

1.3. Опорный конспект лекций

1. Понятие «жидкость» и ее физические свойства. Силы, действующие в жидкостях.

Жидкостью называется сплошная среда, обладающая способностью легко изменять свою форму под действием внешних сил.

Понятие «жидкость» определяется в зависимости от назначения такого определения. В физике жидкость трактуется как физическое тело, обладающее свойством текучести. Текучесть частиц жидкости обусловлена неспособностью ее воспринимать *касательные напряжения* в состоянии покоя.

В целях упрощения теоретического изучения движения жидкости создано понятие воображаемой **идеальной жидкости**, обладающей абсолютной подвижностью (текучестью) и абсолютной несжимаемостью. *Абсолютная подвижность идеальной жидкости обусловлена свободным перемещением составляющих ее частиц относительно друг друга из-за отсутствия сил сцепления между ними, а абсолютная несжимаемость характеризует абсолютную неизменяемость объема рассматриваемой жидкости при воздействии на нее сжимающих сил.* Очевидно, что как при равновесии, так и при движении идеальной жидкости возникающие между ее частицами внутренние силы не могут быть растягивающими или касательными, а только сжимающими.

Так как встречающиеся в природе реальные жидкости до некоторой степени сжимаемы и не характеризуются абсолютной подвижностью, они оказывают сопротивление касательным (сдвигающим) усилиям.

Встречающиеся в природе жидкости делятся на: **капельные и газообразные**. Все они относятся к **ньютоновским жидкостям** – т.е. вязким жидкостям, подчиняющимся в своём течении закону вязкого трения Ньютона.

К капельным жидкостям относятся вода, нефть, бензин, керосин, спирт, масло, ртуть и т. д. *Капельные жидкости характеризуются малой сжимаемостью и малым сопротивлением растягивающим и касательным усилиям.*

К газообразным жидкостям относятся все газы. Газообразные жидкости характеризуются большой сжимаемостью и отсутствием сопротивления растягивающим и касательным усилиям,

В дальнейшем под словом «жидкость» будем подразумевать капельную жидкость, и в первую очередь воду.

Основными физическими свойствами жидкости являются плотность, удельный вес, коэффициенты объемного сжатия и вязкость.

Плотность жидкости – масса жидкости, заключенная в единице объема.

$$\rho = \frac{m}{V}, \text{ кг/м}^3.$$

Основной динамической характеристикой среды является плотность среды в произвольной точке А

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V}.$$

Удельный вес – вес жидкости G , приходящийся на единицу объема V

$$\gamma = \frac{G}{V}, \text{ Н/м}^3.$$

Удельный вес – векторная величина. Он не является параметром вещества, его значение зависит от ускорения свободного падения в пункте определения.

Удельный вес и плотность жидкости связаны следующим соотношением

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{m \cdot g}{V} = \rho \cdot g,$$

где g – ускорение свободного падения, принимаемое равным $9,81 \text{ м/с}^2$.

Коэффициент объемного сжатия – представляет собой относительное изменение объема жидкости на единицу изменения давления

$$\beta_V = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp}, \quad 1/\text{Па} = \text{м}^2/\text{Н}$$

где V – первоначальный объем жидкости;

dV – изменение этого объема при изменении давления на величину dp .

Знак “минус” обусловлен тем, что при увеличении давления p объем V уменьшается.

Величина, обратная коэффициенту объемного сжатия, называется модулем упругости жидкости $E_{жс}$

$$E_{жс} = \frac{1}{\beta_V}, \text{ Па}$$

Вязкость жидкости – свойство жидкости оказывать сопротивление касательным усилиям.

Если к пластине (рис. 1) приложить силу F , то после некоторого интервала времени установится равномерное движение с некоторой скоростью u_0 .

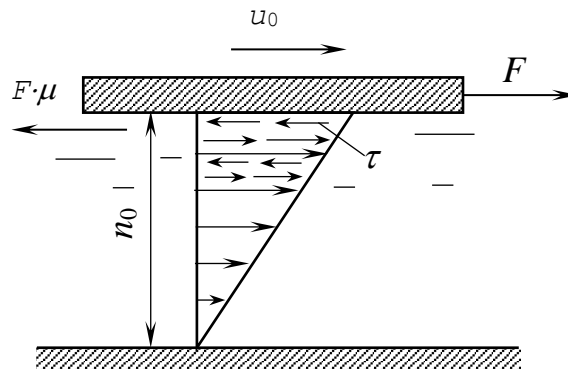


Рис. 1

За время разгона возникла сила вязкости $F \cdot \mu = -F$. Причем, вследствие межмолекулярных связей, слой жидкости, прилегающей к пластине, движется вместе с пластиной со скоростью u_0 . Предположим, что распределение скоростей по высоте носит линейный характер: $u = f(n)$, тогда

$$F \cdot \mu = \pm \mu \cdot S \cdot \frac{du}{dn},$$

где μ – динамический коэффициент вязкости; $\frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}$

S – площадь соприкасающихся слоев;

$\frac{du}{dn}$ – градиент скорости (показатель интенсивности ее изменения по нормали). Знак (+) или (–) выбирают в зависимости от знака градиента скорости и направления силы $F \cdot \mu$.

Между слоями жидкости, движущимися со скоростями, отличающимися друг от друга на величину du , возникает касательное напряжение τ .

$$\frac{F \cdot \mu}{S} = \tau = \pm \mu \cdot \frac{du}{dn}, \quad \left(\frac{H}{M^2} \right) \cdot c = Pa \cdot c.$$

Отношение динамической вязкости к плотности называется **кинематической вязкостью жидкости**

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \quad \frac{H \cdot c \cdot M^3}{M^2 \cdot \kappa \Gamma} = \frac{\kappa \Gamma \cdot M \cdot c \cdot M^3}{c^2 \cdot M^2 \cdot \kappa \Gamma} = \frac{M^2}{c}.$$

Кроме обычных (ньютоновских) жидкостей, существуют аномальные жидкости, к которым относятся коллоидные растворы, смазочные масла, нефтепродукты.

Для таких жидкостей закон внутреннего трения выражается в виде

$$\tau = \tau_0 \pm \mu \frac{du}{dn},$$

где τ_0 – касательное напряжение в покоящейся жидкости, после преодоления которой жидкость приходит в движение.

Вследствие текучести жидкости в ней **не могут** действовать сосредоточенные силы, а возможно лишь действие сил, непрерывно распределенных по ее объему (массе) или по поверхности. Поэтому внешние силы, действующие на рассматриваемый объем жидкости, разделяют на **массовые (объемные)** и **поверхностные**.

Массовые силы пропорциональны массе жидкого тела или (для однородных жидкостей) его объему.

К ним относятся **сила тяжести** и **сила инерции**, действующие на жидкость при относительном ее покое в ускоренно движущихся сосудах или при относительном движении жидкости в руслах.

Сила тяжести (вес)

$$G = m \cdot g = V \cdot \rho \cdot g = V \cdot \gamma, \text{ Н.}$$

Сила инерции

$$F_{\text{ин}} = m \cdot a = V \cdot \rho \cdot a, \text{ Н.}$$

Поверхностные силы проявляются на граничных поверхностях рассматриваемого жидкого тела.

Поверхностную силу, действующую нормально к какой-либо площадке, называют **силой давления** (нормальное напряжение).

$$p_{\text{ср}} = \frac{F_{\sigma}}{\Delta \omega}, \text{ Па.}$$

$$1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2 = 10^{-3} \text{ КПа} = 10^{-6} \text{ МПа.}$$

Поверхностная сила, действующая по касательной к площадке, является **силой сопротивления (трения)** – (касательное напряжение).

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F_{\tau}}{\Delta\omega}, \text{ Па}$$

Сила сопротивления проявляется только при движении жидкости, а сила давления – как при движении, так и при покое жидкости.

Ввиду непрерывности и неограниченности жидкой среды в гидравлике применяют **единичные силы** – массовые и поверхностные.

2. Гидростатическое давление и его свойства.

Гидростатика – раздел гидравлики, который изучает равновесие покоящейся жидкости.

Гидростатическое давление – это давление в покоящейся жидкости. Оно обладает следующими свойствами.

1. *Гидростатическое давление всегда направлено перпендикулярно к поверхности, на которую оно действует, и создает в жидкости, только сжимающие напряжения.*

Докажем это свойство методом от противного. Предположим, что гидростатическое давление направлено не по нормали к рассматриваемой площадке (рис. 2, а), а под некоторым углом α (вектор p_a). Тогда p_a можно разложить на две составляющие: нормальную p и касательную τ . Однако в этом случае касательное напряжение τ вследствие текучести жидкости вызовет движение ее, что противоречит условиям гидростатики.

Следовательно, чтобы частицы жидкости были неподвижны, единственным направлением гидростатического давления должна быть нормаль. Так как жидкость не сопротивляется растягивающим усилиям, то напряжение p должно быть только сжимающим и направленным всегда по внутренней нормали к площадке действия.

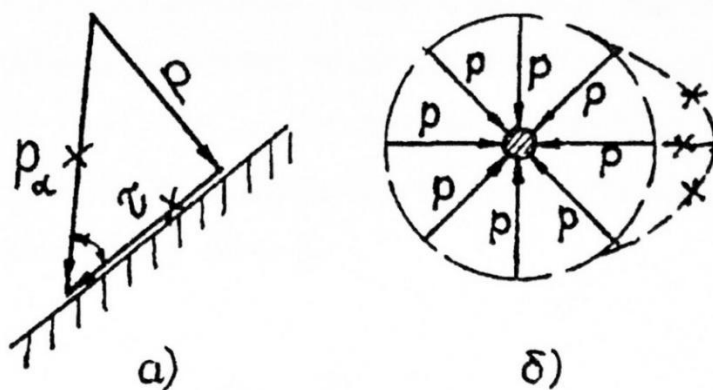


Рис. 2. Схемы к доказательству свойств гидростатического давления.

2. *Гидростатическое давление в любой точке жидкости действует одинаково по всем направлениям.*

Используем логическое доказательство (рис. 2, б). Если хотя бы в одном из

всех многочисленных направлений (например, справа) гидростатическое давление было несколько большим, это привело бы к неравновесному состоянию частицы жидкости и, следовательно, движению ее, что противоречит условиям гидростатики. Таким образом, эпюра давления в точке покоящейся жидкости имеет форму шара.

3. Гидростатическое давление в точке зависит только от ее координат в пространстве, занятом жидкостью, т.е.

$$p = f(x, y, z).$$

Это свойство не требует специального доказательства, так как и при абсолютном и при относительном покое жидкости в сосуде давление зависит от заглубления точки под свободную поверхность (координаты z). При относительном покое свободная поверхность не является горизонтальной плоскостью, поэтому давление изменяется и в направлении координат x , y .

4. Основное уравнение гидростатики. Закон Паскаля

Основное уравнение гидростатики устанавливает связь между гидростатическим давлением в различных точках покоящейся жидкости и их месторасположением для случая, когда из массовых сил в ней действуют только силы тяжести.

Для вывода основного уравнения гидростатики выделим в покоящейся жидкости некоторый объем в форме цилиндра с основанием малой площади $\Delta\omega$ и высотой h , равной глубине погружения основания под уровнем жидкости (рис. 3). Будем считать, что давление на поверхности жидкости в сосуде отличается от атмосферного и равно p_0 .

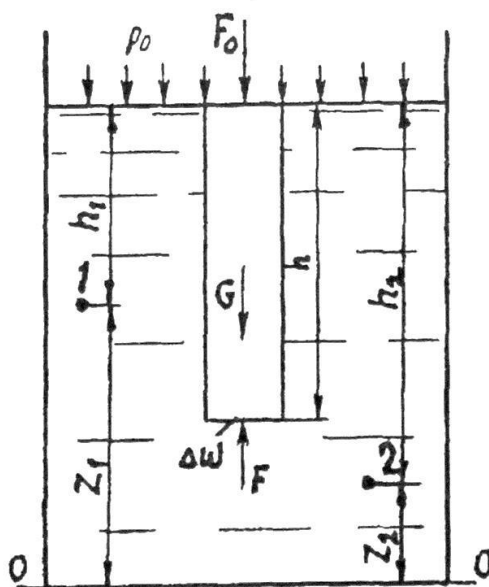


Рис. 3. Схема к выводу основного уравнения гидростатики.

Выделенный объем жидкости находится в равновесии под действием: сил давления на верхнее основание

$$F_0 = p_0 \cdot \Delta\omega$$

силы давления на нижнее основание

$$F = p \cdot \Delta\omega$$

и собственного веса

$$G = \rho \cdot \Delta\omega \cdot h \cdot g \quad \begin{cases} G = m \cdot g \\ m = \rho \cdot V \\ V = \Delta\omega \cdot h \end{cases}$$

Силы гидростатического давления на боковую поверхность цилиндра можно не рассматривать, так как они взаимно уравновешиваются.

Выразим условие равновесия рассматриваемого объема жидкости, приравняв нулю сумму проекций на вертикальную ось всех действующих сил:

$$F - F_0 - G = 0$$

$$p \cdot \Delta\omega - p_0 \cdot \Delta\omega - \rho \cdot \Delta\omega \cdot h \cdot g = 0$$

Разделив все члены уравнения на $\Delta\omega$, получим

$$p - p_0 - \rho \cdot g \cdot h = 0$$

или окончательно

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Полученное выражение называется **основным уравнением гидростатики**. Оно справедливо для однородной жидкости и показывает, что во всех точках жидкости, расположенных на одинаковой глубине h , давления одинаковы. Следовательно, поверхность одинаковых давлений – это горизонтальная плоскость. Кроме этого, из уравнения следует, что **внешнее давление p_0 , действующее на свободную поверхность жидкости, находящейся в равновесии, передается во все точки объема ее без изменения**. В этом заключается **закон Паскаля**, открытый им на основе опытов в 1653 г. Прямым следствием этого закона явилось изобретение в то время большого числа простых гидравлических машин (прессов, домкратов и пр.).

Используя уравнение, установим соотношение давлений в точках 1 и 2 (см. рис. 3), расположенных в разных уровнях однородной жидкости:

$$p_0 = p - \rho \cdot g \cdot h$$

$$p_0 = p_1 - \rho \cdot g \cdot h_1 = p_2 - \rho \cdot g \cdot h_2$$

В этом случае плоскостью сравнения является свободная поверхность. Если же за плоскость сравнения принять другую горизонтальную плоскость, например, 0-0, то на основании уравнения и закона Паскаля можно записать

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot z_1 = p_2 + \rho \cdot g \cdot z_2 = const, \quad \text{Па}$$

Разделив все члены уравнения на $\rho \cdot g$, получим

$$\frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 = const = H_{ст}, \quad \text{м}$$

Полученные зависимости представляют разновидности записи **основного уравнения гидростатики**. При этом в первой все члены уравнения выражены в Па, а во второй – в м столба рассматриваемой жидкости. Величины z и $p/(\rho g)$ в гидравлике часто называют геометрической и пьезометрической высотами или геометрическим и пьезометрическим напорами. Высоту $H_{ст}$ называют гид-

ростатическим напором. **Итак**, для данного объема жидкости гидростатический напор относительно выбранной плоскости сравнения – величина постоянная.

С энергетической точки зрения уравнения) представляют собой постоянную величину суммы **удельной потенциальной энергии давления и удельной потенциальной энергии положения** во всех точках покоящейся жидкости относительно плоскости сравнения. В первом случае это энергия, содержащаяся в единице объема жидкости ($\text{Н}\cdot\text{м}/\text{м}^3 = \text{Н}/\text{м}^2 = \text{Па}$), во втором – в единице веса жидкости ($\text{Н}\cdot\text{м}/\text{Н} = \text{м}$)

5. Гидростатическое давление и его свойства.

Гидростатическое давление обладает следующими двумя свойствами:

1) оно всегда направлено по внутренней нормали к площадке действия. Это следует из закона Ньютона. Так как жидкость находится в состоянии покоя, то касательные напряжения равны нулю; а напряжения, возникающие в жидкости, могут быть только нормальными. Из-за легкоподвижности жидкость в обычных условиях может находиться в состоянии покоя только под действием сжимающих усилий; поэтому гидростатическое давление может быть направлено лишь по внутренней нормали к площадке действия.

2) его величина не зависит от ориентации площадки действия, а зависит от координат рассматриваемой точки.

6. Сила гидростатического давления и точка ее приложения на плоские поверхности

6.1. Гидростатическое давление.

Рассматривая основное уравнение гидростатики, можно заключить, что оно является уравнением прямой линии.

$$p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}} + \rho \cdot g \cdot h = p_{\text{атм}} + \gamma \cdot h$$

В самом деле, в этом уравнении свободным членом является атмосферное давление $p_{\text{атм}}$, угловым коэффициентом – удельный вес жидкости γ , а текущей координатой – переменная высота h .

Для графического представления распределения гидростатического давления по закону прямой линии изобразим плоскую вертикальную стенку, на которую оказывает давление слой жидкости высотой H .

Как следует из уравнения, на уровне свободной поверхности жидкости (в точке А) $p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}}$, поскольку здесь $h = 0$, а на уровне дна (в точке В) $p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}} + \gamma \cdot H$, поскольку здесь $h = H$.

Откладывая по горизонтальной оси x найденные давления в заданном масштабе в виде отрезков, а по вертикальной оси z – соответствующие глубины h и соединяя концы этих отрезков прямой ab , получим графическое изображение распределения абсолютного гидростатического давления, или эпюру абсолютного гидростатического давления по высоте вертикальной стенки. Как видно, эпюра имеет форму трапеции $AabB$.

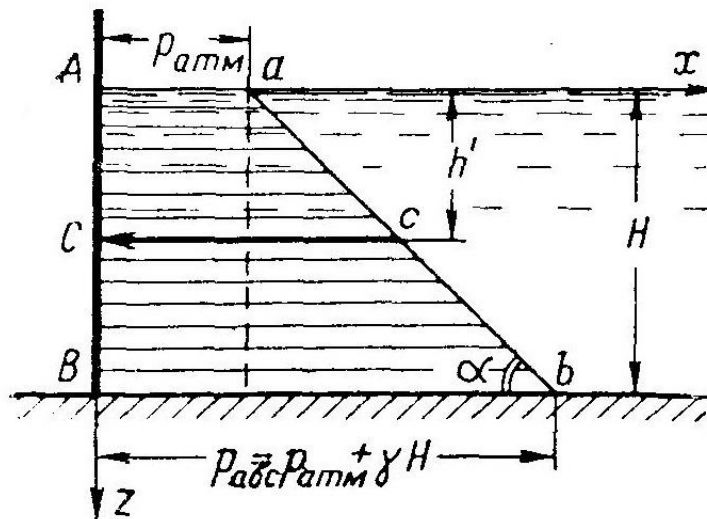


Рис. 4. Схема распределения абсолютного гидростатического давления по высоте плоской вертикальной стенки

По построенной эпюре можно найти абсолютное гидростатическое давление в любой точке вертикальной стенки. Например, в точке C абсолютное гидростатическое давление соответствует отрезку Cc , т. е.

$$p_{abc} = p_{атм} + \rho \cdot g \cdot h' = p_{атм} + \gamma \cdot h'$$

Аналогичным образом можно построить эпюру избыточного гидростатического давления. Для избыточного гидростатического давления уравнение прямой линии, проходящей через начало координат, имеет вид: $p = \gamma h$. Следовательно, у поверхности жидкости (в точке A) избыточное гидростатическое давление $p = 0$, а у дна (в точке B) $p = \gamma h$.

На рис. 5 показана эпюра избыточного гидростатического давления, которая имеет форму треугольника AbB .

