

# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

## ВВЕДЕНИЕ

Развитие и совершенствование современной генетики, разведения, племенного дела и селекции животных невозможно без использования генетических параметров селекции: изменчивости, наследуемости, повторяемости, корреляции, регрессии и др. Комплексным изучением вопросов биологии, выявлением закономерностей жизненных процессов, правильной постановкой экспериментов занимается дисциплина «Биометрия».

Дисциплина тесно связана с принципами и методами теории вероятности и математической статистики, как для изучения биологических объектов, так и все-возможных процессов их жизнедеятельности.

Дисциплина решает задачи систематизации и обработки числовых данных, полученных при изучении массовых биологических объектов;

Целью изучения курса является усвоение методов биометрической обработки массовых зоотехнических данных, овладение умением выбрать нужный параметр для получения более полной информации об изучаемом признаке.

Основными в биологической статистике являются пять направлений:

- 1) определение степени фенотипического уровня признаков у особей совокупности путем вычисления средних величин;
- 2) определение степени фенотипической и генотипической изменчивости признака;
- 3) выявление особенностей и типов варьирования количественных и качественных признаков и определение характера распределения особей с различным уровнем признака;
- 4) определение величины и генотипической коррелятивной связи между различными признаками и ее направления;
- 5) определение доли влияния различных факторов на фенотипическую и генотипическую изменчивость признака с использованием дисперсионного и факторного анализа.

# РАЗДЕЛ 1. ОСНОВЫ БИОМЕТРИИ И БИОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

## Т е м а 1. СПОСОБЫ ГРУППИРОВКИ ПЕРВИЧНЫХ ДАННЫХ

**Цель занятия:** изучение различных способов группировки первичных данных. **Содержание и методика.** Предметом изучения биометрического метода служат варьирующие признаки, т. е. такие, которые принимают различную величину у биологических объектов. Все признаки можно условно разделить на две группы: качественные и количественные (рис. 1).

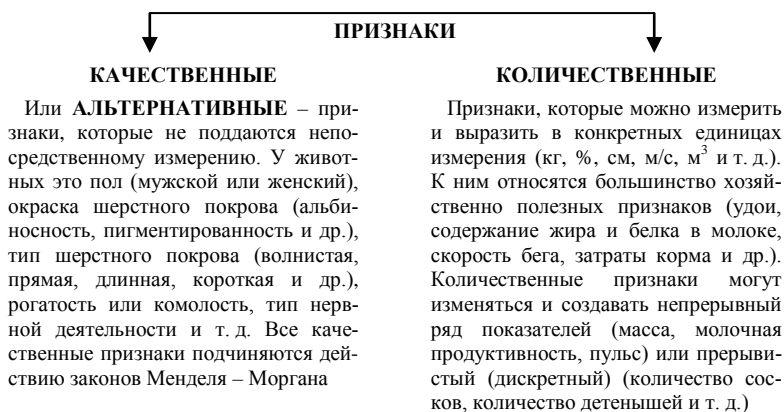


Рис. 1. Классификация признаков

Классификация признаков необходима для правильного выбора способа группировки первичных данных и метода их дальнейшей биометрической обработки. Методы биометрии основываются на обработке массовых данных, полученных при изучении совокупности.

Методы биометрии позволяют дать математически точные характеристики свойств и признаков совокупностей, выявить степень генетического разнообразия признака и влияния на него различных факторов, прогнозировать эффект селекции.

Методы биометрии основаны на теории вероятности и законе больших чисел.

Вероятность – объективная возможность наступления какого-либо события. Событие может наступить (при благоприятных условиях), а может не наступить (при неблагоприятных условиях).

Математическим выражением вероятности является отношение числа случаев ( $a$ ), благоприятствующих наступлению ожидаемого события ( $P_a$ ), к общему числу ( $n$ ) всех возможных и несовместимых событий.

**Совокупностью** называют относительно однородную группу биологических объектов. Различают две основные совокупности (рис. 2).

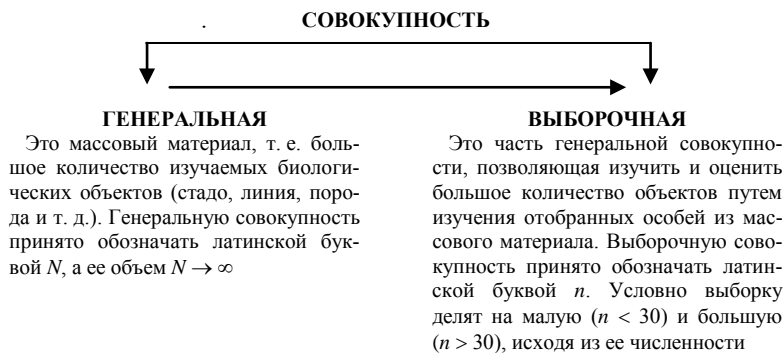


Рис. 2. Виды совокупности

Следует помнить, что выборка – это лишь часть генеральной совокупности и для ее точной характеристики необходимо правильно отобрать животных для исследования. Отбор биологических объектов в выборку осуществляется по двум правилам:

- 1) рендоминантно, т. е. животные в выборочную группу подбираются случайно;
- 2) репрезентативно, т. е. отобранные животные должны быть типичны для данных исследований.

В биометрии наряду с понятием «статистическая совокупность» существует понятие «**статистический комплекс**», который в отличие от совокупности слагается из разнородных групп, объединяемых для совместного (комплексного) изучения. При этом каждая группа, входящая в состав комплекса, должна состоять из однородных элементов.

Величину признака отдельной особи, т. е. его числовое значение, называют вариантой и обозначают латинской буквой с подстрочным индексом, указывающим на порядковый номер животного ( $x_i$ ).

Варирующие признаки, полученные в результате исследований, должны быть систематизированы, т. е. сгруппированы. Группировкой называют процесс систематизации результатов массовых наблюдений,

объединения их в относительно однородные группы по некоторому признаку. Для обработки данных без использования программирующей техники используют два способа группировки первичных данных.

1-й способ называют ранжированием, т. е. расположение вариантов в порядке возрастания или убывания значений признака. Используют этот способ для обработки малой выборки ( $n < 30$ ).

Например, при изучении плодовитости свиноматок ( $n = 5$ ) собраны данные (гол.): 12; 10; 8; 11; 7. После ранжирования получим ряд упорядоченных значений данного признака: 7 (минимальное количество поросят при одном опоресе), 8; 10; 11 и 12 (максимальное количество поросят в этой совокупности).

2-й способ используют для обработки большой выборки ( $n > 30$ ). Это построение вариационного ряда. Вариационным рядом называют двойной ряд чисел, отражающий распределение числовых значений признака ( $x_i$ ) по классам ( $W$ ).

## Т е м а 2. СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ И СПОСОБЫ ИХ ВЫЧИСЛЕНИЯ

**Цель занятия:** изучение различных видов средних величин и усвоение методов вычисления средних величин в зависимости от поставленной задачи и объема выборки.

**Содержание и методика.** Наиболее распространенной характеристикой совокупности служит величина среднего значения признака. В зависимости от того, как распределены первичные данные (в равноили в неравноинтервальный вариационный ряд), для их характеристики применяют разные средние величины.

**Виды средних величин.** В зависимости от поставленной задачи выбирают следующие средние величины (табл. 1).

Т а б л и ц а 1. **Виды средних величин**

Обозначение	Название средней величины
$\bar{X}$	Средняя арифметическая
$\bar{X}_{взв}$	Средняя арифметическая взвешенная
$\bar{X}_n = \bar{X}_a$	Средняя непараметрическая или средняя альтернативная
$G$	Средняя геометрическая
$H$	Средняя гармоническая
$H_{взв}$	Средняя гармоническая взвешенная
$S$	Средняя квадратическая

Обозначение	Название средней величины
$S_{\text{взв}}$	Средняя квадратическая взвешенная
$Q$	Средняя кубическая
$Q_{\text{взв}}$	Средняя кубическая взвешенная
$M_o$	Мода
$M_e$	Медиана

### Свойства средних величин.

1. Все средние величины имеют абстрактное значение и могут выражаться дробной величиной.

2. Все средние величины позволяют получать среднее значение массовых варьирующих признаков, что позволяет характеризовать большой объем значений одним числом.

3. Соотношение средних величин таково, что они всегда имеют определенную последовательность и не могут выйти за пределы  $\min$  и  $\max$ .

$$X_{\min} < H < G < \overline{X} < S < X_{\max}. \quad (1)$$

$$M_e$$

Эта определенная последовательность позволяет определить техническую погрешность, допущенную при вычислении средней величины, так как  $G$  (средняя геометрическая) не должна превышать  $\overline{X}$  ( $G < \overline{X}$ ), а  $S$  (средняя квадратическая) всегда больше средней арифметической ( $S > \overline{X}$ ).

4. Средняя величина должна выбираться индивидуально, в зависимости от изучаемого объекта, так как неправильно выбранная средняя искажает величину среднего значения варьирующего признака и приводит к неверным выводам о генеральной совокупности ( $N$ ).

Средние величины могут характеризовать только однородную совокупность вариантов. Если средняя получена на качественно неоднородном материале или выбрана неправильно, без учета специфики характеризуемого явления или процесса, она окажется искаженной. При наличии разнородных по составу данных их необходимо группировать в отдельные качественно однородные группы и вычислять групповые или частные средние.

**Характеристика средней арифметической величины варьирующего признака.** Средние арифметические величины используются

наиболее часто для характеристики биологических объектов. В зоотехнии эти величины позволяют решать ряд вопросов племенного дела. Их, прежде всего, используют для характеристики любой популяции сельскохозяйственных животных по уровню средней продуктивности или какому-либо другому зоотехническому или биологическому показателю. Это можно делать как в отношении целых пород, так и в отношении различных внутривидовых групп, таких, как: племенное стадо, линия, семейство, популяция поместных животных и т. д.

Не меньшее значение имеет использование средней арифметической величины при оценке производителей по качеству их потомства (по генотипу). В этих случаях среднюю арифметическую изучаемого показателя по группе дочерей (сыновей) оцениваемого производителя сопоставляют со средней арифметической, полученной в отношении этого же показателя по другой группе животных, например, по группе матерей, сверстниц, полусибсов.

Сопоставление средних арифметических, вычисленных по показателям родителей и потомства, может быть использовано для выявления характера наследования количественных признаков. Этим путем установлено, например, что количественные признаки наследуются потомством промежуточно по отношению к тем уровням, которые характеризовали каждого из родителей. Средняя арифметическая величина может быть простой и взвешенной (рис. 3).

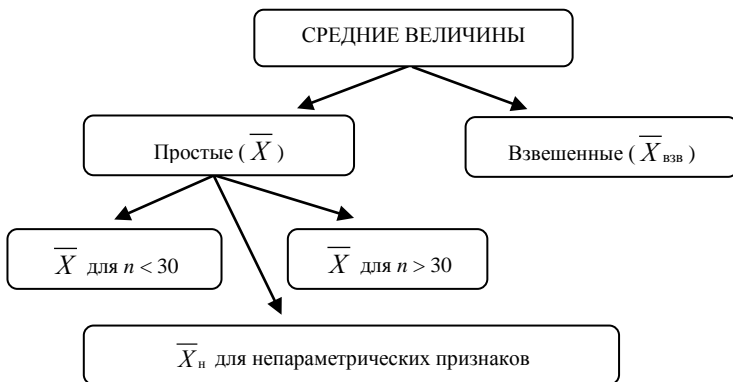


Рис. 3. Виды средней арифметической

В *малой выборке* ( $n < 30$ ) среднюю арифметическую вычисляют простым способом, как единство суммарного действия:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}, \quad (2)$$

где  $x_i$  – варианты или величина варьирующего признака;  
 $n$  – объем выборки.

$$\sum x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_m. \quad (3)$$

Прямой метод вычисления не пригоден для обработки *большой выборки* ( $n > 30$ ), так как вычисления связаны со статистической обработкой большого числа данных. При отсутствии вычислительной техники и для облегчения вычисления биометрических характеристик строят вариационные ряды и вычисляют средние арифметические величины по формуле

$$\bar{X} = A + \beta, \quad (4)$$

где  $A$  – условная средняя величина, которая выбирается ближе к среднему классу вариационного ряда, т. е. за  $A$  принимают середину ( $W$ ) вариационного класса, где численность особей ( $f$ ) с определенным значением признака максимальная;  
 $\beta$  – поправка, вычисляемая по формуле

$$\beta = K \frac{\sum f_a}{n}, \quad (5)$$

где  $K$  – классный промежуток;

$f$  – частота;

$a$  – отклонение;

$n$  – объем выборки.

Объединив все элементы, получим формулу для вычисления среднего арифметического значения признаков для большой совокупности:

$$\bar{X} = A + K \frac{\sum f_a}{n}. \quad (6)$$

Точность вычисления  $\bar{X}$  зависит от величины классного промежутка ( $K$ ). Чем больше классов оформлено в вариационном ряду, тем точнее будет величина  $\bar{X}$ . Классный промежуток при построении вариационного ряда следует округлять до целой величины и желательно в сторону уменьшения.

**Характеристика средней арифметической для альтернативных (качественных) признаков.** Средней арифметической для *непараметрических или альтернативных признаков* служит показатель доли, которую составляют члены совокупности, имеющие данный альтернативный признак. Это можно выразить следующей формулой:

$$\bar{X}_{\text{неп}} = \frac{P}{n}, \quad (7)$$

где  $p$  – число членов совокупности с наличием альтернативного признака;

$n$  – общее число членов выборки.

Средняя арифметическая величина для большой и малой выборок выражается в тех же единицах, что и сам варьирующий признак, который подвергается изучению, для альтернативных признаков – в процентах или долях единицы.

У средней арифметической величины, кроме основных свойств, присущих всем видам средних величин, имеются свои специфические свойства.

1. Если к каждому значению варьирующего признака ( $X_i$ -варианте) прибавить или отнять постоянную величину ( $a$ ), то средняя арифметическая из измененных данных будет равна той средней арифметической, которую высчитывали для неизмененных вариантов, но увеличенной или уменьшенной на ту же постоянную величину:

$$\bar{X}_{x_i \pm a} = \bar{X}_{x_i} \pm a. \quad (8)$$

2. Если каждую варианту умножить на одно и то же постоянное значение ( $a$ ), то  $\bar{X}$  из измененных данных будет точно во столько же раз ( $a$ ) больше первоначальной средней:

$$\bar{X}_{x_i a} = \bar{X}_{x_i} a. \quad (9)$$

Для вычисления средних значений в малочисленной выборочной совокупности используют формулы (1)–(4) и простую вычислительную технику. Для обработки многочисленных результатов целесообразнее пользоваться компьютерными программами.

**Характеристика средней взвешенной величины.** Кроме простой средней арифметической величины ( $\bar{X}$ ) в рыбоводстве иногда применяется средняя арифметическая величина, называемая взвешенной. При помощи этой величины определяют, например, среднюю плодотворность рыб.

витость производителей, при этом уровень плодовитости каждой группы производителей ( $\bar{X}_i$ ) умножают на количество производителей в этой группе ( $n_i$ ). Сумму произведения  $\bar{X}_i n_i$  делят на число производителей во всех группах  $\sum n_i$ .

Таким образом, средняя взвешенная величина – это результат усреднения средних арифметических величин нескольких совокупностей. Вычисляется по формуле

$$\bar{X}_{\text{взв}} = \frac{\bar{X}_1 n_1 + \bar{X}_2 n_2 + \dots + \bar{X}_i n_i}{n_1 + n_2 + \dots + n_i} = \frac{\sum \bar{X} n}{\sum n}, \quad (10)$$

где  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_i$  – средние арифметические 1-й, 2-й, ...,  $i$ -й совокупности;

$n_1, n_2, \dots, n_i$  – объемы этих совокупностей.

**Характеристика средней гармонической величины.** Средняя гармоническая ( $H$ ) используется редко и именно при обработке таких совокупностей, для которых применение других средних невозможно. Эта величина применяется при вычислении среднего уровня признака, характеризующего скорость какого-либо процесса (средняя скорость бега, скорость передвижения рыб на нерест и т. д.), а также в случае, если признак выражен индексом (число чешуек на 1 см<sup>2</sup> поверхности кожи). Эту характеристику в отличие от средней арифметической, представляющей собой сумму вариант, отнесенных к их числу, определяют как сумму обратных значений вариант, деленных на их число. Для вычисления средней гармонической пользуются следующей формулой:

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_i}}, \quad (11)$$

где  $x_i$  – величина варьирующего признака;

$n$  – число периодов.

Эту формулу используют в том случае, если периоды имеют одинаковую величину.

Если среднюю гармоническую вычисляют для совокупности, сгруппированной по классам, или для совокупности, у которой частные отрезки времени имеют разную величину, то пользуются формулой взвешенной средней гармонической величины:

$$H_{\text{взв}} = \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_n}{\frac{1}{x_1} p_1 + \frac{1}{x_2} p_2 + \dots + \frac{1}{x_n} p_n}, \quad (12)$$

где  $p$  – длительность периодов.

Величина  $H$  всегда меньше величины  $\bar{X}$ .

**Характеристика средней геометрической величины.** Средняя геометрическая необходима для определения среднего значения признака, если он характеризует темп роста, темп увеличения численности популяции. Средняя геометрическая удобна особенно в тех случаях, если признак выражен в долях единицы или в процентах и изменяется во времени и по периодам. С помощью ее можно определять средний прирост или среднее уменьшение какого-либо показателя за определенный отрезок времени. В этих случаях средняя арифметическая совершенно непригодна, так как она исказит показатель средней величины. Среднюю геометрическую используют для определения относительного прироста косяка рыб, привесов тела за большой отрезок времени или за отдельный искомый.

Формула средней геометрической имеет следующий вид:

$$G = \sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \dots x_n}, \quad (13)$$

где  $n$  – число наблюдений в выборке;

$x$  – варьирующий признак.

В формуле средней геометрической под корнем стоит произведение вариант, число которых равно числу наблюдений. Корень имеет степень, соответствующую числу наблюдений. Для вычисления  $G$  необходимо произвести логарифмирование этой формулы.

Особенность средней геометрической заключается в том, что она может давать правильное значение средней величины признака в тех случаях, когда вариационный ряд имеет выраженную асимметричность в распределении частот по классам, т. е. отклоняется от нормального распределения, при котором большее число частот распределено в центре ряда, а меньшее – в крайних классах. В асимметричных рядах частоты смещены в крайние классы, и для этих рядов непригодна средняя арифметическая.

Из-за сложности вычисления средняя геометрическая величина вычисляется в основном для прогностических целей, а на практике ее часто заменяют средней арифметической величиной.

**Характеристика средней квадратической величины.** Среднее квадратическое значение варьирующего признака ( $S$ ) используют в тех случаях, когда этот признак выражают площадью круга и для ее получения измеряют величину диаметра (диаметр икринок, диаметр клеточного ядра, альвеол или клеток крови). Это объясняется тем, что при пересчете величины среднего диаметра, полученной с помощью  $\bar{X}$  и  $S$  на площадь круга, будут заметные различия. Формула средней арифметической не имеет той разрешающей силы для установления средних величин, по которым определяется далее площадь круга. Формула средней квадратической в этом отношении имеет больше возможностей:

$$S = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}, \quad (14)$$

где  $x_i$  – величина варьирующего признака;  
 $n$  – число наблюдений в выборке.

При повторяемости отдельных вариантов используется взвешенная средняя квадратическая ( $S_{\text{взв}}$ ):

$$S_{\text{взв}} = \sqrt{\frac{\sum (n_i x_i^2)}{\sum n_i}}, \quad (15)$$

где  $n_i$  – частота (число случаев).

**Характеристика средней кубической величины.** Для характеристики объемных признаков (объем икринок, эритроцитов и т. д.) более точной является средняя кубическая величина ( $Q$ ), которая определяется по формуле

$$Q = \sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3}{n}}, \quad (16)$$

где  $x_i$  – величина варьирующего признака;  
 $n$  – число наблюдений в выборке.

При повторяемости отдельных вариантов используется взвешенная средняя кубическая ( $Q_{\text{взв}}$ ):

$$Q_{\text{взв}} = \sqrt[3]{\frac{\sum (n_i x_i^3)}{\sum n_i}}, \quad (17)$$

где  $n_i$  – частота (число случаев).

**Характеристика моды.** Модой называется чаще всего встречающаяся величина варьирующего признака, как количественного, так и качественного. Например, модальное число сосков у коровы – 4, но встречаются особи с 5–6 добавочными сосками. Модальным качественным признаком у эмбрионов карпа является их пигментация, но иногда встречаются и непигментированные эмбрионы. В вариационных рядах, разбитых на классы по величине варьирующего признака, *модальным* будет класс, имеющий наибольшее число частот. В вариационном ряду может быть несколько модальных классов.

Мода вычисляется по формуле

$$M_o = \frac{W_o + K(f_2 - f_1)}{2f_2 - f_1 - f_3}, \quad (18)$$

где  $W_o$  – нижняя граница модального класса;

$K$  – величина классного промежутка;

$f_1$  – частота класса, предшествующего модальному;

$f_2$  – частота модального класса;

$f_3$  – частота класса, следующего за модальным.

Эту формулу используют для совокупностей, оформленных в виде классов варьирующего признака. В вариационных рядах, имеющих симметричное или близкое к нему размещение частот, величины моды и средней арифметической совпадают:

$$\bar{X} = M_o. \quad (19)$$

Показатель моды иногда имеет более существенное значение для выражения среднего размера признака, чем средняя арифметическая, что, прежде всего, относится к рядам с асимметричным распределением частот. Чем больше асимметрия ряда, тем больше разница между  $\bar{X}$  и  $M_o$ . Модальная величина особенно удобна для характеристики качественных признаков, что имеет распространение при изучении генетических особенностей альтернативных признаков. Например, модальными будут доминантные признаки. При изучении типов белка трансферрина у форели, имеющих кодоминантное наследование, установлено, что модальным типом является трансферрин типа А, а трансферрин типа В встречается гораздо реже.

**Характеристика медианы.** Медианой называют середину класса, который делит вариационный ряд на две части. Одна часть имеет значение признака меньше  $M_e$ , другая больше:

$$M_e = W_0 + K \frac{\frac{n}{2} - f_1}{f_{Me}}, \quad (20)$$

где  $W_0$  – нижняя граница класса, где находится медиана;

$K$  – величина классного промежутка;

$n$  – объем выборки;

$f_1$  – сумма накопленных частот, предшествующих классу, где находится медиана;

$f_{Me}$  – частота класса, где находится медиана.

Используют показатель медианы чаще для характеристики качественных признаков. При определении медианы для количественных признаков при малом числе наблюдений члены выборки записываются подряд в возрастающем порядке. Срединный член такого ранжированного ряда будет служить показателем медианы.

$M_o$  и  $M_e$  являются вспомогательными величинами, используемыми для характеристики генеральной совокупности ( $N$ ) по выборочной ( $n$ ).

Средние значения используют как главную характеристику любой группы особей по какому-либо фенотипическому признаку. Без среднего значения невозможно вести отбор, определять наследуемость признака, осуществлять подбор и т. д., т. е. невозможно вести племенную и селекционную работу.

### Т е м а 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН РАЗЛИЧНЫМИ СПОСОБАМИ

**Цель занятия:** вычисление различных видов средних величин с учетом изучаемого признака.

**Содержание и методика.** В зависимости от поставленной задачи, изучаемого признака, используя формулы из предыдущей темы, необходимо решить задачи по вычислению различных видов средних величин.

**Задача 1.** Вычисление среднего арифметического значения варьирующего признака в малой выборке ( $n < 30$ ).

Определить среднее количество откаченного меда из ульев во время главного взятка, если известны следующие данные по каждому улью (кг): 44, 31, 28, 25, 38, 45, 16, 12.

Небольшое число членов совокупности ( $n = 8$ ) условно считается малой выборкой. Воспользуемся формулой (2) для вычисления простой средней арифметической величины:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{44 + 31 + 28 + 25 + 38 + 45 + 16 + 12}{8} = 29,89 \text{ кг.}$$

**Ответ.** Средняя масса откаченного меда находится на уровне 29,89 кг.

**Задача 2.** Вычисление средней арифметической взвешенной.

Определить среднюю оплодотворяемость самок карпа в трех водоемах, если известно, что в первом водоеме в выборку попало 19 самок, во втором – 25, в третьем – 27 самок, а средняя оплодотворяемость по водоемам составила соответственно 46,7; 70,0; 76,0 %.

Для решения задачи воспользуемся формулой (10):

$$\bar{X}_{\text{взв}} = \frac{\bar{X}_1 n_1 + \bar{X}_2 n_2 + \dots + \bar{X}_i n_i}{n_1 + n_2 + \dots + n_i} = \frac{\sum \bar{X} n}{\sum n}.$$

Оплодотворяемость самок в разных водоемах (%) – это усредненные данные ( $\bar{X}_i$ ), а количество обследованных самок (гол.) – это объемы совокупностей ( $n_i$ ). Подставив данные в формулу (10), получим:

$$\bar{X}_{\text{взв}} = \frac{46,7 \cdot 19 + 70 \cdot 25 + 76 \cdot 27}{19 + 25 + 27} = 66 \text{ \%}.$$

Для сравнения рассчитаем по формуле (2) простую среднюю арифметическую:  $\bar{X} < \bar{X}_{\text{взв}}$ ;  $\bar{X} = 64,2 \text{ \%}$ ;  $\bar{X}_{\text{взв}} = 66 \text{ \%}$ .

**Ответ.** Средняя оплодотворяемость самок в водоемах составляет 66 %.

**Задача 3.** Вычисление среднего арифметического значения варьирующего признака в малой выборке ( $n < 30$ ) для альтернативных признаков.

Определить среднее число самцов в пометах свиней, если из 2000 рожденных поросят 1200 оказались хрячками. Для определения средней арифметической по альтернативным признакам используем формулу (7).

$$\bar{X}_{\text{альт}} = \bar{X}_{\text{неп}} = \frac{p}{n} 100 \% = \frac{1200}{2000} \cdot 100 = 0,6 \cdot 100 = 60 \text{ \%}.$$

**Ответ.** Средняя арифметическая величина рождения хрячков составляет 60 %.

**Задача 4.** Вычисление средней гармонической величины.

Определить среднюю скорость молокоотдачи у коровы, если за 4 минуты выдоено 9 кг молока, в том числе за первую минуту – 2 кг, за вторую, третью и четвертую минуты – соответственно 3, 3 и 1 кг молока.

При изучении скорости какого-либо процесса необходимо пользоваться формулой (11):

$$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_i}}$$

Из условия задачи видно, что скорость молокоотдачи меняется на протяжении дойки. Количество затраченного времени берется как объем выборки ( $n = 4$ ), а за  $x_i$  принимаем количество молока (кг) за каждую минуту дойки. Подставим значения в формулу (11):

$$H = \frac{4}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{1}} = \frac{4}{0,5 + 0,33 + 0,33 + 1} = \frac{4}{2,166} = 1,85 \text{ кг/мин.}$$

Для сравнения посчитаем по предложенным данным простую среднюю арифметическую ( $\bar{X} = 2,25$  кг/мин). Следует помнить, что средняя арифметическая всегда больше средней гармонической ( $\bar{X} > H$ ).

$$2,25 \text{ кг/мин} > 1,85 \text{ кг/мин.}$$

**Ответ.** Средняя скорость молокоотдачи составляет 1,85 кг/мин.

**Задача 5.** Вычисление средней гармонической взвешенной величины.

Определить среднюю скорость хода семги при движении из моря к нерестовой реке, если за первые сутки пути она прошла 20 км, за следующие 3 суток – по 15 км и за последние 2 суток – по 14 км.

В отличие от предыдущей, в настоящей задаче идет речь о разных промежутках времени, поэтому необходимо воспользоваться формулой (12) для определения гармонической взвешенной величины:

$$H_{\text{взв}} = \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_n}{\frac{1}{x_1} p_1 + \frac{1}{x_2} p_2 + \dots + \frac{1}{x_n} p_n} = \frac{1 + 3 + 2}{\frac{1}{20} \cdot 1 + \frac{1}{15} \cdot 3 + \frac{1}{14} \cdot 2} = 15,38 \text{ км/сут.}$$

**Ответ.** Средняя скорость хода семги составляет 15,38 км/сут.

**Задача 6.** Вычисление средней квадратической величины.

Рассчитать средний диаметр 7 зигот до начала их дробления, если известен диаметр каждой из них (мкм): 75; 65; 55; 70; 60; 59; 68.

Для определения диаметра шара пользуемся формулой (14):

$$S = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}.$$

Объем выборки равен 7 ( $n = 7$ ). Подставим значения в формулу (14):

$$S = \sqrt{\frac{75^2 + 65^2 + 55^2 + 70^2 + 60^2 + 59^2 + 68^2}{7}} = 64,90 \text{ мкм}.$$

Для сравнения вычислим простую среднюю арифметическую величину. Если подтвердится неравенство  $S > \bar{X}$ , то задача решена верно.  $\bar{X} = 64,57$  мкм.  $64,90$  мкм  $>$   $64,57$  мкм.

**Ответ.** Средний диаметр зигот находится на уровне 64,9 мкм.

**Задача 7.** Вычисление средней гармонической взвешенной величины.

Определить средний диаметр ядра в клетках, если известно, что 5 клеток имели диаметр ядра 120 мкм, 3 клетки – 225 мкм и 8 клеток – 400 мкм.

Так как отдельные варианты в задании повторяются, воспользуемся формулой (15) для вычисления взвешенной средней квадратической:

$$S_{\text{взв}} = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 120^2 + 3 \cdot 225^2 + 8 \cdot 400^2}{16}} = 306,58 \text{ мкм}.$$

**Ответ.** Средний диаметр ядра клеток находится на уровне 306,58 мкм.

**Задача 8.** Вычисление средней кубической величины.

Определить средний объем 5 икринок щуки, если известно, что они имели следующий объем (мм<sup>3</sup>): 4,3; 5,1; 4,8; 5,2; 4,5.

Для решения задачи воспользуемся формулой (16):

$$Q = \sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3}{n}} = \sqrt[3]{\frac{4,3^3 + 5,1^3 + 4,8^3 + 5,2^3 + 4,5^3}{5}} = 4,8 \text{ мм}^3.$$

**Ответ.** Средний объем икринок щуки составляет 4,8 мм<sup>3</sup>.

**Задача 9.** Вычисление средней кубической взвешенной величины.

Вычислить средний объем 18 наугад отобранных икринок сельди-черноспинки, если имеются следующие данные:

объем икринок ( $x_i$ ), мм <sup>3</sup> :	4,7	4,8	5,0	5,4	5,6	6,0
количество икринок ( $n_i$ ):	2	4	6	3	2	1.

Определим средний объем икринок по формуле (17):

$$Q_{\text{взв}} = \sqrt[3]{\frac{\sum (n_i x_i^3)}{\sum n}}$$

Предварительно вычислим:

$$\begin{aligned}\sum n_i x_i^3 &= 2 \cdot (4,7)^3 + 4 \cdot (4,8)^3 + 6 \cdot (5,0)^3 + 3 \cdot (5,4)^3 + 2 \cdot (5,6)^3 + 1 \cdot (6,0)^3 = \\ &= 2419,638.\end{aligned}$$

$$\text{Отсюда } Q_{\text{взв}} = \sqrt[3]{\frac{2419,638}{18}} = \sqrt[3]{134,42} = 5,12 \text{ мм}^3.$$

**Ответ.** Средний объем икринок находится на уровне 5,12 мм<sup>3</sup>.

#### Т е м а 4. ПОКАЗАТЕЛИ РАЗНООБРАЗИЯ ПРИЗНАКОВ В СОВОКУПНОСТЯХ

**Цель занятия:** освоение методов вычисления показателей изменчивости значений признака в совокупности. Практическое применение биометрических методов в селекционной работе.

**Содержание и методика.** Внутри биологической совокупности не бывает полной однородности. Это свидетельствует о наличии изменчивости варьирующего признака. Количественным признакам свойственна большая изменчивость по сравнению с качественными признаками. Различия между значениями вариант иногда очень велики, иногда почти незаметны, однако имеются всегда. Высокая изменчивость признака создает благоприятные условия для селекции, повышая ее эффективность.

Для изучения разнообразия признака в совокупности используют шесть основных показателей. Рассмотрим их на конкретном примере.

**Пример.** Многоплодие 14 свиноматок породы ландрас находится на уровне (гол.): 10; **14**; 9; 12; 9; 13; 12; 12; 11; 11; 10; **8**; 9; 10.

**Лимиты ( $\lim_{\text{max}}$ ,  $\lim_{\text{min}}$ )** – это максимальные и минимальные значения варьирующего признака, вычисляются в абсолютных величинах. Для определения лимитов в нашем примере необходимо установить

наибольшее и наименьшее количество новорожденных поросят от одной матки ( $\lim_{\max} = 14$  гол.;  $\lim_{\min} = 8$  гол.).

**Размах (R)** – это разница между наивысшими и наименьшими показателями изучаемого признака ( $R = \lim_{\max} - \lim_{\min}$ ), вычисляется в абсолютных величинах. В нашем примере разница между максимальным и минимальным количеством поросят составила:  $R = 14 - 8 = 6$  гол.

**Среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ )** – это отклонение каждой варианты от средней арифметической величины данного признака в положительную (+) или отрицательную (–) сторону, вычисляется в абсолютных значениях. Способы вычисления среднего квадратического отклонения зависят от объема выборки (рис. 4).

Среднее квадратическое отклонение вычисляется также для качественных и альтернативных признаков (рис. 5).

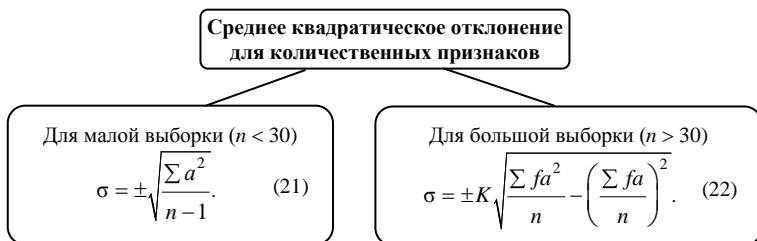


Рис. 4. Способы вычисления среднего квадратического отклонения для количественных признаков

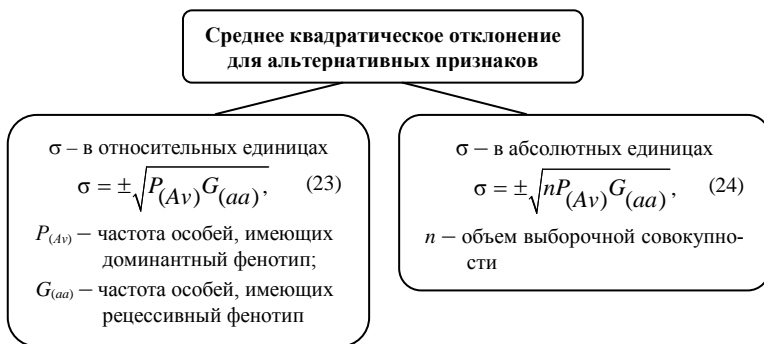


Рис. 5. Вычисление среднего квадратического отклонения для альтернативных признаков

В нашем примере изучается количественный признак, так как многоплодие свиноматок можно измерить и выразить в конкретных единицах измерения (гол.). Объем выборочной совокупности в задаче небольшой ( $n = 14$ ), выборка считается малой ( $n < 30$ ). Для расчета сигмы ( $\sigma = 1,7$  гол.) воспользуемся формулой (2). С учетом того что в среднем многоплодие  $\bar{X} = 10,7$  гол., можно утверждать, что разница между количеством рожденных поросят в помете составляет в среднем  $\pm 1,7$  гол.

Показатели среднего арифметического значения ( $\bar{X}$ ) и среднего квадратического отклонения ( $\sigma$ ) используют для характеристики значений изучаемого признака всех особей генеральной совокупности, не вошедших в выборку ( $N \rightarrow \infty$ ). Для этого пользуются правилом трех  $\sigma$ , суть которого заключается в следующем: *если от среднего арифметического значения отнять одну сигму ( $\bar{X} - 1\sigma$ ), а затем прибавить одно значение сигмы ( $\bar{X} + 1\sigma$ ), то получатся значения (границы), в пределах которых находится признак у 68 % особей генеральной совокупности.*

В нашем примере данные границы составят:  $10,7 - 1,7 = 9$  гол. ( $\bar{X} - 1\sigma$ ) и  $10,7 + 1,7 = 12,4$  гол. ( $\bar{X} + 1\sigma$ ), т. е. 68 % свиноматок имеют многоплодие в пределах от 9 до 12,4 гол.

*Если от среднего арифметического значения отнять две сигмы ( $\bar{X} - 2\sigma$ ), а затем прибавить две сигмы ( $\bar{X} + 2\sigma$ ), то получатся значения (границы), в пределах которых находится признак у 95 % особей генеральной совокупности.* Это значит, что примерно 95 % свиноматок имеют многоплодие в пределах  $\bar{X} + 2\sigma$ , т. е. от 7,3 до 14,1 гол.

*Границы, установленные при помощи формулы  $\bar{X} + 3\sigma$ , характеризуют 99,7 % всех членов совокупности.* Для нашей выборки получим границы от 5,6 до 15,8 гол. Небольшая разница  $100 - 99,7 = 0,3$  % дается для исключений, т. е. вариант со значением признака, выходящего за эти пределы.

Таким образом, несмотря на то что изучено многоплодие свиноматок только у 14 животных, можно предположить, что в данной популяции могут быть матки, у которых количество новорожденных поросят не превышает  $5,6 \approx 6$  гол., и высокоценные свиноматки, у которых многоплодие находится на уровне  $15,8 \approx 16$  гол.

**Коэффициент вариации (изменчивости) ( $C_v$ )** выражает изменчивость признака в процентах от величины среднего арифметического значения признака:

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100 \% . \quad (25)$$

Значение коэффициента изменчивости ограничено пределами от 0 до 100 %, однако для нормального распределения  $C_v$  не должен превышать 30–35 %. Считается, что при  $C_v < 8$  % изменчивость признака низкая, при  $C_v = 8 \dots 15$  % – средняя, а при  $C_v > 15$  % – высокая.

Подставляя полученные результаты в формулу (25), вычислим коэффициент изменчивости по многоплодию свиноматок, изученных выше:

$$C_v = \frac{1,7}{10,7} \cdot 100 \% = 15,9 \%$$

Коэффициент изменчивости указывает на большое разнообразие величины признака у свиноматок по многоплодию. Это свидетельствует о том, что свиноматки породы ландрас в данной популяции не одинаковы по показателю многоплодия и на ферме есть малоценные животные и, наоборот, высокопродуктивные, и разница между ними достаточно высокая (в нашем случае примерно  $16 - 6 = 10$  гол.).  $C_v = 15,9 \% > 15 \%$ .

**Вариансу** ( $\sigma^2$ ) получают возведением среднего квадратического отклонения в квадрат. Варианса используется при генетическом анализе популяции. Исходя из классификации изменчивости, можно утверждать, что одинаковых биологических объектов в живой природе не существует. Эти индивидуальные различия биологические объекты приобретают благодаря наследственным (генетическим –  $\sigma_{\text{ген}}^2$ ) и ненаследственным ( $\sigma_{\text{пар}}^2$ ) факторам. Селекционные процессы в популяции во многом зависят от количественной доли влияния различных типов изменчивости на изучаемый признак. Варианса помогает не только изучить и проанализировать изменчивость, но и выявить определенную долю влияния того или иного фактора на проявление конкретного признака:

$$\sigma_{\text{фен}}^2 = \sigma_{\text{ген}}^2 + \sigma_{\text{пар}}^2, \quad (26)$$

где  $\sigma_{\text{фен}}^2$  – варианса фенотипическая;

$\sigma_{\text{ген}}^2$  – варианса генотипическая;

$\sigma_{\text{пар}}^2$  – варианса паратипическая.

**Нормированное отклонение** ( $t$ ) – это оценка отдельных вариантов по отношению к средней арифметической величине совокупности через величину среднего квадратического отклонения:

$$t = \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma}. \quad (27)$$

Нормированное отклонение используют для сравнения конкретных значений. Необходимо ответить на вопрос, следует ли приобретать для разведения веслоносов, предложенных вам как лучших в изучаемом косяке, если известно, что высота их тела составила 11 см. Подставив значения в формулу (27), получим:

$$t = \frac{11 - 10,7}{1,7} = \frac{0,3}{1,7} = + 0,18\sigma.$$

Нормированное отклонение получилось положительным, это свидетельствует о том, что данная особь имеет высоту тела на  $0,18\sigma$  выше среднего показателя, но это превышение является незначительным. У особей, которых можно приобретать на племя, высота тела должна превышать среднее значение признака по косяку примерно на  $2,5-3\sigma$ .

## Т е м а 5. РЕПРЕЗЕНТАТИВНОСТЬ ВЫБОРОЧНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

**Цель занятия:** освоение методов вычисления ошибок репрезентативности, вычисление доверительных границ и достоверности выборочных параметров. Оценка достоверности разности между средними величинами двух выборок.

