ТЕМА 1. КАРТОГРАФО-ГЕОДЕЗИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КАДАСТРА И ЗЕМЛЕУСТРОЙСТВА

ЛЕКЦИЯ 9. ТОЧНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ НА ПЛАНАХ И КАРТАХ

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА:

- 1. Неумывакин, Ю.К. Земельно-кадастровые геодезические работы: Учеб. / Ю.К. Неумывакин, Перский М.И. – М.: КолосС, 2008.-183 с.
- 2. Маслов, А.В., Юнусов А.Г., Горохов Г.И. Геодезические работы при землеустройстве /А.В. Маслов, А.Г. Юнусов, Г.И. Горохов. – 2 изд. переаб. И доп. – М.: Недра, 1990.– 215 с.
- 3. Неумывакин Ю.К., Перский М.И. Геодезическое обеспечение землеустроительных и кадастровых работ: Справ. пособие. – М.: Картгеоцентр – Геодезиздат, 1996.

ПЛАН ЛЕКЦИИ:

1. Понятие о точности, полноте и детальности планов (карт). Точность положения контурных точек на плане. Точность изображения расстояний на плане.
2. Точность определения направлений и горизонтальных углов, изображаемых на плане (карте).
3. Точность площадей контуров, изображенных на плане.
4. Точность определения превышений и уклонов по горизонталям плана.

1. Понятие о точности, полноте и детальности планов (карт). Точность положения контурных точек на плане. Точность изображения расстояний на плане

Планы и карты, полученные в результате различных видов съемок, имеют не одинаковую детальность и полноту.

- Под детальностью понимают степень подобия изображения на плане всех изгибов и извилин контуров ситуации и рельефа.
- Под полнотой понимают степень насыщенности плана объектами местности, изображение которых на плане необходимо и при данном масштабе и высоте сечения рельефа возможно

Под точностью плана (карты) понимают величину средней квадратической ошибки положения контурной точки на плане относительно ближайшего пункта главного геодезического обоснования съемки.

Ошибка положения точки (пункта) является двумерной и определяется формулой

$$m_t = \sqrt{(m_x^2 + m_y^2)},$$

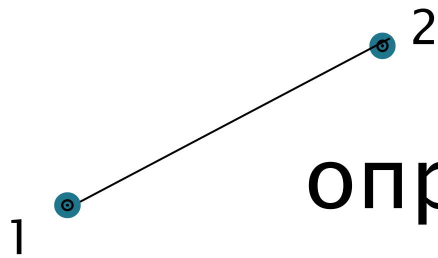
где m_x и m_y – ошибки координат точки, т.е. ошибки положения точки по осям координат;

приняв $m_x = m_y = m_к$,

где $m_к$ – средняя квадратическая ошибка координаты точки

$$m_t = m_к \sqrt{2}$$

$$m_к = \frac{1}{\sqrt{2}} m_t$$



Каждая из 2-х точек определяется координатами x_1y_1; x_2y_2 со с.к.о. m_{x1} m_{y1}; m_{x2} m_{y2}. Расстояние между точками определяется по формуле:

$$S^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

Из теории ошибок:

$$S^2 \cdot m_s^2 = (x_2 - x_1)^2 \cdot {m_{x1}}^2 + (x_2 - x_1)^2 \cdot {m_{x2}}^2 + (y_2 - y_1)^2 \cdot {m_{y1}}^2 +$$

$$(y_2 - y_1)^2 \cdot {m_{y2}}^2$$

Примем

$$m_{x1} = m_{y1} = m_{k1}$$

$$m_{x2} = m_{y2} = m_{k2}$$

Тогда:

$$S^2 \cdot m^2{}_S = m_{k1}{}^2 \cdot \left\{ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \right\} +$$

$$m_{k2}{}^2 \left\{ (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 \right\}$$

$$m^2{}_S = m_{k1}{}^2 + m_{k2}{}^2$$

$$m_S^2 = \frac{1}{2}\left(m_{t1}^2 + m_{t2}^2\right)$$

Если

$$m_{t1} = m_{t2} = m_t$$

$$m_S = m_t$$

т.е. с.к.о. расстояния между точками на плане равна с.к.о. положения точки.

Или: точность измерения расстояний между точками по плану определяется, главным образом, точность плана.