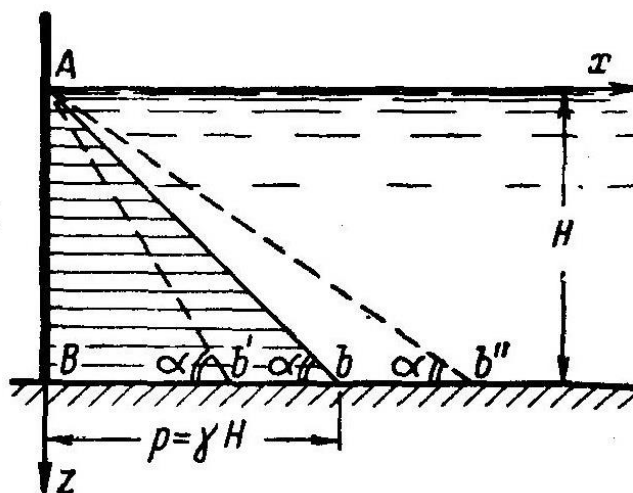


Рис. 5. Схема распределения избыточного гидростатического давления по высоте плоской вертикальной стенки

Как можно заметить, наклон линии Ab зависит от величины γ . Например,

если $\gamma=1$ (для воды), тогда эпюра избыточного гидростатического давления будет представлять собой равнобедренный треугольник (AbB) с углом наклона $\alpha = 45^\circ$. Для жидкостей, более тяжелых, чем вода, наклон линии Ab будет более пологим и угол $\alpha < 45^\circ$, наконец, для легких жидкостей (бензин, спирт и др.) эпюра избыточного гидростатического давления будет представлена треугольником с крутым наклоном стороны Ab' , при этом угол $\alpha > 45^\circ$.

Рассмотрим плоскую стенку AB , наклоненную к горизонту под произвольным углом α (рис. 6). На наклонную стенку с одной стороны оказывает давление слой жидкости высотой H . Выделим на стенке элементарную площадку $d\omega$, погруженную в жидкость на глубину h от ее поверхности. В пределах этой площадки гидростатическое давление можно считать постоянным, поэтому элементарная сила гидростатического давления на нее будет равна:

$$dF = \rho \cdot g \cdot h \cdot d\omega$$

или при замене $h = l \cdot \sin \alpha$

$$dF = \rho \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot d\omega.$$

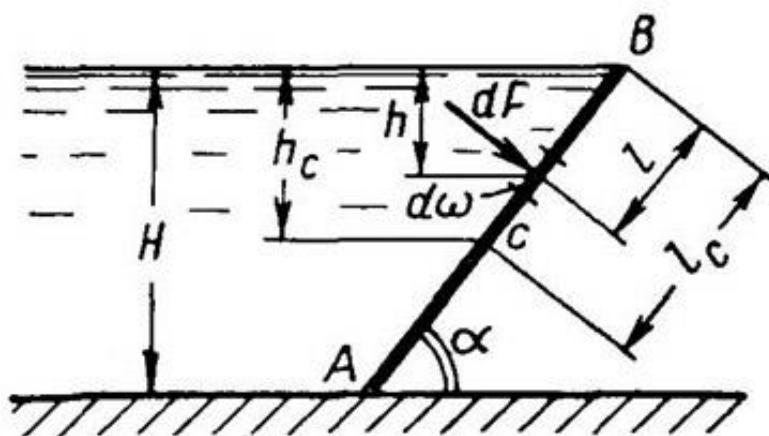


Рис. 6. Схема к определению суммарной силы избыточного гидростатического давления на плоскую наклонную поверхность

Сила dP направлена перпендикулярно элементарной площадке $d\omega$.

Интегрирование данного выражения в пределах всей площади стенки ω даст значение суммарной силы избыточного гидростатического давления, т. е.

$$F = \int_{\omega} \rho \cdot g \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot d\omega = \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \int_{\omega} l \cdot d\omega.$$

Здесь интеграл $\int_{\omega} l \cdot d\omega$ представляет статический момент смоченной площади стенки, равный произведению ее площади ω на расстояние l_c от ее центра тяжести c до свободной поверхности жидкости, т. е.

$$S = \int_{\omega} l \cdot d\omega = l_c \cdot \omega.$$

Тогда

$$F = \rho \cdot g \cdot l_c \cdot \sin \alpha \cdot \omega.$$

Производя замену $l_c \cdot \sin \alpha = h_c$ окончательно получим основную зависимость для определения суммарной силы избыточного гидростатического давления:

$$F = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot \omega.$$

где h_c – глубина погружения центра тяжести стенки;
 ω – площадь стенки.

Таким образом, суммарная сила избыточного гидростатического давления на плоскую фигуру выражается произведением площади этой фигуры на избыточное гидростатическое давление в ее центре тяжести.

6.2. Центр давления.

Из механики, известно, что всякая сила характеризуется величиной, направлением и точкой приложения. Следовательно, для того чтобы иметь полное представление о суммарной силе гидростатического давления, на фигуру, кроме ее величины и направления, необходимо знать точку приложения этой силы, называемую в гидравлике **центром давления**.

Рассмотрим три типичных случая гидростатического давления на плоские прямоугольные стенки.

6.2.1. Гидростатическое давление на вертикальную стенку.

Пусть прямоугольная вертикальная стенка AB находится под действием одностороннего гидростатического давления (рис. 7).

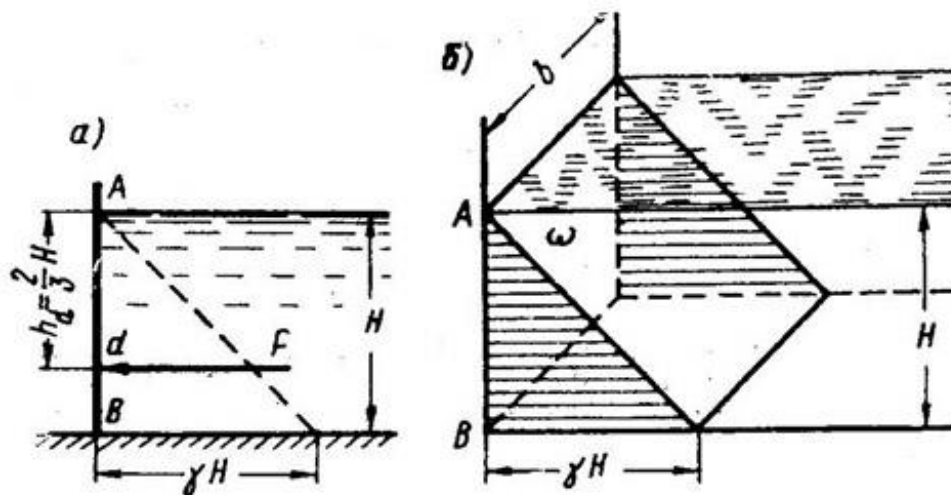


Рис. 7. Построение эпюры гидростатического давления на вертикальную стенку

В этом случае суммарная сила избыточного гидростатического давления определится по формуле

$$F = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot \omega = \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} \cdot H \cdot b$$

Глубина погружения центра давления площади ω определится по формуле

$$h_d = h_c + \frac{I_0}{S} = \frac{H}{2} + \frac{b \cdot H^3}{12} : \frac{b \cdot H^2}{2} = \frac{2}{3} \cdot H$$

где $h_c = \frac{H}{2}$ – глубина погружения центра тяжести стенки;

$I_0 = \frac{b \cdot H^3}{12}$ – момент инерции площади ω относительно оси, проходящей через центр тяжести стенки;

$S = \frac{b \cdot H^2}{2}$ – статический момент смоченной площади плоской стенки.

6.2.2. Гидростатическое давление на горизонтальную стенку. Гидростатический парадокс.

Пусть горизонтальная плоскость площадью ω погружена в сосуд с жидкостью на глубину h (рис. 8). Сила гидростатического давления на горизонтальную плоскость определится по формуле

$$F = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot \omega.$$

Как видно из этой формулы, величина гидростатического давления на горизонтальную плоскость зависит от рода жидкости (ее удельного веса $\gamma = \rho \cdot g$), площади фигуры ω и глубины погружения ее центра тяжести h_c , но не зависит от формы сосуда. Например, в трех сосудах различной формы (рис. 9) с одинаковой площадью дна ω , наполненных одной и той же жидкостью до одной и той же высоты h , дно будет испытывать воздействие одной и той же силы гидростатического давления $F = \rho \cdot g \cdot h \cdot \omega$. Это так называемый гидростатический парадокс.

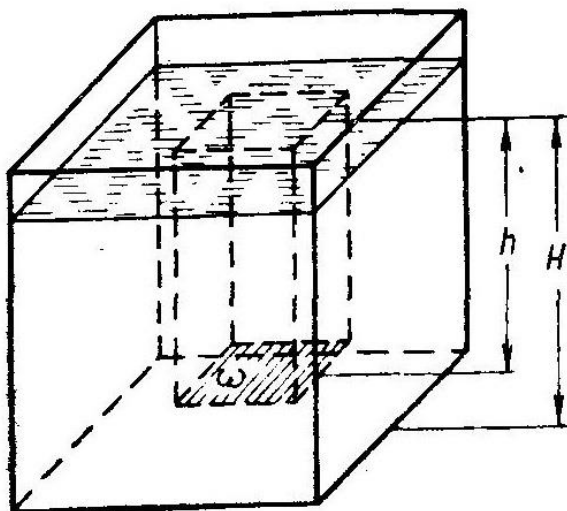


Рис. 8. Схема к определению гидростатического давления на горизонтальную плоскость

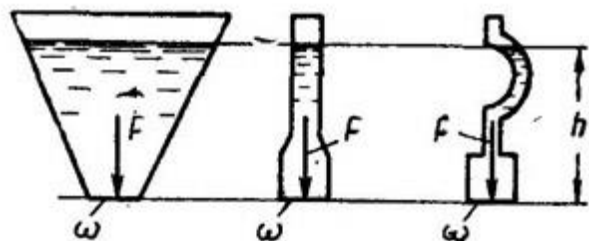


Рис. 9. Схема, поясняющая явление гидростатического парадокса

6.2.3. Гидростатическое давление на наклонную плоскую стенку.

Пусть стенка АВ наклонена к горизонту под углом α (рис. 10).

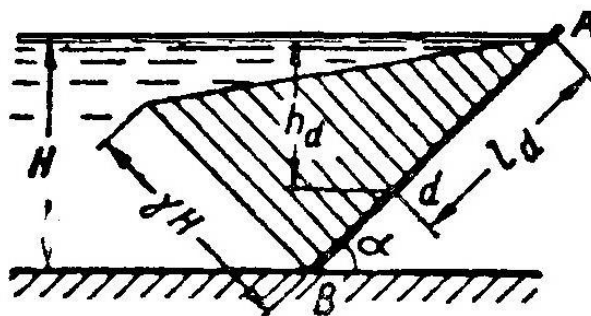


Рис. 10. Построение эпюры гидростатического давления на наклонную плоскую стенку

Тогда суммарная сила избыточного гидростатического давления будет равна:

$$F = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot \omega = \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} \cdot \frac{b \cdot H}{\sin \alpha}$$

где $h_c = \frac{H}{2}$ – глубина погружения центра тяжести стенки;

$\omega = \frac{b \cdot H}{\sin \alpha}$ – площадь наклонной стенки;

b – ширина наклонной стенки.

Расстояние от центра давления d до точки A определится по формуле:

$$l_d = \frac{h_d}{\sin \alpha} = \frac{2 \cdot H}{3 \cdot \sin \alpha}$$

где h_d – глубина погружения центра давления.

7. Сила гидростатического давления и точка ее приложения на криволинейные поверхности.

Рассмотрим криволинейную поверхность AB цилиндрической формы, испытывающую давление жидкости (рис. 11).

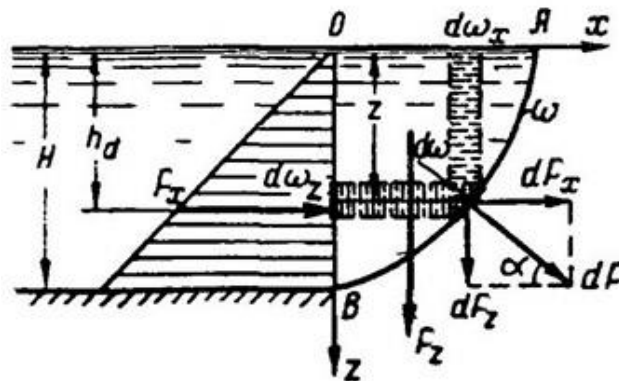


Рис. 11. Схема к определению гидростатического давления на цилиндрическую поверхность

Выделим на этой поверхности элементарную площадку $d\omega$, на которую действует элементарная сила давления dF , направленная по внутренней нормали. Разложим силу dF на две составляющие: горизонтальную dF_x и вертикальную dF_z . Обозначив угол наклона силы dF к горизонту через α , можем записать:

$$dF_x = dF \cdot \cos \alpha \quad \text{и} \quad dF_z = dF \cdot \sin \alpha.$$

Здесь $dF = p \cdot d\omega$, где p — равномерно распределенное давление в пределах элементарной площадки $d\omega$.

Пусть центр тяжести площадки $d\omega$ погружен в жидкость на глубину z . Тогда, заменяя $p = \rho g z$, получим:

$$dF = \rho \cdot g \cdot z \cdot d\omega;$$

$$dF_x = \rho \cdot g \cdot z \cdot d\omega \cos \alpha;$$

$$dF_z = \rho \cdot g \cdot z \cdot d\omega \sin \alpha.$$

После замены $d\omega \cos \alpha = d\omega_z$ и $d\omega \sin \alpha = d\omega_x$ зависимости можем записать в таком виде:

$$dF_x = \rho \cdot g \cdot z \cdot d\omega_z \quad \text{и} \quad dF_z = \rho \cdot g \cdot z \cdot d\omega_x.$$

Интегрирование написанных выражений в пределах всей площади ω даст значение составляющих F_x и F_z .

Так

$$F_x = \rho \cdot g \cdot \int_{\omega} z \cdot d\omega_z = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot \omega_z.$$

Как следует из выражения, горизонтальная составляющая силы давления равна произведению силы гидростатического давления на вертикальную проекцию цилиндрической поверхности AB .

Вертикальная составляющая будет равна

$$F_z = \rho \cdot g \cdot \int_{\omega} z \cdot d\omega_x = \rho \cdot g \cdot \int_{\omega} dW = \rho \cdot g \cdot W.$$

где W – объем AOB , называемый телом давления.

Точка приложения силы P_z будет находиться в центре тяжести объема AOB .

Итак, вертикальная составляющая суммарной силы избыточного гидростатического давления равна весу жидкости в объеме, ограниченном цилиндрической поверхностью, ее вертикальной проекцией и свободной поверхностью жидкости.

Равнодействующая определится как геометрическая сумма горизонтальной и вертикальной составляющих, т. е.

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_z^2}$$

Направление силы F определится из следующего выражения:

$$tg\beta = \frac{P_z}{P_x}$$

где β – угол наклона равнодействующей к горизонту.

8. Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{u_2^2}{2 \cdot g}$$

Уравнение показывает, что во время движения идеальной жидкости энергия вдоль струйки не расходуется, оставаясь постоянной.

Уравнение Бернулли устанавливает связь между скоростями и давлениями в разных сечениях одной и той же элементарной струйки, а также между высотными положениями движущихся частиц жидкости.

На рис. 2.3 дано графическое изображение уравнения Бернулли для отсека элементарной струйки идеальной жидкости. В сечениях элементарной струйки 1-1 и 2-2 по вертикалям, проходящим через точки A и B , отложены в заданном масштабе значения входящих в уравнение членов.

Так, по вертикали, проходящей через точку A , отложены значения z_1 , $\frac{p_1}{\rho \cdot g}$, $\frac{u_1^2}{2 \cdot g}$, а по вертикали, проходящей через точку B – значения z_2 , $\frac{p_2}{\rho \cdot g}$, $\frac{u_2^2}{2 \cdot g}$.

Сумма этих трех величин представляет величину полной удельной энергии элементарной струйки идеальной жидкости относительно плоскости сравнения $O-O$ и называется гидродинамическим напором H_{20} .

Как видно из рисунка, гидродинамический напор H_{20} вдоль элементарной

струи остается неизменным, поэтому линия cc_1 , соединяющая вершины отрезков a_1c и b_1c_1 , будет горизонтальной. Эта линия называется **линией полной удельной энергии** или **напорной линией**. Линия ab представляет **пьезометрическую линию** или **линию давления**, а линия AB – **линию геометрических высот**.

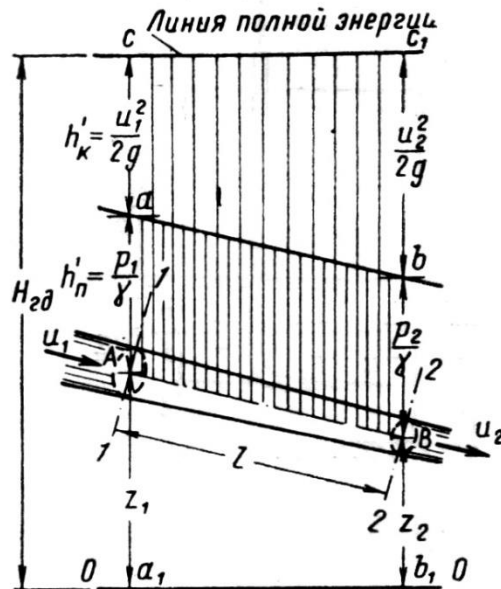


Рис. 2.3. Графическое изображение уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости

Для установления геометрического и энергетического смысла членов, входящих в уравнение Бернулли, рассмотрим каждый из них в отдельности.

Геометрические высоты z_1 и z_2 определяют положение частиц жидкости относительно плоскости сравнения, т. е. координата z представляет **энергию положения единицы веса жидкости** относительно плоскости сравнения.

Члены $\frac{p_1}{\rho \cdot g}$ и $\frac{p_2}{\rho \cdot g}$ являются пьезометрическими высотами, соответствующими избыточному гидростатическому давлению в заданных точках жидкости, т.е. $\frac{p}{\rho \cdot g}$ является **удельной энергией давления**.

Наконец, члены $\frac{u_1^2}{2 \cdot g}$ и $\frac{u_2^2}{2 \cdot g}$ представляют собой величины удельной кинетической энергии в рассматриваемых сечениях элементарной струйки. Выражение $\frac{u^2}{2 \cdot g}$ называется также **скоростным напором**.

В энергетическом смысле уравнение Бернулли выражает закон сохранения энергии, следовательно, сумма трех членов уравнения Бернулли для элементарной струйки идеальной жидкости есть величина постоянная:

$$z + \frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} = const$$

Если предположить, что поток остановился. Тогда столбик жидкости в трубке должен опуститься до уровня свободной поверхности жидкости, поскольку скорость движения и будет равна нулю, а значит и высота скоростного

напора $\frac{u^2}{2 \cdot g} = 0$.

9. Уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости

При движении реальной жидкости в ней возникают силы трения, обусловленные вязкостью. На преодоление этих сил затрачивается определенное количество энергии. Следовательно, общий запас полной удельной энергии струйки не может оставаться неизменным по длине, т. е. удельная энергия вдоль струйки будет уменьшаться, затрачиваясь на преодоление так называемых гидравлических сопротивлений.

Обозначив затраты энергии через $h_{\text{пот}}$ получим

$$\left(z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{u_1^2}{2 \cdot g} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{u_2^2}{2 \cdot g} \right) = h_{\text{пот}}$$

Необходимо отметить, что в потоке могут существовать два вида гидравлических сопротивлений: **сопротивления по длине и местные**.

Сопротивления по длине потока возникают вследствие действия поверхностных сил трения и вязкости реальной жидкости. Удельная энергия, затрачиваемая на преодоление сопротивлений по длине, называется **потерей напора по длине** и может быть обозначена $h_{\text{дл}}$.

Местные сопротивления связаны с внезапным изменением направления потока (поворот, закругление) или с резким изменением формы живого сечения потока (внезапное расширение или сужение сечения). Местные сопротивления вызывают в потоке местные возмущения, водовороты, местное беспорядочное движение и т. д. В зоне местных сопротивлений часть удельной энергии потока затрачивается на возвращение его за пределами местных сопротивлений к нормальному режиму движения. Затраты удельной энергии на преодоление местных сопротивлений называются **местными потерями напора** и обозначаются $h_{\text{м}}$.