**Содержание и методика.** При проведении научного эксперимента и математической обработке экспериментальных или производственных данных можно допустить несколько видов ошибок.

**Технические ошибки** – это следствие просчетов, описок, арифметически неверных вычислений и т. п., ошибки по невнимательности.

**Систематические ошибки** – это ошибки, появляющиеся в результате неточного измерения показателя за счет неисправного прибора, неопытности и т. д.

Оба эти типа ошибок можно исправить более точным измерением, неоднократной сверкой и перепроверкой полученных результатов. Такие ошибки не имеют отношения к биологической статистике, а скорее зависят от добросовестности и опытности исследователя.

**Ошибки репрезентативности** обусловлены самим статистическим методом. Этот метод предусматривает характеристику генеральной совокупности на основе выборки, составленной по принципу случайности и типичности. Характеристика таким методом всегда будет неточной. Эта неточность возникает, когда генеральную совокупность ( $N$ ) пытаются охарактеризовать по ее части ( $n$ ). Максимально прибли-

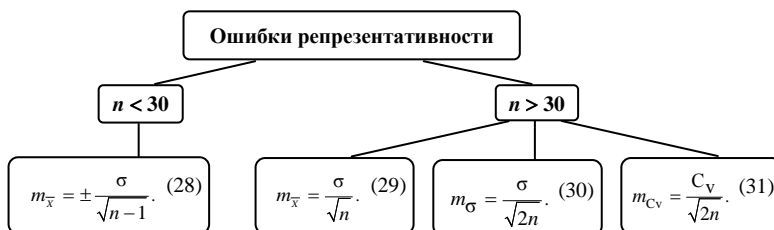
зиться к точной характеристике генеральной совокупности можно лишь при условии, что  $n$  (объем выборки) будет приближен к  $N$  (объему генеральной совокупности). Чем меньше ошибки репрезентативности, тем более точно выборочные параметры будут характеризовать генеральную совокупность.

Величина статистической ошибки зависит от степени изменчивости признака: чем выше изменчивость, тем больше статистическая ошибка. Репрезентативность напрямую связана с численностью выборки. Чем больше объем выборки, тем ближе полученные статистические параметры к параметрам генеральной совокупности и меньше ошибка. При условии, что  $n = N$ , ошибок репрезентативности не будет.

В биометрии принято статистические ошибки обозначать буквой  $m$  с подстрочным индексом того параметра, для которого она вычисляется ( $m_{\bar{x}}$ ;  $m_{\sigma}$ ;  $m_{C_v}$ ;  $m_r$ ;  $m_R$ ).

Величину ошибок репрезентативности определяют только для выборочных показателей, и записывают величину выборочного показателя с величиной его ошибки со знаком «±»:  $\bar{X} \pm m_{\bar{x}}$ ;  $\sigma \pm m_{\sigma}$ ;  $C_v \pm m_{C_v}$  и т. д. Такая форма записи показывает, что параметр генеральной совокупности может отклоняться от выборочного в ту или другую сторону на величину ошибки.

Ошибки репрезентативности рассчитываются по формулам, представленным на рис. 6.



где  $n - 1$  – число степеней свободы;  
 $n$  – объем выборки;  
 $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение

Рис. 6. Вычисление ошибок репрезентативности

Если ошибка репрезентативности ( $m$ ) очень велика, то выборка ( $n$ ) неправильно составлена и при помощи ее данных нельзя характеризовать генеральную совокупность ( $N$ ).

Для оценки параметров генеральной совокупности кроме выборочного показателя необходимо знать **критерий достоверности ( $t$ )** – показатель вероятности безошибочного прогноза и саму **величину ошибки ( $m$ )** – показатель точности оценки генерального параметра.

Определить критерий достоверности можно путем деления статистического параметра на его статистическую ошибку:

$$t_x = \frac{\bar{X}}{m_{\bar{X}}}; \quad (32)$$

$$t_{\sigma} = \frac{\sigma}{m_{\sigma}}; \quad (33)$$

$$t_{Cv} = \frac{C_v}{m_{Cv}}. \quad (34)$$

Определение достоверности выборочных параметров основано на связи критерия достоверности ( $t$ ) с уровнем вероятности ( $P$ ):

$$P = \frac{a}{n}, \quad (35)$$

где  $a$  – число случаев, благоприятствующих наступлению ожидаемого события (или вычисленных параметров);

$n$  – число всех событий (объем выборки).

$P$  – вероятность, т. е. объективная возможность наступления какого-либо события. Она варьирует от 0 до 1.

*Суммарная вероятность наступления альтернативных событий* равна 1:

$$p + q = 1, \quad (36)$$

где  $p$  – вероятность наступления события;

$q$  – вероятность наступления альтернативного события.

При  $n \geq 120$  величина критерия достоверности ( $t$ ) связана с уровнем вероятности ( $P$ ) получения данного параметра следующим образом:

при  $t = 1,96$   $P = 0,95$  (первый порог достоверности);

$t = 2,58$   $P = 0,99$  (второй порог достоверности);

$t = 3,29$   $P = 0,999$  (третий порог достоверности).

Эти данные показывают, какова вероятность того, что вычисленный выборочный параметр достоверно отражает уровень такого же параметра генеральной совокупности. Если в конкретном примере

$t = 1,96$ , а  $P = 0,95$ , то это значит, что из 100 выборок в 95 будет получено такое же значение параметра, какое получено в данной выборке. Величину  $t = 1,96$  называют *первым порогом достоверности*. Она дает возможность считать данные, полученные в выборке, достоверными, т. е. правильно отражающими параметр генеральной совокупности. Этот порог считается минимальным для работ, имеющих поисковый характер, для биологических и биохимических опытов.

*Второй порог достоверности* принято брать на уровне  $P = 0,99$ , когда  $t = 2,58$ . Этот показатель используют в том случае, когда требуется детализация различных явлений и закономерностей, например, для генетических исследований.

*Третий порог достоверности* принято брать на уровне  $P = 0,999$ , т. е. при  $t = 3,3$ . В этом случае вероятность правильности выборочного параметра подтверждалась бы в 999 опытах из 1000 и только в одном опыте параметры в выборке могли быть другими по величине. Этот порог достоверности принято использовать при изучении действия дозровок опасных препаратов и для заключения о дозах безвредности. Если в конкретном материале критерий достоверности ( $t$ ) больше 3 или 4, то это значит, что достоверность вычисленных параметров высоковероятна.

В литературе иногда выражают показатель вероятности в величинах значимости  $P$ , которая отмечает уровень риска и ошибочности вывода. Следовательно, при вероятности  $P = 0,95$  величина значимости  $P = 0,05$ , что соответствует значимости риска и ошибочности вывода. При  $P = 0,99$  значимость равна 0,01, при  $P = 0,999$  значимость равна 0,001.

При критерии достоверности, соответствующем первому порогу вероятности, величину характеризуемого параметра записывают с одной звездочкой:  $\bar{X}^*$ ;  $\sigma^*$ ;  $C_v^*$ ; при  $t$ , соответствующем второму порогу, – с двумя звездочками:  $\bar{X}^{**}$ ;  $\sigma^{**}$ ;  $C_v^{**}$ ; при  $t$ , соответствующем третьему порогу, – с тремя звездочками:  $\bar{X}^{***}$ ;  $\sigma^{***}$ ;  $C_v^{***}$ .

Если достоверность ниже первого порога, то вероятность того, что вычисленный статистический параметр будет точно характеризовать генеральную совокупность, слишком мала. Такие показатели никакой ценности для исследований не представляют. В данном случае следует увеличить объем выборки.

Для выборок объемом  $n < 120$  стандартные значения критерия достоверности ( $t$ ) определяют по таблице Стьюдента (прил. 1).

Критерий достоверности позволяет определить границы доверительного интервала.

**Доверительными границами** называют крайние значения, в пределах которых может находиться параметр генеральной совокупности при данной величине статистической ошибки ( $m$ ) и уровнях ( $t$ ).

Доверительные границы определяют по следующим формулам:

$$\bar{X}_{\text{ген}} = \bar{X}_{\text{выб}} \pm t m_{\bar{X}}; \quad (37)$$

$$\sigma_{\text{ген}} = \sigma_{\text{выб}} \pm t m_{\sigma}; \quad (38)$$

$$C_v = C_v \pm t m_{C_v}. \quad (39)$$

Значения доверительных границ будут находиться в пределах от нижней до верхней границ варьирующего признака и зависеть от конкретного значения  $t$  и ошибки репрезентативности.

Во многих исследованиях возникает необходимость сравнить средние арифметические величины двух групп особей. Например, среднюю живую массу карпов опытной и контрольной групп, среднюю продуктивность потомства двух производителей и т. д.

Средние продуктивности двух сравниваемых групп всегда в некоторой мере отличаются друг от друга. Поэтому необходимо установить, достоверна (существенна) ли разность между средними величинами изучаемого признака. Достоверность разности между средними величинами устанавливают по формуле

$$t_d = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{m_1^2 + m_2^2}}, \quad (40)$$

где  $t_d$  = достоверность разности;

$\bar{X}_1, \bar{X}_2$  – средние величины изучаемого признака в разных группах.

**Пример.** Необходимо сравнить среднюю массу овулировавших икринок самок лосося, содержащихся в пресной воде в течение 1 года (1-я группа) и 2 лет (2-я группа). Известно, что по изучаемому признаку получены следующие данные: в 1-й группе  $\bar{X}_1 \pm m_1 = (111,2 \pm 2,44)$  мг; в 2-й группе  $\bar{X}_2 \pm m_2 = (130,6 \pm 2,61)$  кг. Необходимо установить достоверность разности между средней массой овулировавших икринок самок лосося в этих группах. Подставим значения в формулу (40):

$$t_d = \frac{130,6 - 111,2}{\sqrt{2,61^2 + 2,44^2}} = \frac{19,4}{\sqrt{6,8 + 6,0}} = \frac{19,4}{\sqrt{12,8}} = \frac{19,4}{3,6} = 5,3.$$

Критерий достоверности разности ( $t_d = 5,3$ ) значительно выше всех трех порогов вероятности безошибочных прогнозов при  $n > 30$  (прил. 1). Поэтому можно с вероятностью, превышающей 99,9 %, утверждать, что самки лосося, содержащиеся в пресной воде в течение 2 лет, имеют более высокую среднюю массу овулировавших икринок, чем особи, содержащиеся в пресной воде в течение 1 года (разница в 19,4 мг<sup>\*\*\*</sup> достоверна).

## Т е м а 6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЕМА ВЫБОРКИ

**Цель занятия:** освоение методов определения объема выборочной совокупности для проведения исследований.

**Содержание и методика.** Методы биометрии основываются на обработке массовых данных, полученных при изучении совокупности. *Совокупностью* называют относительно однородную группу биологических объектов. Различают две основные статистические совокупности: **генеральную** и **выборочную**.

*Генеральная совокупность* ( $N$ ) – это массовый материал, т. е. это большое количество изучаемых биологических объектов (косяк, стадо, линия, популяция, порода и т. д.). Объем генеральной совокупности стремится к бесконечности ( $N \rightarrow \infty$ ).

*Выборочная совокупность, или выборка* ( $n$ ), – это часть генеральной совокупности, позволяющая изучить и оценить ее. Принято считать выборку малой при  $n < 30$  и большой при  $n > 30$ , но  $n$  не может быть меньше двух особей. Следует помнить, что выборка – это лишь часть генеральной совокупности и для того, чтобы при помощи ее можно было правильно охарактеризовать всю генеральную совокупность, следует правильно отобрать животных в выборку. Отбор биологических объектов в выборку осуществляется по принципам рандомизации (случайности) и репрезентативности (типичности).

Примером выборки могут служить: особи, отобранные из косяка для характеристики его по каким-либо хозяйственно полезным признакам; пробы крови – для гематологического анализа; зерна – для оценки его всхожести и др.

При проведении различного рода исследований, научных экспериментов, обработки массового материала необходимо правильно определить количество изучаемых объектов. Правильно выбранный объем совокупности может обеспечить получение достоверных статистических параметров, что позволит более точно охарактеризовать всю генеральную совокупность. Ошибки репрезентативности и величина

критерия достоверности находят широкое применение для определения величины объема выборочной совокупности. Если известен объем генеральной совокупности ( $N$ ), то для вычисления объема выборки используют следующую формулу:

$$n = \frac{N}{N \left( \frac{D}{t} \right)^2 + 1}, \quad (41)$$

где  $n$  – объем выборки;

$N$  – объем генеральной совокупности;

$t$  – критерий достоверности по трем порогам вероятности (первый порог –  $t = 1,96$ ; второй –  $t = 2,58$ ; третий –  $t = 3,3$ );

$D$  – допустимое расхождение, выраженное в долях  $\sigma$ , или допустимая погрешность – показатель точности.

$$D = \frac{\Delta}{\sigma_{\text{ген}}}, \quad (42)$$

где  $\Delta$  – допустимое расхождение между выборочным показателем и показателем  $N$ ;

$\sigma_{\text{ген}}$  – среднее квадратическое отклонение для генеральной совокупности.

$$\sigma_{\text{ген}} = \frac{R}{6} = \frac{\lim_{\max} - \lim_{\min}}{6}. \quad (43)$$

**Пример.** Определить объем выборки для изучения живой массы карпа на откорме из косяка в 1000 гол. ( $N$ ) для получения достоверных статистических параметров по второму порогу безошибочного прогноза ( $t = 2,58$ ). Допустимое расхождение между  $\bar{X}$  выборки и  $\bar{X}$  генеральной совокупности – 0,1 кг ( $\Delta$ ). Известно, что  $X_{\min} = 4,2$  кг;  $X_{\max} = 9,2$  кг.

Решение:

$$\sigma_{\text{ген}} = \frac{5}{6} = 0,8 \text{ кг};$$

$$d = \frac{0,1}{0,8} = 0,125;$$

$$n = \frac{1000}{1000 \cdot \left( \frac{0,125}{2,58} \right)^2 + 1} = \frac{1000}{1000 \cdot (0,048)^2 + 1} = \frac{1000}{3,304} = 303 \text{ гол.}$$

Таким образом, для получения достоверных статистических параметров, соответствующих второму порогу безошибочного прогноза, необходимо изучить 303 карпа из косяка в 1000 гол.

Если численность  $N$  велика или неизвестна, то для определения объема выборки пользуются формулой

$$n = \frac{t^2}{d^2}. \quad (44)$$

Подставив значения в формулу, получим: для первого порога ( $t = 1,96$ )  $n = 223$  гол., для второго порога ( $t = 2,58$ )  $n = 426$  гол., для третьего порога ( $t = 3,3$ )  $n = 697$  гол.

## Т е м а 7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧЛЕНОВ СОВОКУПНОСТИ ПО ЗНАЧЕНИЮ ПРИЗНАКА

**Цель занятия:** изучение различных типов распределения выборочных параметров в совокупности.

**Содержание и методика.** Многочисленная группа особей имеет различные значения изучаемого признака, которые встречаются неодинаковое число раз: одни чаще, другие реже. Такое варьирование признака в совокупности называется *распределением*.

**Распределение** – это частота появления определенных значений признака в совокупности. Биометрия изучает различные типы распределения: нормальное, биномиальное, Пуассона, асимметричное, эксцессивное, трансгрессивное, Максвелла, Шарлье и др.

Распределение может быть дискретным (прерывистым) или непрерывным. **Дискретное распределение** наблюдается в том случае, когда величина признака принимает точное, фиксированное значение и выражается целым числом (число лучей в плавниках, число новорожденных, число икринок и т. д.). **Непрерывное распределение** – это распределение признака, способного принимать любое значение, даже дробную величину (масса животного, массовая доля жира и белка в молоке, удой, возраст и т. д.).

Распределение признака можно изобразить в виде вариационного ряда, вариационной кривой, гистограммы и кумуляты.

Для того чтобы более наглядно представить закономерность варьирования количественных признаков, вариационные ряды принято изображать в виде графиков. Так, при построении графика непрерывного вариационного ряда по оси абсцисс откладывают срединные зна-

чения классов, по оси ординат – частоты. Высоты перпендикуляров, восстанавливаемых по оси абсцисс, соответствуют частотам классов. Соединяя вершины перпендикуляров прямыми линиями, получают геометрическую фигуру в виде многоугольника, называемую **полигоном распределения частот**. Линия, соединяющая вершины перпендикуляров, называется **вариационной кривой**, или кривой распределения частот вариационного ряда (рис. 7).

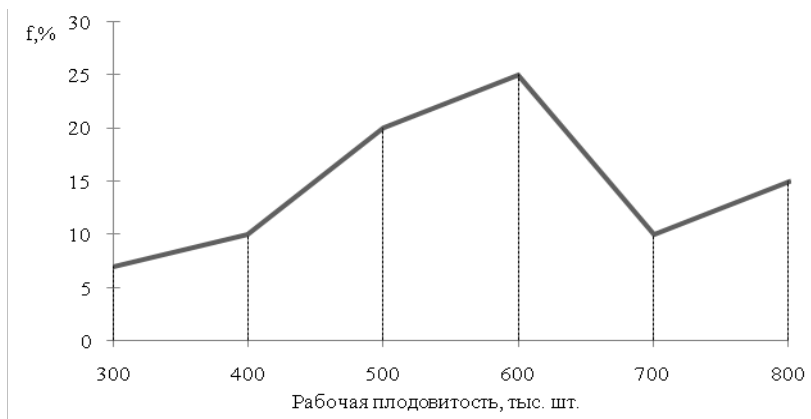


Рис. 7. Полигон распределения рабочей плодовитости самок карпа, тыс. шт.

При построении графика дискретного вариационного ряда по оси абсцисс откладывают границы классовых интервалов, по оси ординат – частоты интервалов. В результате получается так называемая **гистограмма распределения частот**. На рис. 8 изображена гистограмма распределения кальция в сыворотке крови толстолобика. Если из середины верхних сторон прямоугольников гистограммы опустить перпендикуляры на ось абсцисс, гистограмма превращается в полигон распределения, а линия, соединяющая середины верхних сторон прямоугольников гистограммы, будет представлять собой вариационную кривую.

Графики, построенные по конкретным данным, полученным в результате экспериментального изучения выборочной совокупности, называют **эмпирическими**, а распределение членов совокупности по классам варьирующего признака при  $n \rightarrow \infty$  – теоретическим распределением. **Теоретическое распределение** – это предел, к которому стремится эмпирическое распределение при увеличении объема выборки до бесконечности.

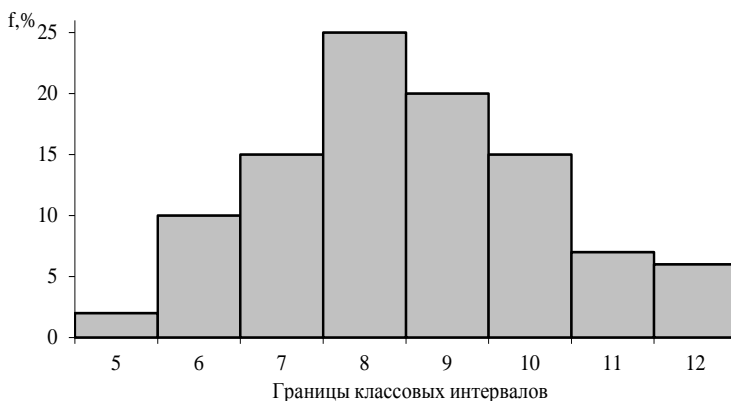


Рис. 8. Гистограмма распределения кальция в сыворотке крови толстолобика (мг%)

Если по оси абсцисс откладывать значения классов, а по оси ординат – накопленные частоты с последующим соединением точек прямыми линиями, получается график, называемый *кумулятой*. На рис. 9 изображена кумулята распределения кальция в сыворотке крови толстолобика. В отличие от вариационной кривой, имеющей куполообразную форму, кумулята имеет вид S-образной кривой. Накопленные частоты находят последовательным суммированием, или кумуляцией (от лат. *cumulatio* – увеличение, скопление), частот в направлении от первого класса до конца вариационного ряда.



Рис. 9. Кумулята распределения кальция в сыворотке крови толстолобика (мг%)

Пользуясь графиком кумуляты, можно легко найти любую величину  $X$ , соответствующую взятой величине частоты. Использование кумуляты позволяет решать следующие зоотехнические задачи:

- определять величину признака, соответствующего определенной величине накопления, что необходимо для отбора животных в селекционную группу;
- проводить выбраковку животных по запланированному селекционной программой проценту;
- определять абсолютный уровень признака, с которого будет вестись отбор, если запланирована интенсивность отбора;
- вычислять интенсивность отбора, если известны его абсолютные границы.

Для пропорционального построения графиков необходимо правильно выбирать масштаб для отрезков на оси абсцисс и оси ординат. Для этого можно пользоваться правилом золотого сечения, согласно которому основание геометрической фигуры должно относиться к ее высоте, как 8:5, т. е. должно выдерживаться соотношение

$$\frac{OY}{OX} = \frac{5}{8}. \quad (45)$$

Откладывая по оси абсцисс классы вариационного ряда, следует также доводить крайние из них до нулевых классов, в которых не содержится ни одной варианты. В результате вариационной кривой получается законченный, хорошо обозримый вид.

## Т е м а 8. БИОМЕТРИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА МАЛОЙ ВЫБОРКИ

**Цель занятия:** вычисление селекционно-генетических параметров хозяйственно полезных признаков для животных малочисленной выборочной совокупности. Обоснование полученных результатов и характеристика изучаемой совокупности.

**Содержание и методика.** Полученные данные производственного учета или специальных опытов должны быть систематизированы для дальнейшей биометрической обработки. Процесс систематизации результатов массовых наблюдений, объединение их в относительно однородные группы по некоторому признаку называется *группировкой*. Наиболее простым способом группировки является метод *ранжировки*, т. е. выстраивание числовых данных варьирующего признака по возрастанию или убыванию. Этот метод можно использовать при изу-

чении малой выборки ( $n < 30$ ). Ранжировка позволяет учесть и изучить признаки всех членов выборочной совокупности, поэтому этот метод называют *прямым*.

Рассмотрим статистическую обработку малой выборки на примере.

**Пример.** Для изучения длины тела мальков карпа составили выборку, в которую попали 10 мальков из косяка. Длина тела мальков составила (см): 12; 9; 10; 15; 13; 15; 10; 8; 10; 11.

1. Необходимо сгруппировать данные варьирующего признака и заполнить статистическую таблицу.

2. Вычислить селекционно-генетические параметры хозяйственно полезных признаков данной совокупности ( $\bar{X}$ ;  $\lim$ ;  $R$ ;  $\sigma$ ;  $C_v$ ).

3. Охарактеризовать выборочную совокупность при помощи правила трех  $\sigma$  ( $\bar{X} \pm 3\sigma$ ), указать границы на графике нормального распределения.

4. Вычислить среднюю арифметическую величину через условную среднюю по формуле

$$\bar{X}_A = A + \frac{\sum(x_i - A)}{n}, \quad (46)$$

где  $A$  – условная средняя (желательно выбирать значение признака в середине ранжированного ряда);

$x_i$  – величина варьирующего признака;

$n$  – объем выборки.

Можно проверить правильность решения задачи, при котором должно подтвердиться равенство  $\bar{X} = \bar{X}_A$ .

5. Обосновать полученные результаты, сравнить с показателями стандарта (11 см) и охарактеризовать изучаемую совокупность.

**Решение.**

1. Данные систематизируем и ранжируем, заполняем статистическую таблицу (табл. 2).

Таблица 2. Статистическая обработка малой выборки

№ п. п.	Признак $x_i$		Статистические характеристики			
	выборочный	ранжированный	$x^2$	Отклонение ( $a$ )		
				$x_i - \bar{x} (a)$	$(x_i - \bar{x})^2 (a^2)$	$x_i - A$
1	2	3	4	5	6	7
1	12	8	$8^2 = 64$	$8 - 11,3 = -3,3$	$(-3,3)^2 = 10,89$	$8 - 10 = -2$
2	9	9	81	-2,3	5,29	-1
3	10	10	100	-1,3	1,69	0

1	2	3	4	5	6	7
4	15	10	100	-1,3	1,69	0
5	13	10 (A)	100	-1,3	1,69	0
6	15	11	121	-0,3	0,09	+1
7	10	12	144	+0,7	0,49	+2
8	8	13	169	+1,7	2,89	+3
9	10	15	225	+3,7	13,69	+5
10	11	15	225	+3,7	13,69	+5
$\sum = n$		$\sum x_i = 113$		$\sum a = 0$	$\sum a^2 = 2,1$	$\sum (x_i - A) = 13$

2. Вычислим простую среднюю арифметическую:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{8+9+10+10+10+11+12+13+15+15}{10} = 11,3 \text{ см.}$$

Таким образом, длина тела мальков в данном косяке превышает среднее значение по рыбхозу (11 см) на 0,3 см, что составляет 2,7 %. Среднее значение признака может выражаться дробной величиной, так как находится расчетным путем.

3. Рассчитаем сумму отклонений, которая должна быть равна 0:  $\sum a = 0$ . Сумма отрицательных значений в таблице равна -9,8; положительных - +9,8. Таким образом, в приведенном примере  $\sum a = 0$ , что подтверждает правильность заполнения таблицы.

4. Возводим отклонение в квадрат и суммируем полученные результаты:  $\sum a^2 = 52,1$ .

5. Выберем в середине ранжированного ряда условную среднюю величину. Серединой служит 5-й показатель ранжированного ряда ( $A = 10$ ). Находим отклонение варианты от условной средней величины, равной 10. Вычисляем сумму:  $\sum (x_i - A) = 13$ .

6. Вычислим среднюю арифметическую величину через условную среднюю по формуле (46):

$$\bar{X}_A = A + \frac{\sum (x_i - A)}{n} = 10 + \frac{13}{10} = 10 + 1,3 = 11,3 \text{ см.}$$

Проверим правильность решения задачи, при котором должно подтвердиться равенство  $\bar{X} = \bar{X}_A$ . Равенство верно:  $11,3 = 11,3$ .

7. Вычислим показатели, характеризующие изменчивость признака. Наименьшая длина тела мальков карпа - 8 см ( $\lim_{\min}$ ), максимальная - 15 см ( $\lim_{\max}$ ). Следовательно, размах ( $R$ ) составляет 7 см ( $R = \lim_{\max} - \lim_{\min} = 15 - 8 = 7$ ).

Среднее квадратическое отклонение рассчитываем по формуле (21) для  $n < 30$ :

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum a^2}{n-1}} = \pm \sqrt{\frac{52,1}{9}} = \pm \sqrt{5,789} = 2,4 \text{ гол.}$$

Значение среднего квадратического отклонения указывает, что в среднем длина тела каждого малька на 2,4 см отличается от среднего показателя в косяке, причем как в сторону увеличения (+), так и в сторону уменьшения (-).

Показатели среднего арифметического значения и среднего квадратического отклонения используют для характеристики всех особей косяка, не вошедших в выборку. Для этого используют правило трех  $\sigma$ . Согласно нашим расчетам, 68 % мальков карпа в косяке имеют длину тела от 8,9 (11,3 - 2,4) до 13,7 (11,3 + 2,4) см, 95 % мальков – от 6,5 (11,3 - 4,8) до 16,1 (11,3 + 4,8) см, 99,7 % мальков – от 4,1 (11,3 - 7,2) до 18,5 (11,3 + 7,2) см.

Рассчитываем коэффициент вариации:

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100 \% = \frac{2,4}{11,3} \cdot 100 \% = 21,2 \%$$

Полученный результат свидетельствует о высокой изменчивости длины тела у мальков карпа изучаемого косяка ( $C_v > 15 \%$ ).

8. Отметим границы варьирования признаков на графике нормального распределения (рис. 10).

9. Среднее квадратическое отклонение используют как самостоятельную статистическую характеристику, так и для конструирования многих других параметров. Для расчета статистической ошибки необходимо воспользоваться следующей формулой:

$$m_x = \pm \sqrt{\frac{\sum a^2}{(n-1)n}}. \quad (47)$$

Получим:

$$m_x = \pm \sqrt{\frac{52,1}{(10-1) \cdot 10}} = \pm 0,78 \text{ см.}$$

Следовательно, средняя длина тела мальков карпа в косяке (генеральной совокупности) составит (11,3 ± 0,78) см, т. е. будет находиться в диапазоне от 10,52 (11,3 - 0,78) до 12,8 (11,3 + 0,78) см.

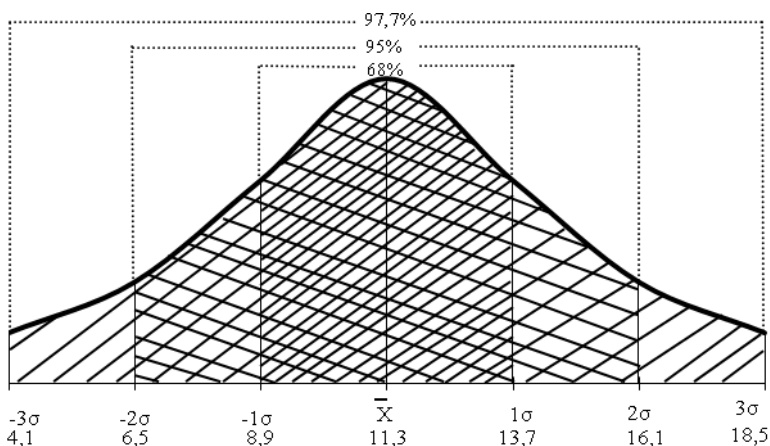


Рис. 10. График распределения мальков карпа по длине тела

Согласно полученным результатам можно сделать следующие **выводы**:

- средняя длина тела мальков карпа находится на уровне 11,3 см, что на 2,7 % выше среднего значения признака по рыбхозу;
- длина тела мальков в данном косяке не выровнена ( $\sigma = 2,4$  см), изменчивость находится на высоком уровне ( $C_v = 21,2$  %);
- селекционная работа в данном косяке должна быть направлена на дальнейшее увеличение длины тела мальков карпа и снижение изменчивости этого признака.

## Т е м а 9. БИОМЕТРИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ

**Цель занятия:** вычисление селекционно-генетических параметров хозяйственно полезных признаков для животных многочисленной выборочной совокупности, обоснование полученных результатов и характеристика изучаемой совокупности.

**Содержание и методика.** При статистической обработке и группировке первичных данных выборки, в которой  $n > 30$ , используют **непрямой** способ группировки – построение вариационного ряда. **Вариационным рядом** называют двойной ряд чисел, отражающий распределение числовых значений признака ( $x_i$ ) по классам. Классы – это градации, объединяющие варианты с наиболее близкими значениями.

Классы записывают в вариационном ряду от меньшего значения к большему, каждый класс имеет две границы (нижнюю и верхнюю).

В зависимости от того как варьирует признак (дискретно или непрерывно, в широком или узком диапазоне), статистическая совокупность распределяется в безынтервальный или интервальный вариационный ряд. Если признак варьирует дискретно и слабо (в узких границах,  $K \leq 1$ ), то данные распределяются в безынтервальный вариационный ряд; если признак варьирует в широких границах, то независимо от того, как он варьирует – дискретно или непрерывно, по данным строят интервальный вариационный ряд.

Наиболее распространенной формой группировки данных являются статистические таблицы. Они бывают простыми и сложными.

Пример. Для изучения удоя коров белорусской черно-пестрой породы была составлена выборка, в которую попали 42 коровы стада. Удой за лактацию коров в выборке составил (кг): 2727, 3891, 3330, 3659, 3470, 2830, 2863, 2559, 3434, 4122, 2150, 3976, 3334, 4525, 3779, 5148, 3825, 4562, 4714, 3805, 3216, 3900, 3683, 2531, 3256, 3997, 4507, 4286, 3980, 3794, 3488, 4546, 3361, 3446, 3236, 3411, 3603, 4800, 4922, 2966, 4511, 3212. Необходимо:

- определить объем выборки;
- построить вариационный ряд, заполнить статистическую таблицу;
- вычислить  $\bar{X} \pm m_x$ ;  $\sigma \pm m_\sigma$ ;  $C_v \pm m_{C_v}$ ;
- определить достоверность статистических параметров ( $t_x$ ,  $t_\sigma$ ,  $t_{C_v}$ );
- построить полигон распределения, гистограмму и кумуляту;
- охарактеризовать генеральную совокупность по выборочным параметрам при помощи правила трех  $\sigma$ ;
- установить доверительные границы статистических параметров для генеральной совокупности для первого уровня вероятности ( $P = 0,95$ );
- определить, относится ли корова с удоем за лактацию 4800 кг к данному стаду.

**Решение:**

1. Определим объем выборки:  $n = 42$ .
2. Определим лимиты:  $\lim_{\min} = 2150$  кг,  $\lim_{\max} = 5148$  кг.
3. Определим размах:  $R = 5148 - 2150 = 2998$  кг.
4. Найдем число классов ( $i$ ) в вариационном ряду по формуле

$$i = \sqrt{n}. \quad (48)$$

$i = \sqrt{42} = 6,5 \approx 7$  классов (округлять желательно в сторону увеличения).

5. Вычислим классный промежуток:

$$K = \frac{R}{i}. \quad (49)$$

Получим:  $K = \frac{2998}{7} = 428,3 \approx 428$  кг (округлять желательно в сторону уменьшения).

6. Вычислим поправочный классный промежуток:

$$K' = K - \text{единица ТИз}, \quad (50)$$

где единица ТИз – единица точности измерения.

$$K' = 428 - 1 = 427 \text{ кг.}$$

7. Строим вариационный ряд (табл. 3). Устанавливаем нижние границы классов. Нижняя граница 1-го класса равна  $\lim_{\min}$  (2150 кг), нижняя граница 2-го класса – нижняя граница 1-го класса +  $K$  ( $2150 + 428 = 2578$ ) и т. д.

Таблица 3. Статистическая обработка большой выборки

i	Границы классов н в	W	Частоты		a	fa	fa <sup>2</sup>	% f от n	Накопление	
			☒	f					f	% f от n
1	2150–2577	2363,5	☐	3	-3	-9	27	7,1	3	7,1
2	2578–3005	2791,5	☐	4	-2	-8	16	9,5	7	16,7
3	3006–3433	3219,5	☐	8	-1	-8	8	19,1	15	35,7
4	3434–3861	3647,5 A	☒	11	0	0	0	26,2	26	61,9
5	3862–4289	4075,5	☐	7	1	7	7	16,7	33	78,6
6	4290–4717	4503,5	☐	6	2	12	24	14,3	39	92,9
7	4718–5148	4931,5	☐	3	3	9	27	7,1	42	100,0
				∑f=42		∑fa=3	∑fa <sup>2</sup> =109	∑ = 100 %		

8. Находим середины классов (W). Для этого воспользуемся следующей формулой:

$$W = \frac{n + v}{2}, \quad (51)$$

где  $n$  – нижняя граница класса;

$v$  – верхняя граница класса.

Для проверки:  $W_{1\text{-го класса}}$  меньше  $W_{2\text{-го класса}}$  на  $K$  и т. д.

9. Распределим коров по классам (колонка «Частоты») по правилу конверта (колонка « $\boxtimes$ »), а затем переведем в числовые значения (колонка « $f$ »). Если все сделано правильно, то должно подтвердиться равенство:  $\sum f = n$ .

10. Установим условную среднюю  $A$ , которая соответствует середине класса, в котором находится максимальное количество особей. В нашем случае это 4-й класс, следовательно,  $A = W_{4\text{-го класса}} = 3647,5$  кг. В этом же классе отклонение ( $a$ ) будет равно 0.

11. Рассчитаем значения в остальных колонках табл. 3.

12. Определим среднюю арифметическую величину через условную среднюю ( $A$ ) по формуле

$$\bar{X} = A + K \frac{\sum fa}{n}. \quad (52)$$

Получим:  $\bar{X} = 3647,5 + 428 \frac{3}{42} = 3678,1$  кг.

13. Определим среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ) по формуле

$$\sigma = \pm K \sqrt{\frac{\sum fa^2}{n} - \left(\frac{\sum fa}{n}\right)^2}. \quad (53)$$

Получим:  $\sigma = \pm 428 \sqrt{\frac{109}{42} - \left(\frac{3}{42}\right)^2} = \pm 689,5$  кг.

14. По формуле (25) рассчитаем коэффициент вариации:

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100 \% = \frac{689,5}{3678,1} \cdot 100 \% = 18,7 \%$$

$C_v > 15 \%$ , следовательно, изменчивость удоя в стаде высокая.

15. Определим статистические ошибки полученных статистических параметров по формулам (29), (30), (31):

$$m_x = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \pm \frac{689,5}{\sqrt{42}} = \pm 106,4 \text{ кг.}$$

$$m_{\sigma} = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{2n}} = \pm \frac{689,5}{\sqrt{2 \cdot 42}} = \pm 75,2 \text{ кг.}$$

$$m_{C_v} = \pm \frac{C_v}{\sqrt{2n}} = \pm \frac{18,7}{\sqrt{2 \cdot 42}} = \pm 2,04 \text{ \%}.$$

16. Определим критерии достоверности статистических параметров по формулам (32), (33), (34):

$$t_x = \frac{\bar{X}}{m_x} = \frac{3678,1}{106,4} = 34,6^{***}.$$

$$t_{\sigma} = \frac{\sigma}{m_{\sigma}} = \frac{689,5}{75,2} = 9,17^{***}.$$

$$t_{C_v} = \frac{C_v}{m_{C_v}} = \frac{18,7}{2,04} = 9,17^{***}.$$

Критерии достоверности показывают, что вычисленные выборочные параметры ( $\bar{X}$ ,  $\sigma$ ,  $C_v$ ) достоверно отражают уровень этих параметров генеральной совокупности при  $P = 0,999$ .

17. Установим доверительные границы изученных статистических параметров ( $\bar{X}$ ,  $\sigma$ ,  $C_v$ ) для первого уровня вероятности по формулам (37), (38), (39):

$$\bar{X}_{\text{ген}} = \bar{X}_{\text{выб}} \pm t m_x = 3678,1 \pm 1,96 \cdot 106,4 = (3678,1 \pm 208,5) \text{ кг.}$$

$$\sigma_{\text{ген}} = \sigma_{\text{выб}} \pm t m_{\sigma} = 689,5 \pm 1,96 \cdot 75,2 = (689,5 \pm 147,4) \text{ кг.}$$

$$C_v = C_v \pm t m_{C_v} = 18,7 \pm 1,96 \cdot 2,04 = (18,7 \pm 4) \text{ \%}.$$

Таким образом, средний удой ( $\bar{X}$ ) в стаде коров черно-пестрой белорусской породы будет находиться в пределах от 3470 до 3887 кг, среднее квадратическое отклонение ( $\sigma$ ) – в пределах от 542 до 837 кг, а коэффициент вариации ( $C_v$ ) – в пределах от 14,7 до 22,7 %.

Расчет доверительных границ для других уровней вероятности производится аналогично.

18. Охарактеризуем коров изучаемого стада по удою при помощи правила трех  $\sigma$ . Согласно нашим расчетам 68 % коров стада будут иметь удои в пределах от 2988,6 до 4367,6 кг ( $\bar{X} \pm 1\sigma$ ), около 95 % животных стада – от 2299,1 до 5057,1 кг ( $\bar{X} \pm 2\sigma$ ), 99,7 % коров – от 1609,6 до 5746,6 кг ( $\bar{X} \pm 3\sigma$ ).

19. Построим вариационную кривую распределения удоев коров в изучаемом стаде (рис. 11). Для этого по оси абсцисс отложим середины классов ( $W$ ), а по оси ординат – частоты в процентах ( $\% f$  от  $n$ ).

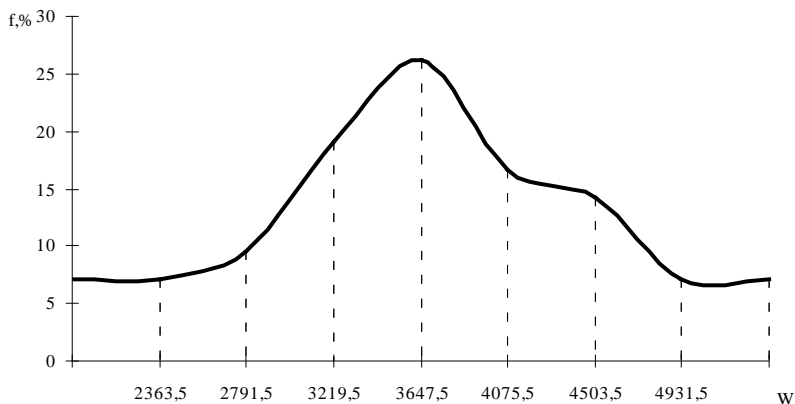


Рис. 11. Полигон распределения удоев (кг) коров в стаде

20. Построим гистограмму распределения удоев коров в изучаемом стаде (рис. 12). В отличие от предыдущего графика, по оси абсцисс отложим нижние границы классов.

