор).

Во втором случае необходимо разделить все члены уравнения (3.12) на элементарный объем  $v'$ :

$$\frac{E}{v'} = \rho g z + p + \frac{1}{2} \rho u^2. \quad (3.14)$$

Уравнение (3.14) выражает полное давление  $p_n$  в точке потока, все составляющие его измеряются в Па;  $\rho g z$  – называют весовым,  $p$  – поверхностным,  $\rho u^2 / 2$  – динамическим давлением.

Для двух сечений элементарной струйки, используя закон сохранения энергии, на основе уравнений (3.13) и (3.14) можно записать:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}; \quad (3.15)$$

или

$$\rho g z_1 + p_1 + \rho u_1^2 / 2 = \rho g z_2 + p_2 + \rho u_2^2 / 2. \quad (3.16)$$

Зависимости (3.15), (3.16) являются *уравнениями Д. Бернулли для элементарной струйки идеальной (невязкой) жидкости*.

Наиболее широкое применение в гидравлике имеет уравнение Бернулли в записи (3.15). Как известно из гидростатики, выражение  $z + p / (\rho g) = H_{cm}$  представляет собой *гидростатический напор*. Следовательно, полный напор состоит из гидростатического и скоростного напоров и является постоянной величиной.

$$H_n = H_{cm} + \frac{u^2}{2g} = z + p / (\rho g) + u^2 / (2g) = const. \quad (3.17)$$

При равенстве отметок  $z$  в разных сечениях из уравнения Бернулли вытекает важное свойство: с увеличением скорости давление уменьшается, а с уменьшением – увеличивается.

В реальной (вязкой) жидкости равенство (3.17) нарушается, так как часть энергии из-за действия сил трения в элементарной струйке на

пути от первого сечения ко второму теряется. В связи с этим уравнения Бернулли принимают следующий вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_{1-2}; \quad (3.18)$$

или

$$\rho g z_1 + p_1 + \rho u_1^2/2 = \rho g z_2 + p_2 + \rho u_2^2/2 + p_{1-2}. \quad (3.19)$$

где  $h_{1-2}$ ,  $p_{1-2}$  – соответственно потери напора, давления между сечениями 1-1 и 2-2.

Представить наглядно все составляющие уравнения (3.18) в сечении элементарной струйки можно с помощью пьезометра и трубки Пито (рис. 3.7). В 1732 г. французский инженер и исследователь

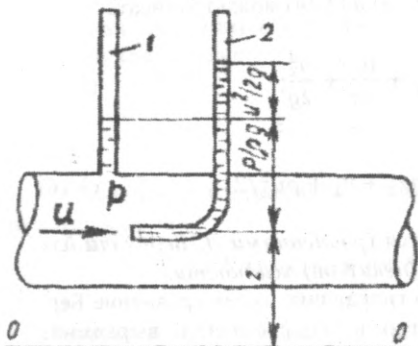


Рис. 3.7. Схема прибора с трубкой Пито.

Анри Пито установил, что если изогнутую под прямым углом трубку установить нижним концом навстречу потоку, то в ней создается дополнительно, кроме пьезометрического, скоростной напор  $h_c$ , по величине которого можно вычислить скорость  $u$  в точке потока:

$$u = \sqrt{2gh_c}. \quad (3.20)$$

Представим в элементарной струйке два сечения 1-1 и 2-2, к которым подключены вышеуказанные приборы (рис. 3.8). Если бы жидкость была идеальной, то уровни в трубках Пито расположились бы на горизонтальной линии  $E-E$ . В реальной жидкости полный напор  $H_n$  устанавливается по линии  $F-F$ , которая является наклонной, нисходя-

шей. Измерив положение уровней в трубках Пито, можно вычислить потери напора между сечениями 1-1 и 2-2:

$$h_{1-2} = H_{п1} - H_{п2}. \quad (3.21)$$

Уровни в пьезометрах располагаются на линии пьезометрического напора  $N-N$ .

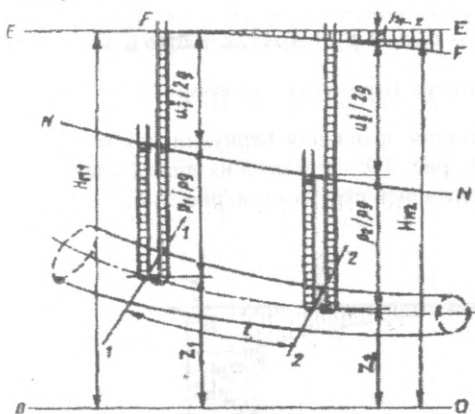


Рис. 3.8. Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли для элементарной струйки жидкости.