Таким образом, дополнительный член уравнения Бернулли, выражающий общие (суммарные) потери напора в потоке, можно представить в виде суммы:

$$h_{\text{пот}} = h_{\text{дл}} + h_{\text{м}}$$

Графическое представление уравнения Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости дано на рис. 2.5.

Здесь линия cc_1 соответствует линии полной удельной энергии элементарной струйки идеальной жидкости (см. рис. 2.5), а линия cb' есть линия энергии или запорная линия элементарной струйки реальной жидкости. Отрезок c_1b' соответствует затратам энергии, т. е. падению гидродинамического напора на рассматриваемом участке струйки. Линия ab представляет пьезометрическую линию, а линия AB – линию геометрических высот.

Для характеристики условий движения реальной жидкости вводят понятия **геометрического i , пьезометрического $i_{\text{п}}$ и гидравлического I уклонов**.

Геометрическим уклоном называется падение линии дна канала на единицу длины, т. е.

$$i = \frac{z_1 - z_2}{l}$$

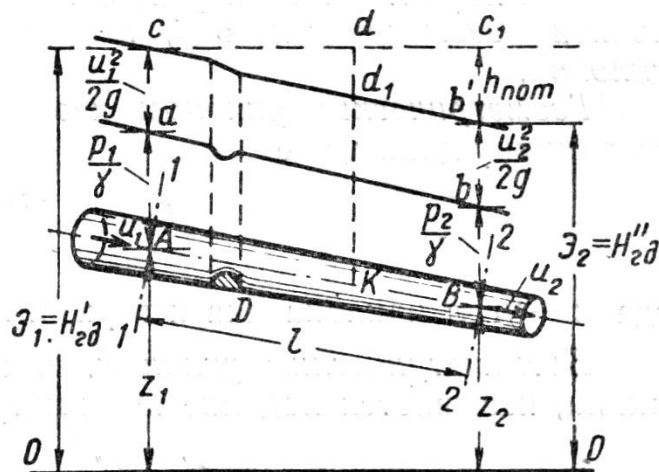


Рис. 2.5. Схема к выводу уравнения Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости

Пьезометрическим уклоном, или иначе **уклоном пьезометрической линии**, называется падение пьезометрической линии на единицу длины:

$$i_{\text{п}} = -\frac{d}{dl} \left(z + \frac{p}{\rho \cdot g} \right)$$

В этом выражении знак минус указывает на то, что линия ab (см. рис. 2.5) действительно будет понижаться по направлению движения жидкости.

Пьезометрический уклон может быть как положительной, так и отрицательной величиной. Сумму $z + \frac{p}{\rho \cdot g}$ называют **пьезометрическим (потенциальным) напором**.

Гидравлическим уклоном называется падение линии полной удельной энергии или напорной линии на единицу длины:

$$I = -\frac{dh_{\text{пот}}}{dl}$$

В данном выражении знак минус указывает, что падение напорной линии cb' (см. рис. 2.5) будет положительным.

10. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

При выводе уравнения Бернулли для потока реальной жидкости будем рассматривать поток как **плавноизменяющийся**, а для учета неравномерности распределения скоростей по сечению и вдоль потока введем поправочный коэффициент – **коэффициент кинетической энергии α (коэффициент неравномерности распределения скоростей по сечению потока)**, представляющий собой отношение действительной кинетической энергии потока к условной кинетической энергии, получаемой из предположения, что во всех струйках, из которых состоит поток, скорости одинаковы и равны средней скорости потока.

Уравнение Бернулли для элементарной струйки реальной жидкости

$$\frac{u_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 = \frac{u_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 + h_{\text{пот}}$$

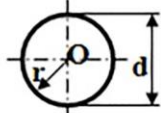
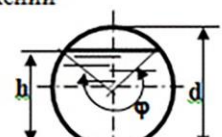
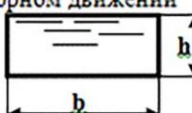
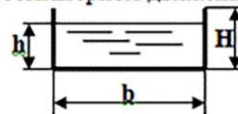
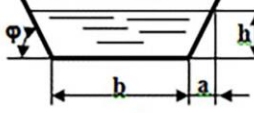

Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

$$\frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + z_1 = \frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + z_2 + h_{\text{пот}}$$

Как и при рассмотрении уравнения Бернулли для элементарной струйки, легко установить, что и для потока члены $\frac{\alpha \cdot v_1^2}{2 \cdot g}$ и $\frac{\alpha \cdot v_2^2}{2 \cdot g}$ выражают **удельную кинетическую энергию потока**, члены $\frac{p_1}{\rho \cdot g}$ и $\frac{p_2}{\rho \cdot g}$ — **удельную потенциальную энергию давления** и члены z_1 и z_2 — **удельную потенциальную энергию положения**.

11. Потоки жидкости, их геометрические и гидравлические параметры. Средняя скорость и расход потока.

В качестве основных элементов, характеризующих поток жидкости, различают: площадь живого сечения, смоченный периметр, гидравлический радиус, эквивалентный диаметр, средняя скорость потока, расход жидкости.

Форма сечения и схема	Площадь живого сечения ω	Смоченный периметр χ	Гидравлический радиус R
Трубы круглого сечения: а. при напорном движении  б. при безнапорном движении  φ — центральный угол в радианах	$\pi d^2 / 4 = 0,785d^2$ $\frac{1}{8}(\varphi - \sin \varphi)d^2$	πd $\frac{1}{2} \varphi d$	$r/2; d/4$ $\frac{1}{4} \left(1 - \frac{\sin \varphi}{\varphi} \right) d$
Каналы, лотки: а. <u>прямоугольный</u> при напорном движении  б. <u>прямоугольный</u> при безнапорном движении  в. трапецидальный  г. треугольный 	bh bh $(b + mh)h$ mh^2	$2(b + h)$ $b + 2h$ $b + 2h\sqrt{1 + m^2}$ $2h\sqrt{1 + m^2}$	$\frac{bh}{2(b + h)}$ $\frac{bh}{b + 2h}$ $\frac{(b + mh)h}{b + 2h\sqrt{1 + m^2}}$ $\frac{mh}{2\sqrt{1 + m^2}}$

Живым сечением называется сечение потока, проведенное перпендикулярно линиям тока. (Линией тока называется такая линия, касательные к которой в любой точке, совпадают с направлением векторов скорости частиц в данный момент времени.)

Смоченный периметр – часть периметра живого сечения потока, в которой жидкость соприкасается с твердыми стенками канала или трубы. (χ , м).

Гидравлический радиус – характеристика живого сечения, представляющая собой отношение площади живого сечения к смоченному периметру

Средняя скорость – фиктивная скорость (v , м/с), с которой должны двигаться все частицы жидкости в данном живом сечении, чтобы расход, проходящий через него, был равен расходу, вычисленному по действительным скоростям всех частиц в этом же сечении. $v = Q/w$

Расход – количество жидкости, протекающей через живое сечение потока в единицу времени. Расход жидкости потока равен произведению площади его живого сечения на среднюю скорость ($Q = v * w$).

12. Ламинарный режим движения жидкости и эпюра распределения скоростей в трубе круглого сечения.

Наблюдениями установлено также, что при сравнительно малых средних скоростях движения жидкости частицы ее перемещаются по практически параллельным траекториям. В этом случае движение жидкости будет **параллельноструйным**, а режим его называется **ламинарным**. При ламинарном режиме движения не происходит перемешивания частиц жидкости, скорости их движения не изменяются по величине и направлению (частицы a, b, c на рис. 2).

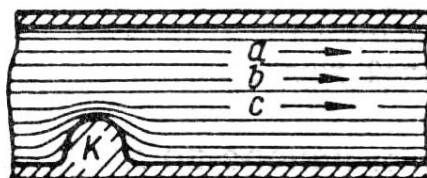


Рис. 2. Схема ламинарного режима движения реальной жидкости

Ламинарный режим движения не нарушается и при внесении в поток какого-либо сопротивления, например в виде выступа K . Этот выступ вызывает лишь местное возмущение, и за его пределами поток имеет ламинарный режим движения.

Распределение скоростей в сечении потока неравномерно. Оно характеризуется эпюрой распределения скоростей (рис. 4).

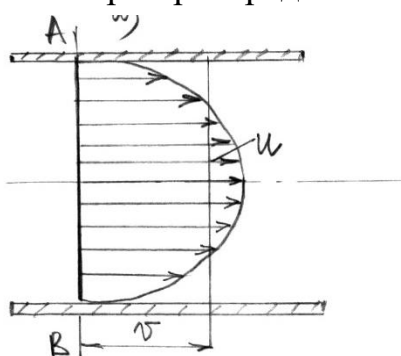


Рис. 4. Эпюра распределения скоростей в трубопроводе

13. Турбулентный режим движения жидкости и эпюра распределения скоростей в трубе круглого сечения.

Наблюдения за движением реальной жидкости и экспериментальные исследования показывают, что при значительных скоростях движения частицы реальной жидкости перемещаются по весьма сложным и извилистым траекториям (частицы *a*, *b*, *c* на рис. 1).

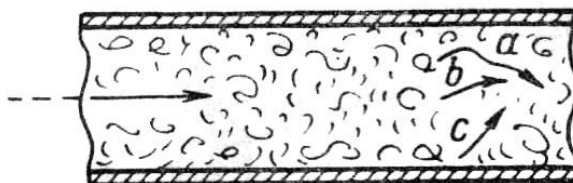


Рис. 1. Схема турбулентного режима движения реальной жидкости

Скорости частиц все время изменяются по величине и направлению. При этом в жидкости происходит интенсивное перемешивание частиц и во всей области потока возникают вихри, водовороты, в результате чего движение реальной жидкости является хаотическим (беспорядочным). **Такой режим движения жидкости называется турбулентным.**

Эпюра распределения осредненных скоростей по живому сечению потока с турбулентным режимом движения в цилиндрической трубе, полученная на основе опытных данных, показана на рис. 6. Из этой эпюры видно, что в пределах ламинарной пленки скорость движения жидкости весьма быстро возрастает от нуля у стенки трубы до некоторой конечной величины на границе пленки. В остальной части живого сечения потока эпюра распределения скоростей вследствие перемешивания частиц жидкости оказывается более выровненной – величины скоростей движения в разных точках этой части сечения близки между собой.

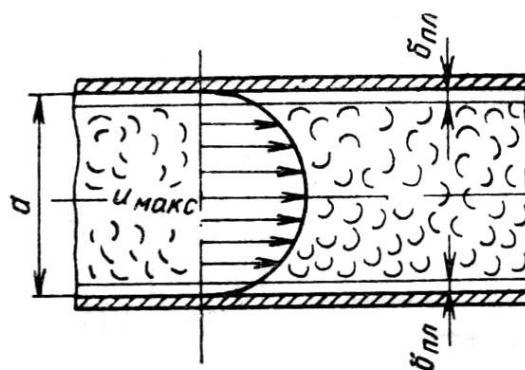


Рис. 6. Распределение осредненных скоростей по живому сечению потока с турбулентным режимом движения в цилиндрической трубе

14. Критическое число Рейнольдса и его значение.

Впервые мысль о существовании двух режимов движения жидкости была высказана великим русским ученым Д. И. Менделеевым в 1880 г. В 1883 г. эта

мысль была подтверждена экспериментами, проведенными английским ученым О. Рейнольдсом. Опыты Рейнольдса показали, что каждый из этих режимов *характеризуется вполне определенной величиной скорости движения*, а также что режим движения жидкости зависит не только *от величины средней скорости*, но и *от размеров живого сечения, физических свойств жидкости (вязкости, плотности) и шероховатости стенок трубы (канала)*.

В результате обработки большого опытного материала Рейнольдсом была получена функциональная зависимость

$$v = f(\rho, \mu, d)$$

раскрытие которой дает следующую формулу:

$$v = \frac{Re \cdot \nu}{d},$$

где Re – безразмерное (опытное) число, называемое критерием, или числом Рейнольдса;

$\nu = \mu/\rho$ – кинематический коэффициент вязкости (здесь μ – динамический коэффициент вязкости; ρ – плотность жидкости);

d – диаметр трубы.

Опытами Рейнольдса было установлено также, что переход от ламинарного режима движения к турбулентному или от турбулентного режима к ламинарному происходит при разных средних скоростях потока, называемых критическими, т. е. *границы существования ламинарного и турбулентного режимов движения определяются критическими значениями средней скорости потока*.

Нужно заметить, что режим движения характеризуется также критерием (числом) Рейнольдса Re ; переход от одного режима движения к другому будет происходить при его определенном значении, называемом *критическим числом Рейнольдса* $Re_{кр}$.

Таким образом, если средняя скорость потока v больше критической скорости $v_{кр}$, а также если число Рейнольдса Re больше критического числа Рейнольдса $Re_{кр}$, то поток имеет *турбулентный режим движения*.

Критическая скорость определится по формуле:

$$v_{кр} = \frac{Re_{кр} \cdot \nu}{d},$$

откуда критическое число Рейнольдса будет равно:

$$Re_{кр} = \frac{v_{кр} \cdot d}{\nu},$$

Опытами Шиллера, проведенными в натуральных условиях на напорных трубопроводах, установлено, что для труб $Re_{кр} = 2320$.

Для открытых русел (каналов) выражение имеет следующий вид:

$$Re_{кр} = \frac{v_{кр} \cdot R}{\nu},$$

где R – гидравлический радиус.

Исследованиями А.П. Зегжда установлено, что для открытых каналов $Re_{кр} = 900$.

15. Виды гидравлических сопротивлений и потерь удельных энергий в потоке.

Имеются два вида сопротивлений: сопротивления по длине и сопротивления местные.

Сопротивления, возникающие по длине потока жидкости – **сопротивления по длине**. Для преодоления сил гидравлического трения, вектор которых направлен в обратную сторону движения потока жидкости, необходимо затратить механическую энергию. Потери механической энергии обусловлены работой сил трения. Работа сил трения по длине потока характеризуется касательными напряжениями, которые на участке длиной распределяются равномерно или достаточно равномерно. Потери напора (удельной механической энергии) по длине потока, затрачиваемые на преодоление сопротивления трения при равномерном или плавно изменяющемся неравномерном движении, называют потерями напора по длине.

Местными сопротивлениями называются участки потока жидкости, в которых происходит достаточно резкая деформация и средняя скорость изменяется по значению и направлению. Например, деформация связана с изменением сечения потока конечных размеров, переменной направления движения жидкости в трубопроводе. В результате деформации на местном участке имеет место достаточно резко изменяющееся неравномерное движение жидкости с вихреобразованием. Если длина участка сопротивления является весьма малой по сравнению с длиной потока, то потери напора по длине. Потери напора, возникающие на отдельных коротких участках потока и связанные с его деформацией, называются местными потерями.

16. Расчет потерь удельной энергии на местные гидравлические сопротивления.

Как известно, всякое внезапное изменение гидравлического режима потока вызывает местное нарушение нормального движения жидкости: изменяется распределение скоростей по живому сечению, возникают водовороты, усиливается беспорядочное движение.

К внезапному изменению гидравлического режима потока приводят местные гидравлические сопротивления (сопротивления движению жидкости) в трубопроводе в местах соединения труб разных диаметров, на поворотах, резких переломах и т. д. На преодоление этих сопротивлений затрачивается определенная часть энергии потока, так называемая местная потеря напора.

Величина местной потери напора зависит от количества и характера местных сопротивлений и может быть настолько значительна, что ею нельзя пренебречь при гидравлических расчетах труб.

В результате математического исследования местных потерь, проведенного Беланже и Борда, установлено, что в потоке с развитой турбулентностью потери напора, обусловленные местными гидравлическими сопротивлениями, пропорциональны квадрату скорости:

$$h_m = \xi \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

где ξ – безразмерный коэффициент местного сопротивления, определяемый опытным путем;

V – средняя скорость потока на расстоянии (10-50) d от местных сопротивлений (здесь d – диаметр трубы).

17. Общая формула расчета потерь удельной энергии по длине потока

Разность давлений $\frac{\Delta p}{\rho \cdot g}$ в сечениях 1-1 и 2-2 расходуется на преодоление гидравлических сопротивлений, т. е. $\frac{\Delta p}{\rho \cdot g} = h_{дл}$.

Если подставить это выражение в уравнение для средней скорости, получим

$$V = \frac{\Delta p \cdot r^2}{8 \cdot l \cdot \nu \cdot \rho} = h_{дл} \cdot \frac{g \cdot r^2}{8 \cdot l \cdot \nu}$$

откуда

$$h_{дл} = \frac{8 \cdot \nu \cdot l \cdot V}{g \cdot r^2}$$

Заменяя $r=d/2$ и производя некоторые преобразования, можем написать, что

$$h_{дл} = \frac{2 \cdot 32 \cdot \nu \cdot l \cdot V^2}{V \cdot 2 \cdot g \cdot d^2} = \frac{64 \cdot \nu \cdot l \cdot V^2}{V \cdot d \cdot 2 \cdot g \cdot d}$$

Но $Vd/\nu = Re$, следовательно:

$$h_{дл} = \frac{64 \cdot l \cdot \nu^2}{Re \cdot 2 \cdot g \cdot d}$$

Выражение $64/Re$ обычно *называют коэффициентом гидравлического трения (коэффициентом сопротивления)* и обозначают буквой λ . С учетом этого обозначения окончательное выражение для потерь напора по длине при ламинарном режиме движения будет иметь вид:

$$h_{дл} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\nu^2}{2g} = \xi_{дл} \cdot \frac{\nu^2}{2g}$$

Выражение свидетельствует о том, что потери напора при ламинарном режиме движения пропорциональны средней скорости движения в первой степени, зависят от рода жидкости (ν) и обратно пропорциональны геометрическим размерам потока.

18. Расчет потерь удельной энергии в потоке при турбулентном режиме в зависимости от областей (зон) сопротивления.

Потери напора по длине l потока с турбулентным режимом движения составляют:

$$h_{дл} = I \cdot l$$

или с учетом выражения

$$I = \frac{\tau}{\rho \cdot g \cdot R}$$

$$h_{\text{дл}} = \frac{\tau \cdot l}{\rho \cdot g \cdot R}$$

Для цилиндрической трубы $R = d/4$. Обозначая отношение $\tau/\rho \cdot g$ через bV^2 , где b – безразмерный опытный коэффициент, получаем

$$h_{\text{дл}} = \frac{4 \cdot b \cdot l \cdot V^2}{d}$$

Умножив и разделив правую часть данного равенства на $2 \cdot g$, после соответствующих преобразований получим

$$h_{\text{дл}} = \frac{4 \cdot b \cdot l \cdot V^2}{d} \cdot \frac{2 \cdot g}{2 \cdot g} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

где $\lambda = 8 \cdot b \cdot g$ – безразмерный коэффициент гидравлического трения для цилиндрических труб или коэффициент Дарси.

Выражение

$$h_{\text{дл}} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

выведенное французским инженером гидравликом Дарси, называется формулой Дарси. По этой формуле обычно определяют потери напора по длине трубопровода.

Изучению влияния различных факторов на величину коэффициента λ было посвящено много экспериментальных и теоретических исследований. На основании этих исследований был предложен целый ряд эмпирических формул для вычисления коэффициента λ .

1) Ламинарный режим $Re < 2320$

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

$$\text{где } Re = \frac{V \cdot d}{\nu}$$

2) Область гидравлически гладких русел

$$2320 < Re < Re_{\text{гл}} \approx 40 \cdot \frac{d}{\Delta}$$

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

3) Переходная область

$$Re_{\text{гл}} < Re < Re_{\text{кв}} \approx 500 \cdot \frac{d}{\Delta}$$

$$\lambda_{\text{пер}} = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}$$

4) Квадратичная область (область гидравлически шероховатых русел)

$$Re > Re_{\text{кв}}$$

$$\lambda_{\text{пер}} = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}$$

19. Истечение жидкости через отверстие и насадки при постоянном напоре.

В зависимости от условий истечения жидкости из отверстий различают *малые и большие отверстия в тонкой и толстой стенке*.

К малым относят отверстия, размер (диаметр d) которых меньше $0,1 H$, где H – действующий напор.