2. Точность определения направлений и горизонтальных углов, изображаемых на плане (карте)

Пусть положение каждой из точек определяется координатами x_1 и y_1; x_2и y_2 со с.к.о. m_{x1} и m_{y1}; m_{x2} и $m_{y2.}$ Тогда дирекционный угол линии в направлении с точки 1 на точку 2 определится по формуле

$$tg\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

По теории ошибок имеем:

$$\frac{m_\alpha^2}{\cos^4\alpha} = \frac{(y_2 - y_1)^2}{(x_2 - x_1)^4} m_{x1}^2 + \frac{(y_2 - y_1)^2}{(x_2 - x_1)^4} m_{x2}^2 +$$

$$\frac{m_{y1}^2}{(x_2 - x_1)^2} + \frac{m_{y2}^2}{(x_2 - x_1)^2}$$

Так как

$$cos\alpha = \frac{x_2 - x_1}{S},$$

то, умножив левую и правую часть на $\cos^4\alpha$ и подставив вместо $\cos\alpha$ выражение

$$cos\alpha = \frac{x_2 - x_1}{S},$$

получим:

$$m^2{}_\alpha = \frac{(y_2 - y_1)^2 m_{x1}^2 + (y_2 - y_1)^2 m_{x2}^2 + (x_2 - x_1)^2 m_{y1}^2 + (x_2 - x_1)^2 m_{y2}^2}{S^4}$$

Приняв для равноточности определений координат точек

$$m_{x1} = m_{y1} = m_{k1}$$

$$m_{x2} = m_{y2} = m_{k2}$$

Получим:

$$m^2{}_{\alpha} = \frac{1}{S^2}(m_{k1}^2 + m_{k2}^2)$$

если

$$m_{\kappa 1} = m_{\kappa 2} = m_{\kappa}$$

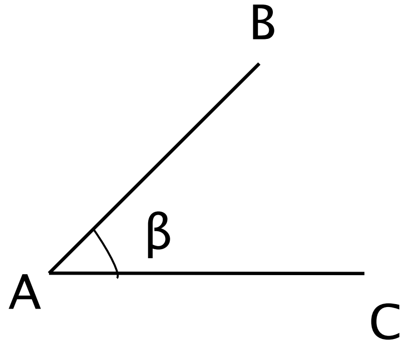
то

$$m_\alpha = \frac{m_k\sqrt{2}}{S} = \frac{m_t}{S}$$

Ошибка дирекционного угла увеличивается с уменьшением расстояния между точками.

При расчете точности горизонтального угла β, полученного как разность дирекционных направлений сторон АС и АВ, необходимо учитывать, что эти направления имеют общую точку А, и их ошибки корреляционно связаны.

Поэтому ошибки угла β нельзя получить путем квадратирования ошибок дирекционных направлений, а необходимо рассмотреть функцию



$$\beta = arctg\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} - arctg\frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$$

Опустив вывод, получим:

$$m_\beta^2 = \rho^2 m_t^2 \left(\frac{1}{S_{AB}^2} + \frac{1}{S_{AC}^2} - \frac{\cos\beta}{S_{AB} S_{AC}}\right)$$

при $S_{AB} \approx S_{AC} = S$

$$m_\beta = \frac{\rho m_t}{S}\sqrt{2 - \cos\beta}$$

При взаимно перпендикулярных сторонах, когда $\beta = 90^\circ$ и $\cos\beta = 0$ получим:

$$m_\beta = \frac{\rho m_t}{S}\sqrt{2}$$

т.е. формулу, которая соответствует

независимому определению

дирекционных направлений АВ и АС.

3. Точность площадей контуров, изображенных на плане

Ошибки положения контура вызывают ошибку его площади. Площадь контура можно вычислить по координатам поворотных точек, используя формулу:

$$2P = \sum_{i=1}^{n} x_i \left(y_{(i+1)} - y_{(i-1)} \right)$$

По теории ошибок (перейдя от дифференциалов к с.к.о.)

$$4m_p^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_{i+1} - y_{i-1})^2 m_{xi}^2 + \sum_{i=1}^{n}(x_{i-1} - x_{i+1})^2 m_{yi}^2$$

