Лабораторная работа №10. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ.

Введение

Геодезические работы связаны с измерениями длин линий, углов, превышений, площадей и др. Любые измерения сопровождаются неизбежными погрешностями. Следовательно, результаты измерений и вычисленные по ним величины тоже будут содержать погрешности. Чтобы получить результаты с некоторой заданной точностью, необходимо знать свойства погрешностей измерений, уметь оценивать точность результатов измерений и их функций, находить наиболее надежные значения определяемых величин, правильно устанавливать допустимость невязок и пр. Указанные вопросы рассматриваются в теории погрешностей измерений, которая имеет очень важное значение не только для изучения геодезии, но и других специальных дисциплин землеустроительного профиля, поэтому ей нужно уделить особое внимание.

Необходимо отметить, что в литературе и на практике употребляются два термина: «погрешность» и «ошибка». В изданиях последних лет авторы полностью отказались от термина «ошибка».

Прежде чем приступить к решению задач первой лабораторной работы, рекомендуется вначале повторить из курса математики нахождение производных, а затем руководствоваться учебниками [1, 2]. Для более глубокого изучения темы можно использовать практикум [3]. В результате изучения данного раздела студент должен умело применять теорию погрешностей измерений для решения практических задач. С этой целью рекомендуется внимательно изучить примеры из учебника и методических указаний по выполнению лабораторной работы.

В задании приведены 14 задач по обработке рядов равноточных измерений, оценке точности функций измеренных величин, обработке результатов неравноточных измерений, оценке точности по невязкам в полигонах и ходах и по разностям двойных измерений. Каждая типовая задача имеет 16 вариантов. Студенту необходимо решить один из вариантов по указанию преподавателя. В целях сокращения текста в предлагаемых задачах средние квадратические погрешности измерений иногда записаны сразу за результатом измерения со знаком ±, например, 54°23,2′±1,5′.

Решая задачи, следует соблюдать правило действий с приближенными числами, давать ответы с необходимой и достаточной точностью. Средние квадратические погрешности и веса вычисляют с двумя-тремя значащими цифрами. Числовые ответы должны иметь наименование величин.

Исходные данные для решения задач составлены с таким расчетом, чтобы каждый студент имел индивидуальное задание. Номера вариантов выдаются студентам во время занятий и фиксируются в журнале преподавателя.

При оформлении лабораторной работы необходимо указать номер и вариант задачи, например, 8.3 (восьмая задача, третий вариант). Все записи и рисунки выполняются аккуратно чернилами или тушью.

Задание 1. Вычисление истинных, средних квадратических и предельных погрешностей измерений, обработка ряда равноточных измерений

Обозначения:

Δ – истинная погрешность измерения;
m – средняя квадратическая погрешность одного измерения;
$\Delta_{\text{пр}}$ – предельная погрешность измерения;
l – результат измерения;
X – точное значение измеренной величины;
l_0 – приближенное значение измеренной величины;
L – среднее арифметическое;
v – поправка к измеренной величине;
M – средняя квадратическая погрешность среднего арифметического;
n – число измерений;
ω – погрешность округления L.

Формулы:

$$\Delta_1 = l_1 - X; \qquad (1.1)$$

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}}; \qquad (1.2)$$

$$\Delta_{\text{пр}} = 3m; \qquad (1.3)$$

$$L = \frac{[l]}{n} = l_0 + \frac{[\varepsilon]}{n},$$

где
$$\varepsilon_i = l_i - l_0; \qquad (1.4)$$

$$v_i = L - l_i. \qquad (1.5)$$

Контроль:
$$[v] = 0 \text{ или} \qquad (1.6)$$

$$[v] = n\omega. \qquad (1.7)$$

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}}. \qquad (1.8)$$

Контроль:
$$[v^2] = -[v\varepsilon] + (L - l_0)[v]. \qquad (1.9)$$

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}}. \qquad (1.10)$$

Пример 1. Одна и та же линия измерена лентой 8 раз. При этом получены следующие результаты: 245,15 м; 245,20; 245,00; 245,08; 245,10; 245,05; 245,12; 245,17 м. Точная длина линии равна 245,12 м. Определить истинные погрешности измерений, среднюю квадратическую и предельную погрешности одного измерения, относительную предельную погрешность одного измерения. Решение задачи выполнено в табл. 1.1.

Таблица 1.1. **Оценка точности по истинным погрешностям**

Номер измерения	Результат измерения l, м	$\Delta = l - X$, см	Δ^2	Формулы и вычисления
1	245,15	+3	9	$m = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n}} = \sqrt{\frac{311}{8}} = 6,2$ см
2	20	+8	64	$\Delta_{пр} = 3m = 18,6$ см
3	00	–12	144	$\frac{\Delta_{пр}}{l} = \frac{0,186}{245} = \frac{1}{1320}$
4	08	–4	16	
5	10	–2	4	
6	05	–7	49	
7	12	0	0	
8	17	+5	25	
	$X = 245,12$		$[\Delta^2] = 311$	

Пример 2. Угол измерен 5 раз. Результаты измерений приведены в табл. 2. Найти вероятнейшее значение угла, среднюю квадратическую погрешность одного измерения и среднюю квадратическую погрешность вероятнейшего значения.

Решение задачи приведено в табл. 1.2, где сделан контроль вычислений величин $[v]$ и $[v^2]$ по формулам (1.7) и (1.9).

Формулы и вычисления:

$$L = l_0 + \frac{[\varepsilon]}{n} = 24°38'25,0'' + \frac{+14,7''}{5} = 24°38'27,94'';$$

Таблица 1.2. **Оценка точности по поправкам**

Номер измерения	Результат измерения	ε	v	v^2	$v\varepsilon$
1	24°38′30,5″	+5,5″	–2,6″	6,76	–14,30
2	25,4	+0,4	+2,5	6,25	+1,00
3	26,1	+1,1	+1,8	6,24	+1,98
4	28,3	+3,3	–0,4	0,16	–1,32
5	29,4	+4,4	–1,5	2,25	–6,60
l_0	24°38′25,0″	+14,7	–0,2	18,66	–19,24
L	24°38′27,9′				

$$[v] = n\omega = 5(-0,04) = -0,2;$$

$$[v^2] = -[v\varepsilon] + (L - l_0)[v] = 19,24 + 2,9(-0,2) = 18,66;$$

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-1}} = \sqrt{\frac{18,66}{4}} = 2,2'';$$

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}} = \frac{2{,}2''}{\sqrt{5}} = 1{,}0''.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Угол измерен высокоточным теодолитом. Полученный результат 48°32′24,0″ можно считать точным значением угла. Затем этот же угол многократно измерен электронным тахеометром Та3. Результаты измерений (только значения секунд) приведены в табл. 4. Вычислить среднюю квадратическую и предельную погрешности одного измерения угла тахеометром Та3. Вычисления рекомендуется выполнять по формуле табл. 1.1.

