Лабораторная работа № 10.
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПУНКТОВ

10.1. Определение координат прямой засечкой

Задача. Определить координаты пункта *P* прямой засечкой и оценить точность.

Координаты исходных пунктов *A*, *B*, *C* и измеренные углы β_1, β_2, β_3, β_4 взять из табл. 4.1 и 4.2. Номер варианта координат исходных пунктов и измеренных углов задается преподавателем.

Таблица 4.1. **Координаты исходных пунктов**

Варианты	X_A Y_A	X_B Y_B	X_C Y_C
1	5990,28 2080,41	5501,17 3182,19	5867,63 4314,93
2	6523,20 3863,57	5838,46 5406,06	6351,49 6991,88
3	5069,11 1306,91	4335,43 2959,58	4885,12 4658,69

Задача прямой засечки заключается в определении координат третьего пункта *P* по координатам двух исходных пунктов *A*, *B* и измеренным при них углам β_1 и β_2 (рис. 4.1). Эту задачу целесообразно решать по формулам Юнга, вывод которых имеется в учебнике [1, с. 561].

Если встать между исходными пунктами и смотреть на определяемый, то пункт *A* будет левым, а пункт *B* – правым. Условимся обозначать соответствующими индексами координаты исходных пунктов и измеренные углы. Тогда формулам Юнга можно придать следующий вид:

$$X_P = \frac{X_{\text{Л}}\,\mathrm{ctg}\,\text{П} + X_{\text{П}}\,\mathrm{ctg}\,\text{Л} - У_{\text{Л}} + У_{\text{П}}}{\mathrm{ctg}\,\text{Л} + \mathrm{ctg}\,\text{П}}, \tag{4.1}$$

$$У_P = \frac{У_{\text{Л}}\,\mathrm{ctg}\,\text{П} + У_{\text{П}}\,\mathrm{ctg}\,\text{Л} + X_{\text{Л}} - X_{\text{П}}}{\mathrm{ctg}\,\text{Л} + \mathrm{ctg}\,\text{П}}, \tag{4.2}$$

где Л и П – значения углов при левом и правом пунктах (Л = β_1, П = β_2).

В целях контроля находят угол $\gamma = 180° - \beta_1 - \beta_2$, а затем по координатам пункта *B* (левый) и координатам пункта *P* (правый) по формулам (4.1), (4.2) вычисляют координаты пункта *A*, которые должны совпадать с заданными.

Средняя квадратическая погрешность *M* положения пункта *P*, определяемого прямой засечкой, вычисляется по формуле

$$M = \frac{m\sqrt{s_1^2 + s_2^2}}{\rho \sin \gamma}, \tag{4.3}$$

где m – средняя квадратическая погрешность измерения углов;

s_1 и s_2 – расстояние от исходных пунктов до определяемого;

γ – угол засечки. (Под величиной *M* понимается выражение $\mathrm{M} = \sqrt{m^2{}_x + m^2{}_y}$, где m_x и m_y – средние квадратические погрешности по осям координат.)

Значение s_1 и s_2 с достаточной точностью можно снять графически, если нанести точки *A*, *B* и *P* по координатам в произвольном (мелком) масштабе на клеточную бумагу или вычислить по следующим формулам:

Т а б л и ц а 4.2. **Измеренные углы, град**

Вариант	β_1	β_2	β_3	β_4
0	37,251	107,454	30,686	80,767
1	49,262	37,185	100,949	33,366
2	78,661	48,349	89,792	51,323
3	71,198	57,430	80,708	56,486
4	53,745	61,560	76,576	48,024
5	54,216	72,537	65,602	58,300
6	36,915	70,980	67,157	38,072
7	58,796	71,218	66,921	61,849
8	45,126	74,357	63,779	49,309
9	51,841	78,251	59,879	62,046
10	56,809	80,318	57,811	72,281
11	40,965	83,648	54,484	51,001
12	47,641	89,350	48,783	71,428
13	23,902	92,678	45,455	25,739
14	48,102	96,809	41,324	88,982
15	30,618	101,211	36,929	42,938
16	85,465	56,269	81,866	64,505
17	65,327	64,046	74,089	59,520
18	61,276	69,166	68,969	62,207
19	58,272	73,933	64,202	64,735
20	55,143	79,228	58,907	68,118
21	61,744	63,009	75,126	55,489
22	57,460	69,170	68,965	58,089
23	53,179	75,150	62,985	60,036
24	50,064	81,886	56,249	64,176
25	56,083	62,848	75,287	50,843

$$s_1^2 = \left(X_P - X_A\right)^2 + \left(Y_P - Y_A\right)^2, \tag{4.4}$$

$$s_2^2 = \left(X_P - X_B\right)^2 + \left(Y_P - Y_B\right)^2. \tag{4.5}$$

При решении прямой засечки на основе двух исходных пунктов нет контроля полевых измерений и правильности выборки исходных координат. Поэтому делают наблюдения еще с третьего пункта и задачу решают дважды.