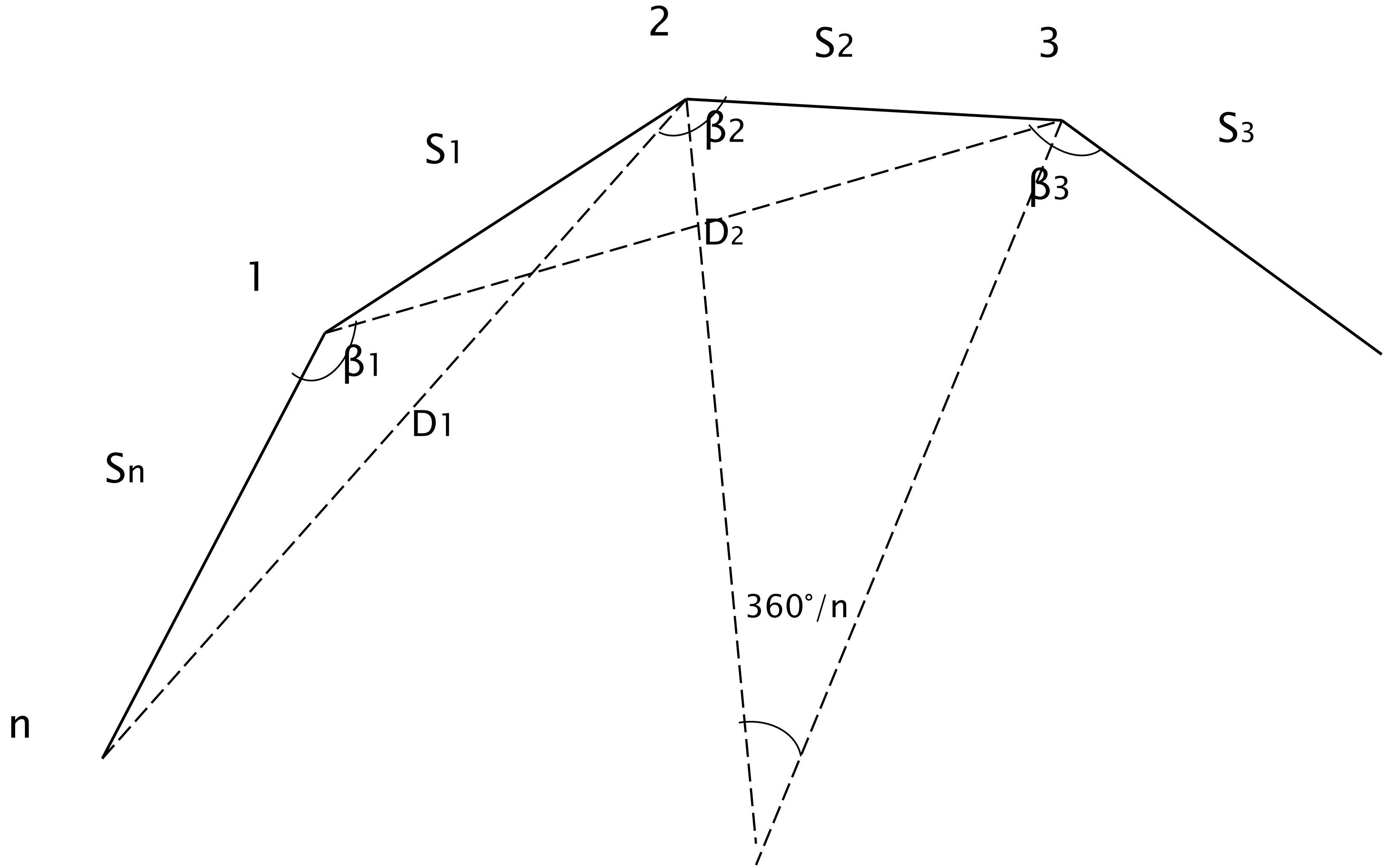
Приняв $m_{xi} = m_{yi}$ и с учетом, что

$$m_k = \frac{1}{\sqrt{2}} m_t$$

Получим

$$m_p^2 = \frac{1}{8}\sum_{i=1}^{n}\left\{(x_{i-1} - x_{i+1})^2 + (y_{i+1} - y_{i-1})^2\right\} m_{ti}^2$$

Величины в квадратных скобках есть квадраты диагоналей, проведенных между точками (n и 2), (1 и 3), (2 и 4) и т.д. Эти диагонали D_i, могут быть выражены через расстояние S_{i-1} и S_i между точками i+1 и i–1 и внутренними углами β_i при точках i.