Т а б л и ц а 1.3. **Исходные данные к задаче 1**

Вари-	Номер измерения									
ант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	29	20	18	26	31	23	24	21	30	28
2	26	20	25	25	31	19	32	25	32	21
3	15	28	31	29	23	31	29	19	26	24
4	18	27	26	17	23	33	27	29	22	17
5	21	31	19	42	28	33	35	19	15	21
6	30	22	30	23	18	18	33	32	31	24
7	28	21	25	26	16	22	29	22	25	27
8	24	18	23	31	29	21	34	22	24	24
9	30	28	20	28	20	32	25	21	31	20
10	30	28	21	30	18	32	27	26	28	26
11	32	22	29	27	26	24	34	24	32	22
12	22	21	16	29	18	25	25	18	22	33
13	30	30	25	28	20	29	24	32	15	27
14	27	21	23	24	25	20	26	27	21	27
15	27	22	17	29	26	32	31	31	33	22
16	24	28	20	28	24	29	20	31	23	29

2. По результатам многократного измерения линии, приведенным в табл. 1.4, вычислить наиболее надежное значение длины линии, среднюю квадратическую погрешность измерения, абсолютную и относительную средние квадратические погрешности окончательного значения. Решение задачи представить по форме табл. 1.2.

Задание 2. Оценка точности функций измеренных величин

Задачи данного задания наиболее сложные, так как помимо теории погрешностей измерений необходимы знания геодезии для правильного составления функций. Следует изучить приведенные примеры, решить задачи своего варианта и ознакомиться с другими.

При решении задач рекомендуется использовать формулы из табл. 1.5

Т а б л и ц а 1.4. **Исходные данные для решения задачи 2**

Вариант	Номер измерения							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	324,35	324,30	324,24	324,40	324,49	324,60	324,21	324,38
2	250,10	250,00	250,08	250,15	250,20	250,05	250,12	250,02
3	211,86	211,70	211,64	211,80	211,73	211,77	211,60	211,65
4	398,60	398,64	398,50	398,58	398,59	398,68	398,55	398,63
5	301,35	301,40	301,51	301,38	301,46	301,30	301,38	301,45
6	385,50	385,75	385,63	385,42	385,60	385,54	385,80	385,72
7	331,17	331,20	331,25	331,10	331,30	331,25	331,40	331,33
8	461,50	461,45	461,68	461,30	461,36	461,43	461,55	461,40
9	271,85	271,90	271,60	271,62	271,70	271,81	271,69	271,75
10	350,11	350,25	350,18	350,30	350,21	350,32	350,23	350,20
11	308,20	308,25	308,18	308,30	308,10	308,15	308,24	308,32
12	248,63	248,60	248,52	248,70	248,55	248,64	248,66	248,58
13	273,25	273,20	273,30	273,15	273,24	273,28	273,18	278,16
14	200,82	200,80	200,74	200,89	200,96	200,85	200,76	200,85
15	285,13	285,15	285,20	285,18	285,14	285,22	285,17	285,25
16	396,50	396,42	396,64	396,56	396,40	396,68	396,60	396,51

Т а б л и ц а 1.5. **Основные формулы**

Функции	Средняя квадратическая погрешность	Номер формулы
$u = kx + c$	$m_u = km_x$	1.11
$u = k_1x_1 + k_2x_2 + ... + k_nx_n + c$	$m_u^2 = k_1^2m_1^2 + k_2^2m_2^2 + \ldots + k_n^2m_n^2$	1.12
$u = \pm x_1 \pm x_2 \pm \ldots \pm x_n + c$	$m_u^2 = m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_n^2$	1.13
	При равноточных измерениях $m_1 = m_2 = m_n = m$ $m_u = m\sqrt{n}$	1.14
$u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$	$m_u^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 m_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 m_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 m_n^2$	1.15

Пример 3. При измерении горизонтального расстояния нитяным дальномером сделан отсчет по рейке: l = 182 см ± 0,4 см (здесь ± 0,4 см – средняя квадратическая погрешность отсчета). Коэффициент дальномера (K = 100) и постоянное слагаемое (c = 0,6 м) определены с высокой точностью и могут быть приняты безошибочными. Найти среднюю квадратическую погрешность расстояния.

Напишем формулу для вычисления расстояния: $D = K\,l + c$. Переменной здесь является величина l. Поэтому можно применить формулу (1.11). В результате получим: $m_D = K \cdot m_l = 100 \cdot 0{,}4 = 40$ см.

Пример 4. В треугольнике измерены два угла со средними квадратическими погрешностями 4″ и 6″. Найти среднюю квадратическую погрешность третьего (вычисленного) угла.

Обозначим измеренные углы α и β, а искомый – γ. Запишем функцию $\gamma = 180 - \alpha - \beta$, для которой по формуле (1.13) найдем $m_\gamma^2 = m_\alpha^2 + m_\beta^2 = 4^2 + 6^2 = 52$. Откуда $m_\gamma = 7{,}2''$.

Пример 5. Найти предельную угловую невязку в полигоне из 12 углов, если средняя квадратическая погрешность измерения угла равна 0,5′.

Запишем формулу угловой невязки в развернутом виде:

$$f_\beta = \beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_n - \sum \beta_Т.$$

Теоретическая сумма углов $\sum \beta_Т$ не содержит погрешностей (имеется в виду случай, когда погрешности в дирекционных углах начальной и конечной исходных линий в разомкнутом ходе пренебрегаемо малы). Поэтому невязка представляет собой погрешность в сумме измеренных углов. Поскольку измерения равноточные, $m_{\beta_1} = m_{\beta_2} = \ldots = m_{\beta_n} = m_\beta$.

Применяя формулу (1.14), найдем среднюю квадратическую погрешность в сумме углов $m_{\sum\beta} = m_\beta\sqrt{n}.$ Предельная погрешность суммы углов, или предельная невязка, будет в три раза больше, т. е. $f_{\beta\text{пр}} = 3m_\beta\sqrt{n}.$

Для данного примера будем иметь: $f_{\beta\text{пп}} = 3\cdot 0{,}5'\sqrt{12} = \pm 5',2.$

Пример 6. Измерение угла одним приемом сопровождается средней квадратической погрешностью 20″. С какой средней квадратической погрешностью можно получить значение этого угла, если измерить его четырьмя приемами?