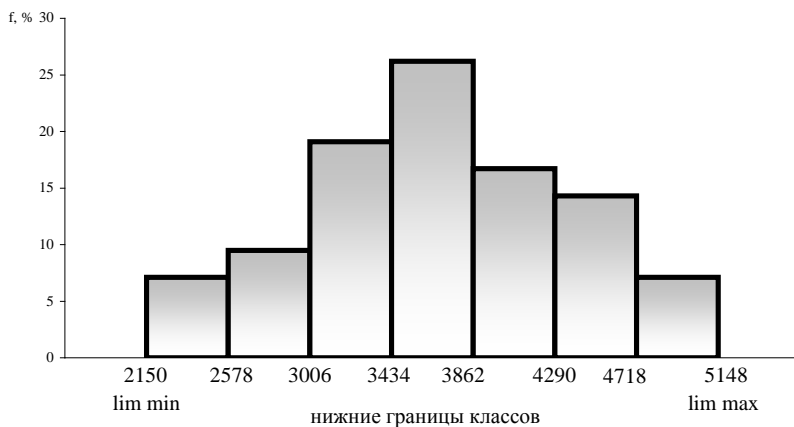


Рис. 12. Гистограмма распределения удоев (кг) коров в стаде

21. Построим кумуляту (рис. 13). Для построения оси ординат воспользуемся колонкой «Накопление (%  $f$  от  $n$ )» (см. табл. 3). По оси абсцисс отложим середины классов ( $W$ ). Этот график позволит нам провести выбраковку животных и отбор коров в селекционную группу.

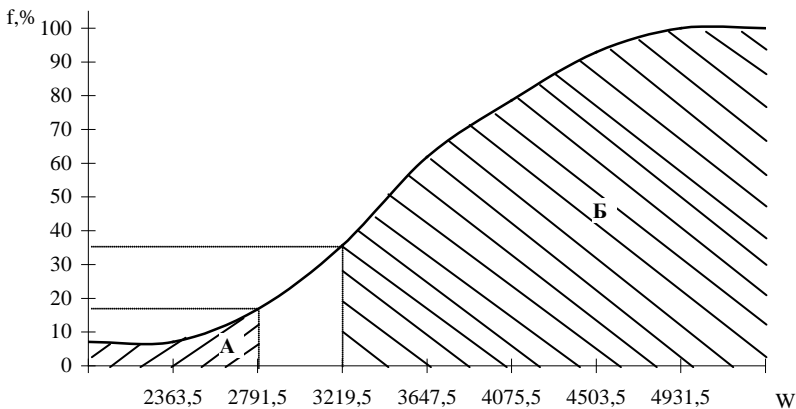


Рис. 13. Кумулята распределения удоев (кг) коров в стаде

Например, при помощи кумуляты необходимо выбраковать из стада 17 % самых низкопродуктивных животных. Для этого по оси ординат необходимо отложить 17 % и провести перпендикуляр из этой точки до пересечения с графиком, из полученной на графике точки проведем перпендикуляр к оси абсцисс. Таким образом, из стада необходимо выбраковать всех животных, имеющих удой ниже 2790 кг. Эти животные и составят 17 % стада (на рис. 13 область А).

В случае, когда необходимо отобрать в селекционную группу 65 % самых высокоудойных коров, будем откладывать по оси ординат 65 % вниз от 100 %. Это составит:  $100 - 65 = 35$  %. Далее проводим перпендикуляры на графике аналогично предыдущему случаю. В результате установим, что отобрать в селекционную группу следует коров, имеющих удой не ниже 3220 кг (на рис. 13 область Б). Эти животные составят 65 % стада.

22. Определим, относится ли корова с удоем за лактацию 4800 кг к данному стаду. Согласно правилу трех  $\sigma$ , 99,7 % коров изучаемого стада будут иметь удой в пределах от 1609,6 до 5746,6 кг, следовательно, корова с удоем 4800 кг молока должна относиться к данному стаду.

Согласно полученным результатам можно сделать следующие **выводы**:

– при изучении удоя стада коров белорусской черно-пестрой породы статистическим методом установлено, что средний удой коров в стаде составляет  $(3678,1 \pm 106,4)$  кг;

– при изменении численности выборки средний удой коров может находиться в пределах от 3470 до 3887 кг, при  $P = 0,95$ ;

– изменчивость признака в стаде высокая, так как  $C_v = 18,7\%$ , поэтому в стаде могут находиться животные с удоем от 1609,6 до 5746,6 кг;

– селекционная работа в данном стаде должна быть направлена на дальнейшее увеличение удоя и снижение изменчивости.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Характеристика средней арифметической величины и способы ее вычисления.

2. Характеристика средней гармонической.

3. Характеристика средней геометрической.

4. Характеристика средней квадратической.

5. Характеристика средней непараметрической.

6. Характеристика моды.

7. Характеристика медианы.

8. Использование средних величин в практике.

9. Причины варьирования результатов наблюдений.

10. Понятия генеральной совокупности и выборки.

11. Показатели вариации и их краткая характеристика.

12. Лимиты и размах вариации.

13. Дисперсия ( $\sigma^2$ ) и ее свойства.

14. Среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  и его основные свойства.

15. Коэффициент вариации ( $C_v$ ), его особенности.

16. Правило трех  $\sigma$ . Какие практические задачи можно решить при помощи данного правила?

17. Нормированное отклонение, способ вычисления. В каких единицах измеряется и где, с какой целью применяется?

18. Способы изображения распределения. Привести примеры.

19. Статистическая ошибка средней арифметической для большой и малой выборок.

20. Типы ошибок и их источники.

21. Критерий достоверности ( $t$ ).

22. Определение достоверности разности между средними арифметическими величинами двух выборок.
23. Определение ошибки и достоверности для  $\sigma$  и  $C_v$ .
24. Доверительные границы статистических параметров.

## ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ВЫЧИСЛЕНИЮ СРЕДНИХ ВЕЛИЧИН

### Вариант 1

1. По данным прил. 2 рассчитать средний удой за лактацию у коров стада (с 1-го по 10-й номер).

2. Рассчитать среднюю длину тела судака в четырех водоемах, если известно, что в первом водоеме содержится 650 особей, во втором – 760, в третьем – 1350, в четвертом – 1000 особей, а средняя длина тела их составляет соответственно 108, 97, 112, 110 см.

3. Рассчитать среднее арифметическое число бычков, рожденных от 688 коров, если известно, что 350 телят были телочками.

4. Определить среднюю скорость кобылы арабской породы, если на районных соревнованиях за 6 минут она преодолела расстояние, равное 4 км; при этом за первые 3 минуты лошадь прошла по 750 м, за четвертую и пятую – по 650 и 600 м, а за последнюю минуту – 500 м.

5. Вычислить средний диаметр ядра клетки 7 суточных перепелиных яиц, если известен диаметр каждого из них (мм): 2,2; 2,1; 1,6; 1,4; 2,0; 1,8; 1,9.

6. Определить средний объем икринок судака, если известны следующие данные:

объем икринок ( $x_i$ ), мм <sup>3</sup> :	0,55	0,68	0,54	0,59	0,56	0,61
количество икринок ( $n_i$ ):	22	36	55	31	25	17

### Вариант 2

1. Определить среднюю живую массу сеголеток сазана в выборке ( $n = 10$ ), составленной при контрольном облове, если живая масса особей составляла (г): 42, 39, 35, 25, 28, 34, 26, 44, 35, 40.

2. По данным прил. 2 рассчитать среднее содержание жира в молоке коров под номерами 11–20.

3. Определить среднее число самок в выводке карпа, если из 670 особей 320 оказались самцами.

4. Определить среднюю скорость меч-рыбы, если за 4 часа пути она прошла 350 км; при этом за первый час – 100 км, за второй и третий – соответственно 90 и 80 км, а за последний – 70 км.

5. Вычислить средний диаметр ядра первичных половых клеток у пеляди, если известен диаметр каждого из них (мкм): 8,6; 9,1; 8,8; 8,4; 9,0; 8,6; 8,9.

6. Определить средний объем жировых шариков молока, если известны следующие данные:

объем жировых шариков ( $x_i$ ), мкм <sup>3</sup> :	5,8	6,8	6,0	5,4	5,6	6,0
количество жировых шариков ( $n_i$ ):	23	36	68	30	25	17

### Вариант 3

1. По данным прил. 2 рассчитать среднюю живую массу коров (с 21-го по 30-й номер).

2. В хозяйстве имеется четыре товарные молочные фермы. На молокозавод с первой фермы отправили 6500 кг молока с содержанием жира 3,7 %, со второй – 8000 кг с содержанием жира 3,8 %, с третьей – 3800 кг с содержанием жира 4,0 %, а с четвертой фермы – 5000 кг молока с содержанием жира 3,6 %. Определить среднее содержание жира в молоке коров хозяйства.

3. Определить среднее арифметическое число комолости коров в стаде, если из 950 коров 788 были рогатыми.

4. Пешеход за 4 часа пути прошел 20 км. Определить среднюю скорость пешехода, если известно, что за первый час он прошел 7 км, за второй и третий – соответственно 6 и 4 км, а за последний час он смог преодолеть 3 км.

5. Вычислить среднюю площадь «мышечного глазка» свиных полутуш, если известны следующие данные:

площадь «мышечного глазка», см <sup>2</sup> :	33	29	36	33	40	38
количество полутуш, шт.:	6	8	7	2	1	6

6. Определить средний объем 7 куриных яиц, если известно, что они имели следующий объем (см<sup>3</sup>): 15,4; 14,9; 16,8; 16,1; 14,5; 15,9; 15,5.

## Вариант 4

1. По данным прил. 2 рассчитать среднюю живую массу коров стада под номерами 1–15.

2. Рассчитать среднюю массу гонад самцов карпа в четырех водоемах, если известно, что в первом водоеме содержится 670 особей, во втором – 850, в третьем и четвертом – по 1200 и 1100 особей соответственно. Средняя масса гонад у производителей составляет соответственно 98, 74, 88 и 82 г.

3. Определить среднее арифметическое число оплодотворяемости коров после второго осеменения, если из 330 коров, пришедших в охоту, оплодотворилось 299.

4. За каждую из 5 минут от коровы надоили 5,5; 4,3; 2,2; 1,9 и 0,6 кг молока соответственно. Определить скорость молокоотдачи.

5. Рассчитать среднюю окружность основания соска вымени коров, если известны следующие данные:

обхват соска, см:	5	6	7	8	6,5	5,5
количество коров, гол.:	7	6	8	3	2	5

6. Рассчитать средний объем 10 икринок байкальского омуля, если известно, что они имели следующий объем ( $\text{мм}^3$ ): 1,4; 2,2; 1,9; 2,3; 1,5; 1,8; 1,9; 2,4; 1,6; 1,7.

## Вариант 5

1. Определить среднюю длину грудного плавника (мм) у окуня в выборке, составленной при контрольном облове: 33, 28, 30, 31, 29, 27, 29, 32.

2. Определить среднее содержание белка в молоке коров четвертой лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число коров стада, страдающих эндометритами, если из 2500 гол. 445 больны эндометритами.

4. Определить среднюю скорость голубой акулы, если за 6 минут она преодолела расстояние, равное 4,5 км; при этом за первые 3 минуты акула прошла по 790 м, за четвертую и пятую – по 930 и 700 м соответственно, а за последнюю минуту – 500 м.

5. Вычислить средний диаметр икринок чехони, если известны следующие данные:

диаметр икринок, $\text{мм}^2$ :	3,2	2,7	3,5	3,3	4,1	3,8
количество икринок, шт.:	4	8	7	2	3	6

6. Рассчитать средний объем 10 жировых шариков молока, если известно, что они имели следующий объем ( $\text{мкм}^3$ ): 4,8; 5,4; 4,8; 5,2; 4,5; 5,8; 4,9; 6,4; 5,6; 5,7.

### Вариант 6

1. По данным прил. 2 рассчитать средний удой коров стада (с 31-го по 40-й номер).

2. Определить среднесуточный прирост живой массы карпов-двухлеток за сезон, если известно, что в мае среднесуточный прирост составил 1,5 г; в июне – 2,4; в июле – 4,9; в августе – 3,2; в сентябре – 0,8 г.

3. Определить среднее арифметическое число кур-несушек, имеющих черную окраску, если в птичнике из 10000 кур 8500 белого цвета.

4. Определить среднюю скорость кобылы, если за первый час пути она прошла 20 км, за следующие 2 часа – по 15 км и за последние 3 часа – по 14 км.

5. Вычислить средний диаметр ядра клетки 5 суточных перепелиных яиц, если известен диаметр каждого из них (мм): 2,2; 2,3; 1,8; 1,6; 2,0.

6. Определить средний объем жировых шариков молока, если известны следующие данные:

объем жировых шариков ( $x_i$ ), $\text{мкм}^3$ :	7,5	8,9	6,2	7,8	5,9	6,8
количество жировых шариков ( $n_i$ ):	29	45	24	31	22	17

### Вариант 7

1. Определить среднее количество трехдневных личинок на одну самку лахвинского карпа, если данный показатель по 6 самкам составил (тыс. шт.): 159, 115, 130, 127, 170, 120.

2. По данным прил. 2 определить среднее содержание жира в молоке коров стада (с 31-го по 40-й номер).

3. Определить среднее арифметическое число карпов, больных псевдомонозом, если из 950 особей 859 были здоровыми.

4. Определить среднюю скорость молокоотдачи у коровы, если за 5 минут выдано 10 кг молока, в том числе за первую минуту – 3 кг, за вторую – 3,5 кг, за третью – 2 кг, за четвертую и пятую минуты – 1 и 0,5 кг молока.

5. Рассчитать средний диаметр икринок ручьевой форели, если известны следующие данные:

диаметр икринок, мм:	6	5	4	4,5	5,5
количество икринок, шт.:	12	6	5	3	8

6. Определить средний объем 9 куриных яиц, если известно, что они имели следующий объем (см<sup>3</sup>): 16,4; 15,8; 15,1; 16,5; 15,9; 15,5; 15,7; 16,1; 15,6.

### Вариант 8

1. По данным прил. 2 рассчитать среднюю живую массу коров стада под номерами 1–15.

2. Определить среднесуточный прирост живой массы карпов в возрасте трех лет за сезон, если известно, что в мае среднесуточный прирост составил 3,2 г; в июне – 6,2 г; в июле – 6,8 г; в августе – 4,3 г; в сентябре – 1,3 г.

3. Определить среднее арифметическое число непигментированных эмбрионов карпа, если из 630 эмбрионов карпа пигментированных – 530.

4. Определить среднюю скорость тигровой акулы, если за первый час пути она прошла 18 км, за следующие 2 часа – по 22 км и за последние 3 часа – по 15 км.

5. Определить средний диаметр 6 зигот до начала их дробления, если известен диаметр каждой из них (мкм): 73; 65; 72; 58; 65; 79.

6. Определить средний объем 7 икринок сельди-черноспинки, если известно, что они имели следующий объем (мм<sup>3</sup>): 15,4; 16,2; 16,8; 16,1; 14,5; 15,9; 15,5.

### Вариант 9

1. Определить средний прирост массы карпов-годовиков за время нагула, если известно, что по 8 особям прирост массы составил (г): 520, 420, 370, 507, 465, 395, 410, 435.

2. Определить среднее содержание белка в молоке коров второй лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число личинок карпа, родившихся без анального плавника, если из 2500 личинок 105 имеют данную генетическую аномалию.

4. За каждый из 6 часов лещ прошел по реке 6, 5, 4, 2, 1 и 0,5 км соответственно. Определить скорость движения леща по реке.

5. Вычислить средний диаметр первичных половых клеток у 5 особей пеляди, если известен средний диаметр каждой из них (мкм): 13,5; 12,3; 14,8; 15,6; 18,0.

6. Определить средний объем 8 икринок пестрого толстолобика, если известно, что они имели следующий объем (мм<sup>3</sup>): 15,9; 15,6; 16,5; 15,9; 15,5; 15,7; 16,1; 15,3.

### Вариант 10

1. По данным прил. 2 рассчитать среднюю живую массу 15 коров (с 25-го по 39-й номер).

2. Определить среднесуточный прирост живой массы сеголеток карпа за сезон, если известно, что в июне среднесуточный прирост составил 6,5 г; в июле – 8,3 г; в августе – 12,8 г; в сентябре – 4,2 г.

3. Определить среднее арифметическое число коров, имеющих добавочные соски, если в стаде из 6500 коров 340 имеют по 6 сосков.

4. За каждую из 7 минут от коровы надоили 2; 4; 5; 8; 2; 3 и 0,9 кг молока соответственно. Определить скорость молокоотдачи.

5. Определить среднюю площадь корзинок растений подсолнечника, если известны следующие данные:

площадь корзинок, см <sup>2</sup> :	58	95	125	175	211	220
количество корзинок, шт.:	1	1	2	3	2	1

6. Определить средний объем 9 перепелиных яиц, если известно, что они имели следующий объем (см<sup>3</sup>): 3,8; 2,6; 3,9; 2,5; 3,7; 3,3; 2,7; 2,1; 3,6.

### Вариант 11

1. Определить среднее количество эякулята самцов немецкого карпа, если данный показатель по 7 самцам составил (мл): 19, 8, 12, 27, 15, 30, 31.

2. По данным прил. 2 определить среднее содержание жира в молоке 10 коров (с 21-го по 30-й номер).

3. Определить среднее арифметическое число линейных карпов, если из 840 особей полностью покрытых чешуей – 630.

4. Определить среднюю скорость кобылы ахалтекинской породы, если на скачках за 8 минут ее скорость распределилась следующим образом: первые 4 минуты лошадь прошла по 900 м, за пятую, шестую, седьмую и восьмую минуты – по 850; 850; 750 и 700 м соответственно.

5. Определить средний диаметр 6 зигот до начала их дробления, если известен диаметр каждой из них (мкм): 73; 67; 70; 58; 64; 75.

6. Определить средний объем икринок шуки, если известны следующие данные:

объем икринок ( $x_i$ ), мм <sup>3</sup> :	7,8	9,1	6,3	7,4	5,6	6,8
количество икринок ( $n_i$ ):	16	39	22	31	25	17

### Вариант 12

1. Определить среднюю величину суточного удоя 12 коров, если известно, что от них надоили 32; 23; 18; 28; 31; 10; 37; 26; 15; 12; 25 и 20 кг молока.

2. Определить среднее содержание жира в молоке первых 8 коров второй лактации (прил. 2).

3. Определить среднее число самок в выводке стерляди, если из 5500 особей 3500 оказались самцами.

4. Определить среднюю скорость движения горбуши за 4 часа, если за первый час она прошла 7 км, за второй, третий и четвертый часы – соответственно 6,5; 5,5 и 4,5 км.

5. Вычислить средний диаметр ядра клетки 6 суточных перепелиных яиц, если известен диаметр каждого из них (мм): 1,7; 2,3; 2,1; 1,8; 1,6; 2,0.

6. Определить средний объем жировых шариков молока, если известны следующие данные:

объем жировых шариков ( $x_i$ ), мкм <sup>3</sup> :	10,8	11,5	8,9	9,6	10,2	12,0
количество жировых шариков ( $n_i$ ):	12	9	13	16	7	3

### Вариант 13

1. Определить среднюю живую массу европейского сома в возрасте трех лет, если живая масса 5 выловленных особей составила (кг): 2,2; 2,5; 2,8; 1,9; 3,0.

2. Определить среднее содержание жира в молоке 6 коров третьей лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число коров, принесших двойню, если из 9000 коров стада 17 отелились двойнями.

4. За каждый из 6 часов карп прошел к месту нереста 7; 5; 4; 2; 3 и 1,5 км пути соответственно. Определить скорость движения карпа на нерест.

5. При оценке мясной продуктивности свиней определяли площадь «мышечного глазка» в полутушах. Вычислить среднюю площадь «мышечного глазка», если известны следующие данные:

площадь «мышечно-го глазка», см <sup>2</sup> :	21	28	31	32	27	24
количество полу-туш, шт.:	5	9	8	7	3	3

6. Определить средний объем 9 икринок окуня, если известно, что они имели следующий объем (мм<sup>3</sup>): 3,1; 2,2; 3,9; 2,5; 3,0; 3,3; 2,7; 2,1; 3,6.

### Вариант 14

1. Определить среднюю живую массу новорожденных телят, если живая масса 9 новорожденных телят составляла (кг): 33, 29, 28, 25, 34, 26, 37, 30, 32.

2. Определить среднюю живую массу белого амура, если в первом ведре оказалось 6 особей со средней живой массой 5,2 кг; во втором ведре – 11 особей со средней живой массой 3,5 кг; в третьем ведре – 9 особей со средней живой массой 4 кг.

3. Определить среднее арифметическое число овец романовской породы, принесших по 4 ягненка за окот, если в отаре из 750 овец таких животных насчитали 42 гол.

4. Определить среднюю скорость косяка тунца, если за 7 часов он преодолел расстояние, равное 300 км; при этом за первые 4 часа косяк прошел по 35 км, за пятый час – 70 км, а за шестой и седьмой часы – по 45 км.

5. Рассчитать средний диаметр икринок ручьевой форели, если имеются следующие данные:

диаметр икринок, мм:	3,8	4,4	3,3	6,5	5,2
количество икринок, шт.:	8	5	2	3	7

6. Рассчитать средний объем 6 жировых шариков молока, если известно, что они имели следующий объем (мкм<sup>3</sup>): 5,1; 4,8; 4,5; 5,8; 6,4; 5,7.

### Вариант 15

1. Определить среднюю относительную толщину тела самок линя, отобранных в маточное стадо, если относительная толщина тела 8 самок составляла (%): 17,2; 13,5; 14,1; 13,7; 15,0; 14,8; 14,2; 13,9.

2. Определить среднее содержание жира в молоке 10 коров второй лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число непигментированных эмбрионов карпа, если из 22000 эмбрионов карпа пигментированных – 19980.

4. При перегоне на новое пастбище отара овец за 3 часа пути преодолела 16 км, за последующие 3 часа – 8 км и за последний час – 6 км. Определить среднюю скорость движения отары.

5. Вычислить средний диаметр 7 икринок пеляди, если известен диаметр каждой из них (мм): 2,4; 1,7; 2,3; 2,1; 1,8; 1,6; 2,0.

6. Определить средний объем икринок сельди-черноспинки, если известны следующие данные:

объем икринок ( $x_i$ ), мм <sup>3</sup> :	10,2	11	9	9,8	10,2	11,4
количество икринок ( $n_i$ ):	12	6	14	16	9	43

### Вариант 16

1. Установить среднюю живую массу 10 поросят, если известно, что их живая масса составляла (кг): 0,8; 1,4; 1,1; 1,3; 1,3; 1,0; 1,1; 1,2; 0,9; 1,0.

2. Определить среднюю живую массу европейского сома, если в первом контейнере оказалось 10 особей со средней живой массой 2,9 кг; во втором контейнере – 7 особей со средней живой массой 3,5 кг; в третьем контейнере – 9 особей со средней живой массой 3,2 кг.

3. Определить среднее арифметическое число коров из стада в 1000 гол., имеющих ваннообразную форму вымени, если количество таких животных в стаде составило 112 гол.

4. Определить среднюю скорость молокоотдачи у коровы, если за 5 минут выдоено 16 кг молока, в том числе за первую минуту – 3,5 кг, за вторую и третью – по 4 кг, а за четвертую и пятую минуты – 2,5 и 2 кг молока.

5. Вычислить средний диаметр ядра клетки суточных перепелиных яиц, если известны следующие данные:

диаметр ядра, мм:	2,1	1,5	1,4	2,0	1,6	1,9
количество клеток:	1	6	10	11	5	9

6. Рассчитать средний объем 6 икринок щуки, если известно, что они имели следующий объем (мм<sup>3</sup>): 5,1; 4,8; 5,8; 6,4; 5,6; 5,7.

## Вариант 17

1. Определить среднюю живую массу пестрого толстолобика в возрасте трех лет, имеющего следующую живую массу (г): 525, 489, 500, 470, 510, 495, 512, 548.

2. Определить среднее содержание жира в молоке 8 коров первой лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число карпов, больных псевдомонозом, если из 800 особей 755 были здоровыми.

4. При переходе на нерест ручьевая форель за 3 суток пути преодолела расстояние, равное 24 км, за последующие 2 суток – 10 км и за последние сутки – 5 км. Определить среднюю скорость движения форели.

5. Рассчитать средний диаметр икринок ручьевой форели, если известны следующие данные:

диаметр икринок, мм:	3,5	4,4	3,4	6,7	5,2
количество икринок, шт.:	4	7	6	4	2

6. Определить средний объем 4 куриных яиц, если известно, что они имели следующий объем (см<sup>3</sup>): 16,5; 15,5; 16,1; 15,6.

## Вариант 18

1. От 10 кур-несушек получили следующее количество яиц в год: 310, 330, 288, 305, 295, 235, 218, 270, 242, 198. Определить среднюю яйценоскость кур.

2. Рассчитать среднюю длину тела производителей сазана в трех водоемах, если известно, что в первом водоеме содержится 120 особей, во втором – 370, в третьем – 300, а средняя длина тела составляет соответственно 81, 66 и 78 см.

3. Определить среднее арифметическое число коров из стада в 2800 гол., имеющих козью форму вымени, если количество таких животных в стаде составило 63 гол.

4. За каждую из 5 минут от коровы надоили 2,5; 3,5; 5; 3,6 и 2 кг молока соответственно. Определить скорость молокоотдачи.

5. Определить средний диаметр 7 зигот до начала их дробления, если известен диаметр каждой из них (мкм): 60; 70; 67; 58; 65; 71; 75.

6. Определить средний объем амниона коровы в 35 дней беременности, если известны следующие данные по группе:

объем амниона, см <sup>3</sup> :	27,4	26,5	27,1	26,2	28,0	26,0
количество коров, гол.:	7	6	10	11	9	9

## Вариант 19

1. Определить среднюю выживаемость сеголеток канального сома (в % от подрощенной личинки), если в одном водоеме этот показатель составил 88 %, в другом – 73 %, а в третьем – 92 %.

2. Определить среднее содержание жира в молоке 7 коров второй лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число личинок карпа, родившихся без анального плавника, если из 20000 личинок 340 имеют данную генетическую аномалию.

4. Определить среднюю скорость движения карпа на нерест, если за первый час он прошел 7 км, за второй, третий, четвертый и пятый часы – соответственно 6,5; 5,5; 4 и 3 км.

5. Вычислить средний диаметр ядра первичных половых клеток у пеляди, если известны следующие данные:

диаметр ядра, мм:	9,2	8,4	9,4	9,1	9,6	9,9
число клеток:	3	5	11	13	5	9

6. Определить средний объем 6 икринок ручьевой форели, если известно, что они имели следующий объем ( $\text{мм}^3$ ): 16,0; 15,1; 16,5; 15,5; 16,1; 15,6.

## Вариант 20

1. Определить средний выход сеголеток белого амура (в % от посадки подрощенных личинок), если в одном водоеме этот показатель составил 16 %, в другом – 24 %, в третьем – 29 %, а в четвертом – 32 %.

2. Рассчитать среднюю длину тела производителей карпа в четырех водоемах, если известно, что в первом водоеме содержится 80 особей, во втором – 70, в третьем – 50, в четвертом – 59, а средняя длина тела составляет соответственно 47, 58, 53 и 55 см.

3. Определить среднее арифметическое число зеркальных карпов, если из 3900 особей полностью покрытых чешуей – 3000.

4. За каждый из 6 часов косяк сеголеток прошел 4,4; 2,5; 2,1; 4; 3 и 1 км соответственно. Определить скорость движения косяка.

5. Определить средний диаметр 7 зигот до начала их дробления, если известен диаметр каждой из них (мкм): 53; 60; 67; 58; 65; 71; 75.

6. Определить средний объем икринок сельди-черноспинки, если известны следующие данные:

объем икринок ( $x_i$ ), $\text{мм}^3$ :	11,1	12,5	8,6	7,6	9,2	10,9
число икринок ( $n_i$ ):	12	5	17	20	7	3

## Вариант 21

1. По данным прил. 2 рассчитать средний удой за первую лактацию у 15 коров стада.

2. По данным прил. 2 рассчитать среднее содержание белка в молоке коров второй лактации.

3. Рассчитать среднее арифметическое число бычков, рожденных от 579 коров, если известно, что 250 телят были телочками.

4. Пешеход за 3 часа пути прошел 17 км. Определить среднюю скорость пешехода, если известно, что за первый час он прошел 7 км, за второй и третий – соответственно 6 и 4 км.

5. Вычислить средний диаметр ядра клетки 6 суточных перепелиных яиц, если известен диаметр каждого из них (мм): 2,1; 1,5; 1,4; 2,0; 1,6; 1,9.

6. Определить средний объем жировых шариков молока, если известны следующие данные:

объем жировых шариков ( $x_i$ ), мкм <sup>3</sup> :	5,8	6,8	6,0	5,4	5,6	6,0
количество жировых шариков ( $n_i$ ):	25	46	60	31	25	10

## Вариант 22

1. Определить среднюю живую массу сеголеток сазана в выборке ( $n = 7$ ), составленной при контрольном облове, если живая масса особей составляла (г): 38, 35, 25, 34, 26, 44, 35.

2. Рассчитать среднюю длину тела судака в трех водоемах, если известно, что в первом водоеме содержится 500 особей, во втором – 800, в третьем – 1200, а средняя длина тела их составляет соответственно 98, 112, 110 см.

3. Определить среднее число самцов в выводке карпа, если из 579 особей 250 оказались самцами.

4. Определить среднюю скорость меч-рыбы, если за 3 часа пути она прошла 250 км; при этом за первый час – 100 км, за второй и третий – соответственно 70 и 80 км.

5. Вычислить средний диаметр ядра первичных половых клеток у 6 особей пеляди, если известен диаметр каждого из них (мкм): 9,1; 8,5; 8,4; 9,0; 8,6; 8,9.

6. Определить средний объем икринок судака, если известны следующие данные:

объем икринок ( $x_i$ ), мм <sup>3</sup> :	0,58	0,68	0,50	0,54	0,56	0,60
количество икринок ( $n_i$ ):	25	46	60	31	25	10

### Вариант 23

1. По данным прил. 2 рассчитать среднюю живую массу 15 коров второй лактации.

2. В хозяйстве имеется три товарные молочные фермы. На молокозавод с первой фермы отправили 5000 кг молока с содержанием жира 3,6 %, со второй – 4500 кг с содержанием жира 3,8 % и с третьей фермы – 3000 кг молока с содержанием жира 4,0 %. Определить среднее содержание жира в молоке коров хозяйства.

3. Определить среднее арифметическое число оплодотворяемости коров после первого осеменения, если из 630 коров, пришедших в охоту, оплодотворилось 330.

4. Определить среднюю скорость кобылы арабской породы, если на районных соревнованиях за 5 минут она преодолела расстояние, равное 3,5 км; при этом за первые 3 минуты лошадь прошла по 750 м, а за четвертую и пятую минуты – по 650 и 600 м соответственно.

5. Вычислить среднюю площадь «мышечного глазка» свиных полутуш, если известны следующие данные:

площадь «мышечного глазка», см <sup>2</sup> :	30	27	35	33	40	38
количество полутуш, шт.:	5	8	4	2	1	6

6. Рассчитать средний объем 10 жировых шариков молока, если известно, что они имели следующий объем (мкм<sup>3</sup>): 4,3; 5,1; 4,8; 5,2; 4,5; 5,8; 4,9; 6,4; 5,6; 5,7.

### Вариант 24

1. По данным прил. 2 рассчитать средний удой за третью лактацию у 20 коров стада.

2. Определить среднее содержание белка в молоке коров четвертой лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число комолости коров в стаде, если из 800 коров 759 были рогатыми.

4. За каждую из 5 минут от коровы надоили 5, 4, 2, 1 и 0,5 кг молока соответственно. Определить скорость молокоотдачи.

5. Рассчитать среднюю окружность основания соска вымени коров, если известны следующие данные:

обхват соска, см:	6	5	7	8	6	5,5
количество коров, гол.:	5	3	4	3	1	6

6. Определить средний объем 5 куриных яиц, если известно, что они имели следующий объем (см<sup>3</sup>): 16,8; 16,1; 14,5; 15,9; 15,5.

### Вариант 25

1. Определить среднюю длину грудного плавника у окуня в выборке ( $n = 7$ ), составленной при контрольном облове, если длина грудного плавника у особей составляла (мм): 28, 31, 30, 29, 27, 29, 32.

2. Рассчитать среднюю массу гонад самцов карпа в трех водоемах, если известно, что в первом водоеме содержится 560 особей, во втором – 830, в третьем – 1250, а средняя масса гонад составляет соответственно 98, 74, 88 г.

3. Определить среднее арифметическое число пигментированных эмбрионов карпа, если из 630 эмбрионов карпа пигментированных – 330.

4. Определить среднюю скорость голубой акулы, если за 5 минут она преодолела расстояние, равное 3,5 км; при этом за первые 3 минуты акула прошла по 750 м, а за четвертую и пятую минуты – по 650 и 600 м соответственно.

5. Вычислить средний диаметр икринок чехони, если известны следующие данные:

диаметр икринок, мм <sup>2</sup> :	3,0	2,7	3,5	3,3	4,0	3,8
количество икринок, шт.:	5	8	4	2	1	6

6. Рассчитать средний объем 10 икринок байкальского омуля, если известно, что они имели следующий объем (мм<sup>3</sup>): 1,3; 2,1; 1,8; 2,2; 1,5; 1,8; 1,9; 2,4; 1,6; 1,7.

### Вариант 26

1. По данным прил. 2 рассчитать средний удой за вторую лактацию у 15 коров стада.

2. Определить среднее содержание белка в молоке коров третьей лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число коров стада, страдающих эндометритами, если из 1500 гол. 295 больны эндометритами.

4. Определить среднюю скорость кобылы, если за первый час пути она прошла 15 км, за следующие 2 часа – по 20 км и за последние 3 часа – по 14 км.

5. Вычислить средний диаметр ядра клетки 4 суточных перепелиных яиц, если известен диаметр каждого из них (мм): 2,3; 1,8; 1,6; 2,0.

6. Определить средний объем 8 куриных яиц, если известно, что они имели следующий объем (см<sup>3</sup>): 15,8; 15,1; 16,5; 15,9; 15,5; 15,7; 16,1; 15,6.

### Вариант 27

1. Определить среднее количество трехдневных личинок на одну самку лахвинского карпа, если данный показатель по 5 самкам составил (тыс. шт.): 115, 130, 127, 170, 120.

2. Определить среднесуточный прирост живой массы карпов двухлеток за сезон, если известно, что в мае среднесуточный прирост составил 1 г; в июне – 2,1 г; в июле – 3,8 г; в августе – 3,2 г; в сентябре – 0,5 г.

3. Определить среднее арифметическое число карпов, больных псевдомонозом, если из 800 особей 759 были здоровыми.

4. За каждый из 5 часов лещ прошел по реке 5, 4, 2, 1 и 0,5 км соответственно. Определить скорость движения леща по реке.

5. Рассчитать средний диаметр икринок ручьевой форели, если известны следующие данные:

диаметр икринок, мм:	6	5	4	4,5	5,5
количество икринок, шт.:	6	3	4	3	6

6. Определить средний объем 5 икринок сельди-черноспинки, если известно, что они имели следующий объем (мм<sup>3</sup>): 16,8; 16,1; 14,5; 15,9; 15,5.

### Вариант 28

1. По данным прил. 2 рассчитать среднюю живую массу 10 коров четвертой лактации.

2. Определить среднее содержание белка в молоке коров второй лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число кур-несушек, имеющих белую окраску, если в птичнике из 10000 кур 8500 белого цвета.

4. Определить среднюю скорость молокоотдачи у коровы, если за 3 минуты выдоено 6 кг молока, в том числе за первую минуту – 2 кг, за вторую – 3 кг, за третью – 1 кг.

5. Определить средний диаметр 5 зигот до начала их дробления, если известен диаметр каждой из них (мкм): 60; 70; 58; 65; 75.

6. Определить средний объем жировых шариков молока, если известны следующие данные:

объем жировых шариков ( $x_i$ ), мкм <sup>3</sup> :	7,6	9,5	6,0	7,4	5,6	6,8
количество жировых шариков ( $n_i$ ):	26	41	20	31	25	10

### Вариант 29

1. Определить средний прирост массы карпов-годовиков за нагул, если известно, что данный показатель по 7 особям составил (г): 420, 370, 507, 460, 395, 400, 415.

2. Определить среднесуточный прирост живой массы карпов в возрасте трех лет за сезон, если известно, что в мае среднесуточный прирост составил 3 г; в июне – 5,3 г; в июле – 6,3 г; в августе – 4,3 г; в сентябре – 1 г.

3. Определить среднее арифметическое число личинок карпа, родившихся без анального плавника, если из 1500 личинок 95 имеют данную генетическую аномалию.

4. Определить среднюю скорость тигровой акулы, если за первый час пути она прошла расстояние, равное 15 км, за следующие 2 часа – по 20 км и за последние 3 часа – по 18 км.

5. Вычислить средний диаметр первичных половых клеток у 4 особей пеляди, если известен средний диаметр каждой из них (мкм): 12,3; 11,8; 11,6; 20,0.

6. Определить средний объем 8 икринок пестрого толстолобика, если известно, что они имели следующий объем (мм<sup>3</sup>): 15,8; 15,1; 16,5; 15,9; 15,5; 15,7; 16,1; 15,6.

### Вариант 30

1. По данным прил. 2 рассчитать среднюю живую массу 20 коров третьей лактации.

2. Определить среднее содержание белка в молоке коров первой лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число коров, имеющих добавочные соски, если в стаде из 4000 коров 600 имеют по 6 сосков.

4. За каждую из 6 минут от коровы надоили 2; 5; 4; 2; 3 и 0,5 кг молока соответственно. Определить скорость молокоотдачи.

5. Определить среднюю площадь корзинок 10 наугад отобранных растений подсолнечника, если известны следующие данные:

площадь корзинок, см <sup>2</sup> :	50	95	130	175	200	220
количество корзинок, шт.:	1	1	2	3	2	1

6. Определить средний объем 8 перепелиных яиц, если известно, что они имели следующий объем (см<sup>3</sup>): 2,2; 3,9; 2,5; 3,0; 3,3; 2,7; 2,1; 3,6.

### Вариант 31

1. Определить среднее количество эякулята самцов югославского карпа, если данный показатель по 5 самцам составил (мл): 5, 12, 27, 30, 31.

2. Определить среднесуточный прирост живой массы сеголеток карпа за сезон, если известно, что в июне среднесуточный прирост составил 3 г; в июле – 6 г; в августе – 12 г; в сентябре – 4 г.

3. Определить среднее арифметическое число линейных карпов, если из 630 особей полностью покрытых чешуей – 330.

4. Определить среднюю скорость движения горбуши на нерест, если за 3 часа пройдено 16 км, в том числе за первый час – 6 км, за второй и третий часы – соответственно 5,5 и 4,5 км.

5. Определить средний диаметр 5 зигот до начала их дробления, если известен диаметр каждой из них (мкм): 60; 70; 58; 65; 75.

6. Определить средний объем икринок щуки, если известны следующие данные:

объем икринок ( $x_i$ ), мм <sup>3</sup> :	7,6	9,5	6,0	7,4	5,6	6,8
количество икринок ( $n_i$ ):	26	41	20	31	25	10

### Вариант 32

1. Определить среднюю величину суточного удоя 5 коров, если известно, что от них надоили 10; 15; 12; 25 и 20 кг молока.

2. Определить среднее содержание жира в молоке коров четвертой лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число коров, принесших двойню, если из 1000 коров стада 27 отелились двойнями.

4. Определить среднюю скорость кобылы ахалтекинской породы, если на скачках за 7 минут она преодолела расстояние, равное 5 км; при этом за первые 4 минуты лошадь прошла по 800 м, а за пятую, шестую и седьмую минуты – по 700, 600, 500 м соответственно.

5. Вычислить средний диаметр ядра клетки 6 суточных перепелиных яиц, если известен диаметр каждого из них (мм): 1,7; 2,3; 2,1; 1,8; 1,6; 2,0.

6. Определить средний объем жировых шариков молока, если известны следующие данные:

объем жировых шариков ( $x_i$ ), мкм <sup>3</sup> :	10,0	11,5	8,9	9,6	10,2	12,0
количество жировых шариков ( $n_i$ ):	11	5	14	16	9	3

### Вариант 33

1. Определить среднюю живую массу двухгодовиков европейского сома, если живая масса 6 выловленных особей составила (кг): 1,8; 1,5; 1,57; 1,74; 1,65; 1,5.

2. Определить среднюю живую массу белого амура, если в первом ведре оказалось 7 особей со средней живой массой 3 кг; во втором ведре – 10 особей со средней живой массой 2,5 кг; в третьем ведре – 9 особей со средней живой массой 3,2 кг.

3. Определить среднее число самок в выводке стерляди, если из 4000 особей 2500 оказались самцами.

4. За каждый из 6 часов карп прошел к месту нереста 2; 5; 4; 2; 3 и 0,5 км пути соответственно. Определить скорость движения карпа на нерест.