Разность показаний трубки Пито и пьезометра представляет собой скоростной напор в сечении. При уменьшении площади сечения скоростной напор возрастает, а пьезометрический соответственно падает.

### 3.4. Уравнения Бернулли для потока жидкости

Учитывая, что поток жидкости представляет собой совокупность множества элементарных струек, и принимая движение жидкости установившемся и плавноизменяющимся, можно на основе уравнений (3.18) и (3.19) получить уравнения Бернулли для потока конечных размеров. При этом необходимо иметь в виду следующее. Опытами установлено, что гидростатический напор в любой точке сечения потока практически остается постоянной величиной:  $z + p / (\rho g) = const.$  Скоростной напор в сечении потока удобнее всего исчислять по величине средней скорости  $v$ , однако вследствие неравномерности распределения точечных местных скоростей  $u$  по сечению при этом допускается ошибка. Для ликвидации ее вводится поправочный коэффициент

$\alpha$ , который называется *коэффициентом кинетической энергии*, или коэффициентом Кориолиса. С учетом этого уравнения Бернулли для потока реальной (вязкой) жидкости принимают следующий вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_n; \quad (3.22)$$

или

$$\rho g z_1 + p_1 + \alpha_1 \rho v_1^2 / 2 = \rho g z_2 + p_2 + \alpha_2 \rho v_2^2 / 2 + \Delta p. \quad (3.23)$$

где  $h_n$ ,  $\Delta p$  – соответственно потери напора, давления между сечениями 1-1 и 2-2.

Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли для потока в записи (3.22) представлена на рис. 3.9. Обозначения линий удельных энергий те же, что и для элементарной струйки (см. рис. 3.8).

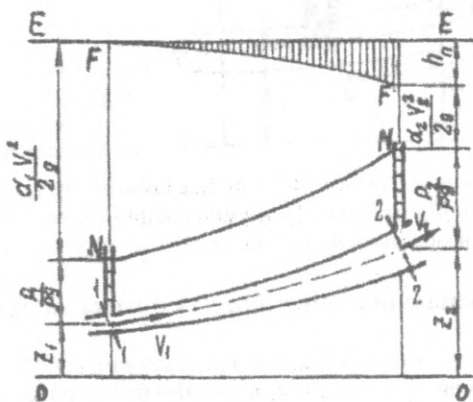


Рис. 3.9. Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли для потока жидкости.

Коэффициент  $\alpha$  определяется опытным путем, а в расчетах с достаточной точностью может приниматься при ламинарном режиме  $\alpha = 2,0$ ; при турбулентном режиме  $\alpha$  зависит от числа Рейнольдса – при возрастании  $Re$  от 4000 до  $3 \cdot 10^6$   $\alpha$  уменьшается от 1,13 до 1,03 и далее в пределе стремится к 1,0.

Так как общий запас полной удельной энергии вдоль потока непрерывно уменьшается, то линия ее  $F-F$  всегда нисходящая.

Отношение потерь напора на участке между сечениями 1-1 и 2-2 к расстоянию между ними называется *гидравлическим уклоном*.

$$I = h_n/l. \quad (3.24)$$

Пьезометрическая линия  $N-N$  может быть и нисходящей, и восходящей, поэтому пьезометрический уклон ( $I_n$ ) может быть и положительным, и отрицательным.

### 3.5. Потери энергии в потоке жидкости

Потери удельной энергии (напора) жидкости или, как их часто называют, гидравлические потери при ее движении в канале обусловлены внутренним трением в жидкости и зависят от формы, размеров и шероховатости канала, а также от скорости течения и вязкости жидкости. Последняя, хотя и является первопричиной всех гидравлических потерь, но далеко не всегда оказывает существенное влияние на них.

Гидравлические потери  $h_n$  (см. уравнение 3.22) разделяют на местные потери напора  $h_m$  и потери напора по длине потока  $h_r$ .