При многократном измерении одной и той же величины наиболее надежным ее значением будет арифметическая средина. Средняя квадратическая погрешность арифметической средины из *n* равноточных измерений в $\sqrt{n}$ меньше средней квадратической погрешности каждого измерения (формула (1.10)). Следовательно, ответ будет таким: $\frac{20''}{\sqrt{4}} = 10''.$

Пример 7. Определить абсолютную и относительную средние квадратические погрешности в площади прямоугольника, если его стороны (a = 200,00 м; b = 400,00 м) известны с относительной средней квадратической погрешностью 1:2000.

Задачу можно решить двумя способами.

1. Определим абсолютные погрешности в длинах сторон из соотношения $\frac{m_a}{a} = \frac{m_b}{b} = \frac{1}{2000}$.

$$\frac{m_a}{200} = \frac{1}{2000}; \quad m_a = 0{,}10 \text{ м}, \quad \frac{m_b}{400} = \frac{1}{2000}; \quad m_b = 0{,}20 \text{ м}.$$

Составим функцию $P = ab$. Применяя формулу (1.15), получим:

$$m^2{}_p = b^2 m^2{}_a + a^2 m^2{}_b = 400^2\cdot 0{,}1^2 + 200^2\cdot 0{,}2^2 = 3200,$$

$$m_p = 56 \text{ м}^2; \ \frac{m_p}{P} = \frac{56}{80000} = \frac{1}{1400}.$$

2. Составим функцию $P = ab$ и прологарифмируем ее:

$$\ln P = \ln a + \ln b.$$

Для нахождения средней квадратической погрешности функции общего вида вместо формулы (1.15) воспользуемся правилом: 1)

находят полный дифференциал данной функции, записывая вместо дифференциалов истинные погрешности; 2) объединяют члены с одинаковыми истинными погрешностями, заключая в скобки коэффициенты при одинаковых истинных погрешностях; 3) возводят в квадрат все члены полученного выражения, заменяя истинные погрешности средними квадратическими.

В соответствии с этим правилом в общем виде получим:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}; \qquad \left(\frac{m_p}{P}\right)^2 = \left(\frac{m_a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_b}{b}\right)^2.$$

Подставляя известные значения, найдем:

$$\left(\frac{m_p}{P}\right)^2=\left(\frac{1}{2000}\right)^2+\left(\frac{1}{2000}\right)^2=2\left(\frac{1}{2000}\right)^2; \quad \frac{m_p}{P}=\frac{\sqrt{2}}{2000}=\frac{1}{1400}.$$

$$m_p=\frac{P}{1400}=\frac{80000}{1400}=57 \text{ м}^2.$$

Пример 8. Найти в общем виде среднюю квадратическую погрешность превышения, вычисленного по формуле

$$h=\frac{1}{2}D\sin 2v+i-v+f.$$

Для решения задачи воспользуемся формулой (1.15).

Найдем частные производные:

$$\frac{\partial h}{\partial D}=\frac{1}{2}\sin 2v; \quad \frac{\partial h}{\partial v}=D\cos 2v; \quad \frac{\partial h}{\partial i}=1; \quad \frac{\partial h}{\partial v}=-1; \quad \frac{\partial h}{\partial f}=1.$$

Далее получим:

$$m_h^2=\frac{1}{4}\sin^2 2v m_D^2+D^2\cos^2 2v\frac{m_v^2}{\rho^2}+m^2{}_i+m^2{}_v+m^2{}_f.$$

П р и м е ч а н и е. Погрешность угла m_v обычно выражают в градусной мере. В формуле для вычисления m_h она должна выражаться в радианной мере, поэтому произведено деление на ρ.

Пример 9. Средняя квадратическая погрешность измерения угла одним приемом равна 20″. Сколькими приемами нужно измерять углы, чтобы невязки в треугольниках не превышали ±1′?

Обозначим число приемов через *n*. Средняя квадратическая погрешность измерения угла *n* приемами составит $\frac{20''}{\sqrt{n}}$, а в сумме трех углов – $\frac{20}{\sqrt{n}}\sqrt{3}$. Предельная погрешность в сумме углов, равная предельной невязке, в три раза больше. Поэтому можно составить уравнение

$$\frac{3\cdot 20''}{\sqrt{n}}\sqrt{3}=60''.$$

Отсюда *n* = 3.

Задачи для самостоятельного решения

3.1. С какой погрешностью построен прямой угол, если зеркала экера расположены по углом 45°00′ ± 3′?

3.2. Средняя квадратическая погрешность определения превышения на одной станции равна 2 мм. Определить предельную невязку в нивелирном ходе из 20 станций.

3.3. Чему равна средняя квадратическая погрешность дирекционного угла 10-й стороны теодолитного хода, если средняя квадратическая погрешность каждого угла равна 0,5′, а исходный дирекционный угол безошибочен?

3.4. Найти среднюю квадратическую погрешность одного угла теодолитного хода с 26 углами, если средняя квадратическая погрешность суммы всех углов равна 1,5′.

3.5. Линия состоит из двух отрезков: s_1 = 202,15 м ± 0,08 м; s_2 = 241,73 м ± 0,10 м. Вычислить абсолютную и относительную средние квадратические погрешности всей линии.

3.6. В четырехугольнике измерены 3 угла со средними квадратическими погрешностями 10″, 15″, 5″. Определить среднюю квадратическую погрешность четвертого (вычисленного) угла.

3.7. Даны отметки двух точек со средними квадратическими погрешностями: H_1= 285,385 м ± 8 мм; H_2 = 243,847м ± 5 мм. Вычислить превышение точки 2 над точкой 1 и его предельную погрешность.

3.8. Определить ожидаемое среднее квадратическое значение невязки нивелирного хода длиной 16 км, если средняя квадратическая погрешность нивелирования на 1 км составляет 4 мм.

3.9. Для вычисления общей площади участка он был разбит на 4 треугольника. Найти предельную погрешность в площади участка, если средние квадратические погрешности определения площадей треугольников составили 20 м^2, 40, 30 и 15 м^2.

3.10. Определить среднюю квадратическую погрешность превышения, полученного при нивелировании из середины по двухсторонним рейкам, если средняя квадратическая погрешность одного отсчета по рейке равна 1 мм.