5. Рассчитать средний диаметр икринок ручьевой форели, если известны следующие данные:

диаметр икринок, мм:	3,2	4	3	6,5	5
количество икринок, шт.:	7	4	2	3	5

6. Определить средний объем 8 икринок окуня, если известно, что они имели следующий объем (мм<sup>3</sup>): 2,2; 3,9; 2,5; 3,0; 3,3; 2,7; 2,1; 3,6.

### Вариант 34

1. Определить среднюю живую массу новорожденных телят, если живая масса 8 животных составляла (кг): 29, 28, 25, 34, 26, 37, 30, 32.

2. Определить среднее содержание жира в молоке коров третьей лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число овец романовской породы, принесших по 4 ягненка за окот, если в отаре из 800 овец таких животных 50 гол.

4. При перегоне на новое пастбище отара овец за 3 часа пути преодолела расстояние, равное 15 км, за последующие 2 часа – 8 км и за последний час – 5 км. Определить среднюю скорость движения отары овец.

5. При оценке мясной продуктивности свиней определяли площадь «мышечного глазка» в полутушах. Вычислить среднюю площадь «мышечного глазка», если известны следующие данные:

площадь «мышечного глазка», см <sup>2</sup> :	25	18	30	34	27	21
количество полутуш, шт.:	4	9	6	2	1	3

6. Рассчитать средний объем 7 жировых шариков молока, если известно, что они имели следующий объем (мкм<sup>3</sup>): 5,1; 4,8; 4,5; 5,8; 6,4; 5,6; 5,7.

### Вариант 35

1. Определить среднюю относительную толщину тела самок лия, отобранных в маточное стадо, если относительная толщина тела у 7 самок составляла (%): 13,5; 14,1; 13,7; 15,0; 14,8; 14,2; 13,9.

2. Определить среднюю живую массу европейского сома, если в первом контейнере оказалось 6 особей со средней живой массой 2,3 кг; во втором контейнере – 7 особей со средней живой массой 3 кг; в третьем контейнере – 9 особей со средней живой массой 3,5 кг.

3. Определить среднее арифметическое число непигментированных эмбрионов карпа, если из 1000 эмбрионов карпа пигментированных – 780.

4. Определить среднюю скорость движения косяка тунца, если за 7 часов он преодолел расстояние, равное 250 км; при этом за первые 4 часа косяк прошел по 30 км, за пятый час – 60 км, а за шестой и седьмой часы – по 35 км.

5. Вычислить средний диаметр икринок пеляди, если известен диаметр каждой из них (мм): 1,7; 2,3; 2,1; 1,8; 1,6; 2,0.

6. Определить средний объем икринок сельди-черноспинки, если известны следующие данные:

объем икринок ( $x_i$ ), мм <sup>3</sup> :	10,0	11,5	8,9	9,6	10,2	12,0
количество икринок ( $n_i$ ):	11	5	14	16	9	3

### Вариант 36

1. Определить среднюю живую массу 6 поросят, если известно, что они имели следующую живую массу (кг): 1,3; 1,0; 1,1; 1,2; 0,9; 1,0.

2. Определить среднее содержание жира в молоке коров второй лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число коров из стада в 1000 гол., имеющих ваннообразную форму вымени, если количество таких животных в стаде составило 96 гол.

4. Определить среднюю скорость молокоотдачи у коровы, если за 4 минуты выдоено 10 кг молока, в том числе за первую минуту – 2,5 кг, за вторую и третью – по 3 кг, а за четвертую – 1,5 кг молока.

5. Вычислить средний диаметр ядра клетки суточных перепелиных яиц, если известны следующие данные:

диаметр ядра, мм:	2,1	1,5	1,4	2,0	1,6	1,9
количество клеток, шт.:	1	6	10	11	5	9

6. Определить средний объем 5 куриных яиц, если известно, что они имели следующий объем (см<sup>3</sup>): 15,1; 16,5; 15,5; 16,1; 15,6.

### Вариант 37

1. Определить среднюю живую массу пестрого толстолобика в возрасте трех лет, если живая масса 6 выловленных особей составила (г): 500, 470, 510, 495, 512, 550.

2. Рассчитать среднюю длину тела производителей сазана в трех водоемах, если известно, что в первом водоеме содержится 115 особей, во втором – 270, в третьем – 300, а средняя длина тела их составляет соответственно 62, 56 и 48 см.

3. Определить среднее арифметическое число карпов, больных псевдомонозом, если из 700 особей 630 были здоровыми.

4. При переходе на нерест ручьевая форель за 3 суток пути преодолела 15 км, за последующие 2 суток – 8 км и за последние сутки – 5 км. Определить среднюю скорость движения форели.

5. Рассчитать средний диаметр икринок ручьевой форели, если известны следующие данные:

диаметр икринок, мм:	3,6	4,1	3,2	6,0	5,0
количество икринок, шт.:	8	1	6	4	1

6. Рассчитать средний объем 7 икринок щуки, если известно, что они имели следующий объем (мм<sup>3</sup>): 5,1; 4,8; 4,5; 5,8; 6,4; 5,6; 5,7.

### Вариант 38

1. От 7 кур-несушек получили следующее количество яиц в год: 250, 230, 235, 218, 270, 242, 248. Определить среднюю яйценоскость кур.

2. Определить среднее содержание жира в молоке коров первой лактации (прил. 2).

3. Определить среднее арифметическое число коров из стада в 1800 гол., имеющих козью форму вымени, если количество таких животных в стаде составило 53 гол.

4. За каждую из 5 минут от коровы надоили 1,5; 2,5; 4; 3 и 1 кг молока соответственно. Определить скорость молокоотдачи.

5. Определить средний диаметр 8 зигот до начала их дробления, если известен диаметр каждой из них (мкм): 53; 60; 70; 67; 58; 65; 71; 75.

6. Определить средний объем амниона коровы в 35 дней беременности, если известны следующие данные по группе:

объем амниона, см <sup>3</sup> :	27,3	26,8	27,1	26,2	28,0	26,0
количество коров, гол.:	5	6	10	11	9	9

### Вариант 39

1. Определить среднюю выживаемость сеголеток канального сома (в % от подрощенной личинки), если в одном водоеме этот показатель составил 80 %, в другом – 75 %, а в третьем – 88 %.

2. Рассчитать среднюю длину тела производителей карпа в трех водоемах, если известно, что в первом водоеме содержится 60 особей, во втором – 70, в третьем – 30, а средняя длина тела составляет соответственно 47, 58 и 53 см.

3. Определить среднее арифметическое число личинок карпа, родившихся без анального плавника, если из 1000 личинок 27 имеют данную генетическую аномалию.

4. Определить среднюю скорость движения карпа на нерест, если за 5 часов пройдено 22 км, в том числе за первый час – 6 км, за второй, третий, четвертый и пятый часы – соответственно 5,5; 4,5; 1 и 5 км.

5. Вычислить средний диаметр ядра первичных половых клеток у пеляди, если известны следующие данные:

диаметр ядра, мм:	9,1	8,5	9,4	9,0	9,6	9,9
количество клеток, шт.:	1	6	10	11	5	9

6. Определить средний объем 5 икринок ручьевой форели, если известно, что они имели следующий объем (мм<sup>3</sup>): 15,1; 16,5; 15,5; 16,1; 15,6.

### Вариант 40

1. Определить средний выход сеголеток белого амура (в % от посадки недорощенных личинок), если в одном водоеме этот показатель составил 25 %, в другом – 20 %, а в третьем – 27 %.

2. Рассчитать среднюю длину грудного плавника у окуня в трех водоемах, если известно, что из первого пруда выловили 27 окуней, из второго – 38, из третьего – 21, а средняя длина грудного плавника составляет соответственно 20, 24, 25 см.

3. Определить среднее арифметическое число зеркальных карпов, если из 1800 особей полностью покрытых чешуей – 1747.

4. За каждый из 5 часов косяк сеголеток прошел 1,5; 2,5; 4; 3 и 1 км соответственно. Определить скорость движения косяка.

5. Определить средний диаметр 8 зигот до начала их дробления, если известен диаметр каждой из них (мкм): 53; 60; 70; 67; 58; 65; 71; 75.

6. Определить средний объем икринок сельди-черноспинки, если известны следующие данные:

объем икринок ( $x_i$ ), мм <sup>3</sup> :	10,1	12,5	8,6	7,6	9,2	11,0
количество икринок ( $n_i$ ):	10	6	18	20	1	3

### ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБРАБОТКИ МАЛОЙ ВЫБОРКИ

**Задание 1.** По данным прил. 3–10 биометрическим способом обработать рыбоводные показатели, при условии что количество изучаемых объектов не более 30 шт. ( $n < 30$ ):

1) установить лимиты и вычислить размах варьирующего признака ( $\lim; R$ );

2) данные сгруппировать в статистическую таблицу;

3) рассчитать среднюю арифметическую величину двумя способами ( $\bar{X}, \bar{X}_A$ );

4) вычислить среднее квадратическое отклонение для малой выборки ( $\sigma$ );

5) определить ошибку репрезентативности для показателя средней величины изучаемого признака ( $m_x$ );

- 6) вычислить коэффициент вариации ( $C_v$ );
- 7) построить полигон распределения;
- 8) определить границы варьирования признаков по правилу трех сигм ( $\bar{X} \pm 3\sigma$ );
- 9) отметить границы совокупности на графике распределения;
- 10) обосновать полученные результаты, подтвердив их аргументированными выводами;
- 11) проверить единицы измерения варьирующих признаков и статистических параметров.

**Задание 2.** По данным прил. 2, 11–22 биометрическим способом обработать животноводческие показатели, при условии что количество изучаемых объектов не более 30 шт. ( $n < 30$ ):

- 1) установить лимиты и вычислить размах варьирующего признака ( $\text{lim}; R$ );
- 2) данные сгруппировать в статистическую таблицу;
- 3) рассчитать среднюю арифметическую величину двумя способами ( $\bar{X}, \bar{X}_A$ );
- 4) вычислить среднее квадратическое отклонение для малой выборки ( $\sigma$ );
- 5) определить ошибку репрезентативности для показателя средней величины изучаемого признака ( $m_x$ );
- 6) вычислить коэффициент вариации ( $C_v$ );
- 7) построить полигон распределения;
- 8) определить границы варьирования признаков по правилу трех сигм ( $\bar{X} \pm 3\sigma$ );
- 9) отметить границы совокупности на графике распределения;
- 10) обосновать полученные результаты, подтвердив их аргументированными выводами;
- 11) проверить единицы измерения варьирующих признаков и статистических параметров.

## ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОБРАБОТКИ БОЛЬШОЙ ВЫБОРКИ

**Задание 1.** По данным прил. 3–10 биометрическим способом обработать рыбоводные показатели, при условии что количество изучаемых объектов не менее 30 шт. ( $n > 30$ ):

- 1) определить объем выборки;

2) установить лимиты и вычислить размах варьирующего признака ( $\text{lim}; R$ );

3) вычислить число классов в вариационном ряду и рассчитать классные промежутки ( $i, K$ );

4) построить вариационный ряд и заполнить статистическую таблицу;

5) рассчитать среднюю арифметическую для большой выборки ( $\bar{X}$ );

6) вычислить среднее квадратическое отклонение для большой выборки ( $\sigma$ );

7) вычислить коэффициент вариации ( $C_v$ );

8) определить ошибку репрезентативности для всех статистических показателей ( $m_x, m_\sigma, m_{C_v}$ );

9) рассчитать по всем параметрам критерий достоверности ( $t_x, t_\sigma, t_{C_v}$ );

10) вычислить доверительные границы для генеральной совокупности ( $\bar{X}_{\text{ген}}, \sigma_{\text{ген}}, C_{v(\text{ген})}$ );

11) определить границы варьирования признаков по правилу трех сигм ( $\bar{X} \pm 3\sigma$ );

12) построить полигон распределения;

13) отметить границы совокупности на графике распределения;

14) построить гистограмму распределения;

15) построить кумуляту;

16) обосновать полученные результаты, подтвердив их аргументированными выводами;

17) проверить единицы измерения варьирующих признаков и статистических параметров.

**Задание 2.** По данным прил. 2, 11–22 биометрическим способом обработать животноводческие показатели, при условии что количество изучаемых объектов не менее 30 шт. ( $n > 30$ ):

1) определить объем выборки;

2) установить лимиты и вычислить размах варьирующего признака ( $\text{lim}; R$ );

3) вычислить число классов в вариационном ряду и рассчитать классные промежутки ( $i, K$ );

4) построить вариационный ряд и заполнить статистическую таблицу;

5) рассчитать среднюю арифметическую величину для большой выборки ( $\bar{X}$ );

- 6) вычислить среднее квадратическое отклонение для большой выборки ( $\sigma$ );
- 7) вычислить коэффициент вариации ( $C_v$ );
- 8) определить ошибку репрезентативности для всех статистических показателей ( $m_x, m_\sigma, m_{C_v}$ );
- 9) рассчитать по всем параметрам критерий достоверности ( $t_x, t_\sigma, t_{C_v}$ );
- 10) вычислить доверительные границы для генеральной совокупности ( $\bar{X}_{\text{ген}}, \sigma_{\text{ген}}, C_{v(\text{ген})}$ );
- 11) определить границы варьирования признаков по правилу трех сигм ( $\bar{X} \pm 3\sigma$ );
- 12) построить полигон распределения;
- 13) отметить границы совокупности на графике распределения;
- 14) построить гистограмму распределения;
- 15) построить кумуляту;
- 16) обосновать полученные результаты, подтвердив их аргументированными выводами;
- 17) проверить единицы измерения варьирующих признаков и статистических параметров.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

**Значение критерия достоверности по Стьюденту – Фишеру  
при трех уровнях вероятности  $P$  и разных числах степеней свободы  $\nu$ ,  
дающее достоверную величину средней арифметической  
и достоверность разности при малом и большом числе наблюдений**

Число степеней свободы $\nu$	Уровень вероятности			Число степеней свободы $\nu$	Уровень вероятности		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
	Значение $t$				Значение $t$		
1	12,71	63,66	637	19	2,09	2,86	3,88
2	4,30	9,92	31,60	20	2,09	2,85	3,85
3	3,18	5,84	12,94	21	2,08	2,83	3,82
4	2,78	4,60	8,61	22	2,07	2,82	3,79
5	2,57	4,03	6,86	23	2,07	2,81	3,77
6	2,45	3,71	5,96	24	2,06	2,80	3,75
7	2,37	3,50	5,41	25	2,06	2,79	3,73
8	2,31	3,36	5,04	26	2,06	2,78	3,71
9	2,26	3,25	4,78	27	2,05	2,77	3,69
10	2,23	3,17	4,59	28	2,05	2,76	3,67
11	2,20	3,11	4,44	29	2,05	2,76	3,66
12	2,18	3,06	4,32	30	2,04	2,75	3,65
13	2,16	3,01	4,22	35–39	2,03	2,72	3,59
14	2,15	2,98	4,14	40–44	2,02	2,70	3,55
15	2,13	2,95	4,07	45–60	2,01	2,66	3,50
16	2,12	2,92	4,02	70–100	1,98	2,63	3,39
17	2,11	2,90	3,97	120 и более	1,96	2,58	3,29
18	2,10	2,88	3,92				



# Литература

- |  |
|--|
| <p>1. Генетика с основами биометрии: пособие / А. Д. Шацкий, Э. И. Бариева, В. Б. Андалюкевич, С. Е. Базылев, Д. С. Долина. – Мн. : ГУ «Учебно-методический центр Минсельхозпрода», 2010. – 257 с.</p>   |
| <p>2. Лакин , Г. Ф. Биометрия / Г. Ф. Лакин. – Москва : Высш. шк., 1990. – 352 с.</p>  |
| <p>3. Плохинский , Н. А. Биометрия / Н. А. Плохинский. – Москва : Моск. ун-т, 1978. – 367 с.</p>   |
| <p>4. Рокицкий П. Ф. Биологическая статистика / П. Ф. Рокицкий. – Мн.: Вышэйшая школа, 1973. – 320 с.</p>  |
| <p>1. Вишневец, А. В. Биометрия в животноводстве : учеб. - метод. пособие для студентов, магистрантов по специальностям 1 - 74 80 03 «Зоотехния» и 1 - 74 80 04 «Ветеринария», аспирантов и соискателей / А. В. Вишневец, В. Ф. Соболева, Т. В. Видасова. - Витебск : ВГАВМ, 2017. - 44 с.</p> |
| <p>2. Гланц, С. Медико-биологическая статистика. Пер. с англ. – М.: Практика, 1998. – 459 с.</p>   |
| <p>3. Еськова, О. И. Основы статистической обработки информации: пособие / О.И. Еськова, Л. П.</p>   |

Авдашкова, М. А. Грибовская. – Мн.: Беларусь, 2011. – 175 с.

4. Ивантер, Э. В., Коросов, А. В. Элементарная биометрия : учеб. пособие / Э. В.

5. Чайковская, Н.А. Биометрия: курс лекций: Часть 1-ая. - Учебное пособие для студентов биологических специальностей высших учебных заведений. – Гродно: ГГАУ. - 2012, 50 с.

6. Чайковская, Н.А. Биометрия: курс лекций: Часть 2-ая. - Учебное пособие для студентов биологических специальностей высших учебных заведений. – Гродно: ГГАУ. - 2012, 50 с.

7. Элементарная биометрия : учеб. пособие / Э. В. Ивантер, А. В. Коросов. — Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2010. — 104 с.

**Продуктивность коров черно-пестрой белорусской породы скота**

№ п. п.	Кличка	Лактация	Удой, кг		Живая масса, кг	Содержание в молоке, %	
			за лактацию	суточный		жира	белка
1	Утряна	2	6600	22	580	4,2	3,2
2	Зорька	1	4650	15	450	3,9	3,3
3	Модница	3	7050	23	600	3,7	3,1
4	Звезда	3	8650	28	650	3,6	3,3
5	Белка	2	6300	21	560	3,7	3,2
6	Чернушка	2	5600	18	650	3,9	3,2
7	Веснушка	1	5700	19	580	4,2	3,3
8	Золушка	4	9500	31	680	3,9	3,3
9	Буренка	2	7000	23	550	4,3	3,3
10	Дымок	1	6000	20	500	3,6	3,2
11	Красавка	4	9100	30	600	3,7	3,2
12	Милашка	2	7600	25	650	3,8	3,4
13	Зайка	3	8880	29	760	3,6	3,4
14	Зарница	1	3000	10	650	3,5	3,3
15	Рубашка	2	3400	11	620	3,7	3,3
16	Мартышка	1	2900	9	500	3,9	3,2
17	Клубничка	1	3200	10	550	3,5	3,3
18	Лисичка	4	4500	15	700	3,6	3,2
19	Вольнка	2	5500	18	600	3,4	3,4
20	Солнышко	3	7500	25	655	3,5	3,2
21	Скрипка	1	3000	10	580	4,2	3,2
22	Закуска	4	8500	28	700	4,0	3,4
23	Кружка	2	4500	15	580	3,6	3,2
24	Панда	3	9500	30	750	4,1	3,3
25	Доша	1	3800	13	600	3,7	3,1
26	Роза	4	9800	32	750	3,6	3,3
27	Травка	3	8000	26	660	3,7	3,2
28	Малина	2	5000	16	650	3,9	3,2
29	Тучка	4	7500	25	780	4,0	3,3
30	Ночка	1	4500	15	580	3,6	3,3
31	Ивушка	3	9400	29	650	4,2	3,3
32	Люсьен	2	7100	23	600	3,6	3,2
33	Мимино	4	11500	38	700	4,2	3,2
34	Пуня	3	10050	33	650	3,8	3,4
35	Щепка	3	8500	27	760	3,6	3,4
36	Цифра	1	3900	14	650	3,5	3,3
37	Штора	4	9900	33	620	3,7	3,3
38	Афоня	3	10400	34	700	4,2	3,2
39	Липа	4	12500	41	650	3,3	3,3
40	Луна	2	5500	18	500	3,6	3,2
41	Груша	3	9500	31	580	4,2	3,4
42	Воля	4	10800	36	650	3,9	3,2

## Длина и масса самок лосося разных возрастных групп

№ п. п.	Возраст					
	1,2+		1,3+		2,2+	
	Длина, см	Масса, кг	Длина, см	Масса, кг	Длина, см	Масса, кг
	2	3	4	5	6	7
1	77,1	5,6	87,2	7,7	94,3	9,4
2	82,3	6,8	92,4	8,9	99,5	10,6
3	77,9	5,9	88,0	8,0	95,1	9,7
4	80,9	6,2	91,0	8,3	98,1	10,0
5	77,6	5,7	87,7	7,8	94,8	9,5
6	82,8	6,9	92,9	9,0	96,7	10,7
7	78,4	6,0	88,5	8,1	95,6	9,8
8	81,4	6,3	91,5	8,4	98,6	10,1
9	76,6	5,8	86,7	7,9	93,8	9,6
10	81,8	7,0	91,9	9,1	99,0	10,8
11	77,4	6,1	87,5	8,2	94,6	9,9
12	80,4	6,4	90,5	8,5	97,6	10,2
13	76,1	5,4	86,2	7,5	93,3	9,2
14	81,3	6,6	91,4	8,7	98,5	10,4
15	76,9	5,7	87,0	7,8	94,1	9,5
16	79,9	6,0	90,0	8,1	97,1	9,8
17	76,6	5,5	86,7	7,6	93,8	9,3
18	81,8	6,7	91,9	8,8	99,0	10,5
19	77,4	5,8	87,5	7,9	94,6	9,6
20	80,4	6,1	90,5	8,2	97,6	9,9
21	75,6	5,6	85,7	7,7	92,8	9,4
22	80,8	6,8	90,9	8,9	98,0	10,6
23	76,4	5,9	86,5	8,0	93,6	9,7
24	79,4	6,2	89,5	8,3	96,6	10,0
25	78,1	5,9	88,2	8,0	95,3	9,7
26	81,3	6,8	91,4	8,9	98,5	10,6
27	78,9	6,2	89,0	8,3	96,1	10,0
28	81,9	6,5	92,0	8,6	99,1	10,3
29	78,6	6,0	88,7	8,1	95,8	9,8
30	81,8	6,9	91,9	9,0	99,0	10,7
31	79,4	6,3	89,5	8,4	96,6	10,1
32	82,4	6,6	92,5	8,7	99,6	10,4
33	77,6	6,1	87,7	8,2	94,8	9,9
34	82,8	7,0	92,9	9,1	94,8	9,5
35	78,4	6,4	88,5	8,5	95,6	10,2
36	81,4	6,7	91,5	8,8	98,6	10,5
37	77,1	5,7	87,2	7,8	94,3	9,5
38	82,3	6,9	92,4	9,0	99,5	10,7

## Продолжение прил. 3

1	2	3	4	5	6	7
39	77,9	6,0	88,0	8,1	95,1	9,8
40	80,9	6,3	91,0	8,4	98,1	10,1
41	77,6	5,8	87,7	7,9	94,8	9,6
42	82,8	7,0	92,9	9,1	94,8	9,5
43	78,4	6,1	88,5	8,2	95,6	9,9
44	81,4	6,4	91,5	8,5	98,6	10,2
45	76,6	5,9	86,7	8,0	93,8	9,7
46	81,8	6,8	91,9	8,9	99,0	10,6
47	77,4	6,2	87,5	8,3	94,6	10,0
48	80,4	6,5	90,5	8,6	97,6	10,3
49	76,1	5,6	86,2	7,7	93,3	9,4
50	81,3	6,8	91,4	8,9	98,5	10,6
51	76,9	5,9	87,0	8,0	94,1	9,7
52	79,9	6,2	90,0	8,3	97,1	10,0
53	76,6	5,7	86,7	7,8	93,8	9,5
54	81,8	6,9	91,9	9,0	99,0	10,7
55	77,4	6,0	87,5	8,1	94,6	9,8
56	80,4	6,3	90,5	8,4	97,6	10,1
57	75,6	5,8	85,7	7,9	92,8	9,6
58	80,8	7,0	90,9	9,1	98,0	10,8
59	76,4	6,1	86,5	8,2	93,6	9,9
60	79,4	6,4	89,5	8,5	96,6	10,2
61	75,1	5,4	85,2	7,5	92,3	9,2
62	80,3	6,6	90,4	8,7	97,5	10,4
63	75,9	5,7	86,0	7,8	93,1	9,5
64	78,9	6,0	89,0	8,1	96,1	9,8
65	75,6	5,5	85,7	7,6	92,8	9,3
66	80,8	6,7	90,9	8,8	98,0	10,5
67	76,4	5,8	86,5	7,9	93,6	9,6
68	79,4	6,1	89,5	8,2	96,6	9,9
69	74,6	5,6	84,7	7,7	91,8	9,4
70	79,8	6,8	89,9	8,9	97,0	10,6
71	75,4	5,9	85,5	8,0	92,6	9,7
72	78,4	6,2	88,5	8,3	95,6	10,0
73	77,1	5,9	87,2	8,0	94,3	9,7
74	80,3	6,8	90,4	8,9	97,5	10,6
75	77,9	6,2	88,0	8,3	95,1	10,0
76	80,9	6,5	91,0	8,6	98,1	10,3
77	77,6	6,0	87,7	8,1	94,8	9,8
78	80,8	6,9	90,9	9,0	98,0	10,7
79	78,4	6,3	88,5	8,4	95,6	10,1
80	81,4	6,6	91,5	8,7	98,6	10,4
81	76,6	6,1	86,7	8,2	93,8	9,9

Окончание прил. 3

1	2	3	4	5	6	7
82	81,8	7,0	91,9	9,1	99,0	10,8
83	77,4	6,4	87,5	8,5	94,6	10,2
84	80,4	6,7	90,5	8,8	97,6	10,5
85	76,1	5,7	86,2	7,8	93,3	9,5
86	81,3	6,9	91,4	9,0	98,5	10,7
87	76,9	6,0	87,0	8,1	94,1	9,8
88	79,9	6,3	90,0	8,4	97,1	10,1
89	76,6	5,8	86,7	7,9	93,8	9,6
90	81,8	7,0	91,9	9,1	99,0	10,8
91	77,4	6,1	87,5	8,2	94,6	9,9
92	80,4	6,4	90,5	8,5	97,6	10,2
93	75,6	5,9	85,7	8,0	92,8	9,7
94	80,8	6,8	90,9	8,9	98,0	10,6
95	76,4	6,2	86,5	8,3	93,6	10,0

Приложение 4

Средние значения длины и массы самок кумжи в возрасте 2,2+

№ п. п.	Длина, см	Масса, кг	№ п. п.	Длина, см	Масса, кг
1	2	3	4	5	6
1	60,8	2,5	51	61,2	2,8
2	60,1	2,5	52	60,5	2,8
3	63,1	2,7	53	63,5	3,0
4	62,0	2,7	54	62,4	3,0
5	61,4	2,6	55	61,8	2,9
6	63,2	2,7	56	63,6	3,0
7	64,6	3,0	57	65,0	3,3
8	63,2	2,9	58	63,6	3,2
9	61,3	2,7	59	61,7	3,0
10	60,6	2,7	60	61,0	3,0
11	63,6	2,9	61	64,0	3,2
12	62,5	2,9	62	62,9	3,2
13	61,9	2,8	63	62,3	3,1
14	63,7	2,9	64	64,1	3,2
15	65,1	3,2	65	65,5	3,5
16	63,7	3,1	66	64,1	3,4
17	63,7	3,1	67	64,1	3,4
18	61,8	2,9	68	62,2	3,2
19	61,1	2,9	69	61,5	3,2
20	64,1	3,1	70	64,5	3,4
21	63,0	3,1	71	63,4	3,4
22	62,4	3,0	72	62,8	3,3

## Окончание прил. 4

1	2	3	4	5	6
23	64,2	3,1	73	64,6	3,4
24	65,6	3,4	74	66,0	3,7
25	64,2	3,3	75	64,6	3,6
26	61,3	2,7	76	61,7	3,0
27	60,6	2,7	77	61,0	3,0
28	63,6	2,9	78	64,0	3,2
29	62,5	2,9	79	62,9	3,2
30	61,9	2,8	80	62,3	3,1
31	63,7	2,9	81	64,1	3,2
32	65,1	3,2	82	65,5	3,5
33	63,7	3,1	83	64,1	3,4
34	61,8	2,9	84	62,2	3,2
35	61,1	2,9	85	61,5	3,2
36	64,1	3,1	86	64,5	3,4
37	63,0	3,1	87	63,4	3,4
38	62,4	3,0	88	62,8	3,3
39	64,2	3,1	89	64,6	3,4
40	65,6	3,4	90	66,0	3,7
41	64,2	3,3	91	64,6	3,6
42	64,2	3,3	92	64,6	3,6
43	62,3	3,1	93	62,7	3,4
44	61,6	3,1	94	62,0	3,4
45	64,6	3,3	95	65,0	3,6
46	63,5	3,3	96	63,9	3,6
47	62,9	3,2	97	63,3	3,5
48	64,7	3,3	98	65,1	3,6
49	66,1	3,6	99	66,5	3,9
50	64,7	3,5	100	65,1	3,8

## Приложение 5

## Средние значения длины и массы самцов кумжи в возрасте 2,2+

№ п. п.	Длина, см	Масса, кг	№ п. п.	Длина, см	Масса, кг
1	2	3	4	5	6
1	58,8	1,9	51	59,2	2,3
2	58,1	1,9	52	58,5	2,3
3	61,1	2,1	53	61,5	2,5
4	60,0	2,1	54	60,4	2,5
5	59,4	2,0	55	59,8	2,4
6	61,2	2,1	56	61,6	2,5
7	62,6	2,4	57	63,0	2,8
8	61,2	2,3	58	61,6	2,7

## Окончание прил. 5

1	2	3	4	5	6
9	59,3	2,1	59	59,7	2,5
10	58,6	2,1	60	59,0	2,5
11	61,6	2,3	61	62,0	2,7
12	60,5	2,3	62	60,9	2,7
13	59,9	2,2	63	60,3	2,6
14	61,7	2,3	64	62,1	2,7
15	63,1	2,6	65	63,5	3,0
16	61,7	2,5	66	62,1	2,9
17	61,7	2,5	67	62,1	2,9
18	59,8	2,3	68	60,2	2,7
19	59,1	2,3	69	59,5	2,7
20	62,1	2,5	70	62,5	2,9
21	61,0	2,5	71	61,4	2,9
22	60,4	2,4	72	60,8	2,8
23	62,2	2,5	73	62,6	2,9
24	63,6	2,8	74	64,0	3,2
25	62,2	2,7	75	62,6	3,1
26	59,3	2,1	76	59,7	2,5
27	58,6	2,1	77	59,0	2,5
28	61,6	2,3	78	62,0	2,7
29	60,5	2,3	79	60,9	2,7
30	59,9	2,2	80	60,3	2,6
31	61,7	2,3	81	62,1	2,7
32	63,1	2,6	82	63,5	3,0
33	61,7	2,5	83	62,1	2,9
34	59,8	2,3	84	60,2	2,7
35	59,1	2,3	85	59,5	2,7
36	62,1	2,5	86	62,5	2,9
37	61,0	2,5	87	61,4	2,9
38	60,4	2,4	88	60,8	2,8
39	62,2	2,5	89	62,6	2,9
40	63,6	2,8	90	64,0	3,2
41	62,2	2,7	91	62,6	3,1
42	62,2	2,7	92	62,6	3,1
43	60,3	2,5	93	60,7	2,9
44	59,6	2,5	94	60,0	2,9
45	62,6	2,7	95	63,0	3,1
46	61,5	2,7	96	61,9	3,1
47	60,9	2,6	97	61,3	3,0
48	62,7	2,7	98	63,1	3,1
49	64,1	3,0	99	64,5	3,4
50	62,7	2,9	100	63,1	3,3

## Размеры икринок у самок лосося с продолжительностью нагула в море 2+

№ п. п.	Масса, мг	Диаметр, мм	№ п. п.	Масса, мг	Диаметр, мм
1	2	3	4	5	6
1	154,8	0,57	51	155,8	0,52
2	148,3	0,57	52	149,3	0,52
3	159,8	0,61	53	160,8	0,56
4	158,3	0,63	54	159,3	0,58
5	139,3	0,53	55	140,3	0,48
6	143,8	0,59	56	144,8	0,54
7	144,8	0,55	57	145,8	0,50
8	137,4	0,58	58	138,4	0,53
9	152,1	0,60	59	153,1	0,55
10	140,5	0,56	60	141,5	0,51
11	153,9	0,61	61	154,9	0,56
12	148,5	0,53	62	149,5	0,48
13	113,7	0,68	63	114,7	0,63
14	116,2	0,68	64	117,2	0,63
15	136,5	0,70	65	137,5	0,65
16	143,3	0,69	66	144,3	0,64
17	97,0	0,66	67	98,0	0,61
18	123,3	0,71	68	124,3	0,66
19	120,6	0,66	69	121,6	0,61
20	128,7	0,63	70	129,7	0,58
21	120,0	0,68	71	121,0	0,63
22	112,0	0,70	72	113,0	0,65
23	136,9	0,68	73	137,9	0,63
24	97,0	0,71	74	98,0	0,66
25	199,0	0,53	75	198,0	0,58
26	182,6	0,59	76	181,6	0,64
27	201,5	0,55	77	200,5	0,60
28	177,5	0,58	78	176,5	0,63
29	166,1	0,60	79	165,1	0,65
30	191,5	0,56	80	190,5	0,61
31	185,1	0,61	81	184,1	0,66
32	170,7	0,53	82	169,7	0,58
33	187,3	0,68	83	186,3	0,73
34	194,0	0,68	84	193,0	0,73
35	171,5	0,70	85	170,5	0,75
36	201,5	0,69	86	200,5	0,74
37	120,0	0,68	87	119,0	0,73
38	112,0	0,70	88	111,0	0,75
39	136,9	0,68	89	135,9	0,73
40	97,0	0,71	90	96,0	0,76

Окончание прил. 6

1	2	3	4	5	6
41	199,0	0,53	91	198,0	0,58
42	182,6	0,59	92	181,6	0,64
43	201,5	0,55	93	200,5	0,60
44	177,5	0,58	94	176,5	0,63
45	166,1	0,60	95	165,1	0,65
46	143,8	0,59	96	142,8	0,64
47	144,8	0,55	97	143,8	0,60
48	137,4	0,58	98	136,4	0,63
49	152,1	0,60	99	151,1	0,65
50	140,5	0,56	100	139,5	0,61

Приложение 7

**Размеры икринок у самок лосося с продолжительностью нагула в море 3+**

№ п. п.	Масса, мг	Диаметр, мм	№ п. п.	Масса, мг	Диаметр, мм
1	166,0	0,64	51	167,0	0,59
2	201,5	0,70	52	202,5	0,65
3	167,7	0,64	53	168,7	0,59
4	147,0	0,64	54	148,0	0,59
5	168,5	0,65	55	169,5	0,60
6	151,8	0,63	56	152,8	0,58
7	171,4	0,62	57	172,4	0,57
8	124,5	0,66	58	125,5	0,61
9	151,5	0,62	59	152,5	0,57
10	112,0	0,56	60	113,0	0,51
11	168,8	0,64	61	169,8	0,59
12	124,5	0,56	62	125,5	0,51
13	214,3	0,72	63	215,3	0,67
14	215,9	0,72	64	216,9	0,67
15	217,1	0,73	65	218,1	0,68
16	199,5	0,71	66	200,5	0,66
17	192,1	0,70	67	193,1	0,65
18	197,7	0,72	68	198,7	0,67
19	192,0	0,67	69	193,0	0,62
20	187,7	0,67	70	188,7	0,62
21	203,6	0,71	71	204,6	0,66
22	190,0	0,70	72	191,0	0,65
23	203,1	0,77	73	204,1	0,72
24	217,1	0,77	74	218,1	0,72
25	187,7	0,63	75	186,7	0,68
26	208,7	0,63	76	207,7	0,68
27	184,2	0,63	77	183,2	0,68

1	2	3	4	5	6
28	178,2	0,65	78	177,2	0,70
29	180,3	0,62	79	179,3	0,67
30	174,1	0,63	80	173,1	0,68
31	184,5	0,60	81	183,5	0,65
32	168,5	0,61	82	167,5	0,66
33	183,2	0,64	83	182,2	0,69
34	168,7	0,62	84	167,7	0,67
35	187,1	0,64	85	186,1	0,69
36	182,2	0,63	86	181,2	0,68
37	151,8	0,67	87	150,8	0,72
38	171,4	0,67	88	170,4	0,72
39	124,5	0,71	89	123,5	0,76
40	151,5	0,70	90	150,5	0,75
41	112,0	0,77	91	111,0	0,82
42	168,8	0,77	92	167,8	0,82
43	124,5	0,63	93	123,5	0,68
44	214,3	0,63	94	213,3	0,68
45	215,9	0,63	95	214,9	0,68
46	217,1	0,65	96	216,1	0,70
47	199,5	0,62	97	198,5	0,67
48	192,1	0,63	98	191,1	0,68
49	197,7	0,77	99	196,7	0,82
50	192,0	0,63	100	191,0	0,68

## Приложение 8

## Репродуктивные показатели самок лосося в возрасте 2+ в море

№ п. п.	Масса отцеженной икры, кг	Рабочая плодовитость, шт.	Средняя масса овулировавших икринок, мг	№ п. п.	Масса отцеженной икры, кг	Рабочая плодовитость, шт.	Средняя масса овулировавших икринок, мг
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,89	9420	85,6	51	0,91	9920	84,7
2	0,80	9100	87,0	52	0,82	9600	86,1
3	0,82	8599	98,8	53	0,84	9099	97,9
4	0,77	8143	90,9	54	0,79	8643	90,0
5	0,82	8815	90,6	55	0,84	9315	89,7
6	1,35	12084	110,9	56	1,37	12584	110,0
7	1,52	12616	119,0	57	1,54	13116	118,1
8	1,44	13375	105,8	58	1,46	13875	104,9
9	1,44	12692	111,2	59	1,46	13192	110,3
10	1,39	9540	90,8	60	1,41	10040	89,9
11	1,30	9220	92,2	61	1,32	9720	91,3
12	1,32	8719	104,0	62	1,34	9219	103,1

## Окончание прил. 8

1	2	3	4	5	6	7	8
13	1,27	8263	96,1	63	1,29	8763	95,2
14	1,32	8935	95,8	64	1,34	9435	94,9
15	0,85	11964	116,1	65	0,87	12464	115,2
16	1,02	12496	124,2	66	1,04	12996	123,3
17	0,94	13255	111,0	67	0,96	13755	110,1
18	0,94	12572	116,4	68	0,96	13072	115,5
19	0,79	8520	84,1	69	0,81	9020	83,2
20	0,70	8200	85,5	70	0,72	8700	84,6
21	0,72	7699	97,3	71	0,74	8199	96,4
22	0,67	7243	89,4	72	0,69	7743	88,5
23	0,72	7915	89,1	73	0,74	8415	88,2
24	1,15	10944	109,4	74	1,17	11444	108,5
25	1,32	11476	117,5	75	1,34	11976	116,6
26	1,24	12235	104,3	76	1,26	12735	103,4
27	1,24	11552	109,7	77	1,26	12052	108,8
28	1,59	9590	93,4	78	1,61	10090	92,5
29	1,30	9270	94,8	79	1,32	9770	93,9
30	1,32	8769	106,6	80	1,34	9269	105,7
31	1,27	8313	98,7	81	1,29	8813	97,8
32	1,32	8985	98,4	82	1,34	9485	97,5
33	0,75	12014	118,7	83	0,77	12514	117,8
34	0,92	12546	126,8	84	0,94	13046	125,9
35	0,84	13305	113,6	85	0,86	13805	112,7
36	0,84	12622	119,0	86	0,86	13122	118,1
37	0,99	11964	96,1	87	1,01	12464	95,2
38	0,70	12496	95,8	88	0,72	12996	94,9
39	0,72	13255	116,1	89	0,74	13755	115,2
40	0,67	12572	124,2	90	0,69	13072	123,3
41	0,72	8520	111,0	91	0,74	9020	110,1
42	1,05	8200	116,4	92	1,07	8700	115,5
43	1,22	7699	84,1	93	1,24	8199	83,2
44	1,14	7243	85,5	94	1,16	7743	84,6
45	1,14	7915	97,3	95	1,16	8415	96,4
46	1,32	10944	89,4	96	1,34	11444	88,5
47	0,85	11476	89,1	97	0,87	11976	88,2
48	1,02	12235	109,4	98	1,04	12735	108,5
49	0,94	11552	96,1	99	0,96	12052	95,2
50	0,94	9590	95,8	100	0,96	10090	94,9