*Местные потери напора* обусловлены так называемыми местными сопротивлениями, т.е. техническими устройствами, устанавливаемыми в трубопроводах или каналах и вызывающими деформирование потока (рис. 3.10). При движении жидкости через местные сопротивления изменяется ее скорость и обычно возникают вихри.

Потери напора на любом местном сопротивлении определяются по формуле Вейсбаха:

$$h_m = \xi \frac{v_2^2}{2g}, \quad (3.25)$$

где  $\xi$  – коэффициент местного сопротивления;  $v_2$  – средняя скорость в выходном сечении местного сопротивления.

Коэффициент  $\xi$  – безразмерная и во многих случаях постоянная величина для данного местного сопротивления. Значения его и влияющие факторы для различных местных сопротивлений представлены в табл. 3.1.

*Потери напора по длине потока* представляют собой потери на преодоление трения жидкости о стенки канала, а также трения между слоями жидкости, движущимися относительно друг друга. Поэтому

внутреннее трение существенно зависит от размеров и состояния поверхности трубы или канала, распределения скоростей в потоке, а следовательно, и от режима течения жидкости.

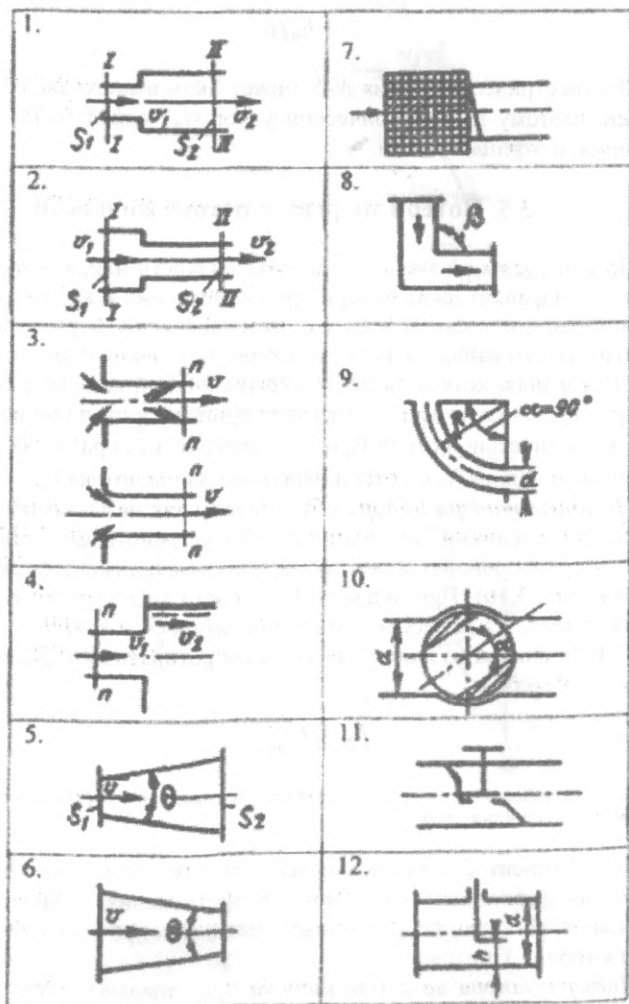


Рис. 3.10. Виды местных сопротивлений.

Таблица 3.1. Значения коэффициентов местных сопротивлений.

Позиция на рис. 3.10	Наименование местного сопротивления	Значение коэффициента местного сопротивления
1	Внезапное расширение потока	$\xi = (S_2/S_1 - 1)^2$
2	Внезапное сужение	$\xi = 0,5(1 - S_2/S_1)$
3	Вход в трубу:	
3	с острой кромкой	0,5
4	с закругленной кромкой	0,20-0,25
4	Выход из трубы в резервуар больших размеров	1,0
5	Расширяющийся конус (диффузор):	
5	$\theta^\circ$ 5    10    15    20    30	$\xi = \kappa(S_2/S_1 - 1)^2$
5	$k$ 0,15    0,25    0,35    0,45    0,65	
5	Сужающийся конус (конфузор):	
6	при:	
6	$\theta = 7 - 30^\circ$	0,16-0,24
6	$\theta = 35 - 80^\circ$	0,26-0,35
7	Обратный клапан с сеткой на всасывающей трубе диаметром, мм:	
7	40 - 100	12-7
7	100 - 200	7-5,2
7	200 - 300	5,2-3,7
7	300 - 500	3,7-2,5
8	Резкий поворот трубы на угол $\beta^\circ$ :	
8	30 - 60	0,2-0,55
8	60 - 90	0,55-1,1
9	Плавный поворот трубы на угол $90^\circ$	
9	при отношении $R/d$ :	
9	2 - 4	0,15-0,11
9	4 - 6	0,11-0,09
9	6 - 10	0,09-0,07
10	Кран конусный на круглой трубе при угле поворота $\alpha^\circ$ :	
10	10 - 20	0,29-1,56
10	20 - 30	1,56-5,47
10	30 - 40	5,47-17,3
11	Вентиль с прямым затвором при полном открытии.	3,0-5,5
12	Задвижка на круглой трубе в зависимости от отношения $h/d$ :	
12	1,0	0,05
12	0,75	0,26
12	0,5	2,06