3.10. Длина линии на плане определена как разность отсчетов по миллиметровой шкале линейки, сделанных у концов линии. Какова будет предельная погрешность в длине линии, если отсчеты сопровождались средними квадратическими погрешностями 0,1 мм?

3.12. Линия длиной 300 м измеряется стальной 20-метровой лентой. Определить относительную среднюю квадратическую погрешность в длине линии, если средняя квадратическая погрешность одного отложения ленты равна 2 см.

3.13. Коэффициент нитяного дальномера (K = 100) и постоянное слагаемое (С = 0) найдены точно. При измерении линии определен отрезок рейки между крайней и средней нитями – l_1 = 85 см ± 0,5 см. С какой средней квадратической погрешностью будет получена длина линии?

3.14. Найти среднюю квадратическую погрешность функции $u = 3x - 0{,}5y + z$, если m_x = 0,1; m_y = 1,0; m_z = 0,8.

3.15. В треугольнике измерены два угла со средними квадратическими погрешностями 30″. Определить среднюю квадратическую погрешность третьего вычисленного угла.

3.16. Одна и та же линия измерена двумя лентами со средними квадратическими погрешностями 10 см. Какой величины может достичь расхождение результатов двух измерений?

4.1. Определить относительную предельную погрешность в площади треугольника, вычисленной по формуле $P = \frac{1}{2} ab \sin C$, если a = 125,2 ± 0,1 м; b = 240,5 ± 0,2 м; C = 64°35′ ± 2′.

4.2. С какой средней квадратической погрешностью будет вычислена длина линии по формуле $s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, если координаты точек по обеим осям известны с погрешностью m?

4.3. Найти относительную среднюю квадратическую погрешность площади треугольника, вычисленной по основанию a = 120,52 м ± 0,10 м и высоте h = 100,00 ± 0,08 м.

4.4. Определить среднюю квадратическую погрешность в площади трапеции, основания и высота которой измерены в метрах: a = 64,50 ± 0,12; b = 85,35 ± 0,15; h = 50,00 ± 0,10.

4.5. Вычислить приращение координат по оси X и его среднюю квадратическую погрешность, если горизонтальное проложение линии s = 160,52 м ± 0,10 м и ее дирекционный угол $\alpha = 45°00' \pm 1'$.

4.6. Определить горизонтальное проложение линии и его среднюю квадратическую погрешность, если наклонная линия D = 132,25 м ± ± 0,05 м, а угол наклона $\nu = 4°10' \pm 10'$.

4.7. Вычислить приращения координат по оси Y и его предельную погрешность, если горизонтальное проложение s = 200,00 м ± 0,20 м и дирекционный угол $\alpha = 30°00' \pm 1'$.

4.8. Вычислить относительную среднюю квадратическую погрешность гипотенузы a прямоугольного треугольника, если катет b = 100,00 ± 0,10 м, c = 60,00 м ± 0,05 м.

4.9. Определить превышение по формуле $h = 1/2 D \sin 2\nu$ и его среднюю квадратическую погрешность, если D = 210 м ± 1 м, $\nu = 5°30' \pm 1'$.

4.10. С какой относительной средней квадратической погрешностью будет найдено расстояние s по формуле $s = \frac{l}{2} \mathrm{ctg} \frac{\varphi}{2}$, если l = 20,000 м ± 0,002 м, $\varphi = 6°42,6 \pm 0,1'$?

4.10. Определить превышение по формуле $h = s \,\mathrm{tg}\, \nu + i - v$ и его среднюю квадратическую погрешность, если s = 250 м ± 1 м, $\nu = 6°25' \pm 1'$, i = 1,38 м ± 0,01 м, v = 3,00 м ± 0,02 м.

4.12. В треугольнике измерены две стороны: a = 100,0 м ± 0,1 м, $в$ = 200,0 м ± 0,2 м и угол между ними $C = 30°00' \pm 2'$. Определить площадь треугольника и ее предельную погрешность.

4.13. Определить уклон линии и его среднюю квадратическую погрешность, если горизонтальное проложение линии s = 127,0 м ± 0,5 м и превышение h = 6,00 м ± 0,02 м.

4.14. При измерении наклонной линии мерной лентой получены следующие результаты:

$$D = 234{,}18\ \text{м} \pm 0{,}15\ \text{м};\ \nu = 8°20' \pm 10'.$$

Вычислить поправку за наклон и среднюю квадратическую погрешность в значении величины этой поправки.

4.15. Определить поправку за наклон линии, измеренной дальномером, по формуле $\Delta s = (Kl + c)\ \sin^2 \nu$, и ее среднюю квадратическую погрешность, если K = 100,0 ± 0,1; l = 95,0 см ± 0,5 см; с = 0,62 м ± ± 0,002 м; ν = 12°30′ ± 1′.

4.16. Найти предельную относительную погрешность в площади круга, если R = 8,00 см ± 0,02 см.

5. В треугольнике ABC измерены сторона $в$, лежащая против угла B, и углы A и B. Вычислить сторону a и ее среднюю квадратическую погрешность. Числовые данные по вариантам приведены в табл. 1.6.

6.1. С какой относительной средней квадратической погрешностью нужно измерить основание a = 200 м и высоту h = 150 м, чтобы вычислить площадь треугольника с предельной погрешностью ±50 м^2.

Т а б л и ц а 1.6. **Исходные данные к задаче 5**

Вариант	b, м	A	B
1	250,20 ± 0,10	63°42,3 ± 0,5′	78019,5′ ± 1′
2	341,19 ± 0,11	64°23,2′ ± 1,5′	61035,5′ ± 1,0′
3	142,17 ± 0,07	71°13′15″ ± 5″	51018′19″ ± 9″
4	338,19 ± 0,15	85°34′26″ ± 6″	70°28′34″ ± 10″
5	311,35 ± 0,20	70°00′15″ ± 10″	52°19′28″ ± 8″
6	438,46 ± 0,12	74°28′30″ ± 10″	82°29′49″ ± 5″
7	252,34 ± 0,20	63°19,2′ ± 0,6′	45°03,3′ ± 0,5′
8	285,93 ± 0,05	68°29′42″ ± 7″	60°29′54″ ± 6″
9	141,16 ± 0,10	58°38′25″ ± 5″	62°34′19″ ± 6″
10	485,25 ± 0,08	75°25,7′ ± 0,5′	85°58,3′ ± 0,4′
11	294,31 ± 0,11	62°16,3′± 0,4′	50°30,2′ ± 0,5′
12	341,06 ± 0,06	85°08,5′ ± 0,3′	64°19,6′ ± 0,4′
13	454,26 ± 0,13	80°27′17″ ± 10″	43°24′31″ ± 8″
14	435,85 ± 0,10	78°38′16″ ± 5″	72°14′19″ ± 5″
15	345,38 ± 0,10	70°35′41″ ±7″	70°21′19″ ± 6″
16	541,92 ± 0,08	45°19′35″ ± 6″	90°26′37″ ± 7″

6.2. Средняя квадратическая погрешность измерения угла одним приемом равна 10″. Сколькими приемами нужно измерять углы, чтобы предельные невязки в четырехугольниках не превышали ±40″?