## Репродуктивные показатели самок кумжи в возрасте 2+

№ п. п.	Масса отцеженной икры, кг	Рабочая плодовитость, шт.	Средняя масса овулировавших икринок, мг	№ п. п.	Масса отцеженной икры, кг	Рабочая плодовитость, шт.	Средняя масса овулировавших икринок, мг
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,43	5920	70,3	51	0,49	6520	74,2
2	0,51	6726	68,9	52	0,56	6040	76,2
3	0,33	4244	69,0	53	0,58	6846	75,7
4	0,35	5370	70,8	54	0,58	4364	75,4
5	0,42	6000	69,8	55	0,56	5490	77,2
6	0,50	6288	76,6	56	0,52	6120	75,8
7	0,50	6940	78,6	57	0,52	6408	75,9
8	0,48	6180	78,1	58	0,50	7060	77,7
9	0,49	6470	77,8	59	0,51	6300	69,4
10	0,54	6040	75,5	60	0,45	6590	68,0
11	0,40	6846	74,1	61	0,53	6160	68,1
12	0,44	4364	74,2	62	0,35	6966	69,9
13	0,46	5490	76,0	63	0,37	4484	68,9
14	0,53	6120	75,0	64	0,44	5610	75,7
15	0,55	6168	81,8	65	0,52	6240	77,7
16	0,55	6820	83,8	66	0,52	6288	77,2
17	0,53	6060	83,3	67	0,50	6940	76,9
18	0,54	6350	83,0	68	0,51	6180	74,6
19	0,45	5020	68,8	69	0,56	6470	73,2
20	0,31	5826	67,4	70	0,42	5140	73,3
21	0,35	3544	67,5	71	0,46	5946	75,1
22	0,37	4470	69,3	72	0,48	3664	74,1
23	0,44	5100	68,3	73	0,55	4590	80,9
24	0,46	5148	75,1	74	0,57	5220	82,9
25	0,46	5800	77,1	75	0,57	5268	82,4
26	0,44	5040	76,6	76	0,55	5920	82,1
27	0,45	5330	76,3	77	0,56	5160	67,9
28	0,55	6090	78,1	78	0,47	5450	66,5
29	0,41	6896	76,7	79	0,33	6210	66,6
30	0,45	4614	76,8	80	0,37	7016	68,4
31	0,47	5540	78,6	81	0,39	4734	67,4
32	0,54	6170	77,6	82	0,46	5660	74,2
33	0,56	6218	84,4	83	0,48	6290	76,2
34	0,56	6870	86,4	84	0,48	6338	75,7
35	0,54	6110	85,9	85	0,46	6990	75,4
36	0,55	6400	85,6	86	0,47	6230	77,2
37	0,53	4470	67,5	87	0,57	6520	75,8
38	0,54	5100	69,3	88	0,43	4590	75,9
39	0,45	5148	68,3	89	0,47	5220	77,7

1	2	3	4	5	6	7	8
40	0,31	5800	75,1	90	0,49	5268	76,7
41	0,35	5040	77,1	91	0,56	5920	83,5
42	0,37	5330	76,6	92	0,58	5160	85,5
43	0,44	6090	76,3	93	0,58	5450	85,0
44	0,46	6896	78,1	94	0,56	6210	84,7
45	0,46	4614	76,7	95	0,57	7016	66,6
46	0,44	5540	76,8	96	0,55	4734	68,4
47	0,45	6170	78,6	97	0,56	5660	67,4
48	0,55	6218	67,5	98	0,47	6290	74,2
49	0,41	6870	69,3	99	0,33	6338	76,2
50	0,45	6110	68,3	100	0,37	6990	75,7

## Приложение 10

## Репродуктивные показатели самок лосося в возрасте 3+ в море

№ п. п.	Масса отцеженной икры, кг	Рабочая плодовитость, шт.	Средняя масса овулировавших икринок, мг	№ п. п.	Масса отцеженной икры, кг	Рабочая плодовитость, шт.	Средняя масса овулировавших икринок, мг
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,50	13884	112,1	51	1,52	10609	134,1
2	1,80	13699	127,2	52	1,82	11817	111,2
3	1,20	9939	107,8	53	1,22	14384	126,3
4	1,30	11147	107,4	54	1,32	14199	106,9
5	1,50	12167	113,6	55	1,52	10439	106,5
6	2,00	14990	128,2	56	2,02	11647	112,7
7	2,00	14593	137,9	57	2,02	12667	127,3
8	2,20	17158	125,6	58	2,22	15490	137,0
9	2,10	15580	130,6	59	2,12	15093	124,7
10	1,90	14004	117,3	60	1,92	17658	129,7
11	2,20	13819	132,4	61	2,22	16080	116,4
12	1,60	10059	113,0	62	1,62	14504	131,5
13	1,70	11267	112,6	63	1,72	14319	112,1
14	1,90	12287	118,8	64	1,92	10559	111,7
15	1,80	14870	133,4	65	1,82	11767	117,9
16	1,80	14473	143,1	66	1,82	12787	132,5
17	2,00	17038	130,8	67	2,02	15370	142,2
18	1,90	15460	135,8	68	1,92	14973	129,9
19	1,60	12984	110,6	69	1,62	17538	134,9
20	1,90	12799	125,7	70	1,92	15960	109,7
21	1,30	9039	106,3	71	1,32	13484	124,8
22	1,40	10247	105,9	72	1,42	13299	105,4
23	1,60	11267	112,1	73	1,62	9539	105,0
24	2,10	13850	126,7	74	2,12	10747	111,2

1	2	3	4	5	6	7	8
25	2,10	13453	136,4	75	2,12	11767	125,8
26	2,30	16018	124,1	76	2,32	14350	135,5
27	2,20	14440	129,1	77	2,22	13953	123,2
28	1,70	14054	119,9	78	1,72	16518	128,2
29	2,00	13869	135,0	79	2,02	14940	119,0
30	1,40	10109	115,6	80	1,42	14554	134,1
31	1,50	11317	115,2	81	1,52	14369	114,7
32	1,70	12337	121,4	82	1,72	10609	114,3
33	2,20	14920	136,0	83	2,22	11817	120,5
34	2,20	14523	145,7	84	2,22	12837	135,1
35	2,40	17088	133,4	85	2,42	15420	144,8
36	2,30	15510	138,4	86	2,32	15023	132,5
37	2,00	14473	133,4	87	2,02	17588	137,5
38	2,20	17038	143,1	88	2,22	16010	132,5
39	2,10	15460	130,8	89	2,12	14973	142,2
40	1,90	12984	135,8	90	1,92	17538	129,9
41	2,20	12799	110,6	91	2,22	15960	134,9
42	1,60	9039	125,7	92	1,62	13484	109,7
43	1,70	10247	106,3	93	1,72	13299	124,8
44	1,90	11267	105,9	94	1,92	9539	105,4
45	1,80	13850	112,1	95	1,82	10747	105,0
46	1,80	13453	126,7	96	1,82	11767	111,2
47	2,00	16018	136,4	97	2,02	14350	125,8
48	2,20	14440	124,1	98	2,22	13953	135,5
49	1,70	14054	129,1	99	1,72	16518	123,2
50	2,00	13869	119,9	100	2,02	14940	128,2

## Приложение 11

**Живая масса и промеры свиноматок белорусской черно-пестрой породы  
(по ГПК)**

№ ГПК	Живая масса, кг	Длина туловища, см	Обхват груди, см	Глубина груди, см	№ ГПК	Живая масса, кг	Длина туловища, см	Обхват груди, см	Глубина груди, см
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
18	255	161	151	48	474	171	145	128	42
28	345	175	180	57	498	245	151	145	45
34	285	175	191	60	2	231	158	146	47
46	270	175	180	55	6	200	154	138	45
62	230	160	166	46	24	214	151	140	46

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
316	214	158	142	50	28	176	147	133	44
320	230	158	148	51	400	205	161	151	46
324	225	151	147	46	360	171	148	135	45
328	156	143	131	45	344	167	145	123	42
332	250	152	160	57	448	230	155	145	50
298	222	145	145	47	262	225	153	147	52
302	180	142	142	45	266	232	156	143	47
306	213	150	150	47	24	290	175	190	60
310	200	145	138	45	30	300	174	170	51
312	141	140	122	41	36	290	178	170	52
10	197	153	142	46	54	320	164	180	55
14	204	152	140	47	64	260	160	150	50
18	200	144	137	44	200	254	154	148	50
90	156	138	127	40	322	160	142	130	42
336	230	151	146	46	326	225	152	146	46
14	228	158	145	45	330	166	137	126	41
50	275	177	167	52	296	223	153	150	52
96	300	170	164	53	300	165	143	130	43
986	260	163	154	51	304	205	151	141	45
102	209	152	138	48	308	215	147	143	49
106	233	158	157	51	314	242	157	158	54
108	267	166	157	54	8	268	161	151	52
112	308	175	164	55	12	219	150	150	48
118	240	148	152	49	16	217	151	140	46
122	260	161	159	50	20	185	140	129	41
284	243	163	150	54	334	227	156	152	49
288	238	166	143	53	12	270	171	180	54
292	210	155	145	47	16	305	173	170	53
396	160	149	122	44	114	240	158	156	53
96	300	170	164	53	398	230	153	141	47
100	165	147	124	43	500	175	146	137	43
104	230	158	150	52	242	202	165	145	47
108	267	157	166	54	22	186	146	137	47
110	260	161	160	53	26	188	150	137	43
116	224	158	151	50	50	238	154	138	46
120	230	155	150	47	338	190	146	132	45
124	223	164	146	50	342	150	145	128	44
286	238	160	146	53	346	197	145	125	41
290	250	152	148	48	260	205	152	150	51
294	166	142	130	42	264	230	162	147	49
474	174	145	128	42	268	218	152	146	48

**Живая масса и промеры хряков белорусской черно-пестрой породы  
(по ГПК)**

№ ГПК	Живая масса, кг	Длина туловища, см	Обхват груди, см	Глубина груди, см	№ ГПК	Живая масса, кг	Длина туловища, см	Обхват груди, см	Глубина груди, см
1	342	175	177	56	29	245	165	152	51
67	246	165	148	48	661	300	165	166	57
79	338	181	174	53	63	206	158	144	48
3	321	168	161	54	73	197	152	139	44
9	226	160	154	52	101	312	187	195	56
39	196	152	139	45	7	265	155	160	45
19	208	156	143	47	1	265	172	156	50
41	219	154	147	47	9	265	175	155	51
81	186	148	135	44	25	235	175	144	46
105	248	152	150	52	11	302	160	160	55
7	240	166	143	48	53	260	159	160	52
31	320	185	170	55	99	290	174	160	56
33	231	155	146	44	47	260	161	153	48
71	255	152	162	49	59	235	157	147	46
17	230	164	150	45	83	270	160	143	50
13	200	146	139	45	97	195	142	143	43
17	306	167	166	55	37	183	151	134	43
25	228	147	147	46	69	380	205	178	61
85	232	155	150	46	57	272	163	151	50
5	301	196	166	55	63	206	158	144	48
11	237	156	152	48	65	214	150	140	45
89	273	170	161	52	95	245	156	158	54
21	260	157	150	51	103	336	165	169	55
43	196	154	140	46	21	225	169	156	50
93	267	166	166	58	5	206	160	141	48
3	265	170	163	50	15	290	185	175	50
13	320	185	170	55	27	185	145	140	40
31	180	142	138	43	51	218	144	142	45
35	160	134	131	41	77	230	163	160	49
87	200	149	137	43	45	275	171	163	52
19	216	158	143	45	49	162	134	131	38
15	315	167	170	59	75	177	151	137	47
23	285	159	157	52	91	260	171	161	50
27	220	154	145	49	55	247	160	148	48

**Показатели морфологических и физиологических свойств  
вымени коров черно-пестрой и костромской пород**

№ п. п.	Черно-пестрая порода			Костромская порода		
	Суточный удой, кг	Скорость молокоотдачи, кг/мин	Индекс вымени, %	Суточный удой, кг	Скорость молокоотдачи, кг/мин	Индекс вымени, %
1	2	3	4	5	6	7
1	19	2,03	44	17	1,80	42
2	18	2,15	42	15	1,67	43
3	14	2,10	43	12	1,35	37
4	17	1,45	39	10	1,20	38
5	22	1,80	40	15	1,88	42
6	17	1,95	42	14	1,60	40
7	16	2,02	44	18	2,30	46
8	15	1,33	37	20	2,17	42
9	19	2,09	45	14	2,15	45
10	20	1,77	42	13	1,18	36
11	14	1,80	44	17	1,45	40
12	12	1,55	42	15	1,82	42
13	17	2,15	46	16	1,70	41
14	18	1,60	41	17	1,44	40
15	21	2,10	44	19	2,15	45
16	18	1,75	40	21	2,10	42
17	14	1,60	38	11	1,45	44
18	15	2,12	43	12	1,18	43
19	17	1,85	42	14	1,75	40
20	18	2,05	44	16	1,50	39
21	17	2,3	45	12	1,33	37
22	15	1,25	37	14	1,28	42
23	16	1,39	39	15	1,25	44
24	20	2,05	42	18	2,11	39
25	18	1,99	41	14	2,03	42
26	19	2,13	45	17	1,52	43
27	21	2,21	45	15	1,66	40
28	17	1,95	41	12	1,40	38
29	19	1,47	43	14	1,28	42
30	16	1,95	42	19	2,18	45
31	14	2,03	45	21	2,35	43
32	20	2,31	42	14	1,56	40
33	15	1,40	39	15	1,65	37
34	18	1,58	40	14	1,22	35
35	17	2,20	44	18	1,50	42
36	14	1,95	43	16	1,95	41

1	2	3	4	5	6	7
37	16	1,44	40	14	1,60	39
38	18	1,90	39	17	1,83	42
39	16	1,45	42	15	1,25	40
40	17	2,22	44	15	1,48	37
41	22	1,75	40	17	1,85	39
42	20	2,20	44	18	2,23	44
43	21	2,35	47	11	1,20	35
44	17	2,09	44	13	1,55	39
45	15	1,84	39	12	1,30	37
46	19	2,15	44	14	1,27	40
47	14	2,03	42	22	2,11	38
48	12	1,33	40	11	1,45	41

## Приложение 14

**Показатели продуктивности кур кросса «Волжский-3»  
специализированных яйценоских линий**

№ п. п.	Живая масса, кг	Длина цикла, дн.	Половая скороспелость, дн.	Средняя масса яйца		Яйценоскость	
				в 9 мес	в 12 мес	за 300 дн., шт.	за 500 дн., шт.
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,65	3,7	193	56,1	53,8	96	209
2	1,60	6,2	193	56,8	55,0	79	155
3	1,60	6,0	182	60,3	56,4	76	230
4	1,80	6,0	181	56,5	54,5	76	93
5	1,55	6,2	192	66,1	62,2	73	148
6	1,70	4,0	246	62,4	60,3	85	228
7	1,60	4,2	181	60,3	60,8	78	190
8	1,60	4,2	181	59,2	57,5	76	110
9	1,60	3,8	187	55,2	54,6	72	233
10	1,65	5,0	187	55,2	55,5	81	243
11	1,45	4,0	159	56,7	54,4	62	133
12	1,45	4,0	160	64,7	57,9	63	145
13	1,35	4,9	166	57,0	53,3	81	213
14	1,65	3,9	159	60,5	59,0	48	111
15	1,60	3,5	167	54,9	52,9	84	231
16	1,50	6,2	159	62,4	56,8	74	237
17	1,60	6,0	198	55,8	52,7	89	240
18	1,60	6,0	198	55,8	52,7	89	240
19	1,65	4,6	166	58,1	55,2	91	170
20	1,55	6,0	197	56,3	59,2	80	145

## Продолжение прил. 14

1	2	3	4	5	6	7	8
21	1,85	7,6	172	59,2	55,1	100	257
22	1,65	4,0	192	55,8	53,3	92	212
23	1,60	4,1	192	58,9	54,12	109	248
24	1,90	3,6	182	59,9	59,7	112	285
25	1,75	3,2	173	56,1	56,1	103	231
26	1,60	4,2	230	55,7	51,1	109	163
27	1,50	4,7	178	56,2	57,2	90	235
28	1,60	5,0	173	59,0	58,8	96	226
29	1,35	3,0	199	53,9	54,6	111	274
30	1,60	3,0	181	56,5	65,5	106	271
31	1,35	1,6	179	57,0	57,3	114	279
32	1,50	2,4	220	55,0	55,2	108	290
33	1,75	2,7	200	57,3	55,9	110	260
34	1,40	5,0	209	54,1	54,1	124	268
35	1,20	3,8	166	55,2	54,0	100	215
36	1,50	3,5	176	64,1	54,1	81	148
37	1,90	2,3	174	58,3	57,2	89	253
38	1,50	4,0	194	59,1	54,5	103	236
39	1,70	3,1	182	58,7	51,4	112	231
40	1,70	2,0	193	55,0	55,8	100	152
41	1,60	9,6	166	60,3	60,3	92	195
42	1,80	5,8	182	60,0	59,0	99	236
43	1,30	2,7	173	54,8	53,2	91	149
44	1,50	6,3	182	54,5	54,5	95	220
45	1,60	4,9	173	54,9	54,3	97	217
46	2,00	3,5	184	57,0	56,6	87	222
47	1,70	5,2	192	58,4	58,3	101	276
48	1,50	5,2	192	62,4	66,8	93	204
49	1,85	4,0	193	60,7	59,6	111	242
50	1,70	3,5	170	60,3	62,7	110	226
51	1,35	4,0	189	62,9	55,2	95	184
52	1,85	5,0	195	60,4	55,5	103	257
53	1,75	3,7	161	57,1	53,0	93	258
54	1,75	3,5	170	62,0	57,3	101	191
55	1,75	3,7	186	57,6	58,3	104	254
56	1,50	3,3	183	57,9	55,1	98	210
57	1,80	3,7	189	62,6	56,1	108	175
58	1,80	3,0	197	56,0	58,1	101	201
59	2,00	4,5	195	61,6	56,3	99	250
60	1,65	3,2	230	57,2	57,1	93	174
61	1,70	3,0	211	67,0	56,4	86	188
62	1,90	2,2	199	66,5	59,7	88	228
63	1,80	2,5	208	62,8	60,7	101	201
64	1,75	3,0	185	65,9	60,9	111	255

1	2	3	4	5	6	7	8
65	1,40	3,7	219	59,6	58,2	123	271
66	1,85	3,4	194	58,1	57,1	115	245
67	1,70	4,1	175	56,1	59,2	95	224
68	1,95	3,0	189	58,8	55,6	95	220
69	1,90	3,4	184	65,7	61,3	99	174
70	1,80	4,5	218	61,2	58,3	98	192
71	1,80	4,8	218	61,2	58,3	101	245
72	1,65	3,4	191	62,1	58,6	104	226
73	1,50	4,5	181	59,5	58,2	97	253
74	2,10	3,5	238	65,0	63,3	111	255
75	1,65	3,0	175	59,0	59,0	87	155
76	1,70	4,6	194	52,5	52,6	108	208
77	2,00	3,0	193	58,9	58,6	103	227
78	1,80	4,3	184	54,0	56,1	100	221
79	1,40	3,1	174	54,0	55,5	111	255
80	1,50	2,2	175	55,7	53,2	117	175
81	1,70	4,1	162	55,3	58,6	106	159
82	1,60	4,1	176	59,4	59,3	80	239
83	1,70	5,5	226	60,1	57,8	86	188
84	2,10	3,1	194	58,5	58,7	101	233
85	1,20	3,7	195	66,0	58,1	110	280
86	1,96	3,2	197	61,6	59,3	103	205
87	1,85	3,1	190	65,0	59,1	98	252
88	1,80	3,8	163	61,7	62,3	87	226
89	2,00	3,2	184	53,8	55,1	108	249
90	1,55	4,2	176	57,5	54,9	100	273
91	1,55	2,9	185	58,1	56,6	104	103
92	1,70	3,1	191	53,5	56,9	123	285
93	1,65	4,4	216	56,4	55,4	117	270
94	1,40	2,4	223	54,2	55,4	106	235
95	1,80	3,3	163	62,2	57,2	89	168
96	1,85	3,3	216	62,4	57,4	80	85
97	1,85	3,0	175	59,7	56,2	109	247
98	1,80	3,1	176	58,4	57,6	92	258
99	1,70	3,0	199	58,1	56,8	101	223

## Уровень развития свиней

Данные по дочерям				Данные по матерям			
Живая масса, кг	Длина туловища, см	Обхват груди, см	Плодовитость, гол.	Живая масса, кг	Длина туловища, см	Обхват груди, см	Плодовитость, гол.
251	161	146	12,8	265	163	142	12,3
240	161	145	11,3	245	161	146	13,5
228	147	142	11,5	230	155	140	11,5
221	154	135	13,0	238	160	145	11,5
218	153	145	12,5	241	167	146	11,0
221	155	145	11,5	230	154	140	11,5
222	151	138	12,3	232	152	139	14,0
225	154	145	13,0	230	154	140	11,5
218	155	140	12,0	225	154	145	14,0
225	151	142	11,3	220	153	138	12,5
194	150	136	12,0	235	160	147	13,5
200	152	140	13,0	244	160	145	9,0
210	154	140	11,0	213	148	134	13,0
240	161	146	13,7	231	154	138	11,0
242	166	146	12,0	300	162	151	11,6
236	162	144	12,3	247	171	153	12,0
226	155	139	13,0	187	154	133	12,0
215	150	135	12,0	245	161	146	13,5
225	150	139	13,0	153	151	125	11,3
228	160	144	12,0	265	165	152	11,0
220	154	138	12,0	205	160	137	11,6
225	160	155	12,0	205	160	137	11,6
228	158	140	12,0	226	153	135	12,0
215	159	142	11,2	226	153	135	12,0
222	162	142	11,3	215	159	142	11,0
200	153	135	11,0	215	159	142	11,0
238	157	147	12,6	240	160	141	12,5
255	162	150	14,5	222	156	138	12,0
231	161	146	14,0	240	160	149	12,0
221	152	135	12,0	231	161	140	15,0
175	147	127	13,0	221	135	152	15,0
230	164	141	14,0	281	166	150	11,5
220	159	139	12,4	260	157	154	11,5
233	156	145	11,3	317	172	160	14,0
212	148	135	12,0	261	158	152	14,0
236	153	145	12,3	231	153	137	12,5
230	155	145	11,2	231	153	137	11,6
222	150	140	11,5	230	154	142	10,0
218	148	135	11,0	270	148	150	13,0
200	153	138	12,0	218	148	135	11,0

**Продуктивность коров разных поколений черно-пестрой породы (ГПК, т. VII)**

№ п. п.	Бабушка		Мать		Дочь	
	Удой, кг	Жир, %	Удой, кг	Жир, %	Удой, кг	Жир, %
1	5423	3,60	3022	3,30	2727	3,64
2	2885	3,10	5098	3,47	3891	3,76
3	4288	3,28	3100	3,57	3330	3,30
4	3368	3,26	4600	3,30	3659	3,80
5	2500	3,00	3113	3,33	3470	3,50
6	5870	4,32	5067	4,20	2830	3,66
7	4808	3,30	3216	3,50	2863	3,50
8	4990	3,70	3747	3,20	2559	3,80
9	4120	3,00	3759	2,82	3434	3,60
10	3060	3,50	5885	3,60	4122	3,30
11	5998	2,90	3370	3,60	2150	3,60
12	2948	3,50	4090	3,20	3976	3,60
13	5054	3,40	4100	3,05	3334	3,59
14	2732	3,00	5410	3,10	4525	3,56
15	5985	3,60	5004	3,67	3779	3,10
16	3590	3,10	4839	2,93	5148	3,00
17	4192	3,00	4133	3,00	3825	3,70
18	2208	3,00	4593	3,00	4562	3,80
19	3576	3,10	4193	3,00	4714	3,50
20	2584	3,10	4624	2,90	38,05	3,70
21	4831	3,00	3949	3,60	3216	3,83
22	3559	3,15	3150	3,20	3900	3,60
23	4192	3,00	4714	3,50	3683	3,85
24	4116	3,00	4680	3,20	2531	3,18
25	3720	3,10	2856	3,50	3256	3,40
26	4593	3,00	3710	3,60	3997	3,90
27	5160	3,10	3960	3,10	4507	3,70
28	4809	3,20	4662	3,80	4286	3,10
29	4235	3,20	3743	3,80	3980	3,80
30	4144	3,40	4660	3,90	3794	3,87
31	4250	3,40	3972	3,70	3488	3,90
32	5189	3,30	2743	3,80	4546	4,20
33	2367	3,20	4136	4,30	3361	3,50
34	4192	3,00	4714	3,50	3446	3,30
35	4357	3,20	4149	3,70	3236	3,46
36	4714	3,50	3210	4,00	3411	3,71
37	5259	3,16	3728	3,90	3603	3,60
38	3746	3,10	5190	3,00	4800	3,60
39	6084	2,80	4854	3,50	4922	3,60
40	3938	3,40	3372	3,40	2966	3,30
41	4000	3,20	3359	3,30	4511	3,40
42	5920	3,70	3747	3,20	3212	3,50

## Показатели продуктивности кур кросса «Хайсекс белый»

№ п. п.	Живая масса, кг	Длина цикла, дн.	Половая скороспе- лость, дн.	Средняя масса яйца		Яйценоскость (шт.) за период жизни, нед	
				в 9 мес	в 12 мес	40	68
1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,65	3,7	193	56,1	53,8	96	209
2	1,60	6,2	193	56,8	55,0	79	155
3	1,60	6,0	182	60,3	56,4	76	230
4	1,80	6,0	181	56,5	54,5	76	93
5	1,55	6,2	192	66,1	62,2	73	148
6	1,70	4,0	246	62,4	60,3	85	228
7	1,60	4,2	181	60,3	60,8	78	190
8	1,60	4,2	181	59,2	57,5	76	110
9	1,60	3,8	187	55,2	54,6	72	233
10	1,65	5,0	187	55,2	55,5	81	243
11	1,45	4,0	159	56,7	54,4	62	133
12	1,45	4,0	160	64,7	57,9	63	145
13	1,35	4,9	166	57,0	53,3	81	213
14	1,65	3,9	159	60,5	59,0	48	111
15	1,60	3,5	167	54,9	52,9	84	231
16	1,50	6,2	159	62,4	56,8	74	237
17	1,60	6,0	198	55,8	52,7	89	240
18	1,60	6,0	198	55,8	52,7	89	240
19	1,65	4,6	166	58,1	55,2	91	170
20	1,55	6,0	197	56,3	59,2	80	145
21	1,85	7,6	172	59,2	55,1	100	257
22	1,65	4,0	192	55,8	53,3	92	212
23	1,60	4,1	192	58,9	54,12	109	248
24	1,90	3,6	182	59,9	59,7	112	285
25	1,75	3,2	173	56,1	56,1	103	231
26	1,60	4,2	230	55,7	51,1	109	163
27	1,50	4,7	178	56,2	57,2	90	235
28	1,60	5,0	173	59,0	58,8	96	226
29	1,35	3,0	199	53,9	54,6	111	274
30	1,60	3,0	181	56,5	65,5	106	271
31	1,35	1,6	179	57,0	57,3	114	279
32	1,50	2,4	220	55,0	55,2	108	290
33	1,75	2,7	200	57,3	55,9	110	260
34	1,40	5,0	209	54,1	54,1	124	268
35	1,20	3,8	166	55,2	54,0	100	215
36	1,50	3,5	176	64,1	54,1	81	148
37	1,90	2,3	174	58,3	57,2	89	253
38	1,50	4,0	194	59,1	54,5	103	236

1	2	3	4	5	6	7	8
39	1,70	3,1	182	58,7	51,4	112	231
40	1,70	2,0	193	55,0	55,8	100	152
41	1,60	9,6	166	60,3	60,3	92	195
42	1,80	5,8	182	60,0	59,0	99	236
43	1,30	2,7	173	54,8	53,2	91	149
44	1,50	6,3	182	54,5	54,5	95	220
45	1,60	4,9	173	54,9	54,3	97	217
46	2,00	3,5	184	57,0	56,6	87	222
47	1,70	5,2	192	58,4	58,3	101	276
48	1,50	5,2	192	62,4	66,8	93	204
49	1,85	4,0	193	60,7	59,6	111	242
50	1,70	3,5	170	60,3	62,7	110	226
51	1,35	4,0	189	62,9	55,2	95	184
52	1,85	5,0	195	60,4	55,5	103	257
53	1,75	3,7	161	57,1	53,0	93	258
54	1,75	3,5	170	62,0	57,3	101	191
55	1,75	3,7	186	57,6	58,3	104	254
56	1,50	3,3	183	57,9	55,1	98	210
57	1,80	3,7	189	62,6	56,1	108	175
58	1,80	3,0	197	56,0	58,1	101	201
59	2,00	4,5	195	61,6	56,3	99	250
60	1,65	3,2	230	57,2	57,1	93	174
61	1,70	3,0	211	67,0	56,4	86	188
62	1,90	2,2	199	66,5	59,7	88	228
63	1,80	2,5	208	62,8	60,7	101	201
64	1,75	3,0	185	65,9	60,9	111	255
65	1,40	3,7	219	59,6	58,2	123	271
66	1,85	3,4	194	58,1	57,1	115	245
67	1,70	4,1	175	56,1	59,2	95	224
68	1,95	3,0	189	58,8	55,6	95	220
69	1,90	3,4	184	65,7	61,3	99	174
70	1,80	4,5	218	61,2	58,3	98	192
71	1,80	4,8	218	61,2	58,3	101	245
72	1,65	3,4	191	62,1	58,6	104	226
73	1,50	4,5	181	59,5	58,2	97	253
74	2,10	3,5	238	65,0	63,3	111	255
75	1,65	3,0	175	59,0	59,0	87	155
76	1,70	4,6	194	52,5	52,6	108	208
77	2,00	3,0	193	58,9	58,6	103	227
78	1,80	4,3	184	54,0	56,1	100	221
79	1,40	3,1	174	54,0	55,5	111	255
80	1,50	2,2	175	55,7	53,2	117	175
81	1,70	4,1	162	55,3	58,6	106	159
82	1,60	4,1	176	59,4	59,3	80	239

1	2	3	4	5	6	7	8
83	1,70	5,5	226	60,1	57,8	86	188
84	2,10	3,1	194	58,5	58,7	101	233
85	1,20	3,7	195	66,0	58,1	110	280
86	1,96	3,2	197	61,6	59,3	103	205
87	1,85	3,1	190	65,0	59,1	98	252
88	1,80	3,8	163	61,7	62,3	87	226
89	2,00	3,2	184	53,8	55,1	108	249
90	1,55	4,2	176	57,5	54,9	100	273
91	1,55	2,9	185	58,1	56,6	104	103
92	1,70	3,1	191	53,5	56,9	123	285
93	1,65	4,4	216	56,4	55,4	117	270
94	1,40	2,4	223	54,2	55,4	106	235
95	1,80	3,3	163	62,2	57,2	89	168
96	1,85	3,3	216	62,4	57,4	80	85
97	1,85	3,0	175	59,7	56,2	109	247
98	1,80	3,1	176	58,4	57,6	92	258
99	1,70	3,0	199	58,1	56,8	101	223
100	2,10	3,1	194	58,5	58,7	101	233

## Уровень развития свиней крупной белой породы

Данные по дочерям				Данные по матерям			
Живая масса, кг	Длина туловища, см	Обхват груди, см	Плодовитость, гол.	Живая масса, кг	Длина туловища, см	Обхват груди, см	Плодовитость, гол.
1	2	3	4	5	6	7	8
251	161	146	12,8	265	163	142	12,3
240	161	145	11,3	245	161	146	13,5
228	147	142	11,5	230	155	140	11,5
221	154	135	13,0	238	160	145	11,5
218	153	145	12,5	241	167	146	11,0
221	155	145	11,5	230	154	140	11,5
222	151	138	12,3	232	152	139	14,0
225	154	145	13,0	230	154	140	11,5
218	155	140	12,0	225	154	145	14,0
225	151	142	11,3	220	153	138	12,5
194	150	136	12,0	235	160	147	13,5
200	152	140	13,0	244	160	145	9,0
210	154	140	11,0	213	148	134	13,0
240	161	146	13,7	231	154	138	11,0
242	166	146	12,0	300	162	151	11,6
236	162	144	12,3	247	171	153	12,0

1	2	3	4	5	6	7	8
226	155	139	13,0	187	154	133	12,0
215	150	135	12,0	245	161	146	13,5
225	150	139	13,0	153	151	125	11,3
228	160	144	12,0	265	165	152	11,0
220	154	138	12,0	205	160	137	11,6
225	160	155	12,0	205	160	137	11,6
228	158	140	12,0	226	153	135	12,0
215	159	142	11,2	226	153	135	12,0
222	162	142	11,3	215	159	142	11,0
200	153	135	11,0	215	159	142	11,0
238	157	147	12,6	240	160	141	12,5
255	162	150	14,5	222	156	138	12,0
231	161	146	14,0	240	160	149	12,0
221	152	135	12,0	231	161	140	15,0
175	147	127	13,0	221	135	152	15,0
230	164	141	14,0	281	166	150	11,5
220	159	139	12,4	260	157	154	11,5
233	156	145	11,3	317	172	160	14,0
212	148	135	12,0	261	158	152	14,0
236	153	145	12,3	231	153	137	12,5
230	155	145	11,2	231	153	137	11,6
222	150	140	11,5	230	154	142	10,0
218	148	135	11,0	270	148	150	13,0
200	153	138	12,0	218	148	135	11,0

## Приложение 19

**Молочная продуктивность коров разных поколений швицкой породы**

№ п. п.	Бабушка		Мать		Дочь	
	Удой, кг	Жир, %	Удой, кг	Жир, %	Удой, кг	Жир, %
1	2	3	4	5	6	7
1	3024	3,64	2732	3,50	5062	3,74
2	2353	3,36	2179	3,70	2519	3,72
3	2855	4,47	3304	4,09	3309	3,74
4	3328	3,82	2881	3,40	2884	3,69
5	1720	4,53	4074	4,07	2071	3,63
6	4119	3,62	3421	4,11	2594	3,91
7	6100	3,72	2290	3,67	1816	3,82
8	3417	3,90	2436	3,81	2534	4,10
9	2387	3,50	1885	3,75	2729	4,13
10	1988	3,80	2600	3,94	2680	3,62
11	3216	3,97	1910	3,70	1966	4,17

1	2	3	4	5	6	7
12	2808	3,64	3640	3,66	4227	3,55
13	3809	3,19	3200	3,63	2994	3,26
14	3929	3,58	3000	3,60	2117	3,63
15	4269	3,50	3130	3,50	3554	3,47
16	2808	3,64	3439	4,0	2446	4,04
17	3601	3,71	31,57	3,70	1948	3,62
18	4391	3,60	3906	3,73	2779	3,76
19	4272	4,14	4580	4,18	2962	4,40
20	3224	4,08	3384	4,21	2752	3,95
21	1015	3,71	2520	3,85	2729	3,73
22	1015	3,65	2763	3,70	3068	3,83
23	3718	3,52	3160	3,79	3040	3,86
24	3028	3,88	3550	5,11	3603	3,70
25	4226	3,90	4110	4,01	2746	3,75
26	2518	3,60	3587	3,57	2935	3,42
27	2829	3,90	2314	3,90	2725	4,12
28	2270	3,70	2620	3,86	3218	3,74
29	3669	3,65	2326	3,46	3843	3,39
30	4512	3,60	2587	3,59	3659	3,56
31	3071	3,48	2258	3,88	2699	3,55
32	2732	3,50	3090	3,67	3322	3,54
33	3989	3,52	2583	3,57	3516	3,70
34	3810	3,60	3860	3,74	3246	3,58
35	4000	3,52	2585	3,57	3516	3,70
36	3080	4,04	3449	4,63	3445	3,88
37	1720	4,53	4074	4,07	2071	3,63
38	4090	4,27	3540	4,58	2750	3,83
39	2430	3,90	2990	4,40	3229	3,78
40	2810	4,25	3600	4,08	2623	4,00
41	3170	3,30	2210	3,80	2891	3,75

Приложение 20

**Яичная продуктивность гибридов кур (данные БЗОСП)**

№ п. п.	Яйценоскость, шт.	Масса яйца, г	Количество яичной массы за год, кг	Затраты корма	
				на 1 единицу продукции, г	на 1 кг яичной массы, к. ед.
1	2	3	4	5	6
1	265	57,1	15,14	39,16	2,59
2	255	58,2	14,87	39,68	2,67
3	247	58,7	14,53	41,03	2,83
4	266	58,3	15,53	40,87	2,63
5	246	58,4	14,35	42,81	2,98

## Продолжение прил. 20

1	2	3	4	5	6
6	215	56,1	12,07	39,04	3,23
7	254	58,4	14,88	42,25	2,67
8	263	58,5	15,39	41,04	2,61
9	281	58,8	16,56	43,15	2,62
10	279	58,0	16,20	42,48	2,75
11	262	60,2	15,77	43,37	2,84
12	242	56,5	13,71	38,90	2,87
13	237	57,9	13,73	39,40	2,66
14	253	59,7	15,13	40,24	2,80
15	257	58,1	14,92	41,71	2,78
16	261	57,6	15,02	41,76	2,96
17	246	57,7	14,22	42,15	2,96
18	268	59,1	17,14	41,16	2,39
19	258	60,2	16,87	41,68	2,47
20	250	60,7	16,53	43,03	2,63
21	269	60,3	17,53	42,87	2,43
22	249	60,4	16,35	44,81	2,78
23	218	58,1	14,07	41,04	3,03
24	257	60,4	16,88	44,25	2,47
25	266	60,5	17,39	43,04	2,41
26	284	60,8	18,56	45,15	2,42
27	282	60,0	18,20	44,48	2,55
28	265	62,2	17,77	45,37	2,64
29	245	58,5	15,71	40,90	2,67
30	240	59,9	15,73	41,40	2,46
31	256	61,7	17,13	42,24	2,60
32	260	60,1	16,92	43,71	2,58
33	264	59,6	17,02	43,76	2,76
34	249	59,7	16,22	44,15	2,71
35	270	58,1	16,14	40,16	2,44
36	260	59,2	15,87	40,68	2,52
37	252	59,7	15,53	42,03	2,68
38	271	59,3	16,53	41,87	2,48
39	251	59,4	15,35	43,81	2,83
40	220	57,1	13,07	40,04	2,91
41	259	59,4	15,88	43,25	2,52
42	265	57,1	15,14	39,16	2,59
43	255	58,2	14,87	39,68	2,67
44	247	58,7	14,53	41,03	2,83
45	266	58,3	15,53	40,87	2,63
46	246	58,4	14,35	42,81	2,98
47	215	56,1	12,07	39,04	3,23
48	254	58,4	14,88	42,25	2,67
49	263	58,5	15,39	41,04	2,61

Окончание прил. 20

1	2	3	4	5	6
50	281	58,8	16,56	43,15	2,62
51	279	58,0	16,20	42,48	2,75
52	262	60,2	15,77	43,37	2,84
53	242	56,5	13,71	38,90	2,87
54	237	57,9	13,73	39,40	2,66
55	253	59,7	15,13	40,24	2,80
56	257	58,1	14,92	41,71	2,78
57	261	57,6	15,02	41,76	2,96
58	246	57,7	14,22	42,15	2,96
59	255	58,2	14,87	39,68	2,67
60	247	58,7	14,53	41,03	2,83

Приложение 21

**Список коров третьей лактации стада РУП «Учхоз БГСХА»**

№ п. п.	Кличка и номер коровы	Удой, кг	Жир, %
1	2	3	4
1	Ветка 118	5567	4,00
2	Наливка 908	4950	3,70
3	Хроника 90	5547	3,41
4	Гроза 22	6620	3,80
5	Репа 222	6060	3,70
6	Грозная 94	4582	3,50
7	Новость 970	6144	3,40
8	Ромашка 834	4728	3,92
9	Буренка 794	12000	4,20
10	Ширка 344	5254	4,20
11	Юлька 113	6282	4,00
12	Роза 288	5772	3,70
13	Райка 926	6853	3,80
14	Висла 76	5706	3,80
15	Майя 164	7602	3,80
16	Юлга 200	6105	3,85
17	Янинка 476	7112	3,67
18	Гильза 394	8819	3,71
19	Герань 22	6172	3,83
20	Роза 924	9924	3,63
21	Хмурая 160	5208	3,63
22	Новость 970	4969	3,59
23	Синичка 562	6263	3,89
24	Храбрая 1058	6503	4,00
25	Арфа 158	6022	4,25

## Продолжение прил. 21

1	2	3	4
26	Астра 114	5930	4,05
27	Дойка 1104	5750	3,85
28	Довна 1002	9784	3,80
29	Гильза 1000	6470	3,88
30	Варга 500	5857	3,90
31	Роза 320	7260	3,96
32	Колька 556	5766	3,80
33	Негодка 297	6735	4,10
34	Рябка 584	5255	3,80
35	Гора 1152	6028	4,10
36	Ливка 296	5666	3,73
37	Рожка 1118	6580	4,36
38	Незнайка 964	6506	3,80
39	Бурка 260	11550	4,10
40	Юность 956	6900	3,92
41	Тина 1174	5567	3,80
42	Сила 20	4950	4,00
43	Килька 66	5547	4,10
44	Веялка 812	6620	3,77
45	Ясная 528	6060	4,10
46	Рета 1074	4582	3,70
47	Шутка 352	6144	4,30
48	Мерная 1188	4728	3,76
49	Рябка 280	6435	3,99
50	Сливка 1122	5254	3,94
51	Арка 1472	6282	3,72
52	Ограда 1396	5772	3,88
53	Верба 418	4962	4,40
54	Вика 4021	6256	3,90
55	Роза 742	5604	3,72
56	Храбрая 4004	5620	3,93
57	Гордая 1248	6335	3,78
58	Ретивая 3570	6000	3,89
59	Уралка 324	5803	3,89
60	Виолла 217	6601	3,50
61	Розка 434	5947	4,12
62	Ресница 1048	5200	3,98
63	Килька 474	5890	4,35
64	Свайка 284	6805	3,90
65	Юлиана 234	6643	4,01
66	Эльза 1012	4656	4,00
67	Роза 472	6246	3,60
68	Верба 418	5391	3,88
69	Свайка 884	5822	3,94