В XVIII-XIX вв. для определения силы трения при движении твердого тела в жидкости или наоборот жидкости около твердого тела применялась следующая формула, которая считалась универсальной:

$$T = \psi \rho \frac{v^2}{2} S, \quad (3.26)$$

где  $\psi$  – коэффициент сопротивления;  $S$  – площадь, определяющая величину сопротивления: при движении тела в жидкости в расчет принималась площадь поперечного («миделева») сечения; при движении жидкости в трубе или канале – площадь боковой внутренней поверхности.

Если боковую поверхность покрыть равномерно кубиками, расположенными друг от друга на расстоянии длины ребра кубика, то площадь  $S$  контакта жидкости с такой поверхностью возрастет в 3 раза, а если всю поверхность покрыть полушариями, то  $S$  возрастет в 1,79 раза, что согласно формуле (3.26) приведет к значительному увеличению силы трения. Отсюда следует, что состояние внутренней поверхности трубопровода или канала, в частности так называемая шероховатость ее, играет существенную роль в сопротивлении движению жидкости.

При вычислении потерь напора по длине в прямой трубе более удобной, чем формула (3.26), оказалась формула Дарси-Вейсбаха (1857):

$$h_{\tau} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (3.27)$$

где  $\lambda$  – гидравлический коэффициент трения (коэффициент Дарси).

Точность определения  $h_{\tau}$  зависит в основном от правильности вычисления коэффициента  $\lambda$ . Многочисленными исследованиями установлено, что он является функцией двух безразмерных параметров: числа Рейнольдса и относительной шероховатости внутренней поверхности трубы  $\varepsilon = \Delta_3/d$ , где  $\Delta_3$  – эквивалентная высота выступов шероховатости.

Поверхности стенок труб, каналов, лотков, рек имеют ту или иную естественную шероховатость (рис. 3.11). В трубах она может быть обусловлена технологией изготовления, назначением (например, гофрированные трубы), коррозией при длительной эксплуатации. В водотоках, проходящих в песчаных несвязанных грунтах, на дне

(иногда и на откосах) образуются различные формы рельефа (рифели, гряды и т.д.). Обильная растительность в реках, каналах также создает значительное сопротивление движению воды.

а)



б)

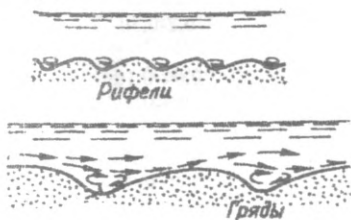


Рис. 3.11. Абсолютная шероховатость: а) – трубы; б) – естественного водотока.

Высоту выступов шероховатости  $\Delta$  (обычно в мм) называют абсолютной шероховатостью. Под эквивалентной шероховатостью  $\Delta_3$  понимают такую условно равномерную шероховатость, при которой потери напора в трубе или канале (см. рис. 3.11) такие же, как и при естественной шероховатости. Величина  $\Delta_3$  определяется в результате опытов. Параметры шероховатости поверхности стальных и чугунных труб изменяются во время эксплуатации вследствие коррозии металла, а асбестоцементных труб – вследствие механического разрушения. Значения эквивалентной шероховатости поверхности труб и каналов из различных материалов приведены в табл. 3.2.

Влияние числа Рейнольдса и относительной шероховатости на величину коэффициента  $\lambda$ , в различных условиях движения жидкости сказывается по-разному. В процессе глубоких теоретических исследований, систематизации огромного экспериментального материала были выявлены характерные области сопротивления, для которых найдены зависимости  $\lambda$ , от основных влияющих факторов.