К большим относят отверстия, размер (высота h) которых превышает $0,1 H$.

Отверстием в тонкой стенке (рис. 1, а) считается отверстие, края которого имеют заостренную кромку. В этом случае стенка не оказывает воздействия на форму и структуру протекающей через отверстие струи, которая в связи с этим преодолевает лишь *местные сопротивления*.

Отверстием в толстой стенке (рис. 1, б) считается отверстие в такой стенке, в которой струя до получения свободного падения преодолевает гидравлические сопротивления *как по длине, так и местные*. Толщина толстой стенки b больше трех диаметров отверстия d .

К отверстиям в толстой стенке относятся и насадки – короткие патрубки разных типов и профилей, установленные у отверстия в тонкой стенке.

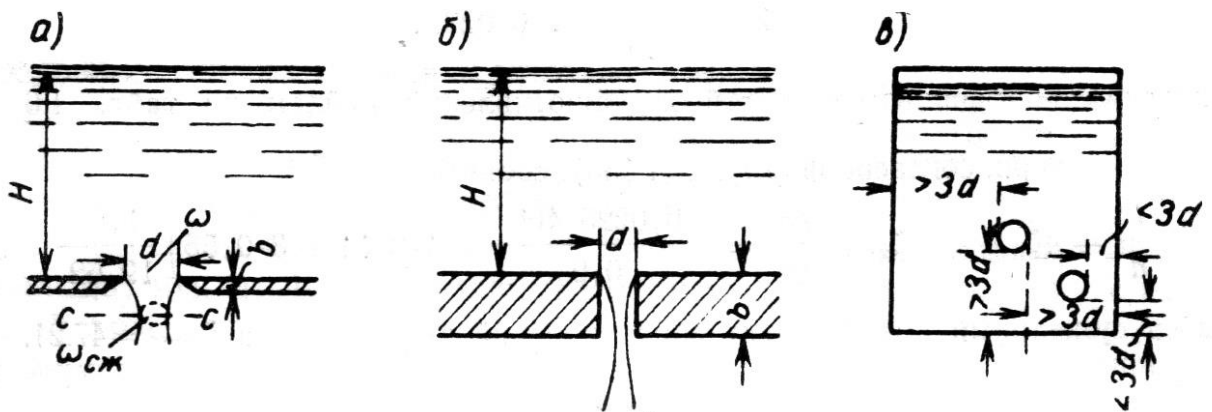


Рис. 1. Схемы истечения жидкости из отверстий

При вытекании струи жидкости из отверстия происходит сжатие ее поперечного сечения, т.е. площадь ее сечения становится меньше площади сечения отверстия. В зависимости от расположения отверстия по отношению к боковым стенкам и дну сосуда различают *совершенное и несовершенное сжатие струи* (рис. 1, в).

Совершенное сжатие происходит в случае, когда контур отверстия удален от стенок сосуда на расстояние, превышающее $3d$, где d – диаметр отверстия. При этом стенки сосуда не оказывают влияния на сжатие струи.

В случае, когда одна из стенок сосуда (или несколько его стенок) находится от отверстия на расстоянии, меньшем $3d$, **сжатие струи будет несовершенным**. При этом стенки сосуда оказывают влияние на условия истечения и струя испытывает только частичное сжатие.

Сжатие струи при выходе из любого отверстия происходит в результате движения частиц жидкости на подходе к отверстию по криволинейным траекториям. От отверстия до сжатого сечения $сс$ (см. рис. 1, а) наблюдается движение, к ко-

торому вследствие значительного искривления линий тока неприменимо уравнение Бернулли. В сжатом же сечении cc линии тока практически параллельны друг другу, параллельны друг другу и векторы местных скоростей. Эпюра скоростей здесь поэтому близка к прямоугольнику. В силу изложенного к сжатому сечению вполне применимо уравнение Бернулли. Расстояние от сжатого сечения струи cc до внутренней поверхности стенки невелико. Так, для отверстия круглого сечения оно, согласно имеющимся опытным данным, составляет $0,5d$, где d – диаметр отверстия. За сжатым сечением в свободно падающей струе наблюдается плавноизменяющееся движение. Гидродинамическое давление в сжатом сечении принимается равным атмосферному.

В ряде случаев при истечении жидкости из малых отверстий поперечное сечение струи может менять свою форму по длине вследствие того, что скорости подхода к отверстию неодинаковы в различных точках периметра отверстия. Это явление носит название *инверсии струи*.

Условия сжатия струи имеют значительное влияние на пропускную способность отверстия. Для оценки степени сжатия струи вводится понятие коэффициента сжатия струи ε :

$$\varepsilon = \frac{\omega_{сж}}{\omega}$$

где $\omega_{сж}$ – площадь сжатого сечения струи;

ω – площадь сечения отверстия.

При практических расчетах значение коэффициента ε для малых отверстий принимается равным 0,64-0,6.

2. Истечение жидкости из незатопленного отверстия в тонкой стенке при постоянном напоре

Истечение из малого отверстия. Рассмотрим сосуд, наполненный жидкостью, на свободную поверхность которой действует внешнее давление, большее атмосферного, т.е. $p > p_{атм}$ (рис. 2).

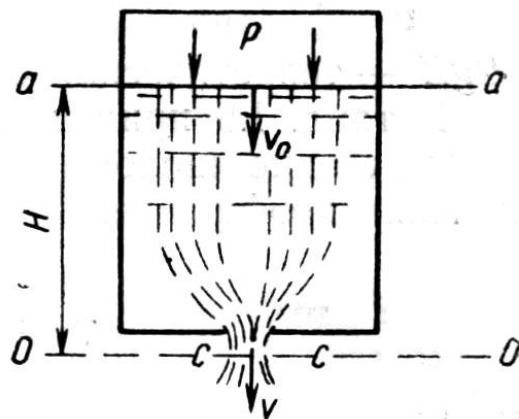


Рис. 2. Схема свободного истечения жидкости из малого отверстия в тонкой стенке

В дне сосуда имеется малое отверстие диаметром не более $0,1H$, через которое происходит истечение жидкости в атмосферу. Уровень свободной поверхности $a-a$, а значит, и напор H и давление p остаются неизменными во время истечения жидкости; другими словами, приток жидкости в сосуд равен количеству вытекающей жидкости.

Выведем основные расчетные формулы для определения скорости и расхода при заданных условиях истечения жидкости.

Составим уравнение Бернулли относительно плоскости сравнения $0-0$ для сечения $a-a$, совпадающего со свободной поверхностью жидкости в сосуде, и сжатого сечения струи $c-c$, совпадающего с плоскостью сравнения $0-0$ (коэффициент α примем равным единице):

$$H + \frac{p}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h_m$$

В этом уравнении v_0 и v – средние скорости движения жидкости в соответствующих сечениях, $p_{\text{атм}}$ – атмосферное давление, $h_m = \xi v^2/2g$ – местные потери напора в самом отверстии, ξ – коэффициент сопротивления отверстия.

С учетом выражения местных потерь напора уравнение можно представить в следующем виде:

$$H + \frac{p}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + \xi \frac{v^2}{2g}$$

или

$$H + \frac{p - p_{\text{атм}}}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} = (1 + \xi) \frac{v^2}{2g}$$

Отсюда получим выражение для скорости движения жидкости в сжатом сечении струи:

$$v = \sqrt{\frac{2g}{1 + \xi} \left(H + \frac{p - p_{\text{атм}}}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} \right)}$$

или

$$v = \varphi \sqrt{2g \left(H + \frac{p - p_{\text{атм}}}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} \right)}$$

где $\varphi = \sqrt{\frac{1}{1 + \xi}}$ – коэффициент скорости.

Полученное выражение является общей формулой для определения скорости истечения жидкости.

В случае, когда $p = p_{\text{атм}}$, а площадь сечения сосуда Ω значительно больше площади отверстия ω , например $\Omega/\omega > 10$, так что скорость v_0 практически незначительна и ею можно пренебречь, выражение существенно упрощается:

$$v = \varphi \sqrt{2gH} \quad (*)$$

Отсюда коэффициент скорости будет равен:

$$\varphi = \frac{v}{\sqrt{2gH}}$$

где v – фактическая скорость струи;

$\sqrt{2gH}$ – теоретическая скорость струи.

Напор, соответствующий заданной скорости истечения v

$$H = \frac{v^2}{2g\varphi^2} = \frac{v^2}{2g} (1 + \xi)$$

откуда значение скоростного напора

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{H}{1 + \xi}$$

а местные потери напора

$$h_m = H - \frac{v^2}{2g} = \frac{\xi H}{1 + \xi}$$

Расход жидкости, вытекающей из отверстия, вычисляется из условия неразрывности струи. При этом нужно иметь в виду, что скорость v , вычисленная по формуле (*), соответствует скорости струи в сжатом сечении $\omega_{сж}$, поэтому при определении расхода Q через площадь сечения отверстия ω в уравнение неразрывности следует ввести коэффициент сжатия ε :

$$Q = \varepsilon \omega v = \varepsilon \varphi \omega \sqrt{2gH}$$

Если обозначить $\varepsilon \varphi = \mu$, тогда

$$Q = \mu \omega \sqrt{2gH}$$

где μ – коэффициент расхода.

Для отверстий в тонкой стенке коэффициент расхода μ принимается равным 0,62-0,6.

Если истечение струи из отверстия происходит с несовершенным сжатием, коэффициент расхода $\mu_{несов}$ несколько увеличивается в зависимости от соотношения ω/Ω , где ω – площадь сечения отверстия, Ω – площадь поперечного сечения сосуда перед отверстием. При этом величина коэффициента расхода может быть определена по следующей приближенной формуле:

$$\mu_{несов} = \mu \left(1 + \frac{\omega}{\Omega} \right)$$

20. Особенности турбулентного режима движения жидкости. Понятие о гидравлически гладких и шероховатых трубах.

Для выяснения физической сущности и характеристики структуры турбулентного режима движения жидкости кратко изложим весьма распространенную в настоящее время гипотезу Л. Прандтля. Согласно этой гипотезе непосредственно у стенки, ограничивающей поток, например, у стенки трубы, возникает некоторый пограничный слой. В части этого слоя, примыкающей к самой стенке, режим движения жидкости будет ламинарным. По этой причине эту часть пограничного слоя называют *ламинарным тонким подслоем* или *ламинарной пленкой*. Непосредственно за ламинарной пленкой располагается тонкий слой жидкости, являющийся переходной зоной от ламинарного к турбулентному режиму. Ламинарная пленка и переходная зона составляют пограничный слой.

В переходной зоне, в непосредственной близости от ламинарной пленки, зарождаются вихри, вызванные либо увеличением скорости движения, либо влиянием выступов шероховатости на стенке, высота которых превышает толщину ламинарной пленки.

Если высота выступов шероховатости Δ меньше толщины ламинарной пленки $\delta_{пл}$, имеем гидравлически гладкую стенку (рис. 5, а), если $\delta_{пл} < \Delta$, имеем гидравлически шероховатую стенку (рис. 5, б).

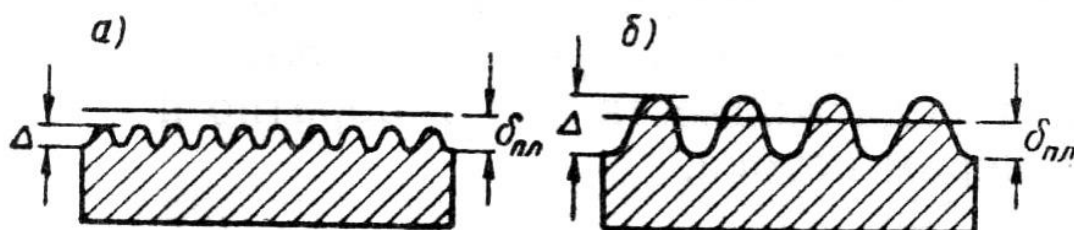


Рис. 5. Схематическое изображение гидравлически гладкой (а) и гидравлически шероховатой (б) поверхностей

Толщина ламинарной пленки, измеряемая в долях миллиметра, при движении жидкости в цилиндрических трубах определяется по следующей приближенной формуле:

$$\delta_{пл} = \frac{68,4 \cdot r}{Re^{0,875}}$$

где r – радиус трубы.

Из формулы следует, что с увеличением числа Рейнольдса Re толщина ламинарной пленки $\delta_{пл}$ уменьшается. Зарождающиеся в пограничном слое вихри отделяются от него и проникают в центральную часть потока, образующую так называемое *турбулентное ядро течения*. В турбулентном ядре происходит интенсивное и непрерывное перемешивание частиц жидкости, вызывающее появление дополнительных потерь напора, которые сопровождаются гашением заключенной в вихрях кинетической энергии турбулентности.

21. Зоны (области) гидравлического сопротивления при турбулентном режиме движения жидкости.

Выражение

$$h_{дл} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

выведенное французским инженером гидравликом Дарси, называется формулой Дарси. По этой формуле обычно определяют потери напора по длине трубопровода.

Изучению влияния различных факторов на величину коэффициента λ было посвящено много экспериментальных и теоретических исследований. На основании этих исследований был предложен целый ряд эмпирических формул для вычисления коэффициента λ в зависимости от режима движения:

1) Ламинарный режим $Re < 2320$

$$\lambda = \frac{64}{Re},$$

где $Re = \frac{V \cdot d}{\nu}$.

2) Область гидравлически гладких русел

$$2320 < Re < Re_{г\lambda} \approx 40 \cdot \frac{d}{\Delta}$$

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$$

3) Переходная область

$$Re_{г\lambda} < Re < Re_{кв} \approx 500 \cdot \frac{d}{\Delta}$$

$$\lambda_{пер} = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25}$$

4) Квадратичная область (область гидравлически шероховатых русел)

$$Re > Re_{кв}$$

$$\lambda_{пер} = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta}{d} \right)^{0,25}$$

22. Методика гидравлического расчета коротких трубопроводов (типы 1, 2, 3).

Гидравлический расчет короткого трубопровода выполняется на основе уравнения Бернулли для двух выбранных сечений потока, а также уравнения расхода.

Составляется уравнение Бернулли для двух сечений 1-1 и 2-2 относительно плоскости отсчета 0-0.

Выясняется цель задачи (I тип – $H(p)$; II тип – $Q(V)$; III тип – d);

Рассчитываются потери напора и находится искомая величина.

$$h_{тр} = \sum h_{МЕСТ} + \sum h_{ДЛ}$$

Существуют следующие рекомендации при составлении уравнения Бернулли:

1) Расчетные сечения выбирают там, где известно давление, но в уравнение должна попасть и искомая величина;

2) На участке потока между сечениями не должно быть источника или потребителя энергии (насоса или гидродвигателя);

3) Нумерация выбранных сечений 1-1 и 2-2 производится по течению потока;

4) Плоскость сравнения (отсчета) выбирается горизонтальной.

В расчете коротких трубопроводов имеются три типа задач.

Задача первого типа: Целью такой задачи является определение напора (H) или давления (p);

Задача второго типа: Целью такой задачи является определение расхода (но предварительно необходимо вычислить среднюю скорость потока).

Задача третьего типа: Целью такой задачи является определение диаметра трубопровода (задача решается методом подбора).

23. Гидравлический расчет длинных трубопроводов (простого трубопровода, последовательное и параллельное соединения).

При расчете простых напорных трубопроводов решаются следующие задачи:

1) определяется напор H или давление p в начале трубопровода при известных расходе Q , размерах трубопровода l и d , шероховатости $\Delta_{\text{э}}$ его стенок и рода транспортируемой жидкости (плотность ρ и кинематическая вязкость ν);

2) определяется величина транспортируемого расхода Q при известных расчетном напоре H или давлении p , размерах l и d трубопровода, шероховатости $\Delta_{\text{э}}$ его стенок и рода транспортируемой жидкости (ρ и ν);

3) определяется диаметр d трубопровода при известных транспортируемом расходе Q , расчетном напоре H или давлении p , длине трубопровода l шероховатости $\Delta_{\text{э}}$ его стенок и рода жидкости (ρ и ν);

Изучение закономерностей равномерного движения в гидравлически длинных трубопроводах следует начать с зависимостей для простого трубопровода.

Длинным простым трубопроводом считается трубопровод, не имеющий ответвлений и состоящий из труб одного диаметра.

Для гидравлически длинных трубопроводов потери напора на местные гидравлические сопротивления либо вовсе не учитывают, либо учитывают путем увеличения потерь напора по длине на 5... 10%.

Расчетной формулой гидравлически длинного простого трубопровода является формула Дарси-Вейсбаха

$$h_{\text{дл}} = \zeta_{\text{дл}} V^2 / (2g);$$

где $\zeta_{\text{дл}}$ – коэффициент гидравлического сопротивления по длине потока;

Тогда формула для определения потерь напора по длине потока (формула Дарси-Вейсбаха) будет иметь вид:

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l V^2}{d 2g} = \lambda \frac{l V^2}{4R 2g}$$

которая легко трансформируется в формулу Шези

$$V = C\sqrt{RI} \quad \text{и} \quad Q = C\omega\sqrt{RI}$$

где I – гидравлический уклон, который равен $I = H/l$;

C – коэффициент Шези, значение которого может определяться по

$$C = 1/n + 17,72 \lg R;$$

R – гидравлический радиус, в метрах;

n – коэффициент шероховатости стенок русла.

Для упрощения расчетов длинных трубопроводов вводится понятие расходной характеристики или модуля расхода

$$k = c\omega\sqrt{R}$$

которая имеет размерность расхода.

Учитывая, что коэффициент Шези по (8.6) определяется для квадратичной области сопротивления, то и значения расходных характеристик рассчитаны для этой области сопротивления и для стандартных диаметров труб приводятся в справочной и учебной литературе [1. табл. П.V, с. 593]. Тогда с учетом отмеченного выше примет вид

$$Q = \theta_1 k_{KB} \sqrt{I}$$

где θ_1 – коэффициент, учитывающий область сопротивления, и показывает

$$\theta_1 = c_1 / c_{KB} = \sqrt{\lambda_{KB} / \lambda}.$$

Для водопроводов приводится в зависимости от средней скорости движения воды и материала трубопровода.

Решив относительно потерь напора по длине потока, получим

$$h_{дл} = \theta_2 Q^2 l / k_{KB}^2 = \theta_2 Q^2 L A_{KB}$$

где $\theta_2 = 1 / \theta_1^2$.

l – длина рассматриваемого участка трубопровода, м;

L – тоже, в км;

$A_{KB} = 1000 / k_{KB}^2$ – удельное сопротивление трубопровода на 1 км длины.

В практике, кроме транзитного расхода, водоразбор может производиться и по длине трубопровода. В простейшем случае расход по длине трубопровода уменьшается на постоянную величину $q = Q/l$. При расчете таких трубопроводов вводится понятие расчетного расхода [1. с.265]

$$Q_{РАСЧ} = Q_T + 0,55Q_P$$

где Q_P , – расход непрерывной раздачи вдоль трубопровода.

Эта формула справедлива для любого типа распределения расхода: транзитного $Q_{РАСЧ} = Q_T$; с непрерывной раздачей $Q_{РАСЧ} = 0,55Q_P$, или смешанного.