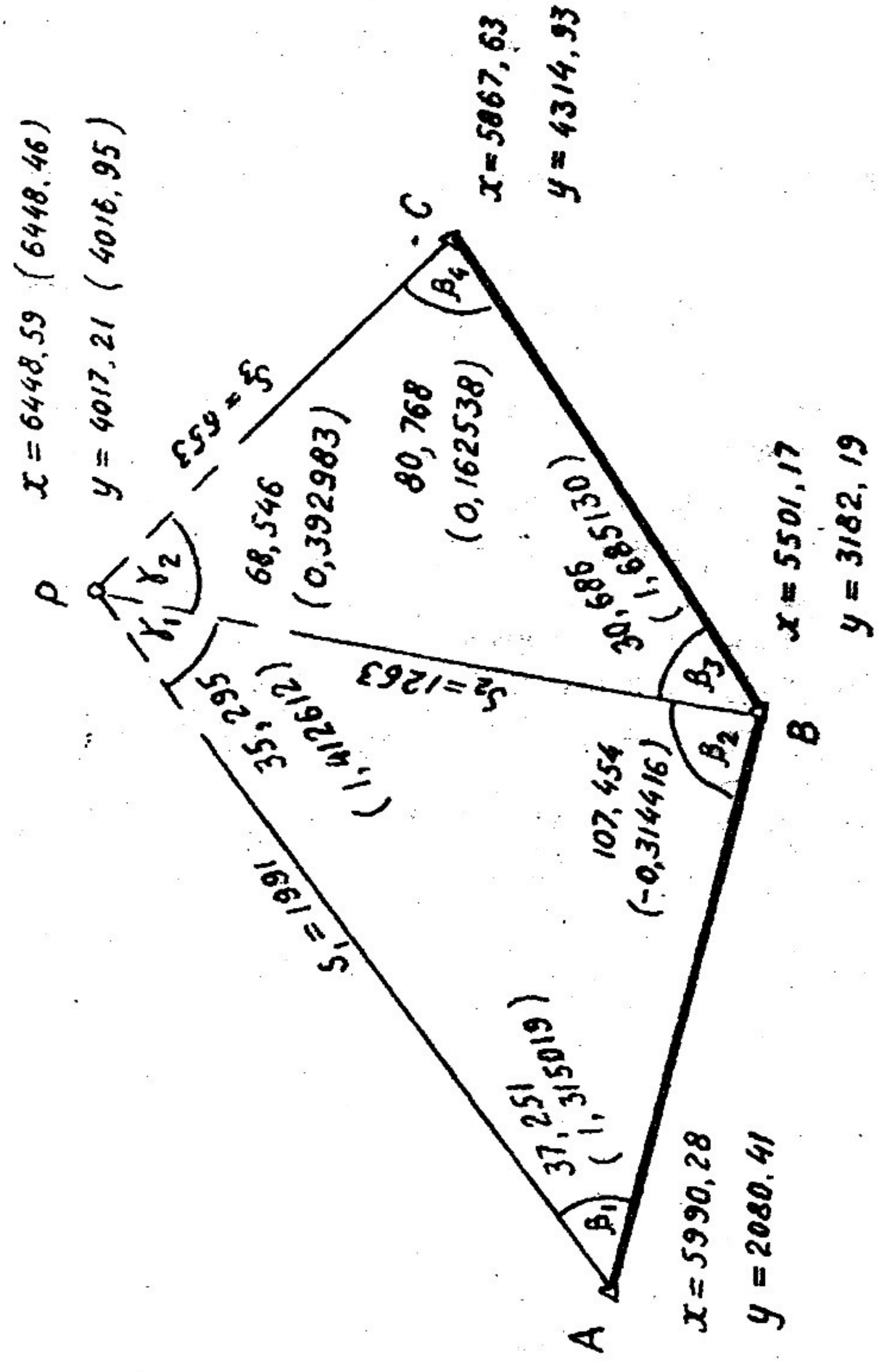

Рис. 4.1. Схема решения засечки

Расхождения в координатах при первом и втором решении должны удовлетворять условию

$$r \le 3M_r, \tag{4.6}$$

где $r = \sqrt{(X' - X'') + (Y' - Y'')}$;

M_r – среднее квадратическое расхождение в положении пункта Р из двух решений.