**Ламинарный режим.** Как режим слоистого, вязкого течения жидкости он достаточно хорошо поддается математическому описанию. Из-за определенной ограниченности учебной программы остановимся только на основных результатах теории ламинарного потока.

Таблица 3.2. Значения эквивалентной шероховатости поверхности труб.

Разновидность труб и каналов	Эквивалентная шероховатость $\Delta_z$ , мм
Медные, латунные, свинцовые, стеклянные трубы	0,0015-0,01
Рукава и шланги резиновые	0,01-0,03
Алюминиевые трубы	0,015-0,06
Пластмассовые трубы	0,06-0,075
Стальные бесшовные трубы:	
новые	0,02-0,07
после длительной эксплуатации	0,2-0,50
Стальные сварные трубы:	
новые	0,04-0,10
после длительной эксплуатации	0,3-0,7
Оцинкованные стальные трубы:	
новые	0,10-0,20
после длительной эксплуатации	0,40-0,70
Чугунные трубы:	
новые	0,20-0,50
после длительной эксплуатации	0,50-1,50
сильно корродированные	До 3,0
покрытые изнутри битумом	0,10-0,35
Бетонные трубы и каналы:	
со средней шероховатостью	1,5
с грубой шероховатостью	3,0
Железобетонные трубы и каналы	0,5
Асбестоцементные трубы и каналы:	
новые	0,05-0,1
после длительной эксплуатации	0,6
Каналы из кирпичной кладки:	
на цементном растворе	0,8-6,0
покрытые глазурью	0,45-3,0

Распределение касательных напряжений  $\tau$  в сечении потока ньютоновской жидкости подчиняется линейному закону (рис. 3.12). При этом в центре трубы касательное напряжение равно нулю, а максимальное значение его действует у стенки трубы:

$$\tau_0 = 0,5 pgr_0 l, \quad (3.28)$$

где  $\tau_0$  – радиус внутренней поверхности трубы;  $l$  – гидравлический уклон.

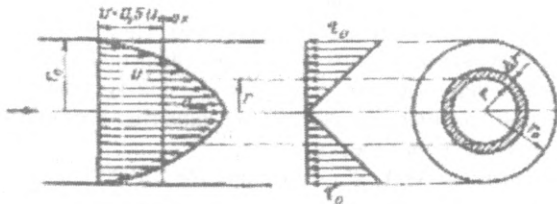


Рис. 3.12. Распределение касательных напряжений  $\tau$  и местных скоростей в сечении ламинарного потока.

Так как гидравлический радиус сечения потока в данном случае  $R_r = 0,5 r_0$ , то, подставив его в формулу (3.28), получим известное в гидравлике *основное уравнение равномерного движения*, которое пригодно для канала любого профиля:

$$\tau_0 = pgR_r l.$$

Эпюра скоростей в любом сечении трубы представляет собой параболоид вращения (см. рис. 3.12). Местная скорость  $u$  элементарного слоя  $\Delta r$ , расположенного на удалении  $r$  от центра потока, определяется по формуле

$$u = u_{max} (1 - r^2/r_0^2). \quad (3.29)$$

Максимальное значение скорость имеет на оси трубы, т.е. при  $r = 0$ , а при  $r = r_0$ , т.е. у стенки,  $u = 0$ .

Средняя скорость в сечении трубы  $v = 0,5u_{max}$ , при этом элементарный слой ее расположен на радиусе  $r_v = 0,71r_0$  или на удалении  $y_v = 0,29r_0$  от стенки трубы. Это обстоятельство используют в некоторых приборах для измерения расхода жидкости.

Гидравлический коэффициент трения определяется по формуле Д.Стокса(1845):

$$\lambda = 64/Re. \quad (3.30)$$

Теоретически получается, что при ламинарном режиме шероховатость поверхности не влияет на коэффициент  $\lambda$  и, следовательно, на гидравлическое сопротивление трубы. Однако некоторые исследования, проведенные в недавнее время, показали, что кривая

(см. формулу 3.30) удовлетворительно сходится с опытными данными только при числах Рейнольдса, меньших 800. При  $Re > 800$  она дает заниженные результаты. Кроме этого при значительной и различной относительной шероховатости труб ( $\epsilon > 0,004$ ) опытные кривые  $\lambda = f(Re)$  при ламинарном режиме не сходятся в одну линию, как это предполагается теоретически.