1	2	3	4
70	Шинка 388	5450	3,80
71	Рамка 968	5637	3,70
72	Милка 3880	4820	3,96
73	Юлла 574	5900	3,70
74	Аза 462	4690	3,70
75	Лента 1092	5852	3,90
76	Обида 1234	5370	3,91
77	Карта 765	4902	3,80
78	Астра 4024	4718	3,80
79	Галка 450	5530	4,31
80	Вилка 340	5942	3,50
81	Уралка 166	8794	4,10
82	Ода 28	5816	4,10
83	Низа 782	3999	4,18
84	Шайка 316	6890	3,92
85	Сайка 316	7224	3,72
86	Вина 113	6012	3,60
87	Марта 138	11112	3,90
88	Русалка 414	9232	3,86
89	Белка 510	6313	3,81
90	Лира 27	7712	3,50
91	Низовка 122	5813	3,46
92	Ромка 95	6795	3,72
93	Сильва 198	8890	4,30
94	Линия 956	6217	3,90
95	Ваза 30	9951	3,83
96	Норма 983	7458	4,28
97	Ария 446	8676	3,95
98	Гильза 523	7230	4,00
99	Ледяшка 544	9850	4,10
100	Панда 248	10900	3,90

## Исходный материал для подбора аналогов

№ п. п.	Кличка/Номер	Линия	Масса, кг	Номер лактации	Удой, кг	Жир, %
1	2	3	4	5	6	7
1	017/131	Дракон758	475	1	5395	3,81
2	018/45	Дракон758	500	2	5584	3,90
3	021/211	Дракон758	475	1	5395	3,81
4	025/60	Дракон758	593	2	5506	3,86

1	2	3	4	5	6	7
5	032/31	Дракон758	464	2	5408	3,70
6	034/73	Дракон758	498	2	5590	3,98
7	041/220	Гвоздик319 60352	494	2	4650	4,00
8	043/106	Дракон758	539	2	5229	3,70
9	050/183	Дракон758	464	2	5405	3,70
10	0520/800	Гвоздик319 60352	593	2	5941	3,72
11	0529/1214	Гвоздик319 60352	552	2	5063	3,70
12	053/1189/1198	Гвоздик319 60352	517	2	4964	3,86
13	055/57	Дракон758	477	3	4679	3,96
14	1008/1015	Гвоздик319 60352	505	2	4966	3,92
15	1076	Беляк775	576	3	5558	3,77
16	1216	Гвоздик319 60352	634	2	6270	3,80
17	124	Дракон758	539	2	5229	3,70
18	191/800/3939	Дракон758	505	2	5044	4,00
19	24	Гвоздик319 60352	634	2	6270	3,80
20	26	Гвоздик319 60352	593	2	5941	3,72
21	263	Гвоздик319 60352	648	3	5793	3,75
22	2799/861	Беляк775	576	3	5560	3,77
23	29	Дракон758	517	2	5807	3,93
24	309/511	Гвоздик319 60352	472	2	5673	3,62
25	310/39	Газон42 54945	476	3	5553	3,75
26	312/115	Гвоздик319 60352	637	3	4827	3,79
27	313/400	Гвоздик319 60352	562	3	4460	3,71
28	396/575	Газон42 54945	518	4	4809	3,85
29	4503/77	Беляк775	540	3	5994	3,83
30	4538/1339	Гвоздик319 60352	562	3	4460	3,71
31	4564/13	Беляк775	577	3	5550	3,82
32	4595/1140	Беляк775	593	3	5492	3,78
33	63	Газон42 54945	567	3	4789	3,80
34	6427/47	Дракон758	517	2	5800	3,94
35	6428/1464/564	Газон42 54945	475	2	5604	3,78
36	6442/118	Гвоздик319 60352	531	1	5534	3,98
37	6446/116	Дракон758	476	3	4673	3,96
38	6455/245	Гвоздик319 60352	517	2	4964	3,86
39	6511/203	Дракон758	458	2	5860	3,79
40	680/279	Гвоздик319 60352	530	1	5533	3,98
41	731/145	Гвоздик319 60352	510	1	5522	3,80
42	769/19	Дракон758	458	2	5860	3,79
43	919/1075	Дракон758	526	3	5830	3,97
44	98	Газон42 54945	525	3	5790	4,10
45	Авиация/206	Марш2566 226239	432	1	5154	3,68
46	Аза1327	Жордан48 400530	574	1	6772	3,80
47	Акула8148	Марш2566 226239	440	1	5175	3,68
48	Аленькая260	Марш2566 226239	416	1	5600	3,45

1	2	3	4	5	6	7
49	Амазонка31513	Гайдук7801	505	3	5467	3,70
50	Амеба2541/23	Милан2397 226126	543	1	4687	3,70
51	Амега104	Гигант242	493	1	4746	3,30
52	Амега8419	Гриф624	489	2	5697	3,30
53	Аналогия146	Марш2566 226239	437	1	5167	3,68
54	Ангара878	Марш2566 226239	435	1	5158	3,68
55	Анемия8386	Гриф624	493	1	5113	4,40
56	Антоновка522	Марш2566 226239	433	1	5155	3,68
57	Апольда272	Марш2566 226239	420	1	5105	3,58
58	Армада546	Жордан48 400530	593	1	6317	3,74
59	Асептика244	Марш2566 226239	435	1	5159	3,70
60	Барби804	Марш2566 226239	425	1	5090	3,61
61	Бархатная158	Марш2566 226239	429	1	5149	3,65
62	Басня1056-2256	Милан2397 226126	536	3	6446	3,80
63	Бахрома4388	Гигант242	480	1	5094	3,40
64	Бегунья9953	Милан2397 226126	495	2	4455	3,71
65	Белка42/6516	Гвоздик319 60352	648	3	5793	3,75
66	Белка5637	Милан2397 226126	542	1	4915	3,73
67	Белуга2200-340	Гигант242	473	1	4119	4,10
68	Береза8168	Марат2552 226236	522	2	4870	3,68
69	Березка3253	Милан2397 226126	540	1	4476	3,70
70	Бланда8972	Жордан48 400530	593	1	6319	3,74
71	Брусничка108	Гриф624	523	1	5021	3,85
72	Бухта8403	Гриф624	570	3	6084	3,26
73	Ваверка383/6572	Газон42 54945	476	3	5553	3,75
74	Ваза274	Марш2566 226239	447	1	5183	3,68
75	Василина8775	Гриф624	524	1	5030	3,86
76	Василинка2016	Марш2566 226239	438	1	5172	3,68
77	Венгерка332	Марш2566 226239	442	1	5178	3,70
78	Венера1250-8345	Вязь2	540	6	5566	3,67
79	Венера8077	Марат2552 226236	544	2	5696	3,77
80	Верба8181	Гриф624	489	1	5251	3,46
81	Верка36	Милан2397 226126	542	2	4680	3,68
82	Веселая8078	Милан2397 226126	543	2	4682	3,71
83	Веселка8739	Гриф624	489	2	5697	3,30
84	Весть2600	Гриф624	525	1	5035	3,81
85	Вика580	Гриф624	524	1	5033	3,83
86	Вика8275-2851	Гриф624	524	1	5030	3,86
87	Вишня2093-1222	Бродвей309	567	3	5360	3,54
88	Волга2752/562	Беляк775	577	3	5550	3,82
89	Высокая8479	Гриф624	622	1	5450	4,03
90	Газета8253-7846	Вязь2	576	5	5336	3,52
91	Галка2678	Бродвей309	540	4	6506	3,60
92	Гей8663	Марат2552 226236	544	2	5695	3,78

1	2	3	4	5	6	7
93	Гиря200	Милан2397 226126	538	1	4477	3,69
94	Голубка8182	Марат2552 226236	542	2	5659	3,42
95	Горянка8928	Милан2397 226126	459	1	4578	3,72
96	Графиня5684-878	Вязь2	567	5	6710	3,64
97	Гроза8702	Милан2397 226126	495	2	4455	3,70
98	Дилема8323-893	Гриф624	594	2	5759	3,71
99	Дымка8021	Милан2397 226126	542	1	4919	3,73
100	Ежевика176	Гриф624	493	1	5113	4,40
101	Жалейка8128	Марш2566 226239	430	1	5152	3,67
102	Жемчужинка269	Бродвей309	505	4	5560	3,91
103	Закалка160	Марш2566 226239	430	1	5148	3,64
104	Заря14	Газон42 54945	471	2	5162	3,79
105	Звонкая2001	Марат2552 226236	528	2	4740	3,82
106	Зима046	Марат2552 226236	520	2	4871	3,68
107	Зимушка9953	Милан2397 226126	541	1	4691	3,66
108	Ива1287-6502	Гвоздик319 60352	472	2	5673	3,62
109	Идиола152	Марш2566 226239	417	1	5610	3,48
110	Икра218	Марш2566 226239	439	1	5173	3,68
111	Калинка404/565	Марат2552 226236	527	1	4979	3,65
112	Калинка886	Марш2566 226239	437	1	5165	3,70
113	Камышинка422	Марш2566 226239	425	1	5089	3,60
114	Канарейка2329	Марш2566 226239	446	1	5183	3,68
115	Канарейка402	Марат2552 226236	525	1	4488	3,90
116	Карта534	Гигант242	470	1	5143	3,00
117	Кедровка930	Гигант242	432	1	4893	3,80
118	Клубника3	Марш2566 226239	443	1	5178	3,71
119	Клубничка354	Марш2566 226239	415	1	5604	3,33
120	Клубничка400	Марш2566 226239	415	1	5605	3,34
121	Клубничка612	Марш2566 226239	421	1	5107	3,60
122	Клумба8195	Марш2566 226239	445	1	5189	3,71
123	Клякса606	Марат2552 226236	542	2	5660	3,41
124	Комета136	Жордан48 400530	574	1	6772	3,80
125	Комета8136	Милан2397 226126	469	2	4454	3,72
126	Кошка85	Марш2566 226239	434	1	5157	3,68
127	Краля8027	Марш2566 226239	436	1	5162	3,69
128	Крапива430	Марш2566 226239	442	1	5177	3,71
129	Красавица13	Марш2566 226239	440	1	5175	3,70
130	Красавица874	Марш2566 226239	423	1	5110	3,61
131	Красивая414	Гриф624	607	1	4615	3,84
132	Красуля5	Марш2566 226239	435	1	5158	3,69
133	Кубышка8151	Милан2397 226126	495	2	4460	3,72
134	Лаванда946-21	Гигант242	432	1	4893	3,80
135	Лавина8301	Гриф624	525	1	5035	3,81
136	Лазурь9570	Марат2552 226236	517	1	4801	3,82

1	2	3	4	5	6	7
137	Лайла28	Милан2397 226126	538	2	5357	4,00
138	Ландыш8156	Милан2397 226126	549	1	5479	3,65
139	Ласка53	Милан2397 226126	465	1	4025	3,85
140	Ласка8143	Марат2552 226236	525	2	5489	3,68
141	Легенда8695	Марат2552 226236	525	1	5830	3,56
142	Леска8241	Гайдук7801	538	5	6026	3,51
143	Линза8012	Марат2552 226236	526	1	5830	3,56
144	Листва216	Марат2552 226236	488	1	5245	3,37
145	Лобатка8655/40	Марат2552 226236	486	1	5239	3,35
146	Лоза8112	Милан2397 226126	538	2	5357	4,00
147	Лурига8154	Гриф624	594	2	5765	3,71
148	Лыска002/3	Гвоздик319 60352	552	2	5063	3,70
149	Лыска140	Марш2566 226239	436	1	5158	3,68
150	Лыска2784/121	Гвоздик319 60352	525	3	4719	3,81
151	Лыска8120-167	Гайдук7801	538	5	6027	3,51
152	Малинка579	Марш2566 226239	442	1	5179	3,72
153	Мальшка262/3	Гвоздик319 60352	510	1	5522	3,80
154	Мальвина8317	Милан2397 226126	542	2	4681	3,63
155	Марта2534-193	Марш2566 226239	438	1	5170	3,67
156	Марта406	Гайдук7801	607	6	5500	3,67
157	Марта8179	Марат2552 226236	543	2	5697	3,77
158	Мелодия401	Гигант242	493	1	4746	3,30
159	Мелодия70870	Вязь2	540	6	5568	3,67
160	Мерка801-4800	Гриф624	489	1	5251	3,46
161	Милавица8986	Марат2552 226236	543	2	5685	3,78
162	Милашка3028	Марат2552 226236	528	2	4739	3,82
163	Молния8772-81	Милан2397 226126	466	1	4400	3,88
164	Мурка2778/47	Дракон758	593	2	5510	3,86
165	Мята147	Газон42 54945	567	3	4789	3,80
166	Навальница8344	Марат2552 226236	526	2	5485	3,67
167	Найда254	Гвоздик319 60352	505	2	4964	3,92
168	Настойка2524	Милан2397 226126	543	1	4683	3,71
169	Нега1054	Жордан48 400530	603	1	5706	3,64
170	Нежка2011-207	Милан2397 226126	536	3	6446	3,80
171	Нежная2785-27	Гриф624	621	1	5448	4,03
172	Незабудка153	Дракон758	525	3	5824	3,97
173	Незабудка873	Бродвей309	567	3	5364	3,54
174	Нива810	Марш2566 226239	436	1	5159	3,69
175	Нимфа8033	Марш2566 226239	444	1	5200	3,76
176	Нотка714-1314	Марш2566 226239	419	1	5611	3,46
177	Нотка8166	Марат2552 226236	486	1	5239	3,35
178	Ночка1060-460	Марш2566 226239	440	1	5174	3,69
179	Ночка123	Марш2566 226239	435	1	5156	3,68
180	Ночка3	Марш2566 226239	420	1	5095	3,56

1	2	3	4	5	6	7
181	Ограда172	Марш2566 226239	436	1	5161	3,70
182	Ока8067	Марат2552 226236	527	2	4602	3,89
183	Окалина326	Милан2397 226126	495	2	4456	3,71
184	Оленька59	Марш2566 226239	437	1	5167	3,71
185	Орлица8113	Милан2397 226126	549	1	5479	3,66
186	Павлинка512	Марш2566 226239	416	1	5605	3,46
187	Пальма13/6558	Газон42 54945	525	3	5790	4,10
188	Пальма8381	Марат2552 226236	543	2	5685	3,78
189	Пауза105	Марш2566 226239	426	1	5150	3,62
190	Персона184	Марш2566 226239	434	1	5157	3,69
191	Пещера2755	Марш2566 226239	430	1	5151	3,66
192	Плазма759	Вязь2	634	2	4298	3,52
193	Планета5650	Марат2552 226236	527	2	4602	3,89
194	Поземка8415	Гайдук7801	607	6	5500	3,67
195	Полоска478	Марш2566 226239	426	1	5145	3,64
196	Полоска816	Милан2397 226126	469	2	4454	3,72
197	Портниха60412	Марш2566 226239	433	1	5156	3,67
198	Пулька430	Марш2566 226239	445	1	5188	3,69
199	Резвушка2600	Гриф624	567	2	6285	3,84
200	Речка9970	Милан2397 226126	543	1	4685	3,71
201	Рифма788-7580	Бродвей309	539	4	4885	3,84
202	Рогоуля7956-30	Бродвей309	540	4	6510	3,60
203	Родезия1000-30	Гайдук7801	549	3	3123	3,78
204	Роза210-310	Вязь2	524	5	5095	3,65
205	Рыбка413	Милан2397 226126	465	1	4024	3,85
206	Рябинка404	Марш2566 226239	420	1	5100	3,57
207	Рябка1928	Марш2566 226239	425	1	5100	3,63
208	Сайга9938/9935	Милан2397 226126	541	1	4690	3,66
209	Сайка1249-387	Вязь2	522	5	5100	3,65
210	Сахара165-167	Гриф624	570	3	6084	3,26
211	Синица47	Дракон758	567	3	5884	3,80
212	Сирена8339	Гриф624	567	2	6274	3,84
213	Сирень968-216	Гигант242	470	1	5143	3,00
214	Слава8184	Марш2566 226239	443	1	5185	3,68
215	Сойка194	Марш2566 226239	441	1	5176	3,69
216	Солнышко804	Милан2397 226126	540	1	4685	3,66
217	Соломка8167	Марат2552 226236	513	1	4796	3,82
218	Соната582	Гигант242	480	1	5094	3,40
219	Сосна8150	Марш2566 226239	431	1	5153	3,67
220	Стрекоза8133	Марш2566 226239	436	1	5160	3,69
221	Стрекоза8198	Милан2397 226126	538	1	5545	3,51
222	Строгая342	Газон42 54945	518	4	4809	3,85
223	Спруна2834-2634	Гриф624	523	1	5021	3,85

1	2	3	4	5	6	7
224	Суница8108	Марш2566 226239	446	1	5202	3,76
225	Таврия490	Милан2397 226126	540	1	4689	3,67
226	Теплушка736	Марш2566 226239	437	1	5168	3,69
227	Тихая6	Милан2397 226126	459	1	4578	3,72
228	Тихая8153/31	Марат2552 226236	527	1	4980	3,66
229	Тундра7592-82	Бродвей309	504	4	5561	3,91
230	Турчанка430	Марш2566 226239	436	1	5159	3,68
231	Удача480	Марш2566 226239	427	1	5151	3,65
232	Умница1000	Милан2397 226126	466	1	4400	3,87
233	Усмешка486	Марш2566 226239	422	1	5109	3,61
234	Фаина15	Марш2566 226239	444	1	5186	3,72
235	Фиалка490	Марш2566 226239	421	1	5106	3,64
236	Цыганка143	Марш2566 226239	421	1	5106	3,62
237	Чайка8459	Гриф624	603	1	4607	3,84
238	Чайка8587	Марш2566 226239	443	1	5180	3,71
239	Чародейка3106	Марш2566 226239	425	1	5090	3,59
240	Черничка8318	Гриф624	524	1	5033	3,83
241	Чернушка4202	Марш2566 226239	438	1	5171	3,67
242	Чернушка931/6	Беляк775	540	3	5990	3,83
243	Чина8069-900	Марат2552 226236	525	1	4490	3,90
244	Шпилька9958	Гриф624	520	1	4902	3,75
245	Шутка764/564	Газон42 54945	540	3	5781	3,89
246	Эмблема311	Жордан48 400530	603	1	5710	3,65
247	Ягодка88	Марш2566 226239	420	1	5095	3,56
248	Ялта101	Марат2552 226236	488	1	5247	3,36
249	Ясная83	Марат2552 226236	545	2	5699	3,77
250	Ясная8725	Марат2552 226236	545	2	5700	3,78

## РАЗДЕЛ 2

### СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ В MS EXCEL

#### Тема 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

##### Занятие 1.1. Определение статистических показателей для характеристики совокупности

#### Средние значения

*Средняя арифметическая.* Вычисляется встроенной функцией СРЗНАЧ.

*Пример.*

1. Введем в диапазон А1:А50 значения (табл. 1).

Таблица 1. Живая масса коров, кг

538	563	652	611	620
509	639	704	464	652
656	499	654	534	478
597	615	646	616	621
486	641	496	573	656
654	680	571	667	539
688	667	457	509	591
628	505	542	476	527
619	456	593	625	461
610	691	474	688	510

2. Выделим ячейку В1, откроем диалоговое окно СРЗНАЧ и укажем диапазон А1:А50. Нажатие ОК приводит к результату (рис. 1).

	B1	=СРЗНАЧ(A1:A50)		
	A	B	C	D
1	456	582,96		
2	457			

Рис. 1

**Средняя геометрическая.** Необходима для определения среднего значения признака, если он характеризует темп роста или увеличения численности популяции. Используется встроенная функция СРГЕОМ.

*Пример.* Определить среднее относительное увеличение живой массы теленка за первые 6 месяцев жизни. Масса при рождении – 30 кг, в возрасте 1 месяца – 60 кг, 2 месяца – 80 кг, 3 месяца – 98 кг, 4 месяца – 113 кг, 5 месяцев – 125 кг, 6 месяцев – 134 кг.

1. Введем данные в ячейки A1:A7.
2. В ячейку B2 введем формулу  $=A2/A1$ , получив относительный прирост за первый месяц.
3. Копируем формулу в блок B3:C7, получив приросты за 2–6 месяцев.
4. В ячейку C1 введем формулу  $=СРГЕОМ(B2:B7)$ . Относительный прирост округленно равен 1,28, или 128 %.

Если бы относительный прирост был вычислен с помощью средней арифметической, то была бы получена величина 1,30, или 130 %, не отражающая истинную среднюю.

**Средняя квадратичная.** Используется в тех случаях, когда этот признак выражают площадью круга и для ее получения измеряют величину диаметра.

Следует иметь в виду, что в Excel отсутствует встроенная функция определения средней квадратичной величины.

*Пример.* Определить среднюю квадратичную величину диаметра ядра (микрон) в клетках следующего вариационного ряда: 15, 12, 20, 22, 18, 15, 20, 19, 17, 14, 14, 12.

1. Введем данные в блок ячеек A1:A12.
2. Введя в ячейку B1 формулу  $=A1^2$  и скопировав ее в блок ячеек B2:B12, получим квадраты величин диаметров клетки.
3. В ячейку C1 введем формулу  $=КОРЕНЬ(СУММ(B1:B12) / СЧЕТ (B2:B12))$ . Средний диаметр ядра равен 16,8 м. Если бы была применена средняя арифметическая, то получили бы 16,5 м. Такое расхождение при пересчете на площадь круга дает еще большее расхождение, что и необходимо учитывать при обработке данных.

**Средняя гармоническая.** Необходима для вычисления средних значений, получаемых из показателей времени, например, при определении средних из меняющихся скоростей движения. Для этих процессов характерно, что при увеличении одного показателя другой изменяется в обратном направлении, т. е. уменьшатся.

*Пример.* Определить среднюю скорость молокоотдачи у коров по показателю выдоенного молока за определенный отрезок времени в период доения. За первую минуту выдоено 3 л, за вторую – 2 л, за третью – 1 л.

1. Вводим величины варьирующего признака в ячейки A1:A3.

2. В ячейку B1 вводим формулу =СРГАРМ(A1:A3), получаем округленно 1,64 л в минуту. Если вычислить среднюю скорость молокоотдачи с помощью средней арифметической, то получим 2 л в минуту.

**Мода и медиана.** Мода (наиболее часто встречающееся или повторяющееся значение в массиве или интервале данных) и медиана (число, которое является серединой множества чисел, т. е. половина чисел имеет значения большие, чем медиана, а половина чисел имеет значения меньшие, чем медиана) являются мерой взаимного расположения значений. Для нахождения моды и медианы можно использовать встроенные статистические функции МОДА и МЕДИАНА соответственно. Так, для вариационного ряда по живой массе коров медиана составляет 603,5, а мода – 509 кг.

### Оценки степени варьирования признаков

**Лимит.** Лимит, или размах изменчивости, рассчитывается путем нахождения разницы между максимальным и минимальным значением признака в выборке. Так, лимит выборки по живой массе коров  $\Delta X = X_{\text{макс}} - X_{\text{мин}} = 704 - 456 = 248$ .

**Дисперсия.** Вычисляется встроенной функцией ДИСПР. Например, продолжая вычисления по выборке по значениям живой массы коров, получаем значение дисперсии выборки 5675,9.

Исправленная выборочная дисперсия – несмещенная оценка генеральной дисперсии – находится встроенной функцией ДИСП (5562,4). ДИСПР предполагает, что аргументы представляют всю генеральную совокупность. Если данные представляют только выборку из генеральной совокупности, то дисперсию следует вычислять, используя функцию ДИСП.

**Доверительный интервал.** Доверительный интервал для математического ожидания генеральной совокупности находится по выборочной средней и среднему квадратическому отклонению генеральной совокупности с помощью встроенной функции ДОВЕРИТ. Ее параметры: ДОВЕРИТ(альфа; станд\_откл; размер), где альфа – уровень значимости, используемый для вычисления уровня надежности. Уровень надежности равняется 100 % (1 – альфа) или, другими словами, значение аргумента «альфа», равное 0,05, означает 95%-ный уровень надежности;

станд\_откл – стандартное отклонение генеральной совокупности для интервала данных, предполагается известным;

размер – размер выборки.

Доверительный интервал представляет собой диапазон значений. Выборочное среднее  $X$  является серединой этого диапазона, следовательно, доверительный интервал определяется как  $(X \pm \text{ДОВЕРИТ})$ . Например, если  $X$  – это среднее выборочное значение суточного удоя коровы, то математическое ожидание генеральной совокупности принадлежит интервалу  $(X \pm \text{ДОВЕРИТ})$ . Для любого значения математического ожидания генеральной совокупности  $\mu_0$ , находящегося в этом интервале, вероятность того, что выборочное среднее отличается от  $\mu_0$  более чем на  $X$ , превышает значение уровня значимости «альфа». Для любого математического ожидания  $\mu_0$ , не относящегося к этому ин-

тервалу, вероятность того, что выборочное среднее отличается от  $\mu_0$  более чем на  $X$ , не превышает значения уровня значимости «альфа». Например, предположим, что требуется при заданном выборочном среднем  $X$ , стандартном отклонении генеральной совокупности и размере выборки создать критерий на основе двойной выборки при уровне значимости «альфа» для проверки гипотезы, согласно которой математическое ожидание равно  $\mu_0$ . В этом случае гипотеза не отвергается, если  $\mu_0$  принадлежит доверительному интервалу, и отвергается, если  $\mu_0$  не принадлежит доверительному интервалу. Доверительный интервал не позволяет предполагать, что с вероятностью  $(1 - \text{альфа})$  удой коровы при контрольной дойке окажется в пределах доверительного интервала.

*Пример.* Предположим, что имеется выборка из 50 коров, для которых средний суточный удой составляет 30 кг молока со стандартным отклонением для генеральной совокупности, равным 2,5. Если  $\alpha = 0,05$ , то функция  $\text{ДОВЕРИТ}(0,05; 2,5; 50)$  возвращает значение 0,692952 (рис. 2).

Соответствующий доверительный интервал равен  $30 \pm 0,692952$ , т. е. приблизительно (29,3; 30,7). Для любого математического ожидания генеральной совокупности  $\mu_0$  в этом интервале вероятность того, что выборочное среднее отличается от  $\mu_0$  более чем на 30, превышает 0,05. Соответственно, для любого математического ожидания генеральной совокупности  $\mu_0$ , не принадлежащего этому интервалу, вероятность того, что выборочное среднее отличается от  $\mu_0$  более чем на 30, меньше 0,05. Другими словами, доверительный интервал среднего удоя коров для генеральной совокупности составляет  $(30 \pm 0,692952)$  кг, или от 29,3 до 30,7 кг.

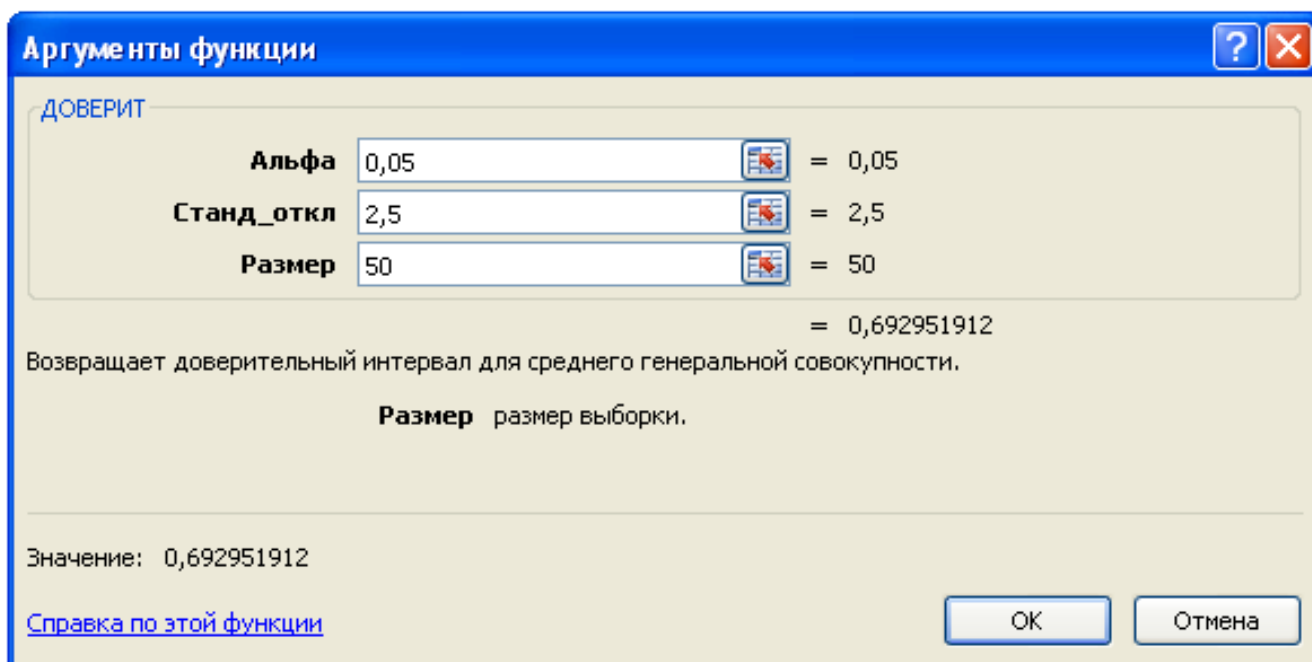


Рис. 2

*Экссесс.* Экссесс множества данных характеризует относительную остроконечность или сглаженность распределения по сравнению с нормальным распределением. Положительный эксцесс обозначает относительно остроконечное распределение, отрицательный эксцесс – относительно сглаженное распределение.

Синтаксис функции – ЭКСЦЕСС (число1;число2; ...).

Число1, число2, ... – от 1 до 255 аргументов, для которых вычисляется эксцесс. Можно использовать один массив или одну ссылку на массив вместо аргументов, разделяемых точкой с запятой.

Например, эксцесс по живой массе коров составляет 1,286377109.

**Асимметрия распределения.** Характеризует степень несимметричности распределения относительно его среднего. Положительная асимметрия указывает на отклонение распределения в сторону положительных значений, отрицательная асимметрия – на отклонение распределения в сторону отрицательных значений.

Асимметрия находится с помощью функции СКОС (число1; число2; ...), где число1, число2, ... – от 1 до 255 аргументов, для которых вычисляется асимметрия.

Вместо аргументов, разделяемых точкой с запятой, можно использовать один массив или одну ссылку на массив.

Например, асимметрия распределения данных по живой массе коров составляет - 0,24524.

**Нормализованное значение.** Находится с помощью функции НОРМАЛИЗАЦИЯ (x;среднее;стандартное\_откл), которая возвращает нормализованное значение для распределения, характеризуемого средним и стандартным отклонением.

X – нормализуемое значение;

среднее – среднее арифметическое распределения;

станд\_откл – стандартное отклонение распределения.

*Пример.* 42 – значение, которое требуется нормализовать, 40 – среднее арифметическое распределения, 1,5 – стандартное отклонение распределения. Нормализованное значение числа 42 в соответствии с приведенными выше условиями составляет 1,333333.

**Нормальная функция распределения.** Широко применяется в статистике, в том числе при проверке гипотез. Встроенная функция НОРМРАСП (x;среднее;стандартное\_откл;интегральная) возвращает нормальную функцию распределения для указанного среднего и стандартного отклонения. Синтаксис этой функции:

x – значение, для которого строится распределение;

среднее – среднее арифметическое распределения;

стандартное\_откл – стандартное отклонение распределения;

интегральная – логическое значение, определяющее форму функции. Если аргумент «интегральная» имеет значение ИСТИНА, функция НОРМРАСП возвращает интегральную функцию распределения; если этот аргумент имеет значение ЛОЖЬ, возвращается функция плотности распределения.

Если среднее = 0, стандартное\_откл = 1 и интегральная = ИСТИНА, то функция НОРМРАСП возвращает стандартное нормальное распределение, т. е. НОРМСТРАСП.

**Обратное нормальное распределение.** Находится с помощью функции НОРМОБР, которая возвращает обратное нормальное распределение для указанного среднего и стандартного отклонения.

Синтаксис: НОРМОБР (вероятность; среднее; стандартное\_откл), где вероятность – вероятность, соответствующая нормальному распределению;

среднее – среднее арифметическое распределения;

стандартное\_откл – стандартное отклонение распределения.

Если среднее = 0 и стандартное\_откл = 1, НОРМОБР использует стандартное нормальное распределение.

Если задано значение вероятности, то функция НОРМОБР ищет значение  $x$ , для которого функция НОРМРАСП ( $x$ , среднее, стандартное\_откл, ИСТИНА) = вероятность. Однако точность функции НОРМОБР зависит от точности НОРМРАСП. В функции НОРМОБРNORMINV для поиска применяется метод итераций.

**Стандартное нормальное распределение.** Функция НОРМСТОБР возвращает обратное значение стандартного нормального распределения. Это распределение имеет среднее, равное нулю, и стандартное отклонение, равное единице.

Синтаксис: НОРМСТОБР (вероятность), где вероятность – вероятность, соответствующая нормальному распределению.

**F-распределение вероятности.** Функцию ФРАСП можно использовать, чтобы определить, имеют ли два множества данных различные степени разброса результатов. Например, можно проанализировать результаты годовых удоев двух стад коров разных пород и определить, различается ли разброс результатов данных для разных пород.

Синтаксис: ФРАСП ( $x$ ; степени\_свободы1; степени\_свободы2), где  $x$  – значение, для которого вычисляется функция;

степени\_свободы1 – это числитель степеней свободы;

степени\_свободы2 – это знаменатель степеней свободы.

ФРАСП вычисляется следующим образом:  $\text{ФРАСП} = P(F > x)$ , где  $F$  – это случайная величина, которая имеет F-распределение со степенями свободы степени\_свободы1 и степени\_свободы2.

Основные числовые характеристики ряда данных находятся одновременно инструментом «Описательная статистика» пакета «Анализ данных». Имея заполненный интервал A1:A50 (живая масса коров) заполним поля диалогового окна следующим образом (рис. 3).

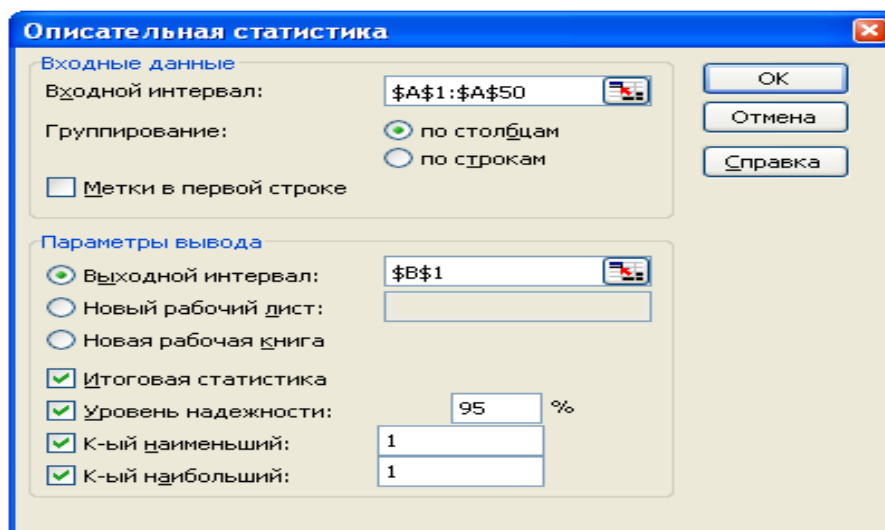


Рис. 3

Нажатие ОК возвращает (рис. 4) числовые характеристики.

С помощью параметра «Уровень надежности» находятся доверительные интервалы, покрывающие среднее значение с заданной надежностью. В данном примере доверительный интервал (582,96 – 21,41; 582,96 + 21,41), или (561,5491; 604,3709).

	А	В	С
1	456	<i>Столбец1</i>	
2	457		
3	461	Среднее	582,96
4	464	Стандартная ошибка	10,65446
5	474	Медиана	603,5
6	476	Мода	509
7	478	Стандартное отклонение	75,33841
8	486	Дисперсия выборки	5675,876
9	496	Эксцесс	-1,28638
10	499	Асимметричность	-0,24524
11	505	Интервал	248
12	509	Минимум	456
13	509	Максимум	704
14	510	Сумма	29148
15	527	Счет	50
16	534	Наибольший(1)	704
17	538	Наименьший(1)	456
18	539	Уровень надежности(95,0%)	21,41094

Рис. 4

Одновременно могут быть получены значения параметров нескольких рядов данных, при этом каждому ряду будет соответствовать свой столбец.

### Контрольные вопросы

1. Как характеризовать структуру совокупности при качественных различиях между вариантами?
2. Что такое вариационный размах и лимиты?
3. Какие две группы показателей позволяют характеризовать вариационные ряды?
4. Что такое медиана, мода?
5. Могут ли совпасть значения  $x$ ,  $Mo$  и  $Me$ ?
6. Свойства средней арифметической.
7. Стандартное отклонение как мерило изменчивости совокупности.
8. Что такое варианса?
9. Степени свободы. Значение этого показателя. При каких значениях  $n$  более точным является использование числа степеней свободы, а не количества вариант (наблюдений)?
10. Как вычисляется средневзвешенное арифметическое среднее значение? Определение числа степеней свободы для объединенной совокупности.
11. В каких случаях целесообразно пользоваться средней геометрической?
12. В чем заключается закон сложения вариации?
13. Почему  $x$  и  $\sigma$  являются основными характеристиками вариационного ряда?

**Задание 1.** Вычислите основные статистические показатели, используя встроенные формулы и надстройку «Анализ данных», по данным табл. 2.

Таблица 2. **Живая масса телят при рождении, кг**

27	32	32	31	32	28	37	35	26	28	36
32	39	34	30	37	26	27	40	35	37	28
28	43	26	35	45	26	35	32	32	35	36
35	28	32	36	32	36	37	33	28	31	
36	33	33	28	23	26	34	32	36	27	
32	39	30	30	36	38	24	32	30	31	
28	36	36								

**Задание 2.** Вычислите основные статистические показатели, используя встроенные формулы и надстройку «Анализ данных», по данным табл. 3.

Таблица 3. **Живая масса телят в месячном возрасте, кг**

53	51	52	55	56	49	51	52	54	56
54	53	52	53	51	55	53	55	53	54
51	51	56	54	54	53	54	54	55	53
52	55	53	53	56	53	52	56	52	52
56	55	50	54	49	54	54	55	54	55
52	51	55	52	55	54	51	54	53	54
54	56	54	55	53	53	56	55	54	53
55	52	53	52	51	55	53	54	51	50
53	54	55	52	55	52	53	50	53	52
58	57	57	58	56	57	56	58	57	57

**Задание 3.** Обхват тела у густеры (оз. Долгое) выражался следующими числами (табл. 4).

Таблица 4. **Обхват тела у густеры, мм**

80	75	75	85	78	85	80	77	83	85
88	94	95	86	80	73	78	90	95	90
80	75	83	70	78	83	75	78	86	81
62	77	75	73	80	80	74	73	82	72
80	90	80	78	60	65	71	72	64	67
74	80	68	75	76	65	70	78	75	83
85	70	88	73	56	75	70	73	68	66
65	68	75	78	63	68	68	70	60	56

Вычислите основные статистические показатели, используя встроенные формулы и надстройку «Анализ данных».

**Задание 4.** Длина тела у 77 экземпляров плотвы (оз. Долгое) была следующей (табл. 5). Вычислите основные статистические показатели, используя встроенные формулы и надстройку «Анализ данных».

Таблица 5. **Обхват тела плотвы, мм**

143	157	148	153	150	142	164	139	139	140
143	120	144	130	138	124	127	137	139	129
128	119	120	138	130	114	126	135	117	132
130	145	140	153	137	142	145	137	141	125
143	138	140	135	135	136	125	137	131	120
127	118	120	124	134	111	132	133	100	132
143	134	138	130	135	133	134	151	107	110
94	95	142	148	136	165	172			

**Задание 5.** Вычислите основные статистические показатели, используя встроенные формулы и надстройку «Анализ данных», по данным табл. 6 об удоях коров.