2
S2
3
S1
β2
S3
β3
D2
1
β1
D1
Sn
360°/n
n

$$(x_{i+1}-x_{i-1})^2+(y_{i+1}-y_{i-1})^2=S_{i-1}^2+S_i^2-2S_{i-1}S_i\cos\beta_i=D_i^2$$

Тогда

$$m_p^2=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{n}\left(S_{i-1}^2+S_i^2-2S_{i-1}S_i\cos\beta_i\right)m_{ti}^2$$

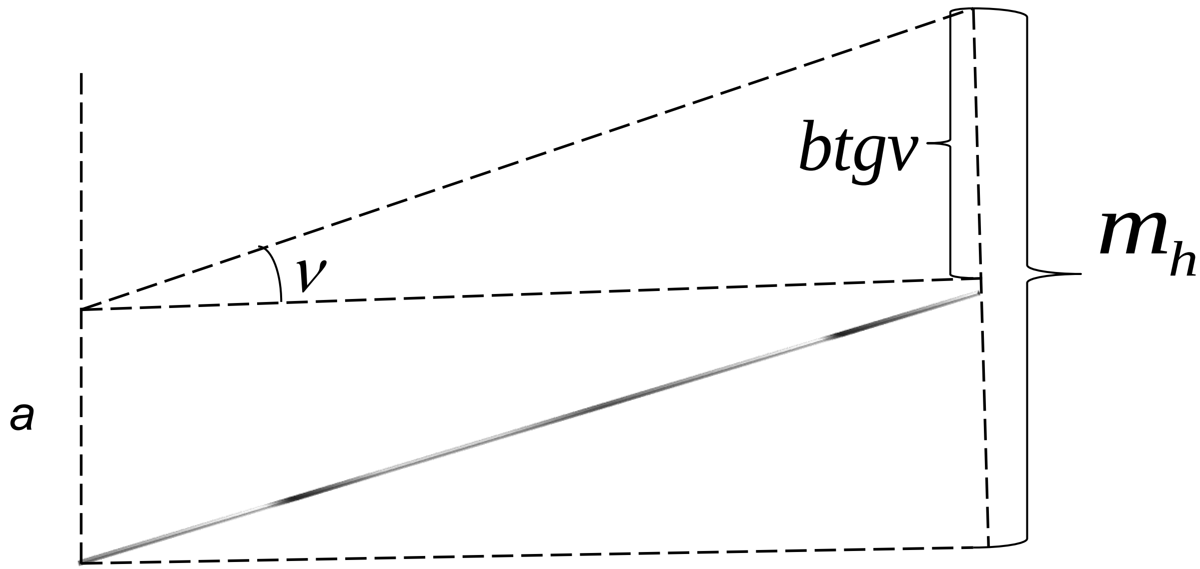
или

$$m_p^2=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{n}m_t i^2 D_i^2$$

По этой формуле можно определить с.к.о. площади фигуры любой формы.

- 4. Точность определения превышений и уклонов по горизонталям плана

Точность изображения рельефа на плане обычно характеризуют средней квадратической ошибкой высоты точки, лежащей на горизонтали, т.е. средней квадратической ошибкой положения горизонтали по высоте. Эту ошибку определяют по формуле Коппе.



$$m_t = a + b\,tg\nu$$

где *a* – величина которая выражает ошибку определения точки по высоте, куда входят ошибки определения высоты станции, превышения между станцией и пикетом, ошибки из-за топографической шероховатости и неоднородности ската между пикетами (обобщение рельефа);

b – величина сдвига точки в плане из-за ошибок определения планового положения станции, пикетов, интерполирования и вычерчивания горизонталей;

v – угол наклона местности.

- с.к.о. превышения h между точками 1 и 2 с высотами H_1 и H_2, равного $h = H_2 - H_1$, можно вычислить по формуле:

$$m_h^2 = m_{H1}^2 + m_{H2}^2$$

при $m_{H1}=m_{H2}=m_{H,}$ получим

$$m_h = m_H \sqrt{2}$$

Эту формулу можно применять в том случае, если H_1 и H_2 есть высоты точек, которые определены независимо одна от другой, т.е. по несмежным горизонталям, для проведения которых использованы разные пикеты (нет корреляционной связи)

- с.к.о. уклона $$i = \frac{h}{S}$$

$$m_i^2 = i^2 \left\{ \left(\frac{m_h}{h} \right)^2 + \left(\frac{m_s}{S} \right)^2 \right\}$$

$$\left(\frac{m_i}{i} \right)^2 = \left(\frac{m_h}{h} \right)^2 + \left(\frac{m_s}{S} \right)^2$$

Но относительная ошибка $\frac{m_s}{S}$ определения расстояния по плану в несколько раз меньше относительной ошибки определения превышения, поэтому можно принять

$$\frac{m_i}{i} \approx \frac{m_h}{h}$$

т.е. с какой относительной ошибкой получаем превышения, с такой же относительной ошибкой получаем и уклон:

$$m_i \approx \frac{m_h}{S}.$$

Точность определения уклона уменьшается с уменьшением расстояния S.