По исследованиям М.А. Жарского при  $Re \leq 4000$  достаточно точно соответствует опытным данным следующая функция:

$$\lambda = 56/Re + 0,68\epsilon + 0,025. \quad (3.31)$$

Она охватывает не только ламинарный, но и неустойчивый режим движения жидкости.

Зная коэффициент  $\lambda$ , касательное напряжение у стенки трубы можно вычислить по сравнительно простой формуле:

$$\tau_0 = \lambda \rho v^2 / 8. \quad (3.32)$$

Следовательно, сила сопротивления движению жидкости

$$T = \tau_0 S = \lambda \rho v^2 S / 8. \quad (3.33)$$

Сравнив формулы (3.26) и (3.33), получим, что коэффициент сопротивления  $\psi = \lambda / 4$ .

Коэффициент кинетической энергии при ламинарном режиме  $\alpha = 2,0$ .

**Турбулентный режим.** При турбулентном движении частицы жидкости беспорядочно перемешиваются между собой, а скорости в любой точке потока непрерывно изменяются по величине и направлению около некоторого осредненного значения  $\bar{u}$  (рис. 3.13, а). Это явление называется пульсацией скорости, которое приводит к соответствующей пульсации давления. Пульсация скоростей оказывает влияние на значение касательных напряжений в турбулентном потоке. На основании опытных данных по осредненным скоростям можно построить эпюру скоростей в сечении турбулентного потока. При теоретическом исследовании турбулентный поток представляется в виде приближенной двухслойной модели (рис. 3.13, б).

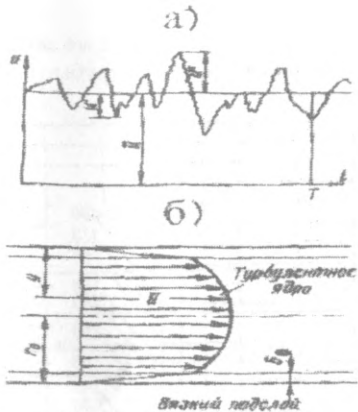


Рис. 3.13. Модель турбулентного потока жидкости в круглой трубе: а) – пульсация скоростей; б) – распределение осредненных скоростей.

Непосредственно у стенки находится тонкий слой толщиной  $\delta_v$ , в котором наибольшее влияние имеют вязкостные касательные напряжения. В пределах его жидкость подчиняется ламинарному закону течения. Поэтому данный слой называется вязким, или ламинарным, подслоем. Остальная часть поперечного сечения трубы занята турбулентным ядром потока, где происходят интенсивные пульсации скорости и перемешивания частиц. Здесь касательные напряжения от турбулентного перемешивания во много раз больше напряжений вязкостного трения. Указанное разделение потока на две области условно и схематизировано. В действительности по мере удаления от стенок трубы влияние вязкости убывает постепенно, и между вязким подслоем и турбулентным ядром существует переходная область, в которой вязкостные напряжения и напряжения от турбулентного перемешивания частиц соизмеримы.

В ядре под влиянием интенсивного перемешивания частиц скорости выравниваются, поэтому в турбулентном потоке средняя скорость движения жидкости составляет 75 – 90 % максимальной величины.

Для определения гидравлического коэффициента трения промышленных труб при турбулентном режиме ( $Re > 4000$ ) имеются графики (рис. 3.14), построенные на основе обобщения результатов исследований К. Кольбрука, Г.А. Мурина, Ф.А. Шевелева и других ученых [1].

Графики представлены в виде зависимостей коэффициента  $\lambda$ , от числа Рейнольдса и так называемой *относительной гладкости* внутренней поверхности трубы  $d/\Delta_3 = 1/\varepsilon$ .

Как видно из графиков, коэффициент  $\lambda$ , при одних и тех же значениях  $Re$  тем больше, чем меньше относительная гладкость трубы (или чем больше относительная шероховатость  $\varepsilon$ ).