В свою очередь,

$$M_r = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}, \tag{4.7}$$

где M_1 и M_2 – средние квадратические погрешности положения пункта P из первого и второго решения, вычисляемые по формуле (4.3).

Если расхождение r окажется допустимым, то за окончательное значение координат пункта P берут среднее арифметическое, которое будет иметь погрешность

$$M = \frac{M_r}{2}. \tag{4.8}$$

При значительных расхождениях между M_1 и M_2 для достижения более точного окончательного результата можно воспользоваться формулами среднего весового:

$$X_{\text{ср}} = \frac{X' P_1 + X'' P_2}{P_1 + P_2}, \tag{4.9}$$

$$Y_{\text{ср}} = \frac{Y' P_1 + Y'' P_2}{P_1 + P_2}, \tag{4.10}$$

где

$$P_1 = \frac{1}{M_1^2}, \tag{4.11}$$

$$P_2 = \frac{1}{M_2^2}. \tag{4.12}$$

Средняя квадратическая погрешность окончательного положения пункта в этом случае определяется по формуле

$$M = \frac{1}{\sqrt{P_1 + P_2}}. \tag{4.13}$$

Рекомендуется следующий порядок решения задачи:

1. Составить схему, аналогичную схеме, представленной на рис. 4.1, на которую выписать координаты исходных пунктов и измеренные углы в градусах.

2. Вычислить углы γ_1 и γ_2 на определяемом пункте ($\gamma_1 = 180^\circ - \beta_1 - \beta_2$; $\gamma_2 = 180^\circ - \beta_3 - \beta_4$), найти значения котангенсов всех углов и записать их на схеме в круглых скобках.

3. Вычислить координаты пункта *P* из треугольника *ABP* по формулам (4.1), (4.2) и указать их на схеме.

4. Проконтролировать решение путем вычисления координат пункта *A* по тем же формулам, принимая в качестве исходных пункты *B* и *P*. При этом координаты пункта *A* должны сойтись в пределах точности вычислений.

5. Аналогично определить координаты пункта *P* по исходным пунктам *B* и *C*. Результаты записать на схеме в скобках. Проконтролировать решение вычислением координат пункта *C*.

6. Вычислить расстояние s_1, s_2, s_3 от исходных пунктов до определяемого с точностью до 1 м и записать на схеме.

7. Предвычислить точность определения положения пункта *P* по следующим формулам:

$$M_1 = \frac{m\sqrt{s_1^2 + s_2^2}}{\rho \sin \gamma_1}, \tag{4.14}$$

$$M_2 = \frac{m\sqrt{s_2^2 + s_3^2}}{\rho \sin \gamma_2}. \tag{4.15}$$

Принять $m = 10''$.

8. Вычислить величину M_r по формуле (4.7) и проконтролировать решение по формуле (4.6).

9. Вычислить средние значения координат и среднюю квадратическую погрешность *M* положения пункта *P* по формуле (4.8).

Решение прямой засечки по изложенной методике показано на примере нулевого варианта:

$$M_1 = \frac{10\sqrt{1990^2 + 1260^2}}{206000 \sin 35{,}3} = 0{,}198 \text{ м},$$

$$M_1 = \frac{10\sqrt{1260^2 + 653^2}}{206000 \sin 68{,}5} = 0{,}074 \text{ м},$$

$$M_r = 0{,}211 \text{ м},$$

$$r = \sqrt{0{,}13^2 + 0{,}26^2} = 0{,}29 \text{ м},$$

$$r \le 3M_r,$$

$$X_P = 6448{,}52 \text{ м},$$

$$Y_P = 4017{,}08 \text{ м},$$

$$M = 0{,}11 \text{ м}.$$

При более строгом решении с использованием формул (4.9) – (4.13) получим:

$X_{ср} = 6448{,}49$ м,

$Y_{ср} = 4017{,}00$ м,

$M = 0{,}088$ м.