При последовательном соединении труб разных диаметров (см. рис. 1), потери напора по длине складываются из суммы потерь на отдельных участках

$$h_{дл} = h_{дл_1} + h_{дл_2} + \dots + h_{дл_n} = \sum_{i=1}^{i=n} h_{дл_i}$$

Если по трубопроводу расход транспортируется транзитом через все участки, то его величина определяется по формуле

$$Q = \sqrt{\frac{h_{дл}}{\sum_{i=1}^{i=n} \theta_{2i} A_{KB_i} L_i}}$$

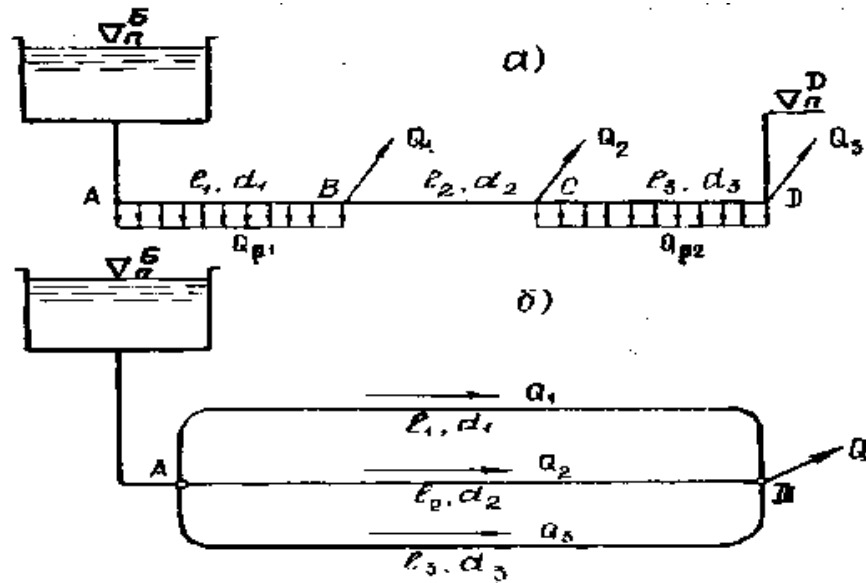


Рис. 1. Схемы соединения труб в трубопроводе:
 а) последовательное соединение; б) параллельное соединение

При параллельном соединении труб разных диаметров (рис. 1) расход складывается из суммы расходов на отдельных линиях

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = \sum_{i=1}^{i=n} Q_i,$$

а потери удельной энергии по длине одинаковы для всех параллельных линий. Определяются потери по формуле

$$h_{ДП} = \frac{Q^2}{\left(\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\theta_i k_{KBi}}{\sqrt{l_i}} \right)^2},$$

24. Гидравлический удар в напорном трубопроводе. Виды гидравлического удара.

Гидравлическим ударом называется резкое повышение давления, возникающее в напорном трубопроводе при внезапном торможении потока рабочей жидкости. Этот процесс является очень быстротечным и характеризуется чередованием резких повышений и понижений давления, которое связано с упругими деформациями жидкости и стенок трубопровода. Гидравлический удар чаще всего возникает при резком открытии или закрытии крана или другого устройства, управляемого потоком.

Пусть в конце трубы, по которой движется жидкость со скоростью Q_0 , произведено мгновенное закрытие крана (рис. 2, а).

Пусть в конце трубы, по которой движется жидкость со скоростью v_0 , произведено мгновенное закрытие крана (рис. 2, а).

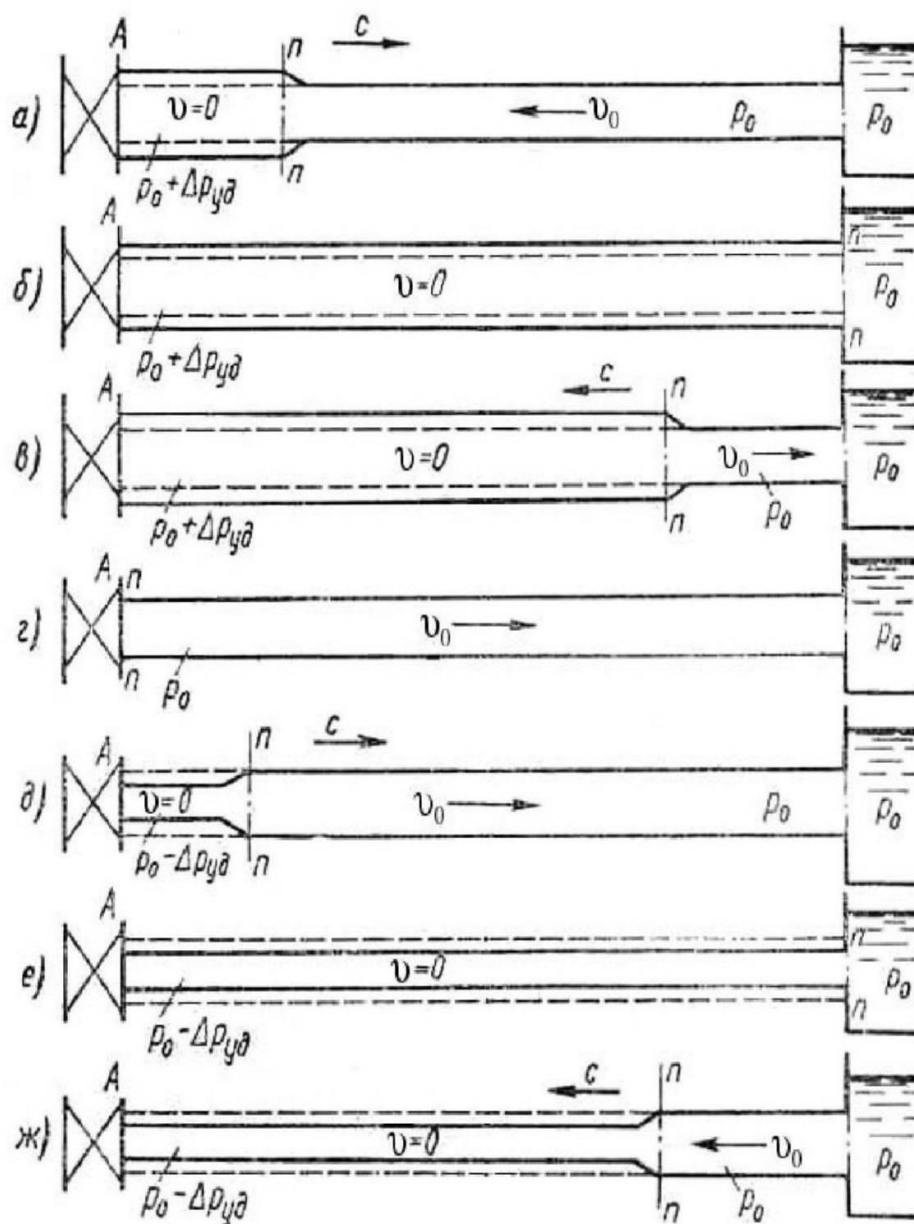


Рис. 2. Стадии гидравлического удара

При этом скорость частиц, натолкнувшихся на кран, будет погашена, а их кинетическая энергия перейдет в работу деформации стенок трубы и жидкости. При этом стенки трубы растягиваются, а жидкость сжимается в соответствии с увеличением давления на величину $\Delta P_{уд}$, которое называется ударным. Область (сечение $n-n$), в которой происходит увеличение давления, называется ударной волной. Ударная волна

распространяется вправо со скоростью c , называемой скоростью ударной волны.

Когда ударная волна переместится до резервуара, жидкость окажется остановленной и сжатой во всей трубе, а стенки трубы – растянутыми. Ударное повышение давления распространится на всю длину трубы (рис. 2, б).

Далее под действием перепада давления $\Delta P_{уд}$ частицы жидкости устремятся из трубы в резервуар, причем это течение начнется с сечения, непосредственно прилегающего к резервуару. Теперь сечение $n-n$ перемещается обратно к крану с той же скоростью c , оставляя за собой выровненное давление P_0 (рис. 2, в).

Жидкость и стенки трубы предполагаются упругими, поэтому они возвращаются к прежнему состоянию, соответствующему давлению P_0 . Работа деформации полностью переходит в кинетическую энергию, и жидкость в трубе приобретает первоначальную скорость v_0 , но направленную теперь в противоположную теперь сторону.

С этой скоростью весь объем жидкости стремится оторваться от крана, в результате возникает отрицательная ударная волна под давлением $P_0 - \Delta P_{уд}$, которая направляется от крана к резервуару со скоростью c , оставляя за собой сжавшиеся стенки трубы и расширившуюся жидкость, что обусловлено снижением давления (рис. 2, д). Кинетическая энергия жидкости вновь переходит в работу деформаций, но противоположного знака.

Состояние трубы в момент прихода отрицательной ударной волны к резервуару показано на рис. 2, е. Так же как и для случая, изображенного на рис. 2, б, оно не является равновесным. На рис. 2, ж, показан процесс выравнивания давления в трубе и резервуаре, сопровождающийся возникновением движения жидкости со скоростью v_0 .

Очевидно, что как только отраженная от резервуара ударная волна под давлением $\Delta P_{уд}$ достигнет крана, возникнет ситуация, уже имевшая место в момент закрытия крана. Весь цикл гидравлического удара повторится.

Протекание гидравлического удара во времени иллюстрируется диаграммой, представленной на рис. 3, а и б.

Штриховыми линиями показано теоретическое изменение давления у крана в точке А, а сплошной действительный вид картины изменения давления по времени (рис. 3, а). При этом затухание колебаний давления происходит за счет потерь энергии жидкости на преодоление сил трения и ухода энергии в резервуар.

Если давление P_0 невелико ($P_0 < \Delta P_{уд}$), то картина изменения амплитуды давления получается несколько иная, примерно такая, как показано на рис. 3, б.

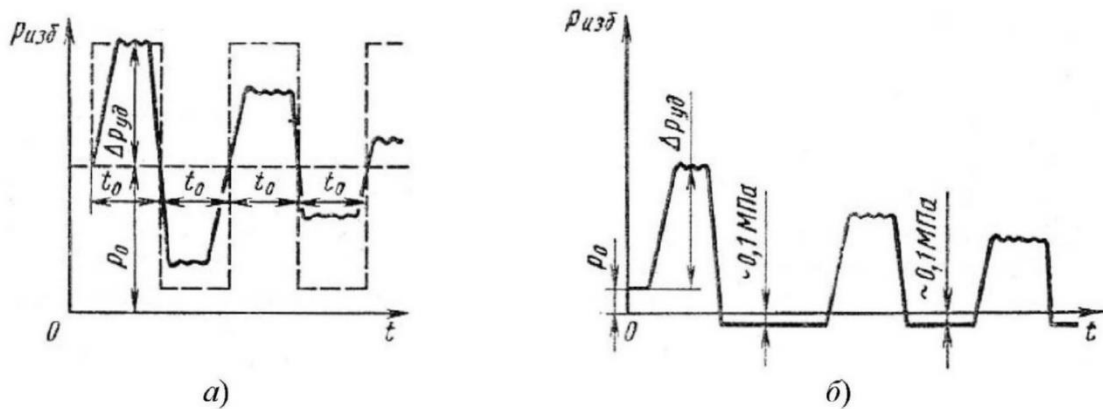


Рис. 3 Изменение давления по времени у крана

Повышение давления при гидравлическом ударе можно определить по формуле

$$\Delta P_{уд} = \rho v_0 c.$$

Данное выражение носит название *формулы Жуковского*. В нем скорость распространения ударной волны c определится по формуле:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{K} + \frac{2\rho r}{\delta E}}},$$

где r – радиус трубопровода;
 E – модуль упругости материала трубы;
 δ – толщина стенки трубопровода;
 K – объемный модуль упругости

Если предположить, что труба имеет абсолютно жесткие стенки, т.е. $E = \infty$, то скорость ударной волны определится из выражения

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}.$$

Для воды эта скорость равна 1435 м/с, для бензина 1116 м/с, для масла 1200 - 1400 м/с.

25. Дифференциальное уравнение установившегося плавно изменяющегося движения в открытых руслах.

Открытые русла могут быть классифицированы по параметрам, определяющим изменение площади живого сечения потока на: *непризматические и призматические*.

К *призматическим* руслам относят такие русла, когда изменение его гидравлических параметров по длине потока связано только с изменением глубины. У *непризматических* русел, форма или геометрические размеры какого-либо элемента поперечного профиля меняются по длине, поэтому площадь живого сечения потока ω будет функцией как длины русла, (вследствие изменения формы или размеров сечения), так и функцией глубины потока вдоль русла, т. е. $\omega = f(h, l)$.

Рассмотрим продольный профиль прямолинейного потока по линии наибольших глубин, показанный на рис. 1. Геометрические размеры русла будем считать изменяющимися по оси движения весьма плавно, а сам поток, следовательно, находящимся в условиях плавно изменяющегося движения.

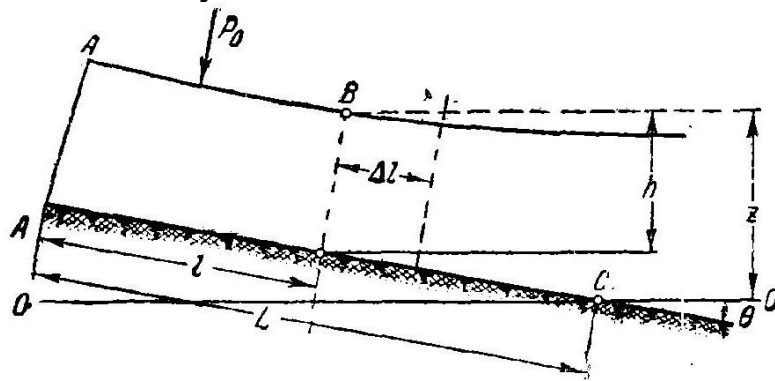


Рис. 1.

На основании применения уравнения Бернулли и его решения для установившегося плавно изменяющегося движения жидкости в открытом призматическом русле получено основное дифференциальное уравнение, которое показывает закон изменения глубины h потока по его длине l и имеет вид

$$\frac{dh}{dl} = \left(i - \frac{Q^2}{C^2 \omega^2 R} \right) / \left(1 - \frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} B \right), \quad (*)$$

где $i = \sin \theta$ – уклон дна русла;

θ – угол наклона русла к горизонту;

B – ширина канала по урезу воды.

C – коэффициент Шези определяемый по формуле И.И. Агроскина

$$C = 1/n + 17,72 \lg R;$$

Поскольку средняя скорость потока $V = Q/\omega$ и средняя глубина потока в сечении $h_{cp} = \omega / B$, то в знаменателе уравнения величина $\frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} B = \frac{\alpha V^2}{g h_{cp}} = \Pi_k$

показывает энергетическое состояние потока и называется *параметром кинетичности*.

26. Виды установившегося движения жидкости. Спокойные и бурные потоки. Критическая глубина и ее расчет.

На основании применения уравнения Бернулли и его решения для установившегося плавно изменяющегося движения жидкости в открытом призматическом русле получено основное дифференциальное уравнение, которое показывает закон изменения глубины h потока по его длине ℓ и имеет вид

$$dh/d\ell = (i - \frac{Q^2}{C^2 \omega^2 R}) / (1 - \frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} B), \quad (*)$$

где $i = \sin \theta$ – уклон дна русла;

θ – угол наклона русла к горизонту;

B – ширина канала по урезу воды.

C – коэффициент Шези определяемый по формуле И.И. Агроскина

$$C = 1/n + 17,72 \lg R;$$

Поскольку средняя скорость потока $V = Q/\omega$ и средняя глубина потока в сечении $h_{cp} = \omega / B$, то в знаменателе уравнения величина

$$\frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} B = \frac{\alpha V^2}{g h_{cp}} = \Pi_k /$$

показывает энергетическое состояние потока и называется **параметром кинетичности**. Пользуясь этим параметром, устанавливают состояние потока:

при $\Pi_k < 1,0$ – спокойное состояние;

$\Pi_k = 1,0$ – критическое состояние;

$\Pi_k > 1,0$ – бурное состояние.

Следует обратить внимание, что параметр кинетичности может принимать различные значения. Если $\Pi_k \neq 1,0$, то решение уравнения (*) может иметь три случая:

– $dh/d\ell > 0$ – движение с нарастанием глубин по длине потока и образуется так называемая, кривая подпора;

– $dh/d\ell < 0$ – движение с уменьшением глубин по длине потока, или с образованием кривой спада;

– $dh/d\ell = 0$ – движение с постоянной глубиной по длине потока.

Является очевидным, что в первых двух случаях имеет место неравномерное плавно изменяющееся движение жидкости, а третий случай соответствует равномерному движению жидкости и его уравнение получается как частный случай уравнения (*), а именно:

$$i - Q^2 / (\omega^2 C^2 R) = 0 \text{ или } Q = C \omega \sqrt{Ri}$$

Однако при $\Pi_k \rightarrow 1$ знаменатель уравнения (*) стремится к нулю и производная $dh/d\ell \rightarrow \infty$. При этом имеет место особый случай неплавно изменяющегося движения жидкости, который не описывается уравнением (*).

Из самого определения критической глубины получено уравнение критического состояния потока, которое имеет вид

$$\alpha Q^2 / g = \omega^3 / B_k.$$

Для русла произвольной формы оно решается подбором или графоаналити-

чески, а для русла правильного поперечного сечения имеет более простые решения.

Для прямоугольного русла

$$h_k = \sqrt[3]{\alpha q^2 / g}$$

где $q = Q/B$ – удельный расход, т. е. расход на единицу ширины прямоугольного русла.

27. Гидравлический расчет каналов при равномерном движении жидкости.

Равномерное движение воды в каналах характеризуется следующими параметрами: каналы трапецеидального поперечного сечения – расходом Q , уклоном i , коэффициентами шероховатости n и заложения откосов m , средней скоростью V движения потока, глубиной наполнения h_0 и шириной канала по дну b ; Из анализа основных расчетных зависимостей и исходных величин, на основании которых производится расчет каналов, можно выделить три основных типа задач, встречающихся при их гидравлическом расчете.

Задачи первого типа. Заданы Q, i, n, m, h_0 , требуется определить для каналов трапецеидального профиля сечения, ширину канала по дну b и среднюю скорость движения потока или задана соответственно b , а требуется определить глубину наполнения канала и среднюю скорость движения потока.

Задачи второго типа. Заданы Q, i, n, m , требуется определить параметры живого сечения канала: для трапецеидального – h_0 и b , а также среднюю скорость движения потока. Решение задач этого типа при указанных исходных величинах имеет неопределенность, которая устраняется введением дополнительных условий:

- канал должен быть гидравлическим наивыгоднейшего профиля;
- канал должен иметь заданные отношения $\beta = b / h_0$ для трапецеидального

Задачи третьего типа. В задачах этого типа также, как в задачах второго типа требуется определить параметры живого сечения канала, но при известной величине средней скорости движения потока. Величина V обычно принимается по максимальной допустимой неразмывающей средней скорости (зависящей от вида грунта).

28. Расчет кривых свободной поверхности потока в призматических руслах при установившемся неравномерном движении жидкости (при $I > 0$).

Решение дифференциального уравнения (*) установившегося неравномерного движения жидкости в призматическом русле было выполнено рядом ученых и инженеров. В качестве рекомендуемого рассмотрим решение акад. Н. Н. Павловского и проф. И. И. Агроскина, которое обеспечивает достаточную точность и имеет наиболее простую технику расчета.

Для упрощения решения указанными выше способами вводится новая переменная, в качестве которой принята

$$Z = \sqrt[3]{(Q' / Q)^2},$$

где x – гидравлический показатель русла, который в этих способах принят произвольной постоянной величиной: решении Н. Н. Павловского $x = 2,0 \dots 4,5$; в решении И. И. Агроскина $x = 5,5$;

Q' – фиктивный расход потока при условии равномерного движения с глубиной наполнения h неравномерного движения и определения по уравнению $Q = C\omega \sqrt{Ri}$

$$dh = adZ,$$

откуда

$$a = dh/dZ \approx \Delta h/\Delta Z = (h_2 - h_1)/(Z_2 - Z_1),$$

где a – коэффициент пропорциональности;

h_1, h_2 – глубина потока в двух смежных сечениях;

Z_1, Z_2 – новые переменные, определяемые соответственно глубинам h_1 и h_2 .

29. Гидравлический прыжок. Прыжковая функция и расчет сопряженных глубин для совершенного гидравлического прыжка.

Гидравлическим прыжком называется явление скачкообразного увеличения глубин потока при его переходе из бурного состояния в спокойное. В гидравлическом прыжке кинетическая энергия потока переходит в потенциальную и, кроме того, происходит ее значительное уменьшение, т.е. потери удельной энергии в гидравлическом прыжке. При проектировании гидротехнических сооружений в некоторых случаях гидравлический прыжок создают искусственно с целью уменьшения кинетической энергии потока гидравлическим способом.

В зависимости от условия образования и величины энергии в потоке различают следующие виды гидравлического прыжка:

1. **Совершенный гидравлический прыжок** возникает в призматическом русле с естественной шероховатостью и отсутствием по его длине препятствий (см. рис. 11.1 а);

2. **Волнистый гидравлический прыжок** (прыжок–волна) возникает в тех же условиях, что и совершенный гидравлический прыжок, но при значительно меньшей кинетической энергии потока и отличается от последнего отсутствием поверхностного вальца (см. рис. 11.1 б);

3. **Подпертый гидравлический прыжок** возникает перед стенкой или уступом дна русла. Чаще всего встречается в водобойных колодцах или перед водобойными стенками (см. рис. 11.1 в);

4. **Подтопленный или затопленный гидравлический прыжок** образуется при несвободном истечении из-под затвора, через водосливы и другие сооружения, когда нижний бьеф не позволяет гидравлическому прыжку сместиться вниз от сооружения (см. рис. 11.1 г);

5. **Поверхностный гидравлический прыжок** образуется, например, за водосливными плотинами с вертикальным уступом достаточной высоты (см. рис. 11.1 д).

Гидравлический прыжок характеризуется сопряженными или взаимными

глубинами: h' перед прыжком; h'' за прыжком (см. рис. 11.1 а). Расстояние между сечениями с сопряженными глубинами называется длиной прыжка $l_{пр}$, а разность $h'' - h' = a$ называется высотой гидравлического прыжка.

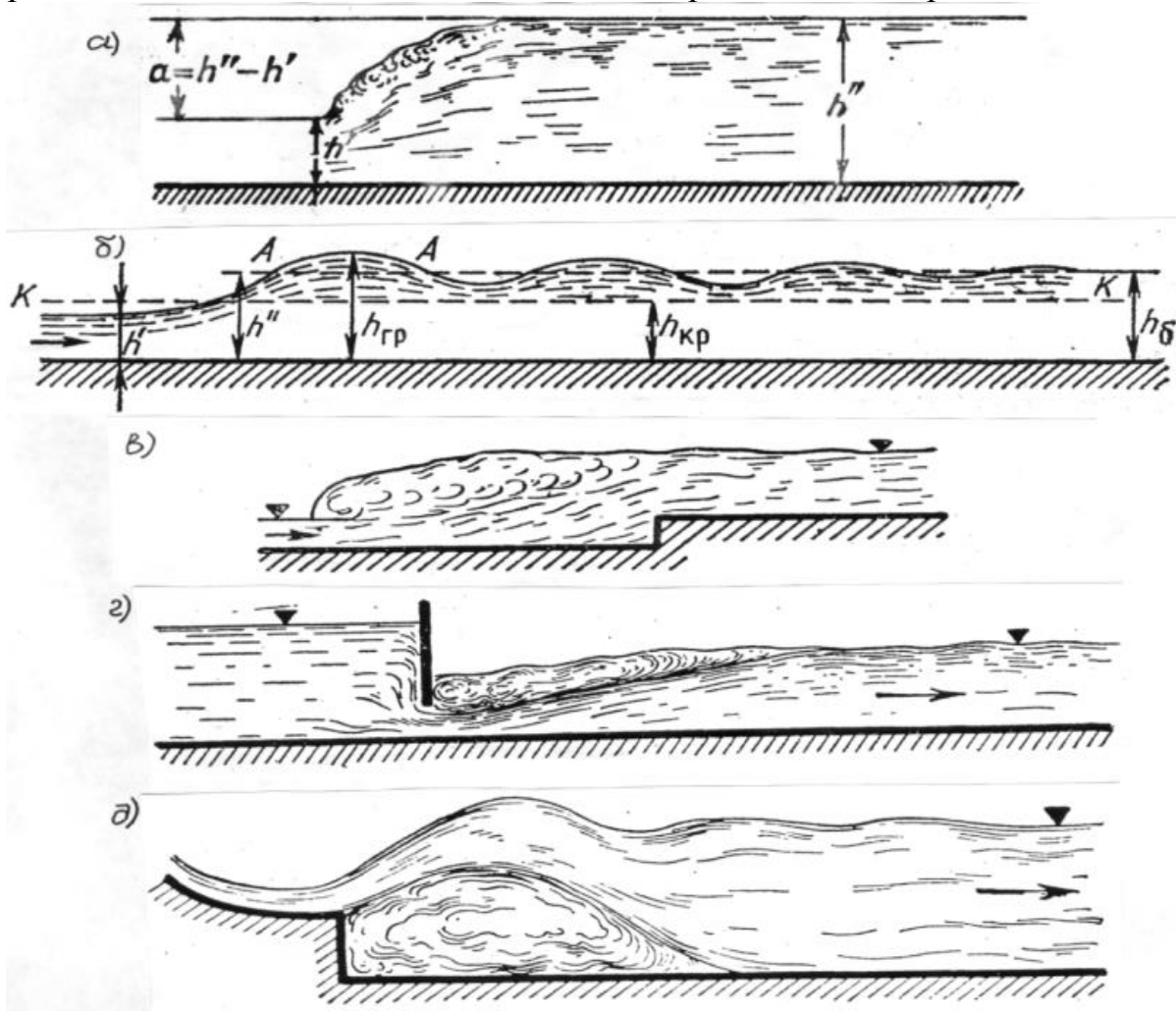


Рис. 11.1. Виды гидравлического прыжка: а – совершенный; б – волнистый; в – подпертый; г – затопленный; д – поверхностный

Гидравлический прыжок также классифицируется в зависимости от его расположения по отношению к какому-либо определенному сечению, например, к сечению изменения уклона дна русла с $i_1 > i_k$ на $i_2 < i_k$, если гидравлический прыжок образуется в связи с указанным изменением уклона (см. рис. 11.2), или по отношению сжатого сечения за водосливом.

Гидравлический прыжок в предельном положении образуется у места перелома дна русла (см. рис. 11.2 а) или непосредственно у сооружения в сжатом сечении (см. рис. 11.2 б) при $h_c'' = h_б$.

Надвинутый гидравлический прыжок образуется при $h_c'' < h_б$ (см. рис. 11.2 в, 11.2 г) и по своим характеристикам аналогичен затопленному гидравлическому прыжку.

Отогнанный гидравлический прыжок образуется на некотором удалении от места перелома дна русла (см. рис. 11.2 д) или сооружения (см. рис. 11.2 е) при $h_c'' > h_б$.

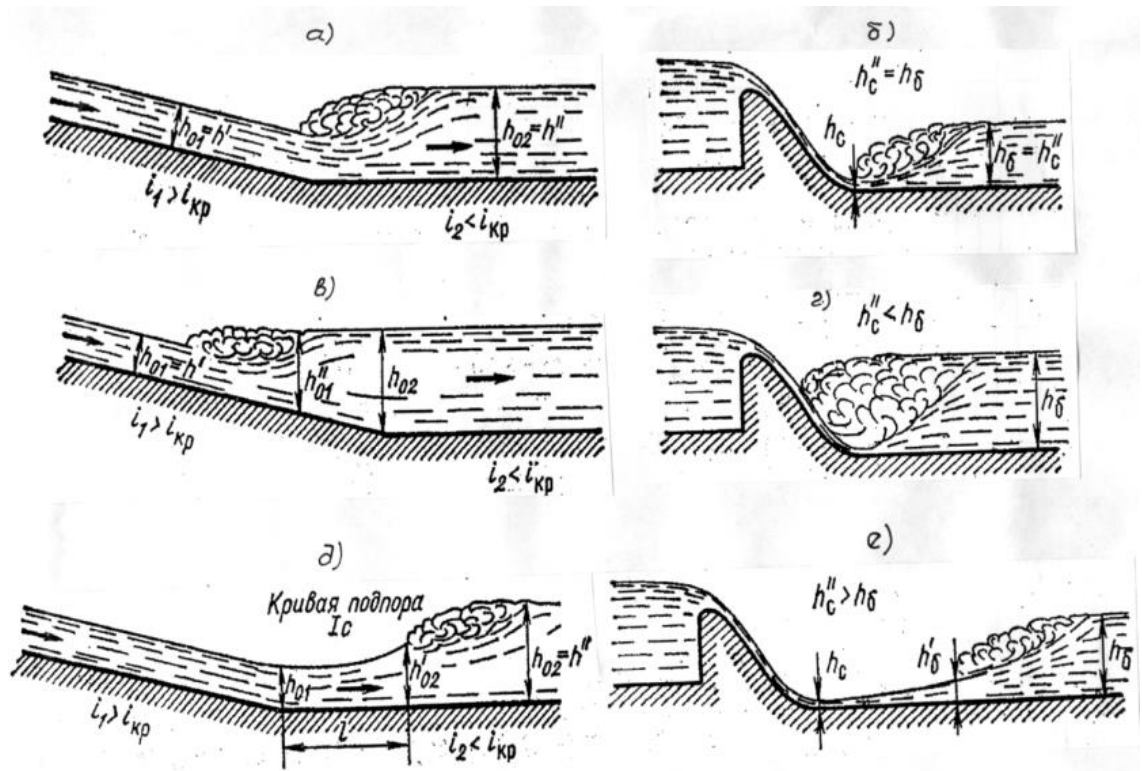


Рис.11.2. Местоположение гидравлического прыжка по отношению к сечению изменения уклона дна канала и сжатого сечения за водосливом:
а, б – предельное; в, г – надвинутое; д, е – отогнанное

В большинстве случаев гидротехнической практики имеет место совершенный гидравлический прыжок. Он представляет собой зону поступательного потока в форме расширяющейся в вертикальной плоскости струи и поверхностную зону, поддерживающую этой струей, внешне похожей на водяной валец, насыщенный воздухом. Для совершенного гидравлического прыжка $a > h'$, $h''/h' > 2$, $П_{к1} \geq 3$ и $П_{к2} \leq 0,375$.

Связь между сопряженными глубинами для призматических русел устанавливается уравнением

$$\frac{\alpha' Q^2}{g \omega'} + \omega_1 h_{ц.м1} = \frac{\alpha' Q^2}{g \omega_2} + \omega_2 h_{ц.м2}$$

где α' – коэффициент количества движения;

Q – расчетный расход потока;

$h_{ц.т.1}$, $h_{ц.т.2}$ – глубины погружения центров тяжести сечений под свободную поверхность жидкости соответственно первой и второй сопряженных глубин.

Формула симметрична, т.е. правая часть ее подобна левой и обе части уравнения являются функциями глубин до прыжка h' и после прыжка h'' . Поэтому уравнение можно записать следующим образом:

$$\Pi(h') = \Pi(h'')$$

$$\text{или } \Pi(h) = \frac{\alpha Q^2}{g \omega} + \omega h_{ц.м}$$

которое называется прыжковой функцией совершенного гидравлического прыжка.

Для призматических русел правильной формы уравнения могут быть приведены к более простому виду и связь между сопряженными глубинами выражается зависимостями:

для прямоугольных русел

$$h_1 = 0,5h''(\sqrt{1+8\Pi_{к2}} - 1),$$

$$h'' = 0,5h'(\sqrt{1+8\Pi_{к1}} - 1),$$

где $\Pi_{к1}$ – параметр кинетичности потока перед прыжком $\Pi_{к1} = Q^2 / [gb^2 (h')^3]$;

$\Pi_{к2}$ – параметр кинетичности потока за прыжком $\Pi_{к2} = Q^2 / [gb^2 (h'')^3]$;

Потери удельной энергии в совершенном гидравлическом прыжке определяются из уравнения Бернулли, а для прямоугольного сечения русла – по упрощенной зависимости вида

$$h_{тр} = (h'' - h')^3 / (4h''h').$$

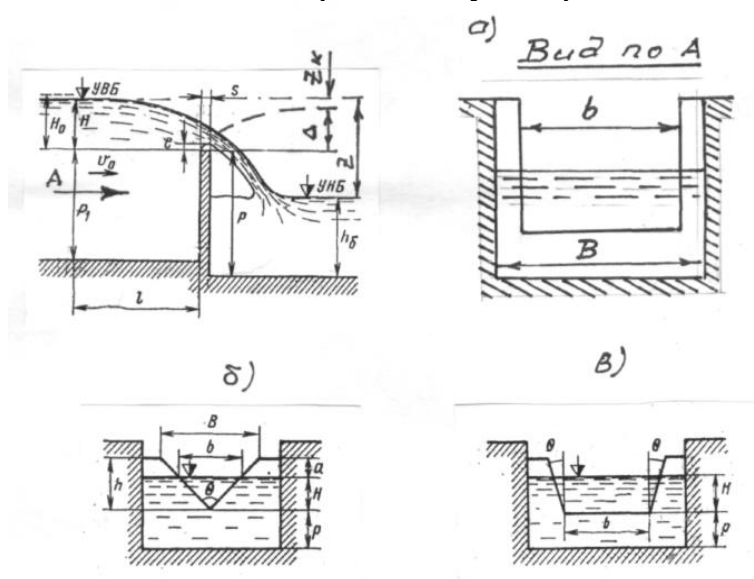
30. Классификация водосливов. Формула расхода водосливов. Истечение через водосливы с тонкой стенкой

Сооружения в преграде, через которое происходит перелив воды, называется водосливом, а движение потока – истечением через водослив. Участок потока выше гидротехнического сооружения по течению называется верхним бьефом (ВБ), ниже гидротехнического сооружения располагается нижний бьеф (НБ).

Верхняя часть водослива, через которую происходит истечение потока, называется гребнем (порогом) водослива. Разность отметок уровня воды в ВБ и верхней точкой гребня водослива называется геометрическим напором и обозначается H . Напор с учетом скорости равен $H_0 = H + \alpha V_0^2 / (2g)$, где V_0 – скорость потока перед водосливом $V_0 = Q/\omega$; ω – живое сечение потока перед водосливом на расстоянии не менее $3H$ от гребня.

В основу классификации водосливов положена форма порога (профиль) водослива, которая определяет характер движения потока на водосливе. В зависимости от относительной толщины водосливной стенки различают:

1. Водосливы с тонкой стенкой (ребром) при $S < 0,67H$ (см. рис. 9.1). В связи с возможными колебаниями переливающейся струи для надежной работы таких водосливов стенки рекомендуют принимать $S \leq 0,5H$.



Примечание: штриховой линией показан уровень воды в НБ при подтопленном истечении

Рис. 9.1. Водосливы с тонкой стенкой (с острым ребром): а – прямоугольный; б – треугольный; в – трапецидальный.

2. Водосливы практического профиля прямолинейного очертания (см. рис. 9.2) с длиной порога $(0,5 \dots 0,67) H < S < 2H$ и криволинейного очертания (см. рис. 9.3). Верхняя часть гребня и низовая грань последнего имеют плавное очертание, выполненное в соответствии с несколько откорректированными координатами струи, свободно переливающейся через вертикальную тонкую стенку (см. рис. 9.1).

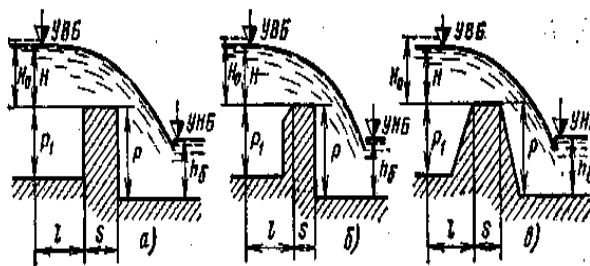


Рис. 9.2. Водосливы практического профиля прямолинейного очертания: а – прямоугольный; б – трапецидальный; в – полигональный

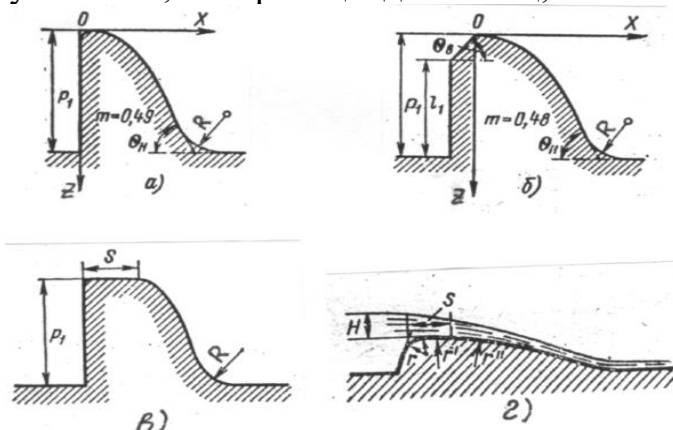


Рис. 9.3. Водосливы практического профиля криволинейного очертания: а, б – водосливы, очерченные по координатам Кригера-Офицерова; в – водослив с уширенным горизонтальным гребнем; г – водослив распластанного очертания

3. Водосливы с широким порогом (см. рис. 9.4) с горизонтальной поверхностью порога при $2H \leq S < 10H$. При такой длине потери напора по длине пренебрежимо малы. На пороге данного водослива хотя бы в пределах небольшого участка наблюдается плавно изменяющееся движение.

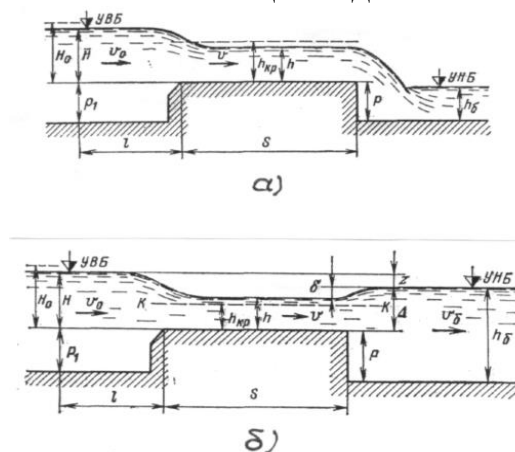


Рис. 9.4. Водосливы с широким порогом: а – свободное истечение; б – подтопленное истечение

Уравнение расхода воды через неподтопленный водослив любого очертания получено на основе теории анализа размерностей членов, определяющих расход, т. е. $Q = f(H_0, b, q)$ и имеет вид

$$Q = m v \sqrt{2q} H^{3/2} \quad (9.1)$$

где m – коэффициент расхода, зависящий от типа водослива, его конструкции и характера истечения потока;

v – ширина водосливного фронта, т.е. длина гребня водослива, через которую переливается вода.

31. Истечение через водослив с широким порогом. Неподтопленный водослив широким порогом без бокового и с боковым сжатием.

Расход потока при свободном истечении через водослив определяется по формуле (9.1), в которой коэффициент расхода принят

$$m = \varphi \cdot \kappa \sqrt{1 - \kappa}, \quad (11.1)$$

где κ – относительная глубина потока на пороге водослива при свободном истечении, т.е. $\kappa = h/H_0$.

По данным Д. И. Кумина коэффициент расхода водослива с широким порогом без бокового сжатия зависит от конструкции входного оголовка и отношения P_1/H и изменяется в пределах $m = 0,30 \dots 0,38$.

Боковое сжатие потока на водосливе с широким порогом учитывается коэффициентом расхода, который может быть определен по формулам В. В. Смылова:

для водослизов с неплавным входом по типу обратных стенок

$$m_c = 0,3 + 0,08 v H / \Omega_{\text{ВБ}}; \quad (11.2)$$

при сопряжении на входе по типу конусов

$$m_c = 0,3 + 0,08 / (1 + 2 \text{вст} \theta), \quad (11.3)$$

где $\Omega_{\text{ВБ}}$ – площадь живого сечения потока в верхнем бьефе перед водосливом; θ – угол при основании конуса (коэффициент откоса).

32. Подтопленный водослив с широким порогом и условие подтопление.

Подтопление водослива с широким порогом будет наблюдаться при выполнении условия

$$\frac{\Delta}{H_0} = \frac{h_B - P}{H_0} \geq K_2, \quad (11.4)$$

где K_2 – относительная глубина на пороге водослива $K_2 = h_2/H_0$ и может быть определена из уравнения (11.1) или из табл. 22.3 [1].

Расход потока, протекаемый через подтопленный водослив с широким порогом, определяется по уравнению (10.7), а коэффициент подтопления принимается из табл. 22.3 [1]. Значения коэффициента подтопления приведены при среднем значении $m = 0,34$ и $\varphi_{\text{п}} = 0,90$ в зависимости от Δ/H_0 и $\epsilon_{\text{НБ}} = v \cdot \Delta / \Omega_{\text{НБ}}$, где $\Omega_{\text{НБ}}$ – площадь живого сечения потока за водосливом в нижнем бьефе сооружения.

33. Истечение через водосливы практического профиля.

Расход через водослив практического профиля определяется по формуле

$$Q = m v \sqrt{2g} H^{3/2} \quad (9.1)$$

где m – коэффициент расхода, зависящий от типа водослива, его конструкции и характера истечения потока;

v – ширина водосливного фронта, т.е. длина гребня водослива, через которую переливается вода.

По характеру истечения потока они бывают безвакуумные и вакуумные.

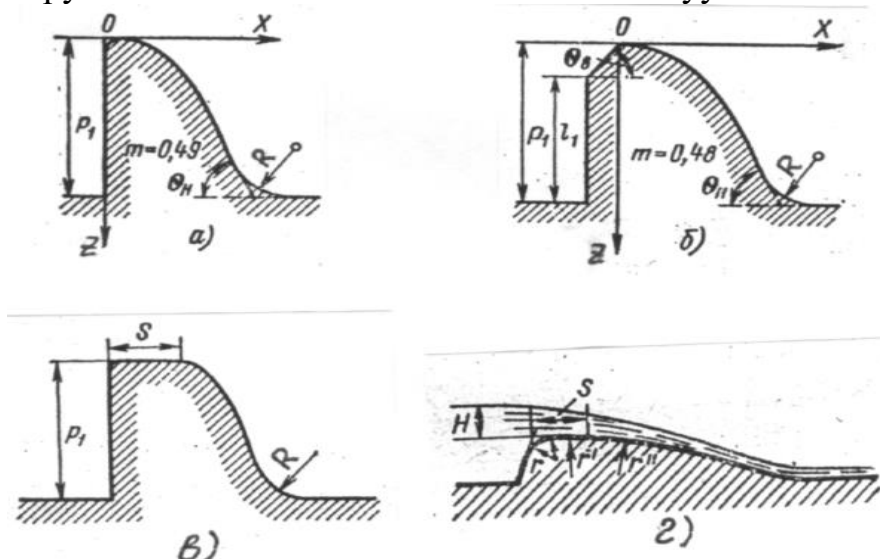


Рис. 9.3. Водосливы практического профиля криволинейного очертания:
 а, б – водосливы, очерченные по координатам Кригера-Офицера;
 в – водослив с уширенным горизонтальным гребнем;
 г – водослив распластанного очертания

34. Расчет сжатой глубины за сооружением и второй сопряженной с ней глубины.

Для призматических русел правильной формы уравнения могут быть приведены к более простому виду и связь между сопряженными глубинами выражается зависимостями:

для прямоугольных русел

$$h_1 = 0,5 h'' (\sqrt{1 + 8\Pi_{к2}} - 1),$$

$$h'' = 0,5 h' (\sqrt{1 + 8\Pi_{к1}} - 1),$$

где $\Pi_{к1}$ – параметр кинетичности потока перед прыжком $\Pi_{к1} = Q^2 / [gb^2 (h')^3]$;

$\Pi_{к2}$ – параметр кинетичности потока за прыжком $\Pi_{к2} = Q^2 / [gb^2 (h'')^3]$;

Потери удельной энергии в совершенном гидравлическом прыжке определяются из уравнения Бернулли, а для прямоугольного сечения русла – по упрощенной зависимости вида

$$h_{тр} = (h'' - h')^3 / (4h''h').$$

35. Донный режим сопряжения потоков в НБ сооружения (при $i_{кр} > i > 0$).

Местоположение гидравлического прыжка относительно водослива, а, следовательно, и тип сопряжения потоков, определяется по соотношению второй сопряженной глубины h_c'' и глубины потока в нижнем бьефе h_6 . Рассмотрим эти типы сопряжения переливающейся через водослив струи с потоком нижнего бьефа.

1. Вторая сопряженная глубина h_c'' больше бытовой глубины h_6 , т.е.

$h_c'' > h_6$. Для этого типа сопряжения энергия потока в сжатом сечении превышает энергию потока в бытовом состоянии на величину большую, чем потери энергии в гидравлическом прыжке. Поток продолжает движение в бурном состоянии в виде кривой подпора до некоторой глубины h_6' , являющейся первой сопряженной глубиной с h_6 . Начало гидравлического прыжка будет в сечении с глубиной h_6' , которая определяется по уравнению (1) при известной второй сопряженной глубине, равной h_6 , т.е.

$$h_6' = 0,5h_6(\sqrt{1 + 8\Pi_{к.б.}} - 1), \quad (1)$$

где $\Pi_{к.б.}$ – параметр кинетичности потока, рассчитанный по h_6

$$\Pi_{к.б.} = \alpha Q^2 B / (g\omega^3) = \alpha q_6^2 / (g h_6^3);$$

q_6 – удельный расход потока в отводящем русле $q_6 = Q/b_p$;

b_p – ширина отводящего русла.

Длина крепления отводящего русла при отогнанном положении гидравлического прыжка определяется как сумма

$$\ell_{пр} = \ell_{отг} + \ell_{пр} + \ell_{п.п.}, \text{ м} \quad (2)$$

где $\ell_{отг}$ – длина отгона гидравлического прыжка;

$\ell_{пр}$ – длина гидравлического прыжка;

$\ell_{п.п.}$ – длина послепрыжкового участка.

Длина отгона гидравлического прыжка определяется как кривая подпора типа (I с) по уравнению (3)

$$\ell_{1-2} = \frac{a}{i} \{Z_2 - Z_1 - (1 - \Pi'_{к.ср}) [\Phi(Z_2) - \Phi(Z_1)]\} \quad (3)$$

для установившегося неравномерного движения (см. рис. 4), граничными глубинами которой являются сжатая глубина h_c и первая сопряженная глубина гидравлического прыжка h_6' . Расчет сжатой глубины приведен в теме «Водосливы».

Длина гидравлического прыжка может быть определена по уравнению Н. Н. Павловского

$$\ell_{пр} = 2,5 (1,9h'' - h'). \quad (4)$$

а послепрыжкового участка – по формуле М.С. Вызго

$$\ell_{п.п.} = \frac{0,4}{n} h_6'; \quad (5)$$

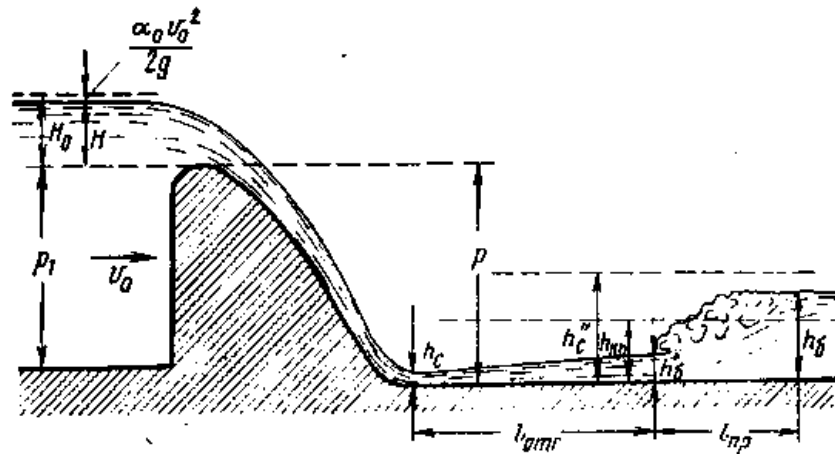


Рис. 4. Донный режим сопряжения потоков в НБ сооружения с отогнанным положением гидравлического прыжка

2. Вторая сопряженная глубина h_c'' равна бытовой глубине h_B , т.е. $h_c'' = h_B$. Для этого типа сопряжения энергия потока в сжатом сечении превышает энергию потока в бытовом состоянии только на величину потерь энергии в гидравлическом прыжке. Имеет место предельное положение гидравлического прыжка относительно водослива, т.е. начало гидравлического прыжка соответствует сжатому сечению (см. рис. 1).

Длина крепления отводящего русла при предельном положении гидравлического прыжка определяется по уравнению (2) при условии, что длина отгона его отсутствует, т.е. $l_{отг} = 0$.

3. Вторая сопряженная глубина h_c'' меньше бытовой глубины h_B , т.е. $h_c'' < h_B$. Для этого типа сопряжения энергии потока в сжатом сечении может быть меньше энергии потока при бытовой глубине (или может превышать ее на величину меньшую чем потеря энергии в гидравлическом прыжке). Имеет место сопряжение потока с надвинутым относительно водослива гидравлическим прыжком (см. рис. 5).

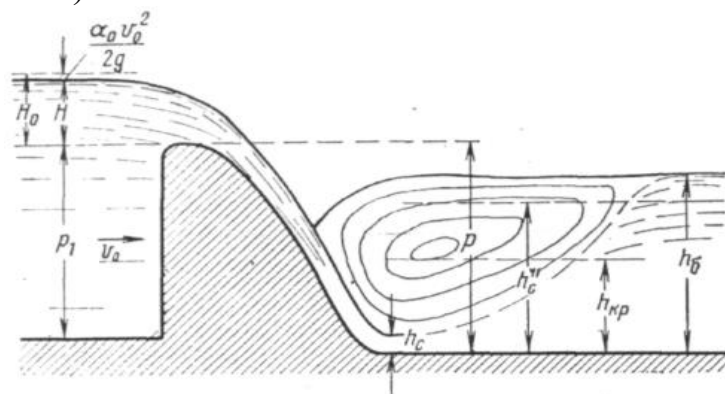


Рис. 5. Донный режим сопряжения потоков в НБ сооружения с надвинутым положением гидравлического прыжка

Длина крепления отводящего русла при надвинутым положении относительно водослива гидравлическом прыжке определяется также по уравнению (2) при условии, что длина отгона его отсутствует, $l_{отг} = 0$, а гидравлический прыжок будет затопленной и его длина определяется по уравнению

$$l_{пр} = 3h_c'' \quad (6)$$

36. Расчетный расход для сопряжения потоков в НБ сооружения.

В гидротехнической практике сооружения чаще всего работают при переменном расходе, который меняется от минимального до максимального. При изменении расхода меняется удельная энергия падающего потока относительно дна нижнего бьефа E_0 , а также глубина и скорость потока в нижнем бьефе и тем самым создаются различные условия при сопряжении бьефов.

Отсюда возникает необходимость выявления того расхода, при котором создаются наиболее неблагоприятные условия сопряжения потоков в нижнем бьефе, который называется **расчетным расходом для сопряжения бьефов**. Так как скорости движения потока в нижнем бьефе при бытовом режиме не зависят от характера сопряжения бьефов, то критерием для выбора расчетного расхода будет длина отгона гидравлического прыжка.

Наиболее неблагоприятные условия сопряжения будут при наибольшей длине отгона гидравлического прыжка, так как в этом случае потребуется для сопряжения с надвинутым прыжком и наибольшие размеры водобойного сооружения.

Максимальный расход не всегда создает в нижнем бьефе наибольшую длину отгона гидравлического прыжка, и поэтому не всегда является расчетным расходом. **За расчетный расход по И. И. Агроскику принимается расход, при котором разность $h_c'' - h_b$ будет максимальной, которой будет пропорциональна длина отгона гидравлического прыжка и размеры водобойного сооружения.** Применительно к выявленному расчетному расходу Q_p должны выполняться окончательные расчеты сопряжения в нижнем бьефе и расчет соответствующих сооружений.

37. Гидравлический расчет водобойного колодца.

- 1) водобойный колодец (рис. 6), образованный низовым уступом;

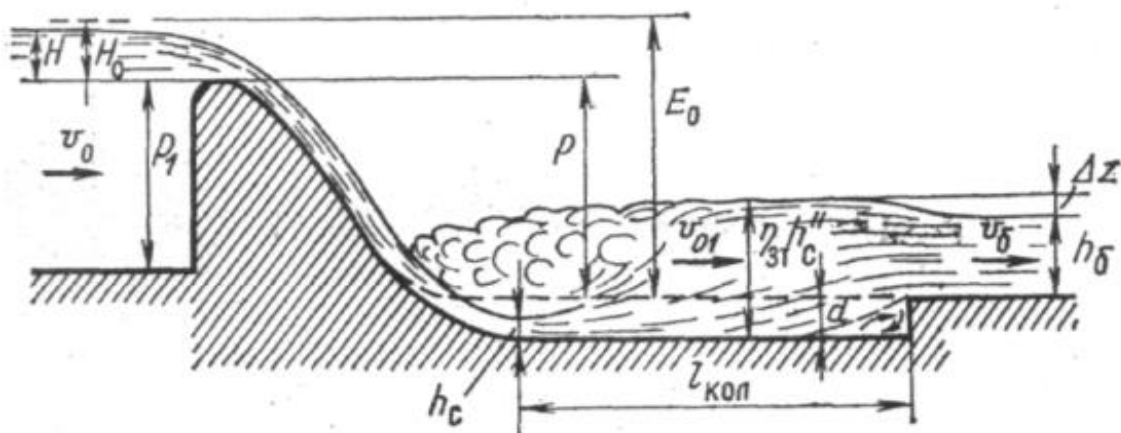


Рис. 6. Схема водобойного колодца

- 1). Гидравлический расчет водобойного колодца. Для того чтобы обеспечить

сопряжение потоков в нижнем бьефе водослива в форме надвинутого гидравлического прыжка с устойчивым положением энергию потока относительно сжатого сечения искусственно увеличивают и глубину водобойного колодца определяют по зависимости

$$d_k = \eta_{зт} h_c'' - (h_B + \Delta Z), \quad (7)$$

где $\eta_{зт}$ – коэффициент затопления гидравлического прыжка и принимается в расчетах $\eta_{зт} = 1,05 \dots 1,10$ [1, с. 495];

ΔZ – перепад при выходе потока из водобойного колодца в отводящее русло

$$\Delta Z = \frac{q_B^2}{2g\varphi_n^2 h_B^2} - \frac{\alpha q_B^2}{2g(h_c'')^2}; \quad (8)$$

φ_n – коэффициент скорости подтопленного водослива с широким порогом.

Если пренебречь скоростным напором, соответствующим средней скорости в водобойном колодце $\alpha V_0^2 / (2g) = \alpha g_B^2 / [2q (h_c'')^2]$, то

$$\Delta Z = \frac{q_B^2}{2g\varphi_n^2 h_B^2} / \quad (9)$$

Расчет глубины водобойного колодца d_k ведется путем последовательных приближений, так как глубина h_c'' определялась с учетом заранее неизвестной его глубины. Во втором приближении уточняется удельная энергия потока в верхнем бьефе, найденная по отношению ко дну нижнего бьефа, т.е.

$$E_{01} = E_0 + d_{k1},$$

где d_{k1} – глубина водобойного колодца, рассчитанная в первом приближении.

Соответственно изменится $\Phi(\tau_c)$ и вторая сопряженная глубина, которая будет равна h_{c1}'' . Во втором приближении глубина водобойного колодца будет

$$d_{k2} = \eta_{зт} h_{c1}'' - (h_B + \Delta Z).$$

Расчет выполняется до тех пор, пока расхождение между двумя последними приближениями в определении d_k будет менее заданной точности, которая в технических расчетах обычно принимается в пределах $\pm 5\%$.

Длина водобойного колодца должна быть достаточной для надежного размещения в его пределах гидравлического прыжка. В данном случае гидравлический прыжок с низовой стороны подпирается уступом на выходе из водобойного колодца, т.е. образуется подпертый гидравлический прыжок. При устройстве водобойного колодца за водосливом практического профиля криволинейного очертания его длина будет

$$l_{кол} = 3h_c''.$$

38. Гидравлический расчет водобойной стенки и комбинированного водобойного колодца.

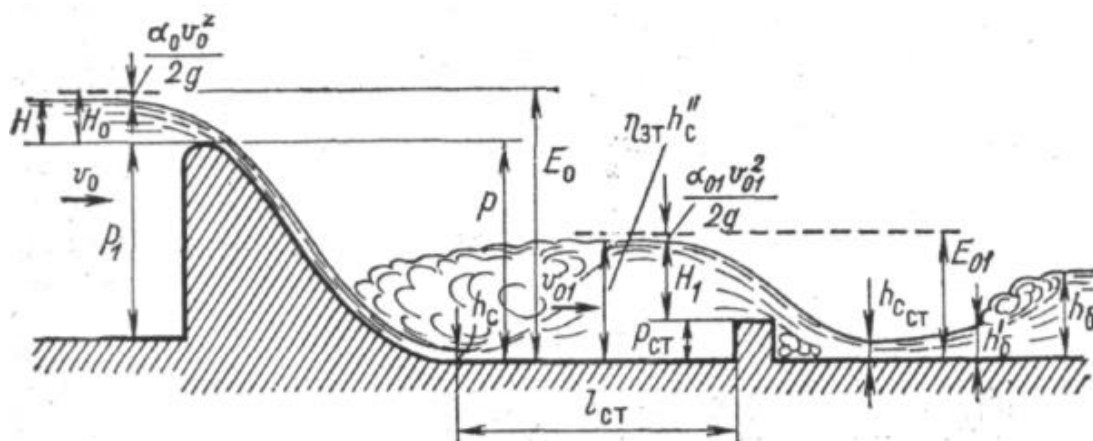


Рис. 7. Схема водобойной стенки

2). Гидравлический расчет водобойной стенки. Водобойная стенка (см. рис. 7), так же как и водобойный колодец, предназначена для создания такой глубины за водосливом в нижнем бьефе, которая обеспечит сопряжение в форме надвинутого гидравлического прыжка. При устройстве водобойной стенки отметка дна на водобое сохраняется без изменения.

При гидравлическом расчете водобойной стенки определяются ее высота $P_{ст}$ и расстояние от сжатого сечения в нижнем бьефе до водобойной стенки $l_{ст}$.

Водобойные стенки применяют обычно прямоугольного или трапецеидального прямолинейного очертания и в зависимости от относительной ширины гребня S/H они могут представлять собой водослив с тонкой стенкой или практического профиля. Значение коэффициента расхода для данных водобойных стенок обычно принимается $m = 0,40 \dots 0,42$.

Высота водобойной стенки определяется исходя из условия получения перед ней такой глубины, чтобы образовался надвинутый гидравлический прыжок.

$$\eta_{3T} h_c'' = P_{ст} + H_{ст}, \quad (10)$$

где $H_{ст}$ – напор над гребнем водобойной стенки (см. рис. 7).

Расчет ведется в следующей последовательности. В первом приближении предполагается, что истечение через водобойную стенку свободное и из формулы расхода водослива находится полный напор

$$H_{o.ст} = \left(\frac{q_B}{m\sqrt{2g}} \right)^{2/3},$$

а затем определяется средняя скорость потока перед водобойной стенкой

$$V_{o.ст} = q_B / (\eta_{3T} h_c'')$$

и геометрический напор

$$H_{ст} = H_{o.ст} - \alpha_0 V_{o.ст}^2 / (2g).$$

Вторая сопряженная глубина h_c'' определяется по приведенной выше методике.

Затем определяется характер истечения потока через водобойную стенку.

Если $P_{ст} < h_B$ и $h''_{с.ст} < h_B$, то за водобойной стенкой будет надвинутый гидравлический прыжок и истечение подтопленное. Для определения второй сопряженной глубины $h''_{с.ст}$ за водобойной стенкой вычисляется функция

$$\phi(\tau_c)_{ст} = \frac{q_B}{\varphi E_{о.ст}^{3/2}},$$

где $E_{о.ст}$ – удельная энергия падающего потока через водобойную стенку относительно дна нижнего бьефа $E_{о.ст} = P_{ст} + H_{о.ст}$.