6.3. Однократное измерение линии сопровождается относительной средней квадратической погрешностью 1:2000. Сколькими приемами нужно измерить линию, чтобы получить окончательный результат с такой же предельной относительной погрешностью?

6.4. С какой относительной погрешностью нужно измерить сторону квадрата, чтобы получить его площадь с относительной погрешностью 1:2000?

6.5. С какой относительной средней квадратической погрешностью нужно измерить стороны прямоугольника (a = 100 м; b = 60 м), чтобы вычислить его площадь с погрешностью не более 30 м^2?

6.6. При измерении линии 20-метровой лентой случайная средняя квадратическая погрешность одного отложения ленты составляет 2 см. Сколько раз нужно измерить линию длиной 200 м, чтобы получить окончательный результат со средней квадратической погрешностью не более 4 см ?

6.7. Невязка в сумме превышений нивелирного хода не должна превышать ± 80 мм. Какова может быть предельная длина нивелирного хода, если средняя квадратическая погрешность в сумме превышений на 1 км хода составляет 7 мм?

6.8. С какой средней квадратической погрешностью нужно измерять углы, чтобы невязка в полигоне из 12 углов не превысила ±4′?

6.9. Средняя квадратическая погрешность измерения угла одним приемом равна 0,5′. Каких размеров может достичь невязка в сумме углов треугольника, если измерять углы четырьмя приемами?

6.10. Коэффициент случайного влияния при линейных измерениях $\mu = 0{,}005$. Каких размеров может достичь разность двойного измерения линии длиной 400 м?

6.10. Средняя квадратическая погрешность измерения угла одним приемом составляет 20″. Сколько приемов нужно сделать, чтобы получить угол со средней квадратической погрешностью 10″?

6.12. При геометрическом нивелировании средняя квадратическая погрешность определения превышения на станции равна ± 1 мм. На каждый километр хода приходится 9 станций. При какой максимальной длине замкнутого нивелирного хода невязка в превышениях не выйдет за пределы ± 50 мм?

6.13. Коэффициент случайного влияния при измерении линии лентой $\mu = 0{,}004$. Сколько раз нужно измерить линию длиной 100 м, чтобы получить окончательный результат со средней квадратической погрешностью не более ± 2 см?

6.14. С какой относительной средней квадратической погрешностью нужно знать радиус круга, чтобы определить его площадь с предельной относительной погрешностью 1:1000?

6.15. Линия измерена 6 раз. Получено среднее арифметическое $L = 538{,}23$ м со средней квадратической погрешностью $M = 0{,}20$ м. Найти относительную среднюю квадратическую погрешность одного измерения.

6.16. Среднее значение угла при измерении четырьмя приемами имеет среднюю квадратическую погрешность 10,0″. Определить среднюю квадратическую погрешность значения угла, полученного при тех же условиях из девяти приемов.

Задание 3. Веса измерений и их функций. Обработка результатов неравноточных измерений

Обозначения:

p – вес измерения;

$L_{\text{в}}$ – среднее весовое;

μ – средняя квадратическая погрешность единицы веса;

$M_{\text{в}}$ – средняя квадратическая погрешность среднего весового.

Формулы:

$$p = \frac{k}{m^2}, \tag{1.16}$$

где k – произвольное число, но одинаковое для всех измерений, участвующих в решении какой-либо задачи.

Для нахождения весов функций формулы имеют такой же вид, как в табл. 1.5, только вместо квадратов средних квадратических погрешностей следует поставить обратные веса, т. е. сделать замену $m^2 = \frac{1}{p}$.

$$L_{\text{В}} = \frac{[pl]}{p} = l_0 + \frac{[p\varepsilon]}{p}; \tag{1.17}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{[p\Delta^2]}{n}}; \tag{1.18}$$

$$\mu = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-1}}. \tag{1.19}$$

Контроль:

$$[pv] = 0; \tag{1.20}$$

$$[pv^2] = -[pvl] = -[pv\varepsilon]. \tag{1.21}$$

Если L округлено, а погрешность округления равна ω, то

$$[pv] = [p]\omega; \tag{1.22}$$

$$[pv^2] = -[pv\varepsilon] + (L_{\text{В}} - l_0)[pv]; \tag{1.23}$$

$$M_{\text{В}} = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}}; \tag{1.24}$$

$$m = \frac{\mu}{\sqrt{p}}. \tag{1.25}$$

Пример 10. Два угла измерены со средними квадратическими погрешностями 5″ и 10″. Найти веса этих углов.

Решение задачи можно выполнить двумя способами.

1. Принимая $k = 100$, по формуле (1.16) получим:

$$p_1 = \frac{k}{m^2_1} = \frac{100}{25} = 4; \qquad p_2 = \frac{k}{m^2_2} = \frac{100}{100} = 1.$$

2. Напишем известное соотношение

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{m^2_2}{m^2_1} = \frac{100}{25}.$$

Примем для одного из весов произвольное значение, например, $p_2 = 1$, тогда $p_1 = 4$.

Пример 10. Два угла измерены одним теодолитом: первый – одним приемом, второй – тремя. Определить веса этих углов.

Пусть для первого угла вес равен 1. Второй угол получен как среднее арифметическое из трех измерений – каждое с весом, равным 1. Поэтому вес будет равен 3.

Пример 12. Вес угла равен 4. Найти среднюю квадратическую погрешность этого угла, если погрешность единицы веса $\mu = 10''$.

По формуле (1.25) имеем: $m = \dfrac{\mu}{\sqrt{p}} = \dfrac{10}{\sqrt{4}} = 5''$.

Пример 13. В треугольнике измерены два угла с весами $p_\alpha = 3$, $p_\beta = 5$. Найти вес третьего (вычисленного) угла γ.

Напишем функцию

$$\gamma = 180 - \alpha - \beta$$

и найдем ее обратный вес $\dfrac{1}{p_\gamma} = \dfrac{1}{p_\alpha} + \dfrac{1}{p_\beta} = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{5} = \dfrac{8}{15}$.

Отсюда $p_\gamma = \dfrac{15}{8} = 1{,}88$.

Пример 14. Угол измерен 6 раз одним и тем же теодолитом, но с разным числом приемов. Найти вероятнейшее значение угла и его среднюю квадратическую погрешность.

Результаты измерения угла и их обработка приведены в табл. 1.7.

В данном случае за веса можно принять число приемов *t*. Для упрощения вычислений веса взяты в 4 раза меньше. Другими словами, измерению угла одним приемом придан вес 0,25.

По формуле среднего весового получим

$$L_{\text{В}} = l_0 + \frac{[p\varepsilon]}{p} = 64°28'20'' + \frac{3{,}0''}{8{,}5} = 64°28'20{,}354'',$$

или округленно $L = 64°28'20{,}4''$. Погрешность округления $\omega = 0{,}046''$.

Т а б л и ц а 1.7. **Обработка неравноточных измерений**

Номер измерения	Результат измерения	Число приемов, t	$p = \dfrac{t}{4}$	ε	$p\varepsilon$	v	pv	pv^2	$pv\varepsilon$
1	64°28′13″	4	1,00	–7″	–7,0	+7,4	+7,4	54,7	–51,8
2	20	6	1,50	0	0	+0,4	+0,6	0,2	0
3	10	2	0,50	–10	–5,0	+10,4	+5,2	54,1	–52,0
4	25	8	2,00	+5	+10,0	–4,6	–9,2	42,3	–46,0
5	30	4	1,00	+10	+10,0	–9,6	–9,6	92,2	–96,0
6	18	10	2,50	–2	–5,0	+2,4	+6,0	14,4	–12,0
l_0=64°28′20″			8,5		+3,0		+0,4	257,9	–257,8
$L_{\text{В}}$=64°28′20,4′									

Контролируем вычисления:

$$[pv] = [p]\omega = 8{,}5 \cdot 0{,}046 = +0{,}4;$$

$$\left[pv^2\right] = -\left[pv\varepsilon\right] + \left(L_{\text{В}} - l_0\right)\left[pv\right] = 257{,}8 + 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 258{,}0\,.$$

Вычисляем среднюю квадратическую погрешность единицы веса:

$$\mu = \sqrt{\frac{\left[pv^2\right]}{n-1}} = \sqrt{\frac{257{,}9}{5}} = 7{,}2''.$$

С такой погрешностью измеряется угол четырьмя приемами, так как p = 1 при t = 4. Вычисляем среднюю квадратическую погрешность среднего весового:

$$M_{\text{В}} = \frac{\mu}{\sqrt{[p]}} = \frac{7{,}2}{\sqrt{8{,}5}} = 2{,}5''.$$

Окончательный результат можно записать так:

$$L_{\text{В}} = 64^{\circ}28'20{,}4'' \pm 2{,}5''.$$

Задачи для самостоятельного решения

7. Два угла измерены с весами p_1 и p_2. Найти средние квадратические погрешности измерений углов m_1 и m_2, если известна средняя квадратическая погрешность единицы веса μ.

Числовые значения известных величин по вариантам даны в табл. 1.8.

8.1. Найти среднюю квадратическую погрешность единицы веса, если вес измерения p = 10, а средняя квадратическая погрешность m = 4,2′.

Таблица 1.8. **Исходные данные к задаче 7**

Значение величины	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
p_1	12	3	14	4	5	8	10	12
p_2	6	8	10	6	12	3	5	4
μ	5″	10″	7″	6″	15″	20″	9″	8″

Окончание табл. 1.8

Значение величины	Вариант							
	9	10	11	12	13	14	15	16
p_1	3	9	8	5	2	7	4	2
p_2	10	3	5	3	6	3	6	4
μ	12″	18″	15″	30″	10″	5″	3″	20″

8.2. Даны веса измерений трех углов: $p_1 = 2$; $p_2 = 6$; $p_3 = 4$. Средняя квадратическая погрешность измерения первого угла $m_1 = 10''$. Найти средние квадратические погрешности измерений второго и третьего углов.

8.3. Вес суммы 10 углов принят за единицу. Определить вес суммы 20 углов.

8.4. Приняв вес превышения, измеренного на станции геометрического нивелирования, за единицу, вычислить вес превышения по ходу, состоящему из 10 станций.

8.5. Первый угол измерен двумя приемами, второй – четырьмя. Найти среднюю квадратическую погрешность измерения второго угла, если для первого она равна 20″.

8.6. В четырехугольнике измерены 3 угла с весами $p_1 = 1$, $p_2 = 3$, $p_3 = 2$. Найти вес и среднюю квадратическую погрешность четвертого (вычисленного) угла, если средняя квадратическая погрешность единицы веса $\mu = 20''$.

8.7. Определить вес дирекционного угла второй стороны теодолитного хода, если первый угол измерен двумя приемами и имеет вес $p_1 = 2$, второй угол измерен четырьмя приемами, а исходный дирекционный угол безошибочен.

8.8. Средняя квадратическая погрешность измерения линии длиной 1 м равна μ, а вес измерения $p = 1$. Найти вес линии длиной s м.

8.9. Вес превышения на 1 км хода геометрического нивелирования принят равным 1. Чему будет равен вес превышения хода длиной L км?

8.10. Вес суммы углов n-угольника принят за единицу. Определить вес p одного угла.

8.10. Линия измерена 6 раз с одинаковой точностью. Найти вес среднего арифметического, если вес одного измерения равен 2.

8.12. Две линии измерены в одинаковых условиях. Получены следующие результаты: 248,25 и 496,78 м. Определить вес измерения второй линии, если вес измерения первой линии принят за единицу.

8.13. Измерение угла со средней квадратической погрешностью $m_1 = 3{,}2''$ имеет вес $p_1 = 2$. Чему будет равен вес угла, измеренного со средней квадратической погрешностью $m_2 = 2{,}1''$?

8.14. Определить веса превышений, полученных тригонометрическим нивелированием по формуле $h = s\,\mathrm{tg}\,v$, принимая стороны s безошибочными, а углы наклона v небольшими и измеренными с одинаковой точностью (выразить p через s).

8.15. Сумма превышений по ходу длиной 5 км имеет вес 2. Найти длину хода, сумма превышений которого имеет вес 1.

8.16. В треугольнике измерены два угла с весами $p_1 = p_2 = 2$. Найти вес третьего вычисленного угла и его среднюю квадратическую погрешность, если средняя квадратическая погрешность единицы веса $\mu = 10''$.

9. От четырех реперов с точным значением высот путем проложения нивелирных ходов различной длины передана высота на узловую точку. Определить наиболее надежное значение высоты узловой точки и средние квадратические погрешности: единицы веса, на 1 км хода, окончательного значения. Исходные данные по вариантам приведены в табл. 1.9.

Вычисление рекомендуется проводить по форме табл. 1.7, изменив название первых трех граф: 1 – номер хода, 2 – высота узловой точки, 3 – длина хода. Вес определить по формуле

$$p = \frac{K}{L},$$

где K – произвольное число.

Т а б л и ц а 1.9. **Исходные данные к задаче 9**

Вариант	Номер хода. Отметка узловой точки H, м Длина хода L, км			
	1	2	3	4
	201,324	201,300	201,332	201,315
1	4,5	6,0	1,8	8,0
2	3,2	4,8	1,3	5,0
3	5,5	3,2	9,4	5,8
4	4,0	0,9	3,5	4,8
5	4,2	6,3	12,2	2,2
6	6,2	2,8	4,1	1,0
7	8,0	5,4	6,1	7,9
8	5,5	2,3	6,8	9,3
9	6,3	8,5	2,4	5,6
10	9,0	4,2	1,6	6,2
11	1,2	5,7	6,6	9,8
12	1,9	4,4	5,0	8,2
13	6,0	8,3	9,1	3,0
14	2,2	5,6	3,1	7,5
15	7,8	3,3	8,4	4,1
16	12,0	5,3	2,8	6,1

10. Линия измерена дважды с различной точностью: $l_1 = 427{,}536$ м; $l_2 = 427{,}502$ м. Средние квадратические погрешности m_1 и m_2. Найти вероятнейшее значение длины линии. Значения средних квадратических погрешностей в миллиметрах приведены в табл. 1.10.

Т а б л и ц а 1.10. **Исходные данные к задаче 10**

Погрешность	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
m_1	25	21	18	10	17	20	22	13
m_2	16	15	21	23	20	13	24	19

О к о н ч а н и е т а б л. 1.10

Погрешность	Вариант							
	9	10	11	12	13	14	15	16
m_1	21	6	11	13	18	26	17	12
m_2	10	16	22	7	11	12	8	6

Задание 4. Оценка точности измерений по невязкам в полигонах и ходах

Формулы.

Средняя квадратическая погрешность измерения одного угла, вычисляемая по невязкам полигонов:

$$m = \sqrt{\frac{\left[\frac{f^2}{n}\right]}{N}}, \qquad (1.26)$$

где f – невязка в полигоне;

n – число углов в соответствующем полигоне;

N – число полигонов.

Средняя квадратическая погрешность измерения одного угла, вычисляемая по невязкам треугольников:

$$m = \sqrt{\frac{[f^2]}{3N}}, \qquad (1.27)$$

где f – невязка в треугольнике;

N – число треугольников.

Средняя квадратическая погрешность в превышениях на 1 км хода геометрического нивелирования:

$$m_{\text{км}} = \sqrt{\frac{\left[\frac{f^2}{L}\right]}{N}}, \qquad (1.28)$$

где f – невязка в превышениях по ходу;

L – длина соответствующего хода, км;

N – число ходов.

Задачи для самостоятельного решения

10. Вычислить среднюю квадратическую погрешность измерения одного угла по невязкам восьми треугольников. Значения невязок по вариантам приведены в табл. 1.10.

Т а б л и ц а 1.10. **Исходные данные к задаче 11**

Вари-	Невязки в треугольниках, с							
ант	1	2	3	4	5	6	7	8
1	+13	–6	–20	+4	+15	–30	–10	+18
2	–12	–4	–1	+8	+11	–17	–35	–37
3	–15	+17	–3	+18	+19	+30	–22	–10
4	–6	–3	+23	+27	+40	+49	+8	+4
5	+10	+8	–12	+33	–17	+33	+4	+16
6	+7	+18	+19	–29	+22	–11	+16	–3
7	–9	+5	+15	+16	+22	+28	–2	+2
8	+12	–17	–8	+30	+2	–5	–15	–5
9	+14	–15	–7	–29	+29	+9	+13	+15
10	–11	+24	+27	+1	+49	+3	–2	+13
11	+13	+2	–9	+3	+7	–23	–20	–26
12	+16	+4	–30	+15	+21	+4	+24	+4

13	+22	–9	–6	+2	–22	–4	+26	–15
14	+9	+6	+23	+31	–31	+20	–21	–27
15	+22	+11	+14	–8	–32	–6	+8	–9
16	+17	+25	–3	+34	+24	+20	+2	+19

12. Вычислить среднюю квадратическую погрешность нивелирования хода длиной 1 км по невязкам ходов, приведенным в табл. 1.12.

Т а б л и ц а 1.12. **Исходные данные к задаче 12**

Вари-ант	Номер хода. Длина хода L, км. Невязка f, мм							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	5,6	6,1	4,0	10,6	11,7	6,6	7,7	3,2
1	+20	–18	+16	+25	–30	–20	+40	–4
2	+15	–28	+13	–15	–12	+16	+4	+12
3	–8	+30	+36	–23	–36	+5	–23	+19
4	–2	–13	–8	+4	–19	+8	+5	+5
5	–21	+28	–11	+11	+11	+1	–20	+6
6	–22	–8	+20	+19	–28	–34	+30	+31
7	–38	–7	–1	+4	+5	+12	+4	+23
8	–16	–7	+1	–11	+47	+35	+28	–36
9	+11	+3	+18	+27	+44	+26	–9	–3
10	+9	–15	+9	–6	+19	–15	+23	–4
11	+10	–16	–17	+27	–64	–44	–5	–6
12	+8	–8	–18	–21	–11	+10	–19	+12
13	+24	–19	+16	+16	+2	–9	–4	–2
14	+6	–1	–5	–7	–34	+8	–65	–4
15	–2	+31	+16	–23	+56	–12	+9	–16
16	–13	–39	–46	–19	+5	–5	–14	–9

Задание 5. Оценка точности по разностям двойных измерений

Формулы.

Средняя квадратическая погрешность измерения, вычисляемая по разностям двойных равноточных измерений при отсутствии систематических погрешностей:

$$m = \sqrt{\frac{[d^2]}{2n}}, \tag{1.29}$$

где d – разность измерений;

n – число пар измерений.

При наличии систематических погрешностей

$$m = \sqrt{\frac{[\partial^2]}{2(n-1)}}, \tag{1.30}$$

где $\partial_i = d_i - \theta$, а систематическая погрешность

$$\theta = \frac{[d]}{n}.$$

Систематические погрешности можно не учитывать, если выполняется условие

$$\left|[d]\right| \le 0,25\left[|d|\right].$$

Средняя квадратическая погрешность единицы веса, вычисляемая по разности двойных неравноточных измерений при отсутствии систематических погрешностей:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pd^2]}{2n}}, \tag{1.31}$$

где p – вес парных измерений.

Оценка точности линейных измерений производится по разностям двойных измерений линий.

Коэффициент остаточного систематического влияния линейных измерений

$$\theta = \frac{[d]}{[s]}. \tag{1.32}$$

Средняя квадратическая погрешность единицы веса (коэффициент случайного влияния)

$$\mu = \sqrt{\frac{\left[\frac{\partial^2}{s}\right]}{2(n-1)}}, \tag{1.33}$$

где

$$\partial_i = d_i - \theta,$$

$$\theta_i = \theta s_i.$$

Контроль:

$$[d] = [\theta]. \tag{1.34}$$

$$[\partial] = 0. \tag{1.35}$$

Если при вычислении по формуле (1.32) отброшен остаток r, то

$$[\partial] = r. \tag{1.36}$$

Пример 15. Даны результаты прямого и обратного измерения линий различной длины (табл. 1.13), определить коэффициенты систематического и случайного влияния.

Т а б л и ц а 1.13. **Оценка точности по разностям двойных измерений**

Номер линии	Длина линий s, м		d, см	$\theta_i = \theta S$, см	∂	$\frac{\partial^2}{S}$	Формулы и вычисления
	Прямая	Обратная					
1	124,32	124,38	–6	–2	–4	0,13	$\theta = \frac{[d]}{[s]} = \frac{-0{,}47}{2537} =$
2	253,72	253,84	–12	–5	–7	0,19	$= 0{,}000185$
3	438,93	439,18	–21	–8	–13	0,39	$\mu = \sqrt{\frac{\left[\frac{\partial^2}{s}\right]}{2(n-1)}} =$
4	318,16	318,06	+10	–6	+16	0,81	$= \sqrt{\frac{2{,}90}{14}} = 0{,}46$
5	541,63	541,80	–17	–10	–7	0,09	
6	205,10	205,00	+10	–4	+14	0,96	
7	456,76	456,90	–14	–8	–6	0,08	
8	198,24	198,21	+3	–4	+7	0,25	
$\sum$	2536,86		–47	–47	0	2,90	$\mu = 0{,}0046$

Задачи для самостоятельного решения

13. Даны значения секунд в отсчетах по шкале оптического микрометра при двух совмещениях штрихов лимба (табл. 1.14). Определить среднюю квадратическую погрешность совмещения штрихов.

Каждый студент использует 10 пар измерений, начиная с первого в первом варианте, со второго во втором варианте и т. д.

Т а б л и ц а 1.14. **Исходные данные к задаче 13**

Номер измерения	Первое совмещение	Второе совмещение	Номер измерения	Первое совмещение	Второе совмещение
1	10,5	10,3	14	34,2	34,6
2	32,0	32,2	15	12,0	11,5
3	40,2	39,7	16	23,4	23,8
4	09,8	10,0	17	14,8	14,5
5	04,5	05,2	18	18,5	20,0
6	11,3	11,3	19	43,1	40,2
7	27,7	27,6	20	33,4	34,1
8	19,3	20,8	21	21,6	20,0
9	43,3	45,0	22	54,0	55,1
10	52,1	51,9	23	49,5	48,2
11	34,8	34,4	24	03,7	03,0
12	13,2	10,8	25	20,9	21,9
13	05,8	04,1	26	53,2	51,5

14. По результатам двойных измерений линий лентой (табл. 1.15) определить коэффициенты систематического и случайного влияния. Как и в предыдущей задаче, каждый студент обрабатывает 10 пар измерений.

Т а б л и ц а 1.15. **Исходные данные к задаче 14**

Номер линии	Длина линии, м		Номер линий	Длина линии	
	1-е измерение	2-е измерение		1-е измерение	2-е измерение
1	230,41	230,35	13	184,35	184,28
2	98,34	98,39	14	67,31	67,33
3	443,78	443,75	15	248,84	248,80
4	263,29	263,25	16	105,63	105,67
5	319,26	319,10	17	205,18	205,14
6	283,54	283,50	18	525,68	525,50
7	152,16	152,16	19	310,81	310,70
8	424,35	424,42	20	94,26	94,23
9	250,28	250,22	21	183,18	183,15
10	134,17	134,10	22	428,65	428,50
11	531,30	531,57	23	211,54	211,50
12	352,19	352,17	24	341,12	341,05

Вопросы для самопроверки

1. Что понимается под измерением величин?
2. Какие измерения вы знаете?
3. Что называется истинной погрешностью измерения?
4. Каковы причины появления погрешностей измерений?
5. Какие виды погрешностей вы знаете?
6. По каким признакам различают систематические и случайные погрешности?
7. Какими свойствами обладают случайные погрешности?
8. Что называется средней квадратической погрешностью?
9. Что называется средней погрешностью?
10. Что называется вероятной погрешностью?
11. Как определяется предельная погрешность в случае нормального распределения погрешностей?
12. Каковы свойства погрешностей округления и как определяется средняя квадратическая погрешность округления?
13. Какими свойствами обладает арифметическая средина?
14. Что такое вероятнейшие поправки и какими свойствами они обладают?
15. Что называется весом измерения?
16. Какими свойствами обладают веса измерений?
17. Как определяется средневесовое значение?
18. Что является частным случаем среднего весового?
19. Что называется средней квадратической погрешностью единицы веса?
20. Как вычисляются веса измерений в теодолитных и нивелирных ходах?
21. Приведите пример двойных равноточных и неравноточных измерений.
22. Каковы недостатки оценки точности по разностям двойных измерений?
23. Объясните смысл коэффициентов систематического и случайного влияния при линейных измерениях.
24. Можно ли оценить точность измерений по одному значению невязки?
25. Почему используют остатки при вычислении среднего весового?