10.2. Определение координат пункта обратной засечкой

Задача. Определить координаты пункта *P* (рис. 4.2) решением обратной засечки и оценить точность.

Координаты исходных пунктов *A*, *B*, *C*, *D* и измеренные углы взять для своего варианта из табл. 4.3.

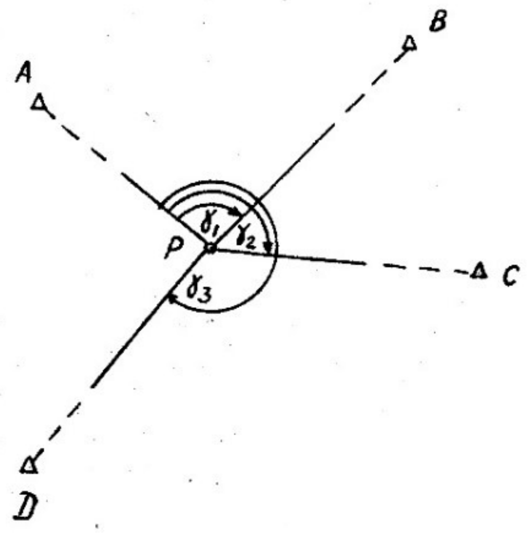

Рис. 4.2. Схема расположения пунктов

Координаты пункта *P* вычислить дважды: один раз – с использованием пунктов *A*, *B*, *C* и другой раз – с использованием пунктов *A*, *B*, *D*. (В целях увеличения числа вариантов могут быть заданы и другие сочетания исходных пунктов, например, *A*, *B*, *C* и *B*, *C*, *D*.)

Обратная засечка (задача Потенота) находит широкое применение при создании съемочных сетей, привязке аэрофотоснимков, перенесении проектов на местность и других случаях.

Суть задачи заключается в определении положения четвертого пункта по трем исходным. Для ее решения предложено много аналитических и графических способов. При аналитическом способе задаются координаты трех исходных пунктов и измеренные углы или направления на определяемом пункте.

На основе трех исходных пунктов задача решается без контроля правильности измерения углов и выборки исходных данных. Поэтому на практике используют четыре исходных пункта.

Точность определения положения пункта обратной засечкой зависит от погрешностей измерения углов, погрешностей исходных данных и взаимного расположения пунктов. Если определяемый пункт находится вблизи окружности, проходящей через исходные пункты, то задача решается грубо. В связи с этим обратную засечку рекомендуется делать с предвычислением точности.

Обратную засечку по четырем исходным пунктам обычно решают в двух комбинациях и при допустимом расхождении в координатах определяемой точки берут их среднее значение.

Т а б л и ц а 4.3. **Исходные данные для решения обратной засечки**

Вариант	*A*		*B*		*C*		*D*		Углы, град		
	X	*Y*	*X*	*Y*	*X*	*Y*	*X*	*Y*	γ_1	γ_2	γ_3
0	6646,71	4203,53	6593,03	5061,21	6067,35	5098,68	5823,16	4002,01	95,178	145,417	269,952
1	368,87	569,37	715,67	447,81	1019,93	808,02	495,64	1148,80	62,317	133,123	243,556
2	166,03	432,97	765,82	47,96	1429,10	710,41	319,78	1430,25	60,215	132,142	256,457
3	351,12	119,68	1058,06	326,72	1298,36	1330,45	34,08	1350,73	46,182	96,600	167,767
4	23,89	531,75	470,08	60,66	1327,13	145,26	937,17	1373,59	45,630	93,844	185,537
5	528,15	430,56	1318,33	501,16	1612,13	1267,38	249,93	1382,01	85,165	165,518	280,946
6	443,85	291,02	1238,67	571,11	1501,26	1280,02	182,18	1551,84	90,252	185,727	278,371
7	694,65	899,05	1469,13	888,20	2052,24	1580,76	751,45	2140,22	65,486	113,379	203,037
8	617,25	700,18	1370,22	777,00	1619,23	1806,82	262,58	1872,48	39,692	83,926	145,442
9	174,17	465,06	911,89	431,96	1476,43	1073,74	431,69	1756,41	40,524	104,654	267,447
10	220,71	743,23	969,82	634,92	1526,59	1265,17	405,04	1923,98	60,159	131,411	256,681
11	490,41	315,92	1212,97	442,07	1611,34	1229,43	397,59	1595,94	46,528	176,751	282,421
12	184,59	396,05	831,84	125,54	1422,05	831,76	198,38	1431,08	61,457	134,700	260,160
13	400,36	351,14	1079,59	380,20	1538,75	1034,82	411,03	1552,61	50,420	94,675	179,002
14	432,68	276,01	1269,50	434,03	1633,01	1263,40	319,15	1374,46	66,146	136,487	262,862
15	14,50	363,83	872,78	431,74	1207,45	1259,08	80,49	1579,18	59,380	184,845	284,378
16	25,45	450,00	945,15	350,45	1306,40	1400,12	97,12	1300,12	104,708	208,767	294,796
17	145,9	430,12	945,15	320,12	1306,42	1271,78	128,12	1240,18	86,543	180,738	283,734
18	350,18	250,48	1025,79	320,12	1306,44	1345,91	240,38	1410,12	67,989	172,553	256,045
19	240,78	250,48	1250,12	480,56	1078,63	1450,94	350,14	1025,18	89,137	190,802	291,788
20	450,41	321,73	1640,1	320,21	1210,33	1612,18	341,71	980,67	92,183	205,436	304,982
21	241,47	322,98	1240,18	341,47	1274,73	1247,76	247,79	1450,18	101,152	184,379	265,85
22	241,47	322,98	1045,12	241,12	1274,73	1247,76	460,18	1370,78	74,761	165,050	238,766
23	241,49	120,32	1141,78	148,43	1614,96	1071,12	241,12	1212,14	58,294	123,590	261,656
24	120,14	430,12	1091,1	148,43	1614,96	1241,18	241,12	1104,56	85,297	192,172	309,420
25	10,48	427,12	1084,78	56,27	1631,53	1024,71	108,4	1078,15	80,172	178,074	319,532

Решение задачи рекомендуется выполнять по формулам Кнейсля, вывод которых имеется в учебнике [1, с. 567]:

$$\left.\begin{aligned} X'_B &= X_B - X_A, & Y'_B &= Y_B - Y_A \\ X'_C &= X_C - X_A, & Y'_C &= Y_C - Y_A \\ X'_D &= X_D - X_A, & Y'_D &= Y_D - Y_A \end{aligned}\right\} \tag{4.16}$$

$$X'_B - X'_C = X_B - X_C; \quad Y'_B - Y'_C = Y_B - Y_C. \text{ (Контроль)} \tag{4.17}$$

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \mathrm{ctg}\gamma_1\, Y'_B - X'_B, & k_2 &= \mathrm{ctg}\gamma_1\, X'_B + Y'_B \\ k_3 &= \mathrm{ctg}\gamma_2\, Y'_C - X'_C, & k_4 &= \mathrm{ctg}\gamma_2\, X_C + Y_C \\ k_5 &= \mathrm{ctg}\gamma_3\, Y'_D - X'_D, & k_6 &= \mathrm{ctg}\gamma_3\, X'_D + Y'_D \end{aligned}\right\} \tag{4.18}$$

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{k_2 - k_4}{k_1 - k_3} = \mathrm{ctg}(AP)' \\ C_2 &= \frac{k_2 - k_6}{k_1 - k_5} = \mathrm{ctg}(AP)'' \end{aligned}\right\} \tag{4.19}$$

$$Y'_1 = \frac{k_2 - C_1 k_1}{C_1^{\,2} + 1}, \quad Y'_2 = \frac{k_2 - C_2 k_1}{C_2^{\,2} + 1}. \tag{4.20}$$

$$X'_1 = C_1 Y'_1, \quad X'_2 = C_2 Y'_2. \tag{4.21}$$

$$X_1 = X_A + X'_1, \quad X_2 = X_A + X'_2. \tag{4.22}$$

$$Y_1 = Y_A + Y'_1, \quad Y_2 = Y_A + Y'_2. \tag{4.23}$$

$$X_P = \frac{X_1 + X_2}{2}, \quad Y_P = \frac{Y_1 + Y_2}{2}. \tag{4.24}$$

Вычисления выполнить на микрокалькуляторе на бланке, аналогичном приведенному в табл. 4.4, где показано решение нулевого варианта.

Для оценки точности обратной засечки вычислить средние квадратические погрешности положения пункта P из первого и второго решения по следующим формулам:

$$M_1 = \frac{m \cdot BP}{\rho \cdot \sin(ABC + \gamma_2)} \sqrt{\left(\frac{AP}{AB}\right)^2 + \left(\frac{CP}{CB}\right)^2}, \tag{4.25}$$

$$M_2 = \frac{m \cdot BP}{\rho \cdot \sin(ABD + \gamma_3)} \sqrt{\left(\frac{AP}{AB}\right)^2 + \left(\frac{DP}{DB}\right)^2}, \tag{4.26}$$

где m – средняя квадратическая погрешность измерения углов, которая в данном случае равна 10″.

Т а б л и ц а 4.4. **Решение обратной засечки по формулам Кнейсля**

Обозначения	Название пунктов			
	A	*B*	*C*	*D*
X	6646,71	6593,03	6067,35	5823,16
Y	4203,5	5061,21	5098,68	4002,01
X'	0	–53,68	–579,36	–823,55
Y'	0	+857,68	+895,15	–201,52
$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$		95,178	145,417	269,952
k_1, k_2, k_3		–24,0430	–719,0578	+823,3812
k_2, k_4, k_6		862.5445	1735,5135	–202,2099
C_1, C_2			–1,256044	–1,256460
Y'_1, Y'_2			322,91	322,77
X'_1, X'_2			–405,59	–405,55
X_1, X_2			6241,12	6241,16
Y_1, Y_2			4526,44	4526,30
X_P				6241,14
Y_P				4526,37

Длины линий и углы, необходимые для вычислений по этим формулам, определить графически (наложить в масштабе 1:10000 точки *A*, *B*, *C*, *D* и *P* по координатам на лист клеточной бумаги и сделать необходимые измерения). Далее, как и в случае прямой засечки, вычислить следующие величины:

$$M_r = \sqrt{M_1^{\;2} + M_2^{\;2}},$$

$$r = \sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}$$

и проверить выполнение условия

$$r = \leq 3M_r.$$

Если это условие выполняется, то определение положения пункта можно считать правильным и за окончательное значение координат из двух решений принимать среднее.

В заключение необходимо найти среднюю квадратическую погрешность положения пункта:

$$M = \frac{M_r}{2}.$$

В рассматриваемом примере в результате графических измерений получим: *BP* = 640 м, *AP* = 520 м, *AB* = 860 м, *CP* = 600 м, *CB* = 530 м, *DP* = 670 м, *DB* = 1310 м, ∠ *ABC* = 98°, ∠*ABD* = 40°. По формулам (4.25) и (4.26) находим:

$$M_r = \frac{10 \cdot 640}{206000\sin(98 + 145)}\sqrt{\left(\frac{520}{860}\right)^2 + \left(\frac{600}{530}\right)^2} = 0{,}045 \text{ м},$$

$$M_2 = \frac{10 \cdot 640}{206000\sin(40 + 270)}\sqrt{\left(\frac{520}{860}\right)^2 + \left(\frac{670}{1310}\right)^2} = 0{,}037 \text{ м}.$$

Отсюда

$$M_r = \sqrt{0{,}045^2 + 0{,}037^2} = 0{,}058 \text{ м}.$$

По данным табл. 15

$$r = \sqrt{(6241{,}12 - 6241{,}16)^2 + (4526{,}44 - 4526{,}30)^2} = 0{,}15 \text{ м.}$$

В данном случае $r<3M$, следовательно, определение пункта сделано правильно.

Окончательные значения координат пункта P приведены в табл. 4.4. Средняя квадратическая погрешность положения пункта

$$M = \frac{0{,}058}{2} = 0{,}029 \text{ м.}$$

10.3. Определение координат пункта линейной засечкой

Задача. Определить координаты пункта P (рис. 4.3) линейной засечкой и оценить точность. Координаты исходных пунктов A, B, C взять из табл. 4.3 для своего варианта, а длины линий s_1, s_2, s_3 – из табл. 4.5, в которой приведены расстояния до пункта D, что позволяет задавать дополнительные варианты. Среднюю квадратическую погрешность измерения линий m_s во всех случаях принять одинаковой, равной 20 мм.

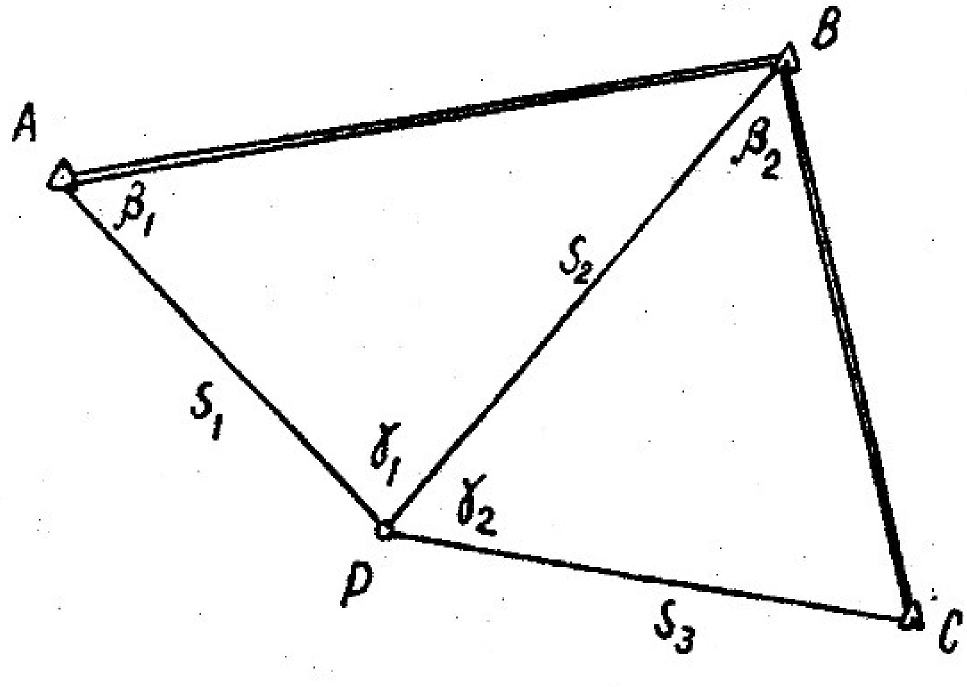

Рис. 4.3. Схема расположения пунктов

Решение задачи выполнить дважды с использованием исходных пунктов A, B и B, C на бланке аналогично приведенному в табл. 4.6, где дан пример для нулевого варианта.

Задача линейной засечки заключается в определении координат третьего пункта по координатам двух исходных и измеренным расстояниям от определяемого пункта до исходных (однократная засечка). На практике в целях контроля используют три исходных пункта. Линии наиболее удобно измерять электронными дальномерами, при этом прибор можно устанавливать как на определяемом, так и на исходных пунктах.

Т а б л и ц а 4.5. **Результаты измерения длин линий при определении координат пункта *P* линейной засечкой, м**

Вариант	s_1	s_2	s_3	s_4
0	518,28	640,27	598,19	670,55
1	326,18	394,24	418,93	340,49
2	600,31	784,53	811,38	682,62
3	652,18	1018,24	1319,15	626,34
4	671,28	906,12	1137,92	572,27
5	548,94	514,24	731,48	882,72
6	785,18	302,65	664,44	1141,22
7	541,95	822,15	1220,31	725,49
8	215,27	910,46	1500,16	1041,40
9	1134,12	910,18	641,72	620,47
10	800,23	700,01	742,52	722,09
11	984,14	510,10	462,38	1062,26
12	618,26	739,39	801,24	731,22
13	590,64	881,31	1142,22	610,96
14	831,11	720,08	842,36	631,21
15	1000,49	511,76	492,18	984,71
16	719,39	426,95	926,22	850,65
17	619,96	555,03	813,65	689,25
18	663,73	536,23	793,39	810,45
19	830,3	630,94	640,05	441,21
20	777,7	871,17	757,54	645,88
21	659,54	633,38	728,13	867,63
22	636,08	692,46	762,38	592,08
23	911,61	937,22	983,54	482,95
24	843,10	631,34	867,22	748,24
25	996,19	742,90	731,74	881,94

Т а б л и ц а 4.6. **Решение линейной засечки**

Обозначения	Название пунктов		
	A	*B*	*C*
X	6646,71	6593,03	6067,35
Y	4203,53	5061,21	5098,68
s_1, s_2, s_3	518,28	640,27	598,19
(AB), (BC)	93,581	175,923	
s_{AB}, s_{BC}	859.36	527.01	
β_1, β_2	47,903	60,740	
(AP), (BP)	141,484	236,663	
X', X''	6241,19	6241,16	
Y', Y''	4526,28	4526,29	
BP, CP	640,27	598,20	
γ_1, γ_2	84,819	50,228	
M_1, M_2	0,028	0,037	
M_r	0,046		
r	0,032		
X_P	6241,18		
Y_P	4526,28		
M	0,023		

Последовательность решения засечки и рабочие формулы.

1. Определить дирекционные углы и длины исходных линий:

$$(AB) = \mathrm{arctg}\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}, \tag{4.27}$$

$$S_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}, \tag{4.28}$$

$$(BC) = \mathrm{arctg}\frac{Y_C - Y_B}{X_C - X_B}, \tag{4.29}$$

$$S_{BC} = \sqrt{(X_C - X_B)^2 + (Y_C - Y_B)^2}. \tag{4.30}$$

2. На основании теоремы косинусов определить углы β_1 и β_2:

$$\beta_1 = \arccos\frac{s^2{}_{AB} + s^2{}_1 - s^2{}_2}{2s_{AB}s_1}, \tag{4.31}$$

$$\beta_2 = \arccos\frac{s^2{}_{BC} + s^2{}_2 - s^2{}_3}{2s_{BC}s_2}. \tag{4.32}$$

3. Вычислить дирекционные углы линий *AP* и *BP*:

$$(AP) = (AB) + \beta_1, \tag{4.33}$$

$$(BP) = (BC) + \beta_2. \tag{4.34}$$

4. Определить координаты пункта *P* из первого и второго решения:

$$X' = X_A + s_1\cos(AP), \tag{4.35}$$

$$Y' = Y_A + s_1\sin(AP), \tag{4.36}$$

$$X'' = X_B + s_2\cos(BP), \tag{4.37}$$

$$Y'' = Y_B + s_2\sin(BP). \tag{4.38}$$

Для контроля вычислить длины линий *BP* и *CP* по координатам и сравнить их с измеренными значениями s_2 и s_3. Расхождения не должны превышать трех единиц последнего знака (3 см):

$$BP = \sqrt{(X' - X_B)^2 + (Y' - Y_B)^2}, \tag{4.39}$$

$$CP = \sqrt{(X'' - X_C)^2 + (Y'' - Y_C)^2}. \tag{4.40}$$

5. Произвести оценку точности и заключительный контроль правильности определения положения пункта.

5.1. Вычислить углы засечки:

$$\gamma_1 = \arcsin\frac{s_{AB}\sin\beta_1}{s_2}, \tag{4.41}$$

$$\gamma_2 = \arcsin\frac{s_{BC}\sin\beta_2}{s_3}. \tag{4.42}$$

5.2. Вычислить средние квадратические погрешности определения положения пункта P из первого и второго решения:

$$M_1 = \frac{m_s\sqrt{2}}{\sin\gamma_1}, \tag{4.43}$$

$$M_2 = \frac{m_s\sqrt{2}}{\sin\gamma_2}. \tag{4.44}$$

5.3. Вычислить

$$M_r = \sqrt{M_1{}^2 + M_2{}^2},$$

$$r = \sqrt{\left(X' - X''\right)^2 + \left(Y' - Y''\right)^2}$$

и проверить выполнение условия

$$r \le 3M_r.$$

6. Вычислить окончательные значения координат пункта P и среднюю квадратическую погрешность его положения:

$$X_P = \frac{X' + X''}{2},\ Y_P = \frac{Y' + Y''}{2},$$

$$M = \frac{M_r}{2}.$$

П р и м е ч а н и е. Для оценки точности определения положения пунктов прямой, обратной и линейной засечками применялись формулы, в которых не учитываются погрешности в координатах исходных пунктов (предполагается, что они пренебрегаемо малы). В приведенных вариантах это условие выполнено. На практике в качестве исходных могут использоваться точки съемочного обоснования, погрешности положения которых существенны. В таких случаях допустимость величины r устанавливается в зависимости от требуемой точности определения координат пунктов.

Вопросы для самопроверки

1. Как контролируется определение положения пунктов прямой, обратной и линейной засечками?
2. При каком расположении исходных и определяемого пунктов решение обратной засечки невозможно?
3. При каком угле засечки положение пункта будет определено прямой засечкой с максимальной точностью?
4. Координаты скольких пунктов будут определены однократной линейной засечкой?
5. Какие формулы решения прямой засечки (Гаусса, Юнга) являются частным случаем других?