Таблица 6. **Удой коров за 300 дней лактации, кг**

3586	2761	2825	3807	3858.	3904	3530	1951	2362	2729
3453	2635	3752	2666	3331	923	2948	3428	2574	2581
3165	2361	4055	2440	2763	2838	2893	2461	791	4011
2148	2144	2856	2293	3246	2955	3920	3205	2949	2559
2358	2766	2849	3420	2833	3528	3250	1474	2632	2108
2580	3468	903	3027	3177	3666	3242	2715	2730	2748
3115	2330	3339	2033	1850	2093	3642	3736	3847	4080
3847	2934	3676	4155	3306	3734	2199	2463	2448	3293

**Задание 6.** На телятах холмогорских помесей были получены следующие среднесуточные приросты (г): 700; 667; 765; 733; 857; 423; 633; 566; 706; 518; 766; 520. Вычислите основные статистические показатели.

**Задание 7.** Было сделано пять определений содержания кальция в крови (условные единицы): 11, 27; 11, 36; 11, 09; 11, 16; 11, 47. Вычислите основные статистические показатели.

**Задание 8.** Живая масса при рождении 11 поросят была следующей (кг): 1,2; 1,1; 1,3; 0,9; 1,4; 1,0; 1,5; 1,3; 1,2; 1,4; 1,0. Вычислите основные статистические показатели. Какую функцию для вычисления среднего квадрата удобнее применить?

**Задание 9.** Имеются следующие данные о косой длине туловища взрослых коров (табл. 7).

Таблица 7. Косая длина туловища коров, см

162	151	161	170	167	164	166	164	173	172
165	153	164	169	170	154	163	159	161	167
168	164	170	166	176	157	159	158	160	161
167	155	166	167	173	165	175	165	174	167
170	169	159	159	160	156	161	162	161	181
159	169	160	169	161	161	166	164	170	180
158	167	169	165	166	172	168	171	178	178
171	165	161	162	182	164	171	169	176	177
170	169	171	160	165	165	179	161	178	173
168	171	163	165	166	166	166	169	167	166
167	172	169	171	168	162	165	168	171	174
165	168	167	170	170					

Определите основные статистические показатели. Постройте гистограмму.

**Задание 10.** Масса цыплят белых леггорнов (г) за 2 месяца была следующей: первая неделя – 62,7; вторая – 121,4; третья – 193,0; четвертая – 380,0; пятая – 481,0; шестая – 504,0; седьмая – 719,0 и восьмая неделя – 759,0. Определите, на сколько увеличивалась масса по неделям, и после этого вычислите средний прирост, используя функции средней арифметической и средней геометрической. Определите абсолютную и относительную ошибки при использовании функции средней арифметической.

**Задание 11.** В течение 10 месяцев лактации каждый месяц определяли у коровы Астра жирность молока. Были получены следующие помесячные показатели процента жира в молоке: 3,4; 3,0; 3,0; 3,2; 3,2; 3,4; 3,5; 3,7; 4,0; 4,3. Удои по месяцам были следующими (кг): 400, 600, 520, 360, 300, 260, 200, 150, 90, 50.

Определите средний процент жира в молоке за всю лактацию двумя способами: а) сложением помесячных процентов жира и делением суммы на 10; б) вычислением средней взвешенной с учетом количества молока за каждый месяц лактации. Какой способ точнее?

## Тема 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

### Занятие 2.1. Оценка достоверности разницы между средними арифметическими двух выборочных совокупностей

Рассмотрим решение задач статистической проверки гипотез с помощью тестов пакета «Анализ данных».

*Пример 1.* Для сравнения устойчивости лактации у двух коров представлены данные об их удоях по месяцам лактации (табл. 8).

Таблица 8. Месячные удои коров Ночки и Зорьки за третью лактацию, кг

Кличка	Месяц лактации									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ночка	660	660	612	567	525	486	444	399	351	294
Зорька	675	665	630	605	550	500	450	402	345	280

Можно ли считать, что устойчивость лактации у двух коров одинакова, если принять уровень значимости  $\alpha = 0,1$ , а в качестве конкурирующей гипотезы  $H_1 : D(x) \neq D(y)$ ?

*Решение.* Вводим первый ряд данных в диапазон A1:A10, а второй – в диапазон B1:B8. Открываем диалоговое окно «Двухвыборочный F-тест для дисперсии» (рис. 5) и задаем данные.

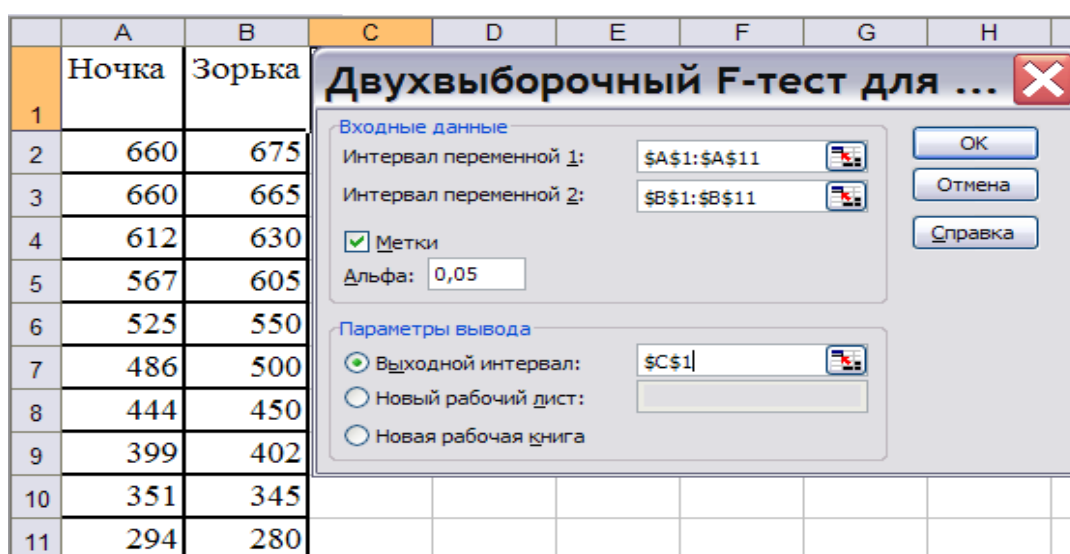


Рис. 5

Нажатие ОК приводит к следующим результатам (рис. 6):

	A	B	C	D	E
	Ночка	Зорька			
1			Двухвыборочный F-тест для дисперсии		
2	660	675			
3	660	665		Ночка	Зорька
4	612	630	Среднее	499,8	510,2
5	567	605	Дисперсия	16336,4	19084,84
6	525	550	Наблюдения	10	10
7	486	500	df	9	9
8	444	450	F	0,855988	
9	399	402	P(F<=f) одностороннее	0,410305	
10	351	345	F критическое одностороннее	0,314575	
11	294	280			

Рис. 6

Так как уровень значимости критерия был уменьшен в два раза, то в ячейке D10 находится  $F$  критическое двустороннее. В силу выполнения неравенства  $|F| > F_{кр}$  гипотеза  $H_0$  отвергается.

*Ответ:* нельзя.

Парный двухвыборочный t-тест для средних пакета «Анализ данных» применяется при сравнении двух средних нормальных генеральных совокупностей с неизвестными дисперсиями. Сравняются зависимые выборки (например, при наличии корреляционной зависимости), данные должны быть сгруппированы попарно.

*Пример 2.* Корова Зорька – дочь Ночки. При уровне значимости 0,01 установить, значимо или незначимо различаются их удои на протяжении третьей лактации, в предположении, что они распределены нормально (данные взять из примера 1 данного занятия).

*Решение.* Принять  $H_0 : M(X) = M(Y)$ ,  $H_1 : M(X) \neq M(Y)$ . Ввести первый ряд данных в диапазон A1:A11, а второй – в диапазон B1:B11. Открыть диалоговое окно «Парный двухвыборочный t-тест для средних» и задать данные (рис. 7).

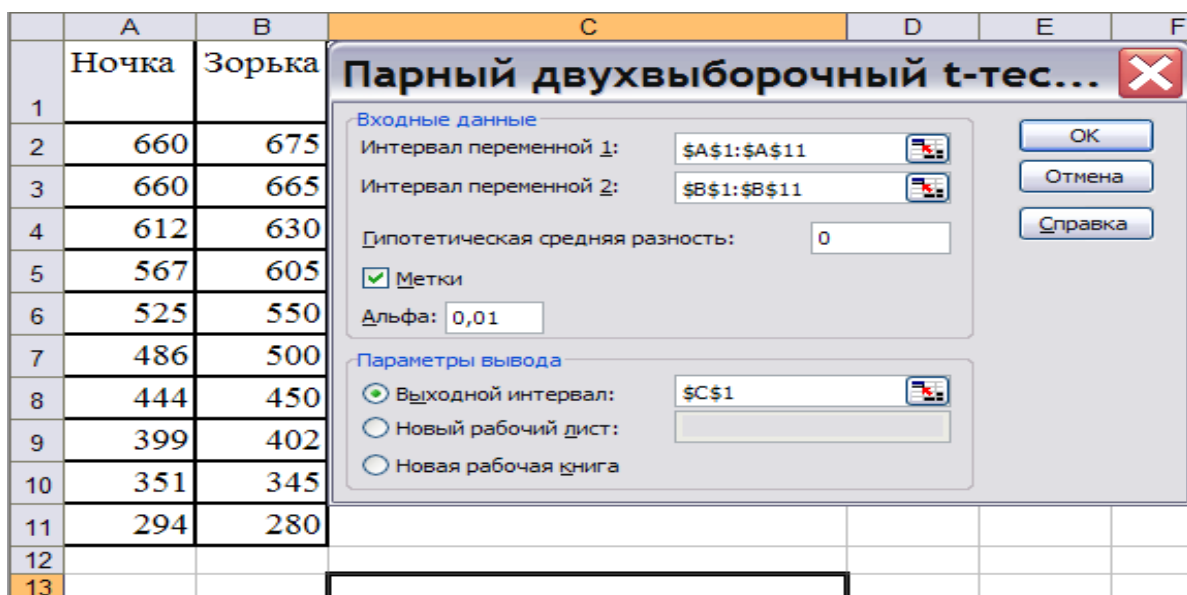


Рис. 7

Нажатие ОК приводит к следующим результатам (рис. 8).

Так как абсолютное значение показателя «t-статистика» меньше показателя «t-критическое двустороннее», то гипотеза  $H_0$  принимается.

*Ответ:* незначимо.

Если необходимо сравнить две средние малых независимых выборок нормальных генеральных совокупностей, дисперсии которых неизвестны и предполагаются одинаковыми, то применяется двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями.

	A	B	C	D	E
	Ночка	Зорька			
1			Парный двухвыборочный t-тест для средних		
2	660	675			
3	660	665		Ночка	Зорька
4	612	630	Среднее	499,8	510,2
5	567	605	Дисперсия	16336,4	19084,84
6	525	550	Наблюдения	10	10
7	486	500	Корреляция Пирсона	0,996623	
8	444	450	Гипотетическая разность средних	0	
9	399	402	df	9	
10	351	345	t-статистика	-2,18744	
11	294	280	P(T<=t) одностороннее	0,028243	
12			t критическое одностороннее	2,821438	
13			P(T<=t) двухстороннее	0,056485	
14			t критическое двухстороннее	3,249836	

Рис. 8

*Пример 3.* Из двух партий молока (утренний и вечерний удой коров одной фермы) взяты контрольные пробы, объемы которых  $n = 10$  и  $m = 12$ . Определялось процентное содержание белка. Получены следующие результаты:

$x_i$	$n_i$
3,4	2
3,5	3
3,7	4
3,9	1

$y_i$	$m_i$
3,2	2
3,4	2
3,6	8

Требуется при уровне значимости 0,05 проверить гипотезу  $H_0: M(X) = M(Y)$  о равенстве средних значений белкомолочности при конкурирующей гипотезе  $H_1: M(X) \neq M(Y)$ . Предполагается, что случайные величины  $X$  и  $Y$  распределены нормально.

*Решение.* В диапазон A2:A11 вводим значения  $x_i$ , повторяя каждое значение столько раз, какова его частота. Аналогичным образом в диапазон B2:B13 вводим значения  $y_i$ . Открываем диалоговое окно «Двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями» и задаем данные (рис. 9).

The image shows an Excel spreadsheet with two columns, A and B, containing data. Column A has values 3,4, 3,4, 3,5, 3,5, 3,7, 3,7, 3,7, 3,7, 3,9. Column B has values 3,2, 3,2, 3,4, 3,4, 3,6, 3,6, 3,6, 3,6, 3,6. A dialog box titled "Двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями" is overlaid on the spreadsheet. The dialog box has the following fields and options:

- Входные данные**
  - Интервал переменной 1: \$A\$1:\$A\$11
  - Интервал переменной 2: \$B\$1:\$B\$13
  - Гипотетическая средняя разность: 0
  - Метки
  - Альфа: 0,05
- Параметры вывода**
  - Выходной интервал: \$C\$1
  - Новый рабочий лист
  - Новая рабочая книга

Buttons for OK, Отмена, and Справка are visible on the right side of the dialog box.

Рис. 9

Нажатие ОК дает следующие результаты (рис. 10).

Так как  $|t\text{-статистика}| = |t_{\text{набл}}| < |t_{\text{кр.двухстор.}}|$ , то гипотеза  $H_0$  принимается.

*Ответ:* не различаются.

Аналогичным образом применяются остальные тесты.

	A	B	C	D	E
1	$x_i$	$y_i$	Двухвыборочный t-тест с одинаковыми дисперсиями		
2	3,4	3,2			
3	3,4	3,2		$x_i$	$y_i$
4	3,5	3,4	Среднее	3,6	3,5
5	3,5	3,4	Дисперсия	0,026667	0,025455
6	3,5	3,6	Наблюдения	10	12
7	3,7	3,6	Объединенная дисперсия	0,026	
8	3,7	3,6	Гипотетическая разность средних	0	
9	3,7	3,6	df	20	
10	3,7	3,6	t-статистика	1,448414	
11	3,9	3,6	$P(T \leq t)$ одностороннее	0,081499	
12		3,6	t критическое одностороннее	1,724718	
13		3,6	$P(T \leq t)$ двухстороннее	0,162999	
14			t критическое двухстороннее	2,085963	

Рис. 10

### Контрольные вопросы

1. Отличаются ли друг от друга по закономерностям случайной вариации выборочная и генеральная совокупности?
2. В какой степени средняя арифметическая выборочной совокупности характеризует среднюю арифметическую генеральной совокупности?
3. Как колеблются  $x$  отдельных выборок вокруг средней арифметической генеральной совокупности?
4. Что такое стандартная ошибка?
5. В каких пределах по отношению к  $x$  выборочной совокупности может находиться средняя арифметическая генеральной совокупности?
6. В чем заключается ошибка выборочности?
7. Объясните, в чем заключается закон больших чисел.
8. Закон больших чисел как основа распределения вариант в вариационном ряду,  $x$  отдельных выборок и ошибок.

9. Какова зависимость между значением средней ошибки и объемом совокупности?
10. Изменяются ли доверительные границы и доверительный интервал для  $\mu$  при разных величинах  $n$ ? Когда надо пользоваться  $t$ -распределением Стьюдента?
11. Как можно определить необходимый объем выборочной совокупности?
12. Кратко охарактеризуйте основные предпосылки выборочного метода.
13. Как вычисляются средние ошибки для  $\sigma$  и  $\nu$ ?
14. Как оценивается достоверность  $x$ ?
15. Объясните сущность нулевой гипотезы и приведите примеры.
16. Как оценивается достоверность разницы между средними арифметическими?
17. Как формулируется нулевая гипотеза при сравнении двух средних арифметических?
18. В чем преимущество попарного сравнения данных? Приведите примеры из биологии.
19. Объясните графический метод сравнения средних арифметических.
20. В чем заключается критерий знаков?
21. Можно ли установить достоверность разницы между средними квадратическими отклонениями с помощью  $t$ ?
22. Что такое критерий  $F$ ?
23. В чем заключается нулевая гипотеза при сравнении varianс?
24. Можно ли считать достоверным различие между вариансами, если фактическое значение  $F$  больше табличного? Если оно меньше табличного?

**Задание 1.** Средний процент жира в молоке за лактацию коров был следующим: 3,4; 3,6; 3,2; 3,1; 2,9; 3,7; 3,2; 3,6; 4,0; 3,4; 4,1; 3,8; 3,4; 4,0; 3,3; 3,7; 3,5; 3,6; 3,4; 3,8. Определите  $\bar{x}$ ,  $\sigma$  и  $s_x$ . Установите доверительные интервалы для  $\bar{x}$  при вероятности 0,99; при вероятности 0,95.

При обследовании 150 коров средняя высота в холке была равна 132 см, а  $\sigma = 6$  см. В каких пределах находится средняя арифметическая генеральной совокупности с вероятностью 0,99? С вероятностью 0,95?

**Задание 2.** Были получены следующие данные о массе (г) двухлетков карпа:

Самцы	186	190	165	182	182	182	180
	173	157	179	164	146	173	144
	156	156	165	160	160	161	144
	153	153	151	173			
Самки	162	163	190	188	147	146	145
	157	162	186	175	147	145	145
	155	174	180	148	175	145	144
	153	165	141	164			

Отличаются ли по массе самцы от самок?

**Задание 3.** Получены следующие данные о температуре тела (°C) тушканчиков

Самцы	37,5	37,9	37,4	37,8	36,8	37,8	37,5
Самки	37,8	38,1	37	37,5	37,7	37,8	37,6

Отличаются ли самцы и самки по температуре тела?

**Задание 4.** У серебристо-черных лисиц зверофермы было подсчитано количество желтых тел в яичниках:

В 2013–2018 гг.	5	3	8	4	6	4	5	9	5
	5	4	3	5	5	5	5	7	4
	5	7	5	3	3	5	4	5	4
В 2019–2023 гг.	6	7	4	5	5	6	7	5	6
	7	7	5	6	4	5	7	5	6
	5	7	6	5	5	5	6	6	6
	6	8	7	7	6	6	6	7	7
	5	9	8	8	5	8	5	6	7

Достоверно ли различие по числу желтых тел на самку за два периода?

**Задание 5.** 12 черно-пестрых коров покрыты джерсейским быком. Получены следующие данные о количестве молока за лактацию (кг) и о жирности его у матерей и дочерей:

Матери		Дочери	
Количество молока, кг	Жир, %	Количество молока, кг	Жир, %
1983	3,25	3509	5,29
3674	3,81	3110	6,04
3976	2,96	3181	5,24
3391	3,24	2997	5,25
4344	2,82	2991	5,14
3784	2,83	3720	4,72
3628	2,79	3268	4,54
3957	3,08	3595	4,97
2185	3,01	2939	5,13
4980	3,23	3213	4,98
2709	3,68	3240	5,58
2807	2,96	3388	4,81

Сравните удои и жирность молока дочерей и матерей попарным методом.

**Задание 6.** Для семи коров известны следующие данные об их убойной массе (кг) в теплом состоянии  $x$  и после охлаждения  $y$ :

$x$	322,6	250,6	287,3	408,1	338	213,5	323,3
$y$	318,9	247	279,7	403	334,7	209,3	319,2

Определите достоверность разницы между средней убойной массой в теплом состоянии и средней убойной массой после охлаждения двумя способами: парным двухвыборочным  $t$ -тестом для средних и двухвыборочным  $t$ -тестом с одинаковыми дисперсиями. Сделайте вывод о том, какой метод в данном случае позволяет получить более правильные данные.

**Задание 7.** На 10 парах крыс определяли биологическую ценность белков арахиса – сырого  $P$  и жареного  $R$ . Пары данных (условные единицы) были следующими: 61–55, 60–54, 56–47, 63–59, 56–51, 63–61, 59–57, 56–54, 44–63, 61–58. Достоверна ли разница? Какой метод можно применить для установления ошибки разницы? На сколько изменятся результаты, если исключить резко отличающуюся от остальных пару данных 44–63? Достаточны ли полученные данные для того, чтобы можно было сделать какой-либо вывод?

**Задание 8.** Для изучения влияния рационов с добавкой 10 мкг витамина В<sub>12</sub> на рост свиней было составлено попарно 16 групп, в каждой из которых было по 6 голов. Средние суточные приросты (г) на 1 голову в сутки следующие:

Рационы	1	2	3	4	5	6	7	8
С В <sub>12</sub>	540	560	590	610	520	540	580	600
Без В <sub>12</sub>	530	550	580	600	510	530	570	590

Какова достоверность разницы?

**Задание 9.** Имеются следующие данные об удоях 10 коров-матерей и их дочерей по полновозрастным лактациям (кг):

Удой матерей	6770	6817	5450	6463	6500	8544	6112	6150	6118	6018
Удой дочерей	5991	7593	6529	7274	6103	6947	6491	6559	5916	7580

Достоверна ли разница между удоями матерей и дочерей? Какой метод сравнения можно применить?

## Занятие 2.2. Дисперсионный анализ

Ограничимся однофакторным дисперсионным анализом. В задаче должно быть одинаковое число испытаний на каждом уровне.

*Пример.* Проведено по четыре испытания на каждом из трех уровней фактора  $F$ . Методом дисперсионного анализа при уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу о равенстве групповых средних. Предполагается, что выборки извлечены из нормальных совокупностей с одинаковыми дисперсиями. Результаты испытаний приведены в табл. 9.

Таблица 9. Данные об испытаниях действия фактора  $F$

Номер испытания	Уровни фактора		
	$F_1$	$F_2$	$F_3$
1	38	20	21
2	36	24	22
3	35	26	31
4	31	30	34

*Решение.* Ввести заданные значения в диапазон A1:C4.

Открыть диалоговое окно «Однофакторный дисперсионный анализ» и задать данные (рис. 11).

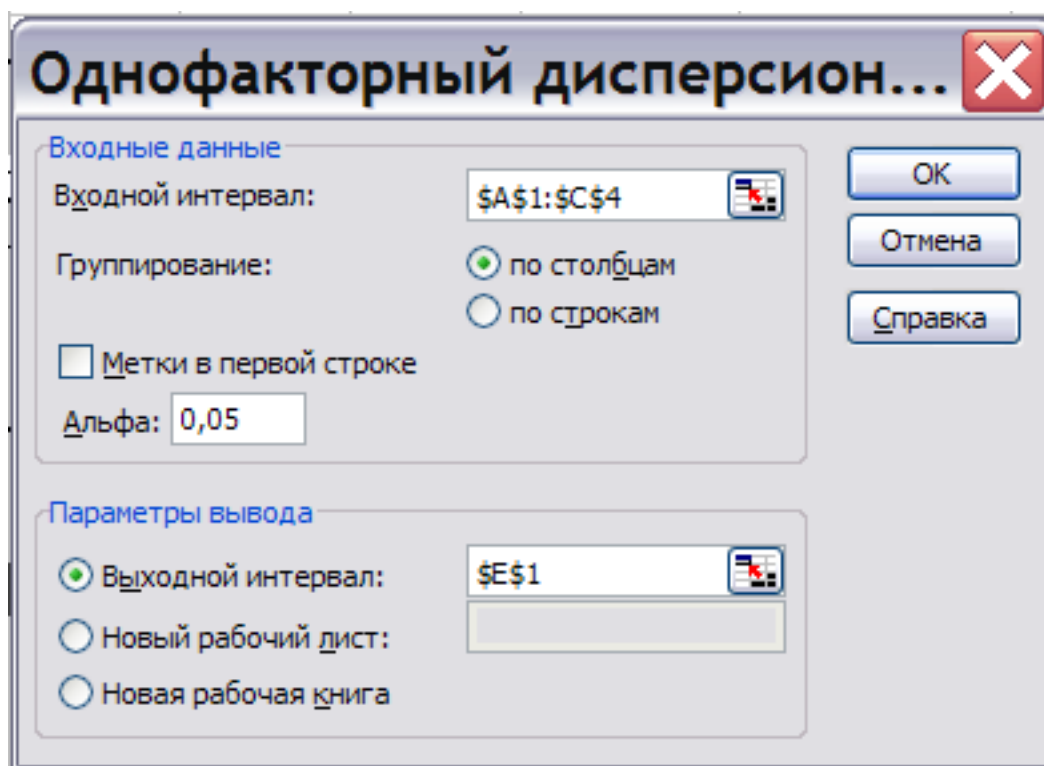


Рис. 11

По команде ОК проводятся вычисления и возвращаются результаты (рис. 12).

	E	F	G	H	I	J	K
Однофакторный дисперсионный анализ							
ИТОГИ							
<i>Группы</i>	<i>Счет</i>	<i>Сумма</i>	<i>Среднее</i>	<i>Дисперсия</i>			
Столбец 1	4	140	35	8,666666667			
Столбец 2	4	100	25	17,333333333			
Столбец 3	4	108	27	42			
Дисперсионный анализ							
<i>Источник вариации</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>P-Значение</i>	<i>F критическое</i>	
Между группами	224	2	112	4,941176471	0,035631885	4,256494729	
Внутри групп	204	9	22,66667				
Итого	428	11					

Рис. 12.

В группе ИТОГИ – предварительные результаты, не требующие пояснения. Остановимся на параметрах дисперсионного анализа.

Параметр  $SS$  (сумма квадратов) между группами – факторная сумма квадратов отклонений групповых средних от общей средней;  $n$  – число испытаний;  $m$  – число уровней фактора.

Параметр  $SS$  внутри групп – остаточная сумма квадратов отклонений наблюдаемых значений от своей групповой средней.

Итоговое значение  $SS$  – общая сумма квадратов отклонений наблюдаемых значений от общей средней.

Параметр  $df$  – число степеней свободы.

Параметр  $MS$  – несмещенные оценки (дисперсии)  $S_{\phi}$  и  $S_o$ , рассчитываемые, соответственно по формулам.

Значение  $F$  – наблюдаемое значение критерия.

$P$ -значение определяется формулой  $=F_{\text{РАСП}}(F; df_{\phi}; df_o)$ , а  $F$  критическое – формулой  $=F_{\text{РАСПОБР}}(\alpha; df_{\phi}; df_o)$ .

Так как  $F = 4,941 > F_{\text{кр}} = 4,256$ , то нулевая гипотеза отвергается.

### Контрольные вопросы

1. Из каких компонентов складывается фактическое отклонение варианты от средней арифметической при одном, двух, трех контролируемых факторах?
2. Что такое градации факторов? Какая разница между фиксированными и случайными градациями факторов?
3. Что такое средний квадрат (варианса)?
4. Как установить достоверность влияния изучаемого фактора?
5. Какие параметры оценивают средние квадраты? В чем истинное значение показателя  $F$  при дисперсионном анализе?
6. Какое дополнительное влияние может быть учтено при двухфакторной схеме дисперсионного анализа?
7. В чем заключается иерархическая схема дисперсионного анализа?
8. Каковы методы определения достоверности разницы между средними арифметическими отдельных групп при дисперсионном анализе?
9. Как вычисляется средняя ошибка для средних арифметических отдельных групп?

**Задание 1.** Изучали продолжительность развития эмбрионов (дни) кроликов разных пород:

Породы	Продолжительность развития отдельных крольчат									
	Альбиносы	30	36	31	30	34	32	34	32	33
35		32	31	33	33	35	31	33	32	33
Шиншилла	31	32	30	34	32	31	30	31	30	31
	30	32	31	32	30	31	33	32	32	33
Голландские	30	29	30	31	30	30	30	31	31	31
	30	31	29	32	31	31	30	31	31	31
Польские	30	31	29	30	29	30	29	31	29	30
	30	30	31	30	30	30	31	30	31	30

Влияет ли породность на продолжительность развития эмбрионов кроликов?

**Задание 2.** Изучали живую массу ягнят-одинцов при рождении, ношенных разное число дней:

Длительность бере-	Живая масса ягнят, кг									
	145	3,8	2,9	3,3	3,6	3,8	3,7	4,8	5,1	3,4
146	3,7	2,9	3,3	3,6	3,9	3,7	4,7	5,0	3,4	3,2
147	3,9	4,1	4,4	5,0	3,0	2,9	4,0	3,2	4,2	4,3
148	4,0	5,2	4,3	2,9	4,1	3,9	3,2	3,9	4,1	4
149	4,0	5,3	4,2	3,0	4,0	3,9	4,2	3,3	4,0	4,1
150	4,1	4,3	5,4	3,1	4,0	4	4,3	3,9	4,0	4,1
151	4,3	4,2	5,5	4,2	4,1	4,1	4,4	3,5	4,1	3,6
152	4,3	3,6	4,4	5,5	4,0	4,1	4,5	4,1	4,2	4,3
153	4,4	4,7	3,9	4,6	5,7	4,3	4,8	4,9	4,7	4,7

Примените метод дисперсионного анализа для выяснения влияния длительности плодношения на живую массу ягнят.

**Задание 3.** Получены следующие данные о плодовитости мышей при облучении рентгеновскими лучами:

Группы	Число мышат от отдельных самок			
	Контроль	10	12	11
Доза 100 p	8	10	7	9
Доза 200 p	7	9	6	4

Влияет ли облучение на плодовитость мышей?

**Задание 4.** Годовые удои отдельных коров распределялись в зависимости от количества отелов следующим образом:

Количество отелов	Годовые удои отдельных коров, кг				
	1	2115	2290	2230	
2	2238	2364	2310		
3	2462	2381	2236	2327	
4	2381	2472	2415		
5	2430	2375	2402	2405	
6	2504	2471	2371	2400	2628
7	2439	2508	2439	2784	

Влияет ли количество отелов на годовые удои коров?

**Задание 5.** В опытах по изучению влияния синэстрола в дозе 0,5 мг (инъекции масляного раствора и кристаллов) на массу яйцеводов пятисуточных цыплят получены следующие результаты:

Группы	Масса отдельных яйцеводов, мг					
	Масляный раствор	125	160	200	141	254
Кристаллы	23	40	130	122	44	120
Контроль	5	6	7	9		

Примените метод дисперсионного анализа для установления влияния синэстрола. Сравните средние арифметические отдельных групп, пользуясь величиной статистической ошибки, по данным дисперсионного анализа.

**Задание 6.** Изучали живую массу ягнят-одиночек при рождении, ношенных разное число дней:

Длительность сукотности, дн.	Живая масса ягнят, кг									
	145	4,1	5,1	3,5	2,8	4,2	4,1	4	3,9	4,6
146	4,2	4,4	4	2,9	4,4	4,2	4,4	4,1	4	5,1
147	4,1	5	2,8	3,9	4,2	4,3	4,4	4,1	4,1	5,1
148	4,4	5,7	3,9	4,5	4,4	4,3	3,8	4,1	4,5	4,4
149	4,3	5,6	3	3,9	4,1	4,2	4,3	4,7	4,5	4,4
150	4,5	5	5,2	4,6	4,3	3	4,7	4,6	4	5,1
151	4,6	5,3	5,5	4,4	4,3	3,2	4	4,5	5	5,2
152	4,6	5,4	6,1	4,8	4,4	3,2	4,8	4,7	4	4,2
153	4,8	5,5	5,2	4,9	4,5	3,4	4,9	4,4	5,1	5,3

Выясните влияние длительности плодношения на живую массу ягнят.

**Задание 7.** Получены следующие данные о продолжительности эмбрионального развития козлят при рождении их одинами, двойнями, тройнями:

Группы количества козлят от одной самки	Длительность эмбрионального развития отдельных козлят, дн.											
	Одинцы	148	151	153	150	151	150	154	152	151	151	149
	152	151	150	152	149	148	151	152	152	152	151	151
Двойни	154	151	152	151	151	152	152	150	151	152	152	151
	152	148	150	151	151	153	152	149	151	148	149	150
Тройни	150	152	149	153	151	148	150	148	149	149		
	147	148	150	149	152	149	148	149	149	148		

Есть ли разница в продолжительности эмбрионального развития между козлятами-одинами, двойнями и тройнями? Примените метод дисперсионного анализа и обычное сравнение средних арифметических.

**Задание 8.** У трех петухов кросса Хайсекс белый определяли количество сперматозоидов. Пробы брали в течение 2 недель с интервалом 1–2 дня. Получены следующие данные:

Номера петухов	Отдельные определения, млн./мм <sup>3</sup>								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4,1	3,5	4,1	3,6	4,7	4,4			
2	1,9	1,3	1,6	1,6	1,1	2	2,2	1,1	1,1
3	3,7	3,2	2,2	3,4	3,8	2,5	3,5	4,2	4,1

Различаются ли петухи по густоте спермы?

**Задание 9.** Подсчитывали количество желтых тел в яичниках серебристо-черных лисиц в течение ряда лет:

Годы	Количество желтых тел у отдельных самок									
1998-2003	4	5	6	6	3	4	5	5	6	5
2004-2008	5	4	3	6	6	5	6	5	5	5
2009-2013	4	7	4	5	6	5	5	6	5	5
2014-2018	8	5	6	4	5	5	7	6	6	5
2019-2023	5	8	7	6	5	5	6	6	5	6

Изменилось ли количество желтых тел за 25 лет?

**Задание 10.** Получены следующие данные о массе крыс четырех пометов из линий *M*, *N*, *O* и *P* на 28-й день вскармливания:

<i>M</i>	<i>N</i>	<i>O</i>	<i>P</i>
62	51	40	45
68	65	46	52
64	62	61	53
65	64	55	42
60	62	56	54

Какое влияние на массу крыс оказали генетические различия между пометами, из которых происходили изучаемые крысята?

### Тема 3. КОРРЕЛЯЦИОННО-РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ

#### Занятие 3.1. Корреляционный анализ

Коэффициент корреляции используется для определения наличия взаимосвязи между двумя свойствами. Например, можно установить зависимость между массой коров и их годовым удоем.

По заданной совокупности точек  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , коэффициент корреляции вычисляется встроенной функцией КОРРЕЛ или ПИРСОН. Обе функции возвращают коэффициент корреляции Пирсона  $r$ , безразмерный индекс в интервале от  $-1,0$  до  $1,0$  включительно, который отражает степень линейной зависимости между двумя множествами данных.

Чем ближе величина дроби к единице, тем больше сопряженность между признаками. Если коэффициент корреляции близок к нулю, то это указывает на отсутствие связи. Принято считать связь очень слабой, если  $r < 0,3$ ; если  $0,3 \leq r \leq 0,5$ , то связь выражена умеренно (слабо); при  $0,5 < r \leq 0,7$  – значительная (средняя) величина связи; при  $0,7 < r \leq 0,9$  связь выражена сильно (тесная корреляция); при  $r > 0,9$  – очень сильная связь.

Наличие у коэффициента корреляции знака «минус» или «плюс» указывает на направления связи. Знак «плюс» означает, что связь между признаками прямая (или положительная), при которой с изменением одного признака другой сопряженный признак изменяется в том же направлении. Если коэффициент корреляции имеет знак «минус», то это свидетельствует о наличии обратной (или отрицательной) связи между признаками, т. е. увеличение (или уменьшение) одного признака сопровождается уменьшением (увеличением) другого признака.

Ковариация (среднее произведений отклонений для каждой пары точек данных) также используется для определения связи между двумя множествами данных. Коэффициент ковариации можно вычислить, используя встроенную функцию КОВАР.

*Пример 1.* Ввести попарно в блок ячеек A1:B51 метки полей и значения вариант по массе и удою коров (табл. 10).

Таблица 10. Попарные значения массы и удоя коров, кг

Масса	Удой	Масса	Удой	Масса	Удой	Масса	Удой	Масса	Удой
456	4810	505	5544	571	6094	620	6658	654	6945
457	4673	509	5247	573	6235	621	6766	656	6759
461	4722	509	5231	591	6229	625	6564	656	6969
464	4847	510	5581	593	6211	628	6411	667	6909
474	5205	527	5662	597	6168	639	6980	667	7100
476	5127	534	5584	610	6365	641	7016	680	7129
478	4954	538	5882	611	6262	646	6788	688	7034
486	5325	539	5682	615	6363	652	6661	688	7491
496	5325	542	5570	616	6649	652	7113	691	7085
499	5288	563	5937	619	6746	654	6903	704	7737

Выделить свободную ячейку, открыть диалоговое окно КОРРЕЛ и ввести данные (рис. 13).

Нажатием ОК коэффициент корреляции вставляется в выбранную ячейку.

Предварительные выводы о характере связи можно сделать из анализа расположения вариант в диаграмме. Используется точечная диаграмма, позволяющая сравнить пары значений.

КОРРЕЛ    =КОРРЕЛ(A2:A51;B2:B51)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Масса, кг	Удой, кг	=КОРРЕЛ(A2:A51;B2:B51)								
2	456	4810									
3	457	4673									
4	461	4722									
5	464	4847									
6	474	5205									
7	476	5127									
8	478	4954									
9	486	5325									
10	496	5325									
11	499	5288									
12	505	5544									
13	509	5247									
14	509	5231									
15	510	5581									
16	527	5662									
17	534	5584									
18	538	5882									

**Аргументы функции**

КОРРЕЛ

Массив1 A2:A51 = {456;457;461;464;474;476;478;486;496;499;505;509;509;510;527;534;538}

Массив2 B2:B51 = {4810;4673;4722;4847;5205;5127;4954;5325;5325;5288;5544;5247;5231;5581;5662;5584;5882}

= 0,982038918

Возвращает коэффициент корреляции между двумя множествами данных.

Массив2 второй диапазон значений. Значениями могут быть числа, имена, массивы или ссылки с именами.

[Справка по этой функции](#)      Значение: 0,982038918           

Рис. 13



Получается следующий результат (рис. 16).

Н	І	Ј	К
	<i>Масса, кг</i>	<i>Удой, кг</i>	<i>Номер лактации</i>
Масса, кг	1		
Удой, кг	0,982038918	1	
Номер лак	0,599829286	0,614359387	1

Рис. 16

### Контрольные вопросы

1. Что такое корреляция?
2. Какая разница между корреляционной и функциональной зависимостями?
3. Какая разница между положительной и отрицательной корреляциями?
4. Коэффициент корреляции как мерилó сопряженности в вариации признаков.
5. Каковы возможные значения коэффициента корреляции? Какие значения коэффициента корреляции следует считать высокими, средними и почему?
6. Всегда ли при  $r = 0$  корреляционная связь отсутствует?
7. Чему равен коэффициент корреляции при полной корреляционной связи?
8. Как понимать нулевую гипотезу в применении к коэффициенту корреляции, к разнице между двумя коэффициентами корреляции?
9. Как определить доверительные границы для  $r$ ?
10. Является ли наличие корреляции доказательством причинной зависимости между изучаемыми варьирующими признаками?
11. Что такое множественная корреляция?

**Задание 1.** В опыте по кормлению 30 крыс в течение 28 дней были получены следующие данные:

Начальная живая масса, г	Количество скормленной пищи (мясо кроликов), г	Конечная живая масса, г
25,8	98	14,8
15,8	116	9,7
18,1	104	11,3
13,3	99	26,0
20,1	153	44,7
10,1	98	21,0
17,1	103	25,2
21,0	112	13,7
23,7	133	38,5
11,2	80	5,8
10,2	87	17,7
16,4	138	40,0
15,9	96	17,1
8,0	102	3,0
26,0	155	37,3
2,4	107	9,7
7,5	142	36,3
15,9	110	21,2
10,7	80	4,5
6,4	83	4,0
16,9	105	20,2
12,2	96	20,5
13,4	90	18,9
15,0	24	26,4
13,8	153	25,4
17,8	82	9,4
20,4	88	21,2
7,9	66	9,2
16,0	118	41,1
12,8	135	31,3

Определите коэффициенты корреляции между тремя признаками. Постройте диаграммы зависимости между парами признаков.

**Задание 2.** У 16 экземпляров щук были измерены длина тела, масса тела и масса икры:

Длина тела, см	Масса тела, г	Масса икры, г
33,4	456	92
31,8	375	94
38,0	484	84
33,4	456	119
42,5	788	126
90,0	7900	744
38,0	581	142
67,0	3550	279
35,4	478	87
42,8	783	138
36,0	365	92
50,5	1300	110
53,4	1998	287
62,0	2320	149
64,0	3650	461
71,0	3450	202

Определите коэффициенты корреляции между двумя признаками. Постройте диаграммы зависимости между парами трех признаков.

**Задание 3.** У пяти свиней крупной белой породы определили длину туловища, высоту в холке и обхват груди:

№ п.п.	Промеры, см		
	Длина туловища	Высота в холке	Обхват груди
1	148,8	76,6	134,2
2	149,2	76,9	135,1
3	149,8	76,6	134,8
4	149,5	76,8	135,0
5	149,8	77,6	134,6

Определите коэффициенты корреляции и построьте диаграммы зависимости между парами трех признаков.

**Задание 4.** У 16 коров черно-пестрой породы определили массу, высоту в холке и годовой удой по первой лактации:

№ п.п.	Масса, кг	Высота в холке, см	Косая длина туловища, см	Удой, кг
1	440	128	170	6776
2	400	123	146	4108
3	440	129	147	6535
4	370	120	144	5341
5	380	127	141	7407
6	380	129	162	6005
7	415	122	158	4418
8	390	129	159	6159
9	405	131	152	4416
10	360	126	158	3716
11	380	124	161	4144
12	385	127	196	4883
13	385	131	142	5390
14	400	131	186	2847
15	390	129	149	4193
16	390	128	148	4569

Определите коэффициенты корреляции и постройте диаграммы зависимости между парами трех признаков.

**Задание 5.** У пяти свиноматок крупной белой породы по трем опоросам определили плодовитость, крупноплодность и молочность:

№ п.п.	Продуктивные качества		
	Число поросят в помете, гол.	Крупноплодность, кг	Живая масса поросят к отъему в 21 день, кг
1	13,0	1,3	87,5
2	13,5	1,2	78,3
3	14,0	1,2	83,0
4	13,3	1,2	78,8
5	13,2	1,1	79,4

Определите коэффициенты корреляции и постройте диаграммы зависимости между парами трех признаков.

### Занятие 3.2. Регрессионный анализ

Если по заданным точкам  $(x_i, y_i)$  надо найти коэффициенты уравнения прямолинейной регрессии  $y = bx + a$  ( $a$  – свободный член или отрезок, отсекаемый на оси  $Y$  линией линейной регрессии;  $b$  – угловой коэффициент, или коэффициент регрессии, или значение наклона линии линейной регрессии. Обозначается так же, как  $m$  или  $k$ ), то используются встроенные функции НАКЛОН и ОТРЕЗОК.

Порядок ввода данных в диалоговые окна является существенным, сначала вводятся значения  $y$ , а затем  $x$ .

Пример 1 приведен на рис. 17.

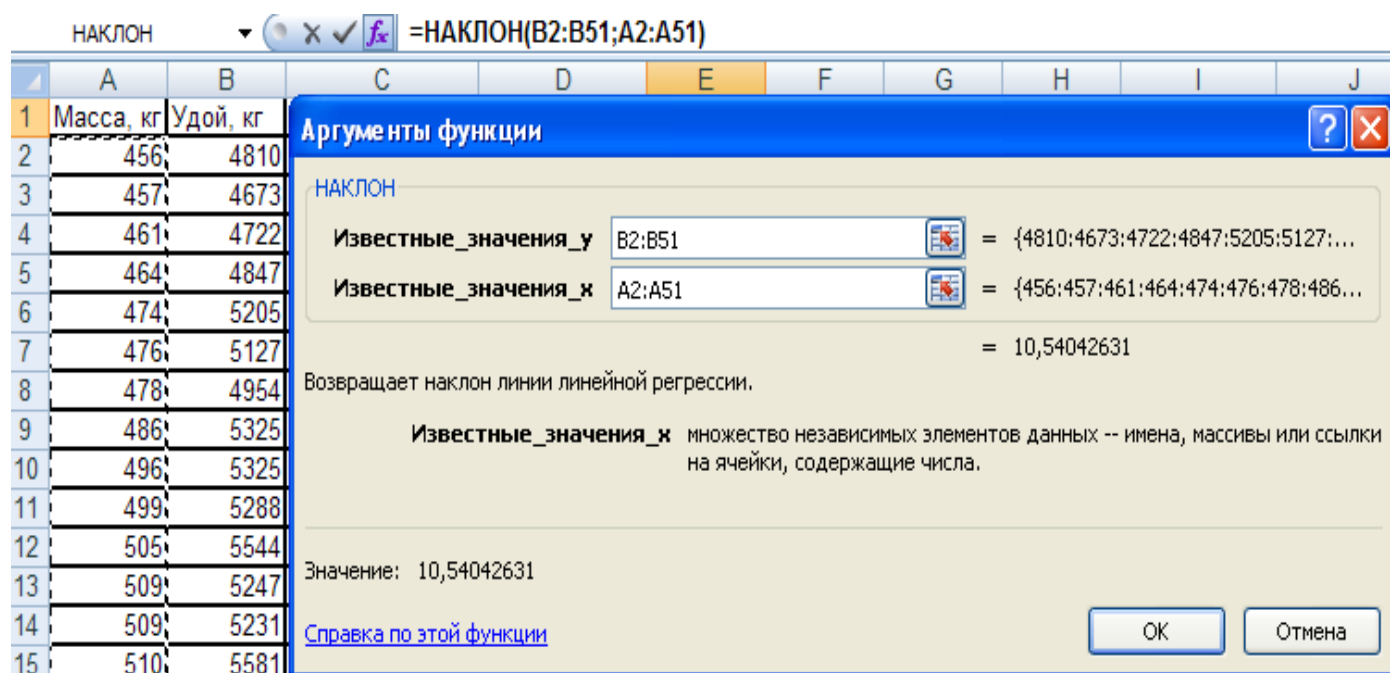


Рис. 17

*Пример 2.* Найти в ячейках C2 и D2 значения наклона линии линейной регрессии и отрезок, отсекаемый на оси Y линией линейной регрессии.

Построить выборочное уравнение прямолинейной регрессии.

1. Ввести в блок E2:E8 значения от 450 до 750 с шагом 50 (как правило для построения линии линейной регрессии достаточно двух точек), а в ячейку F2 – формулу  $=\$C\$2 * E2 + \$D\$2$  (рис. 18) и скопировать ее в ячейки E3:E8.

F2		fx = \$C\$2*E2+\$D\$2				
	A	B	C	D	E	F
1	Масса, кг	Удой, кг	НАКЛОН	ОТРЕЗОК	Масса, кг	Удой, кг
2	456	4810	10,54043	26,073081	450	4769,265
3	457	4673			500	5296,286
4	461	4722			550	5823,308
5	464	4847			600	6350,329
6	474	5205			650	6877,35
7	476	5127			700	7404,371
8	478	4954			750	7931,393

Рис. 18

2. Выделить блок ячеек E1:F8 и построить график (рис. 19).

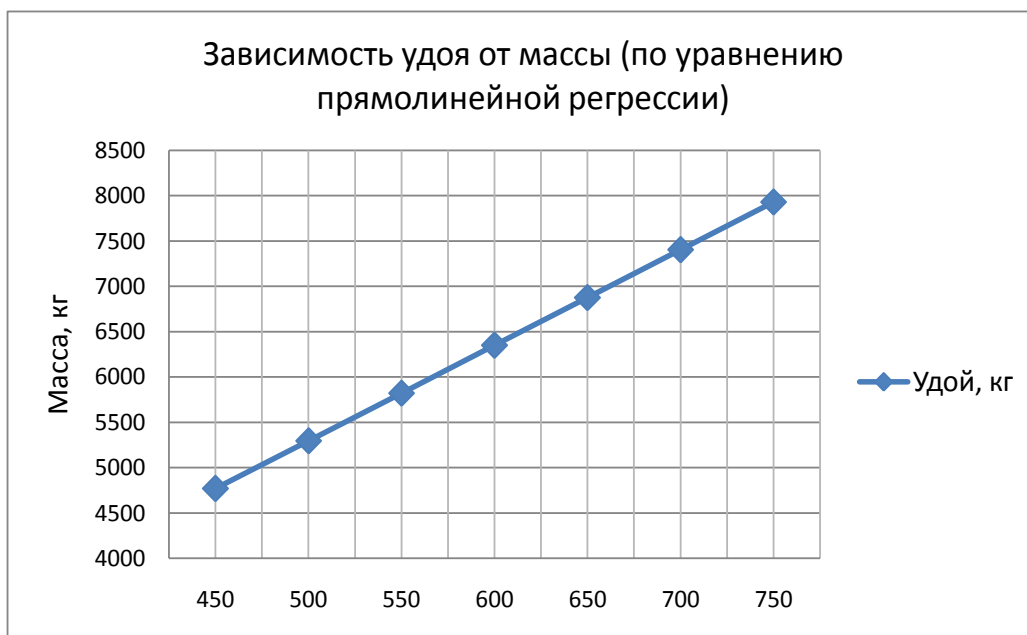


Рис. 19

Столбец значений E1:E6 (рис. 18) можно получить и с помощью встроенной функции ТЕНДЕНЦИЯ.

Пример 3. Выделить свободный диапазон G2:F8.

Открыть диалоговое окно ТЕНДЕНЦИЯ и ввести следующие данные (рис. 20).

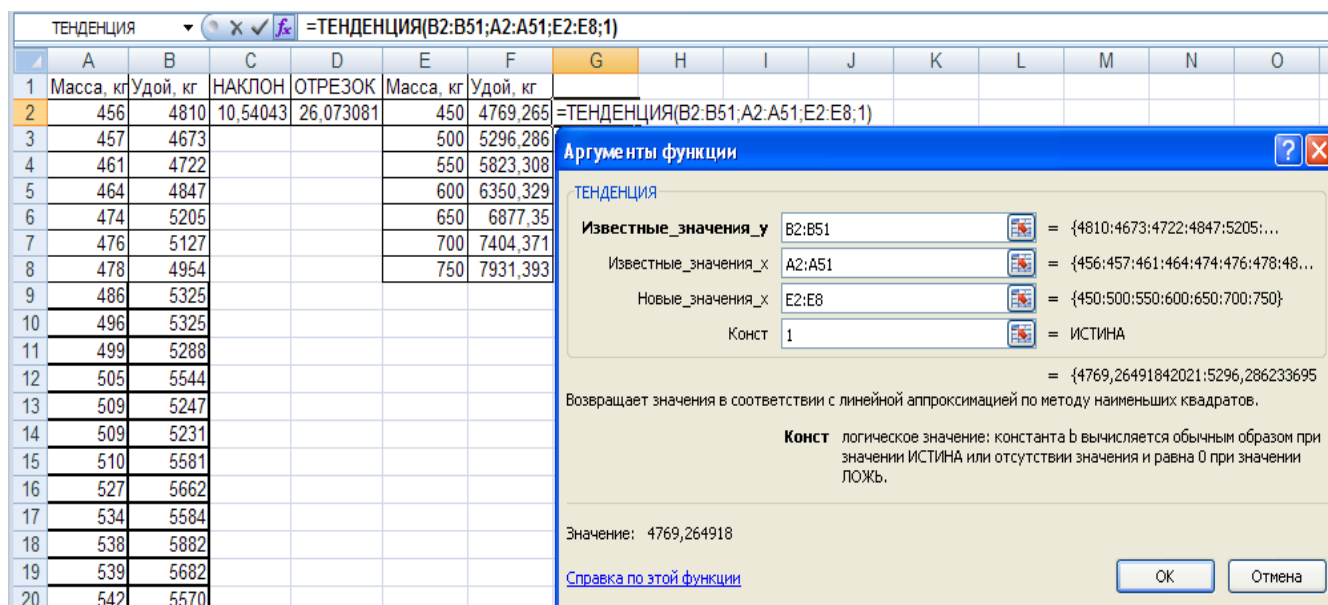


Рис. 20

Формулу в этом примере необходимо ввести как формулу массива. После ввода формулы выделить диапазон G2:G8, начиная с ячейки, содержащей формулу. Нажать клавишу F2, а затем – клавиши «Ctrl» + «Shift» + «Enter». В блоке ячеек G2:G8 получаются те же значения, что и в блоке E2:E8.

Если формула не будет введена как формула массива, единственное значение будет 4769,265.

С помощью встроенной функции ТЕНДЕНЦИЯ можно вычислять и значение в одной точке, указывая ячейку, в которой она находится, в поле новых значений.

Однако в этом случае лучше воспользоваться предназначенной для нее встроенной функцией ПРЕДСКЛЗ, имеющей более простое диалоговое окно.

Коэффициенты уравнения  $yx = ax + b$  находятся одновременно встроенной функцией ЛИНЕЙН, причем по запросу пользователя она возвращает дополнительную регрессионную статистику.

Функция ЛИНЕЙН рассчитывает статистику для ряда с применением метода наименьших квадратов, чтобы вычислить прямую линию, которая наилучшим образом аппроксимирует имеющиеся данные и затем возвращает массив, который описывает полученную прямую. Можно также объединять функцию ЛИНЕЙН с другими функциями для вычисления других видов моделей, являющихся линейными в неизвестных параметрах (неизвестные параметры которых являются линейными), включая полиномиальные, логарифмические, экспоненциальные и степенные ряды. Поскольку возвращается массив значений, функция должна задаваться в виде формулы массива.

Пример 4. Выделить диапазон  $5 \times 2$  ячеек, например N1:I5, открыть диалоговое окно ЛИНЕЙН и заполнить его поля следующим образом (рис. 21).

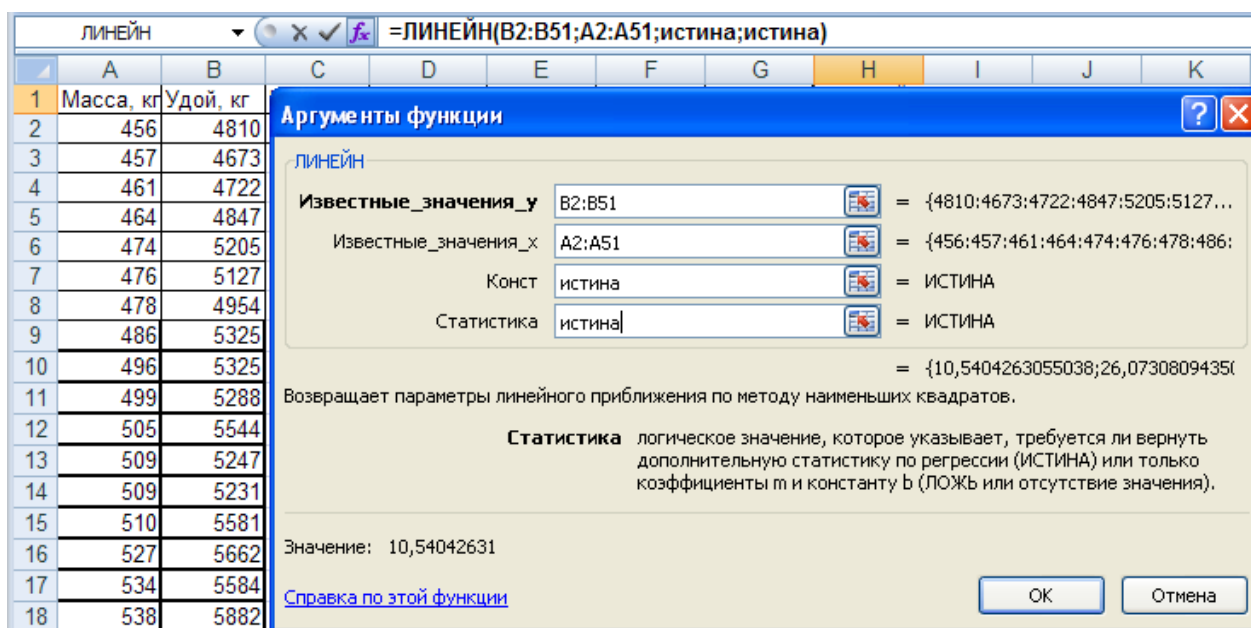


Рис. 21

Синтаксис: ЛИНЕЙН (известные\_значения\_y; известные\_значения\_x; конст; статистика).

Известные значения\_y – множество значений y, которые уже известны для соотношения  $y = mx + b$ .

Если массив «известные\_значения\_y» имеет один столбец, то каждый столбец массива «известные\_значения\_x» интерпретируется как отдельная переменная.

Если массив «известные\_значения\_y» имеет одну строку, то каждая строка массива «известные\_значения\_x» интерпретируется как отдельная переменная.

Известные\_значения\_x – необязательное множество значений x, которые уже известны для соотношения  $y = mx + b$ .

Массив «известные\_значения\_x» может содержать одно или несколько множеств переменных. Если используется только одна переменная, то массивы «известные\_значения\_y» и «известные\_значения\_x» могут иметь любую форму при условии, что они имеют одинаковую размерность. Если используется более одной переменной, то «известные\_значения\_y» должны быть вектором (т. е. интервалом высотой в одну строку или шириной в один столбец).

Если массив «известные\_значения\_x» опущен, то предполагается, что этот массив {1;2;3;...} имеет такой же размер, как и массив «известные\_значения\_y».

Конст – логическое значение, которое указывает, требуется ли, чтобы константа  $b$  была равна нулю.

Если аргумент «конст» имеет значение ИСТИНА или опущен, то константа  $b$  вычисляется обычным образом.

Если аргумент «конст» имеет значение ЛОЖЬ, то значение  $b$  полагается равным нулю и значения  $m$  подбираются таким образом, чтобы выполнялось соотношение  $y = mx$ .

Статистика – логическое значение, которое указывает, требуется ли вернуть дополнительную статистику по регрессии.

Если аргумент «статистика» имеет значение ИСТИНА, функция ЛИНЕЙН возвращает дополнительную регрессионную статистику. Если аргумент «статистика» имеет значение ЛОЖЬ или опущен, функция ЛИНЕЙН возвращает только коэффициенты  $m$  и постоянную  $b$ .

Нажатие «Ctrl» + «Shift» + «Enter» возвращает (рис. 22) значения десяти важнейших параметров.

угловой коэффициент (10,54043)	свободный член (26,07308)
стандартная ошибка углового коэффициента (0,292302)	стандартная ошибка свободного члена (171,789)
коэффициент детерминированности (0,9644)	стандартная ошибка по $y$ (154,1508)
наблюдаемое $F$ -значение (1300,331)	число степеней свободы (48)
регрессионная сумма квадратов (30899064)	остаточная сумма квадратов (1140598)

Рис. 22

Коэффициент детерминированности  $R^2$  сравнивает фактические значения  $y$  и значения, получаемые из уравнения прямой; по результатам сравнения вычисляется коэффициент детерминированности, нормированный от 0 до 1. Если он равен 1, то имеет место полная корреляция с моделью, т. е. различия между фактическим и оценочным значениями  $y$  не существует. В противоположном случае, если коэффициент детерминированности равен 0, использовать уравнение регрессии для предсказания значений  $y$  не имеет смысла. В данном примере значение коэффициента детерминированности  $R^2 = 0,9644$ , «близкое» к 1, говорит об адекватности математической модели исходным данным.

Для вычисления стандартной ошибки по  $y$  имеется также специальная встроенная функция СТОШУХ.

$F$ -статистика используется для определения того, является ли случайной наблюдаемая взаимосвязь между зависимой и независимой переменными.

Степени свободы полезны для нахождения  $F$ -критических значений в статистической таблице. Для определения уровня надежности модели необходимо сравнить значения в таблице с  $F$ -статистикой, возвращаемой функцией ЛИНЕЙН.

Пусть уровень значимости  $\alpha = 0,05$ .

Значимость  $R^2$  проверяется условием

$$F_{\text{набл}} > F_{\text{РАСПОБР}}(\alpha; 1; n-2) = F_{\text{кр.}}$$

В приведенном примере вычисление  $F_{кр}$ :

$$= \text{FRASПОБР}(0,05;1;48) = 4,043.$$

Условие значимости выполнено:  $1300,331 > 4,043$ .

Значимость углового коэффициента  $m$  следует из выполнения условия

$$t_{набл} = m / \sigma_k > \text{СТЮДРАСПОБР}(\alpha; n-2) = t_{кр}.$$

В приведенном примере вычисление  $t_{кр}$ :

$$= \text{СТЮДРАСПОБР}(0,05;48) = 2,011.$$

$$t_{набл} = m / \sigma_k = 10,54043 / 0,9644 = 10,93.$$

Условие значимости выполнено:  $10,93 > 2,011$ .

Значимость коэффициента  $b$  следует из выполнения аналогичного условия

$$b / \sigma_k > \text{СТЮДРАСПОБР}(\alpha; n-2).$$

Проводя регрессионный анализ, Microsoft Excel вычисляет для каждой точки квадрат разности между прогнозируемым значением  $y$  и фактическим значением  $y$ . Сумма этих квадратов разностей называется остаточной суммой квадратов (ssresid). Затем Microsoft Excel подсчитывает общую сумму квадратов (sstotal). Если конст = ИСТИНА или значение этого аргумента не указано, общая сумма квадратов будет равна сумме квадратов разностей действительных значений  $y$  и средних значений  $y$ . При конст = ЛОЖЬ общая сумма квадратов будет равна сумме квадратов действительных значений  $y$  (без вычитания среднего значения  $y$  из частного значения  $y$ ). После этого регрессионную сумму квадратов можно вычислить следующим образом:  $ssreg = sstotal - ssresid$ . Чем меньше остаточная сумма квадратов, тем больше значение коэффициента детерминированности  $R^2$ , который показывает, насколько хорошо уравнение, полученное с помощью регрессионного анализа, объясняет взаимосвязи между переменными. Коэффициент  $R^2$  равен  $ssreg/sstotal$ .

Если имеется только одна независимая переменная  $x$ , можно получить наклон и  $y$ -пересечение непосредственно, воспользовавшись следующими формулами.

Наклон:

$$\text{ИНДЕКС(ЛИНЕЙН(известные\_значения\_y; известные\_значения\_x);1)}.$$

$Y$ -пересечение:

$$\text{ИНДЕКС(ЛИНЕЙН(известные\_значения\_y; известные\_значения\_x);2)}.$$

Точность аппроксимации с помощью прямой, вычисленной функцией ЛИНЕЙН, зависит от степени разброса данных. Чем ближе данные к прямой, тем более точной является модель, используемая функцией ЛИНЕЙН.

В регрессионном анализе вычисляется также экспоненциальная кривая, аппроксимирующая данные и возвращающая массив значений, описывающий эту кривую.

Уравнение экспоненциальной кривой имеет вид

$y = b \times m^x$ , или  $y = b \times m^{x_1} \times b \times m^{x_2} \times \dots \times m^{x_n} \times m^{x_2}$  (в случае нескольких ( $n$ ) значений  $x$ ), где зависимые значения  $y$  являются функцией независимых значений  $x$ . Значения  $m$  являются основанием, возводимым в степень  $x$ , а значения  $b$  постоянны.

Примечание. Синтаксис и правила использования функции ЛГРФПРИБЛ идентичны таковым при использовании функции ЛИНЕЙН, но, хотя методы, которые используются для проверки уравнений, полученных с помощью функции ЛГРФПРИБЛ, такие же, как и для функции ЛИНЕЙН, дополнительная статистика, которую возвращает функция ЛГРФПРИБЛ, основана на следующей линейной модели:

$$\ln y = x_1 \ln m_1 + \dots + x_n \ln m_n + \ln b.$$

Это следует помнить при оценке дополнительной статистики, особенно значений  $\text{sei} (\sigma_{mi})$  и  $\text{seb} (\sigma_b)$ , которые следует сравнивать с  $\ln m_i$  и  $\ln b$ , а не с  $m_i$  и  $b$ .

Функции аппроксимации ЛИНЕЙН и ЛГРФПРИБЛ могут вычислить прямую или экспоненциальную кривую, наилучшим образом описывающую данные. Однако они не дают ответа на вопрос, какой из двух результатов больше подходит для решения поставленной задачи. Можно также вычислить функцию ТЕНДЕНЦИЯ(известные\_значения\_y; известные\_значения\_x) для прямой или функцию РОСТ(известные\_значения\_y; известные\_значения\_x) для экспоненциальной кривой. Эти функции, если не задавать аргумент «новые\_значения\_x», возвращают массив вычисленных значений  $y$  для фактических значений  $x$  в соответствии с прямой или кривой. После этого можно сравнить вычисленные значения с фактическими значениями. Можно также построить диаграммы для визуального сравнения.

Следует отметить, что значения  $y$ , предсказанные с помощью уравнения регрессии, возможно, не будут правильными, если они располагаются вне интервала значений  $y$ , которые использовались для определения уравнения.

Помимо вычисления статистики для других типов регрессии функцию ЛИНЕЙН можно использовать при вычислении диапазонов для других типов регрессии, вводя функции переменных  $x$  и  $y$  как ряды переменных  $x$  и  $y$  для ЛИНЕЙН.

Формула =ЛИНЕЙН(значения\_y, значения\_x^СТОЛБЕЦ(\$A:\$C)) работает при наличии одного столбца значений  $Y$  и одного столбца значений  $X$  для вычисления аппроксимации куба (многочлен 3-й степени) следующей формы:

$$y = m^1 \times x + m^2 \times x + m^3 \times x + b.$$

Формула может быть изменена для расчетов и других типов регрессии.

*Пример 5.* Необходимо найти выборочное уравнение полиномиальной регрессии второй степени  $y = m_1 \times x^2 + m_2 \times x + b$  по данным выборки коров (масса, удои).

*Решение:*

1. Переместить данные столбца В в столбец С.
2. В ячейку В2 ввести формулу =A2^2 и скопировать ее в В3:В51.
3. Выделить диапазон 5 × 3, например Е1:G5, открыть диалоговое окно ЛИНЕЙН и ввести данные (рис. 23).

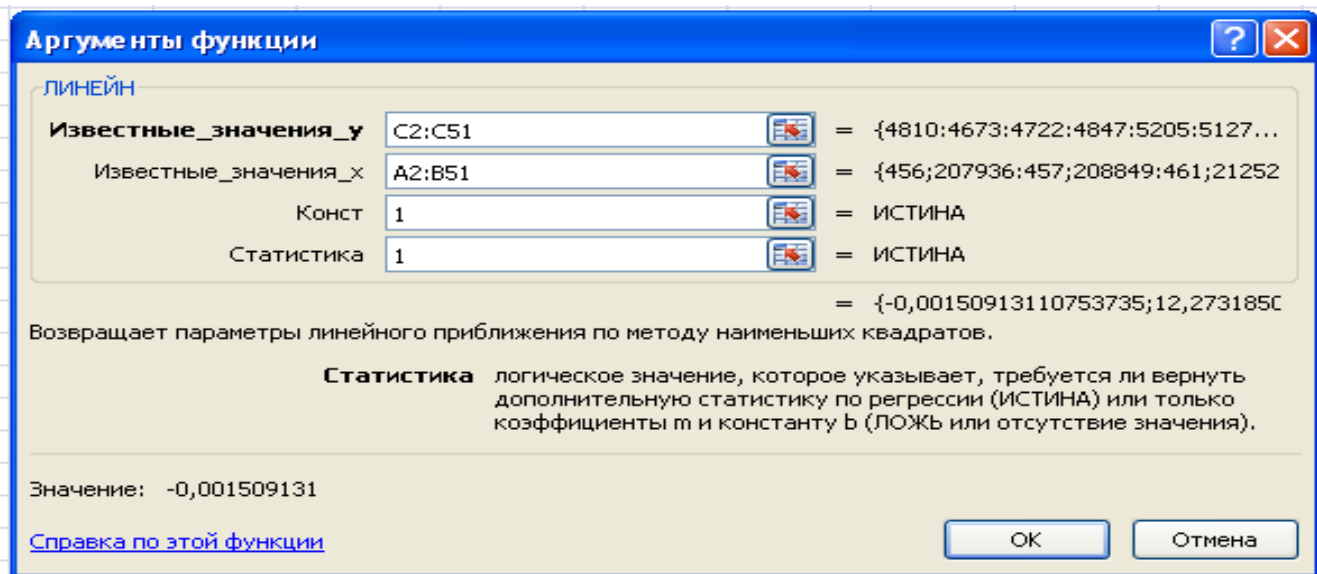


Рис. 23

Нажатие клавиши F2, а затем клавиш «Ctrl»+«Shift» + «Enter» дает (рис. 24) значения 12 основных параметров, аналогичных тем, которые рассматривались ранее.

$f_x$		{=ЛИНЕЙН(C2:C51;A2:B51;1;1)}		
C	D	E	F	G
Удой, кг		-0,00151	12,27319	-462,795
4810		0,004854	5,580818	1581,865
4673		0,964474	155,6221	#Н/Д
4722		637,9782	47	#Н/Д
4847		30901405	1138257	#Н/Д

Рис. 24

Учитывая, что значения коэффициентов уравнения регрессии возвращаются по убывающим степеням  $x$ , выписываем ответ.

Ответ:  $y_x = -0,0151x^2 + 12,27319x - 462,795$ .

В Excel имеется инструмент «Линия тренда».

Пример 6. По выборке (масса, удой) построить (рис. 25) корреляционное поле.

Корреляционное поле «Масса-удой»

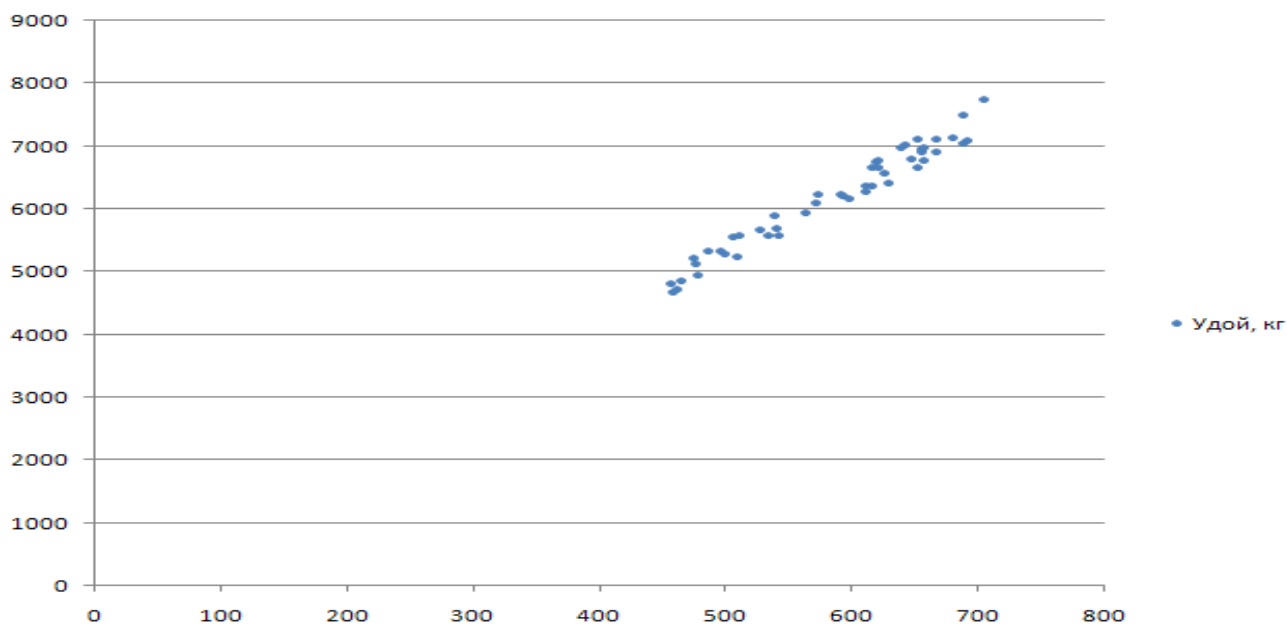


Рис. 25

Указать стрелкой курсора мыши одну из точек корреляционного поля и щелкнуть ПКМ, вызвав контекстное меню.

Щелчок ЛКМ по строке «Добавить линию тренда» открывает диалоговое окно (рис. 26).

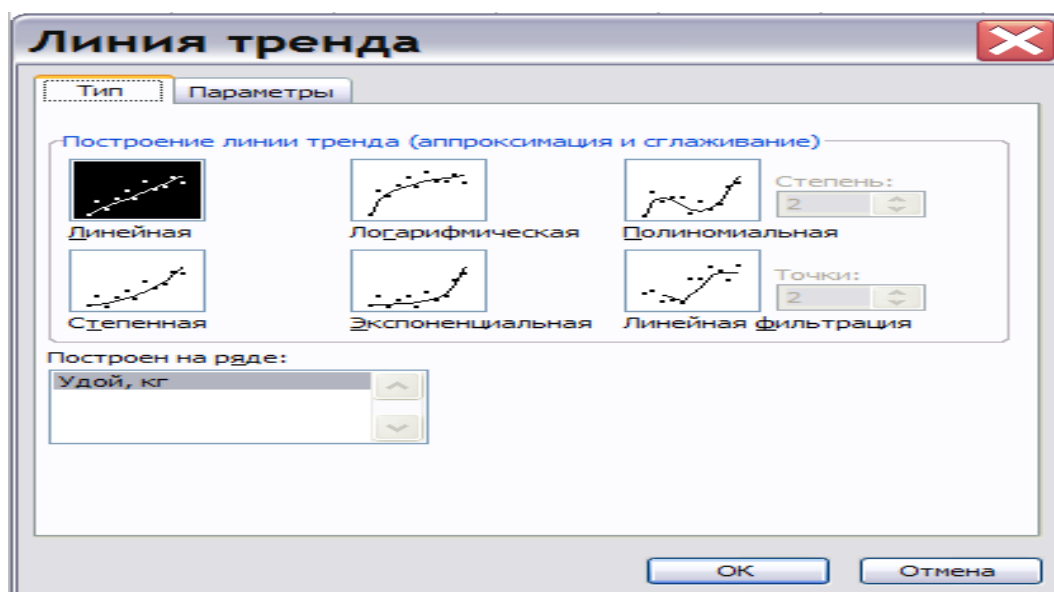


Рис. 26

Пользователь может установить на нем один из шести типов построения тренда, щелкнув ЛКМ на «нужной» картинке. Выберем тип «Линейная» и перейдем на вкладку «Параметры», где отметим галочками параметры, отвечающие за показ на диаграмме линии тренда и величины достоверности аппроксимации (рис. 27).

Тогда нажатие ОК дает следующий результат (рис. 27).

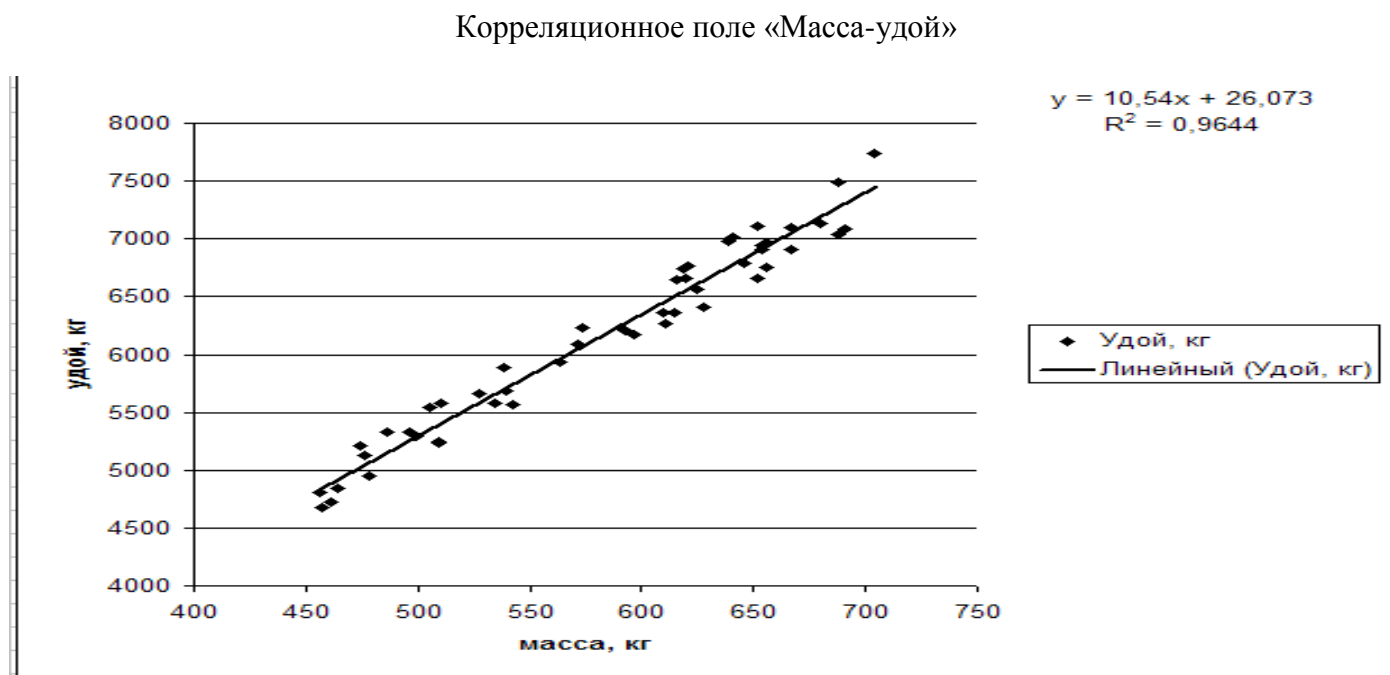


Рис. 27

Если щелкнуть ЛКМ по уравнению линии, показанному на диаграмме, то появится рамка, внутри которой оно находится. Взяв (ЛКМ) за рамку, ее, а с нею и параметры можно переместить. Серая подсветка убирается командой «Очистить» контекстного меню. Построенная часть линии тренда автоматически продлевается вправо и влево на число шагов прогноза, установленное на вкладке «Параметры». Аналогично строятся остальные виды линий тренда.

Наиболее полные результаты линейного регрессионного анализа влияния на один фактор другого фактора или нескольких возвращаются через диалоговое окно «Регрессия» из пакета «Анализ данных».

*Пример 7.* Воспользуемся данными из примера 3, но переставим местами поля «Удой» и «Масса», так как входной интервал должен быть ссылкой на непрерывную область (рис. 28).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Удой, кг	Масса, кг	Номер лактации						
2	4810	456	1						
3	4673	457	1						
4	4722	461	1						
5	4847	464	2						
6	5205	474	1						
7	5127	476	1						
8	4954	478	1						
9	5325	486	2						
10	5325	496	1						
11	5288	499	1						
12	5544	505	3						
13	5247	509	2						
14	5231	509	1						
15	5581	510	2						
16	5662	527	2						
17	5584	534	2						
18	5882	538	4						
19	5682	539	4						
20	5570	542	2						
21	5937	563	4						
22	6094	571	2						

### Регрессия

**Входные данные**

Входной интервал Y:

Входной интервал X:

Метки  Константа - ноль

Уровень надежности:  %

**Параметры вывода**

Выходной интервал:

Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

**Остатки**

Остатки  График остатков

Стандартизованные остатки  График подбора

**Нормальная вероятность**

График нормальной вероятности

Рис. 28

Нажатие ОК возвращает (рис. 29) результаты линейного регрессионного анализа.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ВЫВОД ИТОГОВ								
2									
3	<i>Регрессионная статистика</i>								
4	Множественный R	0,982547988							
5	R-квадрат	0,965400548							
6	Нормированный R-квадрат	0,963928231							
7	Стандартная ошибка	153,5782252							
8	Наблюдения	50							
9									
10	<i>Дисперсионный анализ</i>								
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
12	Регрессия	2	30931107,33	15465553,67	655,7015095	4,65722E-35			
13	Остаток	47	1108554,749	23586,27125					
14	Итого	49	32039662,08						
15									
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
17	Y-пересечение	98,48013556	182,0761693	0,540873284	0,591149311	-267,8098647	464,7701358	-267,8098647	464,7701358
18	Масса, кг	10,28596488	0,363961701	28,26111885	3,80456E-31	9,553768389	11,01816136	9,553768389	11,01816136
19	Номер лактации	31,63907535	27,14470771	1,165570677	0,249669305	-22,96903198	86,24718268	-22,96903198	86,24718268
20									

Рис. 29

Поставив галочки в полях «Остатки» и «Нормальная вероятность», получим еще два блока значений и пять графиков.

**Задание 1.** По данным задания 1 занятия 3.1:

- 1) определите коэффициенты регрессии ( $x_1/y$ ,  $x_2/y$ ,  $y/x_1$  и  $y/x_2$ );
- 2) определите значения результирующего признака, полученные по уравнениям различных типов множественной регрессии;
- 3) постройте ряды теоретических значений результирующего признака;
- 4) определите ряды отклонений фактических значений (%) от теоретических. Определите наиболее достоверное уравнение;
- 5) постройте диаграммы (тип – точечные) зависимости результирующего признака от фактора, постройте линии тренда различных типов, выведите на диаграммах уравнение и величину достоверности аппроксимации;
- 6) определите наиболее достоверное уравнение и по нему постройте ряд теоретических значений результирующего признака.

**Задание 2.** То же по данным задания 2 занятия 3.1.

**Задание 3.** То же по данным задания 3 занятия 3.1.

**Задание 4.** То же по данным задания 4 занятия 3.1.

**Задание 5.** То же по данным задания 5 занятия 3.1.

# Сетевые ресурсы



Описательная статистика в EXCEL	<a href="https://excel2.ru/articles/opisatel'naya-statistika-v-ms-excel">https://excel2.ru/articles/opisatel'naya-statistika-v-ms-excel</a>
Применение описательной статистики в Microsoft Excel	<a href="https://lumpics.ru/descriptive-statistics-in-excel/">https://lumpics.ru/descriptive-statistics-in-excel/</a>
Применение пакета программы «EXCEL» в статистическом анализе данных	<a href="https://vuzlit.com/857690/primenenie_paketa_programmy_excel_statisticheskom_analize_dannyh">https://vuzlit.com/857690/primenenie_paketa_programmy_excel_statisticheskom_analize_dannyh</a>
Описательная статистика в EXCEL	<a href="https://user-life.com/programs/excel/1055-opisatel'naya-statistika-v-excel.html">https://user-life.com/programs/excel/1055-opisatel'naya-statistika-v-excel.html</a>
Обзор встроенных средств Excel для статистического анализа данных	<a href="http://excel2010.ru/obzor-vstroennyx-sredstv-excel-dlya-statisticheskogo-analiza-dannyx.html">http://excel2010.ru/obzor-vstroennyx-sredstv-excel-dlya-statisticheskogo-analiza-dannyx.html</a>