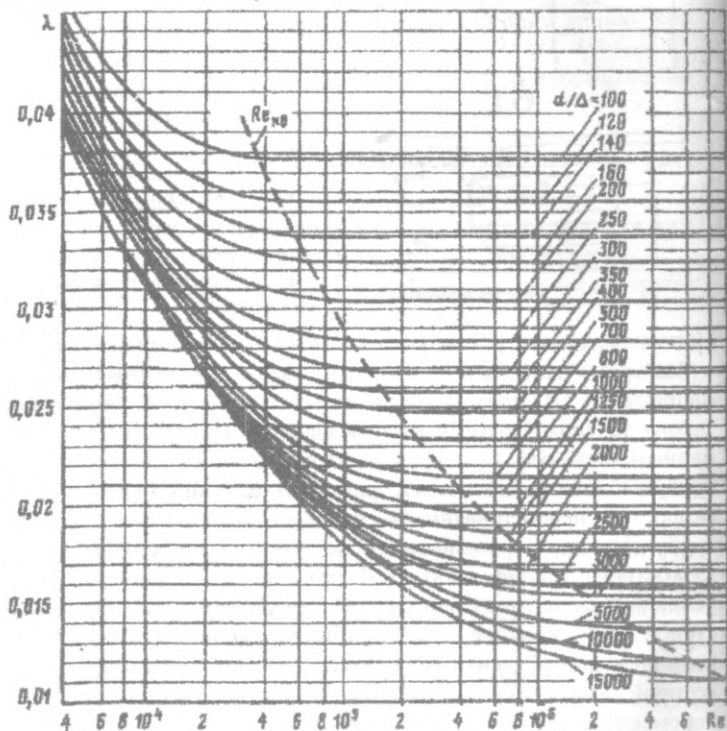


Рис. 3.14. Графики для определения коэффициента  $\lambda$  при турбулентном режиме в круглых трубах.

При одном и том же значении  $d/\Delta$ , коэффициент  $\lambda$  вначале интенсивно уменьшается и при достижении некоторой величины становится постоянным независимо от дальнейшего увеличения  $Re$ . Область гидравлического сопротивления правее штриховой линии, в которой  $\lambda$  зависит только от  $d/\Delta$ , и не зависит от  $Re$ , называется *квадратичной*. Такое название она получила потому, что в ней потери напора по длине пропорциональны  $v^2$ ; в предыдущей области, которая называется *переходной*, показатель степени при  $v$  меньше 2,0.

Для определения гидравлического коэффициента трения предложен ряд формул, из которых наиболее всеобъемлющей, практичной и достаточно точной является формула А.Д. Альтшуля:

$$\lambda = 0,11(68/Re + \varepsilon)^{0,25}. \quad (3.34)$$

В квадратичной области сопротивления ( $Re > Re_{кв} = 560/\varepsilon$ ) влияние первого члена формулы очень мало и им можно пренебречь. Однако эта формула в квадратичной области при  $\varepsilon > 0,007$  дает заниженные результаты в расчете коэффициента  $\lambda$ . Достаточно точной в этой области является формула Л. Прандтля:

$$\lambda = \frac{0,25}{lg^2(0,27\varepsilon)}. \quad (3.35)$$

Распределение скоростей жидкости в сечении турбулентного потока выражается приближенным уравнением

$$u = u_{max}(y/r_0)^m, \quad (3.36)$$

где  $m$  – показатель степени по данным А.Д. Альтшуля равен  $0,9\sqrt{\lambda}$ .

Приняв в среднем  $\lambda = 0,025$ , получим  $m = 1/7$ , т.е.  $u = u_{max}(y/r_0)^{1/7}$ , – это так называемый закон «одной седьмой» Т. Кармана [2]. Расстояние от стенки трубы, на котором местная скорость равна средней скорости потока,  $y_v = 0,23r_0$ .

Коэффициент кинетической энергии в турбулентном потоке при возрастании числа Рейнольдса от 4000 до  $3 \cdot 10^6$  изменяется по ниспадающей кривой от 1,13 до 1,03 и при дальнейшем увеличении  $Re$  стремится к 1,0. Его можно вычислить по формуле А.Д. Альтшуля:

$$\alpha = 1 + 2,65\lambda. \quad (3.37)$$

### Примеры

**Пример 3.1.** Определить режимы движения воды при температуре  $20^\circ\text{C}$  и индустриального масла И-30А при температуре  $50^\circ\text{C}$  в трубе диаметром 50 мм при одном и том же расходе жидкости  $Q = 2,0$  л/с.

**Решение.** Определяем среднюю скорость движения жидкости в трубе: