



Лекция 9. ПОСТРОЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ СЕТЕЙ СГУЩЕНИЯ

Вопросы:

- 9.1. Общие сведения о построении государственной геодезической сети**
 - 9.1.1. Общие сведения о геодезической сети.**
 - 9.1.2. Государственная геодезическая сеть СССР.**
 - 9.1.3. Государственная геодезическая сеть Республики Беларусь.**
 - 9.1.4. Закрепление пунктов Государственной геодезической сети на местности.**
- 9.2. Сети сгущения и съёмочные сети.**
 - 9.2.1. Сети сгущения и съёмочные сети**
 - 9.2.2. Последовательность работ при построении сетей сгущения.**
 - 9.2.3. Приведение измеренных направлений к центрам пунктов.**
 - 9.2.4. Способы определения элементов приведения.**
- 9.3. Определение дополнительных пунктов**
 - 9.3.1. Снесение координат с вершины знака на землю.**
 - 9.3.2. Прямая засечка.**
 - 9.3.3. Обратная засечка.**
 - 9.3.4. Линейная засечка.**
 - 9.3.5. Четырёхугольники без диагоналей проф. Зубрицкого И.В.**
 - 9.3.6. Полярно-лучевой метод**

Литература

- 4. Юнусов, А.Г. Геодезия: учебное пособие для вузов. / А.Г. Юнусов, А.Б. Беликов, В.Н. Баранов, Ю.Ю. Каширкин. – М.: Академический проект. 2011. 409 с.
- 5. Куштин, И.Ф. Геодезия: учебно-практическое пособие. / И. Ф. Куштин, В.И. Куштин. – Ростов н/Д. Феникс, 2009. – 909 с.
- 6. Подшивалов, В. П. Инженерная геодезия : учебник / В. П. Подшивалов, М. С. Нестеренок. – Минск : Выш. шк., 2011. – 463 с.
- 7. Назаров, А.С. Координатное обеспечение топографо-геодезических и земельно-кадастровых работ/ А.С. назаров. – Минск: Учебн. центр подгот., повышения квалификации и переподгот. кадров землеустроит. и картогро геод. службы. 83 с.

Вопрос 9.1. Общие сведения о построении государственной геодезической сети.

Вопрос 9.1.1. Общие сведения о геодезической сети.

Геодезическая сеть представляет собой совокупность закрепленных на местности пунктов, для которых в единой системе определены координаты и высоты.

Основной принцип построения геодезической сети – от общего к частному. Он заключается в том, что вначале с высокой точностью определяется взаимное положение сравнительно небольшого числа пунктов, расположенных на большой территории. Затем, используя эти пункты, переходят к построению более густой сети меньшей точности.

Такой метод позволяет быстро распространить единую координатную

систему на большие территории, производить съёмку местности одновременно в разных местах, обеспечивает надёжный контроль работ.

Геодезические сети могут быть плановыми, высотными или одновременно теми и другими.

Плановая сеть устанавливает взаимное положение точек на плоскости или на поверхности земного сфероида. Создается она методами триангуляции, полигонометрии, трилатерации и GPS.

При методе *триангуляции* в треугольниках измеряют все углы и минимум две стороны на разных концах сети (вторая сторона для контроля). Остальные стороны вычисляют, используя теорему синусов. Для вычисления координат всех точек надо знать координаты хотя бы одной точки и дирекционный угол одной линии. Метод триангуляции (от лат. *triangulum* – треугольник) был предложен голландским ученым Снеллиусом около 1610 г.

Метод *полигонометрии* заключается в построении сети ходов, в которых измеряются все углы и стороны. Полигонометрические ходы отличаются от теодолитных более высокой точностью измерений.

Метод *трилатерации* (от лат. *trilaterus* – трехсторонний) отличается от триангуляции тем, что в треугольниках измеряются не углы, а стороны. Для измерения сторон обычно используют электронные дальнометры. Углы вычисляются по измеренным сторонам, например, по теореме косинусов.

В последнее время благодаря бурному развитию космической геодезии появилась возможность определять координаты пунктов и длины линий по наблюдениям искусственных спутников Земли, так называемым GPS-методом. GPS (*Global Positioning System*) в переводе с английского – система глобального позиционирования. Имеет параллельное название – NAVSTAR (*NAVigation Satellite Timing And Ranging*). Запуск спутников первого блока начат в 1978 г. Эксплуатационная готовность объявлена в начале 1995 г.

Параллельно с американской GPS в России развивается система ГЛОНАСС (*ГЛОбальная НАвигационная Спутниковая Система*). Разработки начаты в середине 70-х годов. В 1982 г. выведены первые ее спутники серии КОСМОС. В сентябре 1993 г. официально принята в эксплуатацию. В марте 1995 г. Правительство Российской Федерации открыло систему для гражданского применения.

Задача определения координат пунктов GPS-методом в принципе решается следующим образом. Запускаются специальные искусственные спутники Земли на высоту 19100 км (спутник ГЛОНАСС) и 20150 км (спутник GPS) с траекториями в разных плоскостях с таким расчетом, чтобы из любой точки земной поверхности одновременно наблюдалось несколько спутников.

На спутниках устанавливаются передатчики электромагнитных колебаний и атомные часы. За спутниками ведется постоянное наблюдение с опорных пунктов.

Если в какой-то момент времени t одновременно измерить расстояние до спутника от нескольких опорных пунктов, то, решив пространственную засечку, можно определить для этого момента времени пространственные координаты спутника. В результате для любого момента времени координаты спутников будут известными.

Для определения координат создаваемого пункта на земной поверхности

устанавливают на нем приемник электромагнитных колебаний, с помощью которого одновременно измеряют расстояния до нескольких спутников.

Зная координаты спутников для данного момента времени и расстояния до них, вычисляют координаты определяемого пункта. Затем от пространственных координат в мировой системе WGS-84 переходят к системе координат, принятой в данном государстве.

Более подробно GPS-метод будет излагаться в дисциплине «Геодезическое обеспечение кадастров».

Высотная геодезическая сеть создана для распространения по всей территории страны единой системы высот. За начало высот принят средний уровень Балтийского моря, отмеченный горизонтальной чертой на металлической пластине, укрепленной в устой моста через обводной канал в Кронштадте. Высотная сеть создается методами геометрического, тригонометрического и барометрического нивелирования.

Геодезические сети подразделяются на 3 вида:

1. Государственная геодезическая сеть.
2. Геодезические сети сгущения.
3. Съёмочные сети.

Вопрос 9.2.2 Государственная геодезическая сеть СССР.

Государственной геодезической сетью (ГГС) называют сеть закрепленных точек земной поверхности, обеспечивающей распространение координат на территорию государства и являющейся исходной для создания других геодезических сетей.

ГГС является главной геодезической основой топографических съемок всех масштабов.

В настоящее время в Республике Беларусь спутниковыми методами создана новая геодезическая сеть, но значительный объем работ по топографическим съемкам, установлению границ земельных участков выполнен с опорой на пункты ГГС СССР или пункты производных от нее сетей сгущения. Также на ряде предприятий имеются каталоги координат пунктов ГГС СССР. По этой причине специалист должен понимать принципы построения ГГС СССР, ее точность.

Государственная (опорная) геодезическая сеть СССР подразделялась на:

а) сети триангуляции, полигонометрии и трилатерации 1, 2, 3 и 4 классов;

б) нивелирные сети I, II, III, IV классов.

Триангуляция 1 класса строилась в виде системы замкнутых полигонов периметром 800–1000 км (рис. 9.1). Полигоны образовывали триангуляционными рядами, которые стремились разместить в направлении меридианов и параллелей. Длина звена около 200 км.

В местах пересечения звеньев измеряли базисные стороны, или строили базисные сети для определения длины выходной стороны. На обоих концах базисных сторон определяли астрономические широты, долготы и азимуты.

В закрытых, залесенных районах звенья триангуляции могли заменяться звеньями полигонометрии I кл.

Триангуляция 2 кл. строилась в виде сплошных сетей треугольников, заполняющих полигоны триангуляции I кл.

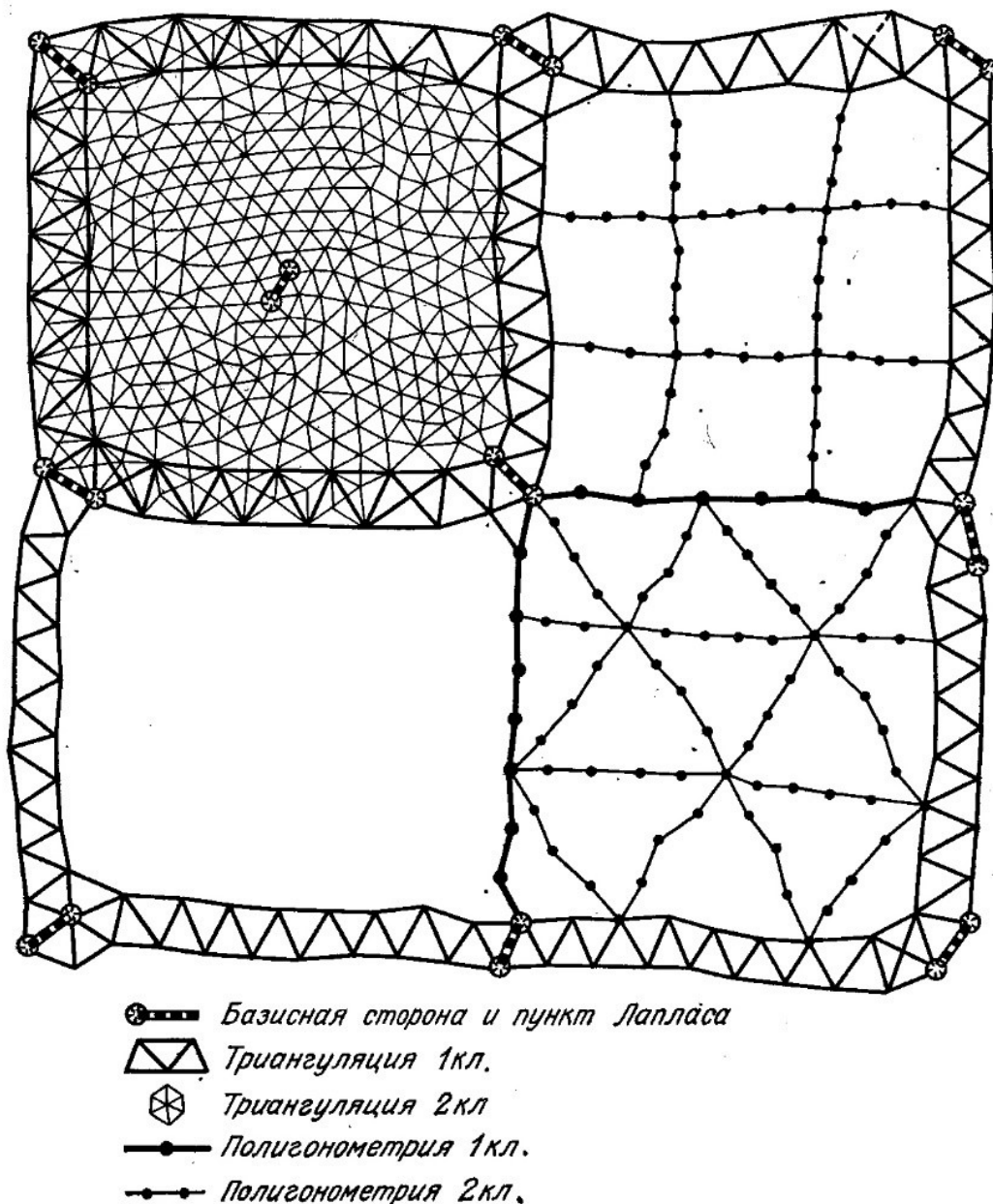


Рис. 9.1. Схема построения Государственной плановой геодезической основы.

Триангуляция 3 и 4 классов является дальнейшим сгущением государственной геодезической сети для целей крупномасштабного картографирования и обоснования строительства.

Иногда по экономическим соображениям триангуляцию любого класса заменяют полигонометрией или триангуляцией того же класса. По точности построения все виды сетей одного и того же класса должны быть равноценными.

На небольших территориях, где нет пунктов 1 и 2 классов разрешается строить самостоятельные сети 3 и 4 классов. При этом в сети триангуляции должно быть измерено не менее двух сторон. В полигонометрической сети периметры полигонов не должны превышать: для 3 класса – 60 км, для 4 класса – 35 км.

Государственная полигонометрия 1 кл. строится в виде ходов, заменяющих ряд триангуляции 1 кл. Полигонометрические сети 2 кл. строятся по особо разработанной программе.

При построении сетей 3 и 4 кл. прокладывают системы полигонометрических ходов или одиночные ходы, опирающиеся на пункты высшего класса.

Достоинство полигонометрии – простота геометрического построения сетей и большая гибкость, экономия в затратах труда. Недостатки – слабый контроль угловых и линейных измерений, менее равномерная плотность сети по сравнению с триангуляцией.

Основные характеристики плановой государственной сети: S – длина сторон, m_β – средняя квадратическая ошибка измерения угла, $f_{\beta_{дон}}$ – допустимая угловая невязка и $m_S:S$ – относительная средняя квадратическая ошибка измерения сторон приведена в табл.9.1

Т а б л и ц а 9 . 1 . Основные характеристики плановой государственной сети

Класс	Триангуляция				Полигонометрия		Трилатерация
	S , км	m_β , "	$f_{\beta_{дон}}$, "	$m_S:S$	m_β , "	$m_S:S$	$m_S:S$
1	20	0,7	3	1:400000	0,4	1:300000	
2	7–20	1,0	4	1:300000	1,0	1:250000	
3	5–8	1,5	6	1:200000	1,5	1:200000	1:100000
4	2–5	2,0	8	1:200000	2,0	1:150000	1:40000

Для каждого пункта сети определяется его высота методом геометрического или тригонометрического нивелирования.

Государственная нивелирная сеть является главной высотной основой для решения научных и инженерно-технических задач. Создается методом геометрического нивелирования.

Сети I и II кл. обеспечивают единую систему высот на территории всей страны, а также используются для научных целей. Сети III и IV кл. служат для обеспечения топографических съёмок и решения инженерных задач.

Нивелирные ходы I и II кл. через каждые 50–60 км закрепляются фундаментальными реперами. Ходы всех классов через 5–7 км закрепляются реперами и марками.

Предельные невязки в превышениях нивелирных ходов определяются по формулам

$$\text{I кл. } f_h \leq 3 \text{ мм} \sqrt{L},$$

$$\text{II кл. } f_h \leq 5 \text{ мм} \sqrt{L},$$

$$\text{III кл. } f_h \leq 10 \text{ мм} \sqrt{L},$$

$$\text{IV кл. } f_h \leq 20 \text{ мм} \sqrt{L}.$$

Здесь невязки выражены в миллиметрах, а длина хода L в километрах. Плотность пунктов государственной сети зависит от масштаба съёмки и характеризуется данными табл. 9.2.

Т а б л и ц а 9 . 2 . Густота пунктов государственной сети

Масштаб съемки	Один пункт на площадь, км ²	Один репер на площадь, км ²
1:25000 1:10000	50–60 (1, 2, 3 классов)	
1:5000	20–30	10–15
1:2000	5–15	5–7

Рассмотренная ГГС строилась по единой программе на территорию всего Советского Союза в течение многих десятилетий. Она включала около 164 тыс. пунктов 1 и 2 классов. На территории Беларуси таких пунктов было около 2,5 тыс.

Плановые сети в течение многих лет не обновлялись. По своему состоянию и точности они уже не отвечают современным требованиям. Поэтому в России и Республике Беларусь разработаны программы модернизации ГГС на основе спутниковых методов определения координат. Основные положения построения современной ГГС РБ изложены ниже.

Вопрос 9.2.3. Государственная геодезическая сеть Республики Беларусь.

Государственная геодезическая сеть (ГГС) представляет собой сеть закрепленных точек земной поверхности, относящейся к территории Республики Беларусь (далее – земная поверхность), положение которых определено в общих для них системах координат.

ГГС предназначена для:

- распространения единых установленных систем координат на территории Республики Беларусь;
- геодезического обеспечения картографирования территории Республики Беларусь;
- геодезического обеспечения изучения земельных ресурсов и землепользования, создания кадастров, строительства, разведки и освоения природных ресурсов Республики Беларусь;
- обеспечения исходными геодезическими данными средств наземной и аэрокосмической навигации, аэрокосмического мониторинга природной и техногенной сред Республики Беларусь;
- изучения поверхности и гравитационного поля Земли и их изменений во времени;
- изучения геодинамических явлений.

ГГС является носителем геодезической системы координат и высот Республики Беларусь. Началом единого отсчета плановых координат служит центр круглого зала Пулковской обсерватории в Санкт-Петербурге. При производстве геодезических и картографических работ государственного назначения на территории Республики Беларусь применяется единая система геодезических координат 1942 года и Балтийская система высот 1977 года. Для вычисления геодезических координат принимаются размеры референц-эллипсоида Ф.Н.Красовского со следующими параметрами: большая полуось – 6378245,000 метра, малая полуось – 6356863,019 метра и сжатие – 1:298,3.

Создание, развитие и поддержание в рабочем состоянии ГГС обеспечивает Государственный комитет по имуществу Республики Беларусь.

Юридические и физические лица при выполнении геодезических и картографических работ обязаны обеспечивать сохранность геодезических пунктов.

ГГС состоит из взаимосвязанных геодезических сетей различных классов точности, создаваемых по принципу от общего к частному.

ГГС включает:

- фундаментальную астрономо-геодезическую сеть (ФАГС);
- высокоточную геодезическую сеть (ВГС);
- спутниковую геодезическую сеть 1-го класса (СГС-1);
- геодезические сети сгущения (ГСС).

Плотность пунктов ГГС должна составлять не менее одного пункта на 30 кв. км земной поверхности.

В основу создания ГГС РБ положен принцип сохранения единства геодезических сетей Беларуси и России (рис. 9.2)

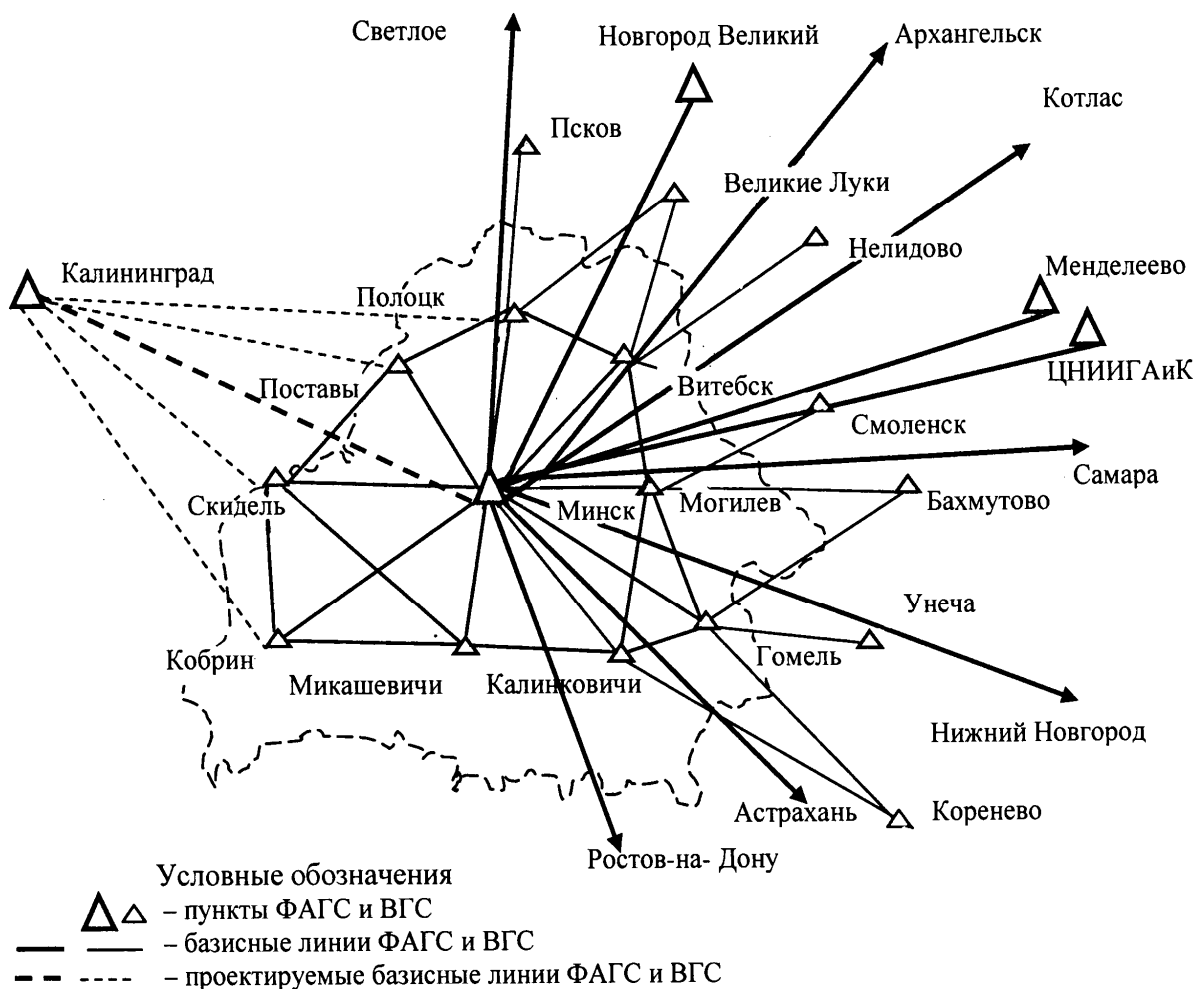


Рис. 9.2. Схема связи государственной геодезической сети Беларуси и России.

На первом этапе развития и модернизации ГГС в течение 2000 г. создан один пункт фундаментальной астрономо-геодезической сети «Минск». Он

связан геодезическими измерениями с аналогичными по точности определения координат геодезическими пунктами на территории Российской Федерации и других сопредельных государств.

Контроль положения основного центра пункта ФАГС относительно его рабочих и контрольных центров должен осуществляться не менее одного раза в 3 года. Допустимое пространственное смещение основного центра относительно его рабочих и контрольных центров не должно превышать ± 3 мм.

Пространственное положение пункта ФАГС относительно геодезических пунктов других государств должно определяться в установленной системе координат с периодичностью не менее 5 лет.

Средняя квадратическая погрешность взаимного положения пункта ФАГС относительно геодезических пунктов других государств не должна превышать ± 2 см по каждой из плановых компонент и ± 3 см – по высотной компоненте с учетом скоростей их изменения во времени.

Пункт ФАГС должен иметь связь не менее чем с четырьмя пунктами астрономо-геодезической сети (АГС). Связь должна устанавливаться относительными методами космической геодезии со средней квадратической погрешностью, не превышающей ± 2 см по каждой из плановых компонент и ± 3 см – по высотной компоненте.

На пункте ФАГС должно выполняться определение нормальных высот нивелированием не ниже II класса точности. Периодичность определений не должна превышать 5 лет.

На одном из рабочих центров пункта ФАГС, как правило, оборудуют постоянно действующую спутниковую станцию.

ФАГС уравнивается в системе координат WGS-84, ошибка взаимного положения пунктов составляет не более 0,5 см по каждой из плановых координат и 1–2 см по геодезической высоте. Средние квадратические погрешности взаимного положения ВГС по каждой из плановых координат не превышают величин 1,5 см и по геодезической высоте 2–3 см.

С сентября 2001 г. на пункте ФАГС «Минск» установлена совмещенная GPS/ГЛОНАСС базовая станция Legasi E GGD, и с этого времени она работает в режиме постоянно действующей (перманентной) станции.

Следующим этапом модернизации ГГС стало создание высокоточной геодезической сети (ВГС), представленной пунктами Поставы, Полоцк, Витебск, Могилев, Гомель, Калинковичи, Микашевичи, Кобрин и Скидель (рис. 9.2).

ВГС представляет собой пространственное геодезическое построение, опирающееся на пункт ФАГС и геодезические пункты других государств. Расстояние между пунктами ВГС должно составлять 150–300 км.

Средняя квадратическая погрешность определения пространственных прямоугольных координат пунктов ВГС относительно пункта ФАГС и геодезических пунктов других государств не должна превышать $\pm(1-2)$ см – по каждой из плановых компонент и $\pm(2-3)$ см – по высотной компоненте.

Пространственные прямоугольные координаты пунктов ВГС должны определяться в установленной системе координат методами космической геодезии, обеспечивающими точность взаимного положения пунктов со средними квадратическими погрешностями, не превышающими:

- по каждой из плановых компонент величины, определяемой по формуле:

$$m_x = m_y = \pm 3 \text{ мм} + 5 \times 10^{-8} D,$$

- по высотной компоненте величины, определяемой по формуле:

$$m_z = \pm 5 \text{ мм} + 7 \times 10^{-8} D,$$

где D – расстояние между центрами пунктов.

Пункт ВГС должен быть связан геодезическими измерениями с пунктом ФАГС, со всеми смежными пунктами ВГС и не менее чем с двумя ближайшими геодезическими пунктами других государств.

Дальнейшее развитие ГГС на всю территорию Республики Беларусь выполняется специалистами РУП «Белаэрокосмогеодезия». Модернизированные геодезические сети будут служить надежной основой для обороны, научных исследований, обновления карт, проведения землеустроительных, земельно-кадастровых работ и создания геоинформационных систем [18].

Спутниковая геодезическая сеть 1 класса (СГС-1) представляет собой пространственное геодезическое построение, опирающееся на пункты ФАГС и ВГС.

Расстояние между пунктами СГС-1 должно составлять 15–25 км, а на территориях городов, больших промышленных объектов – 8–12 км.

Средняя квадратическая погрешность определения пространственных прямоугольных координат пунктов СГС-1 относительно ближайших пунктов ФАГС и ВГС не должна превышать ± 3 см – по каждой из плановых компонент и ± 5 см – по высотной компоненте.

Пространственные прямоугольные координаты пунктов СГС-1 должны определяться в установленной системе координат методами космической геодезии, обеспечивающими точность взаимного положения пунктов со средними квадратическими погрешностями, не превышающими:

- по каждой из плановых компонент величины, определяемой по формуле:

$$m_x = m_y = \pm 3 \text{ мм} + 1 \times 10^{-7} D,$$

- по высотной компоненте величины, определяемой по формуле:

$$m_z = \pm 5 \text{ мм} + 2 \times 10^{-7} D,$$

где D – расстояние между центрами пунктов.

Основной пункт и пункты-спутники должны быть объединены в локальную геодезическую сеть.

Пункты-спутники должны располагаться на расстоянии от 500 до 1000 м от основного центра пункта СГС-1. На застроенной и закрытой местности расстояние от основного центра пункта СГС-1 до пунктов-спутников не должно превышать 250 м. Средняя квадратическая погрешность определения расстояния между пунктом-спутником и основным центром пункта СГС-1 не должна превышать $\pm 0,05$ м при расстоянии от 500 до 1000 м и $\pm 0,01$ м при расстоянии до 250 м.

Часть пунктов СГС-1 должна быть совмещена с пунктами АГС или привязана к ним. Расстояние между пунктами АГС, совмещаемыми с пунктами СГС-1 или привязываемыми к ним, не должно превышать 70 км. Привязка должна осуществляться относительными методами космической геодезии со средними квадратическими погрешностями, не превышающими ± 2 см по каждой из плановых компонент.

Пункты-спутники допускается совмещать с реперами государственной нивелирной сети.

Геодезическая сеть сгущения (ГСС) включает геодезические сети 1–4 классов, построенные в соответствии с требованиями Основных положений о государственной геодезической сети СССР 1954–1961 гг., и новые сети сгущения, построенные в соответствии с требованиями стандарта.

Новые пункты ГСС определяются относительными методами космической геодезии, а также традиционными геодезическими методами: триангуляции, полигонометрии, трилатерации и с применением астрономических измерений.

Средняя квадратическая погрешность определения положения пунктов ГСС относительно ближайших пунктов ФАГС, ВГС, СГС-1 не должна превышать ± 10 см. Средняя квадратическая погрешность определения взаимного положения пунктов ГСС не должна превышать ± 5 см.

Длины сторон ГСС должны находиться в пределах 2–8 км. Нормальные высоты пунктов ГСС должны определяться со средней квадратической погрешностью, не превышающей ± 5 см.

Вопрос 9.1.4. Закрепление пунктов Государственной геодезической сети на местности

В целях долговременной сохранности сетей их пункты закрепляют на местности особо надёжными сооружениями – центрами, в виде бетонных, каменных или кирпичных на цементном растворе монолитов, железобетонных пилонов, бетонированных рельсов или труб. Сверху в них закладывают чугунные марки, имеющие на поверхности отверстие или крест, обозначающие центр пункта. Типы центров установлены соответствующими инструкциями применительно к природно-климатическим условиям региона и местным условиям.

В районах неглубокого промерзания грунта (1,5 м) применяют центр из трех бетонных монолитов (рис. 9.3). Верхняя марка закладки монолитов находится на глубине 50 см от поверхности. Нижний монолит закладывается на 50 см ниже промерзания грунта. Над центром устанавливается опознавательный бетонный столб.

Для удобства привязки на всех пунктах государственной геодезической сети устанавливается по два ориентирных пункта на расстоянии от него 500–1000 м. На ориентирном пункте закладывается в землю бетонный монолит с маркой, а сверху устанавливается деревянный или бетонный опознавательный столб.

Над центрами пунктов сооружают наружные знаки (рис. 9.4), которые служат визирными целями при измерении углов и линий (туры, пирамиды, простые сигналы, сложные сигналы).

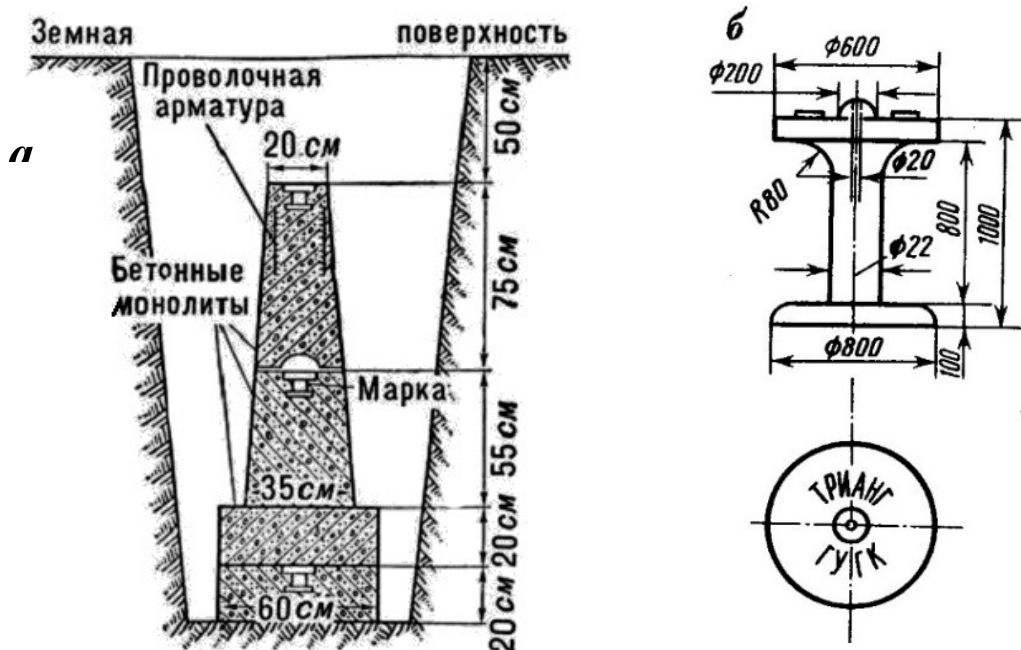


Рис. 9.3. Закрепление на местности пунктов государственной геодезической основы
a – центр для закрепления пунктов триангуляции; *б* – чугунная марка.

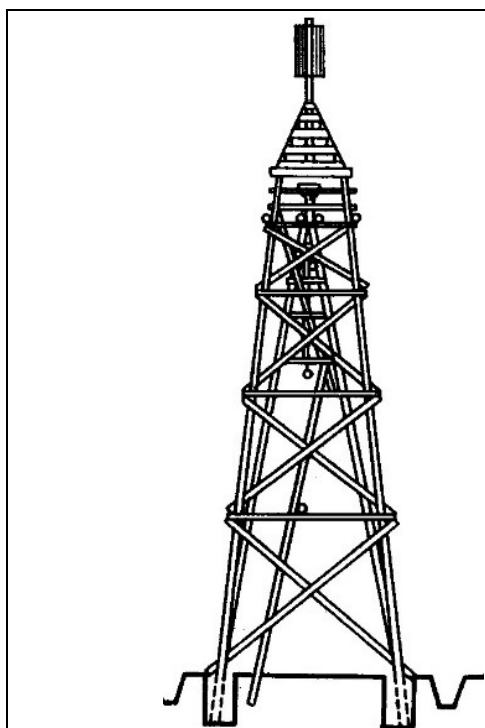


Рис. 9.4. Геодезический сигнал.

Согласно основным положениям ГГС Республики Беларусь пункт фундаментальной астрономо-геодезической сети (ФАГС) должен иметь:

- основной центр;
- не менее четырех рабочих центров;
- не менее четырех контрольных центров.

Расстояние между основным и каждым из рабочих центров пункта ФАГС, между основным и каждым из контрольных центров пункта ФАГС не должно превышать 20 км.

В качестве рабочих и контрольных центров пункта ФАГС рекомендуется использовать вековые и фундаментальные нивелирные реперы.

Основной, рабочие и контрольные центры пункта ФАГС должны быть объединены в локальную геодезическую сеть.

Пункт ВГС должен иметь:

- основной центр;

- рабочий центр;
- контрольный центр.

Расстояние между основным, рабочим и контрольным центрами пункта ВГС не должно превышать 20 км. В качестве рабочего и контрольного центров пункта ВГС рекомендуется использовать вековые, фундаментальные и грунтовые нивелирные реперы.

Основной, рабочие и контрольные центры пункта ВГС должны быть объединены в локальную геодезическую сеть.

Пункт СГС-1 должен иметь:

- основной центр;
- два пункта-спутника.

Вопрос 9.2. Сети сгущения и съёмочные сети.

Вопрос 9.2.1. Сети сгущения и съёмочные сети

Геодезические сети сгущения создаются на основе государственной сети для обоснования топографических съёмок масштабов 1:5000– 1:5001. При этом в основном применяются те же методы, как и в государственных сетях. Они подразделяются на аналитические сети триангуляции 1 и 2 разрядов, полигонометрические сети 1 и 2 разрядов и сети технического нивелирования. Характеристики плановых сетей приведены в табл. 9.31.

Т а б л и ц а 9 . 3 . Основные характеристики сетей сгущения

Разряд	Триангуляция				Полигонометрия			
	S , км	m_β	$f_{\beta_{дон}}$	$m_S:S$	$\sum S$, км	m_β	$f_{\beta_{дон}}$	$(f_s : \sum S)_{дон}$
1	5	5''	20''	1:50000	5	5''	$10''\sqrt{n}$	1:10000
2	3	10''	40''	1:20000	3	10''	$20''\sqrt{n}$	1:5000

Триангуляция 1 и 2 разряда обычно строится в виде типовых фигур (рис. 9.5).

- а) – вставка в угол;
- б) – геодезический четырехугольник;
- в) – центральная система;
- г) – цепь треугольников между исходными сторонами;
- д) – цепь треугольников между исходными пунктами.

Могут строиться сети, включающие несколько типовых фигур.

Минимальный угол в сплошной сети 1 и 2 разрядов – 20°, в цепочке треугольников – 30°. Число треугольников между исходными пунктами не более 10. Минимальная длина выходной стороны 1 км.

¹ – в настоящее время сети сгущения включены в ГГС.

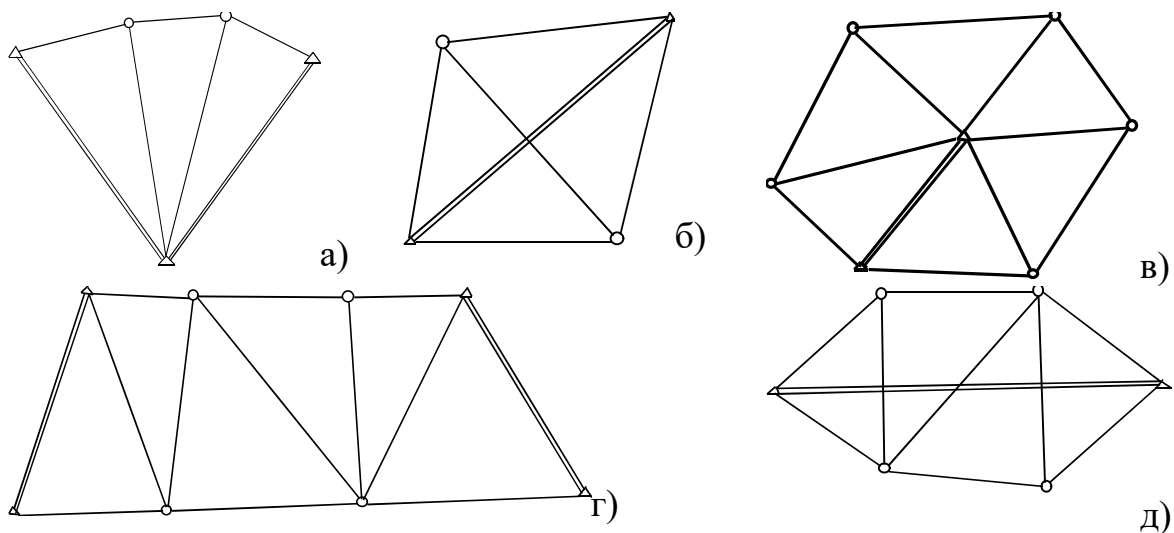


Рис. 9.5. Типовые фигуры триангуляции.

Плановые сети сгущения можно создавать также методом трилатерации, полярно-лучевым методом и др.

Высотные сети сгущения создаются техническим нивелированием. Длины визирного луча допускаются до 150 м. Предельная невязка в сумме превышений определяется по формуле

$$f_{h_{\text{дон}}} \leq 50 \text{ мм} \sqrt{L} \text{ или } f_{h_{\text{дон}}} \leq 10 \text{ мм} \sqrt{n},$$

где L – длина хода в км,

n – число станций в ходе.

Съемочные сети являются непосредственной основой съёмок всех масштабов и других геодезических работ. Они могут строиться на основе государственных сетей, сетей сгущения или в условной системе координат.

Точность съёмочных сетей, способы закрепления пунктов и другие требования устанавливаются соответствующими инструкциями.

Средняя ошибка в плановом положении точек съёмочной сети относительно ближайших пунктов государственной геодезической сети не должна превышать 0,1 мм в масштабе плана, а предельная – 0,2 мм.

Средние ошибки высот точек съёмочного обоснования относительно ближайших пунктов государственной геодезической сети в равнинных районах не должны превышать 1/10 высоты сечения рельефа.

При создании плановых съёмочных сетей применяется метод триангуляции, трилатерации, теодолитные хода, полярно-лучевой метод, различные засечки и др.

Высоты точек съёмочного обоснования определяются геометрическим или тригонометрическим нивелированием.

Допустимые невязки в превышениях определяются по формулам:

$$f_{h_{\text{дон}}} \leq 5 \text{ см} \sqrt{L} \text{ – при техническом нивелировании;}$$

$f_{h_{дон}} \leq 10 \text{ см} \sqrt{L}$ – при нивелировании горизонтальным лучом теодолитом или кипрегелем;

$f_{h_{дон}} \leq 20 \text{ см} \sqrt{L}$ – при тригонометрическом нивелировании.

Следует отметить, что многоуровневый подход построения геодезических сетей приводит к накоплению погрешностей. В традиционных плановых сетях ограничивалась погрешность взаимного положения пунктов или погрешность относительно ближайшего пункта предшествующего класса сети. А реальная погрешность положения пункта (относительно начального пункта Пулково) оказывалась довольно высокой.

Такой подход был оправдан когда геодезические сети использовались преимущественно для обоснования промышленного и гражданского строительства, где требования все требования связаны с погрешностью взаимного положения объектов. При выполнении кадастровых работ важной характеристикой становится общая погрешность положения пункта. В современных условиях спутниковые методы позволяют определять координаты пунктов с погрешностью положения менее 5 см на всей территории Республики Беларусь, что недоступно при использовании традиционных методов: полигонометрии, триангуляции и трилатерации. По этой причине традиционные методы целесообразно использовать только там, где затруднено использование спутниковых методов.

Вопрос 9.2.2. Последовательность работ при построении сетей сгущения.

При создании геодезических сетей независимо от применяемого метода можно выделить несколько этапов выполнения работ. На примере плановых сетей (триангуляция и полигонометрия):

1. Составление технического проекта сети по карте.
2. Рекогносцировка на местности положения пунктов сети (проверяется взаимная видимость между пунктами, возможность выполнения угловых и линейных измерений, а также определения высот при необходимости..)
3. Закладка центров и при необходимости постройка триангуляционных знаков над центрами пунктов.
4. Определение значений длин и дирекционных углов исходных сторон сторон.
5. Измерение углов и расстояний.
6. Обработка результатов измерений (предварительная обработка, уравнивание, вычисление координат и составление каталогов пунктов).

При составлении проекта пользуются топографической картой. Намечают места размещения пунктов, рассчитывают высоты сигналов, делают предрасчет точности, определяют сметную стоимость работ и т.п.

Во время рекогносцировки при необходимости вносят изменения в проект.

Длины выходных сторон в настоящее время измеряют электромагнитными дальномерами. Если сеть развивается на основе сетей старших классов,

то линий обычно не измеряют. Для измерения углов в сетях 3, 4 кл. и сетях сгущения, в основном, применяют способ круговых приемов.

Обработку результатов измерений выполняют в настоящее время на ПЭВМ.

Указанные выше виды работ справедливы и при создании сети спутниковыми методами, но вместо измерения углов и расстояний, выполняется измерение приращений координат.

Вопрос 9.2.3. Приведение измеренных направлений к центрам пунктов.

Геодезический знак стремятся строить так, чтобы ось визирного цилиндра и болванка внутренней пирамиды, на которую устанавливается теодолит, находились на одной отвесной линии с центром знака. Практически это условие не всегда выполняется. Вследствие этого при измерении углов прибор часто устанавливают не над центром пункта и наблюдают на визирные цели смежных пунктов, оси которых не совпадают с отвесными линиями центров пунктов.

В таких случаях в измеренные направления вводятся поправки за центрировку и редукцию.

Пусть в момент измерения направлений (рис. 9.6) центр пункта находился в точке C , а прибор в точке P . (Имеется ввиду проекция этих точек на горизонтальную плоскость). Расстояние $CP=e$ называется линейным элементом центрировки.

Угол Θ , отсчитываемый при точке P от направления C до начального направления N по ходу часовой стрелки, называется угловым элементом центрировки.

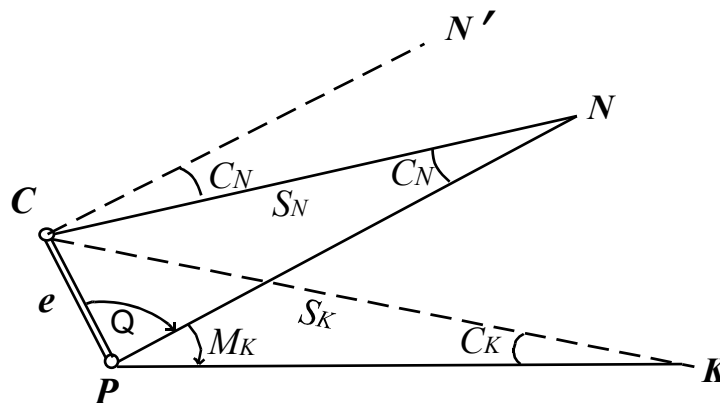


Рис. 9.6.

Фактически измерено направление PN , а надо было измерить CN . Проведем $CN' \parallel PN$, тогда угол c_N выразит поправку в направление. Из ΔCNP имеем

$$\frac{\sin c_N}{e} = \frac{\sin \Theta}{S_N}.$$

Отсюда

$$\sin c_N = \frac{e \sin \Theta}{S_N}.$$

По малости угла c_N можно написать

$$c_N'' = \frac{e \sin \Theta}{S_N} \rho''.$$

Аналогично можно найти поправку в любое направление. Например, поправка в направление на пункт K составит

$$c_k'' = \frac{e \sin(M_K + \Theta)}{S_K} \rho'',$$

где M_K – величина измеренного направления на пункт K .

В общем виде без индексов формулу для вычисления поправок за центрировку можно записать так

$$c'' = \frac{e \sin(M + \Theta)}{S} \rho''.$$

Поправки за центрировку вводятся со своим знаком в измеренные направления на данном пункте.

Выведем формулу для вычисления поправок за редукцию.

Пусть с пункта N производилось наблюдение на визирный цилиндр V , проекция которого не совпадает с центром пункта C (рис.9.7). Расстояние e_1 , называется линейным элементом редукции. Угол Θ_1 с вершиной в точке V , считаемый от направления на центр C до нулевого направления N по ходу часовой стрелки, называется угловым элементом редукции.

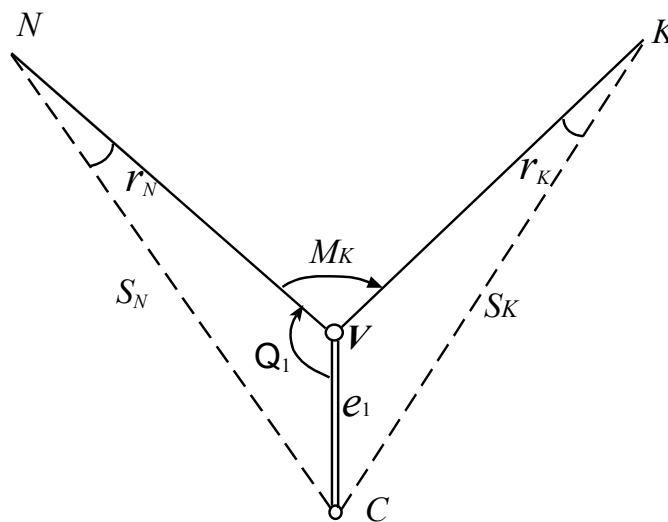


Рис. 9.7.

Из рис. 9.7 видно, что в направление NV нужно ввести поправку

$$r_N'' = \frac{e_1 \sin \Theta_1}{S_n} \rho'',$$

а в направлении KV поправку

$$r_K'' = \frac{e_1 \sin(M_K + \Theta_1)}{S_K} \rho''.$$

В общем виде формулу за редукцию можно записать так

$$r'' = \frac{e_1 \sin(M + \Theta_1)}{S} \rho''.$$

Поправки за редукцию вычисляются на данном пункте для всех направлений, но вводятся со своим знаком в направления, измеренные на соседних пунктах.

Вопрос 9.2.4. Способы определения элементов приведения.

Величины e , e_1 , Θ , Θ_1 , необходимые для вычисления s и r , называются элементами приведения. Для их определения чаще всего применяют графический способ.

Над центром пункта устанавливают центрировочный столик, на который прикрепляют лист бумаги. Затем с помощью вспомогательного теодолита проектируют на центрировочный лист центр пункта, ось вращения теодолита (если наблюдение ведется с сигнала) и ось визирного цилиндра. Проектирование выполняют при двух положениях круга с трех точек, расположенных так, чтобы проектирующие плоскости пересекались под углом 120° . Стороны треугольников погрешностей при проектировании точек C и P не должны превышать $0,5$ см, а для точки V – 1 см. Окончательное положение проекций точек C , P и V намечают в центре треугольников погрешностей (рис. 9.8).

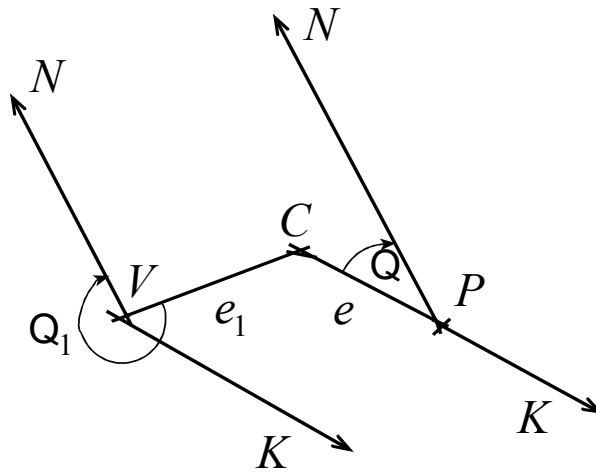


Рис. 9.8.

Линейные элементы приведения e и e_1 измеряют с точностью до 1 мм. Для определения угловых элементов приведения Θ и Θ_1 , из точек P и V с помощью визирной линейки прочерчивают направления на начальный пункт, после чего углы измеряют транспортиром. Для контроля прочерчивают направления еще на один из пунктов K , измеряют транспортиром углы NPK , NVK и сравнивают их с измеренными теодолитом.

Графический способ применяют в случаях, когда e и e_1 небольшие.

Если e не вмещается на центрировочный лист, то его измеряют непосредственно рулеткой, как расстояние между нитью отвеса, установленного над центром пункта, и нитью отвеса теодолита. Угол измеряют непосредственно теодолитом.

Вопрос 9.3. Определение дополнительных пунктов

Вопрос 9.3.1. Снесение координат с вершины знака на землю.

Дополнительные пункты определяются наряду со съемочной сетью в основном для сгущения существующей геодезической сети пунктами съемочного обоснования. Они строятся прямыми, обратными, комбинированными угловыми, а при наличии электронных дальномеров – линейными засечками и лучевым методом.

В некоторых случаях дополнительный пункт определяется передачей (снесением) координат с вершины знака на землю.

При привязке полигонометрического (теодолитного) хода к пункту триангуляции, на котором нельзя установить прибор, выбирают на земле вблизи этого пункта A (на расстоянии 50–100 м от него) точку P в таком месте, чтобы, кроме пункта A были видны два удаленных пункта исходной сети B и C (один из них необходим для контроля) и удобно было измерить два базиса для определения неприступного расстояния AP (рис. 9.9).

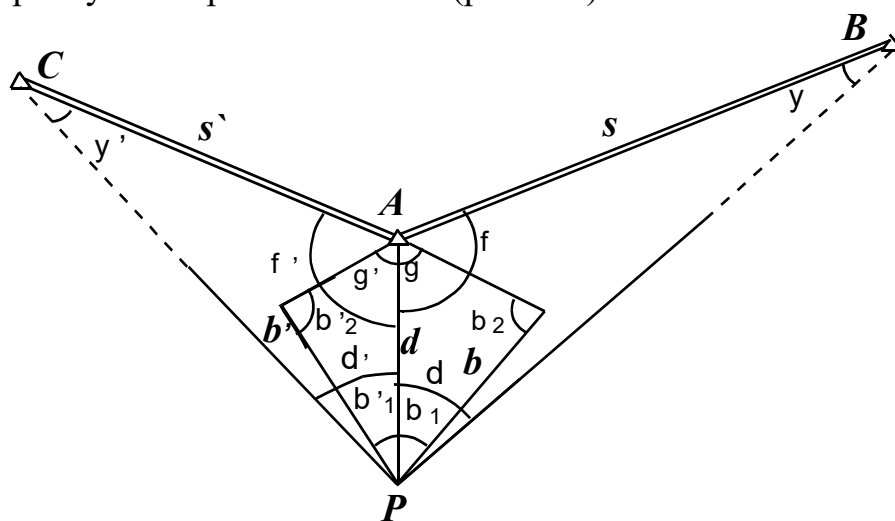


Рис. 9.9.

Для решения задачи измеряют базисы b и b' и шесть углов $\beta_1, \beta_2, \beta'_1, \beta'_2, \delta$ и δ' причем второй базис и углы при нем используют для контроля определения расстояния AP и повышения точности получения окончательного его значения, а угол δ' – для контроля правильности произведенных измерений, выписки исходных данных и повышения точности определения окончательных значений координат точки P (если их получают по результатам решений двух вариантов задачи).

Рассмотрим решение задачи по этапам.

1. Вычисление дирекционных углов (AB) , (AC) и расстояний $AB=s$, $AC=s'$.

Имея координаты пунктов A и B , вычисляют дирекционный угол (AB)

$$(AB) = \operatorname{arctg} \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} \quad (9.1)$$

и расстояние $AB = s$

$$s = \frac{Y_B - Y_A}{\sin(AB)} = \frac{X_B - X_A}{\cos(AB)}. \quad (9.2)$$

Если полученные значения s различаются на две единицы последнего знака, то за окончательное принимают среднее арифметическое.

Точно так же определяют дирекционный угол (AC) и расстояние AC . Иногда дирекционные углы (AB) , (AC) и расстояния AB , AC не приходится вычислять, так как они бывают известны из материалов исходной геодезической сети.

2. Вычисление расстояния $AP = d$.

Недоступное расстояние $AP = d$ определяют дважды:

$$d_1 = \frac{b \sin \beta_2}{\sin \gamma} \quad \text{и} \quad d_2 = \frac{b' \sin \beta'_2}{\sin \gamma'}, \quad (9.3)$$

где $\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$, $\gamma' = 180^\circ - (\beta'_1 + \beta'_2)$.

Разность $|d_1 - d_2|$ не должна превышать $2d \frac{1}{T}$, где $\frac{1}{T}$ – предельная относительная ошибка измерения базисов b и b' .

За окончательное значение расстояния AP принимают среднее арифметическое значение

$$d = \frac{d_1 + d_2}{2}. \quad (9.4)$$

3. Вычисление дирекционного угла (AP) .

Решая треугольники ABP и ACP , находят

$$\psi = \arcsin \frac{d \sin \delta}{s} \text{ и } \psi' = \arcsin \frac{d \sin \delta'}{s'}. \quad (9.5)$$

Затем вычисляют вспомогательные углы φ и φ'

$$\varphi = 180^0 - (\delta + \psi), \quad \varphi' = 180^0 - (\delta' + \psi'). \quad (9.6)$$

По этим углам определяют два значения дирекционного угла (AP)

$$(AP)_1 = (AB) + \varphi, \quad (AP)_2 = (AC) - \varphi'. \quad (9.7)$$

Расхождение между значениями $(AP)_1$ и $(AP)_2$ должно удовлетворять неравенству

$$\omega = |(AP)_1 - (AP)_2| < 6m, \quad (9.8)$$

где m – средняя квадратическая ошибка измерения угла.

4. Вычисление координат точек P

По расстоянию $AP = d$ и дирекционному углу (AP) находят, приращения координат

$$\left. \begin{aligned} \Delta X_1 &= d \cos(AP)_1; & \Delta Y_1 &= d \sin(AP)_1 \\ \Delta X_2 &= d \cos(AP)_2; & \Delta Y_2 &= d \sin(AP)_2 \end{aligned} \right\} \quad (9.9)$$

Затем вычисляют координаты точки P

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= X_A + \Delta X_1; & Y_1 &= Y_A + \Delta Y_1 \\ X_2 &= X_A + \Delta X_2; & Y_2 &= Y_A + \Delta Y_2 \end{aligned} \right\} \quad (9.10)$$

Полученные из двух решений значения координат не должны различаться больше, чем на величину $\frac{\omega}{\rho} d$.

За окончательные значения координат принимают средние арифметические значения

$$X = \frac{X_1 + X_2}{2}; \quad Y = \frac{Y_1 + Y_2}{2}. \quad (9.11)$$

5. Оценка точности положения точки P . Средней квадратической ошибкой положения точки называется средняя величина смещения относительно ее точного положения и определяемая в общем случае соотношением

$$M = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}. \quad (9.12)$$

В данном случае средняя квадратическая ошибка положения точки P может быть получена приближенно по формуле

$$M = d \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2}. \quad (9.13)$$

Вопрос 9.3.2. Прямая засечка.

Для решения прямой засечки, заключающейся в определении координат третьего пункта по координатам двух исходных пунктов и измеренным при них углам, предложено много различных формул. Рассмотрим некоторые из них.

а. Формулы Юнга

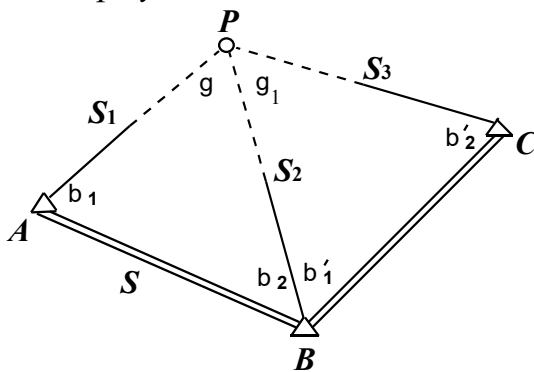


Рис. 9.10.

Даны координаты точек A, B, C (рис. 9.10). Измерены углы $\beta_1, \beta_2, \beta_1', \beta_2'$. Требуется определить координаты точки $P(x, y)$. С выводом формул Юнга следует ознакомиться по учебнику [1, §161].

Если встать между исходными пунктами и смотреть на определяемый пункт P , то пункт A будет левым, а B – правым.

Условимся обозначать соответствующими индексами координаты исходных пунктов и измеренные углы. Тогда формулам Юнга можно придать следующий вид:

$$X_P = \frac{X_\Lambda \operatorname{ctg} \Pi + X_\Pi \operatorname{ctg} \Lambda - Y_\Lambda + Y_\Pi}{\operatorname{ctg} \Lambda + \operatorname{ctg} \Pi}, \quad (9.14)$$

$$Y_P = \frac{Y_\Lambda \operatorname{ctg} \Pi + Y_\Pi \operatorname{ctg} \Lambda + X_\Lambda - X_\Pi}{\operatorname{ctg} \Lambda + \operatorname{ctg} \Pi}, \quad (9.15)$$

где Λ и Π – значения углов при левом и правом пунктах ($\Lambda = \beta_1, \Pi = \beta_2$).

В целях контроля находят угол $\gamma = 180^\circ - \beta_1 - \beta_2$, а затем по координатам пункта B (левый) и координатам пункта P (правый) по формулам (14) и (15) вычисляют координаты пункта A , которые должны совпадать с заданными.

Для полного контроля полевых измерений и выписки исходных данных нужно решить, задачу, используя координаты точек B и C .

Расхождение между абсциссами и ординатами при первом и втором решении должны удовлетворять условию

$$r = \sqrt{(X' - X'')^2 + (Y' - Y'')^2} \leq 3M_r; \quad (9.16)$$

где M_r – среднее квадратическое расхождение в положении пункта P из двух решений.

В свою очередь,

$$M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}, \quad (9.17)$$

где M_1 и M_2 – средние квадратические ошибки положения пункта P из первого и второго решения.

Средняя квадратическая ошибка M положения пункта P , определяемого прямой засечкой, вычисляется по формуле

$$M = \frac{m \sqrt{s_1^2 + s_2^2}}{\rho \sin \gamma}, \quad (9.18)$$

где m – средняя квадратическая ошибка измерения углов;

s_1 и s_2 – расстояние от исходных пунктов до определяемого (можно вычислить по координатам точек);

γ – угол засечки.

Под величиной M понимается выражение

$$M = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}, \quad (9.19)$$

где m_x и m_y – средние квадратические ошибки по осям координат.

Если расхождение r окажется допустимым, то за окончательное значение координат пункта P берут среднее арифметическое, которое будет иметь ошибку

$$M = \frac{M_r}{2}. \quad (9.20)$$

б) Формулы Гаусса.

При определении точки прямой засечкой может не быть видимости между смежными точками A , B и C . В таком случае целесообразно пользоваться формулами Гаусса, в которые входят дирекционные углы направлений с данных пунктов на определяемый (рис. 9.11).

Известны координаты точек A , B , C . Измерены углы 1, 2, 3. Требуется определить координаты точки P (X , Y).

По измеренным углам и дирекционным углам направлений на другие исходные пункты, находим дирекционные углы направлений на определяемую точку α_1, α_2 и α_3 .

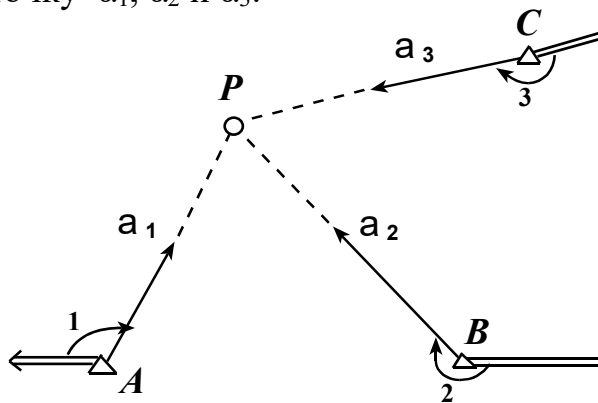


Рис. 9.11.

Запишем соответствие

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{Y - Y_A}{X - X_A},$$

откуда

$$Y - Y_A = (X - X_A) \operatorname{tg} \alpha_1. \quad (9.21)$$

Аналогично получим

$$Y - Y_B = (X - X_B) \operatorname{tg} \alpha_2. \quad (9.22)$$

Найдем разность

$$Y_B - Y_A = X(\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2) - X_A \operatorname{tg} \alpha_1 + X_B \operatorname{tg} \alpha_2.$$

Отсюда

$$X = \frac{X_A \operatorname{tg} \alpha_1 - X_B \operatorname{tg} \alpha_2 + Y_B - Y_A}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2}. \quad (9.23)$$

Вместо (21) и (22) можно записать

$$Y = Y_A + (X - X_A) \operatorname{tg} \alpha_1, \quad (9.24)$$

$$Y = Y_B + (X - X_B) \operatorname{tg} \alpha_2. \quad (9.25)$$

Нахождение ординат по двум формулам (9.24) и (9.25) позволяет проконтролировать вычисления. Таким образом, формулы (9.23), (9.24) и (9.25) – формулы Гаусса для определения координат.

Для контроля правильности полевых измерений вычисляют координаты точки P вторично, используя другую пару исходных пунктов B и C и соответствующие дирекционные углы.

Вопрос 9.3.3. Обратная засечка.

Сущность обратной засечки заключается в определении положения четвертого пункта (точки стояния) по трем исходным. Эта задача встречается при

создании съёмочных сетей, привязке аэрофотоснимков, выносе проектов в натуру и других случаях.

Для ее решения предложено много аналитических и графических способов. При аналитическом способе задаются координаты трех исходных пунктов и измеренные углы или направления на определяемом пункте.

На основе трех исходных пунктов задача решается без контроля правильности измерения углов и выборки исходных данных. Поэтому на практике используют четыре исходных пункта.

Точность определения положения пункта обратной засечкой зависит от ошибок измерения углов, ошибок исходных данных и взаимного расположения пунктов. Если определяемый пункт находится вблизи окружности, проходящей через исходные пункты, то задача решается грубо. В связи с этим обратную засечку рекомендуется делать с предвычислением точности.

В учебнике [1, §162] приводится решение обратной засечки с использованием формул Кнейслля, однако оно требует графических построений или дополнительных расчетов.

Приведем вывод формул, которые позволяют решить задачу с оценкой точности без графических построений.

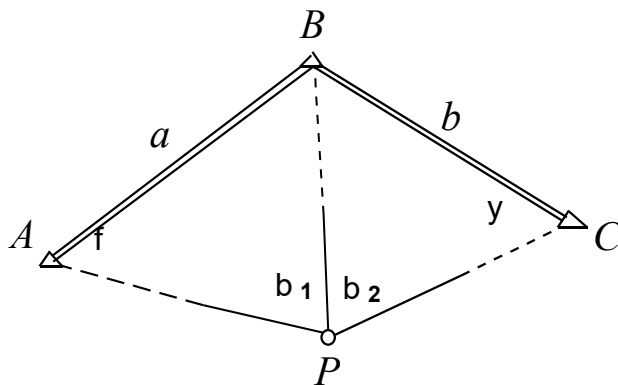


Рис. 9.12

Даны координаты пунктов A , B , C . Измерены углы β_1, β_2 (рис. 9.12). Требуется определить координаты точки $P(X, Y)$.

В начале решением обратных геодезических задач определим дирекционные углы и длины исходных линий:

$$(AB) = \arctg \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}, \quad (9.26)$$

$$a = \frac{Y_B - Y_A}{\sin(AB)} = \frac{X_B - X_A}{\cos(AB)} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}, \quad (9.27)$$

$$(CB) = \arctg \frac{Y_B - Y_C}{X_B - X_C}, \quad (9.28)$$

$$b = \frac{Y_B - Y_C}{\sin(CB)} = \frac{X_B - X_C}{\cos(CB)} = \sqrt{(X_B - X_C)^2 + (Y_B - Y_C)^2}. \quad (9.29)$$

Далее задача сводится к определению углов φ и ψ . Определим полу-сумму углов φ и ψ , которую обозначим как A

$$\frac{1}{2}(\varphi + \psi) = \frac{1}{2}[360^0 - \beta_1 - \beta_2 + (CB) - (AB)] = A. \quad (9.30)$$

Определим полуразность этих углов, которую обозначим через B

$$\frac{1}{2}(\varphi - \psi) = B. \quad (9.31)$$

Определим диаметры описанных окружностей около треугольников ABP и BSP :

$$D_1 = \frac{a}{\sin \beta_1}, \quad D_2 = \frac{b}{\sin \beta_2}. \quad (9.32)$$

Выразим сторону BP через D_1, D_2 и углы φ и ψ .

$$BP = D_1 \sin \varphi, \quad BP = D_2 \sin \psi. \quad (9.33)$$

Откуда

$$D_1 \sin \varphi = D_2 \sin \psi.$$

Разделив две части этого равенства на $D_1 \sin \psi$, получим

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{\sin \varphi}{\sin \psi}.$$

Образую пропорцию и введем обозначение N :

$$\frac{D_2 - D_1}{D_2 + D_1} = \frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = N. \quad (9.34)$$

С учетом (32)

$$N = \left(\frac{b}{\sin \beta_2} - \frac{a}{\sin \beta_1} \right) : \left(\frac{b}{\sin \beta_2} + \frac{a}{\sin \beta_1} \right). \quad (9.35)$$

С учетом тригонометрических формул

$$\frac{\sin \varphi - \sin \psi}{\sin \varphi + \sin \psi} = \frac{2 \cos \frac{\varphi + \psi}{2} \sin \frac{\varphi - \psi}{2}}{2 \sin \frac{\varphi + \psi}{2} \cos \frac{\varphi - \psi}{2}} = \operatorname{ctg} A \operatorname{tg} B = N.$$

Отсюда

$$B = \operatorname{arctg}(NtgA). \quad (9.36)$$

Вычислив значения A и B , определим углы φ и ψ

$$\varphi = A + B, \quad (9.37)$$

$$\psi = A - B. \quad (9.38)$$

Далее определим длину линии AP

$$AP = \frac{a}{\sin \beta_1} \sin(\varphi + \beta_1) \quad (9.39)$$

и координаты точки P :

$$X_P = X_A + AP \cos[(AB) + \varphi], \quad (9.40)$$

$$Y_P = Y_A + AP \sin[(AB) + \varphi]. \quad (9.41)$$

Таким образом, задача решается по формулам 26–41.

Для контроля координат точки P можно вычислить второй раз, используя формулы

$$CP = \frac{b}{\sin \beta_2} \sin(\psi + \beta_2),$$

$$X_P = X_C + CP \cos[(CB) - \psi],$$

$$Y_P = Y_C + CP \sin[(CB) - \psi].$$

Среднюю квадратическую ошибку в положении пункта P , определенного обратной засечкой, можно вычислить по формуле

$$M = \frac{m_\beta a \sin \varphi}{\rho \sin \beta_1 \sin 2A} \sqrt{\left[\frac{\sin(\varphi + \beta_1)}{\sin \beta_1} \right]^2 + \left[\frac{\sin(\psi + \beta_2)}{\sin \beta_2} \right]^2}, \quad (9.42)$$

где m_β – средняя квадратическая ошибка измерения углов β_1 и β_2 .

Рассмотренная обратная засечка по трем исходным пунктам называется однократной. В таком виде она, как правило, не допускается, т.к. не контролируется правильность измерения углов и выписка исходных данных.

Для полного контроля наблюдается не 3, а минимум 4 пункта (рис. 9.13).

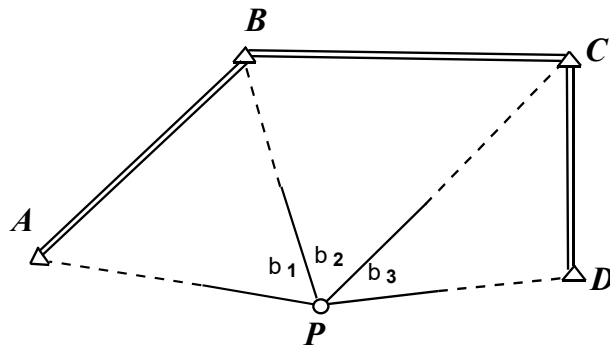


Рис. 9.13.

Задача решается дважды при различном сочетании исходных пунктов. Например, первый раз используются пункты A, B, C и второй раз пункты B, C, D . Для каждого варианта решения определяется средняя квадратическая ошибка положения пункта M по формуле (42). Ожидаемое среднее квадратическое значение M_r расхождения в положении пункта P при двух решениях составит

$$M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}.$$

Отсюда допустимое расхождение в значениях вычисленных координат можно установить по формуле

$$\sqrt{(X' - X'')^2 + (Y' - Y'')^2} < 3M_r,$$

где X', Y' – координаты точки из первого решения;
 X'', Y'' – координаты точки из второго решения.

За окончательное значение координат пункта P берут среднее арифметическое, которое будет иметь ошибку

$$M = \frac{M_r}{2}.$$

Вопрос 9.3.4. Линейная засечка.

Задача линейной засечки заключается в определении координат третьего пункта по координатам исходных пунктов и измеренным расстояниям от определяемого пункта до исходных (однократная засечка). Для контроля определения используются координаты третьего исходного пункта и расстояния до него от определяемого.

Даны координаты пунктов A, B, C . Измерены линии S_1, S_2, S_3 . Требуется определить координаты точки $P (X, Y)$.

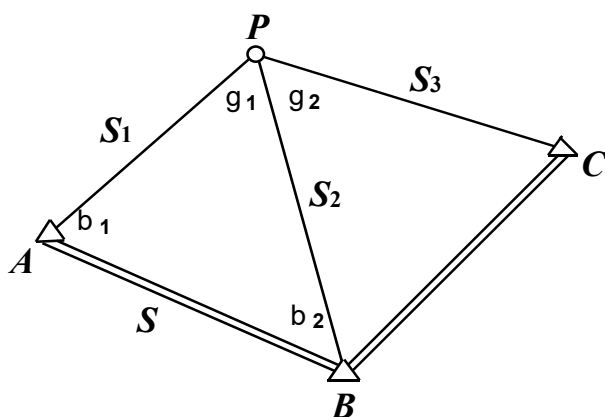


Рис. 9.14.

Рассмотрим однократную засечку с использованием пунктов A и B (рис. 25.6).

1. Решением обратной геодезической задачи определим дирекционный угол и длину линии AB :

$$(AB) = \arctg \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A},$$

$$S = \frac{Y_B - Y_A}{\sin(AB)} = \frac{X_B - X_A}{\cos(AB)} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}.$$

2. Определим угол β_1 , используя теорему косинусов:

$$S_2^2 = S^2 + S_1^2 - 2SS_1 \cos \beta_1, \quad (9.43)$$

$$\beta_1 = \arccos \frac{S^2 + S_1^2 - S_2^2}{2SS_1}. \quad (9.44)$$

3. Определим дирекционный угол линии AP

$$(AP) = (AB) - \beta_1. \quad (9.45)$$

4. Определим координаты точки P :

$$X_P = X_A + S_1 \cos(AP), \quad (9.46)$$

$$Y_P = Y_A + S_1 \sin(AP). \quad (9.47)$$

Для контроля решения задачи вычисляется длина линии BP и сравнивается с измеренной

$$BP = \sqrt{(X_P - X_B)^2 + (Y_P - Y_B)^2}. \quad (9.48)$$

Расхождение не должно превышать 3 единиц последнего знака в измеренном значении линии S_2 .

Для полного контроля определения вычисляется сторона CP и сравнивается с измеренной S_3

$$CP = \sqrt{(X_P - X_C)^2 + (Y_P - Y_C)^2}. \quad (9.49)$$

Допускается

$$|CP - S_3| < 6m_s, \quad (9.50)$$

где m_s – средняя квадратическая ошибка измерения расстояний S_3 .

Однако в целях повышения точности окончательных значений искоемых координат задачу лучше решать дважды. При втором решении используют исходные пункты B, C и расстояния S_2, S_3 .

Допустимое расхождение в координатах определяют по формуле

$$r = \sqrt{(X' - X'')^2 + (Y' - Y'')^2} < 3M_r.$$

В свою очередь

$$M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}.$$

$$M_1 = \frac{\sqrt{m_{S_1}^2 + m_{S_2}^2}}{\sin \gamma_1}, \quad M_2 = \frac{\sqrt{m_{S_2}^2 + m_{S_3}^2}}{\sin \gamma_2}, \quad (9.51)$$

где M_1 и M_2 – средние квадратические ошибки положения пункта P , определенного линейной засечкой в первом и втором вариантах;

γ – угол засечки.

Величину угла засечки (для первого решения) можно найти из выражения

$$\gamma_1 = \arcsin \frac{S \sin \beta_1}{S_2}.$$

За окончательное значение координат пункта P берут среднее арифметическое, которое будет иметь ошибку

$$M = \frac{M_r}{2}.$$

9.3.5. Четырехугольники без диагоналей проф. Зубрицкого И.В.

В условиях полузакрытой местности, в населенных пунктах с квартальной застройкой и в ряде других случаев обоснование можно создавать по методу четырехугольников без диагоналей, предложенному проф. И.В.Зубрицким, многие годы проработавшего в Белорусской сельскохозяйственной академии.

На местности создается система примыкающих друг к другу четырехугольников. В них измеряются все углы и некоторые стороны. Остальные стороны вычисляются. В исходном четырехугольнике обязательно должны быть известны две смежные стороны.

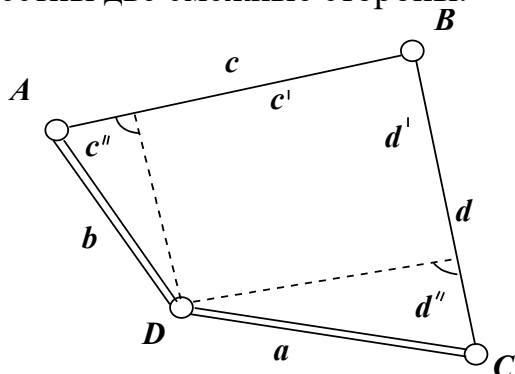


Рис. 9.15.

Рассмотрим четырехугольник $ABCD$, в котором известны стороны a, b и углы A, B, C, D . Необходимо определить стороны c и d . Проведем из точки D линии, параллельные сторонами AB и BC (рис. 9.15).

Непосредственно из чертежа получим:

$$c' = \frac{a}{\sin B} \sin C, \quad c'' = \frac{b}{\sin B} \sin(A + B).$$

Отсюда

$$c = \frac{a \sin C + b \sin(A + B)}{\sin B}. \quad (9.52)$$

Аналогично найдем

$$d' = \frac{b}{\sin B} \sin A, \quad d'' = \frac{a}{\sin B} \sin(B + C).$$

$$d = \frac{b \sin A + a \sin(B + C)}{\sin B}. \quad (9.53)$$

Решение четырехугольников можно проконтролировать путем вычисления сторон a и b , считая исходными стороны c и d по формулам

$$a = \frac{c \sin A + d \sin(C + D)}{\sin D}, \quad (9.54)$$

$$b = \frac{d \sin C + c \sin(A + D)}{\sin D}. \quad (9.55)$$

Съемочное обоснование можно создавать в виде цепей или сетей четырехугольников. При этом число необходимых исходных сторон, без которых нельзя вычислить все стороны, с увеличением числа фигур в процентном соотношении уменьшается. В качестве необходимых выбирают стороны благоприятные для измерений, чтобы можно было решить все четырехугольники. Этот метод широко использовался в промышленном строительстве.

9.3.6. Полярно-лучевой метод

При наличии электронных дальномеров и тахеометров съемочное обоснование можно создавать полярно-лучевым методом. Схемы сетей могут быть разнообразными. Например, между исходными пунктами A и F прокладывается основной ход $ABCDEF$ (рис. 9.16).

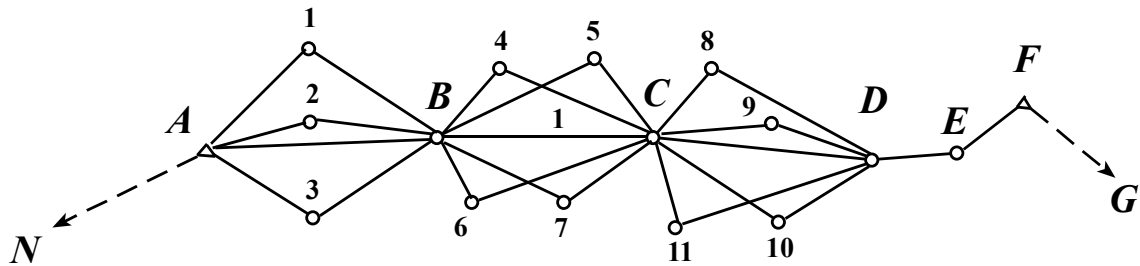


Рис. 9.16.

Относительно точек этого хода определяются точки 1...11 полярным способом.

Координаты точек 1, 2, ..., 11 в целях контроля необходимо получать дважды. Поэтому их определяют полярным способом с двух станций. Например, точки 1, 2, 3 определены с пунктов A и B . Если по условиям местности этого сделать нельзя, то используют дополнительную станцию, расположенную вблизи основной (рис. 9.17).

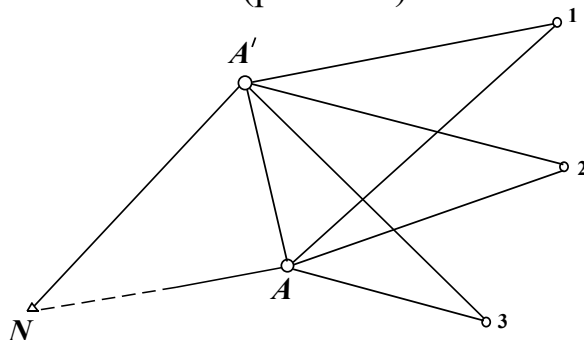


Рис. 9.17

Порядок наблюдений следующий. Устанавливают прибор на пункте A и измеряют направления на точки N , A' , 1, 2 и 3. Здесь AN – направление на другой исходный пункт, A' – дополнительная точка, расположенная на расстоянии 5–10 м от точки A .

Затем измеряют расстояния AA' – рулеткой, а до точек 1, 2 и 3 электронным дальномером.

Зная дирекционный угол линии AN , по измеренным направлениям вычисляют дирекционные углы линий AA' , $A1$, $A2$, $A3$, а затем и координаты этих точек.

Для контроля устанавливают прибор в точке A' и также измеряют направления и расстояния. Потом по координатам точек A' и N вычисляют дирекционный угол линии $A'N$, находят дирекционные углы других линий и вычисляют повторно координаты точек A , 1, 2, 3. При допустимом расхождении за окончательное значение координат берется среднее.

Полярно-лучевой метод применим для любых условий местности, позволяет очень быстро выполнить полевые и вычислительные работы. При этом методе удобно координировать местные предметы. При наличии соответствующих приборов он будет эффективнее всех других методов.

Обработку результатов измерений рекомендуется выполнять в следующем порядке.

1. По заданным координатам точек А и В вычислить дирекционный угол и длину линии АВ:

$$\alpha_{AN} = \operatorname{arctg} \frac{Y_N - Y_A}{X_N - X_A}, \quad (9.56)$$

$$S = \sqrt{(X_N - X_A)^2 + (Y_N - Y_A)^2} \quad (9.57)$$

2. Вычислить дирекционные углы направлений на точки съёмочного обоснования по формуле

$$\alpha_i = \alpha_{AN} + \beta_i, \quad (9.58)$$

где β_i - направление на точку i .

3. Вычислить приращения координат

$$\Delta X_i = S_i \cos \alpha_i \quad (9.59)$$

$$\Delta Y_i = S_i \sin \alpha_i \quad (9.60)$$

и координаты точек

$$X_i = X_C + \Delta X_i, \quad (9.61)$$

$$Y_i = Y_C + \Delta Y_i. \quad (9.62)$$

Средняя квадратическая погрешность положения точки относительно станции при полярном методе находится по формуле

$$m_i = \sqrt{m_s^2 + S^2 \left(\frac{m_\beta}{\rho} \right)^2}. \quad (9.63)$$

Аналогичным образом выполняются расчеты с использованием измерений выполненных на станции A' . После вычисления координат всех точек их следует сравнить с координатами полученными ранее со станции А. Расхождение координат для каждой точки

$$r = \sqrt{(X_i - X'_i)^2 + (Y_i - Y'_i)^2} \quad (9.64)$$

не должно превышать $3m_i \sqrt{2}$.

В качестве окончательных значений координат точек при их допустимом расхождении принимают среднее из двух решений.