По $\phi(\tau_c)_{ст}$ находится величина $\tau''_{с.ст}$ и вторая сопряженная глубина

$$h''_{о.ст} = \tau''_{с.ст} E_{о.ст}$$

При подтопленном истечении уточняется напор над гребнем водобойной стенки с учетом коэффициента подтопления, который принимается из табл.22.11 по величине $\Delta/H_{о.ст} = (h_B - P_{ст}) / H_{о.ст}$. Тогда

$$H_{о.ст} = \left(\frac{q_B}{\sigma_n m \sqrt{2g}} \right)^{2/3} \quad \text{и} \quad H_{ст} = H'_{о.ст} - \frac{\alpha V_0^2}{2g}$$

Уточненная высота водобойной стенки будет

$$P_{ст.1} = \eta_{зт} h''_{с} - H_{сп.}$$

Далее необходимо повторить уточнение коэффициента подтопления, величины напора и высоты водобойной стенки. Уточнение выполняется до тех пор, пока расхождение между двумя последними расчетами в определении $P_{ст}$ будет менее заданной точности, которая в технических расчетах обычно принимается в пределах $\pm 5\%$.

Если за водобойной стенкой гидравлический прыжок будет отогнан, т.е. $h''_{с.ст} > h_B$, тогда предусматривают вторую водобойную стенку с высотой, которая рассчитывается аналогично. Если за второй водобойной стенкой вновь получится отогнанный гидравлический прыжок, то устанавливается и третья водобойная стенка.

Расстояние от сжатого сечения до верховой грани водобойной стенки принимается, как и в случаях водобойного колодца, $l_{ст} = 3h''_{с}$.

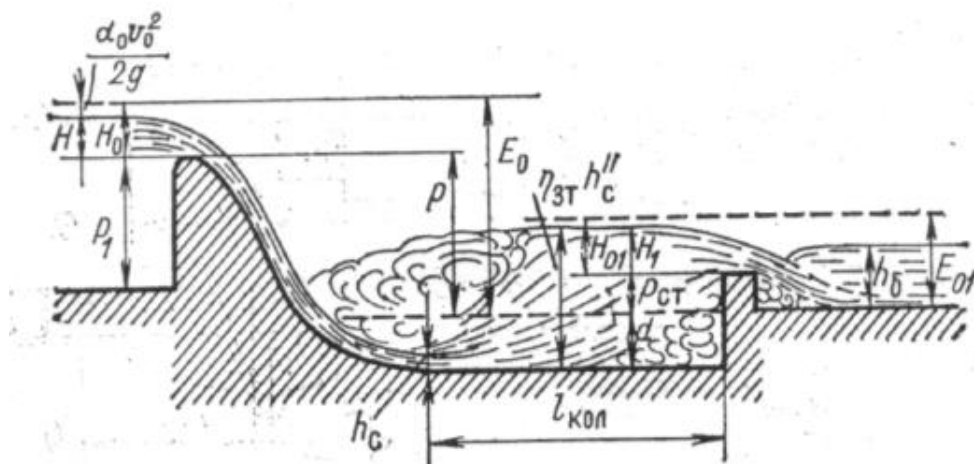


Рис. 8. Схема комбинированного водобойного колодца

Гидравлический расчет комбинированного водобойного колодца. Комбинированный водобойный колодец, так же как и водобойный колодец, и водобойная стенка, создается для того, чтобы получить в нижнем бьефе за водосливом такую глубину, при которой сопряжение происходило бы с надвинутым гидравлическим прыжком (см. рис. 8). Комбинированный водобойный колодец представляет собой водобойный колодец с глубиной d_k и установленную на выходе водобойную стенку высотой $P_{ст}$. При напоре над гребнем водобойной стенки $H_{ст}$ глубина воды в комбинированном водобойном колодце составит

$$\eta_{зт} h_c'' = d_k + P_{ст} + H_{ст}. \quad (11)$$

Так как в уравнении (8) неизвестна глубина водобойного колодца d_k и высота водобойной стенки $P_{ст}$, то обычно задаются высотой стенки с таким условием, чтобы гидравлический прыжок за ней находился в надвинутном положении. При этом предлагается следующая методика гидравлического расчета.

Сначала принимается, что высота водобойной стенки и глубина водобойного колодца равны. Тогда в первом приближении определяется высота водобойной стенки из зависимости (11).

$$P_{ст1} = 0,5 (\eta_{зт} h_c'' - H_{ст}) \quad (12)$$

Затем проверяется местоположение гидравлического прыжка за водобойной стенкой, т.е. вычисляется $h''_{с.ст}$ и сравнивается с бытовой глубиной $h_б$. При отогнанном положении гидравлического прыжка относительно водобойной стенки, т.е. при $h''_{с.ст} > h_б$, высоту $P_{ст1}$ уменьшают в зависимости от превышения $h''_{с.ст}$ над $h_б$ и снова проверяется его положение относительно стенки. Высота водобойной стенки принимается такой величины, чтобы гидравлический прыжок за ней находился в надвинутном положении.

После этого проверяется условие истечение потока через водобойную стенку. При выполнении неравенств:

$$h''_{с.ст} < h_б \quad \text{и} \quad P_{ст1} < h_б,$$

истечение через водобойную стенку будет подтопленное. В этом случае определяется коэффициент подтопления σ_n и уточняется напор $H_{ст}$ над порогом водобойной стенки и ее высота. Данный расчет выполняется по аналогичной методике как для отдельной водобойной стенки, которая приведена выше.

Затем из (11) после ряда приближений, аналогично как для отдельного водобойного колодца, находится его глубина

$$d_k = \eta_{зт} h_c'' - (P_{ст} + H_{ст}). \quad (13)$$

Длина комбинированного водобойного колодца определяется из тех же условий, что и водобойного колодца, и водобойной стенки и равна

$$l_{к.к} = 3h_c''. \quad (14)$$

39. Гидравлический расчет перепада колодезного типа.

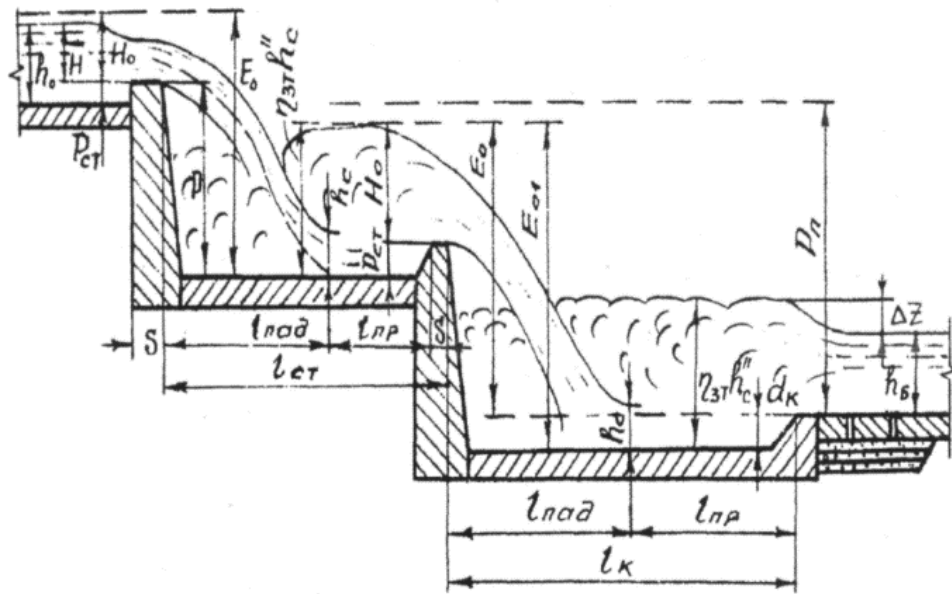


Рис. 2. Схема многоступенчатого перепада колодезного типа.

Гидравлический расчет перепада включает расчет трех основных элементов: входной части, ступени или ступеней перепада, выходной части или сопряжение потока с нижним бьефом сооружения.

1. Гидравлический расчет входной части. Цель расчета входной части перепада – пропустить расчетный расход при заданных условиях подводящего русла. Обычно подводящее русло при подходе к перепаду проектируют с $i < i_k$ (спокойное состояние потока), то в нем должна поддерживаться нормальная глубина h_0 для условия равномерного движения.

Сохранение глубины в подводящем канале близкой к нормальной для условия равномерного движения может быть обеспечено за счет устройства подпорной стенки или сужения русла на входе. В первом случае определяется высота подпорной стенки (см. рис. 2), считая, что входная часть работает как водослив практического профиля или с широким порогом, т.е.

$$P_{вх} = h_0 - H, \quad (1)$$

где h_0 – нормальная глубина в подводящем канале;

H – геометрический напор над порогом подпорной стенки входной части перепада.

Полный напор над порогом подпорной стенки определяется из уравнения водослива

$$H_0 = [Q / (\sigma_n m_c v \sqrt{2g})]^{2/3}, \quad (2)$$

где σ_n – коэффициент подтопления водослива;

$m_c = \varepsilon m$ – коэффициент расхода водослива с учетом бокового сжатия;

ε – коэффициент бокового сжатия;

m – коэффициент расхода водослива;

v – ширина водосливного фронта. Для условий расчета – ширина подпорной стенки в подводящем канале.

Если входная часть перепада работает как неподтопленный водослив, то $\sigma_{\text{п}} = 1,0$. Если входная часть подтоплена, то $\sigma_{\text{п}} < 1,0$ и определяется в зависимости от вида водослива. Вопрос о подтоплении входной части перепада решается после определения глубины воды на водобое и сравнения ее с высотой стенки падения со стороны нижнего бьефа перепада.

Коэффициент расхода принимается в зависимости от вида водослива и условий его работы. Учитывая, что подводящее русло выполняется, как правило, трапецеидального сечения, то в данном случае необходимо учитывать боковое сжатие потока.

Коэффициент расхода водослива с широким порогом с учетом бокового сжатия можно определить по формулам В. В. Смыслова:

для водосливов с неплавным входом по типу обратных вертикальных стенок (см. рис. 3 а)

$$m_c = 0,3 + 0,08 \sqrt{H/\Omega_{\text{ВБ}}}, \quad (3)$$

где $\Omega_{\text{ВБ}}$ – площадь живого сечения потока в подводящем канале;

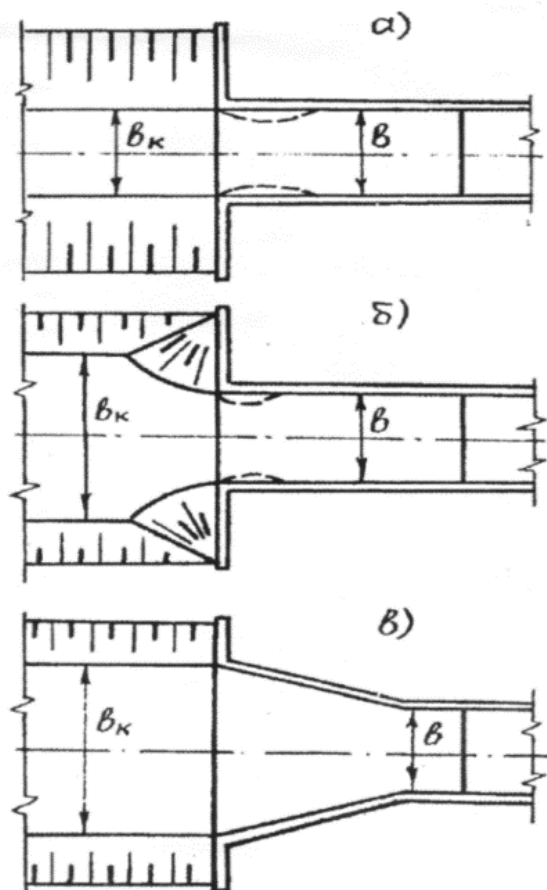


Рис. 3. Схемы конструкций входной части перепада:

а – по типу обратных стенок; б – по типу конусов; в – по типу раструба.

при сопряжении на входе по типу конусов (см. рис. 3 б)

$$m_c = 0,3 + 0,08/(1 + 2 \sqrt{v \operatorname{ctg}\theta}), \quad (4)$$

где θ – угол при основании конуса (коэффициент откоса);

при входе, выполненном в виде сходящихся в плане под углом менее 25° вертикальных стенок (раструб, рис. 3 в), или при входе в виде других плавных очертаний $m_c = 0,35 \dots 0,36$.

Тогда геометрический напор

$$H = H_0 - \frac{\alpha V_0^2}{2g},$$

где V_0 – средняя скорость движения потока в подводящем канале, $V_0 = Q/\omega$.

Для случая, когда глубина воды в подводящем канале поддерживается близкой к нормальной для условия равномерного движения за счет сжатия потока во входной части перепада, то ее ширина определяется из формулы водослива:

$$b = Q / (\sigma_n m_c \sqrt{2g H_0^{3/2}}) . \quad (5)$$

Считая, что входная часть перепада работает как водослив с широким порогом с $P = 0$, то коэффициент расхода определяется по табл. П.ХІХ [1] или по приведенным выше формулам, а полный напор

$$H_0 = h_0 + \alpha V_0^2 / (2g).$$

2. Расчет ступеней перепада. Перепады колодезного типа имеют большее применение в гидротехническом строительстве, так как в них длина ступени значительно короче, чем на перепаде без водобойной стенки на ступени. Рассмотрим только расчет ступени перепада колодезного типа, который заключается в определении ее длины $l_{ст}$ и высоты водобойной стенки $P_{ст}$, при устройстве которой на ступени перепада образуется подпертый гидравлический прыжок и, следовательно, наиболее короткая ее длина.

Так как в одноступенчатых перепадах рассчитывается только входная и выходная части, то здесь приводится расчет ступени для многоступенчатого перепада. Из рис. 2 видно, что длина ступени перепада равна сумме

$$l_{ст} = l_{пад} + l_{пр} + S, \quad (6)$$

где $l_{пад}$ – дальность падения струи, движущейся из выходной части или вышележащей ступени перепада;

$l_{пр}$ – длина подпертого гидравлического прыжка;

S – толщина порога водобойной стенки. Гидравлическим расчетом не определяется, а назначается конструктивно или по данным статического расчета.

Дальность полета струи зависит от типа водослива, через который она переливается и определяется по формулам:

для водослива с тонкой стенкой

$$l_{над} = 0,33H_0 + 1,38\sqrt{H_0(p + 0,45H_0)}; \quad (7)$$

для водослива практического профиля прямолинейного очертания (прямоугольные и трапециевидальные с горизонтальным гребнем) при отсчете от напорной грани

$$l_{над} = S = 1,33\sqrt{H_0(p + 0,3H_0)} \quad (8)$$

для водослива с широким порогом (неподтопленный) при отсчете от сечения

в конце его гребня

$$\ell_{над} = 4m\sqrt{H_0(p + 0,24H_0)}, \quad (9)$$

где P – полная высота падения струи на ступень перепада, состоит из высоты ступени перепада $P_{ступ}$ и высоты порога водослива на входе или высоты водобойной ступени на ступени перепада, т.е. $P = P_{ступ} + P_{ст}$;

H_0 – полный напор над порогом водослива;

m – коэффициент расхода водослива с широким порогом. Методика его обоснования указана при расчете входной части перепада.

Длина подпертого гидравлического прыжка в колодце или перед водобойной стенкой определяется по формуле $\ell_{пр} = 3h''_c$.

Как отмечалось ранее, при расчете первой ступени многоступенчатого перепада или его выходной части для одноступенчатого должно проверяться условие истечения потока через сооружение во входной части. При этом следует отметить, что соответственно на ступени и выходной части перепада гидравлический прыжок находится в надвинутом положении.

3. Расчет выходной части перепада. Расчет выходной части перепада заключается в сопряжении потока, падающего из входной части или ступени перепада, с нижним бьефом или отводящим каналом.

Предварительно определяется местоположение гидравлического прыжка в нижнем бьефе, для чего определяется вторая сопряженная глубина h''_c относительно сжатого сечения и нормальная или бытовая глубина $h_0 = h_6$ в отводящем канале. При соотношении:

$h''_c > h_0$ – гидравлический прыжок отогнан;

$h''_c < h_0$ – гидравлический прыжок надвинут;

$h''_c = h_0$ – предельное положение гидравлического прыжка.

Если ширина перепада равна ширине канала по дну, т.е. $b = b_k$, то h''_c определяется с помощью специальных таблиц по приведенной выше методике. В противном случае, т.е. при $b < b_k$, проектируется воронка роспуска и h''_c определяется из уравнения гидравлического прыжка в непризматическом русле прямоугольного сечения подбором (см. тему: Гидравлический прыжок).

$$\frac{6Q^2}{gb_2h''} + (h''_c)^2(b_2 + 2b_1) + h' h''_c (b_2 - b_1) = \frac{6Q^2}{gb_1h'} + (h')^2(b_1 + 2b_2),$$

При отогнанном положении гидравлического прыжка необходимо в нижнем бьефе устройство гасителя энергии, классическими из которых являются водобойный колодец, водобойная стенка и комбинированный водобойный колодец. В практике применяются и другие специальные гасители энергии, которые рассматриваются в курсе «Гидротехнические сооружения».

40. Гидравлический расчет быстротока с естественной шероховатостью.

Быстроками называются искусственные русла в виде лотков или каналов с уклонами дна больше критического и используемые для сброса или пропуска воды из верхнего бьефа сооружения или канала в нижний, пропуска рыбы или леса при создании водохранилищ. Быстроки состоят из следующих частей (рис. 5); входная часть, которая устраивается как для перепада; водоскат быстротока (транзитная часть), соединяющий лотком верхний и нижний бьефы сооружения или каналы; выходная часть, которая устраивается также, как для перепада.

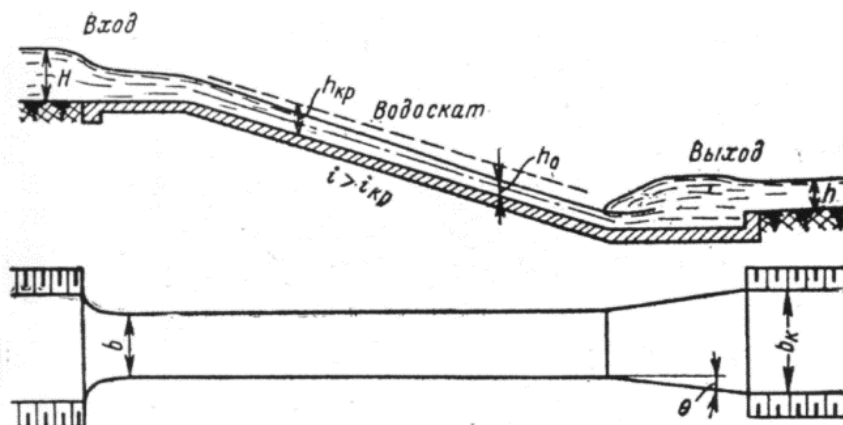


Рис. 5. Схема быстротока с естественной шероховатостью

Поперечное сечение лотка быстротока может быть прямоугольным, трапециевидальным, треугольным или полигональным. По гидравлическим условиям работы оптимальным считается прямоугольное поперечное сечение, так как в других сечениях происходит концентрация струй на осевой части, что приводит к неустойчивости потока.

Все быстроки делятся на два типа: быстроки с естественной шероховатостью, соответствующей обычным типам откосов и дна лотка, и быстроки с повышенной, искусственно увеличенной, шероховатостью, которая назначается в случае скоростей потока, превышающих допустимые для принятого материала.

Исследования показывают, что при уклонах дна лотка $i \geq 0,02 \dots 0,03$ происходит насыщение потока воздухом, называемое аэрацией потока, и появляется волновое движение. Оба эти явления между собой не связаны и могут возникнуть одновременно и порознь. В связи с этим в целях предотвращения появления волн в качестве основного мероприятия рекомендуется проектирование быстротоков со сосредоточенными живыми сечениями и с повышенной шероховатостью граничных поверхностей лотка.

Гидравлические расчеты быстротока включают определение пропускной способности, построение свободной поверхности потока в лотке для назначения его высоты стенок и определения средних скоростей в сечениях, а также определения типа сопряжения бьефов и при необходимости расчета гасителей энергии.